

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ÉVERTON SOUZA RAMOS

**INFLUÊNCIA DO CISALHAMENTO NAS DEFORMAÇÕES EM VIGA
DE MADEIRA MACIÇA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO

2017

ÉVERTON SOUZA RAMOS

**INFLUÊNCIA DO CISALHAMENTO NAS DEFORMAÇÕES EM VIGA
DE MADEIRA MACIÇA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II, do Curso Superior de Engenharia Civil, do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes

CAMPO MOURÃO

2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Curso de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso

INFLUÊNCIA DO CISALHAMENTO NAS DEFORMAÇÕES EM VIGA DE MADEIRA MACIÇA

por

Éverton Souza Ramos

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 11h00min no dia 21 de junho de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes
Prof.(a) Orientador(a)

Prof. Me. Adalberto Luiz Rodrigues de Oliveira
Membro titular

Prof. Dra. Fabiana Góia Rosa de Oliveira
Membro titular

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do curso de Engenharia Civil: **Prof. Dr. Ronaldo Rigobello**

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

Dedico este trabalho aos meus pais,
Milton e Mariluce.

AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente a Deus, por sempre caminhar comigo e me amparar em todos os momentos, e por todas as oportunidades que tem me proporcionado.

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

Agradeço aos meus pais, Milton e Mariluce, por estar sempre presente me apoiando e aconselhando, pois acredito que a família é a base de tudo e sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes, pela dedicação e paciência que me guiou nessa jornada e por todo o tempo que destinou para a realização desta pesquisa, e também pelos anos de tutoria no grupo PET CIVIL.

Agradeço a minha companheira de pesquisa, Amanda Maria Veanholi Vechiato, por toda ajuda e suporte com relação ao tema e com os ensaios realizados.

Agradeço a todos os professores da instituição que contribuíram com a minha formação acadêmica e profissional, pelos seus ensinamentos e valores transmitidos.

Um agradecimento especial ao Prof. Reinaldo, grande motivador durante o período do ensino fundamental e médio, responsável por me apresentar a área de engenharia civil, e por todo o incentivo de sua parte.

Aos amigos de turma Alisson, Luiz, Vinicius, Leonardo, Gabriel, Túlio e Flávia, pela ajuda e contribuição durante todos os anos da graduação. E aos meus amigos de república Guilherme, Lucas e Thiago.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a minha formação e para realização desta pesquisa.

RESUMO

RAMOS, Éverton Souza. Influência do cisalhamento nas deformações em viga de madeira maciça. 2017. 63f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

As construções em madeira, por serem constituídas de material oriundo de fontes renováveis, favorecem o meio ambiente contribuindo para a sustentabilidade e amenizando os impactos gerados pelo setor da construção civil. Devido aos baixos valores das constantes elásticas da madeira, a mesma apresenta deformações que geralmente são limitantes no projeto de vigas, porém os efeitos gerados pela parcela de cisalhamento podem ser desconsiderados, o que compromete o dimensionamento de vigas curtas. O presente trabalho tem por objetivo avaliar a influência dos esforços cisalhantes nas deformações de vigas de madeira serrada da espécie Garapeira (*Apuleia leiocarpa*). Foram conduzidos ensaios de flexão estática à quatro pontos em elemento de dimensões estruturais e ensaios de caracterização elástica em corpos de prova normatizados, conforme a ABNT NBR 7190 (1997). Os resultados experimentais, analíticos e numéricos obtidos mostram que para vigas curtas os efeitos de cisalhamento devem ser considerados no dimensionamento, e dessa forma o texto proposto pelo projeto de revisão da norma ABNT NBR 7190 (2011) não é adequado, quando comparado com a sua atual versão.

Palavras-chave: Garapeira. Cisalhamento. Deformação. Princípio dos Trabalhos Virtuais. Flexão.

ABSTRACT

RAMOS, Éverton Souza. Influence of shear on deformations on solid wood beam. 2017. 63f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

The wooden constructions, as they are made of material from renewable sources, favor the environment contributing to the sustainability and reducing the impacts generated by the civil construction sector. Due to the low elastic constant values of the wood, it presents deformations that generally limit the design of beams, but the effects generated by the shear portion can be disconsidered, which compromises the design of short beams. The present work has the objective of evaluate the influence of the shear stresses on the deformations of timber beams of Garapeira (*Apuleia leiocarpa*) species. Four-point flexion tests were carried out in element of structural dimensions and tests of elastic characterization in normalized test bodies, according to ABNT NBR 7190 (1997). The experimental, analytical and numerical results shows that for short beams the shear effects should be considered in the design, and therefore the text proposed by the revision project of ABNT NBR 7190 (2011) is not adequate, when compared to Its current version.

Keywords: Garapeira. Shear. Deformation. Principle of Virtual Works. Bending.

LISTA DE SIMBOLOS

Letras Romanas Maiúsculas

A - Área da seção transversal

E - Módulo de elasticidade longitudinal

E_a - Módulo de elasticidade na direção inclinada

E_{C0} - Módulo de elasticidade paralelo às fibras

E_{C90} - Módulo de elasticidade normal às fibras

E_L - Módulo de elasticidade na direção longitudinal

E_M - Módulo de elasticidade aparente à flexão

E_R - Módulo de elasticidade na direção radial

E_T - Módulo de elasticidade na direção tangencial

$F_{C0,máx}$ - Força máxima de compressão paralela às fibras resistida pela madeira

$F_{M,10\%}$ - Carga correspondente a 10% da carga máxima estimada, aplicada ao corpo de prova

$F_{M,50\%}$ - Carga correspondente a 50% da carga máxima estimada, aplicada ao corpo de prova

G - Módulo de elasticidade transversal

$G_{LR} = G'_{zy}$ - Módulo de elasticidade transversal no plano longitudinal-radial

$G_{LT} = G'_{yx}$ - Módulo de elasticidade transversal no plano longitudinal-tangencial

$G_{RT} = G'_{xz}$ - Módulo de elasticidade transversal no plano radial-tangencial

I - Momento de inércia

J - Momento polar de inércia

L - Distância entre os apoios

M - Momento fletor real

M^* - Momento fletor virtual

$M_{máx}$ - Momento máximo aplicado ao corpo de prova

N : Força normal real

N^* - Força normal virtual

P - Força aplicada

T - Momento torsor real

T^* - Momento torsor virtual

U - Teor de umidade da madeira

U_e - Energia de deformação externa

U_i - Energia de deformação interna

V - Força de cisalhamento real

V^* - Força de cisalhamento virtual

V_{12} - Volume da madeira a 12% de umidade

$V_{10\%}$ - Deslocamento no meio do vão correspondente a 10% da carga máxima estimada

$V_{50\%}$ - Deslocamento no meio do vão correspondente a 50% da carga máxima estimada

W_e - Módulo de resistência elástico

Letras Romanas Minúsculas

a - Distância entre as forças aplicadas

b - Largura da viga

f_{C0} - Resistência à compressão paralela às fibras

f_{C90} - Resistência à compressão normal às fibras

f_M - Resistência da madeira à flexão

f_s - Fator de forma da seção transversal

h - Altura da viga

m_{12} - Massa da madeira a 12% de umidade

m_i - Massa inicial da madeira

m_s - Massa da madeira seca

u - Esforços internos

Letras Gregas Maiúsculas

Δ - Deslocamentos externos

Letras Gregas Minúsculas

ε_a - Deformação na direção inclinada

$\varepsilon_{10\%}$ - Deformação específica medida no corpo de prova na direção normal às fibras, correspondente à tensão de $\sigma_{10\%}$

$\varepsilon_{50\%}$ - Deformação específica medida no corpo de prova na direção normal às fibras, correspondente à tensão de $\sigma_{50\%}$

ε_x - Deformação na direção tangencial

ε_y - Deformação na direção longitudinal

ε'_y - Deformação na direção do plano inclinado

ε_z - Deformação na direção radial

ρ_{ap} - Densidade aparente

$\sigma_{10\%}$ - Tensão de compressão normal correspondente a 10 % da resistência convencional

$\sigma_{50\%}$ - Tensão de compressão normal correspondente a 50 % da resistência convencional

σ_a - Tensão na direção inclinada

σ_x - Tensão na direção tangencial

σ_y - Tensão na direção longitudinal

σ_z - Tensão na direção radial

γ_{yx} - Deformação angular no plano longitudinal-tangencial

γ'_{yx} - Deformação angular no plano inclinado longitudinal-tangencial

τ'_{xy} - Tensão no plano inclinado tangencial-longitudinal

τ_{yx} - Tensão no plano longitudinal-tangencial

τ'_{yx} - Tensão no plano inclinado longitudinal-tangencial

ν_{LR} - Coeficiente de Poisson no plano longitudinal-radial

ν_{LT} - Coeficiente de Poisson no plano longitudinal-tangencial

ν_{RL} - Coeficiente de Poisson no plano radial-longitudinal

ν_{RT} - Coeficiente de Poisson no plano radial-tangencial

ν_{TL} - Coeficiente de Poisson no plano tangencial-longitudinal

ν_{TR} - Coeficiente de Poisson no plano tangencial-radial

LISTA DE SIGLAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas
- ASTM - American Society for Testing and Materials
- MDV - Método das Deformações Virtuais
- MEF - Método dos Elementos Finitos
- MFV - Método das Forças Virtuais
- MOE - Módulo de Elasticidade à Flexão
- NBR - Norma Brasileira
- PTV - Princípio dos Trabalhos Virtuais

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Flexão estática à quatro pontos	24
Figura 2 - Corpo de prova para ensaio de flexão.....	27
Figura 3 - Diagrama de carregamento - Determinação da rigidez da madeira à flexão	28
Figura 4 - Corpo de prova para ensaio de compressão paralela às fibras.....	29
Figura 5 - Diagrama de carregamento - Determinação da rigidez da madeira à compressão ..	29
Figura 6 - Corpo de prova para ensaio de compressão normal às fibras	30
Figura 7 - Esquema do corpo de prova retirado em ângulo de 45°.....	31
Figura 8 - Corpo de prova para determinação da densidade e do teor de umidade.....	35
Figura 9 - Esquemática do arranjo de flexão estática à quatro pontos.....	38
Figura 10 - Posicionamento dos transdutores de deslocamento	39
Figura 11 - Ensaio de flexão estática à quatro pontos	40
Figura 12 – Esquemática das partes retiradas da viga	41
Figura 13 - Configuração de extração dos corpos de prova	42
Figura 14 - Corpos de prova para ensaio de densidade e teor de umidade.....	42
Figura 15 - Ensaio de compressão paralela às fibras.....	43
Figura 16 - Ensaio de compressão normal às fibras	43
Figura 17 - Ensaio de flexão estática.....	44
Figura 18 - Instalação dos extensômetros elétricos de resistência	45
Figura 19 - Ensaio de compressão com as fibras inclinadas	46
Figura 20 - Arranjo estático no software	47
Figura 21 - Detalhamento da malha	47
Figura 22 - Diagrama Força x Deslocamento dos ensaios de flexão.....	54
Figura 23 - Análise numérica para $L/h = 25$	56
Figura 24 - Comparação dos resultados	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores dos coeficientes de Poisson.....	17
Tabela 2 - Relações médias entre os módulos de elasticidade	18
Tabela 3 - Valores médios dos parâmetros elásticos	18
Tabela 4 - Constantes elásticas de madeiras brasileiras	18
Tabela 5 - Partes retiradas da viga.....	40
Tabela 6 - Corpos de prova retirados das peças	41
Tabela 7 - Densidade aparente e teor de umidade obtidos dos corpos de prova	48
Tabela 8 - Resultados do ensaio de compressão paralela às fibras	50
Tabela 9 - Resultados do ensaio de compressão normal às fibras.....	51
Tabela 10 - Resultados dos ensaios de compressão com às fibras inclinadas.....	52
Tabela 11 - Resultados do ensaio de flexão estática	52
Tabela 12 - Resumo das propriedades de resistência e rigidez	53
Tabela 13 - Resumo dos parâmetros elásticos empregados na análise numérica.....	53
Tabela 14 - MOE - Experimental	53
Tabela 15 - MOE - Teórico	55
Tabela 16 - MOE - Numérico.....	56

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 OBJETIVOS	13
2.1 OBJETIVO GERAL.....	13
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3 JUSTIFICATIVA	14
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
4.1 DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS.....	16
4.2 ENSAIOS EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS	20
4.2.1 Aspectos Gerais.....	20
4.2.2 Aplicação do Princípio do Trabalho Virtual	23
4.3 ENSAIOS EM CORPOS DE PROVA DE DIMENSÕES REDUZIDAS.....	25
4.3.1 Ensaio de Flexão Estática.....	26
4.3.2 Ensaio de compressão.....	28
4.3.3 Densidade e Teor de Umidade	34
4.4 MEF – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	36
5 MATERIAIS E MÉTODOS	37
5.1 ENSAIOS EM CORPOS DE PROVA DE DIMENSÕES ESTRUTURAIS	37
5.2 ENSAIOS EM CORPOS DE PROVA DE DIMENSÕES REDUZIDAS.....	40
5.3 AVALIAÇÃO NUMÉRICA	46
6 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....	48
6.1 UMIDADE E DENSIDADE.....	48
6.2 COMPRESSÃO PARALELA ÀS FIBRAS	49
6.3 COMPRESSÃO NORMAL ÀS FIBRAS	51
6.4 ENSAIO DE COMPRESSÃO COM AS FIBRAS INCLINADAS.....	51
6.5 FLEXÃO	52
6.6 RESUMO DAS PROPRIEDADES ELÁSTICAS	52
6.7 FLEXÃO EM ELEMENTO DE DIMENSÕES ESTRUTURAIS	53
6.8 VALORES DE MOE CALCULADOS DE FORMA ANALÍTICA	55
6.9 VALORES DE MOE NUMÉRICO	55
7 ANÁLISE DOS RESULTADOS	57
8 CONCLUSÕES.....	59
REFERÊNCIAS	61

1 INTRODUÇÃO

A madeira se encontra entre os materiais mais antigos empregados na construção civil, por apresentar certas vantagens, como boa relação peso resistência, facilidade de manuseio e bom comportamento ao fogo. Além disso, por se tratar de um material oriundo de fontes renováveis, favorece o meio ambiente contribuindo para a sustentabilidade e amenizando os impactos gerados pelo setor.

Atualmente, o material continua sendo amplamente empregado no panorama mundial, seja em sua forma natural ou processada. Porém com a necessidade de novas tecnologias, se faz necessário o desenvolvimento de pesquisas com intuito de buscar soluções para questões que aliem alta eficiência como componente estrutural a um baixo custo de produção.

No Brasil sua utilização como elemento estrutural ainda não é muito difundida. Apesar do país possuir enorme potencial, tendo em vista seu vasto território que engloba diversos climas e vegetações, as áreas de reflorestamento são destinadas em sua maioria ao setor industrial, de celulose e energia.

Para o seu emprego estrutural deve-se conhecer previamente suas propriedades mecânicas, o que não se resume em uma tarefa simples, uma vez que seu comportamento varia com a presença de três eixos principais, sendo eles o longitudinal, tangencial e radial.

Devido aos baixos valores dos módulos de elasticidade da madeira, quando comparada com outros materiais, as deformações, na maioria das vezes, são fatores limitantes no projeto de vigas sendo os Estados Limites de Serviço atingidos antes dos Estados Limites Últimos (MIOTTO, 2010).

Um dos empregos estruturais da madeira é como vigas, que são elementos submetidos predominantemente a esforços cisalhantes e momentos fletores, onde as parcelas de tensões de ambos contribuem para as deformações do elemento. Em geral para as seções transversais comuns e materiais como o aço e o concreto armado, as deformações por cisalhamento são desprezíveis, entretanto na madeira, em função de seu baixo módulo de elasticidade transversal, pode ter uma influência significativa.

Por meio de análises experimentais, teóricas e numéricas, este estudo pretende avaliar os efeitos dos esforços cisalhantes para vigas de madeira serrada de seção transversal retangular, bem como verificar a partir de qual relação vão/altura tais deformações podem ser negligenciáveis na determinação dos deslocamentos.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Analisar a influência dos esforços cisalhantes nas deformações em viga de madeira maciça da espécie Garapeira (*Apuleia leiocarpa*) com seção transversal retangular, para uso na construção civil.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar ensaios de flexão estática à quatro pontos, em viga de madeira maciça em tamanho real, a fim de obter os valores do Módulo de Elasticidade à Flexão (MOE) experimentalmente, com diferentes relações L/h ;
- Proceder a caracterização da madeira por meio de ensaios padronizados;
- Determinar os valores dos Módulos de Elasticidade Transversal (G) por meio de ensaios de compressão com fibras inclinadas;
- Verificar por meio das equações analíticas e com as constantes elásticas auferidas da madeira os valores de MOE;
- Analisar por meio do Método dos Elementos Finitos o comportamento do elemento estrutural;
- Comparar com os documentos normativos os valores de MOE obtidos através de análises experimentais, teóricas e numéricas.

3 JUSTIFICATIVA

A madeira é uma excelente solução para integrar os mais diversos tipos de estruturas, Góes (2002) afirma que “a madeira combina, de maneira harmoniosa, soluções estruturais e arquitetônicas com conforto térmico e beleza”.

As características da madeira, como a elevada resistência mecânica aliada a sua baixa massa específica, faz com que a mesma desenvolva bom comportamento estrutural. Sejam constituídos de madeira maciça ou pelos Produtos Engenheirados de Madeira (PEM), os elementos estruturais são fornecidos ao setor de construção civil com as dimensões pré-determinadas, caracterizando-se como pré-fabricado, auxiliando a racionalização e agilidade da construção civil. Outra importante peculiaridade da madeira é ser proveniente de fontes renováveis, podendo ser extraída de zonas de reflorestamento, contribuindo com meio ambiente.

No Brasil a maior parte da produção de madeira de reflorestamento é para fins industriais, fomentando os setores das indústrias de papel e celulose e de carvão vegetal, enquanto que para o emprego estrutural são utilizadas em maioria as espécies nativas. Isso ocorre devido a carência de informações sobre a utilização da madeira de reflorestamento para o uso estrutural (ZANGIACOMO, 2007).

Para o dimensionamento correto de qualquer estrutura é necessário o conhecimento dos parâmetros elásticos do material, no caso da madeira, isso gera certo grau de complexidade devido a presença de três eixos principais, nos quais a resistência mecânica assume diferentes valores para os eixos longitudinal, transversal e radial.

A caracterização elástica da madeira, sendo considerada um material ortotrópico, é completa quando são conhecidos 12 parâmetros elásticos, três módulos de elasticidade longitudinais (E_L , E_T e E_R), três módulos de elasticidade transversais (G_{LR} , G_{LT} e G_{RT}) e seis coeficientes de Poisson (ν_{LR} , ν_{RL} , ν_{RT} , ν_{TR} , ν_{LT} e ν_{TL}). Muitas vezes não é possível a obtenção de todos, então se faz necessário recorrer a correlações entre tais parâmetros. O documento normativo brasileiro ABNT NBR 7190 (1997) é a atual norma vigente sobre Projeto de Estruturas de Madeira, ela especifica as principais relações entre os módulos de elasticidade obtidos a partir de ensaios.

Devido as particularidades do material madeira, como a ortotropia, o valor do módulo de elasticidade quando obtido por meio de ensaio de flexão assume valores diferentes dos provenientes do ensaio de compressão paralela, sendo o módulo de elasticidade à flexão denominado de MOE. Para o caso de madeiras folhosas a norma vigente ABNT NBR 7190

(1997) estabelece que o módulo de elasticidade proveniente do ensaio de flexão estática é inferior ao obtido do ensaio de compressão paralela às fibras, de acordo com a seguinte relação, ($MOE = 0,90. E_{c0}$).

O ensaio de flexão estática para determinação do módulo de elasticidade à flexão preconizado na norma é efetuado com corpos de prova de dimensões reduzidas com comprimento do vão igual a 21 vezes sua altura ($L = 21. h$), a fim de desconsiderar os efeitos do cisalhamento. Porém na construção civil são utilizados elementos de dimensões estruturais apresentando diversas distâncias entre os apoios, sendo necessário mediante a isso, o desenvolvimento de estudos para investigar o fenômeno, com foco nas deformações cisalhantes.

Ainda com relação a nova proposta de norma ABNT NBR 7190 (2011), a mesma sugere que, o módulo de elasticidade à flexão seja idêntico ao módulo de elasticidade à compressão paralela e a tração paralela excluindo o coeficiente de ajuste da atual versão da norma ABNT NBR 7190 (1997), sem motivo aparente. Torna-se necessário uma investigação científica sobre as relações entre o módulo de elasticidade à flexão e o módulo de elasticidade à compressão a fim de dar suporte ao novo texto da norma, relacionado ao tema.

O valor da propriedade módulo de elasticidade à flexão (MOE) possui grande importância no dimensionamento de elementos fletidos de madeira, principalmente devido a natureza do material. Comparado com outros materiais costumeiramente empregados na engenharia de estruturas, como o aço e o concreto, o módulo de elasticidade à flexão da madeira assume valores inferiores. O baixo valor de MOE aliado a baixa densidade relativa e alta resistência à flexão, tornam com grande frequência, os Estados Limites de Serviço (flecha e vibração) os determinantes para o dimensionamento de elementos fletidos de madeira.

No caso das vigas submetidas à flexão simples, as deformações são provocadas devido aos esforços de momento fletor e de cisalhamento. Porém, a partir de uma relação (L/ h) os esforços cisalhantes apresentam pequena influência no cálculo dos deslocamentos, podendo ser ignorados no projeto. Desse modo, é extremamente importante determinar tal relação no que diz respeito ao dimensionamento de vigas de madeira.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na presente revisão bibliográfica é feita inicialmente uma abordagem sobre as características elásticas da madeira, constituindo-se em seus parâmetros elásticos, bem como a exposição das análises realizadas por alguns autores sobre o assunto.

Na continuidade do capítulo se encontra a fundamentação teórica da metodologia empregada, com embasamento em pesquisas já realizadas com tais procedimentos. Para uma melhor apresentação, os conceitos desenvolvidos se encontram divididos em dois tópicos, ensaios em elementos estruturais e ensaios em corpos de prova de dimensões reduzidas.

4.1 DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS

Na escolha do material, tipo e no processo de dimensionamento de qualquer estrutura, é fundamental o conhecimento de suas características. Dentre os materiais mais utilizados na construção civil se encontra a madeira, sendo um material renovável, com boa resistência ao fogo, baixa massa específica e elevada resistência mecânica sendo a última comparável ao do concreto. Por ser um material fibroso e anisotrópico, acaba se tornando complexo, sendo necessários constantes estudos a fim de readequá-lo aos novos padrões construtivos, aumentando sua eficiência e diminuindo conseqüentemente os custos.

Uma das razões para o uso reduzido e inadequado da madeira em elementos estruturais em nosso país é a falta de conhecimento de suas propriedades. Essa questão, aliada à complexidade em termos de comportamento, dificulta seu correto dimensionamento, principalmente considerando o desenvolvimento de programas computacionais de simulação e de cálculo estrutural (TRINCA, 2011).

Como já exposto anteriormente, no dimensionamento quanto aos estados limites de serviço de qualquer estrutura, o módulo de elasticidade é uma das principais propriedades requeridas. Em se tratando da madeira, as propriedades mecânicas variam entre os seus três eixos de simetria, nas direções longitudinal, tangencial e radial.

Segundo Icimoto et al. (2013), as propriedades da madeira podem variar entre as diferentes espécies devido a fatores distintos como densidade, porcentagem de madeira juvenil, largura dos anéis, ângulo das microfibras, quantidade de produtos extratáveis, teor de umidade, intensidade do ataque de insetos e tipo, localização e número de nós.

As propriedades também podem ser diferentes entre a mesma espécie de madeira, dependendo da sua localização de extração, dos fatores climáticos e geológicos que influenciam no crescimento da árvore e da presença de nós que podem abrir fissuras durante a secagem. Entretanto, os projetos estruturais são realizados com suas propriedades equivalentes obtidas por meio de ensaios experimentais padronizados por documentos normativos (BALLARIN, 2003b; FOREST PRODUCTS LABORATORY, 2010).

De acordo com Gillis (1972), devido a anisotropia, a madeira apresenta seis módulos de elasticidade que podem ser ordenadas da seguinte forma:

$$E_L > E_R > G_{LT} \cong G_{LR} > E_T > G_{RT}$$

Bodig & Jayne (1993) apresentam as seguintes relações entre as constantes elásticas da madeira:

$$E_L : E_R : E_T \cong 20 : 1,6 : 1$$

$$G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} \cong 10 : 9,4 : 1$$

$$E_L : G_{LR} \cong 14 : 1$$

Os mesmos autores ainda apresentam os valores médios dos coeficientes de Poisson para coníferas e folhosas de clima temperado, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 - Valores dos coeficientes de Poisson		
ÍNDICE	CONÍFERAS	FOLHOSAS
ν_{LR}	0,37	0,37
ν_{LT}	0,42	0,50
ν_{RT}	0,47	0,67
ν_{TR}	0,35	0,33
ν_{RL}	0,041	0,044
ν_{TL}	0,033	0,027

Fonte: BODIG & JAYNE (1993)

Para realizar a completa caracterização da madeira é necessária a determinação de 12 constantes elásticas, sendo três módulos de elasticidade longitudinais (E_L , E_T e E_R), três módulos de elasticidade transversais (G_{LR} , G_{LT} e G_{RT}) e seis coeficientes de Poisson (ν_{LR} , ν_{RL} , ν_{RT} , ν_{TR} , ν_{LT} e ν_{TL}). Por meio de ensaios estáticos realizados em corpos de prova, Trinca (2011) determinou os parâmetros elásticos para três espécies de madeira, Eucalipto (*Eucalyptus saligna*), Cupiúba (*Goupia glabra*) e Garapeira (*Apulleia leiocarpa*), sendo a última utilizada

neste estudo. As relações entre os módulos de elasticidade são apresentadas na Tabela 2, e os 12 parâmetros elásticos médios na Tabela 3.

Tabela 2 - Relações médias entre os módulos de elasticidade

ESPÉCIE	E_L/E_T	E_R/E_T	G_{LR}/G_{RT}	G_{LT}/G_{RT}	E_L/G_{LR}
Eucalipto	6,2	1,7	2,8	1,4	5,8
Cupiúba	7,5	1,2	3,0	1,4	7,0
Garapeira	9,9	1,6	3,5	2,8	7,7

Fonte: TRINCA (2011)

Tabela 3 - Valores médios dos parâmetros elásticos

ESPÉCIE	ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
Eucalipto	0,038	0,306	0,333	0,300	0,780	0,420
Cupiúba	0,045	0,075	0,222	0,320	0,280	0,830
Garapeira	0,040	0,078	0,180	0,330	0,250	0,790
ESPÉCIE	E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
Eucalipto	13617	3680	2180	829	1172	2360
Cupiúba	13583	2113	1813	642	892	1950
Garapeira	14333	2323	1452	536	1489	1865

Fonte: TRINCA (2011)

Procedendo com a caracterização elástica de algumas espécies brasileiras, Mascia (1991) obteve os resultados apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Constantes elásticas de madeiras brasileiras

ESPÉCIE	ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
Ipê	0,0371	0,0270	0,4345	0,3532	0,4790	0,6136
Angico	0,0484	0,0239	0,5089	0,4975	0,4549	0,6066
Pinus	0,0858	0,0477	0,3701	0,4509	0,3346	0,6393
ESPÉCIE	E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
Ipê	18043,9	1748,1	960,5	356,3	831,2	620,2
Angico	8558,5	759,0	462,1	248,6	727,1	512,4
Pinus	5471,0	1049,4	737,6	116,3	307,0	512,6

Fonte: MASCIA (1991)

Analisando a tabela, pode-se verificar o seguinte:

$$E_L > E_R \cong E_T$$

$$G_{LT} \cong G_{LR} > G_{RT}$$

$$\nu_{RT} > \nu_{LT} \cong \nu_{LR} \gg \nu_{RL} \cong \nu_{TL}$$

Christoforo et al. (2013) apresentou uma metodologia para o cálculo dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal em vigas de madeira de dimensões estruturais, com emprego de ensaios não-destrutivos. Utilizando o ensaio de flexão estática a três pontos, e as espécies de madeira *Pinus elliottii* e *Corymbia citriodora*, foram definidas as seguintes relações entre os módulos de elasticidade longitudinal e transversal respectivamente: $E = G/18,7$ e $E = G/21,2$, apresentando compatibilidade com a norma brasileira ABNT NBR 7190 (1997). Porém, Christoforo et al. (2014), aplicando a mesma metodologia com o ensaio de flexão estática a quatro pontos e com as espécies de madeira *Manilkara spp* e *Pinus elliottii*, encontrou as seguintes relações respectivamente: $E = G/37$ e $E = G/33$. Esses valores se mostraram distantes do estabelecido pela norma brasileira, mas podem ser considerados compreensíveis devido a combinação da anisotropia da madeira com os fatores físicos e químicos, segundo os autores.

Com emprego de uma metodologia alternativa para obtenção do módulo de elasticidade transversal (G), através de ensaio em corpo de prova com as fibras inclinadas, Ballarin (2003a) procedeu a caracterização elástica da madeira da espécie *Eucalyptus citriodora*. A relação obtida entre o módulo de elasticidade longitudinal e o de elasticidade radial, foi próxima de 10 ($E_L/E_R \approx 10$), e semelhante relação, considerando o módulo de elasticidade transversal, foi igual a 20 ($E_L/G_{LR} \approx 20$).

O documento normativo ABNT NBR 7190 (1997) estabelece que, na impossibilidade da realização do ensaio de flexão, é permitida a avaliação do módulo de elasticidade à flexão (MOE) por meio de ensaio de compressão paralela às fibras, de acordo com método especificado em seu anexo B. Dessa forma, determina-se o módulo de elasticidade paralelo às fibras e admite-se as seguintes relações:

Para coníferas:

$$MOE = 0,85 \cdot E_{c0} \quad (1)$$

Para folhosas:

$$MOE = 0,90 \cdot E_{c0} \quad (2)$$

Porém no projeto de revisão da norma, ABNT NBR 7190 (2011), as relações descritas sofreram modificações. O módulo de elasticidade advindo do ensaio de compressão paralela às fibras (E_{c0}) passou a ser considerado igual ao módulo de elasticidade aparente à flexão (MOE), tanto para as coníferas quanto para folhosas.

$$MOE = E_{c0} \quad (3)$$

Por outro lado, a relação referente ao módulo de elasticidade transversal (G), manteve-se.

$$G = \frac{1}{20} \cdot E_{c0} \quad (4)$$

É válido ressaltar que esse documento não faz referência quanto a uma metodologia experimental para a determinação do módulo de elasticidade transversal (G).

4.2 ENSAIOS EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS

4.2.1 Aspectos Gerais

As características mecânicas devem ser previamente conhecidas para o processo de dimensionamento das estruturas. Para isso, normalmente são executados ensaios padronizados em corpos de prova de dimensões reduzidas, extraídos de troncos de árvores cuja procedência é conhecida. No Brasil esses ensaios são estabelecidos pela norma ABNT NBR 7190 (1997), que conta com um projeto de revisão, ABNT NBR 7190 (2011), com certas alterações. Apesar dos ensaios com os corpos de prova apresentarem resultados satisfatórios, não simulam a real situação sob a qual o elemento estrutural está submetido, como por exemplo, os deslocamentos que a estrutura desenvolve e a correlação com a estabilidade de todo o conjunto. A fim de estudar tais comportamentos, deve-se quando possível, realizar ensaios em peças de dimensões estruturais submetidas a ações externas determinadas.

No Brasil, um dos primeiros estudos com peças de dimensões estruturais foi realizado por Lahr (1983), na ocasião foram ensaiadas vigas de madeira de seção transversal retangular com aplicação de carga vertical, gerando o efeito de flexão simples. Verificou-se que a partir

da relação vão/altura maior que 21 ($L/h > 21$), o efeito do cisalhamento pode ser negligenciável para a determinação do deslocamento, não influenciando na determinação dos valores dos módulos de elasticidade à flexão (MOE).

Zangiacomo (2007) afirma que para elementos estruturais roliços de madeira, a partir da relação vão/diâmetro = 18, submetidos à flexão estática com carga concentrada aplicada no meio do vão, é possível desconsiderar as deformações devido ao cisalhamento no cálculo do MOE.

O modelo estrutural de flexão estática a quatro pontos é adotado pela norma americana ASTM D-198:1997 (Standard Test Method of Static Tests of Lumber in Structural Sizes), onde são aplicadas duas cargas concentradas a uma distância dos apoios no valor de um terço do comprimento do vão ($L/3$), sendo efetuadas as medidas de deslocamentos no ponto médio da viga para determinar o módulo de elasticidade à flexão (MOE). A equação (5) expressa o valor do módulo de elasticidade na flexão (MOE), sendo P a força aplicada no limite de proporcionalidade elástico, L a distância entre apoios, a é a distância entre as forças aplicadas, b a largura da viga, h a altura da viga e Δ é o deslocamento obtido no meio do vão. Nota-se que a equação (5) para a determinação do MOE, não considera as possíveis deformações por cisalhamento.

$$MOE = \frac{P \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{4 \cdot b \cdot h^3 \cdot \Delta} \quad (5)$$

Apresentando maior facilidade de execução e montagem do arranjo, o modelo estrutural de flexão estática a três pontos também é amplamente empregado em vigas. Este, por sua vez, possui a aplicação de uma única carga no ponto médio da peça. Foi utilizado nos estudos redigidos por Christoforo et al. (2013) e Mujika (2007).

Brancheriau et al. (2002) apud Mujika (2006) estudou a influência do modelo de ensaio em elementos de dimensões estruturais no valor do módulo de elasticidade à flexão. Para isso foram analisados os modelos de ensaio de flexão estática à três pontos e à quatro pontos. Os resultados obtidos se mostraram diferentes entre si, porém os maiores valores não corresponderam ao mesmo método.

A comparação entre os modelos também foi o objetivo dos estudos de Mujika (2006), na ocasião foi verificada uma diferença próxima de 5% entre os módulos de elasticidade à flexão dos dois modelos, com a flexão estática à quatro pontos apresentando os maiores valores. Para minimizar essa diferença, o autor desenvolve uma correção para os cálculos, e aplicando-

a verificou-se que a diferença reduz para cerca de 1%, porém com o método de flexão à quatro pontos ainda com os maiores valores.

Com a finalidade de comparar os resultados com o ensaio de compressão em corpos de prova de dimensões reduzidas, Zangiaco (2007) empregou o ensaio de compressão em elementos roliços de dimensões estruturais. Com a análise dos resultados, verificou-se que há diferenças significativas entre os valores de módulos de elasticidade e resistência obtidos em ensaios de compressão paralela às fibras em elementos estruturais e em corpos de prova de dimensões reduzidas, bem como entre os valores de MOE provenientes de ensaios de flexão estática em elementos estruturais e em corpos de prova normatizados.

O ensaio de flexão estática em elementos de dimensões estruturais apresenta uma vantagem interessante do ponto de vista econômico. Por se tratar de um ensaio não-destrutivo, o elemento pode ser posteriormente empregado aos seus devidos fins sem acarretar nenhum dano estrutural, uma vez que suas características mecânicas não foram alteradas. A fim de garantir que a peça não seja afetada, a norma brasileira ABNT NBR 7190 (1997), limita os deslocamentos máximos, correspondentes ao ponto médio da viga, pela razão $L/200$, garantindo assim que a peça permaneça no regime elástico.

Miná (2004), explica que o fato de não haver a necessidade de extração dos corpos de prova viabiliza o estudo da integridade estrutural da peça. E de acordo com Targa (2005), os ensaios não-destrutivos, além de garantir a integridade da peça também servem para verificar a existência ou não de descontinuidades ou defeitos, por meio de princípios físicos definidos, sem alterar suas características físicas, químicas, mecânicas ou dimensionais.

Outros ensaios não-destrutivos também são empregados, como o ensaio de vibração transversal e ultrassom. Burdzik e Nkwera (2002) empregaram o ensaio de vibração transversal para determinar os módulos de elasticidade longitudinal e transversal. Os resultados obtidos por esse método demonstraram-se consistentes quando comparados com as propriedades provenientes dos ensaios destrutivos descritos nos documentos normativos.

Trinca (2007) caracterizou as 12 constantes elásticas da madeira com o emprego do ensaio por ultrassom para três diferentes geometrias de corpos de prova, a saber: prismática, disco multifacetado e poliedro de 26 faces. Os resultados para os módulos de elasticidade longitudinal e transversal foram compatíveis com os obtidos nos ensaios de compressão estática. Para os coeficientes de Poisson a geometria prismática apresentou resultados mais próximos com os obtidos no ensaio de compressão.

4.2.2 Aplicação do Princípio do Trabalho Virtual

O Princípio do Trabalho Virtual (PTV) foi desenvolvido por John Bernoulli em 1717 e baseia-se na conservação de energia. Embora apresente inúmeras aplicações, é mais empregado na obtenção dos deslocamentos em determinados pontos sobre um corpo material. Para o corpo permanecer em equilíbrio estático, as cargas devem satisfazer as condições de equilíbrio, e os deslocamentos as de compatibilidade. Assim, as cargas externas (P) devem estar relacionadas com os esforços internos (u), por meio das condições de equilíbrio, e os deslocamentos externos (Δ) relacionados com as deformações internas (δ), por meio das condições de compatibilidade. Com o corpo se encontrando em regime elástico, as cargas são diretamente relacionadas com os deslocamentos por meio da lei de Hooke (HIBBELER, 2004).

$$U_e = U_i \quad ; \quad \sum P \cdot \Delta = \sum u \cdot \delta \quad (6)$$

Em particular, um método de aplicação do princípio dos trabalhos virtuais é o Método das Forças Virtuais (MFV), onde se aplica uma força virtual externa em uma determinada posição para calcular o deslocamento real externo neste ponto. Também pode ser efetuado o procedimento inverso aplicando PTV como um Método de Deslocamentos Virtuais (MDV), no qual se impõe deslocamentos virtuais quando o corpo é submetido a carregamentos reais. Esse método pode ser empregado para determinar forças externas, como por exemplos forças de reações. O MFV e o MDV são aplicados na determinação dos esforços em estruturas hiperestáticas (HIBBELER, 2004).

O Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), com o auxílio do Método das Forças Virtuais (MFV), será empregado a fim de encontrar uma expressão para o cálculo do deslocamento do ponto médio do elemento estrutural, considerando uma viga de seção transversal retangular submetida ao modelo estrutural de flexão estática a quatro pontos, como ilustra a Figura 1.

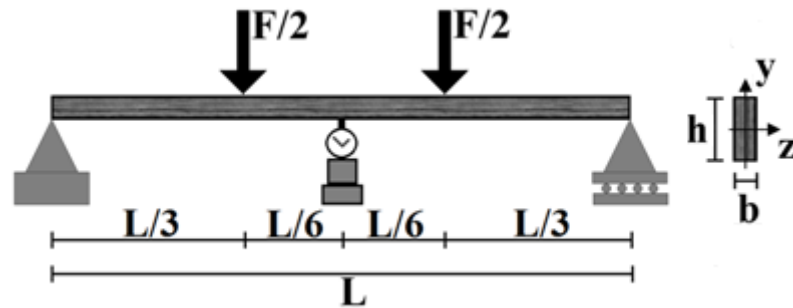


Figura 1 - Flexão estática à quatro pontos
Fonte: CHRISTOFORO (2014)

A expressão do trabalho virtual para um corpo submetido a esforços pode ser escrita de acordo com a equação (7).

$$P^* \cdot \delta = \int_0^L \frac{N^*(x) \cdot N(x)}{E \cdot A} dx + \int_0^L \frac{M^*(x) \cdot M(x)}{E \cdot I} dx + \int_0^L \frac{f_s \cdot V^*(x) \cdot V(x)}{G \cdot A} dx + \int_0^L \frac{T^*(x) \cdot T(x)}{G \cdot J} dx \quad (7)$$

Para o caso da viga em questão, são desenvolvidos apenas esforços de flexão simples e cisalhamento e, considerando apenas seus respectivos efeitos, o trabalho virtual pode ser descrito segundo a equação (8).

$$P^* \cdot \delta = \int_0^L \frac{M^*(x) \cdot M(x)}{E \cdot I} dx + \int_0^L \frac{f_s \cdot V^*(x) \cdot V(x)}{G \cdot A} dx \quad (8)$$

Onde,

P^* : carregamento virtual externo agindo na direção de δ ;

δ : deslocamento provocado pelas cargas reais que agem sobre a viga;

$M(x)$: momento interno na viga, expresso em função de x e provocado pelas cargas reais;

$M^*(x)$: momento virtual interno na viga, expresso em função de x e provocado pela carga virtual externa;

$V(x)$: cisalhamento interno na viga, expresso em função de x e provocado pelas cargas reais;

$V^*(x)$: cisalhamento virtual interno na viga, expresso em função de x e provocado pela carga virtual externa;

f_s : fator de forma da seção transversal (depende da geometria da seção transversal);

L : comprimento da viga;

E : módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young;

I : momento de inércia da área da seção transversal, calculado em torno do eixo neutro;

G : módulo de elasticidade transversal;

A : área da seção transversal.

O fator de forma adotado (f_s) para a seção transversal retangular é igual a $6/5$ e, usando a equação (8), no modelo estrutural adotado para o ensaio de flexão estática a quatro pontos, o deslocamento no ponto médio é expresso pela equação (9).

$$\Delta = \frac{23 \cdot P \cdot L^3}{1296 \cdot E \cdot I} + \frac{P \cdot L}{5 \cdot G \cdot A} \quad (9)$$

Na equação (9) a primeira parcela refere-se ao deslocamento provocado pela deformação normal devido ao esforço de momento fletor, já a segunda parcela refere-se ao deslocamento provocado pela distorção angular devido ao esforço de cisalhamento.

Em geral, por simplicidade, no cálculo do MOE considera-se apenas os efeitos gerados pelo momento fletor, dessa forma, desprezando a segunda parcela da equação (9) correspondente aos esforços de cisalhamento, se obtêm a expressão (10), empregada para determinar os valores dos módulos de elasticidade à flexão (MOE).

$$MOE = \frac{23 \cdot P \cdot L^3}{1296 \cdot \Delta \cdot I} \quad (10)$$

4.3 ENSAIOS EM CORPOS DE PROVA DE DIMENSÕES REDUZIDAS

Os ensaios empregados neste trabalho têm como objetivo a obtenção dos parâmetros de elasticidade da madeira, sendo utilizados para isso os fundamentos da Resistência dos

Materiais. Particularmente são utilizados ensaios de flexão estática, compressão paralela às fibras, compressão normal às fibras e compressão com as fibras inclinadas a 45°. Também são empregados os ensaios de densidade e teor de umidade, uma vez que interferem na rigidez da madeira.

4.3.1 Ensaio de Flexão Estática

As vigas, por serem elementos estruturais submetidos à flexão, desenvolvem tensões normais e cisalhantes. Essas tensões, no caso de flexão simples, são oriundas do momento fletor e do esforço de cisalhamento, sendo o último geralmente ignorado por apresentar baixa contribuição para a deformação do elemento (BAHADORI-JAHROME et al., 2005). Com isso, o corpo de prova empregado para este ensaio é constituído basicamente por uma viga em escala reduzida.

A norma brasileira ABNT NBR 7190 (1997), em seu Anexo B, estabelece o método para a determinação do módulo de elasticidade em ensaios de flexão estática (MOE) com força concentrada. Nele, descreve-se que o corpo de prova de seção retangular deve ser vinculado a dois apoios articulados móveis, com vão livre entre apoios igual a vinte e uma (21) vezes a altura da seção do elemento. Com esse espaçamento entre apoios, o efeito do cisalhamento torna-se desprezível no deslocamento da peça e conseqüentemente para o cálculo do módulo de elasticidade, conforme verificou Lahr (1983).

Com as seguintes expressões, é possível obter os valores do módulo de elasticidade à flexão (E_M - adotado aqui como MOE) e da resistência da madeira à flexão (f_M).

$$MOE = \frac{(F_{M,50\%} - F_{M,10\%}) \cdot L^3}{(V_{50\%} - V_{10\%}) \cdot 4 \cdot b \cdot h^3} \quad (11)$$

Onde:

$F_{M,10\%}$: carga correspondente a 10% da carga máxima estimada, aplicada ao corpo de prova;

$F_{M,50\%}$: carga correspondente a 50% da carga máxima estimada, aplicada ao corpo de prova;

$V_{10\%}$: deslocamento no meio do vão correspondente a 10% da carga máxima estimada;

$V_{50\%}$: deslocamento no meio do vão correspondente a 50% da carga máxima estimada;

L : comprimento entre os apoios;

b : largura da seção transversal do corpo de prova;

h : altura da seção transversal do corpo de prova.

$$f_M = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_e} \quad (12)$$

Onde:

$M_{m\acute{a}x}$: momento máximo aplicado ao corpo de prova;

W_e : módulo de resistência elástico da seção transversal do corpo de prova, dado por $bh^2/6$.

Os corpos de prova para este ensaio, de acordo com a mesma documentação apresentada, possuem as seguintes dimensões nominais, 5 x 5 x 115 centímetros, conforme é mostrado na Figura 2. Sendo assim, para se obter uma relação de $L/h = 21$, o comprimento entre os apoios deve ser de 105 centímetros, dessa forma os 10 centímetros restantes do corpo de prova são destinados ao posicionamento sob os apoios.

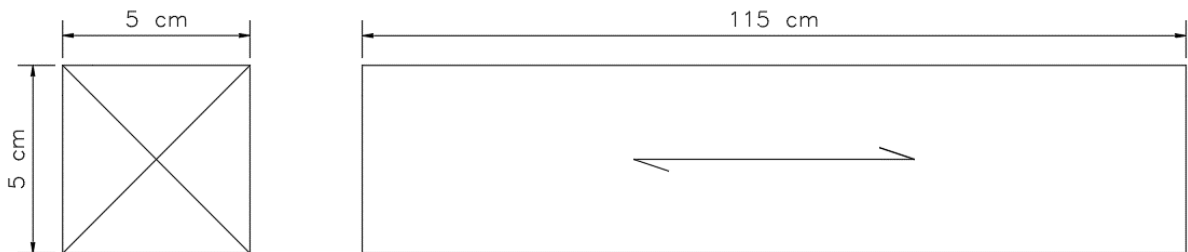


Figura 2 - Corpo de prova para ensaio de flexão
Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997)

A Figura 3 apresenta o diagrama de carregamento para a execução do ensaio.

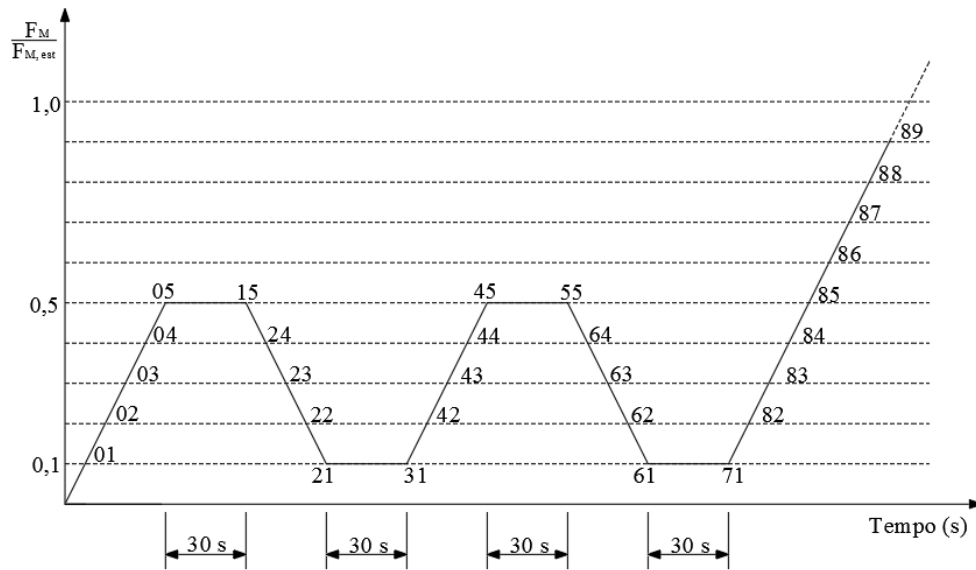


Figura 3 - Diagrama de carregamento - Determinação da rigidez da madeira à flexão
Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997)

4.3.2 Ensaio de compressão

Por meio do ensaio de compressão paralela às fibras padronizado pela ABNT NBR 7190 (1997) em corpos de prova, determina-se o módulo de elasticidade longitudinal (E_{c0}). Para isso, é empregada a equação (13) no trecho linear do diagrama Tensão x Deformação.

$$E_{c0} = \frac{\sigma_{50\%} - \sigma_{10\%}}{\varepsilon_{50\%} - \varepsilon_{10\%}} \quad (13)$$

Onde:

$\sigma_{50\%}$: tensão de compressão correspondente a 50 % da resistência à compressão paralela às fibras;

$\sigma_{10\%}$: tensão de compressão correspondente a 10 % da resistência à compressão paralela às fibras;

$\varepsilon_{50\%}$: deformação específica medida no corpo de prova, correspondente à tensão de $\sigma_{50\%}$;

$\varepsilon_{10\%}$: deformação específica medida no corpo de prova, correspondente à tensão de $\sigma_{10\%}$.

Para determinar a resistência à compressão paralela às fibras (f_{c0}), se utiliza a equação (14):

$$f_{c0} = \frac{F_{c0,m\acute{a}x}}{A} \quad (14)$$

Onde:

$F_{c0,m\acute{a}x}$: força máxima de compressão aplicada ao corpo de prova durante o ensaio;

A : área inicial da seção transversal comprimida.

Para este ensaio, a presente norma especifica as seguintes dimensões para o corpo de prova, 5 x 5 x 15 centímetros, sendo a maior dimensão correspondente a direção das fibras, conforme ilustra a Figura 4. Na Figura 5 demonstra-se o diagrama de carregamento.

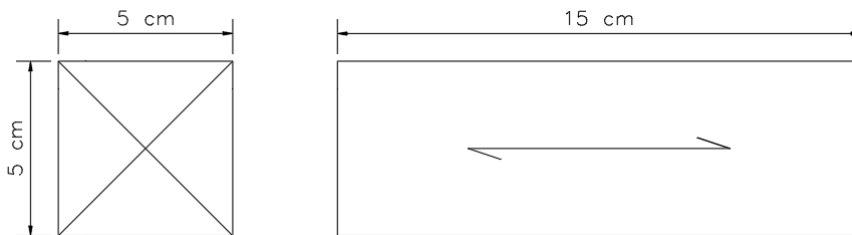


Figura 4 - Corpo de prova para ensaio de compressão paralela às fibras
Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997)

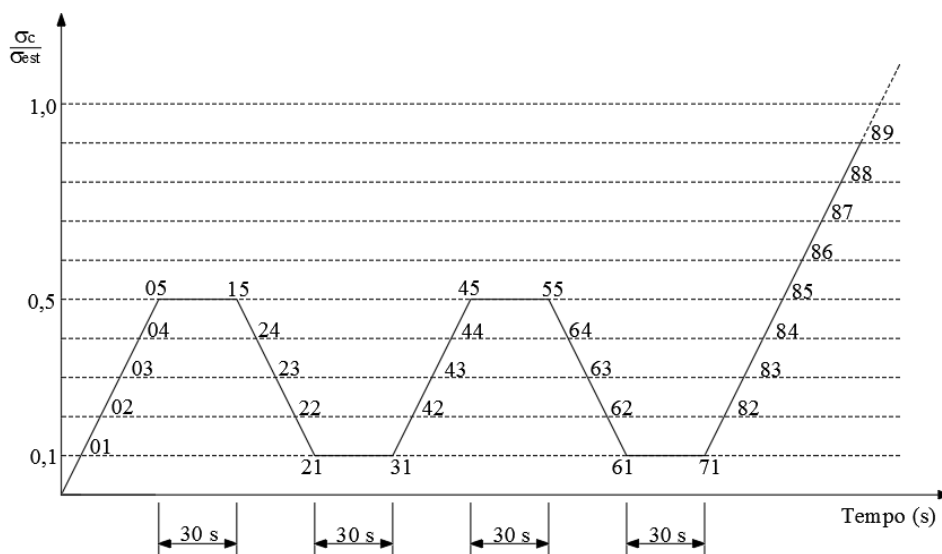


Figura 5 - Diagrama de carregamento - Determinação da rigidez da madeira à compressão
Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997)

Para determinar o módulo de elasticidade na direção normal às fibras é utilizado o ensaio de compressão normal, que por sua vez, apresenta características semelhantes ao outro ensaio de compressão, sendo o valor do módulo de elasticidade (E_{c90}) determinado pela equação (15). O corpo de prova utilizado é esquematizado na Figura 6, e possui dimensões nominais de 5 x 5 x 10 centímetros.

$$E_{c90} = \frac{\sigma_{50\%} - \sigma_{10\%}}{\varepsilon_{50\%} - \varepsilon_{10\%}} \quad (15)$$

Onde:

$\sigma_{50\%}$: tensão de compressão normal correspondente a 50 % da resistência convencional;

$\sigma_{10\%}$: tensão de compressão normal correspondente a 10 % da resistência convencional;

$\varepsilon_{50\%}$: deformação específica medida no corpo de prova na direção normal às fibras, correspondente à tensão de $\sigma_{50\%}$;

$\varepsilon_{10\%}$: deformação específica medida no corpo de prova na direção normal às fibras, correspondente à tensão de $\sigma_{10\%}$.

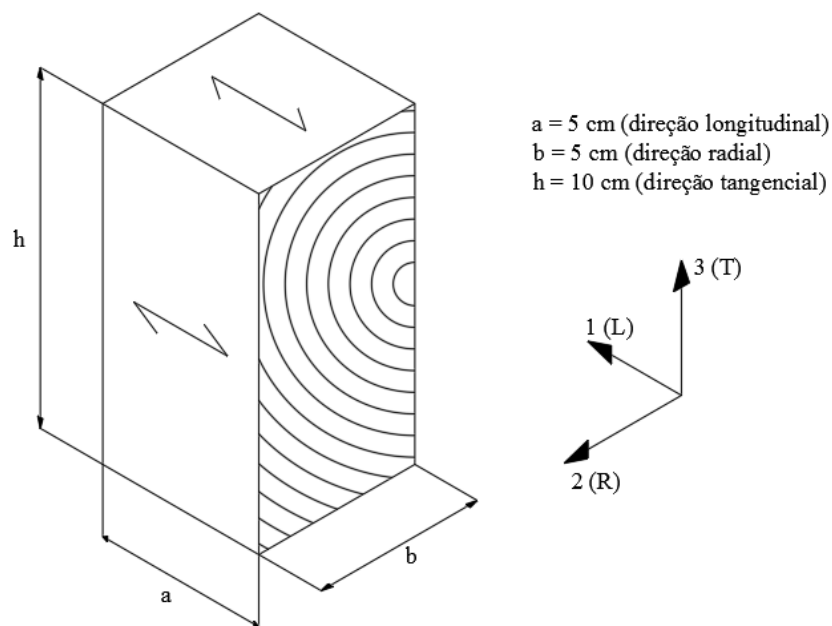


Figura 6 - Corpo de prova para ensaio de compressão normal às fibras
 Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997)

De acordo com as especificações da ABNT NBR 7190 (1997), a resistência à compressão normal às fibras (f_{c90}) é o valor determinado pela deformação específica residual de 2/1000, ou seja, de posse do diagrama Tensão x Deformação obtido do ensaio de compressão, traça-se uma reta paralela a porção linear partindo da deformação específica de 2/1000, o ponto ao qual a reta interceptar o diagrama corresponderá ao valor da resistência à compressão normal às fibras.

A referente norma não apresenta metodologias para a determinação experimental do módulo de elasticidade transversal (G), já comentado anteriormente, logo para tal será adotado a metodologia empregada por Furlani (1995), Balarin (2003) e Trinca (2011). Basicamente é constituído por um ensaio de compressão simples com os corpos de prova de dimensões semelhantes ao do ensaio de compressão paralela às fibras, porém com as fibras inclinadas, neste estudo será utilizada uma inclinação de 45°. Com o emprego das transformações de tensões e deformações é possível encontrar uma expressão para o cálculo do módulo de cisalhamento, sendo conhecidas as deformações e a tensão aplicada no corpo de prova.

No desenvolvimento da teoria aplicada para a obtenção do módulo de cisalhamento, foram adotados os eixos tangencial, longitudinal e radial, denominados respectivamente de X, Y e Z, e adotando o corpo de prova retirado no plano longitudinal-tangencial.

Com a finalidade de encontrar o módulo de elasticidade transversal (G) por meio do ensaio de compressão simples, é necessário que o corpo de prova seja extraído com as fibras inclinadas, de maneira a apresentar distorções, pois é com elas que se torna possível a determinação do módulo de cisalhamento.

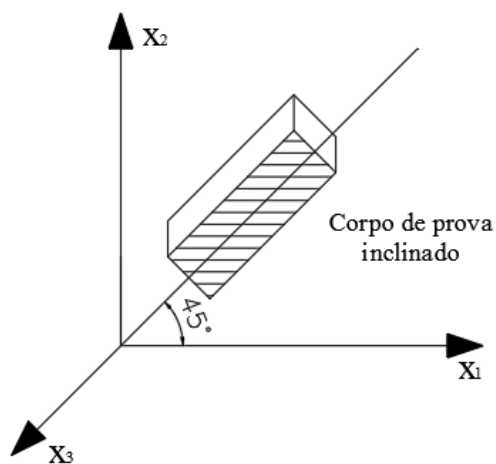


Figura 7 - Esquema do corpo de prova retirado em ângulo de 45°
Fonte: Adaptado de MASCIA (1991)

Considerando um plano tangencial-longitudinal, tratado agora como plano X-Y, com uma inclinação α em relação à longitudinal, a deformação no plano inclinado é dada pela expressão (16):

$$\varepsilon'_y = \varepsilon_y \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_x \cdot \sin^2 \alpha + \gamma_{yx} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (16)$$

Onde:

ε'_y : deformação na direção do plano inclinado;

ε_y : deformação na direção tangencial;

ε_x : deformação na direção longitudinal;

γ_{yx} : deformação angular no plano longitudinal-tangencial.

Com os valores de ε'_y , ε_y , ε_x e o ângulo α conhecidos, é possível determinar a variável γ_{yx} .

A partir de γ_{yx} se determina a deformação tangencial no plano inclinado (γ'_{yx}) pela expressão (17):

$$\gamma'_{yx} = 2 \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \gamma_{yx} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (17)$$

A tensão tangencial no plano inclinado é dada por:

$$\tau'_{yx} = (\sigma_x - \sigma_y) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \tau_{yx} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (18)$$

O módulo de cisalhamento é dado por:

$$G'_{yx} = \frac{\tau'_{yx}}{\gamma'_{yx}} \quad (19)$$

No caso particular do ângulo $\alpha = 45^\circ$ adotado por Trinca (2011), e uma vez que na compressão simples $\gamma_{yx} = 0$, $\tau_{yx} = 0$ e $\sigma_x = 0$, têm se:

$$\varepsilon'_y = \frac{\varepsilon_y + \varepsilon_x}{2} \quad (20)$$

$$\gamma'_{yx} = \varepsilon_x - \varepsilon_y \quad (21)$$

$$\tau'_{yx} = -\frac{\sigma_y}{2} \quad (22)$$

Assim, substituindo os valores em módulo das equações (21) e (22) (considerando o valor em módulo) em (19), se encontra a seguinte expressão (23):

$$G'_{yx} = \frac{\sigma_y}{2(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \quad (23)$$

Para esse caso deve ser conhecida a tensão aplicada e os deslocamentos, sendo necessário o uso de dois pares de extensômetros, um par posicionado na horizontal e outro na vertical do corpo de prova.

Segundo Trinca (2011), outra forma para determinação de G_{LT} é utilizando as expressões:

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{E_a \cdot (\text{sen}^2\alpha \cdot \text{cos}^2\alpha)} - \frac{\text{cos}^4\alpha}{E_T \cdot (\text{sen}^2\alpha \cdot \text{cos}^2\alpha)} - \frac{\text{sen}^4\alpha}{E_L \cdot (\text{sen}^2\alpha \cdot \text{cos}^2\alpha)} + \frac{2 \cdot \nu_{LT}}{E_T} \quad (24)$$

$$E_a = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} \quad (25)$$

Para um ângulo de $\alpha=45^\circ$ e ensaio de compressão simples ($\tau_{yx} = 0$ e $\sigma_x = 0$), o valor da tensão na direção inclinada (σ_a) pode ser obtido utilizando-se as transformações de coordenadas.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_z}{2} \cdot \text{cos}2\alpha + \tau'_{xy} \cdot \text{sen}2\alpha \quad (26)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y}{2} \quad (27)$$

Se os demais módulos forem obtidos utilizando ensaios em corpos de prova, o único valor desconhecido da equação é o G_{LT} . Nesse caso é necessário apenas um par de extensômetros posicionados na direção das fibras.

Da mesma forma como já detalhado para o plano LT, utilizando-se os equacionamentos já demonstrados pode-se determinar os outros dois módulos de elasticidade transversal.

Para G_{LR} , utilizam-se as equações (28) e (29):

$$G'_{zy} = \frac{\sigma_y}{2 \cdot (\varepsilon_z - \varepsilon_y)} \quad (28)$$

Ou

$$\frac{1}{G_{LR}} = \frac{1}{E_a \cdot (\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha)} - \frac{\text{cos}^4 \alpha}{E_R \cdot (\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha)} - \frac{\text{sen}^4 \alpha}{E_L \cdot (\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha)} + \frac{2 \cdot \nu_{LR}}{E_L} \quad (29)$$

Para G_{RT} , utilizam-se as equações (30) e (31):

$$G'_{xz} = \frac{\sigma_z}{2 \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_z)} \quad (30)$$

Ou

$$\frac{1}{G_{RT}} = \frac{1}{E_a \cdot (\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha)} - \frac{\text{cos}^4 \alpha}{E_R \cdot (\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha)} - \frac{\text{sen}^4 \alpha}{E_T \cdot (\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha)} + \frac{2 \cdot \nu_{TR}}{E_T} \quad (31)$$

4.3.3 Densidade e Teor de Umidade

Fagundes (2003) aponta que a densidade e o teor de umidade da madeira estão diretamente relacionados a diversos fatores, como a trabalhabilidade, instabilidade dimensional, dureza, resistência, isolamento térmico e acústico e durabilidade da madeira, sendo imprescindível a apuração de tais propriedades físicas.

As diretrizes da norma ABNT NBR 7190 (1997), indicam os procedimentos para realização dos ensaios densidade e teor de umidade. O corpo de prova para os dois ensaios são

os mesmos, apresentando as seguintes dimensões, 2 x 3 x 5 centímetros, nas respectivas direções, radial, transversal e longitudinal, como ilustra a Figura 8.

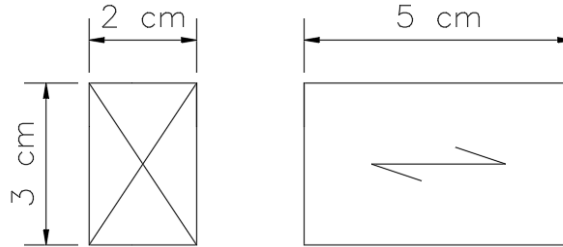


Figura 8 - Corpo de prova para determinação da densidade e do teor de umidade
Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997)

A densidade aparente (ρ_{ap}) é dada pela equação (32).

$$\rho_{ap} = \frac{m_{12}}{V_{12}} \quad (32)$$

Onde:

m_{12} : massa da madeira a 12 % de umidade;

V_{12} : volume da madeira a 12 % de umidade.

Para determinar o teor de umidade da madeira (U), utiliza-se a equação (33):

$$U(\%) = \frac{m_i - m_s}{m_s} \cdot 100 \quad (33)$$

Onde:

m_i : massa inicial da madeira;

m_s : massa da madeira seca.

Para determinar a massa seca, durante o processo de secagem a massa do corpo de prova deve ser medida a cada 6 horas, até que ocorra uma variação, entre duas medidas consecutivas, menor ou igual a 0,5 % da última medida. Esta última medida será considerada a massa seca.

4.4 MEF – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método de Elementos Finitos (MEF) foi desenvolvido para a análise de meios contínuos, possibilitando a avaliação de grande parte dos sistemas físicos encontrados na engenharia. Com o crescente avanço da ciência os modelos matemáticos se tornaram uma ferramenta confiável e de aplicações práticas, na engenharia, proporcionando maior economia quando comparado com os modelos físicos (SORIANO, 2002).

De acordo com Lotti (2016), na aplicação do MEF o meio contínuo é discretizado, isto é, dividido em elementos espaciais com as mesmas propriedades do material original e em uma quantidade finita de elementos que são interligados por pontos conhecidos como nós, e com o auxílio dos modelos matemáticos é possível resolver as equações diferenciais que descrevem cada um desses elementos.

Segundo Reddy (2006) a discretização de um domínio geral apresenta certas vantagens como a representação de estruturas de várias geometrias e níveis de complexidade, a inclusão de propriedades distintas em materiais dissimilares e a identificação de efeitos localizados como concentrações de tensões.

Em geral, os softwares que são destinados para análise em elementos finitos necessitam de um elevado número de dados de entrada, como: coordenada de pontos nodais, conectividade de elementos, códigos de apoio, forças aplicadas, etc., fornecem um elevado número de resultados como: deslocamentos nodais, reações de apoio, tensões em elementos, etc. (SORIANO, 2002).

Para este estudo foi utilizado o software *Autodesk Mechanical Simulation 2017*®, o mesmo é conhecido por ser um produto que oferece ferramentas precisas e ágeis em simulações mecânicas, otimizando o projeto e validando o comportamento de produtos através de modelos matemáticos configurados pelo usuário. Esse software disponibiliza ferramentas de edição como a definição do material em isotrópico ou ortotrópico. Dentre as várias opções de configuração do material isotrópico é possível alterar o módulo de elasticidade, a densidade do material, o coeficiente de Poisson e o coeficiente de expansão térmica. Já no material ortotrópico é possível alterar o módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e coeficiente de expansão térmica em cada um dos eixos, radial, longitudinal e tangencial, além da densidade do material (AUTODESK, 2017).

Com relação aos resultados obtidos, é possível avaliar o deslocamento, tensão e deformação. Tais resultados podem ser observados em cada nó da malha criada previamente e alguns valores podem ser obtidos para cada eixo do sistema de coordenadas cartesiano.

5 MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho consistiu em análises experimentais, teóricas e numéricas, sendo os ensaios realizados no Laboratório de Sistemas Estruturais e no Laboratório de Materiais para Construção ambos da UTFPR câmpus Campo Mourão. Para o desenvolvimento dessa pesquisa foi utilizada a madeira oriunda de folhosa nativa da espécie *Apuleia leiocarpa* (Classe de Resistência D 40), constituindo-se de uma viga de seção transversal retangular com as seguintes dimensões nominais, 80 x 200 x 7500 milímetros, representando respectivamente largura, altura e comprimento.

A madeira foi adquirida em uma empresa da cidade de Campo Mourão, armazenada em local coberto e sob apoios, elevando-a para não haver contato com o solo, até atingir a umidade de equilíbrio.

5.1 ENSAIOS EM CORPOS DE PROVA DE DIMENSÕES ESTRUTURAIIS

O primeiro ensaio realizado foi o de flexão estática a quatro pontos, não destrutivo, com cargas concentradas a uma distância $L/3$ do vão, a fim de determinar o módulo de elasticidade (MOE) da peça. Tais procedimentos foram realizados no pórtico de reação, composto de uma estrutura metálica combinada com um pistão hidráulico acoplado em uma célula de carga com capacidade de 100 kN. O mesmo foi executado ininterruptamente, no mesmo dia, garantindo assim que os resultados não sofressem interferência de variação do teor de umidade e condições de exposição.

Com o objetivo de analisar a influência das tensões de cisalhamento no deslocamento do elemento estrutural, o ensaio se repetiu para diferentes distâncias entre os apoios, resultando em diferentes relações vão/altura. Essas relações correspondem aos seguintes valores: 37,5, 35, 32,5, 27,5, 25, 22,5, 20, 17,5, 15, 12,5, 10 e 7,5.

Portanto, como a altura da peça era de 20 centímetros, a relação máxima $L/h = 37,5$ corresponde a um vão de 7,5 metros, já a menor relação $L/h = 7,5$ corresponde a um vão de 1,5 metros. Não foi possível executar o ensaio para a relação $L/h = 30$ devido ao arranjo adotado, uma vez que se encontraram dificuldades em instalar e posicionar de forma adequada os transdutores de deslocamentos que se localizavam nas extremidades, nas regiões dos apoios. A peça foi cortada, no comprimento, quando atingiu as relações $L/h = 25$ e $L/h = 10$, ou seja,

quando o comprimento total do vão passou a ser de 5 metros e 2 metros respectivamente, a fim de facilitar o seu manuseio. Nos primeiros cortes foram retirados 1,25 metros de cada extremidade, e no segundo 1,5 metros de cada lado.

A Figura 9 detalha o esquema do ensaio de flexão estática a quatro pontos em uma viga de seção transversal retangular.

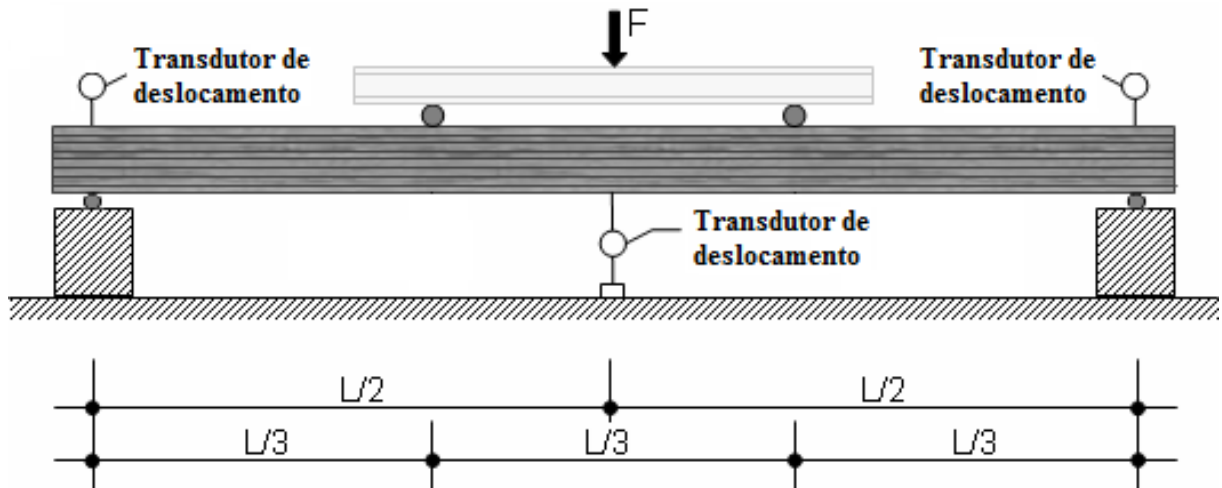


Figura 9 - Esquemática do arranjo de flexão estática à quatro pontos
 Fonte: Adaptado de CHRISTOFORO (2013)

O elemento estrutural foi posicionado inicialmente sob dois apoios móveis, constituídos por cilindros de aço. Várias marcações foram feitas na peça, correspondente as relações L/h , indicando a posição dos apoios.

Para determinar o deslocamento vertical máximo, foi instalado um transdutor de deslocamento no meio do vão com sensibilidade de centésimos de milímetros. Com a finalidade de se obter resultados com maior precisão, também foram instalados dois transdutores de deslocamentos auxiliares com sensibilidade de milésimos de milímetros, um em cada extremidade, para quantificar os deslocamentos gerados devido ao possível efeito do amassamento das fibras nas regiões de apoio, fazendo assim a correção no valor obtido do transdutor de deslocamento central. Na Figura 10 demonstra-se a configuração dos apoios e também o posicionamento dos transdutores de deslocamento.

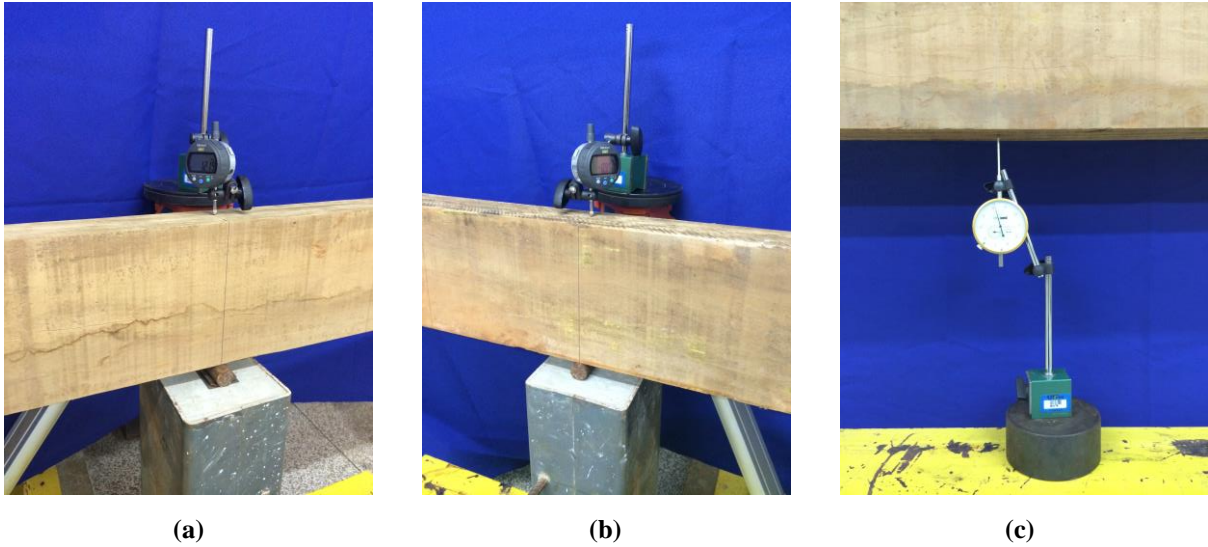


Figura 10 - Posicionamento dos transdutores de deslocamento: (a) Transdutor de deslocamento auxiliar sobre o apoio esquerdo; (b) Transdutor de deslocamento auxiliar sobre o apoio direito; (c) Transdutor de deslocamento central

Fonte: O autor

Com o objetivo de distribuir a força concentrada aplicada no meio do vão, por meio do pistão hidráulico acoplado no pórtico de reação, para os dois pontos à distância $L/3$ dos apoios, foi necessário o uso de uma viga auxiliar.

Após esses procedimentos o ensaio foi executado, sendo a força medida por um transdutor de força (célula de carga) com capacidade de 100 kN, previamente calibrada, e um sistema digital de aquisição de dados da marca Alfa Instrumentos modelo 3101C, e o correspondente deslocamento determinado com auxílio dos transdutores de deslocamento. Foram realizados três ciclos de carregamento e descarregamento para cada relação L/h , sendo registrado apenas os resultados do terceiro ciclo, os deslocamentos máximos foram limitados pela razão $L/200$, para garantir que o material permanecesse no regime elástico como definido na norma ABNT NBR 7190 (1997). No total esse procedimento foi repetido 12 vezes, uma para cada relação L/h .

Na Figura 11 demonstra-se a execução de um ensaio de flexão, atentando-se para a viga auxiliar empregada para distribuir o carregamento.



Figura 11 - Ensaio de flexão estática à quatro pontos

Fonte: O autor

A partir dos valores de força e deslocamentos, com o emprego da equação (10), determinaram-se os valores dos Módulos de Elasticidade à Flexão (MOE) experimentais.

5.2 ENSAIOS EM CORPOS DE PROVA DE DIMENSÕES REDUZIDAS

Após o término dos ensaios de flexão estática, a peça original se encontrou dividida em 5 partes, com as denominações e dimensões apresentadas na Tabela 5 e esquematizadas na Figura 12.

Tabela 5 - Partes retiradas da viga

Peça	1 - (Esquerda)	2 - (Esquerda)	3 - (Central)	2 - (Direita)	1 - (Direita)
Dimensão (m)	1,25	1,5	2,0	1,5	1,25

Fonte: O Autor

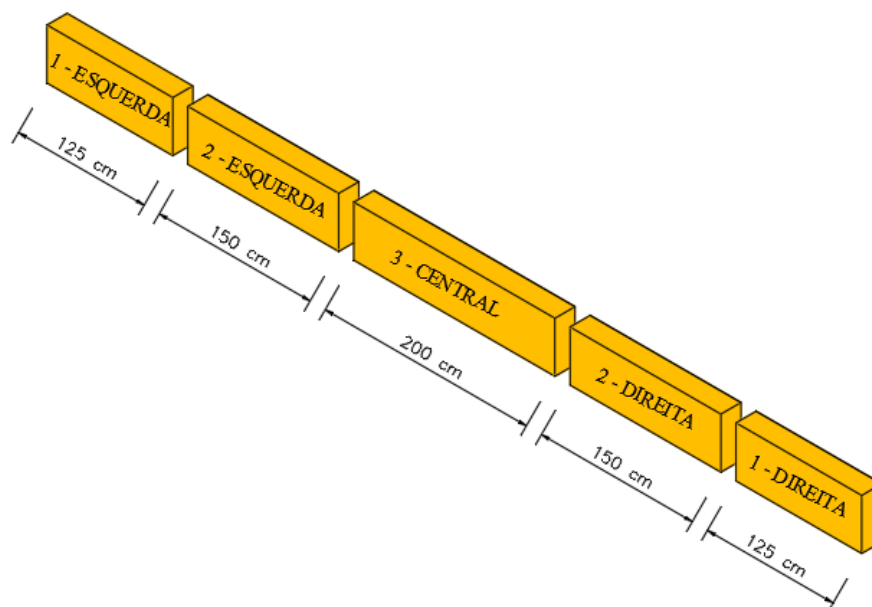


Figura 12 – Esquematização das partes retiradas da viga

Fonte: O autor

As 5 peças foram aparelhadas até atingirem a largura de 50 milímetros, e a partir das peças de seção transversal de 50 x 200 milímetros se extraíram os corpos de prova para os ensaios de densidade e teor de umidade, flexão estática, compressão paralela às fibras, compressão normal às fibras e compressão com as fibras inclinadas, sendo os últimos retirados com as mesmas dimensões dos corpos de prova para o ensaio de compressão paralela, porém, com as fibras inclinadas em 45°. Na Tabela 6 se encontra a quantidade de corpos de prova retirados de cada peça, bem como o número destinado para cada ensaio.

Tabela 6 - Corpos de prova retirados das peças

Peça	1 - E	2 - E	3 - C	2 - D	1 - D	Total
Compressão Paralela	3	6	6	6	4	25
Flexão Estática	1	1	1	2	1	6
Compressão Normal	3	4	4	0	3	14
Compressão com as Fibras Inclinadas	0	0	1	0	1	2
Densidade e Teor de Umidade	8	8	6	8	6	36

Fonte: O Autor

Na Figura 13 demonstra-se a configuração de extração dos corpos de prova da peça 1-E.

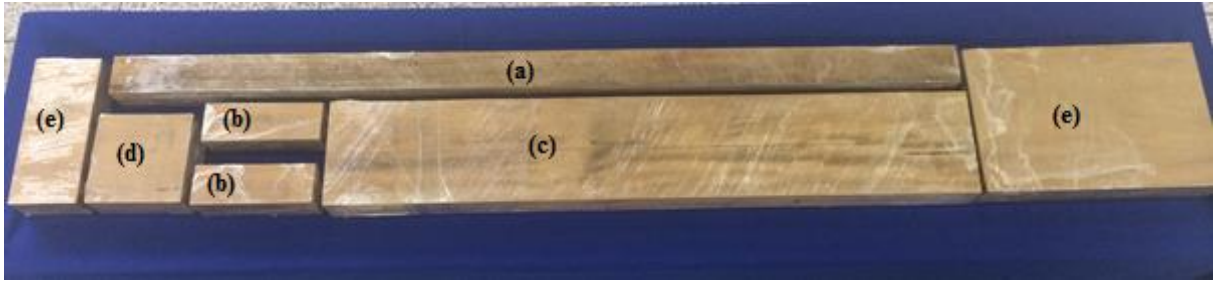


Figura 13 - Configuração de extração dos corpos de prova: (a) Corpo de prova de flexão; (b) Corpos de prova de compressão paralela às fibras; (c) Peça para corpos de prova de compressão paralela e normal às fibras; (d) Peça para corpos de prova de teor de umidade e densidade; (e) Região sujeita a defeitos
Fonte: O Autor

Os ensaios de densidade e teor de umidade, compressão paralela às fibras, compressão normal às fibras e flexão estática foram efetuados conforme a norma brasileira ABNT NBR 7190 (1997), sendo ilustrados nas Figuras 14, 15, 16 e 17, respectivamente.



Figura 14 - Corpos de prova para ensaio de densidade e teor de umidade
Fonte: O Autor



Figura 15 - Ensaio de compressão paralela às fibras
Fonte: O Autor



Figura 16 - Ensaio de compressão normal às fibras
Fonte: O Autor



Figura 17 - Ensaio de flexão estática
Fonte: O Autor

Tais ensaios foram executados com a Máquina Universal de Ensaio modelo DL 30000 da marca EMIC. Já para os ensaios de teor umidade e densidade foram usados uma balança modelo AS 2000C da marca Marte, com capacidade máxima de 2000 g e sensibilidade de 0,001 g, e uma câmara de secagem.

Devido a dificuldade em distinguir e conseqüentemente extrair os corpos de prova nas direções tangencial e radial, o resultado obtido no ensaio de compressão normal foi considerado sendo E_T , ou seja, módulo de elasticidade na direção tangencial, que conforme descrito no capítulo anterior, assume valores próximos de E_R , e por isso são considerados equivalentes neste estudo.

De maneira análoga, para os ensaios de compressão com as fibras inclinadas, foi apenas verificado o módulo de elasticidade transversal no plano longitudinal-tangencial (G_{LT}), que por sua vez, assume valores próximos aos avaliados no plano longitudinal-radial (G_{LR}) e, portanto, são considerados como sendo equivalentes. Já os valores de G_{RT} não são avaliados devido a impossibilidade de obtenção dos corpos de prova, uma vez que as dimensões da seção transversal da viga são fatores limitantes, sendo assim o seu valor foi admitido conforme as relações expostas no capítulo anterior, admitindo $G_{LT} = 10. G_{RT}$, de acordo com Bodig & Jayne (1993).

Para execução dos ensaios de compressão com as fibras inclinadas foram utilizados para medir as deformações extensômetros elétricos de resistência denominados de “strain gages”, modelo KFG-10-120-C1-11 da marca KYOWA, de dimensão de 10 mm com fator de gage $2.10 \pm 1.0\%$ e resistência de gage de 119.8 ± 0.2 . Os mesmos foram posicionados nas faces opostas ao plano onde se desejava determinar o módulo de elasticidade transversal, nesse caso no plano longitudinal-transversal. Foram colocados 2 extensômetros elétricos na direção horizontal e dois na direção vertical em faces opostas, conforme a Figura 18.

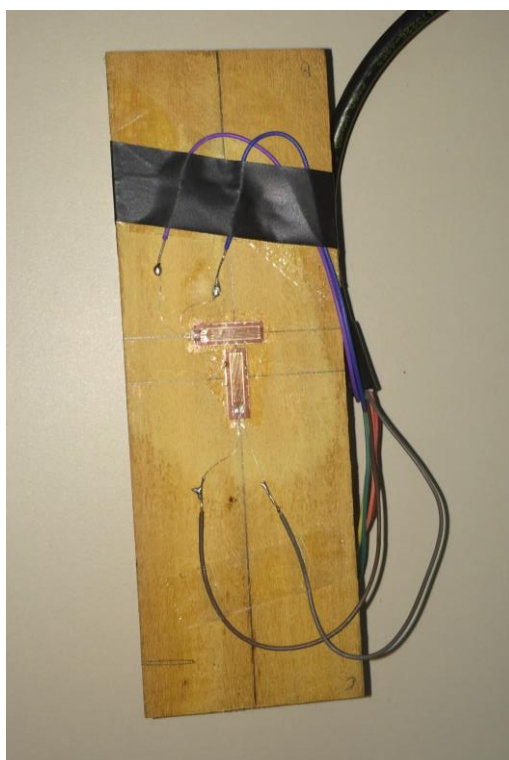


Figura 18 - Instalação dos extensômetros elétricos de resistência
Fonte: O Autor

Os corpos de prova foram submetidos a um carregamento monotônico crescente de 10 MPa/min, como os outros ensaios de compressão, e possuíam as seguintes dimensões nominais, 50 x 50 x 150 milímetros, com uma inclinação das fibras de 45° . Foi considerado uma força limitante de ensaio de 40 kN. A partir do sistema de aquisição de dados AqDAnalysis 7, da marca Lynx, os valores de deslocamentos medidos pelos extensômetros elétricos de resistência foram determinados. Com a posse de todos os dados e com o auxílio da equação (23), foi obtido o valor do módulo de elasticidade transversal (G). Na Figura 19 demonstra-se a execução do ensaio.



Figura 19 - Ensaio de compressão com as fibras inclinadas
Fonte: O Autor

Este procedimento foi efetuado para apenas dois corpos de prova em função do elevado custo do ensaio e devido ao número de extensômetros elétricos de resistência necessários.

5.3 AVALIAÇÃO NUMÉRICA

Para este estudo a modelagem foi realizada por meio dos softwares educacionais *Autodesk Inventor Professional 2017®* e *Autodesk Mechanical Simulation 2017®*, que possibilitam o desenho e a criação do modelo numérico, respectivamente.

Com o intuito de avaliar os valores de MOE com o emprego do Método dos Elementos Finitos foram criados 12 modelos numéricos correspondentes a cada um dos ensaios de flexão estática à quatro pontos. A modelagem foi executada em regime elástico linear, com elemento sólido (brick), material ortotrópico e para a criação dos modelos foram usadas as constantes elásticas obtidas dos ensaios em corpos de prova de dimensões reduzidas.

Guimarães (2016) afirma que os coeficientes de Poisson podem ser negligenciados na modelagem, apresentando pequenas interferências nos resultados finais, dessa forma para este trabalho os mesmos foram considerados nulos.

Para a alimentação do modelo, foi utilizado o carregamento idêntico ao aplicado nos ensaios de flexão estática, com o propósito de assegurar que os deslocamentos numéricos assumam valores próximos aos dos deslocamentos experimentais, e conseqüentemente garantir a permanência do regime elástico linear, uma vez que os deslocamentos experimentais atendem a relação $L/200$. A partir do modelo numérico foram obtidos os deslocamentos para cada uma das 12 relações vão/altura. Aplicando tais deslocamentos na equação 10, foi possível determinar os valores de MOE via análise numérica.

A Figura 20 ilustra o esquema estático de flexão à quatro pontos definido no software *Autodesk Mechanical Simulation 2017*®, e na Figura 21 demonstra-se o detalhamento da malha, com elementos cúbicos com aproximadamente 16 milímetros de lado, o que garante resultados satisfatórios, ambas figuras correspondem a relação $L/h = 25$, ou seja, considerando a viga com um vão de 5000 mm.

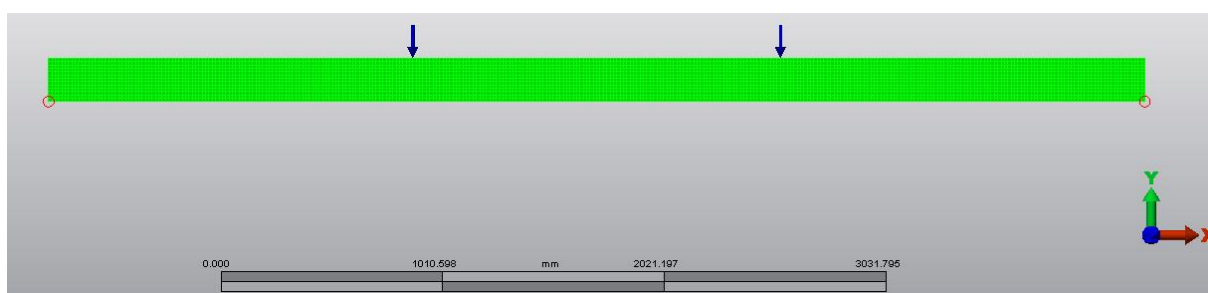


Figura 20 - Arranjo estático no software
Fonte: O Autor

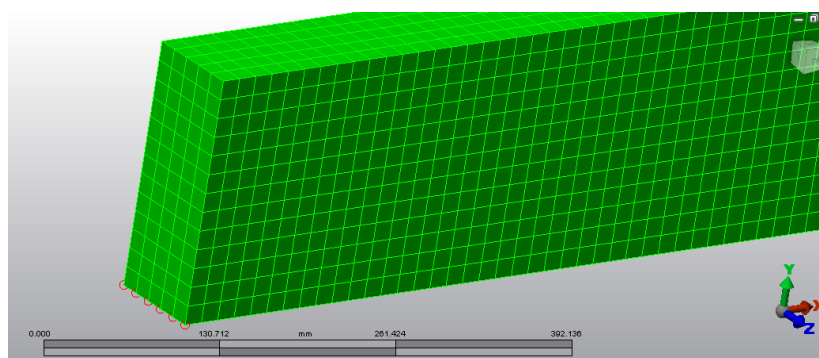


Figura 21 - Detalhamento da malha
Fonte: O Autor

6 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Para melhor visualização e interpretação dos resultados, os mesmos foram descritos separadamente de acordo com o ensaio efetuado. A análise dos mesmos é realizada no próximo capítulo.

6.1 UMIDADE E DENSIDADE

Os valores de densidade e teor de umidade foram obtidos por meio de ensaios em corpos de prova, com os resultados expostos na Tabela 7.

Tabela 7 - Densidade aparente e teor de umidade obtidos dos corpos de prova

(Continua)

Corpo de prova	Teor de umidade (%)	Densidade aparente (kg/m³)
1-1E	14,83	834,42
2-1E	14,40	838,03
3-1E	13,63	830,85
4-1E	14,75	845,42
5-1E	14,70	830,65
6-1E	14,58	819,23
7-1E	14,79	842,11
8-1E	14,61	845,27
1-2E	13,58	861,50
2-2E	13,67	870,57
3-2E	15,51	862,60
4-2E	15,53	879,39
5-2E	15,51	859,19
6-2E	15,39	864,79
7-2E	15,39	871,07
8-2E	15,51	880,36
1-3C	14,39	844,29
2-3C	14,40	848,84
3-3C	14,42	849,17

(Conclusão)		
Corpo de prova	Teor de umidade (%)	Densidade aparente (kg/m ³)
4-3C	14,44	844,22
5-3C	14,37	811,50
6-3C	14,33	859,76
1-2D	15,96	840,33
2-2D	15,08	868,53
3-2D	15,49	851,51
4-2D	15,24	854,11
5-2D	15,98	856,63
6-2D	15,03	864,74
7-2D	14,95	883,91
8-2D	14,96	871,82
1-1D	15,29	839,71
2-1D	15,20	857,88
3-1D	15,19	861,45
4-1D	14,84	828,55
5-1D	14,79	838,22
6-1D	14,94	841,25
Média	14,88	851,44
Desv.P	0,59	17,17
C.V.	3,95%	2,02%

6.2 COMPRESSÃO PARALELA ÀS FIBRAS

Os valores apresentados neste tópico foram obtidos por meio da metodologia prescrita pelo documento normativo brasileiro ABNT NBR 7190 (1997). A Tabela 8 mostra os resultados dos módulos de elasticidade à compressão paralela às fibras e as respectivas tensões de ruptura para os vinte e cinco (25) corpos de prova, bem como os valores de desvio padrão e coeficiente de variação.

Tabela 8 - Resultados do ensaio de compressão paralela às fibras

Corpo de prova	f_{c0} (MPa)	E_{c0} (MPa)
1-1E	65,00	17.884
2-1E	65,19	17.971
3-1E	62,51	16.883
1-2E	61,56	18.338
2-2E	63,13	19.140
3-2E	62,75	19.661
4-2E	63,93	19.677
5-2E	65,13	17.710
6-2E	63,37	20.272
1-3C	63,26	18.668
2-3C	62,92	18.802
3-3C	60,90	18.278
4-3C	64,66	17.412
5-3C	65,23	18.198
6-3C	65,13	19.265
1-2D	61,89	18.321
2-2D	64,70	18.051
3-2D	62,75	16.515
4-2D	62,73	17.698
5-2D	58,51	15.792
6-2D	60,63	17.425
1-1D	59,14	16.829
2-1D	59,53	19.323
3-1D	59,55	18.832
4-1D	60,60	16.838
Média	62,59	18.151
Desv.P.	2,08	1.096,29
C.V.	3,32%	6,04%

6.3 COMPRESSÃO NORMAL ÀS FIBRAS

Os quatorze (14) corpos de prova submetidos ao ensaio de compressão normal apresentaram os seguintes resultados, de acordo com a Tabela 9.

Tabela 9 - Resultados do ensaio de compressão normal às fibras

Corpo de prova	f_{c90} (MPa)	E_{c90} (MPa)
1-1E	11,09	1.217
2-1E	11,14	1.144
3-1E	12,52	2.250
1-2E	10,37	1.210
2-2E	10,16	1.267
3-2E	10,99	1.231
4-2E	10,93	1.224
1-3C	10,94	1.157
2-3C	11,82	2.160
3-3C	12,13	2.352
4-3C	15,53	2.053
1-1D	11,06	1.217
2-1D	12,33	1.347
3-1D	10,68	1.026
Média	11,55	1.490
Desv.P.	1,35	478
C.V.	11,69%	32,08%

6.4 ENSAIO DE COMPRESSÃO COM AS FIBRAS INCLINADAS

O Módulo de Elasticidade Transversal (G) no plano longitudinal-tangencial foi obtido através do ensaio de compressão simples com as fibras inclinadas em ângulo de 45° em conjunto com a equação (23), já demonstrada anteriormente. Os resultados são expostos na Tabela 10.

Tabela 10 - Resultados dos ensaios de compressão com às fibras inclinadas

Corpo de prova	G_{LT} (Mpa)
1-3C	1.403
1-1D	1.464
Média	1.434
Desv.P.	43,25
C.V.	3,02%

6.5 FLEXÃO

A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos por meio do ensaio de flexão padronizado pela norma brasileira.

Tabela 11 - Resultados do ensaio de flexão estática

Corpo de Prova	f_M (MPa)	MOE (MPa)
1E	112,45	15.272
2E	87,10	15.135
3C	105,23	16.273
1-2D	110,50	17.296
2-2D	109,58	16.374
1D	111,26	16.808
Média	106,02	16.194
Desv.P.	9,59	849
C.V.	9,05%	5,24%

6.6 RESUMO DAS PROPRIEDADES ELÁSTICAS

Com a finalidade de contribuir com a exposição dos resultados, a Tabela 12 foi criada. A mesma apresenta um resumo dos valores médios dos parâmetros elásticos obtidos por meio dos ensaios em corpos de prova. A determinação desses valores constitui-se num dos objetivos do presente trabalho, pois os mesmos foram utilizados nas avaliações analíticas e numéricas do MOE.

Tabela 12 - Resumo das propriedades de resistência e rigidez

Rigidez (MPa)		Resistência (MPa)	
E_{C0}	18.151	f_{C0}	62,59
E_{C90}	1.490	f_{C90}	11,55
G_{LT}	1.434	-	-
MOE	16.194	f_M	106,02

A Tabela 13 apresenta os valores dos 12 parâmetros elásticos utilizados para a avaliação numérica. Esses valores foram obtidos por meio dos ensaios em corpos de prova e, devido a impossibilidade de proceder com a caracterização elástica completa da madeira, se fez necessário o uso das correlações expostas na revisão bibliográfica.

Tabela 13 - Resumo dos parâmetros elásticos empregados na análise numérica

ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
18.151	1.490	1.490	143	1.434	1.434

6.7 FLEXÃO EM ELEMENTO DE DIMENSÕES ESTRUTURAIS

A Tabela 14 apresenta os valores de MOE calculados para as doze (12) relações L/h utilizadas nos ensaios de flexão estática.

Tabela 14 - MOE - Experimental

(Continua)

L/h	MOE (MPa)
37,5	18.091
35,0	17.989
32,5	17.871
27,5	17.295
25,0	17.330
22,5	17.236
20,0	16.751

(Conclusão)	
L/h	MOE (MPa)
17,5	16.606
15,0	16.456
12,5	16.017
10,0	15.909
7,5	14.038

A realização do ensaio com a relação $L/h = 30$, correspondente a distância entre os apoios de seis metros, foi comprometida devido a dificuldade em instalar e posicionar de forma adequada os relógios comparadores empregados nas regiões dos apoios.

Na determinação dos valores de MOE, foram utilizados valores do diagrama Força x Deslocamento correspondente ao regime elástico. A Figura 22 apresenta o diagrama ilustrado para as doze relações L/h .

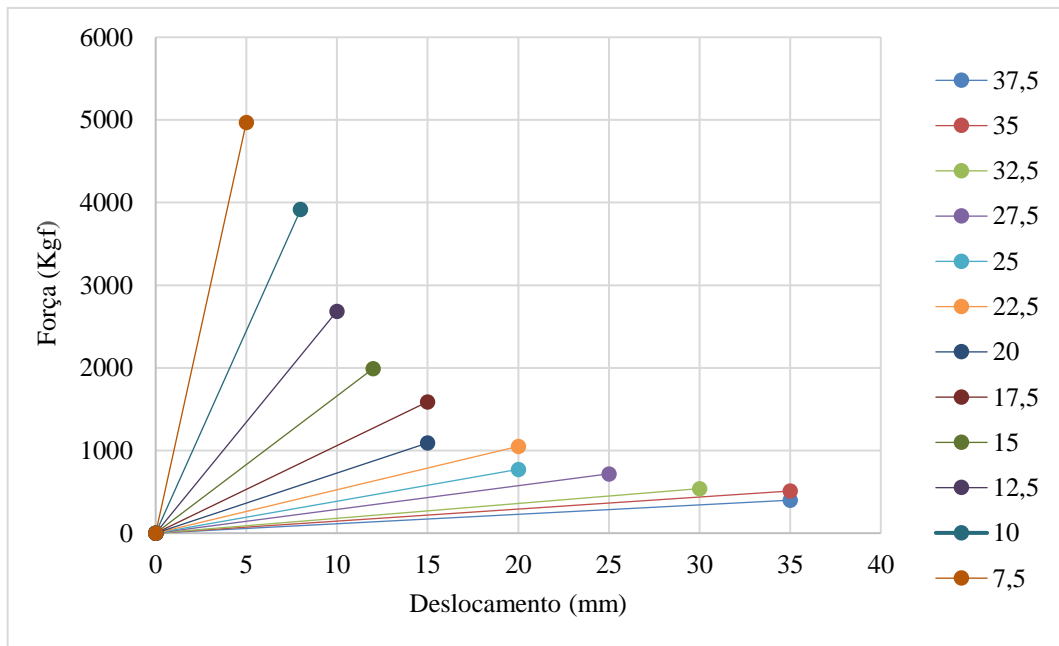


Figura 22 - Diagrama Força x Deslocamento dos ensaios de flexão
Fonte: O Autor

6.8 VALORES DE MOE CALCULADOS DE FORMA ANALÍTICA

Para a determinação dos valores analíticos de MOE, fez-se o uso das equações 9 e 10, sendo que a equação 9 foi utilizada para o cálculo dos deslocamentos considerando os efeitos provenientes do momento fletor e do esforço cortante, enquanto que a equação 10 foi utilizada para determinar o valor do MOE, desprezando o esforço cortante.

Assim os valores teóricos dos deslocamentos foram obtidos por meio da equação 9, para todas as relações L/h , utilizando os valores de módulo de elasticidade longitudinal (E) e transversal (G) dos ensaios em corpos de provas de dimensões reduzidas. Com a posse de tais valores de deslocamentos e em conjunto com a equação 10, determinou-se então os valores analíticos de MOE, expostos na Tabela 15.

Tabela 15 - MOE - Teórico

L/h	MOE (MPa)
37,5	18.004
35,0	17.982
32,5	17.955
27,5	17.879
25,0	17.822
22,5	17.747
20,0	17.642
17,5	17.492
15,0	17.266
12,5	16.903
10,0	16.274
7,5	15.062

6.9 VALORES DE MOE NUMÉRICO

O cálculo dos valores numéricos de MOE foi realizado por meio da equação 10, com o emprego dos valores dos deslocamentos obtidos das análises numéricas.

A partir dos deslocamentos oriundos das análises numéricas e com o auxílio da equação 10 foram obtidos os valores de MOE para as 12 relações vão/altura, de acordo com a

Tabela 16. Tais deslocamentos satisfazem a relação $L/200$, garantindo assim a linearidade física do material.

L/h	MOE (MPa)
37,5	18.034
35,0	18.016
32,5	17.963
27,5	17.891
25,0	17.874
22,5	17.814
20,0	17.728
17,5	17.605
15,0	17.397
12,5	17.082
10,0	16.469
7,5	15.345

Na Figura 23 demonstra-se o resultado de uma das avaliações numéricas realizadas no software *Autodesk Mechanical Simulation 2017*® com a relação $L/h = 25$, correspondente a distância de 5 metros entre os apoios.

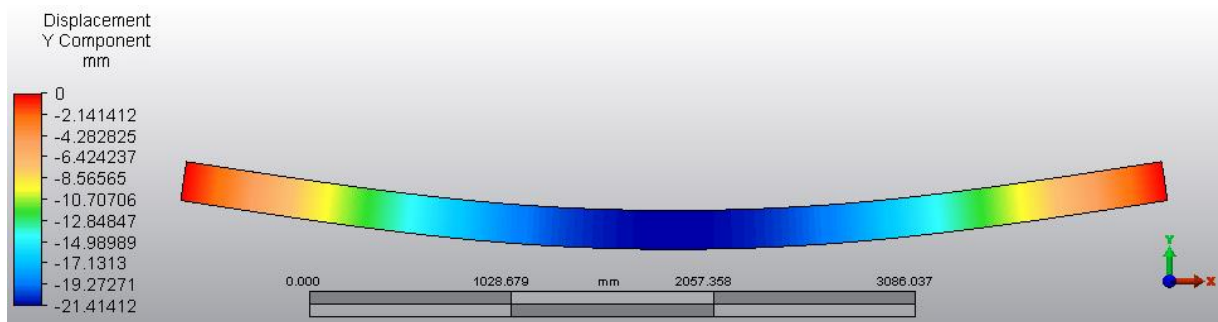


Figura 23 - Análise numérica para $L/h = 25$

Fonte: O Autor

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O gráfico da Figura 24 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos referentes ao MOE e ao E_{C0} .

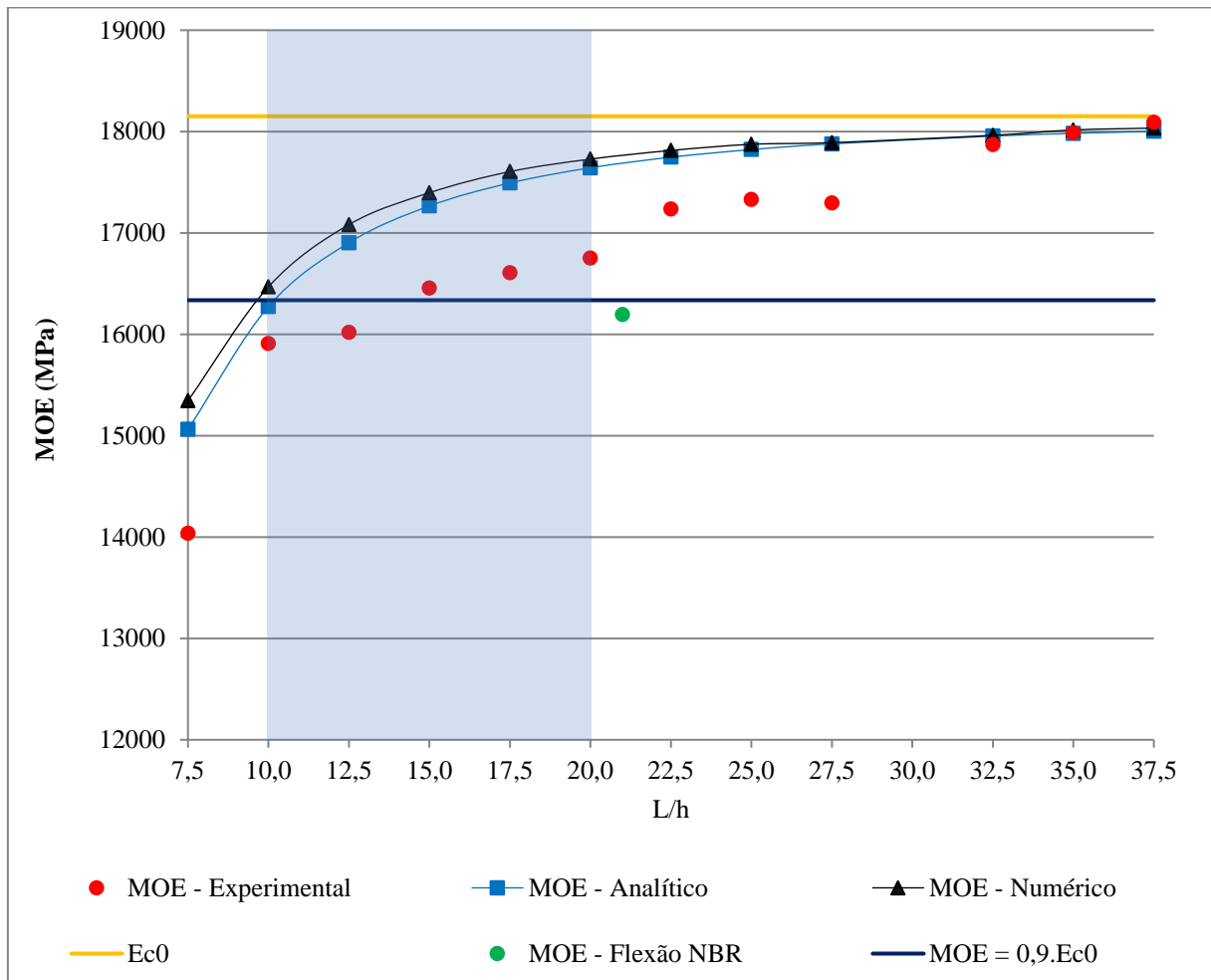


Figura 24 - Comparação dos resultados
Fonte: O Autor

A figura destaca a faixa comum de utilização de vigas de madeira com relações L/h entre 10 e 20.

No mesmo gráfico foi inserido o valor do módulo de elasticidade médio à compressão paralela obtido por meio dos ensaios padronizados conforme ABNT NBR 7190 (1997).

Também foi inserido o valor médio do MOE obtido de ensaio padronizado conforme ABNT NBR 7190 (1997).

Observando o gráfico de resultados da Figura 24 pode-se notar que a relação L/h da viga influencia no valor do MOE. Isso pode ser explicado pelo fato da equação utilizada para a determinação do valor do MOE, equação 10, desconsiderar a deformação por cisalhamento. É possível verificar por meio de análise visual que para relações L/h abaixo de 32,5 a deformação por cisalhamento começa a ter influência no deslocamento total da viga. Para relações de L/h entre 10 e 20, comumente empregados na prática, a influência da deformação por cisalhamento é de 12,36% e 7,71% respectivamente.

Ainda com relação a Figura 24, é possível notar que os valores de MOE numérico e analíticos se mostraram superiores com relação aos resultados experimentais, apresentando uma maior rigidez à flexão.

A norma NBR 7190 (1997) preconiza que para o cálculo da flecha em vigas de madeira, deve-se utilizar o valor do MOE obtido conforme as equações 1 e 2. No caso particular de madeira folhosa, a norma estabelece a seguinte relação, $MOE = 0,9.E_{C0}$. Os resultados dos valores de MOE experimental para $L/h = 10$ e $L/h = 20$ apresentaram as seguintes relações respectivamente quando comparada com o valor de E_{C0} : $MOE = 0,88.E_{C0}$ e $MOE = 0,92.E_{C0}$.

Pode-se notar que a consideração das equações 1 e 2 é uma simplificação razoável para o intervalo de L/h entre 10 e 20.

Ocorre que conforme informado na bibliografia a versão de revisão da ABNT NBR 7190 (2011) suprimiu as equações 1 e 2, que minoram o valor do MOE, da ABNT NBR 7190 (1997), considerando que o módulo de elasticidade à flexão MOE seja igual ao E_{C0} , para qualquer vão. Tal alteração afeta diretamente o cálculo dos deslocamentos, resultando em valores inferiores aos apresentados pela estrutura, ou seja, os deslocamentos resultantes são obtidos desconsiderando os efeitos gerados pelos esforços cisalhantes, o que compromete o dimensionamento de vigas de madeira, uma vez que em geral, os Estados Limites de Serviço é o fator limitante.

A partir dos resultados dos ensaios em corpos de prova foi possível obter algumas relações importantes, como $E_L = 12,66.G$, o que se mostrou um pouco distante do valor recomendado pela norma que é de $E_L = 20.G$, mas próximo a relação auferida por Trinca (2011) para a mesma espécie, onde $E_L = 7,7.G$. Além disso a relação entre o módulo de elasticidade obtido do ensaio de flexão e o módulo de elasticidade longitudinal proveniente do ensaio de compressão paralela às fibras, ambos realizados segundo a ABNT NBR 7190 (1997), foi de 0,89.

8 CONCLUSÕES

Para a completa caracterização elástica da madeira, e conseqüentemente para implementação dos modelos numéricos, se faz necessário o conhecimento dos doze parâmetros elásticos: três módulos de elasticidade longitudinais (E_L , E_T e E_R), três módulos de elasticidade transversais (G_{LR} , G_{LT} e G_{RT}) e seis coeficientes de Poisson (ν_{LR} , ν_{RL} , ν_{RT} , ν_{TR} , ν_{LT} e ν_{TL}). Porém devido as dimensões da peça algumas constantes não foram obtidas experimentalmente, sendo necessário realizar certas considerações como, $E_T = E_R$, $G_{LR} = G_{LT}$ e os valores dos coeficientes de Poisson foram considerados nulos, tudo isso efetuado com base na bibliografia consultada. Pode-se concluir que tais considerações não afetaram a consistência dos resultados.

A metodologia empregada para a obtenção do G_{LR} com as equações formuladas a partir da teoria de transformação de tensões e deformações no plano e com os deslocamentos obtidos com o sistema de aquisição de dados, apresentou resultados próximos aos indicados na revisão de bibliografia, o que viabiliza a utilização do método, uma vez que a norma não apresenta uma metodologia experimental para determinação dos módulos de elasticidade transversais, contendo apenas uma estimativa com base no E_{C0} . Se observou que para a determinação dos três módulos de elasticidade transversais é necessário que a peça tenha dimensões elevadas para a retirada dos corpos de prova com as fibras inclinadas, o que não se verificou com a viga analisada.

A consideração de doze relações L/h para o cálculo do MOE foi suficiente para obter valores satisfatórios graficamente, sendo possível visualizar de maneira clara por meio das curvas o efeito do cisalhamento em função da relação vão/altura. As três curvas obtidas a partir dos valores de MOE, experimentalmente, analiticamente e numericamente, se mostraram muito próximas entre si, aumentando a confiabilidade dos resultados. Dessa forma os resultados apontam que a influência das deformações por cisalhamento é significativa em vigas de madeira serrada com seção transversal maciça e retangular.

Com base nos resultados, as equações apresentadas na norma NBR 7190 (1997), que visam corrigir os valores do MOE, constituem-se em uma simplificação razoável para o intervalo de L/h entre 10 a 20. Destaca-se que apesar dessa pesquisa ter sido realizada utilizando-se apenas uma viga de uma espécie, os resultados sinalizam que o texto de revisão da NBR 7190 (2011) não é adequado. A versão atualmente em vigor NBR 7190 (1997), que sugere as equações para o cálculo do MOE é mais adequada que a versão 2011.

Como sugestão para trabalhos futuros, sugere-se a investigação da influência do cisalhamento nas deformações em vigas sujeitas a flexão simples de espécies de coníferas. Para isso sugere-se a determinação das suas constantes elásticas e realização da modelagem numérica da viga, além do ensaio de flexão estática da mesma e a avaliação teórica com o objetivo de analisar os valores de MOE. De posse desses resultados pode-se proceder com a comparação entre os valores provenientes das análises experimentais, analíticas e numéricas com os valores de MOE obtidos por meio dos ensaios preliminares de caracterização da madeira em conjunto com as especificações prescritas pela norma brasileira.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D198: standard test methods of static tests of lumber in structural sizes**. Philadelphia, 1997.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT): NBR7190. **Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 1997.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT): NBR7190. **Projeto de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 2011.

AUTODESK, Knowledge Network. **Autodesk Simulation Mechanical 2017 - Help**. 2017. Disponível em < <http://help.autodesk.com/view/ASMECH/2017/ENU/> >. Acesso em 08 mar. 2017.

BAHADORI-JAHROME, Ali et al. Influence of cross-section on the strength of timber beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, v. 159, n. 2, p. 103-114, 2006.

BALLARIN, A. W., NOGUEIRA, M. Caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora*. **Cerne**, v.9, n. 1, p. 066-080, 2003a.

BALLARIN, A. W., PALMA, H. A. L. Propriedades de resistência e rigidez da madeira juvenil e adulta de *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, v.27, n.3, p. 371-380, 2003b.

BODIG, J., JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites**, 2. ed. Malabar. Flórida: Krieger, 1993.

BURDZIK, W.M.G., NKWERA, P.D. Transverse vibration tests for prediction of stiffness and strength properties of full size *Eucalyptus grandis*. **Forest Products Journal**, v.52, n.6, p.63, 2002.

CHRISTOFORO, A. L., FILHO, S. L. M. R., PANZERA, T. H., LAHR, F. A. R. Metodologia para o cálculo dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal em vigas de madeira de dimensões estruturais. **Ciência Rural**, v. 43, n.4, p. 610-615, 2013.

CHRISTOFORO, A. L., PANZERA, T., SILVA, D. A. L., FIORELLI, J., LAHR, F. A. R. Shear and longitudinal modulus of elasticity in structural lumber Beams. **International Journal of Agriculture and Forestry**, v. 4, n.1, p. 31-36, 2014.

FAGUNDES, H. A. V. **Produção de madeira serrada e geração de resíduos do processamento de madeira de florestas plantadas no Rio Grande do Sul**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Porto Alegre, 2003.

FOREST PRODUCTS LABORATORY. 2010. **Wood handbook - Wood as an engineering material**. General Technical Report FPL-GTR-190. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. 508 p. 2010.

FURLANI, J.E. **Um estudo sobre a variação numérica do coeficiente de Poisson na madeira, considerando a anisotropia do material**. 1995. 144 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1995.

GILLIS, P. P. Orthotropic Elastic Constants of Wood. **Wood Science and Technology**, v.6, n.2, p. 138-156, 1972.

GÓES, J. L. N. (2002). **Análise de vigas de madeira pregadas com seção composta I**. 2002. 123 f. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2002.

GUIMARÃES, Haddan W. **Estudo de modelos analíticos e numéricos para o cálculo de flecha em vigas I-Joist**. 2016. 80f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2016.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 5 ed. Pearson Pretice Hall. São Paulo, 2004.

ICIMOTO, F. H., FERRO, F. S., DE ALMEIDA, D. H., CHRISTOFORO, A. L., LAHR, F. A. R. Influence of the wood specimen position on calculus of the bending modulus of elasticity. **International Journal of Materials Engineering**, v. 3, n. 3, p. 41-46, 2013.

LOTTI, Raquel S. et al. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **R Dental Press Orton Ortop Facial**, v. 11, n. 2, p. 35-43, 2006.

MASCIA, N.T. **Considerações a respeito da anisotropia na madeira.** 1991. 295 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1991.

MINÁ, A.J.S. et al. Avaliação não destrutiva de postes de madeira por meio de ultrassom. **Scientia Forestalis**, v.65, p.188-196, 2004.

MIOTTO, J. L., DIAS, A. A. Produção e avaliação de vigas de madeira laminada colada confeccionadas com lâminas de Eucalipto. **Revista Tecnológica**, p. 37-47, 2010.

MUJKA, F. On the difference between flexural moduli obtained by three-point and four-point bending tests. **Polymer testing**, v. 25, n. 2, p. 214-220, 2006.

MUJKA, F. On the effect of shear and local deformation in three-point bending tests. **Polymer Testing**, v. 26, n. 7, p. 869-877, 2007.

REDDY, Junuthula Narasimha. **An introduction to the finite element method.** New York: McGraw-Hill, 1993.

ROCCO LAHR, F. A. **Sobre a determinação de propriedades de elasticidade da madeira.** 1983. 216 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1983.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2002.

TARGA, L. A., BALLARIN, A. W., BIAGGIONI, M. A. M. Avaliação do módulo de elasticidade da madeira com uso de método não-destrutivo de vibração transversal. **Engenharia Agrícola**, v.25, n.2, p.291-299, 2005.

TRINCA, A. J. **Metodologia para determinação das constantes elásticas da madeira por ultrassom.** 2011. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2011.

ZANGIÁCOMO, A. L. **Estudo de elementos estruturais roliços de madeira.** 2007. 70 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007.