

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

THIAGO SIRINO

**ANÁLISE DETALHADA DA DINÂMICA DE BOLHAS ISOLADAS EM CANAIS
CONFINADOS**

CURITIBA

2023

THIAGO SIRINO

**ANÁLISE DETALHADA DA DINÂMICA DE BOLHAS ISOLADAS EM CANAIS
CONFINADOS**

**DETAILED ANALYSIS OF SINGLE BUBBLES DYNAMICS IN CONFINED
CHANNELS**

Tese apresentada como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia – Área de Concentração: Engenharia Térmica, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales, Dr.

Coorientador: Fabio Ernesto Mancilla Ramos, Dr.

CURITIBA

2023



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Curitiba



THIAGO SIRINO

ANÁLISE DETALHADA DA DINÂMICA DE BOLHAS ISOLADAS EM CANAIS CONFINADOS

Trabalho de pesquisa de doutorado apresentado como requisito para obtenção do título de Doutor Em Engenharia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Engenharia Térmica.

Data de aprovação: 05 de Setembro de 2022

Dr. Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Fabio Alencar Schneider, Doutorado - Faculdades Integradas do Brasil (Unibrasil)

Dr. Luis Mauro Moura, Doutorado - Pontifícia Universidade Católica do Paraná (Pucpr)

Dr. Marcelo Souza De Castro, Doutorado - Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

Dr. Moises Alves Marcelino Neto, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 05/09/2022.

Dedico este trabalho à minha querida família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Jailson e Sirlene, ao meu irmão, Thales e minha avó, Benedita por todo o amor, incentivo, apoio e segurança necessários durante o período do doutorado, e à Annanda e minha filha de quatro patas, Bertha, por terem estado sempre ao meu lado, me confortando nos momentos desafiadores do trabalho.

Ao meu orientador, professor Rigoberto, pela oportunidade, confiança e apoio necessários para a conclusão da tese, e ao meu co-orientador, Ernesto, pelas sugestões e discussões relacionadas ao tema da tese.

Aos meus amigos do NUEM pelo companheirismo e agradáveis momentos no laboratório.

Por fim, ao NUEM, à UTFPR e à PETROBRAS (TC. 5850.0107257.18.9), pela estrutura que permitiu a realização deste estudo.

“What a long, strange trip it’s been”

(Grateful Dead)

RESUMO

No presente trabalho foi desenvolvido um estudo com a finalidade de avaliar a influência da parede na dinâmica de bolhas isoladas ascendendo em canais retangulares preenchidos com água. Foram empregadas duas técnicas experimentais de visualização, *shadowgraph* e velocimetria por imagens de partículas (PIV). O trabalho foi dividido em duas partes. A primeira parte corresponde ao confinamento em uma direção, onde foi observado que para uma distância entre paredes menores a 8,5 mm a bolha sofre uma queda drástica de velocidade. Dessa forma, geometrias com distâncias entre paredes menores que 8,5 mm foram consideradas confinadas. Nesses casos observou-se uma diminuição na deformação das bolhas, além de trajetórias em ziguezague e um grande desprendimento de vórtices. Também foram propostas correlações para velocidade e coeficiente de arrasto em função do grau de confinamento. Na segunda parte foi estudada a influência do confinamento do canal em duas direções, onde foram analisadas as trajetórias, formatos, velocidades e flutuação de velocidade das bolhas. Observou-se que a queda de velocidade com o confinamento não depende somente do diâmetro hidráulico do canal, mas também da direção do confinamento e do tamanho da bolha. A proximidade das paredes é responsável pelo aumento no coeficiente de arrasto devido às perdas de energia causadas por colisões e pelo aumento das tensões cisalhantes na superfície das bolhas. Além disso, o aumento do grau de confinamento aumenta as frequências de oscilação das bolhas. Não foram encontradas na literatura correlações para avaliar a dinâmica das bolhas em canais retangulares confinados como os apresentados neste estudo e, assim sendo, foram propostas correlações para velocidade e coeficiente de arrasto dependentes do grau de confinamento.

Palavras-chave: bolhas isoladas, técnicas experimentais, direção de confinamento, velocidade, coeficiente de arrasto.

ABSTRACT

The main goal of the present study is to evaluate the influence of the walls on the dynamics of isolated bubbles rising in rectangular channels filled with water. To achieve the objective, two experimental techniques were applied, namely the shadowgraph and particle image velocimetry (PIV), and the bubbles were split into three size bins (small, medium and large). In addition, the work was divided in two parts. The first one corresponds to the confinement in one direction, in which it was observed that for an 8.5-mm distance between walls the bubble velocity drastically dropped. Thus, geometries with wall-to-wall distances smaller than 8.5 mm were considered as confined ones. In these cases, a decrease in the bubble deformation was noted, as well as zigzag trajectories and a large vortex shedding. Furthermore, correlations for drag coefficient and velocity were proposed as functions of the confinement degree. The second part of the study corresponds to the confinement of the channels in two directions and bubble paths, shapes, velocities and velocity fluctuations were analyzed. It was observed that the velocity decrease with the confinement depends not only on the hydraulic diameter of the channel but also on the confinement direction and bubble size. The proximity between the walls is responsible for the drag increase, which owes to the energy loss caused by collisions and higher shear stresses on the bubble surface. Furthermore, the confinement degree increase is responsible for high oscillatory frequencies as the amplitude and wavelength are reduced. Also, no correlations were found in the literature to evaluate bubble dynamics in confined rectangular channels such as those presented in this study and, therefore, correlations were proposed for velocity and drag coefficient dependent on the degree of confinement.

Keywords: isolated bubbles, confinement direction, velocity, drag coefficient.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Regimes de escoamento de bolhas: (a) bolhas idealmente separadas, (b) interagindo, (c) capa esférica e (d) aglomeradas.....	22
Figura 2 - Esboço de Leonardo da trajetória espiralada de uma bolha ascendendo.	24
Figura 3 - Reservatório de óleo naturalmente fraturado.....	25
Figura 4 - Formatos de bolha escoamento livre em um meio infinito sobre a influência da gravidade.....	31
Figura 5 - Diagrama de Grace para os formatos de bolhas e velocidade de ascensão da bolha. O número de Morton está designado por M no diagrama.	32
Figura 6 - Principais forças envolvidas na ascensão de uma bolha em um líquido.	34
Figura 7 - Coeficientes de arrasto, C_D , para bolhas como função do número de Reynolds, Re , para uma faixa de números de Haberman-Morton, H_m	36
Figura 8 - Curva de estabilidade com Número crítico de Weber como função de número de Reynolds para vários líquidos.	40
Figura 9 - Trajetória de uma bolha elipsoidal mudando de retilínea para helicoidal quando a razão de aspecto da bolha excede 1,6.....	42
Figura 10 - Regimes de formato e trajetórias.....	43
Figura 11 - Esteiras duplas para duas gotas diferentes movendo em água (a) e (b) com números de Reynolds 225 e 220 respectivamente.....	44
Figura 12 - Esteira aberta e instável atrás de uma bolha com formato de “capa esférica”.....	45

Figura 13 - Duas vistas, plano frontal e lateral, da onda com dois filamentos atrás de uma bolha com trajetória espiral quase perfeita.....	46
Figura 14 - Estrutura da esteira da bolha em trajetória de ziguezague.....	47
Figura 15 - Curva típica da velocidade terminal de bolhas em função do tamanho em líquidos de baixa viscosidade.....	49
Figura 16 - Velocidade terminal da bolha em função do diâmetro equivalente em água a 20°C.....	50
Figura 17 - Esquema do escoamento de uma bolha em uma célula Hele-Shaw...	52
Figura 18 - Comparação entre formatos de bolhas: imagens tiradas do experimento e das simulações numéricas.....	53
Figura 19 - Bolha ascendendo em canal confinado, as imagens a esquerda correspondem ao plano de confinamento e as imagens a direita são do plano não confinado:(a) escoamento retilíneo, (b) leve ziguezague e (c) ziguezague.	55
Figura 20 - Figura esquemática da bancada experimental: (a) configuração geral, sendo o retângulo amarelo a área de visualização; o sistema de injeção e posicionamento do espelho também são mostrados; (b) vista lateral do confinamento e (c) as dimensões da bolha, em que a, b e c são os eixos representados por linhas tracejadas em azul, vermelha e preta respectivamente.	58
Figura 21 - Passos do processamento de imagens da bolha: (a) imagem crua; (b) imagem sem fundo; (c) imagem binarizada; (d) detecção interfaces;(e) imagem com pixels preenchidos; (f) detecção centroide (cruz vermelha).....	60
Figura 22 - Esquema do aparato experimental:(a) esquema tridimensional do canal; (b)vista lateram e (c) vista superior.....	62

Figura 23 - Esquema da bancada experimental: (a) esquema tridimensional do PIV, (b) vista lateral do canal com o plano bidimensional formado pelo feixe de luz emitido pelo laser.....	64
Figura 24 - Razão de aspecto da bolha para a vista frontal (χ_1) em função da razão de aspecto da vista lateral (χ_2). Os círculos representam as bolhas pequenas, os losangos representam as bolhas médias e os quadrados as bolhas grandes.....	67
Figura 25 - Razão de aspecto em função de GAP/D, em que os círculos representam as bolhas pequenas, os losangos correspondem as bolhas médias e os quadrados as bolhas grandes. A linha pontilhada indica o GAP/D=2,7.....	67
Figura 26 - (a) Razão de aspecto em função do número de Eötvos para sistemas confinados comparado com o modelo de Wellek et al. (1966), (b) razão de aspecto em função do número de Weber comparado com modelos para sistemas não confinados; linhas sólidas correspondem as correlações propostas no presente estudo para $We < 2$ e $We > 2$	69
Figura 27 - Comparação de velocidades de subida da bolha em função do seu diâmetro para todos os <i>gaps</i> com o modelo de Clift et al., 1978. Círculos representam bolhas pequenas, losangos correspondem as bolhas médias e quadrados representam as bolhas grandes.....	70
Figura 28 - Velocidade de subida em relação a razão de aspecto: (a) bolhas pequenas, (b) bolhas médias, (c) bolhas grandes. As linhas tracejadas indicam a divisão para o <i>gap</i> de 8,5 mm. A linha contínua representa o modelo de Tomiyama et al. (2002).....	71
Figura 29 - Hipótese: (a) colisão da bolha contra a parede, (b) linhas de corrente ao redor da bolha para casos não confinados, (c) linhas de corrente alongadas na parede.....	74
Figura 30 - (a) Velocidade de subida como função do fator de confinamento, GAP/D, (b) velocidade de subida normalizada em função do confinamento.....	75

Figura 31 - Diagrama de estabilidade para a transição de uma trajetória de bolha estável para instável em um sistema não confinado (Cano-Lozano et al., 2013) com os dados do presente estudo. Os marcadores não preenchidos representam as trajetórias instáveis.....	76
Figura 32 - Campos de escoamento gerados pela passagem das bolhas: (a), (b) e (c) correspondem a bolhas pequenas nos <i>gaps</i> de 8 mm, 5 mm e 3 mm, respectivamente; (d), (e) e (f) representam as bolhas médias; (g), (h) e (i) correspondem as bolhas grandes.....	77
Figura 33 - Trajetórias de subida das bolhas: (a) bolhas pequenas, médias e grandes no <i>gap</i> de 12 mm correspondendo ao plano x-y, (b) <i>gap</i> de 12 mm no plano z-y, (c) <i>gap</i> de 8,5 mm no plano z-y, (d) <i>gap</i> de 3,5 mm no plano z-y.....	79
Figura 34 - Campos de escoamento de uma bolha média em um instante em que a bolha está mais centralizada (a) e mais próxima da parede direita (b). O retângulo vermelho corresponde a área na lateral esquerda da bolha e o azul a área na lateral direita da bolha.....	81
Figura 35 - Campos de escoamento e descrição detalhada do choque de uma bolha média em um canal de 8 mm: (a) aproximação da bolha, (b) momento do choque, (c) instante após o choque, (d) final da trajetória e (e) o esquema com a descrição dos campos.....	82
Figura 36 - Número de Strouhal como função do GAP/D em que os círculos representam as bolhas pequenas, os losangos as bolhas médias e os quadrados as bolhas grandes.....	85
Figura 37 - Regimes de trajetórias: (a) mapa de Cano-Lozano et al. (2016) para um sistema não confinado em função de Ga e Eo ; os marcadores vazios representam o regime oscilatório para os presentes dados, (b) mapa separando a região de bolhas oscilando correspondendo a área externa do retângulo tracejado das trajetórias retilíneas como função de Re , Eo e GAP/D....	87
Figura 38 - Evolução dos números de Reynolds (a) e Weber (b) como função de GAP/D.....	88

Figura 39 - Evolução dos números de Reynolds (a) e Weber (b) como função dos números de Galileo e Eötvos normalizados por GAP/D. As linhas tracejadas representam o ajuste dos dados (fitting)	90
Figura 40 - Evolução do número de Froude em função de GAP/D.....	91
Figura 41 - Coeficiente de arrasto normalizado em função do parâmetro GAP/D comparado com o modelo de Figueroa-Espinoza et al., 2008. A linha tracejada representa as bolhas com trajetórias oscilantes (k=80) e a linha traço-ponto representa a trajetória retilínea (k=8).....	93
Figura 42 - (a) Razão entre o coeficiente de arrasto de Yan et al., (2017) e o calculado, (b) coeficiente de arrasto em função do GAP/D. A linha contínua (a) representa $C_D/C_{DYan}=1$ e a linha pontilhada (b) representa os dados ajustados.....	94
Figura 43 - (a) Trajetórias de bolhas pequenas, médias e grandes: (a) canal 12x12 mm no plano x-y, (b) canal 12x12 mm no plano z-y, (c) canal 8x8 mm no plano x-y, (d) canal 8x8 mm no plano z-y, (e) canal 8x5 mm no plano x-y, (f) canal 8x5 mm no plano z-y, (g) canal 5x3 mm no plano x-y, (h) canal 5x3 mm no plano z-y.	97
Figura 44 - Amplitude de oscilação adimensional em função do grau de confinamento na menor direção para os diferentes tamanhos de bolha: (a) ○ bolhas pequenas; (b) □ bolhas médias; (c) △ bolhas grandes.....	98
Figura 45 - Comportamento da frequência de oscilação na direção de maior confinamento. Frequências das bolhas grandes em função do grau de confinamento (a); número de Strouhal para os diferentes tamanhos de bolhas e configurações geométricas (b).	99
Figura 46 - Diagrama de estabilidade para a transição da trajetória da bolha em um sistema não confinado (Cano-Lozano et al., 2013). Todas as trajetórias no presente estudo foram encontradas na região estável, entretanto elas apresentam instabilidades..	101

Figura 47 - (a) razão de aspecto como função do grau de confinamento (D/D_h), a linha traço-ponto mostra o valor de $D/D_h=0,5$; (b) razão de aspecto em função dos diâmetros das bolhas. Os marcadores vazios representam os dados de confinamento em uma direção e os preenchidos representam os dados do confinamento em duas direções..... 102

Figura 48 - Razão de aspecto em função do número de Weber comparado com modelos para sistemas não confinados. As linhas azuis contínua e tracejada correspondem as correlações de Moore, 1965 e Legendre et al., 2012, respectivamente. As linhas traço-ponto vermelhas correspondem as correlações propostas no presente estudo para $We<1,5$ e $We>1,5$. A linha preta representa o valor limite de $We=1,5$ 103

Figura 49 - Velocidades terminais em função do diâmetro da bolha: (a) dados para bolhas em canais com uma direção fixada em 12-mm e os dados para o confinamento em uma direção (marcadores não preenchidos); (b) dados para bolhas ascendendo em canais quadrados e retangulares com *gaps* menores que 12 mm. Em ambos os gráficos os resultados são comparados com o modelo de Clift et al., 1978 (linha preta)..... 105

Figura 50 - Velocidades terminais em função do parâmetro de confinamento para diferentes tamanhos de bolhas e configurações geométricas. Bolhas pequenas (a), bolhas médias (b), bolhas grandes (c)..... 107

Figura 51 - (a) Velocidades terminais para bolhas ascendendo em um $D_h \simeq 5$ em função dos diâmetros, o modelo de Clift et al., 1978 para velocidade em sistema não confinado e a correção para tubos circulares são mostrados para comparação; (b) variação das velocidades adimensionais em relação ao grau de confinamento; o ajuste da curva também é mostrado..... 109

Figura 52 - Evolução das velocidades das bolhas; a linha preta representa o plano z-y e as linhas vermelhas e azuis o plano x-y. Velocidade vertical de uma bolha grande em um canal 8x8 mm (a), velocidade horizontal de uma bolha grande em um canal 8x8 mm (b), velocidade vertical de uma bolha grande em

um canal 8x5 mm (c), velocidade horizontal de uma bolha grande em um canal 8x5 mm (d).....	111
Figura 53 - (a) flutuações médias de velocidade verticais para todos os casos; (b) flutuações médias de velocidade horizontais no plano z-y; (c) flutuações médias de velocidade horizontais no plano frontal; (d) flutuações médias de velocidade horizontais no plano lateral....	113
Figura 54 - Esquema do comportamento da flutuação de velocidade com a variação do grau de confinamento.....	114
Figura 55 - (a) Número de Reynolds em função do parâmetro de confinamento; número de Weber em função do parâmetro de confinamento.....	116
Figura 56 - (a) Evolução do número de Reynolds em função do número de Galileo e do parâmetro de confinamento. A linha preta contínua representa o ajuste dado pela equação 4.15....	117
Figura 57 - (a) Coeficiente de arrasto em função do confinamento, (b) razão entre o coeficiente de arrasto calculado e o modelo de Yan et al. (2017).....	119
Figura 58 - Coeficiente de arrasto em função do parâmetro de confinamento, número de Reynolds e número de Eötvös. A linha preta contínua mostra o modelo de arrasto proposto.....	120
Figura 59 - Número de Strouhal em função do número de Reynolds e do parâmetro de confinamento.....	121

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 - Configurações experimentais e diâmetros de bolhas pequenas, médias e grandes para cada caso59**
- Tabela 2 - Configurações experimentais, diâmetro hidráulico, diâmetros de bolhas separados por pequenas, médias e grandes para cada caso e D/D_h 63**

LISTA DE SÍMBOLOS

Variáveis		Unidade
GAP	Distância entre paredes	mm
D	Diâmetro da bolha	mm
Dh	Diâmetro hidráulico	mm
U	Velocidade	mm/s
g	Aceleração da gravidade	m/s ²
FD	Força de arrasto	N
FP	Força de arrasto de pressão	N
F _μ	Força de arrasto viscosa	N
CD	Coefficiente de arrasto	-
FM	Força de massa virtual	N
CM	Coefficiente de massa virtual	-
Fs	Força de sustentação	N
Cs	Coefficiente de sustentação	-
r	Raio equivalente da bolha	mm
rc	Raio de curvatura	mm
t	Tempo	s
m	Massa do líquido deslocado	kg
F	Fator de correção	-

K	Constante da trajetória	-
s	Parâmetro de confinamento	-
W	Distância entre paredes	mm
f	Frequência de oscilação da bolha	Hz
A	Amplitude	mm
m^*	Massa específica relativa	-
I^*	Momento relativo de inércia	-

Símbolos gregos

ρ	Massa específica	Kg/m ³
σ	Tensão superficial	N/m
μ	Viscosidade dinâmica	Pa.s
χ	Razão de aspecto	mm

Números adimensionais

Mo	Número de Morton	-
Eo	Número de Eötvös	-
Re	Número de Reynolds	-
Ga	Número de Galileo	-
We	Número de Weber	-
Fr	Número de Froude	-
St	Número de Strouhal	-

Subscritos

B	Bolha
L	Líquido
P	Partícula
Cr	Crítico
T	Terminal
1	Vista frontal
2	Vista lateral

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Contexto	25
1.2	Objetivo	26
1.3	Justificativa.....	27
1.4	Conteúdo do trabalho	28
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
2.1	Conceitos fundamentais	30
2.2	Estudos sobre escoamentos de bolhas livres.....	39
2.2.1	Trajétórias	39
2.2.2	Esteiras	43
2.2.3	Velocidade terminal	47
2.3	Estudos sobre escoamentos de bolhas com presença de parede. ...	50
2.4	Fechamento da seção	56
3	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	57
3.1	<i>Shadowgraph</i>.....	58
3.2	Velocimetria por imagem de partícula (PIV).....	63
4	RESULTADOS	65
4.1	Confinamento em uma direção	65
4.1.1	Formato da bolha	65
4.1.2	Velocidade.....	69
4.1.3	Trajétoria de bolha.....	78
4.1.4	Análises paramétricas	87
4.2	Confinamento em duas direções	95
4.2.1	Trajétoria de bolha.....	95
4.2.2	Formato da bolha	100
4.2.3	Velocidades.....	104
4.2.3.1	Velocidades terminais	104
4.2.3.1	Flutuações de velocidade.....	110
4.2.4	Análise Paramétrica	115
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	122
	REFERÊNCIAS.....	125

1 INTRODUÇÃO

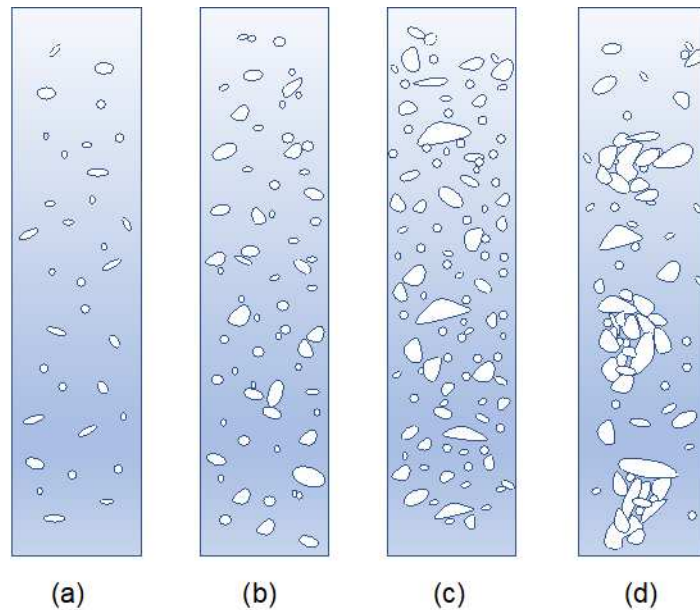
As bolhas são definidas como uma fase dispersa, que é composta por um gás, separada de uma fase contínua por uma interface que não acumula massa e é desprovida de espessura. Os escoamentos envolvendo bolhas são amplamente encontrados em inúmeras situações, tanto na natureza onde são observadas em ondas marítimas ou em resinas em árvores quanto em atividades industriais, tendo como principais a nuclear, petrolífera, aeroespacial e farmacêutica.

Esses escoamentos têm como característica principal o aumento da área superficial promovido pela presença das bolhas em um determinado sistema, permitindo assim uma maior transferência de calor e massa. Além disso, por vezes o escoamento de bolhas promove agitações no líquido, o que por sua vez também contribui no transporte de calor, massa e momento.

Além disso, de acordo com a complexidade e a magnitude das interações entre as bolhas e o líquido, das interfaces móveis e deformáveis das bolhas no tempo e no espaço, o escoamento de bolhas pode ser classificado em quatro regimes diferentes (subpadrões), como esquematizado na Figura 1 (Kataoka e Serizawa, 2010). Os subpadrões que podem ser observados são: (a) escoamento de bolhas idealmente separadas, (b) escoamento de bolhas interagindo, (c) escoamento agitado de bolhas e (d) escoamento de bolhas agrupadas.

No escoamento de bolhas idealmente separadas (Figura 1 (a)) não ocorre a interação entre elas, fazendo com que se comportem como bolhas únicas (isoladas). Com o aumento da concentração de bolhas (Figura 1 (b)) iniciam-se as interações entre elas: de forma direta devido às colisões ou na forma indireta em que as esteiras das bolhas podem arrastar outras.

Figura 1 - Regimes de escoamento de bolhas: (a) bolhas idealmente separadas, (b) interagindo, (c) capa esférica e (d) aglomeradas.



Fonte: Kataoka e Serizawa (2010)

Aumentando ainda mais a quantidade de bolhas (Figura 1 (c)), essas tendem a coalescer formando as chamadas bolhas de “capa esférica” (*cap bubbles*) e o escoamento se torna agitado, apresentando flutuações de alta velocidade. Esse escoamento contém tanto bolhas “capa esférica” quanto bolhas menores, e é altamente agitado devido às interações entre os movimentos das bolhas e o escoamento do meio contínuo.

Ocasionalmente, bolhas grandes se agrupam (Figura 1 (d)), formando aglomerados de bolhas que após percorrerem uma certa distância podem, em função da vazão de gás e do líquido (como nas linhas de produção de petróleo), coalescer causando a transição do escoamento para o padrão de golfadas (Kataoka e Serizawa, 2010).

As bolhas, além de interagirem entre si podendo sofrer coalescência ou quebra, também interagem com o meio contínuo, e seus formatos são dependentes das tensões cisalhantes decorrentes do movimento do meio contínuo, da pressão exercida sobre elas e da tensão superficial. Assim sendo, devido à sua complexidade, é necessário para o estudo detalhado dos fenômenos físicos envolvidos na interação entre as fases a utilização de ferramentas adequadas, sejam essas experimentais, teóricas ou computacionais.

As técnicas experimentais são muito importantes na análise de escoamentos e têm como vantagem não necessitar de modelos já que, diferentemente de uma simulação numérica, é a própria natureza, medida ou monitorada, que simula o fenômeno. Por outro lado, os métodos teóricos utilizam de hipóteses simplificadoras que permitem a solução analítica do problema ou simplificam as equações para que posteriormente seja possível a aplicação de métodos numéricos na solução.

No entanto, em um estudo experimental, devido às múltiplas variáveis envolvidas em um sistema multifásico, o controle ou ajuste de certos parâmetros é difícil. Portanto, a ideia de um estudo fundamental do escoamento de uma bolha isolada serve como ponto de partida e referência para estudos envolvendo escoamento de mais bolhas. Além disso, consegue-se isolar efeitos permitindo uma melhor compreensão das forças envolvidas e de como a bolha influencia na fase contínua, e, por consequência, como essa última influencia no movimento da bolha. Dessa forma, o presente estudo é concentrado justamente no estudo de uma bolha isolada e esse entendimento poderá ser estendido a outros sistemas e aplicações.

As primeiras referências de estudos relacionadas à trajetória de bolhas isoladas foram atribuídas a Leonardo da Vinci, e são encontradas no manuscrito chamado *Codex Leicester*, compilado entre os primeiros anos do século 16. Um esboço desenhado pelo autor da trajetória helicoidal da bolha pode ser visto na Figura 2.

Figura 2 - Esboço de Leonardo da trajetória espiralada de uma bolha ascendendo.



Fonte: Prosperetti (2004)

Leonardo, em seu manuscrito, tentou explicar o porquê de a bolha apresentar esse movimento helicoidal citando que: “o ar submerso tenta retornar ao ar (atmosfera) penetrando de forma sinuosa na água que é um fluido mais pesado. O ar da bolha tende a escapar pelas suas laterais formando um ângulo entre a saída de ar e o líquido que cerca a bolha resultando nesse movimento helicoidal de ascensão da bolha” (PROSPERETTI, 2004).

Ao longo dos anos, diversos estudos sobre a dinâmica das bolhas foram publicados e, devido à importância do tema, novos trabalhos são desenvolvidos constantemente. Um dos estudos clássicos foi desenvolvido por Haberman e Morton (1953), em que os autores avaliaram experimentalmente a força de arrasto e o formato de bolhas de ar ascendendo em diferentes líquidos estagnados. Posteriormente, Moore (1963) desenvolveu um trabalho teórico em que deduz as equações que governam a camada limite, partindo das equações de Navier-Stokes e da continuidade, ao redor de uma bolha esférica ascendendo através de um líquido de viscosidade baixa. As velocidades terminais das bolhas foram comparadas com resultados teóricos de Levich (1949) e experimentais de Haberman e Morton. Foi observada uma boa concordância com os dados experimentais, melhor que o modelo de Levich, para números de Reynolds menores que 50.

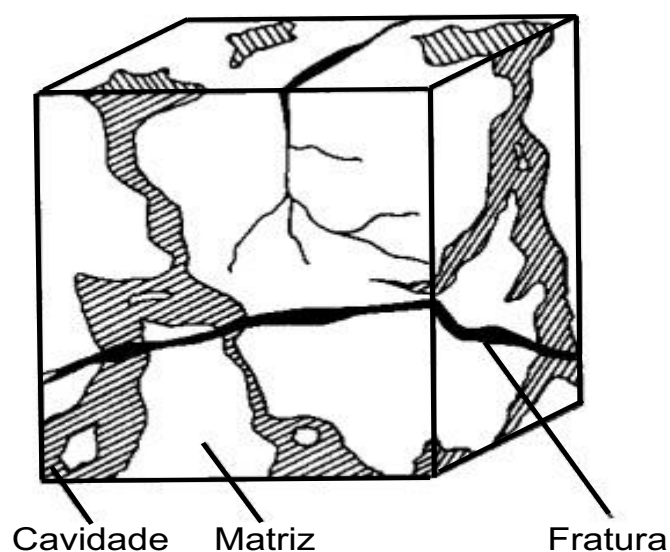
1.1 Contexto

A grande quantidade de estudos relacionados ao escoamento de bolhas pode ser atribuída à sua aplicabilidade e à enorme complexidade do fenômeno que aparentemente é simples. No entanto, muitos parâmetros tais quais propriedades dos fluidos, escoamento secundário induzido dentro da bolha, transferência de massa e formatos das bolhas influenciam em sua dinâmica (forças envolvidas) que apresentam uma variedade de trajetórias, variando de retilínea no caso de uma bolha pequena esférica, a ziguezague e helicoidal no caso de bolhas elípticas (Clift et al., 1978). Assim, muitas questões ainda estão em aberto e precisam de um melhor entendimento.

Além disso, muitos dos escoamentos de bolhas ocorrem em geometrias confinadas por paredes, que interagem com as bolhas alterando sua dinâmica. Porém, a grande maioria dos estudos encontrados, como os já mencionados, tratam de escoamentos livres, ou seja, geometrias não-confinadas.

Como exemplo de sistemas confinados, tem-se o caso da recuperação do petróleo em reservatórios naturais, onde são encontrados poros, canais naturais e fraturas como mostrado na Figura 3.

Figura 3 - Reservatório de óleo naturalmente fraturado.



Fonte: Adaptado de Warren e Root (1963)

Além dos reservatórios, bolhas em ambientes confinados também podem ser vistas em sistemas de resfriamento de equipamentos eletrônicos, no corpo humano quando se formam bolhas em vasos sanguíneos devido a variação de pressão como no caso de um mergulho, em impressoras com jato de bolha, entre outros.

O efeito do confinamento no movimento de objetos submersos vem sendo estudado há bastante tempo, como Bairstow et al. (1922) em que os autores propuseram uma solução analítica para o escoamento de Stokes de um fluido ao redor de um cilindro circular confinado entre duas paredes paralelas, e encontraram que a força de arrasto é 60% maior que para o caso não-confinado com número de Reynolds de 0,2. Igualmente, Faxen (1922) calculou o coeficiente de arrasto para uma esfera confinada entre duas paredes se movendo. Por sua vez, esse coeficiente válido para esferas pode ser estendido para bolhas no escoamento de Stokes utilizando a correção para o arrasto de Hadamard (1911).

Mais recentemente, para casos de escoamentos com números de Reynolds mais elevados, Figueroa-Espinoza et al. (2008) propuseram uma correção para coeficiente de arrasto de bolhas em canais confinados. Os autores afirmaram que o arrasto total é o resultado de dois efeitos separados: o escoamento ao redor da bolha correspondente a uma bolha ascendendo livremente e o efeito do grau de confinamento, definido como a razão entre raio da bolha e a distância entre as paredes.

Apesar desses estudos citados, ainda são escassos os trabalhos sobre o tema. Em sua grande maioria, os autores utilizam geometrias confinadas em que a transição de um sistema livre para confinado não é analisada. Assim, a influência das paredes em canais retangulares sobre velocidades, trajetórias e formatos das bolhas em função da distância entre as paredes, partindo de um sistema não-confinado, não foi encontrado na literatura. Além disso, a direção de confinamento em um canal é um parâmetro importante na dinâmica da bolha que ainda não foi explorado.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é a análise da dinâmica de bolhas isoladas ascendentes em um canal confinado envolvendo água deionizada e ar. O estudo foi

desenvolvido experimentalmente utilizando duas técnicas: a) Visualização utilizando uma câmera de alta velocidade (*shadowgraph*) e b) Visualização utilizando a velocimetria por imagens de partículas (PIV).

Para atingir o objetivo proposto, e avaliar a influência do grau de confinamento dos canais retangulares na dinâmica das bolhas, foram realizadas medidas experimentais para o confinamento em uma e duas direções. Para o caso do confinamento em uma direção foram avaliadas sete (7) diferentes distâncias entre paredes (*gaps*), variando de 80 mm até 3,5 mm. No caso do confinamento do canal retangular em duas direções foram utilizadas dez configurações diferentes iniciando no canal de 12x12-mm até o canal de 3x3-mm (dimensões na seção transversal). O comprimento do canal em ambos os casos foi de 700mm. As bolhas foram injetadas através de três capilares com diâmetros internos distintos que no presente trabalho foram classificadas em três grupos de tamanhos de bolhas. As bolhas classificadas como pequenas consistem em diâmetros variando de 1,2 mm a 1,6 mm; as médias variam de 2,06 mm a 2,6 mm e, por fim, as grandes cujos diâmetros vão de 2,8 mm até 3,6 mm.

A presente tese tem como objetivos específicos: a) Avaliar a influência da razão de confinamento e tamanho das bolhas na trajetória, velocidade terminal e formato das bolhas; b) Identificar as condições, razão de confinamento, nas quais o efeito da parede influencia no escoamento da bolha isolada em um meio quiescente; c) Análise dos campos de velocidade observando a influência das paredes nas esteiras e desprendimento de vórtices; d) comparação de modelos para velocidades, razão de aspecto e coeficiente de arrasto utilizados em escoamentos livres com os dados dos canais confinados, e proposta de novos modelos adequados para os sistemas estudados; e) análise paramétrica através de números adimensionais para os casos confinados. Dessa forma, espera-se contribuir com a literatura da área no sentido de trazer um maior entendimento da influência do grau de confinamento na dinâmica das bolhas isoladas em um canal retangular.

1.3 Justificativa

Tanto na natureza quanto em processos industriais são encontrados escoamentos restritos em geometrias confinadas e a presença de paredes próximas

ao escoamento de uma bolha modifica sua dinâmica (Bush e Eames 1998, Hashida et al. 2020). Portanto, um melhor entendimento em relação às interações entre fases pode levar a um melhor desempenho de equipamentos, redução de custos de projeto e diminuição dos riscos inerentes a cada processo.

Apesar da importância do tema, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura são referentes a escoamentos de bolhas livres. Por outro lado, dentre os trabalhos que tratam de escoamento com confinamento, grande parte são em células de Hele-Shaw, em que a bolha se encontra achatada entre as paredes, e assim seu movimento fica restrito a um plano bidimensional. Também, não existe ainda na literatura um critério que defina uma transição de um sistema não-confinado para um confinado, em que a presença das paredes começa a afetar o escoamento das bolhas.

Assim sendo, o desenvolvimento do presente trabalho busca, além de encontrar um parâmetro que permita dizer se a dinâmica da bolha está sob influência das paredes, analisar como elas alteram o formato, a trajetória e a velocidade da bolha, bem como sua esteira e o campo de velocidades da fase contínua que é induzido pela passagem da bolha. Dessa forma, pode-se contribuir com um avanço nos estudos da área e auxiliar na compreensão dos fenômenos complexos relacionados ao escoamento de bolhas.

1.4 Conteúdo do trabalho

O documento está dividido em cinco seções em função da sequência de trabalho adotada. Nessa primeira seção, apresenta-se uma introdução com uma contextualização do tema, os objetivos e a justificativa do estudo realizado. Na seção 2, é realizada uma revisão bibliográfica que se inicia com a apresentação de conceitos fundamentais sobre o escoamento de bolhas em geral, sendo em seguida mostrados estudos de escoamentos de bolhas isoladas divididos em trajetórias, velocidade terminal, esteiras e na sequência os trabalhos referentes à interação bolha-parede, contemplando parede vertical, confinamento em uma direção e em mais de uma direção (canais e tubos).

A seção 3 trata da metodologia experimental. São mostradas as configurações dos canais, as técnicas experimentais utilizadas e os equipamentos empregados, além dos métodos de processamento dos dados.

Na seção 4, que compreende os resultados, são feitas as análises dos dados. A seção está dividida em duas seções secundárias; uma para o confinamento em uma direção e a outra para o confinamento em duas direções.

A seção 5 apresenta as conclusões e considerações finais a respeito do estudo desenvolvido.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção apresenta em um primeiro momento, na seção 2.1, conceitos fundamentais acerca do escoamento de bolhas necessários para o entendimento do trabalho. Na seção 2.2 são apresentados trabalhos sobre o escoamento de bolhas isoladas, com destaque para suas trajetórias, a formação de esteiras e as velocidades terminais de ascensão; na seção 2.3, os estudos que tratam do escoamento de bolhas interagindo com paredes divididos em: parede vertical, confinamento em uma direção e confinamento em mais de uma direção.

Na seção 2.4 encontra-se o fechamento da revisão bibliográfica cujo objetivo é mostrar o contexto em que os resultados do presente estudo agregam valor à literatura sobre o tema de escoamento de bolhas em canais confinados.

2.1 Conceitos fundamentais

O escoamento de bolhas difere do escoamento de partículas sólidas em três pontos importantes. Primeiro, quando o líquido é suficientemente limpo (sem contaminantes), tem-se a possibilidade de deslizamento entre a superfície da bolha e o líquido, diferentemente do que ocorre com escoamento através de um corpo rígido em que se tem a condição de não deslizamento. Segundo, em função das massas específicas das bolhas serem bem menores que a do líquido, quase toda inércia está contida no líquido, e sendo assim as forças inerciais hidrodinâmicas induzidas pelo líquido são de grande importância na predição do movimento da bolha. Terceiro, o formato das bolhas pode mudar com as condições hidrodinâmicas locais, adicionando complexidade ao problema (Magnaudet e Eames, 2000).

Em relação ao formato, as bolhas em movimento livre em um meio infinito sobre a influência da gravidade podem apresentar diversas formas, porém são mais comumente agrupadas nas três categorias descritas abaixo (Clift et al., 1978):

Bolhas esféricas: as bolhas são aproximadas como esferas se a tensão superficial e/ou as forças viscosas predominam sobre as forças inerciais. Uma forma de definir a esfericidade de uma bolha corresponde ao cálculo da razão entre o menor

e o maior eixo (razão de aspecto). A bolha pode ser considerada esférica se tiver uma razão de aspecto acima de 0,9.

Bolhas elipsoidais: são bolhas “achatadas” nos seus polos e que vistas de dentro possuem interface convexa em toda superfície. Sua caracterização é algo complexo pois bolhas nesse formato sofrem deformações periódicas.

Bolhas “capa-esférica” ou “capa-elipsoidal”: bolhas grandes tendem a ficar achatadas em sua base e se parecem com cortes transversais feitos em uma esfera ou elipsoide. A Figura 4 mostra esses formatos descritos.

Figura 4 - Formatos de bolha escoamento livre em um meio infinito sobre a influência da gravidade.



Fonte: Autoria própria (2022)

Além disso, Grace (1973) propôs um gráfico generalizado para o formato de bolhas baseado em três números adimensionais (Figura 5). O primeiro é o número de Eötvös (Eo) ou número de Bond, em que existe uma relação entre forças gravitacionais e a tensão superficial:

$$Eo = \frac{\rho g D^2}{\sigma} \quad (2.1)$$

em que g é a gravidade, D é o diâmetro da bolha (considera o diâmetro de uma esfera com o mesmo volume da bolha de gás), ρ é a massa específica do líquido e σ é a tensão superficial do líquido. Outro número é o de Morton (Mo) que não contém variáveis dinâmicas e é independente da velocidade, incluindo somente propriedades físicas do fluido:

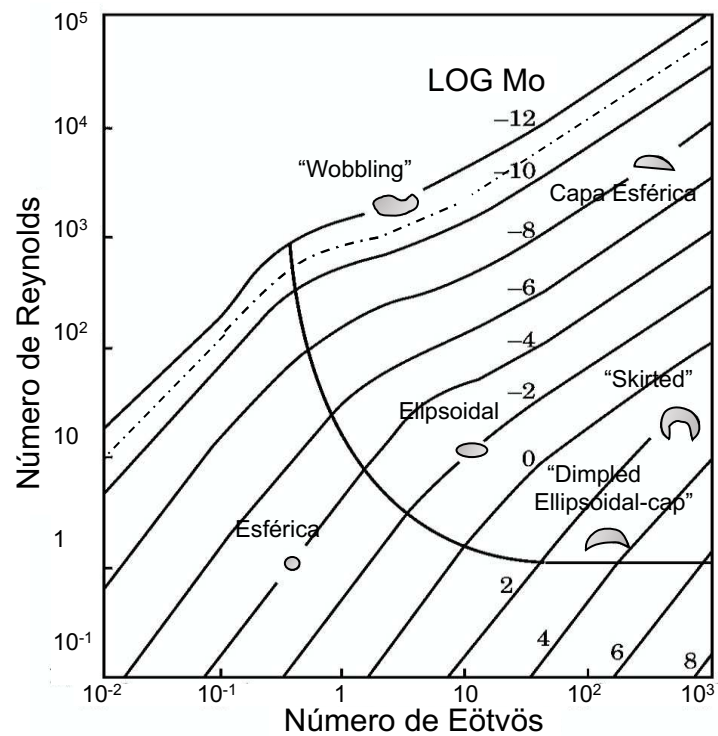
$$Mo = \frac{g \mu^4}{\sigma^3 \rho} \quad (2.2)$$

em que μ é a viscosidade do líquido. E, por fim, o número de Reynolds (Re), que relaciona forças inerciais com forças viscosas:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (2.3)$$

em que U é a velocidade da bolha. Assim, na Figura 5 pode-se ver, por exemplo, que o aumento da velocidade faz com que bolhas menores passem de esféricas para elipsoidais ou então que o aumento do volume da bolha propicia a formação de bolhas “capa-esférica”.

Figura 5 - Diagrama de Grace para os formatos de bolhas e velocidade de ascensão da bolha. O número de Morton está designado por M no diagrama (Grace,1973).



Fonte: Adaptado de Grace (1973).

Outros trabalhos experimentais interessantes sobre formato de bolha escoando em água pura são de Duineveld (1995), com bolhas de diâmetros entre 0,6 e 2 mm e números de Re da ordem de 10^2 , e Wu e Gharib (2002) com bolhas de diâmetros entre 1 e 2 mm. Em soluções aquosas de açúcar em que as propriedades do líquido variam, pode-se citar o estudo de Bhaga e Weber (1981), que observaram

que à medida que a razão de viscosidades diminui, maior é a taxa de deformação da bolha.

Recentemente, Sharaf et al. (2017) afirmaram que, em um sistema não-confinado, especialmente quando a velocidade terminal da bolha é desconhecida, a dinâmica da bolha e seu formato podem ser completamente descritos por quatro parâmetros adimensionais. Um dos parâmetros é o número de Eötvös, enquanto o outro é o número de Galileo (Ga), que relaciona forças gravitacionais com forças viscosas:

$$Ga = \frac{\rho\sqrt{gD^3}}{\mu} \quad (2.4)$$

Os outros dois parâmetros restantes correspondem às razões entre massa específica do gás e líquido e entre suas viscosidades. Como em um sistema água-gás a massa específica e a viscosidade do gás são muito menores que as do líquido, não serão levadas em consideração suas razões no presente estudo.

Diferentemente do sistema não-confinado, para descrever o presente sistema em que as bolhas escoam próximas a paredes é necessário considerar a velocidade da bolha (U), a massa específica do líquido (ρ), a viscosidade do líquido (μ), a tensão superficial do líquido (σ), gravidade (g), razão de aspecto da bolha (χ), diâmetro da bolha (D), frequência de oscilação da bolha (f) e as distâncias entre paredes (GAP) para o caso de confinamento em uma direção ou o diâmetro hidráulico dos canais (D_h) para os casos de confinamento em duas direções (esses dois últimos serão definidos com maior detalhe nas seções seguintes onde são analisados os resultados correspondentes).

Além disso, o número de Morton é constante neste estudo e da ordem de $O(10^{-11})$. Assim, dentre as variáveis listadas, o presente sistema pode ser descrito pelo número de Galileo (Ga), número de Eötvös, número de Reynolds e o número de Weber, que é a relação de forças inerciais e tensão superficial:

$$We = \frac{\rho DU^2}{\sigma} \quad (2.5)$$

O número de Froude, que relaciona forças inerciais com forças gravitacionais:

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gD}} \quad (2.6)$$

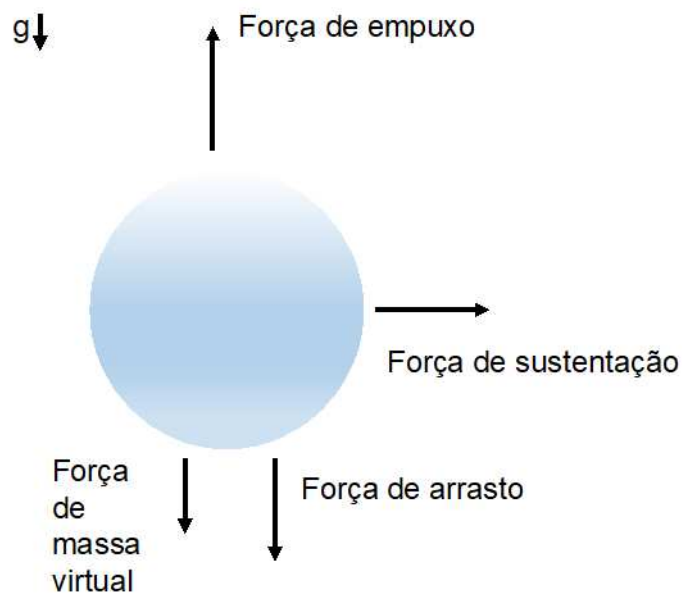
O número de Strouhal, que relaciona as forças inerciais devidas à aceleração local do líquido e as forças inerciais devidas à aceleração convectiva:

$$St = \frac{fD}{U} \quad (2.7)$$

E por fim os parâmetros de confinamento, sendo GAP/D para confinamento em uma direção e D/D_h para o confinamento em duas direções.

Em relação as forças envolvidas no escoamento de uma bolha livre, as principais estão apresentadas na Figura 6:

Figura 6 - Principais forças envolvidas na ascensão de uma bolha em um líquido.



Fonte: Autoria própria (2022)

A força de empuxo, que surge devido à diferença de pressão entre as superfícies superior e inferior da bolha, é a responsável pela subida da bolha contribuindo para o aumento da energia cinética do líquido que está ao seu redor. Essa movimentação do líquido induzida pela movimentação da bolha dá origem às forças hidrodinâmicas atuantes na bolha (Shew et al., 2006).

A força de arrasto, F_D , é a força de resistência que a bolha sofre ao ascender no líquido, ou seja, a força que tende a desacelerar o movimento relativo da bolha no líquido que a cerca. Essa força é composta por dois componentes: força de arrasto de pressão, F_p , que está relacionada à forma e é resultado da integração da pressão que age na superfície da bolha, e a de arrasto viscoso, F_μ , proveniente da integração do produto entre o tensor de tensões viscosas que agem na superfície e a área superficial:

$$F_D = F_p + F_\mu \quad (2.8)$$

Para uma bolha esférica de diâmetro D , a força de arrasto do líquido atuando na bolha é:

$$\vec{F} = -\frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot (\vec{U}_B - \vec{U}_L) \cdot |\vec{U}_B - \vec{U}_L| \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad (2.9)$$

onde $(\vec{U}_B - \vec{U}_L)$ é a velocidade relativa entre a bolha e o líquido, ρ é a massa específica do líquido e C_D é o coeficiente de arrasto, que é um número adimensional. O sinal negativo indica que a força atua em sentido contrário ao sentido da velocidade relativa da bolha e do líquido.

O coeficiente de arrasto deve ser modelado e para isso são levados em conta fatores como regime de escoamento, formato da bolha, trajetória da bolha e a interação entre as bolhas para os casos em que se tenha um escoamento disperso como visto em Simonnet et al. (2007). Para bolhas com diâmetros pequenos, abaixo de 1,3 mm, o formato da bolha se mantém esférico e apresenta uma trajetória retilínea, comportando-se como uma esfera sólida. Hadamard (1911) e Rybczynski (1911) fizeram um estudo teórico para o caso de uma esfera fluida se movimentando em um fluido viscoso, em que se tem um número de Reynolds bem menor a 1 (*“creeping flow”*), caracterizando assim um escoamento de Stokes. Os autores apresentaram uma expressão para o coeficiente de arrasto. Para os casos com número de Reynolds mais altos, têm-se trabalhos como o de Levich (1962), em que o coeficiente de arrasto foi determinado por um balanço entre a taxa de trabalho realizada pela força de arrasto e a dissipação viscosa, e é dado por:

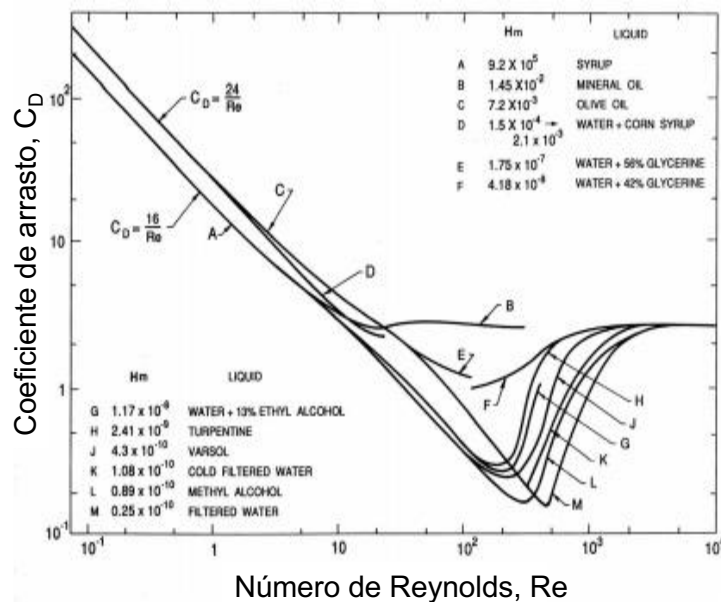
$$C_D = \frac{48}{Re} \quad (2.10)$$

onde o número de Reynolds, Re , é definido como:

$$Re = \frac{2R(U_B - U_L)}{\nu} \quad (2.11)$$

sendo R o raio da bolha e ν a viscosidade cinemática do líquido. A Figura 7 mostra um exemplo da relação de coeficientes de arrasto em função do número de Reynolds para bolhas em diferentes números de Morton.

Figura 7 - Coeficientes de arrasto, C_D , para bolhas como função do número de Reynolds, Re , para uma faixa de números de Haberman-Morton, H_m .



Fonte: Adaptado de Haberman e Morton (1953)

Moore (1963) corrigiu a equação de Levich para bolhas esféricas considerando a vorticidade presente na camada limite que é responsável por diminuir a velocidade tangencial, e é dada por:

$$C_D = \frac{48}{Re} \left[1 - \frac{2,2}{Re^{\frac{1}{2}}} + O(Re^{-\frac{5}{6}}) \right] \quad (2.12)$$

Ainda em 1965, Moore estendeu seu trabalho anterior para o caso das bolhas com forma elipsoidal adicionando duas funções na equação que consideram a razão de aspecto (razão entre eixo maior e eixo menor da bolha). Aybers e Tapucu (1969)

determinaram o coeficiente de arrasto de bolhas de ar em água através de um balanço de forças entre empuxo e força de arrasto. Os valores de velocidades das bolhas foram obtidos utilizando técnicas fotográficas, que também permitiram medir o tamanho e analisar o formato e trajetória dessas bolhas.

Trabalhos numéricos sobre o coeficiente de arrasto em bolhas esféricas como Ryskin e Leal (1984) e Magnaudet et al. (1995) mostraram que para $Re > 50$, os resultados apresentaram boa concordância com a equação de Moore. Para $1 < Re < 50$, tem-se a correlação empírica de Mei et al. (1994) dada por:

$$C_D = \frac{16}{Re} \left\{ 1 + \left[\frac{8}{Re} + \frac{1}{2} (1 + 3,315 Re^{-1/2}) \right]^{-1} \right\} \quad (2.13)$$

Duineveld (1995) comparou resultados experimentais de bolhas com razões de aspecto entre 1 e 2 e correspondentes números de Reynolds entre 90 e 700 com o modelo de predição de arrasto de Moore (1965). O autor substituiu valores medidos de razões de aspecto na expressão de Moore para o arrasto obtendo uma boa concordância com medidas para altos números de Reynolds.

De acordo com o paradoxo de D'Alembert, um corpo que se movimenta em regime permanente em um escoamento uniforme invíscido não está sujeito a forças (Batchelor, 1967). No entanto, um corpo se movendo em regime não-permanente em um escoamento uniforme está sujeito a uma força de "massa virtual", F_M , também conhecida como "massa adicionada", que surge devido a aceleração de uma certa quantidade do fluido que cerca o corpo. A massa virtual depende da orientação do corpo em relação ao escoamento e envolve o tensor simétrico de massa virtual C_M cujas componentes dependem somente da geometria do corpo. A força de "massa virtual" é então dada por (Magnaudet e Eames, 2000):

$$F_M = -C_M m_L \frac{d(U_B - U_L)}{dt} \quad (2.14)$$

onde m_L é a massa de líquido acelerada e t o tempo. O aparecimento dessa força também ocorre mesmo que não haja uma variação temporal da velocidade relativa entre bolha e líquido, o que se observa quando a bolha varia seu volume no tempo ou quando se quebra (Lhuillier, 1982). Um trabalho experimental que mostra a influência

da variação do volume da bolha na força de massa virtual é o de Ohl et al. (2003) em que os autores observaram que o efeito do aumento do volume da bolha é significativo e deve ser levado em consideração. Estudos de Rivero et al. (1991) e Mei et al. (1991) mostraram que C_M é independente da natureza da partícula que está escoando no meio, podendo ser sólida ou fluida, e também é independente da existência ou não de uma região de recirculação atrás dessa partícula.

A força de sustentação (F_S) é uma das forças mais difíceis de serem estudadas para corpos tridimensionais já que ela está ligada à vorticidade e a escoamentos assimétricos (Magnaudet, 1997). Devido à não-simetria do campo de velocidade ao redor de uma bolha se movimentando em um escoamento viscoso com uma pressão maior na região de menor velocidade, surge uma força que desloca lateralmente a trajetória dessa bolha.

Saffman (1965) apresentou a força de sustentação para o caso de uma esfera rígida em um escoamento cisalhante lento, com número de Reynolds baixo. Legendre e Magnaudet (1997) estenderam os resultados de Saffman para uma gota e bolha, e em 1998 os autores fizeram um estudo numérico detalhado para o caso de uma bolha esférica fixada em um escoamento cisalhante linear para uma grande faixa de números de Reynolds. Eles observaram que a força de sustentação se comporta de forma muito diferente para números de Reynolds baixo ($Re < 5$) comparados com números de Reynolds mais elevados, em que para o primeiro caso a força de sustentação cai com o aumento do número de Reynolds. Também, Auton (1987) fez um estudo para um escoamento invíscido em que através da análise da força resultante de pressão atuando sobre uma esfera em um campo rotacional obteve uma expressão para a força de sustentação:

$$\vec{F}_S = -C_S \cdot \rho_L \cdot \frac{\pi D^3}{6} \cdot [(\vec{U}_G - \vec{U}_L) \times rot(\vec{U}_L)] \quad (2.15)$$

onde $rot(\vec{U}_L)$ é o rotacional de \vec{U}_L e C_S é o coeficiente de sustentação que é igual a 0,5.

Para casos de bolhas não-esféricas o valor de C_S pode ser negativo, indicando uma direção contrária da força de sustentação em comparação com as bolhas

esféricas como pode ser visto em Tomiyama et al. (2002), onde os autores propuseram correlações empíricas para os coeficientes de sustentação em função do número de Morton e expressos em termos de número de Reynolds e Eötvös. Adoua et al. (2009) investigaram numericamente o efeito da deformação da bolha na mudança de sentido de C_s e afirmaram que essa mudança ocorre em função da interação entre o escoamento cisalhante e a vorticidade gerada na interface da bolha deformada. Aoyama et al. (2017) apresentaram um estudo experimental mais recente fornecendo mais dados para C_s de bolhas em escoamentos cisalhantes lineares.

2.2 Estudos sobre escoamentos de bolhas livres

Devido à grande relevância e aplicabilidade do escoamento de bolhas, um número substancial de trabalhos relacionados ao tema foi publicado ao longo dos anos, e continuam a ser desenvolvidos. A diversidade dos tipos de escoamentos faz com que seja quase impossível uma descrição generalizada para as diferentes configurações envolvendo o escoamento de bolhas, sendo assim de fundamental importância a realização de experimentos controlados para que se possa obter um bom entendimento da física do problema e que seus resultados também sirvam de validação para estudos numéricos e teóricos. Nesta seção serão apresentados os estudos referentes aos escoamentos de bolhas livres, ou seja, em sistemas não-confinados, que representam a maioria dos estudos encontrados na literatura (Shew et al., 2005; Tripathi et al., 2015). Em função da enorme amplitude do tema, os estudos abordados na seção são restritos somente ao escoamento de bolhas isoladas e ascendentes, sem levar em consideração padrões de escoamento, nem interação entre bolhas. A seção está dividida em subseções com estudos sobre trajetórias de bolhas, formação de esteiras e velocidade terminal realizados ao longo dos anos.

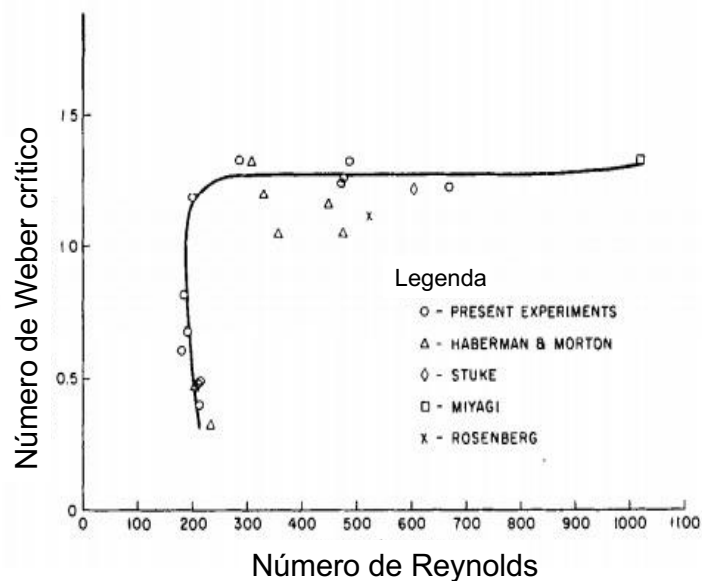
2.2.1 Trajetórias

Para números de Reynolds baixos a bolha se movimenta de forma retilínea enquanto se observa, para números de Reynolds mais elevados, uma oscilação no movimento que pode ter um formato espiralado, também chamado de helicoidal ou em ziguezague (De Vries, 2001).

O movimento helicoidal de corpos sólidos axissimétricos em um fluido perfeito (incompressível e invíscido) é bem descrito no livro chamado *Hydrodynamics* de Lamb (1932). Para bolhas, são encontrados na literatura trabalhos clássicos como Saffman (1956), que estudou a trajetória e o início da instabilidade de bolhas de ar em detalhes, utilizando um tanque quadrado de largura e comprimento com 12 polegadas e altura de 15 polegadas. Ele observou que para bolhas maiores que 1,4 mm ocorria a transição de trajetória retilínea para zigzague ou helicoidal. A trajetória em zigzague foi verificada para diâmetros entre 1,4 mm e 2 mm, porém acima dessa faixa ambos os padrões foram observados. O autor identificou um número de Reynolds crítico de 400 para o início da instabilidade na trajetória, e sugeriu como hipótese para explicar a oscilação na trajetória das bolhas a interação entre a oscilação da esteira e a instabilidade do movimento próxima a região frontal da bolha quando essa está suficientemente deformada.

Hartunian e Sears (1957) estudaram, experimental e teoricamente, a instabilidade na trajetória de bolhas pequenas se movendo em vários líquidos (eles variavam o tamanho das bolhas em cada líquido até elas oscilarem) e mostraram uma curva de estabilidade mostrada na Figura 8.

Figura 8 - Curva de estabilidade com número crítico de Weber como função de número de Reynolds para vários líquidos.



Fonte: Adaptado de Hartunian e Sears (1957)

Os autores determinaram dois critérios separados para o início da instabilidade: um número de Reynolds crítico de 202 e um número de Weber crítico de 3,17, sendo o Re utilizado para esferas sólidas, bolhas em fluidos contaminados, bolhas em fluidos viscosos enquanto o critério utilizando número de Weber é para bolhas em líquidos limpos. Trabalhos posteriores mostraram que o critério de um número de Weber crítico utilizado de forma independente do número de Morton não é válido. Isso foi visto por exemplo em Tsuge e Hibino (1977), Duineveld (1994) e De Vries (2001) que encontraram valores menores de We crítico para números de Morton mais baixos.

Uma relação útil apresentada por Tsuge e Hibino (1977) para determinar o início da instabilidade na trajetória é a do aumento do número de Reynolds crítico com o decaimento do número de Morton, e é dado da seguinte forma:

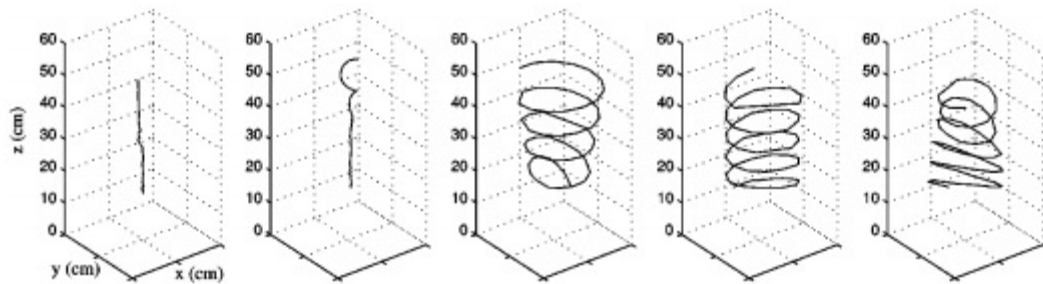
$$We_{cr} = 21,5Re_{cr}^{-0,32} \quad (2.16)$$

$$Re_{cr} = 9Mo^{-0,173} \quad (2.17)$$

Lunde e Perkins (1997) visualizaram a esteira da bolha com um corante e concluíram que existe uma forte relação entre a estrutura da esteira e a trajetória observada. As esteiras de bolhas em movimento espiralado eram contínuas enquanto para zigzague eram intermitentes. Também observaram que a ocorrência de uma ou outra trajetória depende das condições iniciais e de pequenas perturbações. Em algumas circunstâncias, uma perturbação em um movimento zigzague pode levar a um movimento helicoidal, embora o contrário não tenha sido observado. Ellingsen e Risso (2001) descreveram a trajetória de ascensão de uma bolha elipsoidal com razão de aspecto de 2,05 de forma detalhada utilizando duas câmeras de alta velocidade, observando a transição do movimento da bolha de zigzague para helicoidal.

A Figura 9 mostra a trajetória de uma bolha elipsoidal mudando de retilínea para helicoidal quando a razão de aspecto da bolha excede 1,6 (Wu e Gharib, 2002).

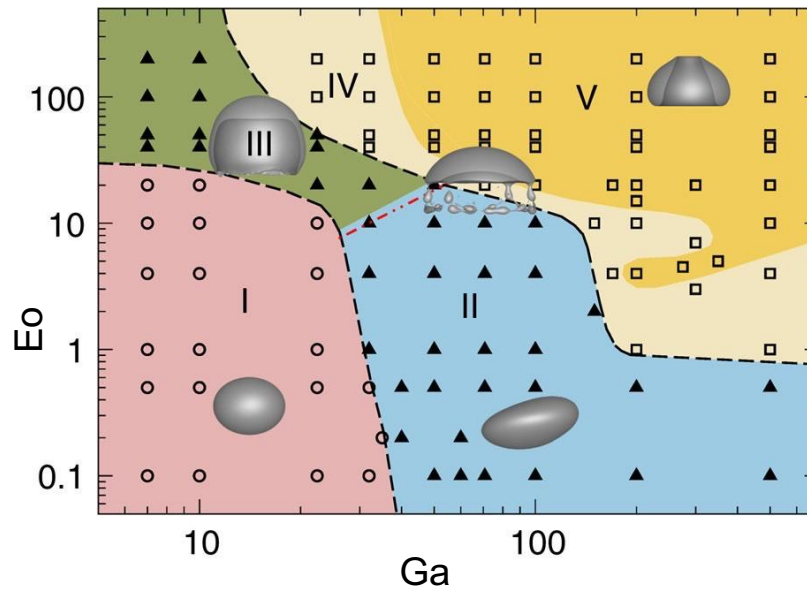
Figura 9 - Trajetória de uma bolha elipsoidal mudando de retilínea para helicoidal quando a razão de aspecto da bolha excede 1,6.



Fonte: Wu e Gharib (2002)

Outros trabalhos importantes relacionados a trajetória são Benjamin (1987), Duinevald (1995), Shew e Pinton (2006). Ao longo dos anos foram feitas diversas análises sobre trajetórias, tanto experimentais quanto numéricas, utilizando números adimensionais para identificar transições, e relacionando as forças atuantes na bolha com a forma da trajetória e estrutura das esteiras como em Shew et al. (2005). Porém, apesar dos esforços, ainda existem muitas questões em aberto para o real entendimento e predição da instabilidade da trajetória. Veldhuis (2007), Tchoufag et al. (2013), Cano-Lozano et al. (2013, 2016), Premlata et al. (2015), Tripathi et al. (2014, 2015) e Sharaf et al. (2017) associaram a transição de trajetórias com as propriedades dos fluidos, formato da bolha e forças gravitacionais por meio dos números de Morton, Galileo e Eötvös. Além disso, no trabalho de Tripathi et al. (2015), cinco diferentes regimes de formato e trajetórias são definidos, sendo a região 1 da Figura 10 composta por bolhas com trajetórias retilíneas, em que se tem E_o e G_a baixos; aumentando o E_o entra-se na região 3 em que a trajetória ainda é retilínea, mas o formato da bolha muda. Na região 2, forças inerciais e tensão superficial são da mesma ordem e as trajetórias são oscilatórias. Na região 4 a bolha apresenta uma grande assimetria em seu formato e na região 5 as bolhas estão sob ação de uma alta força inercial e uma baixa tensão superficial.

Figura 10 - Regimes de formato e trajetórias.



Fonte: Tripathi et al. (2015)

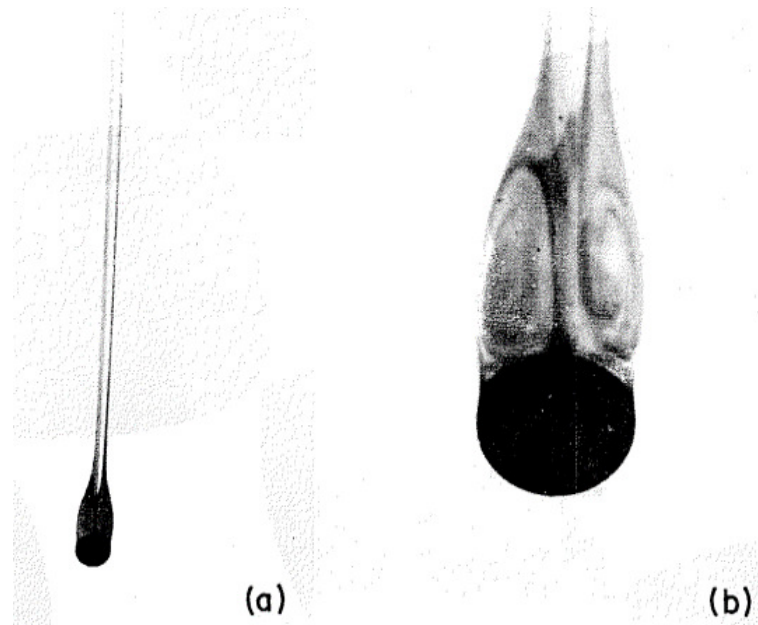
Em um trabalho numérico mais recente, Mathai et al. (2017) conseguiram mostrar que as trajetórias e os padrões de esteira de corpos ascendendo ou descendendo em um fluido quiescente estão diretamente ligados a dois parâmetros: a massa específica relativa entre a partícula e o fluido, $m^* = \rho_p / \rho_L$, e o seu momento relativo de inércia, $I^* = I_p / I_L$. Os autores afirmam que a diminuição do momento de inércia relativo é responsável pela transição de trajetória. Os resultados encontrados pelos autores ainda precisam ser validados com dados de trabalhos experimentais que estão sendo desenvolvidos e que utilizem a inércia rotacional como parâmetro de controle.

2.2.2 Esteiras

Os estudos da dinâmica das esteiras formadas atrás de sólidos e gotas são de grande importância para o entendimento das esteiras formadas pelas bolhas. Um trabalho clássico é o de Magarvey e Bishop (1961) que observaram os padrões das esteiras de uma gota imiscível solta em outro líquido utilizando um corante. Os autores separaram as esteiras em seis tipos diferentes, sendo que para um número de Reynolds acima de 210 as esteiras passavam de um único filamento para dois. A Figura 11 mostra as esteiras duplas (dois filamentos) para duas gotas diferentes,

sendo (a) $Re=225$ e (b) $Re=220$, e a concentração do corante indica o padrão da circulação relacionada aos vórtices formados.

Figura 11 - Esteiras duplas para duas gotas diferentes movendo em água (a) e (b) com números de Reynolds 225 e 220 respectivamente.



Fonte: Magarvey e Bishop (1961)

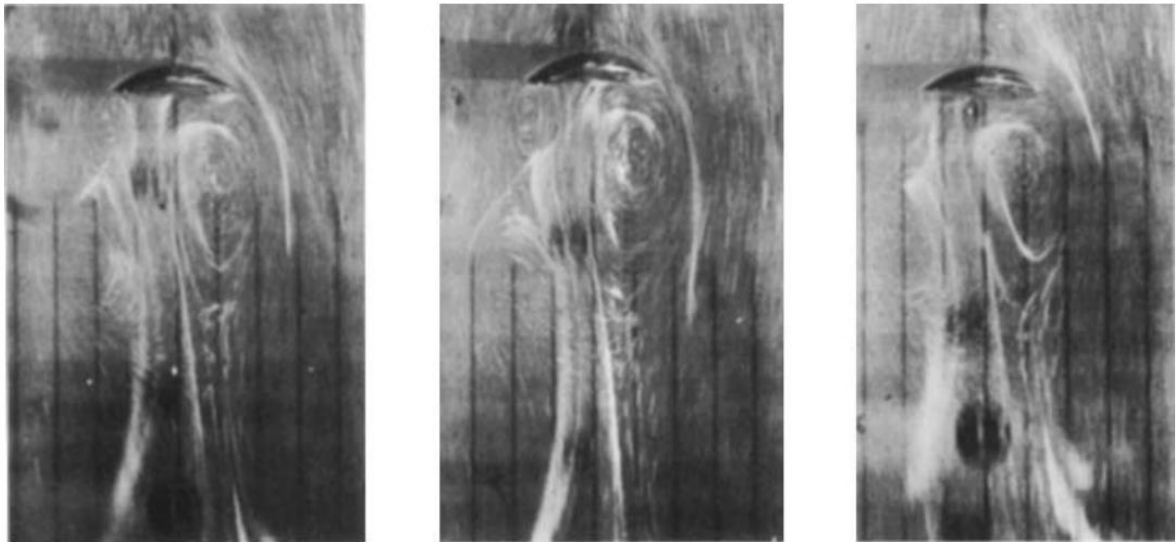
Os resultados encontrados pelos autores se aproximam dos observados para as esteiras de bolhas em água limpa. Com números de Reynolds menores que 200, as esteiras de gotas e bolhas são parecidas e formadas por uma linha. Para Re acima de 200, tanto para gota e bolha, aparecem esteiras em duas linhas. No entanto, as bolhas apresentam instabilidades na trajetória para Re acima de 700 e as esteiras atrás de bolhas, gotas e sólidos se tornam muito diferentes (De Vries, 2001).

Dessa forma, deve-se ter cautela na aplicação dos resultados encontrados para os sólidos ou gotas em bolhas. Isso se deve ao fato do coeficiente de arrasto para esferas sólidas e gotas serem geralmente maiores que para bolhas, e esse coeficiente maior está relacionado com a quantidade de vorticidade produzida. Para bolhas grandes, suas deformações podem ser tão elevadas que os coeficientes de arrasto poderão ser maiores que para esferas sólidas de mesmo volume.

Bhaga e Weber (1981) fizeram um estudo experimental em que observaram as esteiras formadas por uma bolha ascendendo em soluções de água com açúcar

em diferentes concentrações. Os autores mostraram a formação de esteiras toroidais fechadas para todas as bolhas observadas com exceção da bolha com o maior número de Reynolds. Com o aumento do tamanho da bolha, o volume aumentava até que para $Re=110$ a esteira toroidal fechada dá lugar a uma esteira aberta instável. A Figura 12 mostra a esteira aberta e instável atrás de uma bolha com formato de “capa-esférica”.

Figura 12 - Esteira aberta e instável atrás de uma bolha com formato de “capa-esférica”.

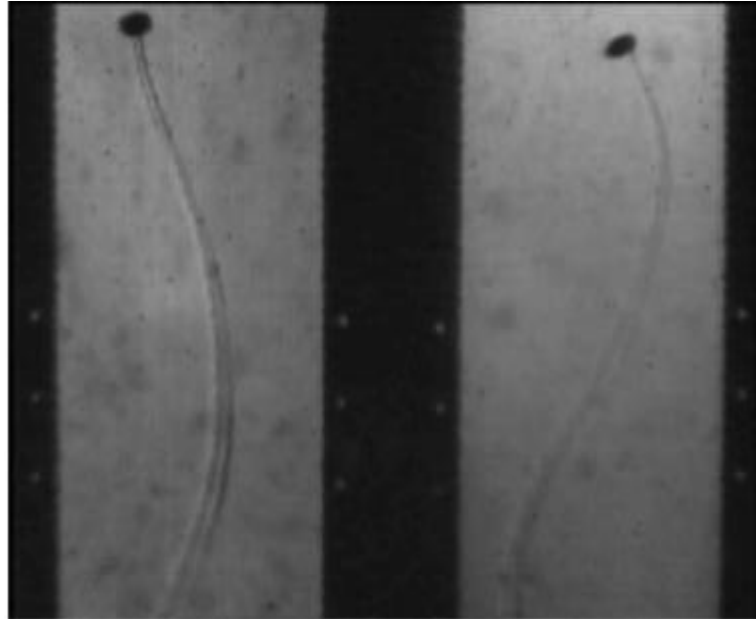


Fonte: Bagha e Weber (1981)

Outros estudos experimentais de esteiras de bolhas foram feitos por Ellingsen e Risso (1998) que utilizaram a técnica de Anemometria Doppler Laser (LDA) e Brücker (1999) que utilizou a técnica de Velocimetria por Imagem de Partículas (PIV). Nesses estudos, o “desprendimento” de vórtices (*vortex shedding*) é observado para o movimento de ziguezague das bolhas, e é parecido com o observado para esferas sólidas. Para as bolhas em movimento de espiral, Lunde e Perkins (1997) observaram a formação de esteira em duas linhas e afirmaram que consistiam de dois filamentos de vórtices contra-rotacionando. Os autores também argumentaram, da mesma forma que Mougin e Magnaudet (2002), que para bolhas grandes a produção de vorticidade devido à deformação é muito grande para ser transportada para longe da bolha em uma esteira axissimétrica. Sendo assim, a esteira desenvolve um formato não-simétrico que transporte mais eficientemente a vorticidade, dando origem a instabilidade na trajetória (Shew et al., 2005; Yang e Prosperetti, 2007; Zenit e

Magnaudet, 2008; Cano-Lozano et al., 2016). De Vries (2001), Adoue et al. (2009), Ern et al. (2012), Tripathi et al. (2015) e Zhang e Ni (2017) também observaram a formação de dois filamentos que foram associados a uma força de sustentação aplicada à bolha, como pode ser visto na Figura 13.

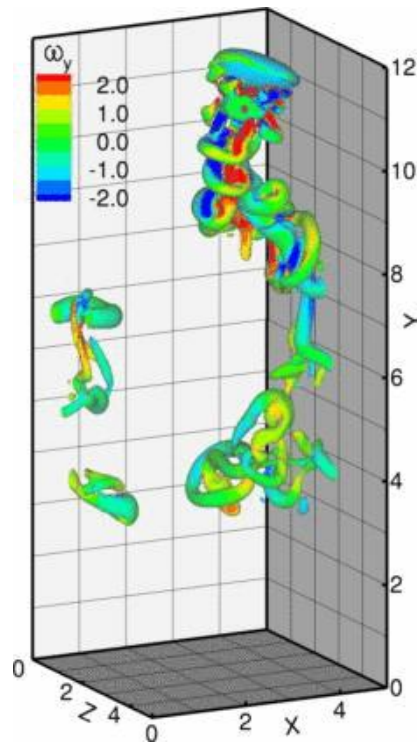
Figura 13 - Duas vistas, plano frontal e lateral, da onda com dois filamentos atrás de uma bolha com trajetória espiral quase perfeita.



Fonte: De Vries (2001)

Estudos numéricos como Ryskin e Leal (1984) e Blanco e Magnaudet (1995) reportaram a formação de um redemoinho permanente atrás de uma bolha muito deformada. Chai et al. (2016), utilizando simulação numérica de grandes escalas (LES), investigaram as propriedades da esteira como velocidade e energia cinética turbulenta. Outro estudo numérico realizado por Gaudlitz e Adams (2009) investigou a estrutura da esteira instável e aberta de uma bolha com diâmetro equivalente de 5,2 mm e número de Reynolds de 598. A Figura 14 mostra a estrutura da esteira da bolha em trajetória de ziguezague e a vorticidade.

Figura 14 - Estrutura da esteira da bolha em trajetória de ziguezague.



Fonte: Gaudlitz e Adams (2009)

2.2.3 Velocidade terminal

A velocidade terminal da bolha já foi muito estudada tanto teoricamente – como pode ser visto em trabalhos clássicos como Hadamard (1911) e Moore (1959) – e experimentalmente em Haberman e Morton (1953), em que os autores mostraram as velocidades terminais de bolhas em função de seus raios equivalentes para vários líquidos. Mendelson (1967) resumiu as características da velocidade terminal para bolhas em fluidos pouco viscosos como pode ser visto na Figura 15 e a subdividiu em quatro regiões conforme o diâmetro, D :

Região 1 - $D < 0,7$ mm: Nessa região as bolhas são esféricas e se comportam como esferas sólidas. A velocidade terminal obedece a lei de Stokes.

Região 2 - $0,7 \text{ mm} < D < 1,4$ mm: Nessa região, a circulação interna na bolha reduz a tensão cisalhante na interface e a velocidade de subida da bolha é maior que a prevista pela lei de Stokes.

Região 3 – $1,4 \text{ mm} < D < 6 \text{ mm}$: Nessa região, Mendelson (1967) previu a velocidade terminal da bolha através da teoria de ondas, em que as bolhas são assumidas como sendo perturbações interfaciais, e a sua velocidade terminal é similar a das ondas em um fluido ideal e é dada por:

$$U_T = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho D} + \frac{gD}{2}} \quad (2.18)$$

Embora inexista uma explicação física mais sólida para essa relação proposta por Mendelson para a região 3, ela mostra uma boa concordância com resultados experimentais.

Região 4 – $D > 6 \text{ mm}$: A velocidade das bolhas “capa-esférica” é descrita por Davies e Taylor (1950) como:

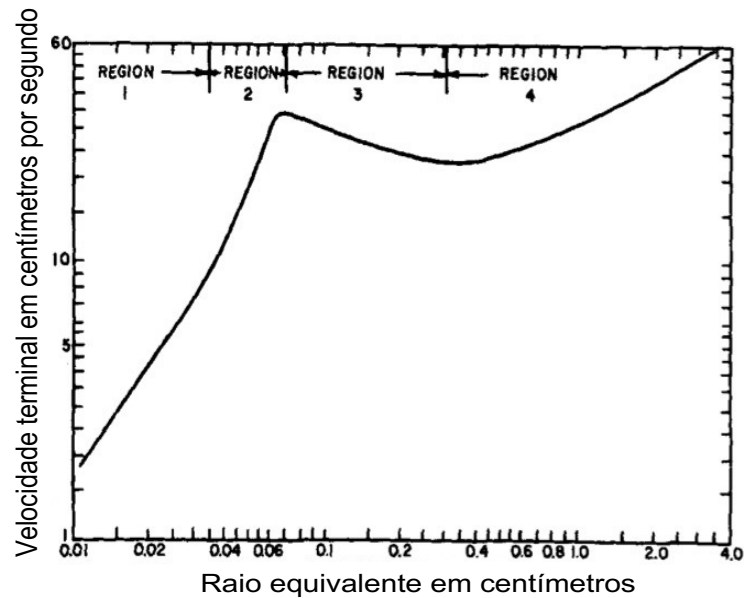
$$U_T = 0,67\sqrt{gr_c} \quad (2.19)$$

ou

$$U_T = 1,02\sqrt{gr} \quad (2.20)$$

sendo r_c o raio de curvatura na frente do ponto de estagnação e r o raio equivalente da bolha.

Figura 15 - Curva típica da velocidade terminal de bolhas em função do tamanho em líquidos de baixa viscosidade.

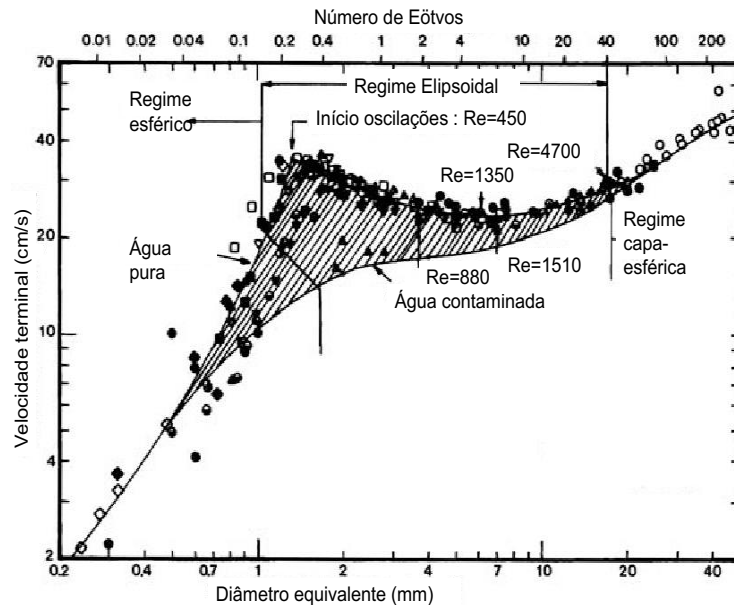


Fonte: Adaptado de Mendelson, (1967)

A Figura 16 foi retirada de Clift et al. (1978), onde são apresentados resultados experimentais para a velocidade terminal da bolha ascendendo em água para o regime esférico, o regime elipsoidal e o regime de “capa-esférica”.

Em um primeiro momento, tem-se a faixa de dominância das forças viscosas que corresponde a bolhas de até 1,3 mm, em que a velocidade terminal aumenta com o aumento do diâmetro equivalente devido ao aumento do empuxo. Bolhas de diâmetros entre 1,3 mm e 6 mm correspondem ao regime de tensão superficial dominante, em que a velocidade decai gradualmente com o diâmetro, enquanto a razão de aspecto aumenta (razão entre os eixos maiores e menores da bolha). Isso ocorre principalmente pelo aumento da força de arrasto em função da mudança de formato da bolha e aparecimento de instabilidades nas trajetórias. Na região de regime de inércia dominante, bolhas com diâmetros maiores que 6 mm, a velocidade volta a aumentar com o diâmetro, porém a variação na razão de aspecto é pequena (Duineveld, 1995; Tomiyama et al., 2002; Celata et al., 2007).

Figura 16 - Velocidade terminal da bolha em função do diâmetro equivalente em água a 20°C.



Fonte: Adaptado de Clift et al. (1978)

Pode-se observar também a influência que a presença de impurezas tem na velocidade terminal. Haberman e Morton (1954) mostraram que para água contaminada o raio crítico da bolha em que as primeiras instabilidades na trajetória aparecem é menor, assim como a velocidade terminal decresce. Bel Fdhila e Duineveld (1996) determinaram que a velocidade da bolha permanece aproximadamente igual ao seu valor para o fluido puro até uma concentração adimensional crítica de surfactante, $k=1$. Acima dessa concentração, o arrasto aumenta rapidamente até atingir o arrasto de uma esfera sólida.

A curva empírica para água pura, válida para diâmetro equivalente acima de 1,3 mm e determinada a partir dos dados da Figura 16, é dada por:

$$U_T = \sqrt{\frac{2,14\sigma}{\rho D} + 0,505gD} \quad (2.21)$$

2.3 Estudos sobre escoamentos de bolhas com presença de parede

Muitos autores estudaram os mecanismos de interação entre bolhas e paredes, assim como sua influência na dinâmica das bolhas (Feng e Bolotnov, 2018). Takemura e Magnaudet (2003) observaram que para um número de Reynolds inferior

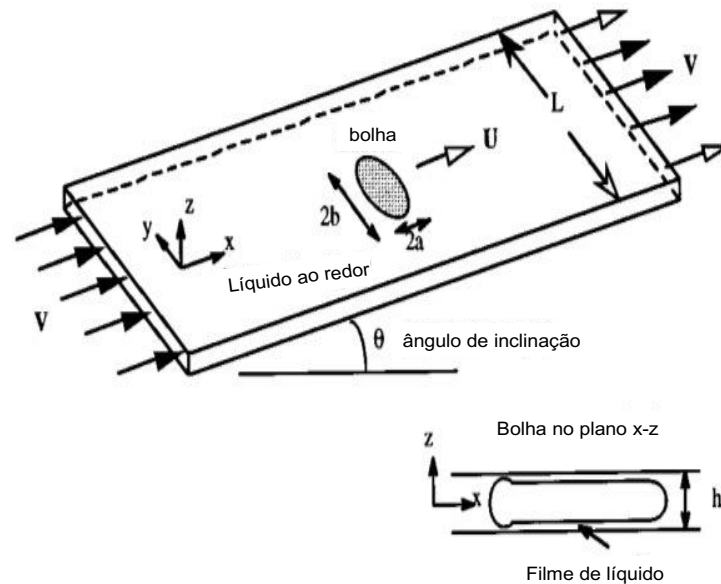
a 30 surge uma força de sustentação repulsiva que afastava a bolha da parede. Nesse caso, as distribuições assimétricas dos vórtices na esteira da bolha devido a interação com a parede resultam em uma força lateral de direção contrária à parede. Por outro lado, Sugiyama e Takemura (2010) observaram que para Re mais altos, a passagem das bolhas tende a acelerar o líquido entre a superfície da bolha e a parede, resultando em um gradiente de pressão que empurra a bolha em direção à parede.

Em um trabalho mais recente, Lee e Park (2017) investigaram a influência de uma parede lateral na estrutura da esteira de uma bolha oscilatória. Os autores argumentaram que a variação na estrutura da esteira ocorre principalmente durante as colisões de bolha e parede, em que os filamentos de vórtices presos à bolha são afastados da parede, onde o desprendimento de vórtices pode ocorrer. Dessa forma, essa força de sustentação contrária à parede é gerada pela transferência da energia acumulada na superfície da bolha (devido à deformação da bolha na colisão) em energia cinética. Assim, com o aumento das perdas de energia, a presença de parede é responsável pela redução da amplitude e comprimento de onda das trajetórias das bolhas em relação a uma bolha escoando livremente. Outros autores que também analisaram as interações entre a esteira da bolha e a parede foram: Sugioka e Tsukada (2015), Jeong e Park (2015) e Zhang et al. (2020).

A maioria dos trabalhos envolvendo escoamento de bolhas entre duas paredes trata do escoamento de bolhas achatadas pelas paredes, conhecido como escoamento em células Hele-Shaw, em que o movimento da bolha é restrito a um plano e governado por efeitos inerciais e atrito viscoso nas paredes (Filella et al., 2015). A Figura 17 mostra, de forma esquemática, uma bolha se movendo em uma célula Hele-Shaw.

Taylor e Saffman (1959) apresentaram soluções analíticas para bolhas simétricas escoando em um líquido viscoso. Em relação a estudos experimentais, foram analisados os escoamentos tanto em células horizontais quanto verticais e a influência do ângulo de inclinação das células nos formatos das bolhas de ar escoando em água e soluções de água-glicerina (Maxworthy, 1986; Kopf-Sill e Homsy, 1988). As velocidades das bolhas encontradas foram um pouco diferentes das previstas por Taylor e Saffman (1959).

Figura 17 - Esquema do escoamento de uma bolha em uma célula Hele-Shaw.






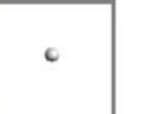












Fonte: Adaptado de Maruvada e Park (1996)

Lazarek e Littman (1974) fizeram medidas do campo de pressão ao redor de bolhas de ar em formato “capa-esférica”, cujo diâmetro inicial era de duas polegadas, escoando em um canal estreito com espaço entre paredes de meia polegada preenchido com água. Os autores mostraram que o campo de pressão na frente da bolha é bem aproximado pelo escoamento irrotacional ao redor de um corpo oval. Bush e Eames (1998) estudaram o deslocamento de líquido associado à injeção e consequente escoamento de bolhas com elevado número de Reynolds em uma célula com espaço entre paredes de 2,5 mm, preenchida com água pura e solução de água-leite. Os resultados foram comparados com modelos teóricos baseados em escoamentos invíscidos bidimensionais.

Roudet et al. (2008, 2011) apresentaram um estudo sobre como utilizar a técnica de velocimetria de imagens de partícula (PIV) em uma célula com espaçamento de 1 mm e escoamento de bolhas de volumes entre 7 mm^3 e 1300 mm^3 em água destilada. Drews et al. (2009) fizeram um estudo experimental e numérico de bolhas, com diâmetros equivalentes entre 3 mm e 24 mm, escoando em água para diferentes espaçamentos entre as paredes, variando de 3 mm a 11 mm. O

cisalhamento na parede e a velocidade terminal foram calculados numericamente para diferentes diâmetros de bolhas. Além disso, os formatos das bolhas obtidos experimentalmente foram comparados com os resultados numéricos como mostrado na Figura 18:

Figura 18 - Comparação entre formatos de bolhas: imagens tiradas do experimento e das simulações numéricas.

Diâmetro da bolha	Espaçamento da membrana			
	3 mm		7 mm	
3 mm				
5 mm				
7 mm				
10 mm				
	<i>exp.</i>	<i>num.</i>	<i>exp.</i>	<i>num.</i>

Fonte: Adaptado de Drews et al. (2009)

Roig et al. (2012) fizeram uma análise experimental para trajetória e oscilações de bolhas de ar ascendendo com altos números de Reynolds em água destilada. A célula utilizada possuía um espaço de 1mm e foram observados: formatos das bolhas, a variação da velocidade da bolha no tempo em função de sua deformação, a velocidade e vorticidade ao redor da bolha e o decaimento da vorticidade com o tempo após a passagem da bolha. Com essas observações, os autores fizeram uma descrição generalizada de vários regimes de escoamento a partir do acoplamento entre dinâmica das esteiras e o movimento das bolhas.

Böhm et al. (2014) fizeram uma investigação fenomenológica do escoamento das bolhas em fluidos newtoniano e não-newtoniano (solução de Xanthan) que escoavam com velocidades entre 0 e 23,5 cm/s, o espaçamento entre as paredes variou de 5 mm a 7 mm, o diâmetro das bolhas ficou entre 3 mm e 9 mm. Em fluidos não-newtonianos, as bolhas apresentaram uma trajetória retilínea, um formato de

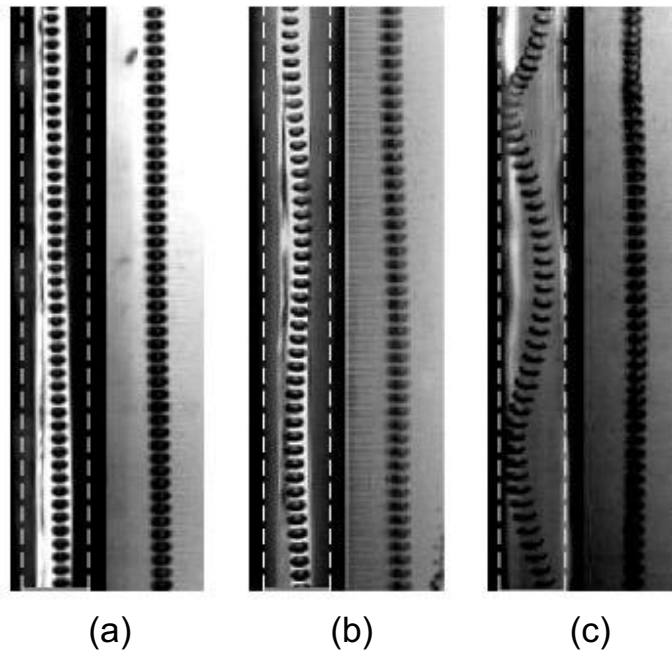
bolha mais estável e uma velocidade um pouco menor que no fluido newtoniano. Filella et al. (2015) investigaram o movimento de oscilação e a esteira de bolhas escoando em um espaço entre paredes de 3,1 mm. A razão entre o espaçamento e o diâmetro das bolhas era menor que 0,4 e os autores observaram que o maior desprendimento de vórtices ocorre para a máxima velocidade transversal da bolha. Ademais, Wang et al. (2014), Filella et al. (2020) e Hashida et al. (2020) também estudaram trajetórias, formatos e esteiras das bolhas através da variação de seus tamanhos e das distâncias entre as paredes das células.

Quando se trata de trabalhos envolvendo escoamento de bolhas entre duas paredes, mas que não sofrem achatamento (Figura 19), o número de publicações é bem escasso. Figueroa-Espinoza et al. (2008) estudaram o efeito do confinamento na dinâmica da bolha para $30 < Re < 500$, $0,05 < We < 2,68$ e diâmetros de bolha entre 0,3 mm e 1,4 mm. Além disso, foram utilizados três óleos de silicone como fluidos de trabalho e distâncias entre paredes de 3,6 mm e 4,7 mm. Os autores calcularam o coeficiente de arrasto através do balanço vertical de forças e normalizaram com a correlação de Moore (1965) para coeficiente de arrasto de bolha em um sistema não-confinado. Eles então propuseram um fator de correção (F) para o coeficiente de arrasto em um sistema confinado como sendo $C_D = C_{D(Moore)} \cdot F$, em que $C_{D(Moore)}$ é o coeficiente de arrasto proposto por Moore (1965). O fator F foi expresso como uma função do confinamento da seguinte maneira:

$$F(s) = 1 + ks^3 \quad (2.22)$$

onde s é o parâmetro de confinamento definido como $s=r/W$, em que r é o raio da bolha e W a distância entre paredes. A constante k depende da trajetória da bolha, sendo $k=8$ para trajetórias retilíneas e $k=80$ para oscilatórias. Também foi observado que a transição de trajetória retilínea da bolha para oscilante ocorre para um número de Reynolds muito menor, próximo de 70, do que para o escoamento livre.

Figura 19 - Bolha ascendendo em canal confinado, as imagens a esquerda correspondem ao plano de confinamento e as imagens a direita são do plano não-confinado:(a) escoamento retilíneo, (b) leve ziguezague e (c) ziguezague.



Fonte: Figueroa-Espinoza et al. (2008)

Igualmente, Almani et al. (2021) estudaram bolhas de diâmetros entre 1,34 mm e 3,36 mm escoando em um canal com distância entre paredes de 4 mm. Os fluidos de trabalho foram água deionizada e soluções aquosas de Xanthan (fluido não-newtoniano). As bolhas apresentaram uma menor deformação quando comparadas com um sistema não-confinado. Além disso, as bolhas escoando no fluido não-newtoniano sofreram transição de esféricas para elipsoidais antes que as que escoaram em água. Gumulya et al. (2021) realizaram um estudo numérico de bolhas com diâmetros de 5 mm e 7 mm e grau de confinamento de 1 e 2 (GAP/D) escoando em água. O efeito do confinamento no formato da bolha e os campos de velocidade foram observados. Bolhas que apresentavam trajetórias helicoidais em geometrias não-confinadas na presença de confinamento mudaram para ziguezague, a razão de aspecto das bolhas diminuiu com o confinamento, assim como aumentaram as frequências de oscilação das bolhas.

Em relação a confinamentos em mais de uma direção, os trabalhos mais encontrados são confinamentos em geometrias circulares (tubos), em que fatores de correção para prever a queda de velocidade como função da razão entre diâmetros de bolha e tubo foram propostos (Uno e Kintner, 1956; Maneri e Mendelson, 1968; Clift

et al., 1978). Krishna et al. (1999) mostraram que a velocidade de bolhas de ar ascendendo em um tubo com água poderia ser reduzida no máximo em 50% devido aos efeitos de parede. Hassan et al. (2001) utilizou tanto a técnica de *shadowgraph* quanto de PIV para estudar o campo de escoamento gerado por uma bolha de 3 mm ascendendo em um tubo com água de 12,7 mm de diâmetro. Nesse estudo, dois filamentos de vórtices foram observados tanto na região frontal da bolha quanto na região traseira. Também, Ortiz-Villafuerte et al. (2001) realizaram um trabalho em que foi utilizada a técnica de velocimetria de rastreamento de partículas (particle tracking velocimetry) para a análise de bolhas de ar com diâmetros de 2,7 mm e 3,6 mm escoando em um tubo de 11 mm de diâmetro com água. Os autores mostraram que a presença de parede é responsável pela manutenção de um formato quase esférico das bolhas e que as que escoam próximas da parede do tubo rotacionam mais.

Por outro lado, os estudos envolvendo confinamento em canais quadrados ou retangulares são ainda mais escassos. Kumar e Vanka (2015) realizaram um trabalho numérico para escoamento de bolhas em canais quadrados com três (3) razões de confinamento (razão entre largura do canal e diâmetro de bolha), quatro (4) números de Bond e dois (2) números de Morton. Observaram que o decaimento na velocidade das bolhas foi maior entre as razões de confinamento de 2 para 3 do que de 3 para 4, ou seja, a mudança de velocidades não é linear com o confinamento. Soltani et al. (2018) investigaram a ascensão de bolhas com diâmetros entre 0,76 mm e 3,02 mm, em uma solução água-glicerina escoando através de um canal retangular de 3 mm x 5,8 mm. Assim, um modelo de velocidade terminal para escoamento de Stokes no sistema confinado foi proposto. Os autores mostraram que a velocidade de bolhas isoladas escoando em um canal retangular é diferente de bolhas escoando em tubos ou entre placas paralelas em função do escoamento assimétrico ao redor das bolhas causado pelas quinas, onde são encontradas recirculações.

2.4 Fechamento da seção

A maioria dos trabalhos encontrados durante a revisão trata de escoamentos de bolhas em sistemas não-confinados. Dentre os trabalhos encontrados referentes a escoamentos em sistemas confinados, a maioria diz respeito a escoamentos em que

a bolha possui um diâmetro equivalente bem maior que o espaço entre as paredes, sendo que dessa forma as bolhas ficam achatadas entre as paredes.

Nos poucos estudos em que as bolhas não estão achatadas entre duas paredes, os autores já partiram de geometrias confinadas (Almani et al., 2021; Gumulya et al., 2021 e Figueroa-Espinoza et al., 2008) e assim a transição do comportamento da bolha de um escoamento livre para um sistema confinado não pôde ser observada. Dessa forma, a influência das paredes na velocidade, trajetória e formatos de acordo com a distância entre paredes partindo de um sistema não-confinado não foi analisada e, assim, não existe um critério para definição do confinamento. Além disso, utilizaram fluidos com baixa tensão superficial (Figueroa-Espinoza et al., 2008), o que resultou em bolhas muito deformadas.

Em relação aos trabalhos que envolvem confinamento em duas direções, a influência da direção de confinamento não foi avaliada (Kumar e Vanka, 2015; Soltani et al., 2018) e utilizaram fluido de trabalho com alta viscosidade (Soltani et al., 2018). Inserido nesse contexto, através de um estudo experimental utilizando as técnicas de *shadowgraph* e PIV, o presente trabalho vem a contribuir com a literatura na área. Foi avaliada a influência do grau de confinamento em vários parâmetros (trajetórias, formatos, velocidades, entre outros) e os resultados foram comparados com modelos encontrados na literatura. Também foram propostas novas correlações para razão de aspecto, velocidade e coeficiente de arrasto. Além disso, foram realizadas análises paramétricas onde foram discutidas a influência das principais forças no escoamento.

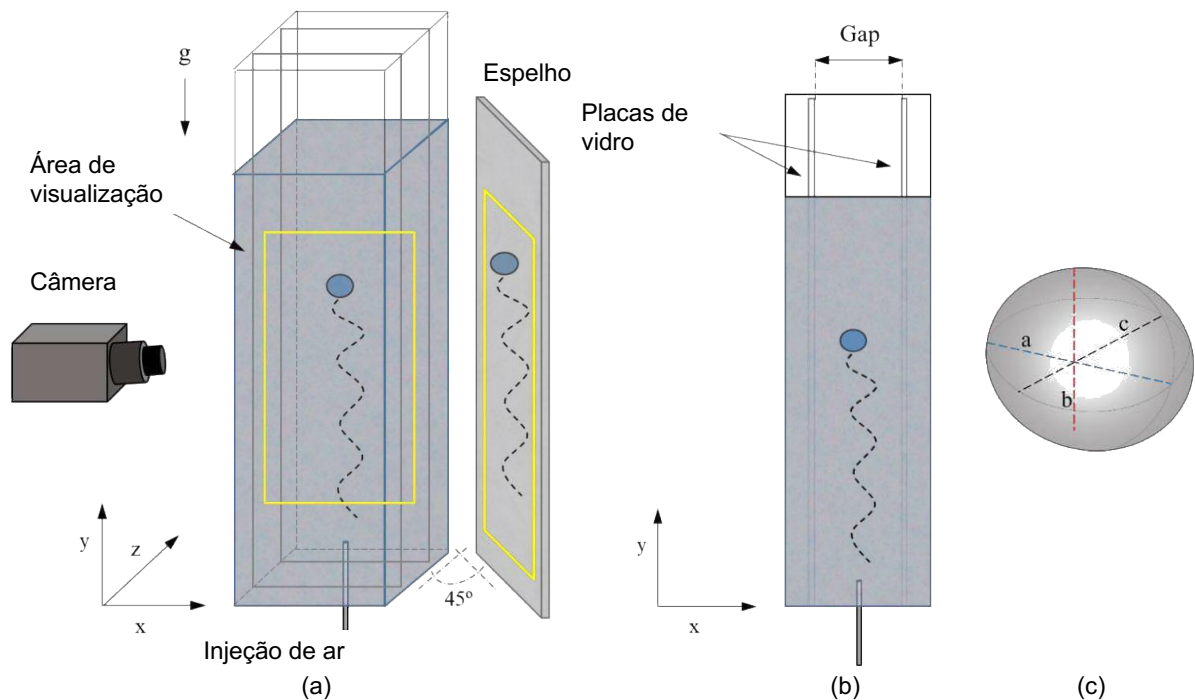
3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A metodologia utilizada para descrever a ascensão de uma bolha em um canal confinado é descrita nesta seção. A primeira parte é referente à técnica de *shadowgraph* utilizada para o caso de confinamento em uma direção e em duas direções. A segunda parte trata da velocimetria por imagem de partícula (PIV) que foi empregada somente para o caso de confinamento em uma direção.

3.1 Shadowgraph

O aparato experimental para o caso de confinamento em uma direção é ilustrado na Figura 20. Ele consiste em um tanque de 700 mm de altura, 80 mm de profundidade e 139 mm de largura.

Figura 20 - Figura esquemática da bancada experimental: (a) configuração geral, sendo o retângulo amarelo a área de visualização; o sistema de injeção e posicionamento do espelho também são mostrados; (b) vista lateral do confinamento e (c) as dimensões da bolha, em que a, b e c são os eixos representados por linhas tracejadas em azul, vermelha e preta respectivamente.



Fonte: Autoria própria (2022)

Duas placas de vidro móveis (Figura 20 (b)) com a mesma largura e altura do tanque foram utilizadas para obter os vários *gaps* (distância entre paredes). As diferentes separações entre paredes variaram de 3,5 mm até 80 mm e estão mostradas na Tabela 1. Além disso, foi posicionado um espelho a 45° em relação a parede do tanque. Esse ângulo de inclinação foi escolhido com o objetivo de obter as imagens frontais e laterais no mesmo plano simultaneamente. O fluido de trabalho utilizado foi água deionizada a temperatura ambiente ($\rho=997\text{kg/m}^3$, $\sigma=0.073\text{N/m}$, $\mu=0.001\text{Pa}\cdot\text{s}$) e bolhas de ar foram injetadas manualmente na base do tanque com a utilização de uma seringa e tubos capilares.

Três tubos capilares com dimensões internas diferentes foram utilizados para obter bolhas cujos diâmetros variaram entre 1,2 mm e 3,6 mm. Os tamanhos de bolhas foram divididos em três categorias como mostrado na Tabela 1, sendo bolhas pequenas com diâmetros entre 1,2 mm e 1,6 mm, médias com diâmetros entre 2,1 mm e 2,6 mm e bolhas grandes com diâmetros entre 2,8 mm e 3,6 mm, o que corresponde ao parâmetro de confinamento (GAP/D) de 1,1 até 58. Contando o número de *gaps* e capilares, foi contabilizado um número total de 21 configurações experimentais.

Tabela 1- Configurações experimentais e diâmetros de bolhas pequenas, médias e grandes para cada caso.

GAP [mm]	Pequena [mm]	Média [mm]	Grande [mm]
80	1,37-1,40	2,10-2,22	2,80-2,94
35	1,35-1,49	2,50-2,60	3,00-3,10
21	1,43-1,60	2,50-2,60	3,30-3,60
12	1,30-1,53	2,06-2,43	3,00-3,13
8,5	1,30-1,40	2,10-2,20	3,07-3,12
5,5	1,26-1,40	2,40-2,60	3,00-3,10
3,5	1,20-1,50	2,10-2,50	3,00-3,20

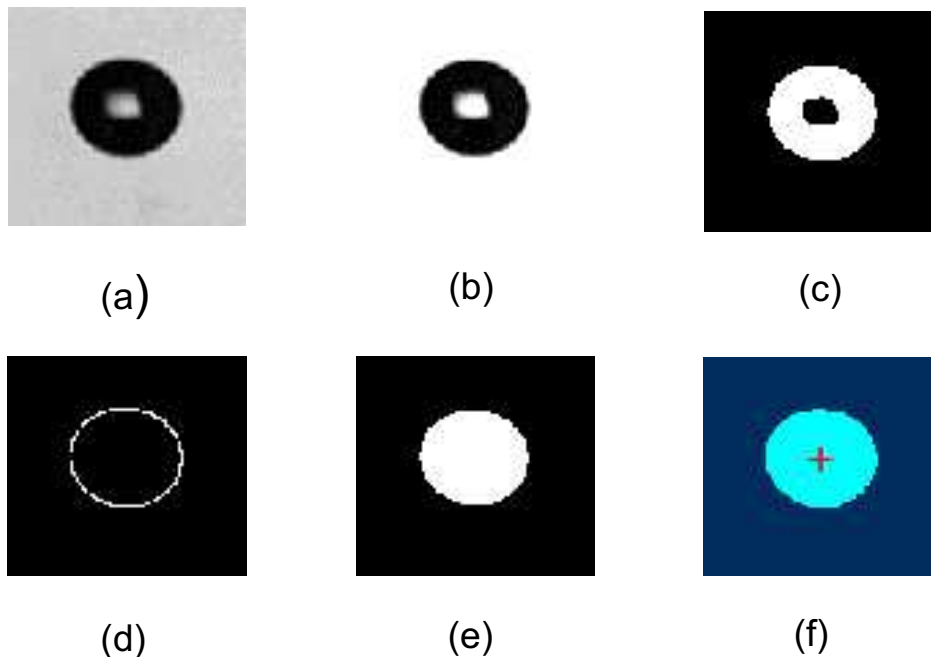
Fonte: Autoria própria (2022)

A primeira técnica utilizada foi o *shadowgraph* em que foi posicionada uma fonte de luz de LED atrás do canal e ao lado oposto ao espelho. Também, um difusor foi posicionado em frente a cada fonte de luz com o objetivo de homogeneizar a luz e evitar reflexos de luz no espelho. Uma câmera de alta velocidade (FASTCAM SA4 Model 500k-M3) foi posicionada frontalmente, a uma altura de aproximadamente 140 mm da ponta do capilar para garantir que as bolhas alcançassem suas velocidades terminais, conforme mencionado na literatura (Figuroa-Espinoza et al., 2008). Essa distância equivale a 47 vezes o diâmetro correspondente as maiores bolhas. Além disso, foram realizados testes preliminares que confirmaram que as bolhas alcançavam suas velocidades terminais. As bolhas têm um índice de refração da luz maior que o do líquido e a maior refração ocorre na interface entre bolha e líquido. Os raios de luz são então desviados na interface da bolha, e com isso tem-se a formação

de uma sombra que possui o formato dessa bolha na imagem capturada pela câmera (Settles, 2001). As imagens foram adquiridas a uma taxa de aquisição de 200 fps em uma janela de visualização de 140 mm de largura e 174 mm de altura. Foram obtidas imagens de aproximadamente quarenta bolhas para cada configuração e utilizadas cinco bolhas de cada caso para ilustrar os resultados.

As sequências de imagens das bolhas adquiridas nos planos x - y e z - y foram processadas por um código escrito em MATLAB com várias sub-rotinas. A conversão de pixel para unidade de comprimento foi realizada utilizando-se uma régua como referência; na sequência subtrai-se a imagem de fundo da bolha (Figura 21 (b)). As imagens foram convertidas em escala de cinza e binarizadas (Figura 21 (c)); as interfaces foram detectadas (Figura 21 (d)) e os pixels vazios preenchidos (Figura 21 (e)); por último, o centroide é detectado (Figura 21 (f)).

Figura 21 - Passos do processamento de imagens da bolha: (a) imagem crua; (b) imagem sem fundo; (c) imagem binarizada; (d) detecção interfaces; (e) imagem com pixels preenchidos; (f) detecção centroide (cruz vermelha).



Fonte: Autoria própria (2022)

As propriedades das bolhas, ou seja, centroides, áreas, maiores e menores eixos foram identificados. Assim, foi possível obter o deslocamento da bolha para cada passo de tempo ($\Delta t = 0,005 \text{ s}$). Os deslocamentos nas coordenadas x , y e z foram calculados e conseqüentemente as velocidades foram medidas para cada um dos

eixos (V_x, V_y, V_z). As velocidades de subida foram calculadas para cada vista e passo de tempo, sendo $U_1 = (V_x^2 + V_y^2)^{\frac{1}{2}}$ para a vista frontal (x-y) e $U_2 = (V_y^2 + V_z^2)^{\frac{1}{2}}$ para a vista lateral (z-y). Em seguida, foi calculada uma velocidade média ao longo de toda trajetória da bolha. A diferença de velocidade entre os planos não foi grande ($\sim 3\%$); dessa forma, a velocidade do plano x-y será utilizada na seção de resultados e referenciada como U . Além disso, o diâmetro equivalente é calculado como $D_1 = (8a^2b)^{\frac{1}{3}}$ e $D_2 = (8c^2b)^{\frac{1}{3}}$ para os planos x-y e z-y respectivamente como mostrado na Figura 20 (c), sendo utilizado um valor médio dos dois planos na seção de resultados. O grau de deformação das bolhas foi determinado pela razão de aspecto definida como a razão entre o raio mais largo e o mais curto, $\chi_1 = \frac{a}{b}$ para o plano x-y (vista frontal) e $\chi_2 = \frac{c}{b}$ para o plano z-y (vista lateral).

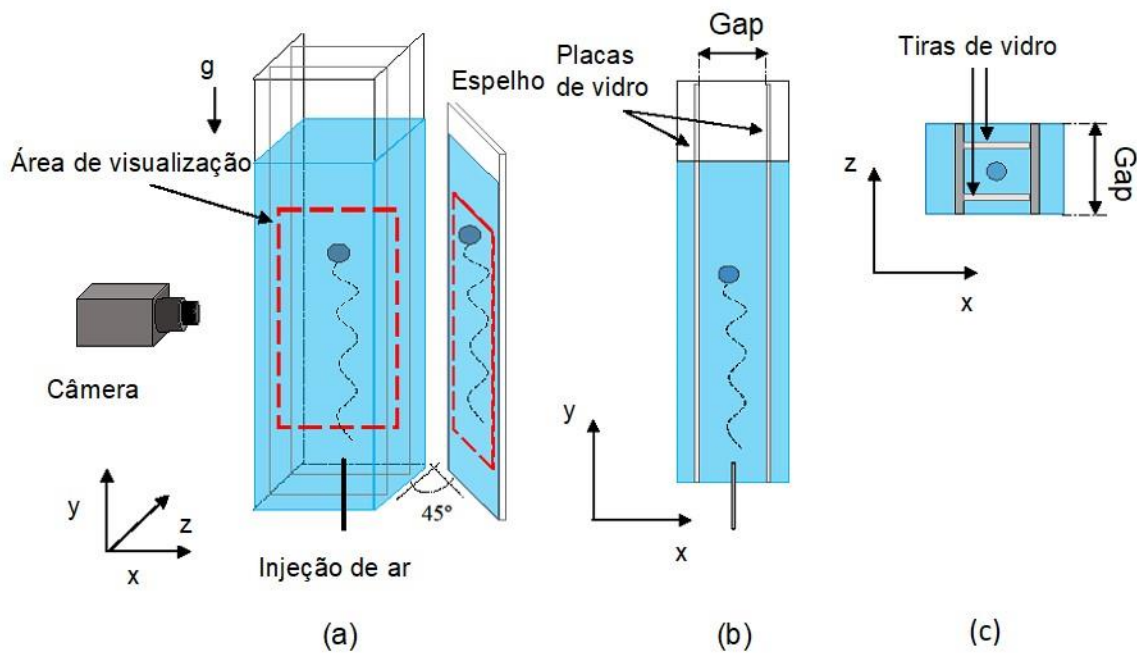
A incerteza de medição e sua propagação foram calculadas (Mayor et al., 2007), sendo o tamanho de um pixel equivalente a 0,13 mm. As incertezas para os diferentes parâmetros da bolha são calculadas como $R = f(X_1, X_2, \dots, X_i)$, sendo R uma variável que representa os parâmetros das bolhas e é uma função de X_i , que representa a posição da bolha, o passo de tempo e os maiores e menores diâmetros. A incerteza relativa de R , (u_R), é dada pela propagação de incertezas de X_i :

$$u_R^2 = \sum_i \left(\frac{X_i}{R} \frac{\partial R}{\partial X_i} \right)^2 u_{X_i}^2 \quad (3.1)$$

A incerteza em relação ao diâmetro da bolha foi aproximadamente 4%. Para a razão de aspecto foi menor que 7% e para a posição da bolha e velocidade foi cerca de 5%.

O aparato experimental para o caso de confinamento em duas direções é ilustrado na Figura 22. O tanque utilizado foi o mesmo do caso de confinamento em uma direção, com a diferença que além das placas de vidro que confinavam na direção z (Figura 22 (b)) foram utilizadas duas tiras de vidros (Figura 22 (c)), com espessuras variando de 3 mm a 12 mm para fazer o confinamento na direção x. O fluido de trabalho, a injeção de bolhas de ar, a divisão por tamanho de bolhas e o processamento das imagens também foram idênticas à configuração anterior.

Figura 22 - Esquema do aparato experimental:(a) esquema tridimensional do canal; (b)vista lateral e (c) vista superior.



Fonte: Autoria própria (2022)

As bolhas pequenas possuem diâmetros variando de 1,32 mm a 1,58 mm, as médias com diâmetros entre 2 mm e 2,5 mm e as grandes com diâmetros entre 2,8 mm e 3,1 mm. O parâmetro de confinamento foi definido como D/D_h , em que o D_h é o diâmetro hidráulico do canal, e desta forma o grau de confinamento variou entre 0,13 e 0,98.

A combinação entre as geometrias dos canais e tamanhos de bolha levam a um total de trinta (30) configurações experimentais distintas e estão apresentadas na Tabela 2. Novamente, foram obtidas imagens de aproximadamente quarenta bolhas para cada configuração e utilizadas cinco bolhas de cada caso para ilustrar os resultados.

Tabela 2- Configurações experimentais, diâmetro hidráulico, diâmetros de bolhas e D/D_h separados por pequenas, médias e grandes para cada caso.

Canal [mm]	Pequena [mm]	Média [mm]	Grande [mm]	D/D_h pequena	D/D_h média	D/D_h grande
12x12	1,55-1,58	2,06-2,45	2,90-2,97	0,12-0,13	0,17-0,20	0,24-0,25
12x8	1,33-1,49	2,20-2,48	2,93-3,06	0,14-0,16	0,23-0,26	0,31-0,32
12x6	1,41-1,50	2,05-2,50	2,80-3,10	0,18-0,19	0,26-0,31	0,35-0,39
12x3	1,44-1,56	2,05-2,40	2,90-3,01	0,30-0,33	0,43-0,50	0,60-0,63
8x8	1,36-1,55	2,00-2,33	2,86-3,05	0,17-0,19	0,25-0,29	0,36-0,38
8x5	1,32-1,50	2,13-2,38	2,82-2,99	0,21-0,24	0,35-0,39	0,46-0,49
8x3	1,43-1,54	2,07-2,18	2,82-2,97	0,33-0,35	0,47-0,50	0,65-0,68
5x5	1,34-1,58	2,20-2,30	2,91-3,06	0,27-0,32	0,44-0,46	0,58-0,61
5x3	1,43-1,53	2,03-2,31	2,85-3,00	0,38-0,41	0,54-0,62	0,76-0,80
3X3	1,41-1,46	2,13-2,33	2,81-2,97	0,47-0,49	0,71-0,78	0,94-0,98

Fonte: Autoria própria (2022)

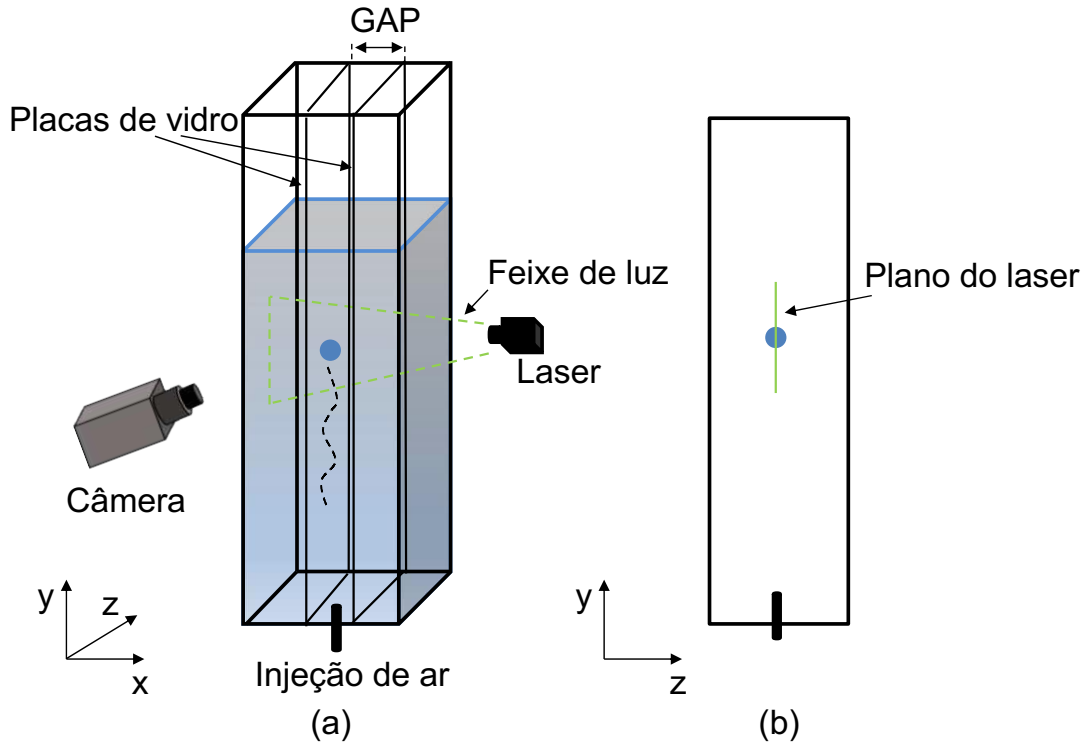
3.2 Velocimetria por imagem de partícula (PIV)

A velocimetria por imagem de partícula (PIV) é uma técnica que utiliza partículas traçadoras que são adicionadas a um fluido cujo campo de escoamento interessa quantificar. Assumindo que estas partículas se movam com a mesma velocidade que a velocidade local do escoamento, a captura de imagens do deslocamento dessas partículas permite quantificar, de forma indireta, a velocidade de um campo de escoamento.

Foi utilizado um laser de diodo contínuo para emissão do feixe de luz (Figura 23 (a)) que ilumina as partículas do escoamento que passam pelo plano bidimensional do feixe (Figura 23 (b)). As partículas traçadoras adicionadas são impregnadas com o corante fluorescente rodamina, e absorve a luz emitida pelo laser em comprimento de onda de 532 nm e emite em uma faixa entre 560 e 625 nm. Isso é importante pois possibilita a visualização somente das partículas traçadoras adicionadas ao escoamento, já que, utilizando um filtro óptico na câmera, a luz espalhada por superfícies, objetos e outras partículas presentes no escoamento (luz espalhada no

comprimento de onda original) será bloqueada, permitindo somente a passagem da luz emitida pelas partículas traçadoras.

Figura 23 – Esquema da bancada experimental: (a) esquema tridimensional do PIV, (b) vista lateral do canal com o plano bidimensional formado pelo feixe de luz emitido pelo laser.



Fonte: Autoria própria (2022)

As imagens do escoamento foram obtidas pela câmera de alta velocidade (mesma utilizada no *shadowgraph*) a uma taxa de 1000 fps, que foram processadas pelo programa PIVlab. As imagens adquiridas são divididas em pequenas subáreas denominadas de janelas de interrogação. O tamanho escolhido para essas janelas foi de 32 x 32 pixels com uma sobreposição de 50%. Foram calculados os valores do deslocamento da partícula utilizando correlação cruzada, que compara a posição da partícula nas janelas de interrogação correspondentes de duas imagens sequenciais. Boas correlações têm valores próximos a 1, indicando que a correlação encontrou a melhor posição para representação vetorial do deslocamento médio das partículas na janela de interrogação.

Os parâmetros obtidos após o processamento, tais como velocidades e vorticidade do líquido para cada instante de tempo, são exportados e processados

com um código no MATLAB para obtenção das figuras dos campos de escoamento. A técnica de PIV foi somente empregada para o confinamento em uma direção e gaps de 3, 5 e 8 mm para os três grupos de tamanhos de bolhas.

4 RESULTADOS

Na presente seção são apresentados os resultados para o confinamento em uma e duas direções separados em duas subseções. Para os casos de confinamento em uma direção e duas direções, os dados foram obtidos utilizando a técnica de *shadowgraph*, enquanto os dados obtidos do PIV foram utilizados somente para o confinamento em uma direção.

Os resultados analisados estão divididos em tópicos de formato de bolha, velocidades, trajetórias e análises paramétricas. São realizadas comparações com modelos encontrados na literatura válidos para sistemas não-confinados, confinados em uma direção e em tubos.

4.1 Confinamento em uma direção

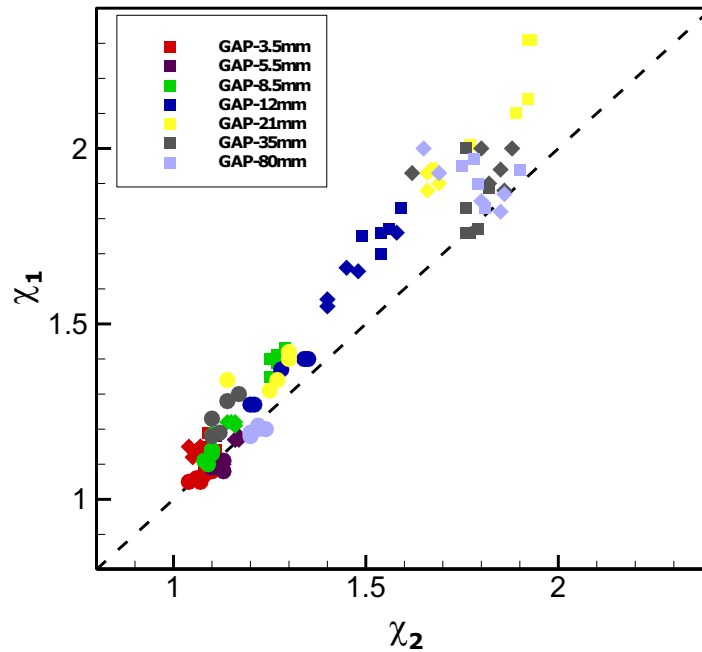
4.1.1 Formato da bolha

A deformação da bolha é representada pela razão de aspecto, que é a razão entre os maiores e menores eixos das bolhas (Figura 20 (c)) e definido como $\chi_1 = \frac{a}{b}$ para o plano x-y e $\chi_2 = \frac{c}{b}$ para o plano z-y. Os valores da razão de aspecto para todos os confinamentos nos dois planos são mostrados na Figura 24, sendo que as bolhas pequenas são representadas por círculos, as médias por losangos e as grandes por quadrados (Tabela 1). Nota-se que as razões de aspecto são proporcionais para ambos os planos, porém uma deformação um pouco maior pode ser observada para a vista frontal, o que mostra a influência da presença de paredes. Além disso, observa-se que o decaimento da razão de aspecto é mais pronunciado para o *gap* de 12 mm e com o aumento do confinamento, a razão de aspecto diminui com uma tendência similar para ambas vistas. Dessa forma, nos próximos resultados, será considerada a média das razões de aspecto frontais e laterais (χ).

A evolução do grau de deformação em função do parâmetro de confinamento (GAP/D) está ilustrada na Figura 25. Observa-se que, para cada *gap*, como é esperado, as maiores razões de aspecto correspondem às bolhas grandes.

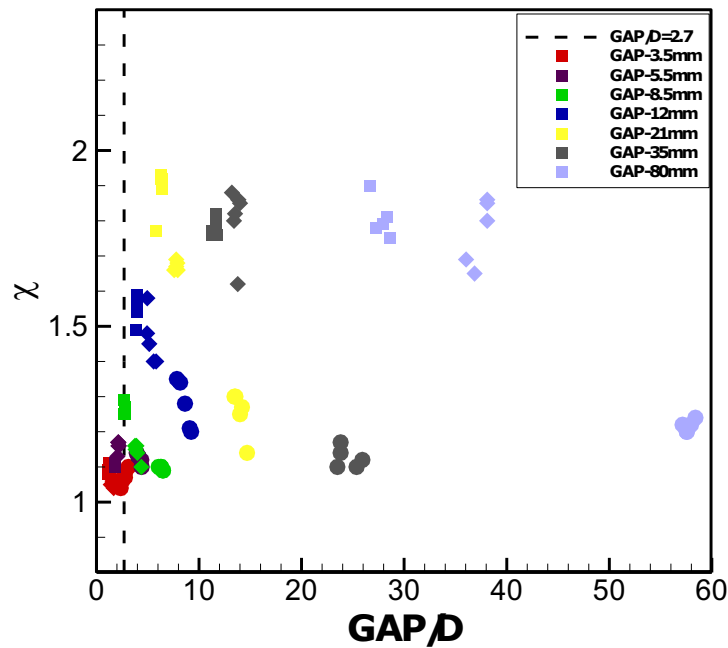
A inclinação das curvas, calculada como o coeficiente angular de uma reta ajustada a essas curvas, decai com a diminuição do *gap*, de -0,02 para o *gap* de 80 mm até -0,08 para o *gap* de 21 mm. A partir do *gap* de 12 mm, a tendência da inclinação muda e aumenta até -0,003 para o *gap* de 3,5 mm. Para um valor crítico da razão entre *gap* e diâmetro de 2,7 (linha pontilhada), todas as bolhas apresentaram um formato quase esférico, indicando que para um sistema mais confinado a força inercial é menor que a força viscosa ou a tensão superficial. Ressalta-se que para o mesmo grau de confinamento existem diferentes razões de aspecto, o que mostra que as forças não dependem apenas da razão de confinamento. Para os *gaps* de 3,5 mm, 5,5 mm e 8,5 mm em que as bolhas são levemente deformadas, a correlação de Wellek et al., 1966 mostra boa concordância (Figura 26 (a)). A correlação proposta pelos autores é baseada no número de Eötvös e foi formulada para gotas, que apresentam menores deformações que bolhas, escoando sem oscilações em líquidos contaminados estacionários e, posteriormente, foi estendida a bolhas oscilando em sistemas contaminados (Celata et al., 2007). Essa contaminação do líquido altera sua tensão superficial, gerando bolhas menos deformadas. No presente estudo, a menor deformação é atribuída à presença das paredes e será melhor discutida posteriormente.

Figura 24 – Razão de aspecto da bolha para a vista frontal (χ_1) em função da razão de aspecto da vista lateral (χ_2). Os círculos representam as bolhas pequenas, os losangos representam as bolhas médias e os quadrados as bolhas grandes.



Fonte: Autoria própria (2021)

Figura 25 – Razão de aspecto em função de GAP/D, em que os círculos representam as bolhas pequenas, os losangos correspondem a bolhas médias e os quadrados a bolhas grandes. A linha pontilhada indica o GAP/D=2,7.



Fonte: Autoria própria (2021)

A comparação entre os modelos de Moore (1965) e Legendre et al. (2012) para a razão de aspecto de bolhas com os dados do confinamento em uma direção é apresentada na Figura 26 (b). Moore apresentou um modelo para a razão de aspecto para um sistema não-confinado como função do número de Weber baseado no escoamento potencial, em que a deformação da bolha é causada pela inércia do líquido induzido pelo deslizamento das bolhas. Esse modelo é válido para números elevados de Reynolds (viscosidade baixa) e pequenas deformações de bolhas. Por outro lado, Legendre et al. (2012) propuseram uma correlação válida para água em um sistema não-confinado e razões de aspecto de até 2,5.

Dessa forma, pode-se observar na Figura 26 (b) duas tendências diferentes, em que a partir de $We \approx 2$ a razão de aspecto aumenta acentuadamente. Nota-se que a transição ocorre para o *gap* de 8,5 mm, que corresponde ao espaçamento em que as paredes laterais começam a influenciar no comportamento da bolha e nesse grau de confinamento crítico, tem-se uma queda mais pronunciada da razão de aspecto. A correlação de Moore concorda melhor com os dados para os casos mais confinados (menores deformações da bolha) enquanto o modelo de Legendre et al. concorda melhor com os maiores *gaps* que correspondem a um sistema não-confinado (maiores deformações).

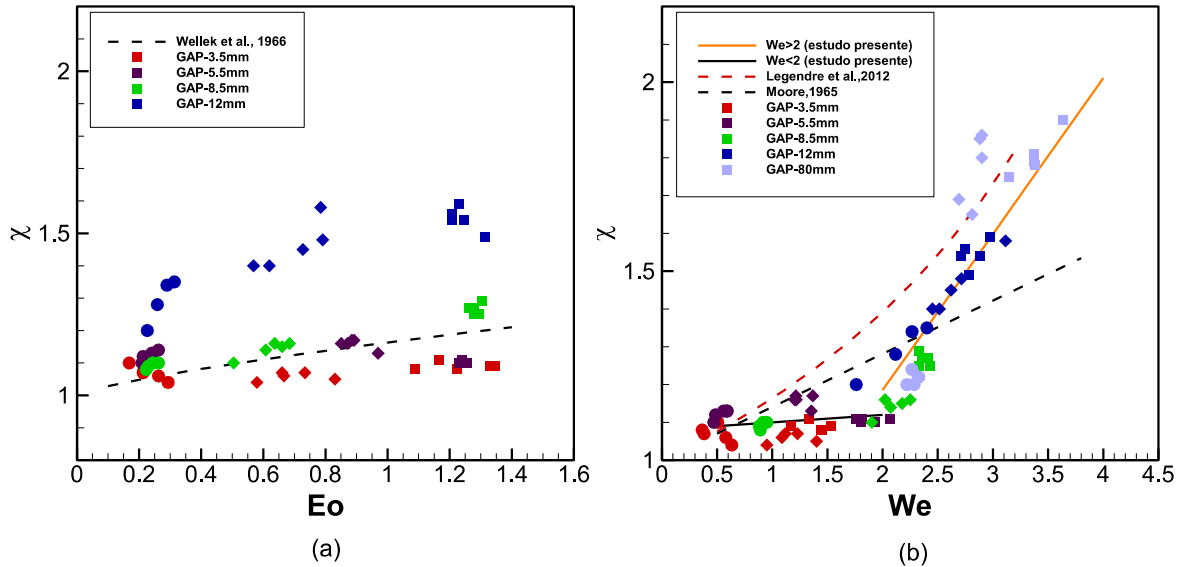
Considerando as duas tendências diferentes, foram obtidas relações simples entre razão de aspecto e número de Weber através de um ajuste de curvas dos dados experimentais (Figura 26 (b)). Para a configuração do estudo e $We < 2$ um bom ajuste é dado por:

$$\chi = \frac{1}{50} We + 1.1 \quad (4.1)$$

Enquanto para $We > 2$, a curva pode ser descrita por:

$$\chi = \frac{26}{63} We + 0.4 \quad (4.2)$$

Figura 26 – (a) Razão de aspecto em função do número de Eötvös para sistemas confinados comparada com o modelo de Wellek et al. (1966), (b) razão de aspecto em função do número de Weber comparado com modelos para sistemas não-confinados; linhas sólidas correspondem às correlações propostas no presente estudo para $We < 2$ e $We > 2$.



Fonte: Autoria própria (2021)

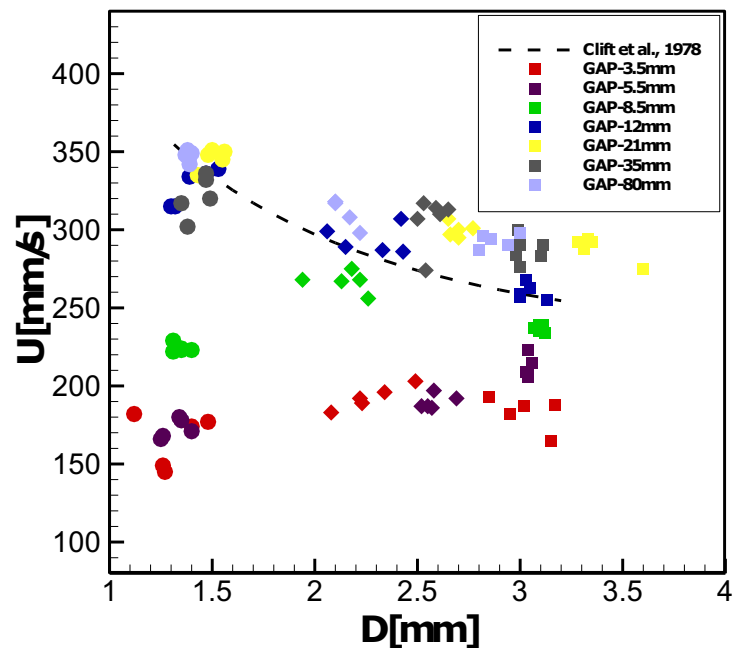
4.1.2 Velocidade

Em relação às análises de velocidades das bolhas, as velocidades de subida foram comparadas com a expressão de Clift et al. (1978) para um sistema não-confinado com água limpa e os resultados estão apresentados na Figura 27. Observa-se que para *gaps* maiores que 8,5 mm, as velocidades terminais concordam bem com o modelo já que a faixa de diâmetros de bolha está dentro do regime de dominância da tensão superficial em que é válida a expressão. Além disso, a velocidade terminal decai gradualmente com o diâmetro de bolha enquanto a razão de aspecto aumenta devido ao aumento da força de arrasto em função da trajetória oscilante das bolhas. Para o *gap* de 8,5 mm, pequenas quedas das velocidades terminais para as bolhas médias e grandes são observadas. A maior diferença encontrada foi para as bolhas pequenas em que a redução da velocidade terminal foi de cerca de um terço quando comparada com os *gaps* mais largos. A queda de velocidade está intrinsecamente relacionada com a razão de aspecto como já mostrado por Wu e Gharib (2002), Tomiyama et al. (2002), Laqua et al. (2016) e Liu et al. (2016), em que esses autores mostram que bolhas mais esféricas apresentam menores velocidades. Não há ainda um consenso sobre o porquê, sendo que alguns autores atribuem à forma como a

bolha é gerada, sendo bolhas esféricas mais propensas ao acúmulo de impurezas e por isso menores velocidades, enquanto bolhas deformadas movimentam mais sua superfície dificultando assim o acúmulo dessas impurezas. No entanto, foram realizados trabalhos como o de Peters e Els (2012) em que os autores obtiveram diferentes velocidades para as bolhas utilizando água de torneira, mostrando assim que a contaminação da água não é o único motivo para obtenção de diferentes velocidades.

Nota-se, ainda na Figura 27, que para o *gap* de 3,5 mm os diferentes tamanhos de bolha não são relevantes para as velocidades terminais que se encontram em faixas de magnitude bem próximas. Nesse caso, interações entre as paredes e o escoamento do líquido induzido pela ascensão das bolhas são determinantes para o balanço de forças.

Figura 27 – Comparação de velocidades de subida da bolha em função do seu diâmetro para todos os *gaps* com o modelo de Clift et al., 1978. Círculos representam bolhas pequenas, losangos correspondem a bolhas médias e quadrados representam as bolhas grandes.

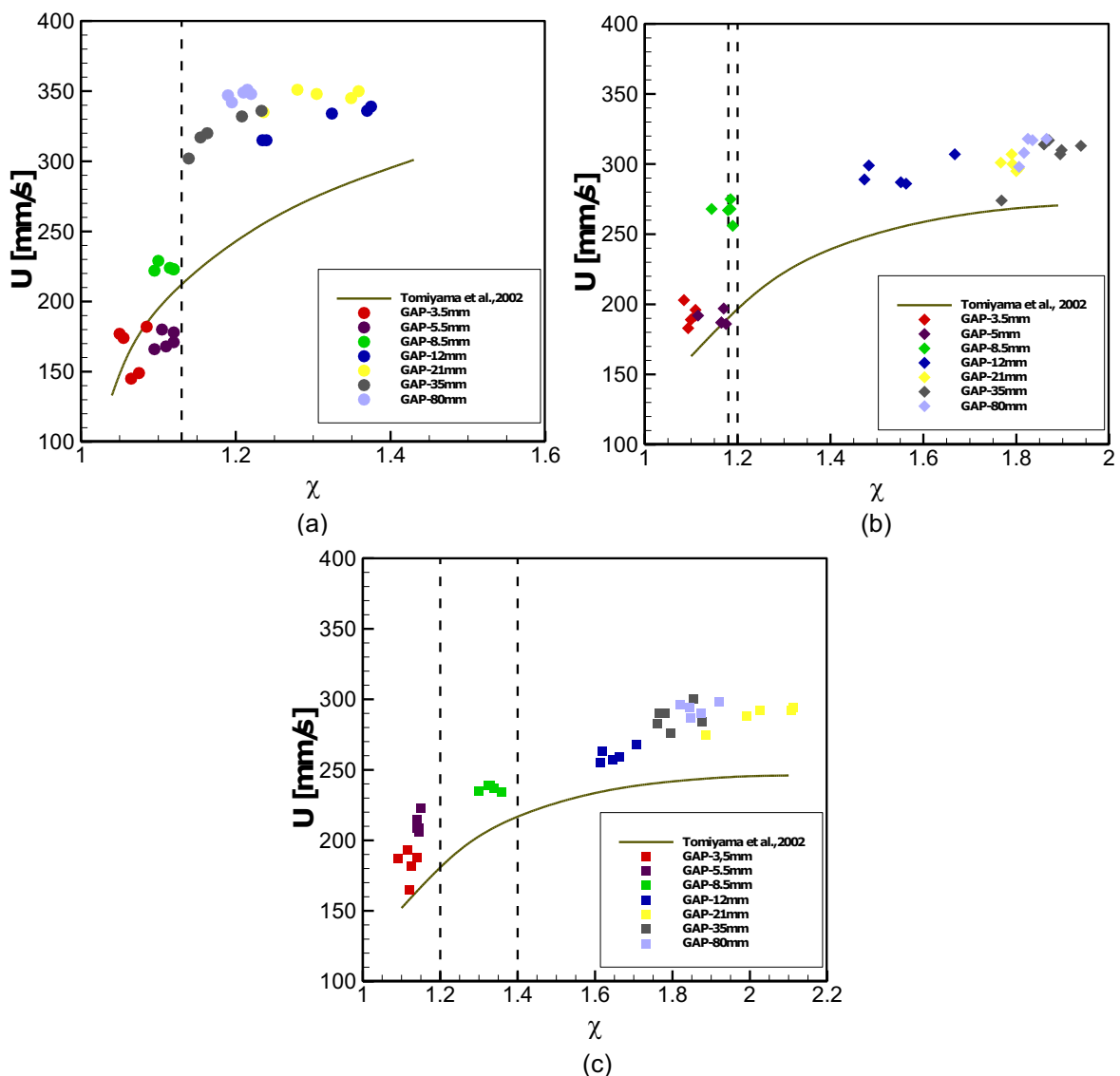


Fonte: Autoria própria (2021)

A relação entre a velocidade terminal e a razão de aspecto média (média entre a razão de aspecto da vista frontal e lateral) é mostrada na Figura 28 separada em bolhas pequenas (a), médias (b) e grandes (c). Nota-se que para as bolhas médias e grandes a razão de aspecto começa a decair para o *gap* de 12 mm. Uma pequena

queda da velocidade para as bolhas grandes é também observada já que para esse *gap* as bolhas começam a interagir com as paredes, tocando-as ou chocando-se contra elas. O *gap* de 8,5 mm foi considerado como a transição para velocidades mais baixas já que são observadas maiores quedas das velocidades. Assim, esse *gap* foi considerado como confinado e nas seguintes análises qualquer *gap* menor pode ser avaliado como um canal confinado.

Figura 28 – Velocidade de subida em relação a razão de aspecto: (a) bolhas pequenas, (b) bolhas médias, (c) bolhas grandes. As linhas tracejadas indicam a divisão para o *gap* de 8,5 mm. A linha contínua representa o modelo de Tomiyama et al. (2002).



Fonte: Autoria própria (2021)

Ainda na Figura 28, observa-se que bolhas com maiores deformações apresentam maiores velocidades; isso mostra a relação direta entre as velocidades

das bolhas e suas razões de aspecto. No trabalho de Tomiyama et al. (2002) foi proposto um modelo para velocidade terminal válido para um sistema não-confinado que considera a razão de aspecto. Os autores encontraram que bolhas pequenas em sistemas não-confinados apresentam maior redução de velocidade em relação à deformação da bolha. Como pode ser visto na Figura 28 (a), esse comportamento também é visto para o caso de sistema confinado, em que a bolha pequena decai de uma velocidade de 350 mm/s para 150 mm/s.

Essa maior queda para as bolhas menores pode ser atribuída ao mecanismo de dissipação da vorticidade na superfície da bolha, em que bolhas mais deformadas produzem mais vorticidade (Batchelor, 1967; Legendre, 2007). A dissipação advectiva pode ser mais efetiva através do transporte da vorticidade pelos maiores vórtices na esteira da bolha deformada do que através da dissipação viscosa na camada limite de bolhas esféricas (bolhas menores).

Para todos os casos confinados, as velocidades terminais foram um pouco maiores que as previstas pelo modelo de Tomiyama e pode ser visto que a tendência de queda com a diminuição da razão de aspecto ocorre para todas as bolhas. Em relação às bolhas grandes e médias, nota-se uma menor queda de velocidade do que as bolhas pequenas, de aproximadamente 300 mm/s para 200 mm/s para as médias (Figura 28 (b)) e as grandes (Figura 28 (c)) apresentaram quedas um pouco maiores em função das maiores perdas de energia durante o impacto contra as paredes.

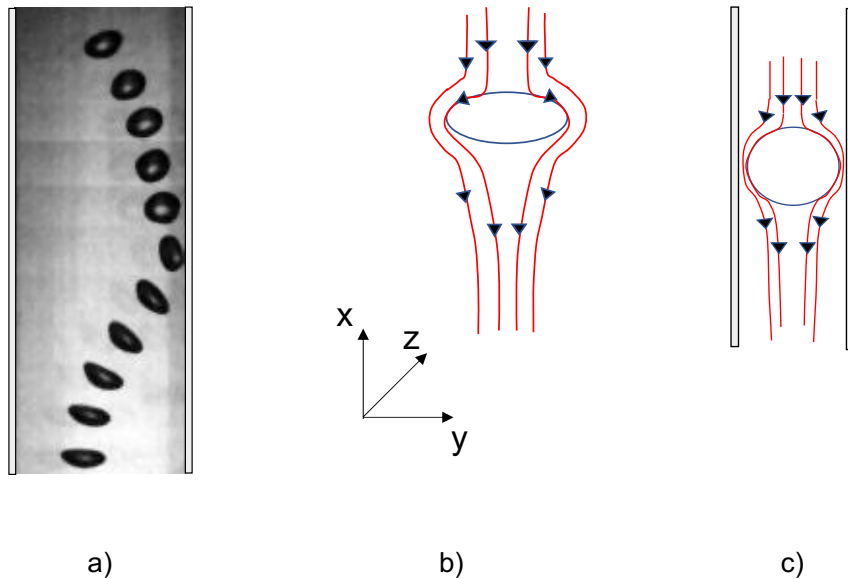
As linhas pontilhadas na Figura 28 indicam a divisão para o *gap* de 8,5 mm que, como dito acima, corresponde à razão de aspecto crítica para a queda de velocidade. Para as bolhas pequenas, a queda de velocidade ocorre para um valor crítico de razão de aspecto por volta de 1,1, o que corresponde a bolhas esféricas. Ainda, a Figura 28 (a) mostra que para a mesma razão de aspecto as velocidades são diferentes para os *gaps* de 5,5 mm e 8,5 mm. Essa diferença é devido às instabilidades das trajetórias das bolhas pequenas que ocorrem para o *gap* de 5,5 mm, o que aumenta o arrasto, enquanto para o *gap* de 8,5 mm as trajetórias são retilíneas. Uma análise mais detalhada de trajetórias será realizada na próxima seção.

Para as bolhas médias (Figura 28 (b)), a velocidade começa a decrescer para uma razão de aspecto de aproximadamente 1,2 e, para as bolhas grandes (Figura 28

(c)), isso ocorre para uma razão de aspecto por volta de 1,4. Quando o confinamento aumenta para os *gaps* de 5,5 mm e 3,5 mm, a razão de aspecto diminui para todos os tamanhos de bolha, mas para as bolhas pequenas e médias as velocidades terminais permanecem na mesma faixa. Por outro lado, para as bolhas grandes, como mencionado anteriormente, o aumento no confinamento diminui a velocidade terminal em função das maiores perdas de energia por choques, além disso, devido ao princípio da continuidade, o líquido no pequeno espaço entre as bolhas e as paredes é acelerado, o que aumenta a força de arrasto na superfície das bolhas, desacelerando ainda mais a bolha.

Ademais, diferentemente dos autores citados anteriormente que soltaram bolhas de mesmo volume com razões de aspecto diferentes, neste trabalho a presença das paredes é responsável pela queda de razão de aspecto para toda a faixa de tamanhos de bolha utilizados. Assim, as bolhas se tornam mais esféricas após suas colisões contra as paredes; isso é devido às perdas de energia superficial e o tempo requerido pelas bolhas para recuperarem seu formato original (Figura 29 (a)). Além disso, o formato da bolha é uma função de um balanço entre forças inerciais e tensão superficial. A hipótese para as menores razões de aspecto em casos confinados baseia-se nos eventos quando as bolhas estão próximas às paredes. Nesses casos, as bolhas deslocam o líquido que resulta em um contra fluxo no pequeno espaço entre a bolha e as paredes. Como a distância entre as linhas de corrente decresce (Figura 29 (b) e (c)), o gradiente de velocidade na direção normal à parede aumenta, e conseqüentemente as tensões de cisalhamento na superfície das bolhas aumentam levando a uma queda de velocidade da bolha. Dessa maneira, esses maiores tensores viscosos alongam a bolha na direção do escoamento, que está associado com a queda do número de Weber (Figura 26). Assim, a força de restauração da tensão superficial ganha importância, além da força de pressão lateral adicional devido à força de parede (força de lubrificação da parede). Ambos os efeitos contribuem para manter o formato esférico das bolhas em função do grau de confinamento.

Figura 29 – Hipótese: (a) colisão da bolha contra a parede, (b) linhas de corrente ao redor da bolha para casos não-confinados, (c) linhas de corrente alongadas na parede.



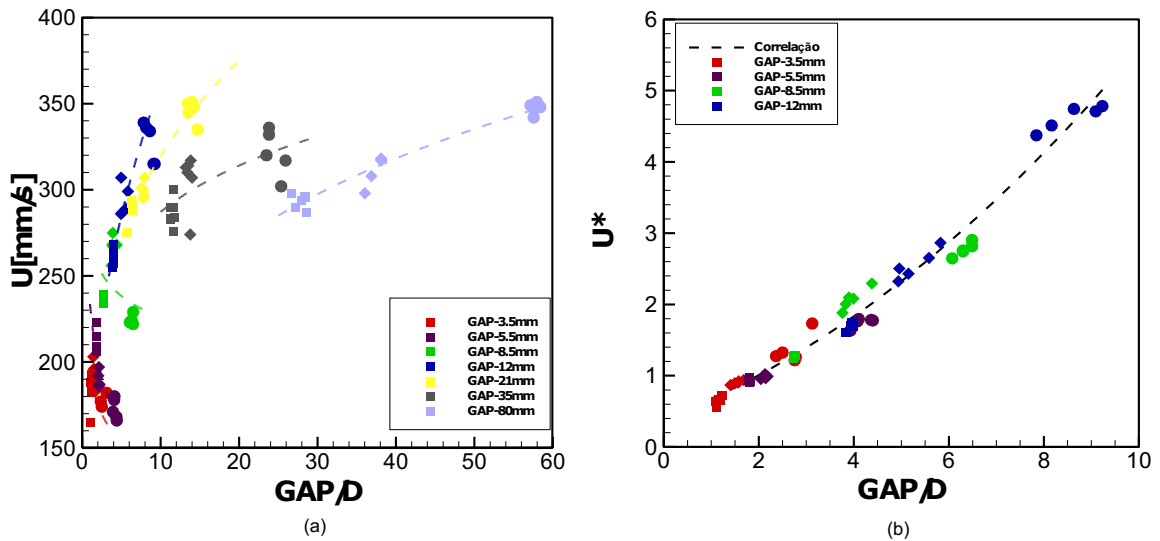
Fonte: Autoria própria (2021)

A relação entre velocidade e o grau de confinamento (razão entre GAP e diâmetro) é mostrado na Figura 30 (a). Nota-se que a velocidade terminal decresce como uma função do grau de confinamento e esse comportamento é mais pronunciado para o gap de 8,5 mm, enquanto para os $gaps$ de 5,5 mm e 3,5 mm as velocidades terminais apresentam uma tendência similar. Como a força de empuxo é responsável pela subida da bolha, a velocidade terminal pode ser adimensionalizada por uma velocidade gravitacional $\left(\frac{gA}{GAP}\right)^{1/2}$, em que A é a área de uma esfera com diâmetro equivalente ao da bolha. A evolução dessa velocidade adimensional em relação ao parâmetro de confinamento é mostrada na Figura 30 (b), em que com o aumento do confinamento a velocidade de subida da bolha decai e é bem descrita por:

$$U^* = 0.027 \left(\frac{GAP}{D}\right)^2 + 0.25 \left(\frac{GAP}{D}\right) + 0.4 \quad (4.3)$$

Essa relação é válida para um sistema ar-água com um $GAP/D < 9,5$, $0,5 < We < 3,9$ e $200 < Re < 800$.

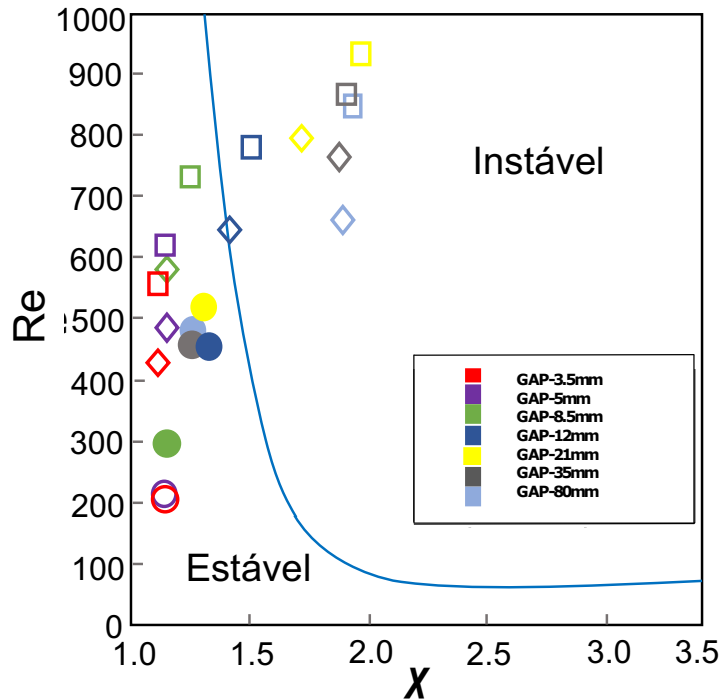
Figura 30 – (a) Velocidade de subida como função do fator de confinamento, GAP/D , (b) velocidade de subida normalizada em função do confinamento.



Fonte: Autoria própria (2021)

A curva de estabilidade da trajetória de bolhas delimitada por Cano-Lozano et al. (2013) para bolhas de ar ascendendo em água pura em um sistema não-confinado é ilustrada na Figura 31. Observa-se que com o aumento da razão de aspecto, o número de Reynolds crítico para uma trajetória instável decai rapidamente. Os dados obtidos do presente estudo foram adicionados para observar seu comportamento e identificar seus pontos de transição. Neste gráfico os marcadores vazios representam as trajetórias instáveis e como pode-se notar a instabilidade na presença de paredes ocorre para menores razões de aspecto em comparação com um sistema não-confinado. Os marcadores preenchidos representam as bolhas pequenas e para os *gaps* de 80 mm, 35 mm, 21 mm e 12 mm as trajetórias mostraram-se retilíneas como se espera em um sistema não-confinado. Como previamente mencionado, as razões de aspecto começam a decair no *gap* de 12-mm, onde as bolhas médias e grandes começam a interagir com as paredes. Além disso, baseado nessa figura, pode-se alegar que a presença das paredes induz o desprendimento de vórtices (“*vortex shedding*”) que pode contribuir para a trajetória de ziguezague.

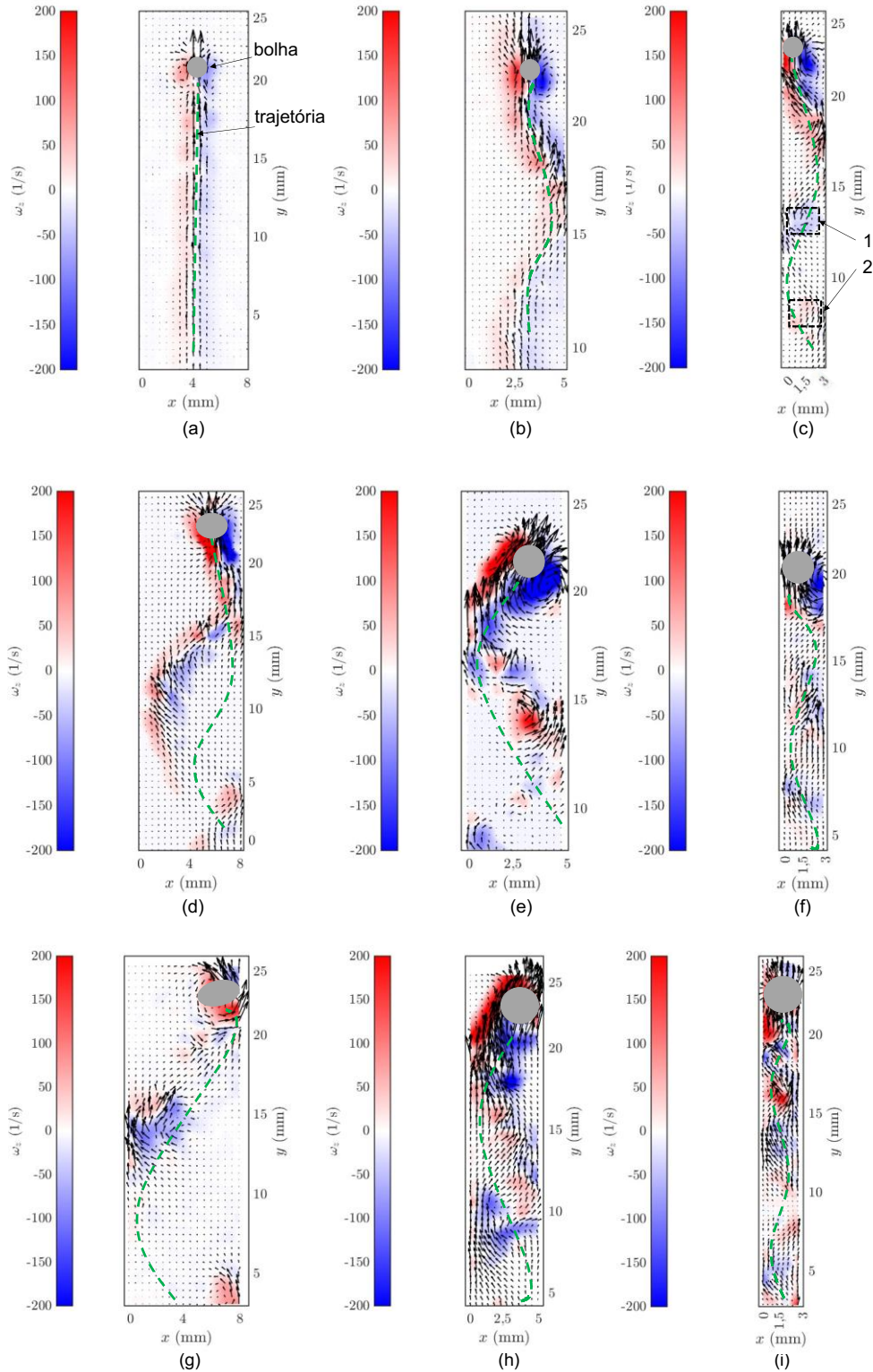
Figura 31 – Diagrama de estabilidade para a transição de uma trajetória de bolha estável para instável em um sistema não-confinado (Cano-Lozano et al., 2013) com os dados do presente estudo. Os marcadores não preenchidos representam as trajetórias instáveis



Fonte: Autoria própria (2021)

Esse desprendimento de vórtices se confirma analisando os campos de escoamento instantâneos gerados no líquido pelo escoamento das bolhas, apresentados nas Figuras 32 (a), (b) e (c) que correspondem às bolhas pequenas escoando em canais com *gaps* de 8 mm, 5 mm e 3 mm, respectivamente; (d), (e) e (f) representam as bolhas médias com os mesmos *gaps* das bolhas pequenas na sequência; e (g), (h), (i) as bolhas grandes também nos *gaps* de 8 mm, 5 mm e 3 mm. O posicionamento das bolhas está demarcado nas figuras, assim como suas trajetórias. Os campos de velocidades estão representados pelos vetores e os campos de vorticidade são representados pelas cores vermelha, indicando rotação no sentido anti-horário e azul com rotação no sentido horário.

Figura 32 – Campos de escoamento gerados pela passagem das bolhas: (a), (b) e (c) correspondem a bolhas pequenas nos gaps de 8 mm, 5 mm e 3 mm, respectivamente; (d), (e) e (f) representam as bolhas médias; (g), (h) e (i) correspondem às bolhas grandes.



Fonte: Autoria própria (2022)

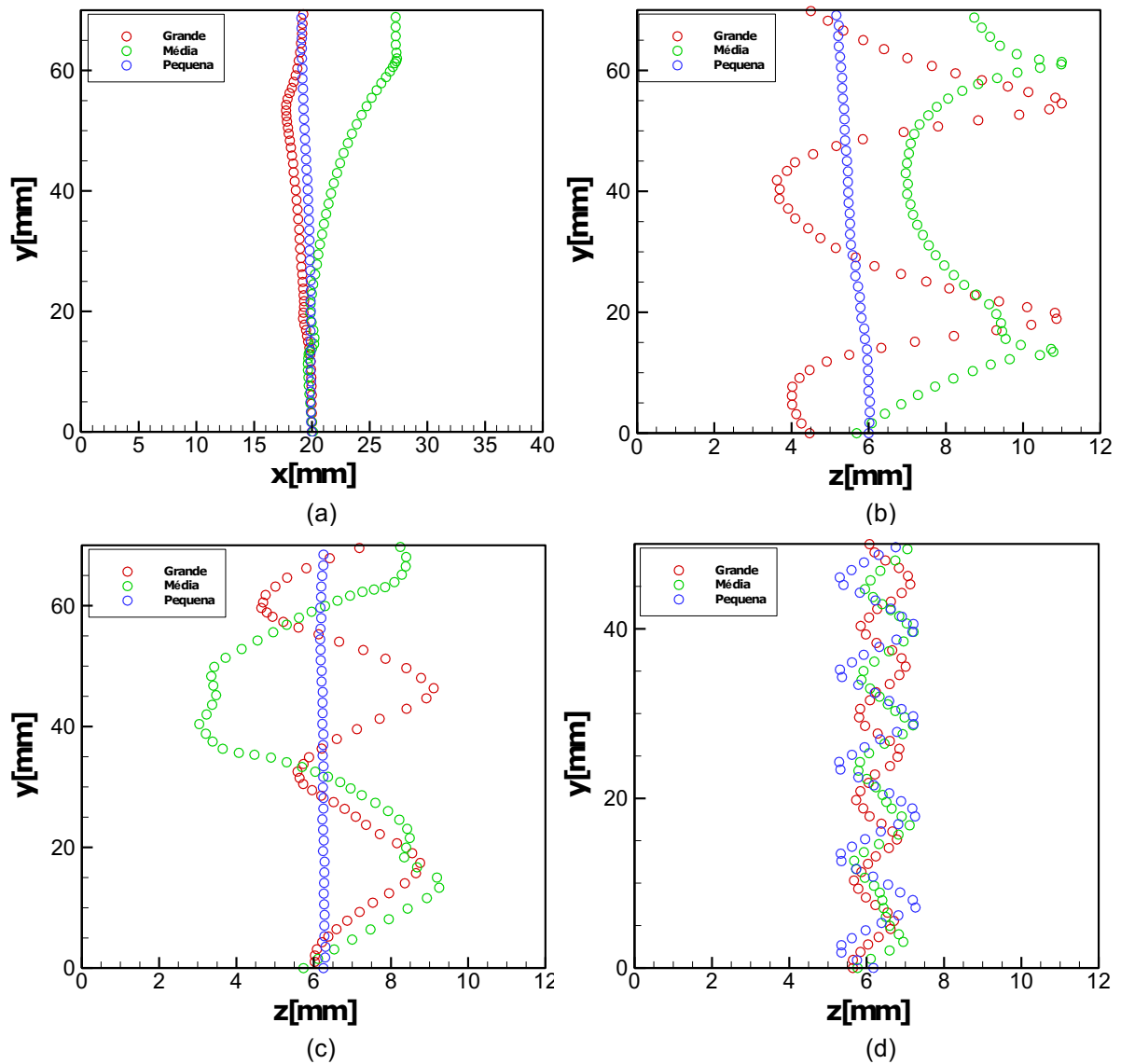
A esteira da bolha se caracteriza por apresentar dois tubos (pares de vórtices) contra-rotacionando e o desprendimento de vórtices ocorre normalmente a uma distância de 4 a 6 vezes o diâmetro da bolha nos casos de trajetórias em ziguezague (Zenit e Magaudet, 2008; Lee e Park, 2017). O desprendimento de vórtices também pode ser observado pelo aumento na separação entre os vórtices ou como na Figura 32 (c) indicado pelos números 1 e 2, que representam um vórtice rotacionando no sentido horário sobre outro que rotaciona no sentido anti-horário. Pode-se observar na Figura 32 (a) que a bolha pequena apresenta uma trajetória retilínea sem desprendimento de vórtices. Na sequência, Figura 32 (b), observa-se uma desestabilização na trajetória com o confinamento e o desprendimento de vórtice na região da trajetória em que a bolha chega mais próxima à parede, pois nessa região tem-se um aumento do cisalhamento. À medida que o confinamento aumenta, Figura 32 (c), a bolha interage mais com as paredes e observa-se assim uma maior frequência de desprendimento de vórtices. Essa observação é estendida às bolhas médias e grandes como pode ser visto nas demais figuras, em que com o aumento do confinamento, pelas trajetórias, vê-se que as bolhas entram mais em contato com as paredes e conseqüentemente observa-se maior desprendimento de vórtices.

Além disso, quando se confina do canal de 8 mm para o de 5 mm, pode-se ver um aumento da vorticidade e da inércia (maiores vetores de velocidade do líquido) no líquido para todas as bolhas. Aumentando o confinamento, ou seja, passando de um canal de 5 mm para 3 mm, apesar da alta vorticidade produzida, observa-se que esta é rapidamente dissipada. Isso ocorre em função da proximidade das paredes aumentarem a tensão de cisalhamento e dessa forma a dissipação viscosa é acentuada.

4.1.3 Trajetória de bolha

A Figura 33 apresenta as trajetórias características para os diferentes tamanhos de bolha: (a) corresponde ao *gap* de 12 mm para o plano *x-y* (vista frontal) para os três diferentes grupos de bolhas (pequenas, médias e grandes), (b) mostra as trajetórias no plano *z-y* (vista lateral) para os mesmos casos. Os resultados para as bolhas escoando no *gap* de 8,5 mm no plano *z-y* são mostrados em (c), além de (d) que corresponde às trajetórias das bolhas no *gap* de 3,5 mm no plano *z-y*.

Figura 33 – Trajetórias de subida das bolhas: (a) bolhas pequenas, médias e grandes no *gap* de 12 mm correspondendo ao plano *x-y*, (b) *gap* de 12 mm no plano *z-y*, (c) *gap* de 8,5 mm no plano *z-y*, (d) *gap* de 3,5 mm no plano *z-y*.



Fonte: Autoria própria (2021)

Para os *gaps* de 80 mm, 35 mm, 21 mm, 12 mm e 8,5 mm, todas as bolhas pequenas apresentaram trajetórias retilíneas tanto para a vista frontal quanto lateral como mostrado nas Figuras 33 (a), (b) e (c). Entretanto, para o campo de visão lateral, a presença de uma força de sustentação para o *gap* de 12 mm leva a uma trajetória que é levemente desviada do centro do canal (Figura 33 (b)). Para as bolhas médias e grandes ascendendo através de um *gap* de 21 mm e maiores, as trajetórias apresentaram padrões de ziguezague ou helicoidal, o que já foi observado antes e

relatado na literatura (Wu e Gharib, 2002). Para o caso de *gap* de 12 mm, as bolhas médias e grandes começam a interagir com as paredes e as trajetórias não são previsíveis como pode ser visto para a bolha média na Figura 33 (a). Isso ocorre devido ao *gap* não ser pequeno o suficiente para impedir a bolha de escoar com uma trajetória helicoidal, e assim as trajetórias passam a ser mais periódicas a partir do *gap* de 8,5 mm (Figura 33 (c)) e menores. A partir dessas observações pode-se notar que o plano do *gap* (*z-y*) foi a direção preferencial de oscilações (Figuras 33 (b), (c) e (d)), enquanto a oscilação na vista frontal foi inexistente ou pequena em alguns casos com amplitudes entre três e quatro vezes menores que para o plano lateral. Em *gaps* maiores, as bolhas mudam sua direção sem uma periodicidade definida como já observado na Figura 33 (a).

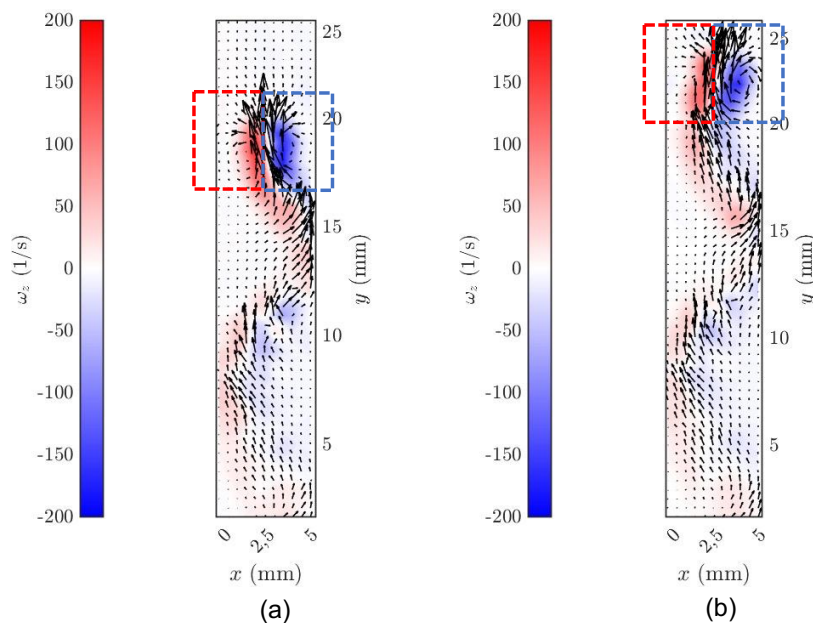
Em outros trabalhos, como em Figueroa-Espinoza et al. (2008) e Filella et al. (2015), não foram reportadas oscilações no plano frontal. Essa característica pode ser atribuída à estabilização das estruturas de vórtices das esteiras pelas paredes; esse fenômeno é conhecido como “*ground effect*” (Tsutsui, 2008; Jeong e Park, 2015). Além disso, para *gaps* menores que 8,5 mm, algumas bolhas colidem contra as duas paredes, o que contribui para a estabilização do movimento em um plano.

Ademais, Zhang e Ni (2017) mostraram que formatos assimétricos de bolhas são responsáveis por uma diferença na distribuição de vorticidade na superfície da bolha. Dessa forma, o lado da bolha com uma maior curvatura produz uma vorticidade mais intensa. Assim, o balanço entre o par de vórtices contra-rotacionando da esteira é perdido e ocorre a transição para a trajetória espiral (helicoidal). É possível que a presença das paredes em ambos os lados da bolha mantenha a simetria do formato da bolha e conseqüentemente a transição de zigzague para trajetória helicoidal não ocorra.

Deve-se notar que as bolhas pequenas começam a oscilar no *gap* de 5,5 mm sem tocar as paredes, mas para o *gap* de 3,5 mm algumas bolhas ricocheteiam na parede (Figura 33 (d)). Como já mencionado por Figueroa-Espinoza et al. (2008), a instabilidade na trajetória ocorre para *Re* menores quando comparados a um sistema não-confinado, sendo que para os presentes casos ocorreu para um *Re* por volta de 200.

Para todos os casos, as bolhas médias e grandes ricochetearam na parede no *gap* de 12 mm e menores. Legendre et al. (2003), Takemura e Magnaudet (2003) e Zeng et al. (2005) observaram que uma força atrativa de sustentação surge quando as bolhas estão na presença de paredes. Essa presença é responsável por uma perturbação na trajetória da bolha induzindo seu desvio do centro do canal. A bolha ascendendo acelera o líquido que está no menor espaço entre a superfície da bolha e a parede mais próxima como é mostrado na Figura 34.

Figura 34 – Campos de escoamento de uma bolha média em um instante em que a bolha está mais centralizada (a) e mais próxima da parede direita (b). O retângulo vermelho corresponde à área na lateral esquerda da bolha e o azul à área na lateral direita da bolha.

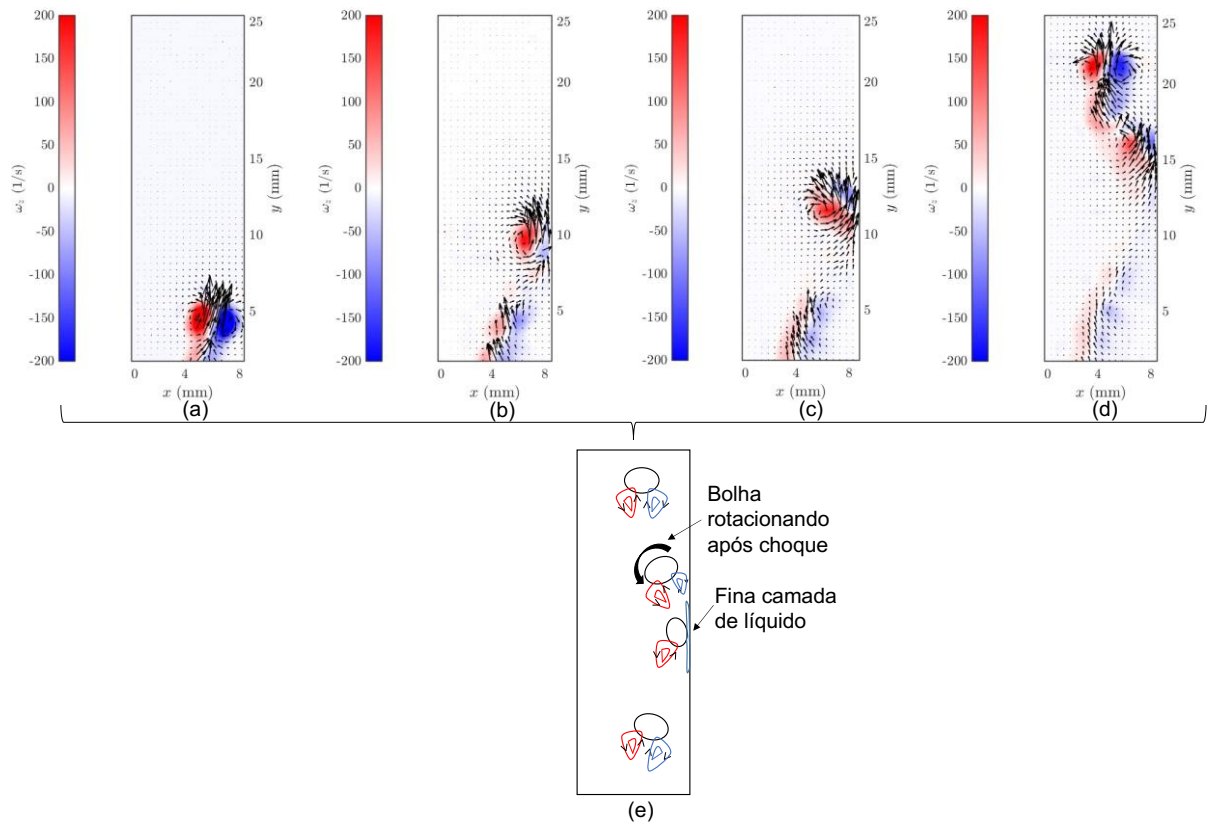


Fonte: Autoria própria (2022)

Tem-se o campo do líquido de uma bolha média escoando em um *gap* de 5 mm em instantes de tempo diferentes e os retângulos vermelho e azul mostram os vórtices rotacionando no sentido anti-horário (lado esquerdo da bolha) e horário (lado direito da bolha) respectivamente. Na Figura 34 (a) a bolha está praticamente no centro do canal e observa-se uma simetria entre as duas laterais da bolha, enquanto na Figura 34 (b) a bolha está mais próxima à parede da direita e pode-se ver maiores velocidades do líquido neste espaço entre bolha e parede (retângulo azul). Isso gera uma diferença de pressão nas duas laterais da bolha que a direciona na direção da parede. Após a colisão, a direção da força de sustentação muda de sentido devido a

lubrificação da parede (Sugiyama e Takemura, 2010). A energia superficial acumulada devido à deformação da bolha na colisão é transferida em energia cinética, que é responsável pela bolha ricochetear nas paredes. Uma descrição detalhada do choque da bolha é apresentada na Figura 35, em que se observa o campo de velocidade e vorticidade do líquido devido ao choque de uma bolha média em um canal com *gap* de 8 mm em quatro momentos distintos, em (a) a bolha está se aproximando da parede, em (b) ocorre o choque e o desprendimento de vórtices, (c) é o instante logo após o choque e (d) corresponde a bolha no final de sua trajetória.

Figura 35 – Campos de escoamento e descrição detalhada do choque de uma bolha média em um canal de 8 mm: (a) aproximação da bolha, (b) momento do choque, (c) instante após o choque, (d) final da trajetória e (e) o esquema com a descrição dos campos.



Fonte: Autoria própria (2022)

Todos esses campos de escoamento estão esquematizados na Figura 35 (e). Em um primeiro momento a bolha é atraída em direção à parede, em seguida ocorre o choque em que se tem a dissipação viscosa do vórtice que rotaciona no sentido horário com a interação entre as camadas limites da bolha e da parede, observando a formação de uma fina camada de líquido. Essa fina camada de líquido impede a adesão da bolha à parede e é responsável pela força de lubrificação da parede que

tende a afastar a bolha da parede. Com o choque a bolha tende a rotacionar no sentido anti-horário, conseqüentemente originando uma rotação no líquido no sentido horário criando um vórtice que ajuda a afastar ainda mais a bolha da parede. Conforme a bolha se distancia da parede, os pares de vórtices (horário e anti-horário) tendem a se equilibrar novamente.

Além disso, Takemura e Magnaudet (2003) definiram um critério para o qual a força de sustentação muda de sinal devido à presença de uma parede. Os autores observaram que para $Re < 35$, a força de sustentação afasta a bolha da parede, e para Re maiores observou-se uma tendência diferente em que a bolha é atraída para a parede. O mesmo comportamento também foi encontrado numericamente mais tarde por Feng e Bolotov (2018). No trabalho de Takemura e Magnaudet (2003) o número de Reynolds era moderado ($Re < 100$) e as bolhas não tocavam a parede chegando a uma distância mínima L/R de 1,07, em que L é a distância entre o centro da bolha e a parede e R o raio da bolha.

Takemura e Magnaudet (2003) sugeriram que existe uma competição entre efeitos inerciais e o desprendimento de vórtices. Além do mais, os efeitos viscosos nas bolhas e as interações da camada limite da parede contribuem para essa resposta da bolha. A força muda seu sinal para separações suficientemente pequenas e, para um L/R de 1,1, as camadas limites interagem. Eles encontraram que para o caso de $Re > 85$ e $L/R < 1,6$ as bolhas oscilam perto da parede. Em contraste, no presente estudo, em que os menores números de Reynolds ficaram por volta de 200, as bolhas pequenas começam a oscilar para um *gap* de 5,5 mm, o que corresponde a um L/R de aproximadamente de 3,8. Essa diferença entre os trabalhos deve-se à maior força inercial (Re maiores) e à presença de paredes em ambos os lados das bolhas que contribuem para a mudança do sinal da força de sustentação em bolhas mais afastadas da parede.

Pode-se ainda fazer um comparativo entre a presença das paredes em ambos os lados da bolha com a imposição de um campo magnético. Zhang et al. (2021) descobriram que um campo magnético transversal imposto pode manter o equilíbrio do gradiente de pressão em ambos os lados da bolha na direção do campo, enquanto no outro plano (sem campo magnético) esse equilíbrio não ocorre. Dessa forma, a

trajetória da bolha muda de espiral para ziguezague. No caso do presente trabalho, o gradiente de pressão na direção do *gap* é maior do que na direção não-confinada e, portanto, a trajetória ziguezague na direção do *gap* é preferencial. Quando as bolhas não tocam a parede, mas estão próximas o suficiente delas, uma força repulsiva na bolha é produzida por causa das distribuições assimétricas dos vórtices causados pela presença da parede (Sugioka e Tsukada, 2015; Lee e Park, 2017).

À medida que a distância entre as paredes diminui, nota-se uma redução na amplitude e comprimento de onda com um aumento na frequência. Essa tendência é a mesma apresentada no estudo de Lee e Park (2017) para uma bolha ascendendo próxima a uma parede vertical e é atribuída à perda de energia durante a colisão da bolha contra a parede. Esse comportamento é diferente de bolhas escoando lado a lado onde se observa um aumento no comprimento de onda (Agrawal et al., 2021).

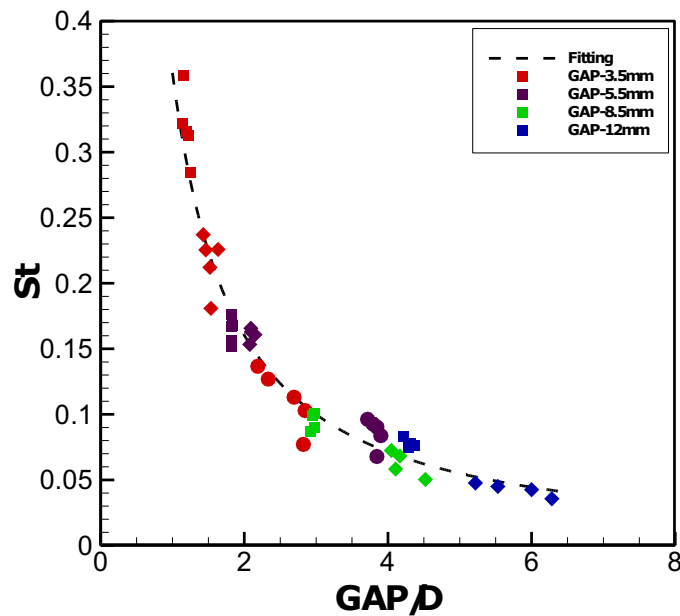
Inicialmente, para interações fracas entre bolhas e paredes, as amplitudes das bolhas grandes como esperado foram maiores que as das bolhas médias, 3,6 e 2,3 mm respectivamente, e os comprimentos de ondas por volta de 34 mm e 48 mm (Figura 33 (b)). Isso ocorre devido às bolhas maiores produzirem mais vorticidade, o que provoca maiores instabilidades em suas esteiras. Quando aumenta o confinamento, a diferença é reduzida e a interação com as paredes aumenta, enquanto a amplitude para as bolhas maiores diminui drasticamente para 1,8 mm (Figura 33 (c)). Essa queda de amplitude ocorre pelas colisões mais fortes das bolhas contra a parede que resultam em maiores perdas de energia e bolhas mais deformadas na parede. Para um sistema mais confinado, Figura 33 (d), todas as bolhas apresentaram o mesmo padrão de trajetória com uma pequena diferença na amplitude devido as diferenças nos diâmetros das bolhas (0,6 mm para as bolhas grandes, 0,7 mm para as médias e 0,9 mm para as pequenas).

Além disso, foi calculada uma frequência para cada bolha na vista lateral com base em pelo menos três comprimentos de onda ao longo de sua trajetória. Como mencionado anteriormente, para o *gap* de 8,5 mm e maiores, as bolhas pequenas apresentaram trajetórias retilíneas. Observou-se que a frequência aumenta com o confinamento, em que para o *gap* de 5,5 mm, correspondente a uma razão GAP/D

~ 4, a frequência média para a bolha pequena é de aproximadamente 12 Hz e para o *gap* de 3,5 mm, com uma razão GAP/D por volta de 2,5, aumentou para 15 Hz.

Em relação às bolhas médias com GAP/D ~ 5, a frequência média aumentou de 6 Hz para o *gap* de 12 mm até 20 Hz para o *gap* de 3,5 mm, com um GAP/D por volta de 1,5. Por outro lado, as bolhas grandes aumentaram sua frequência média de 8 Hz para o *gap* de 12 mm (GAP/D ~ 4) até 20 Hz para o *gap* de 3,5 mm (GAP/D ~ 1,15). Para ambos os tamanhos de bolha, médias e grandes, uma frequência limite (20 Hz) foi encontrada e é devida ao forte ricocheteio das bolhas nas paredes.

Figura 36 – Número de Strouhal como função do GAP/D em que os círculos representam as bolhas pequenas, os losangos as bolhas médias e os quadrados as bolhas grandes.



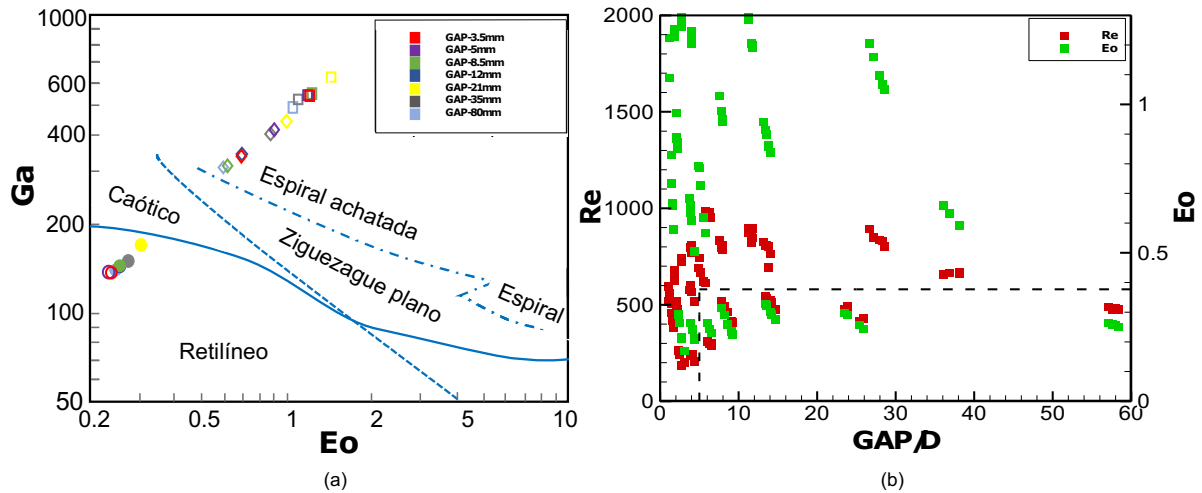
Fonte: Autoria própria (2021)

A Figura 36 ilustra o número de Strouhal, definido como $St = fD/U$, em função do parâmetro de confinamento (GAP/D). Pode-se ver que no *gap* de 5,5 mm, as bolhas médias e grandes apresentaram frequências similares que aumentaram para o *gap* de 3,5 mm. Conforme mencionado anteriormente, à medida que o confinamento aumenta, a frequência de bolha aumenta, e após atingir um limite de GAP/D em torno de 1,4 pode-se observar que o número de Strouhal aumenta e isso se deve apenas ao aumento do diâmetro da bolha. O comportamento de St em função do confinamento, válido para *gaps* abaixo de 12 mm e as atuais configurações experimentais, pode ser ajustado por uma função exponencial como:

$$St = e^{-1.17 \log\left(\frac{GAP}{D}\right) - 1.02} \quad (4.4)$$

Para analisar as trajetórias com mais detalhes, na Figura 37 (a) tem-se o mapa de regime de trajetória em função dos números de Galileo e Eötvös proposto por Cano-Lozano et al. (2016), válido para sistemas não-confinados. Como mencionado anteriormente na seção 2.1, a dinâmica das bolhas em sistemas não-confinados pode ser completamente descrita por quatro parâmetros adimensionais além de Ga e Eo , têm-se as razões entre as massas específicas do líquido e do gás e suas viscosidades, e as escolhas desses números se deve especialmente ao fato de muitas vezes se desconhecer a velocidade da bolha ou ela ainda não ter atingido um regime. As mudanças das trajetórias nesse mapa estão relacionadas à deformação da bolha que gera maior vorticidade representada pela tensão superficial (Eo), à sua dissipação pela viscosidade do líquido (Ga) e à força gravitacional representada pelo empuxo (Eo e Ga) que é a força motriz para a ascensão da bolha. Apesar de não serem válidos para sistemas confinados, foram plotados os valores médios correspondentes para todos os *gaps* e os marcadores não preenchidos representam as trajetórias não oscilantes. A partir deste gráfico, é possível observar que para as bolhas pequenas nos *gaps* de 5,5 mm e 3,5 mm os resultados corresponderiam a trajetórias retilíneas em um sistema não-confinado, porém em sistemas confinados as trajetórias foram de ziguezague. Para os outros *gaps*, todos ficaram dentro da região de “espiral achatada”, sendo que para o *gap* de 8,5 mm e menores todas trajetórias foram em ziguezague e, em *gaps* maiores, tanto ziguezague quanto helicoidal foram observados. Como fica claro, a relação entre o espaço de confinamento e o diâmetro das bolhas desempenha um papel importante para o surgimento de instabilidades na trajetória. Dessa forma, é necessário um mapa delimitando as regiões de oscilação e não oscilação em função do confinamento (GAP/D), conforme ilustrado na Figura 37 (b).

Figura 37 – Regimes de trajetórias: (a) mapa de Cano-Lozano et al. (2016) para um sistema não-confinado em função de Ga e Eo ; os marcadores vazios representam o regime oscilatório para os presentes dados, (b) mapa separando a região de bolhas oscilando correspondendo a área externa do retângulo tracejado das trajetórias retilíneas como função de Re , Eo e GAP/D .



Fonte: Autoria própria (2021)

Os números adimensionais escolhidos para o mapa foram o número de Reynolds, em que se pode ver a influência do confinamento na inércia da bolha devido ao aumento da força de arrasto, e o número de Eötvös para observar a influência da deformação da bolha. A região dentro da área delimitada, $GAP/D > 5$, corresponde à área não-oscilante, ou seja, pequenas bolhas para *gaps* de 80, 35, 21, 12 e 8,5 mm. O eixo vertical à esquerda representa o número de Reynolds enquanto o eixo à direita representa o número de Eötvös. Para um $GAP/D > 5$, i.e., sistemas menos confinados, a trajetória oscilante começa para um número de Reynolds em torno de 580 e um número de Eötvös por volta de 0,35, enquanto para um $GAP/D < 5$, a oscilação começa para um número de Reynolds em torno de 200, que é menor que para um sistema não-confinado e mostra a desestabilização causada pela presença da parede, e um número de Eötvös em torno de 0,2, que corresponde a bolhas menos deformadas devido ao ganho de importância da tensão superficial.

4.1.4 Análises paramétricas

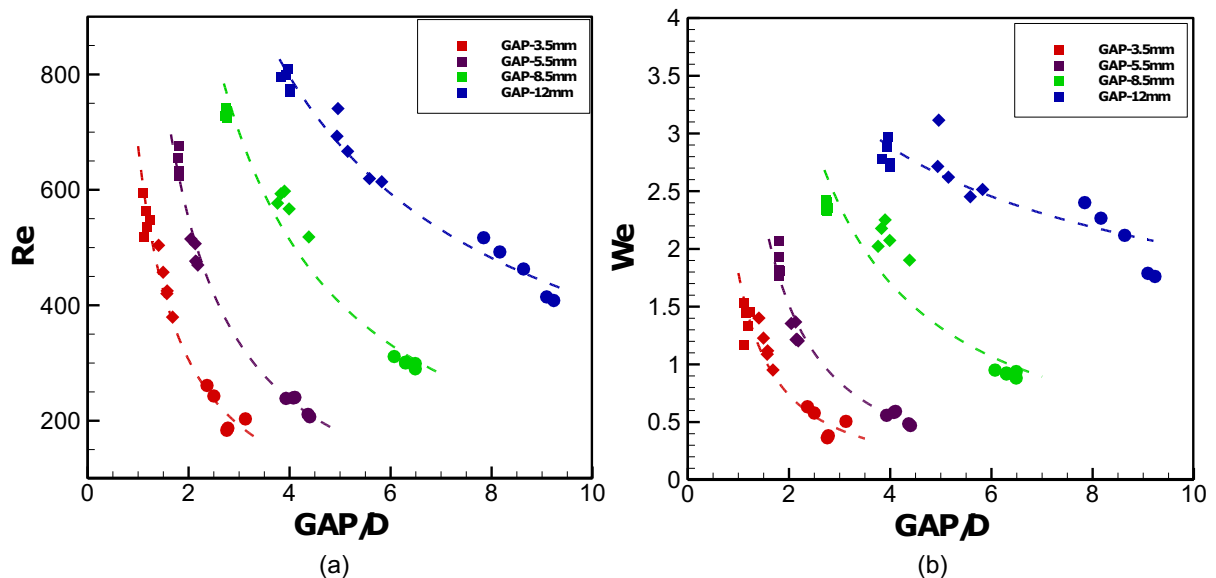
Nas seções anteriores, observou-se a influência das paredes do canal em diferentes parâmetros, em que a razão de aspecto começa a diminuir para o *gap* de 12 mm enquanto a velocidade somente decai significativamente a partir do *gap* de 8,5 mm. Dessa forma, neste estudo, um *gap* com um valor limite de até 8,5 mm é definido como um sistema confinado. Assim, nesta seção, as análises são consideradas para

o *gap* de 8,5 mm e menores, além de incluir os resultados do *gap* de 12 mm como comparação.

Apresenta-se igualmente uma análise dimensional em termos de números de Reynolds, Weber, Galileo, Eötvös e Froude. Isso permite observar a influência de vários parâmetros e a importância de várias forças que ajudarão a caracterizar o tipo de escoamento e a dinâmica das bolhas sob várias condições de confinamento.

A Figura 38 apresenta a relação dos números de Reynolds e Weber com o parâmetro de confinamento (GAP/D). Na Figura 38 (a), mostra-se através do número de Reynolds que a inércia das bolhas é reduzida pela dissipação viscosa devido à distância entre as paredes, em que a presença dessas paredes aumenta o cisalhamento (condição de não-deslizamento) e, conseqüentemente, induz um gradiente de velocidade maior. Nas seções laterais das bolhas, à medida que aumenta o confinamento, pode-se ver nas Figuras 32 e 33 como o aumento gradativo dessa tensão de cisalhamento dissipa a vorticidade produzida pela bolha.

Figura 38 – Evolução dos números de Reynolds (a) e Weber (b) como função de GAP/D .



Fonte: Autoria própria (2021)

Por outro lado, a presença das paredes reduz a deformação da bolha por causa da redução da inércia. Como uma consequência pode-se observar na Figura 38 (b) que o número de Weber cai com o aumento do confinamento. Para as bolhas menores, um $We < 1$ mostra que a tensão superficial se torna mais importante que a

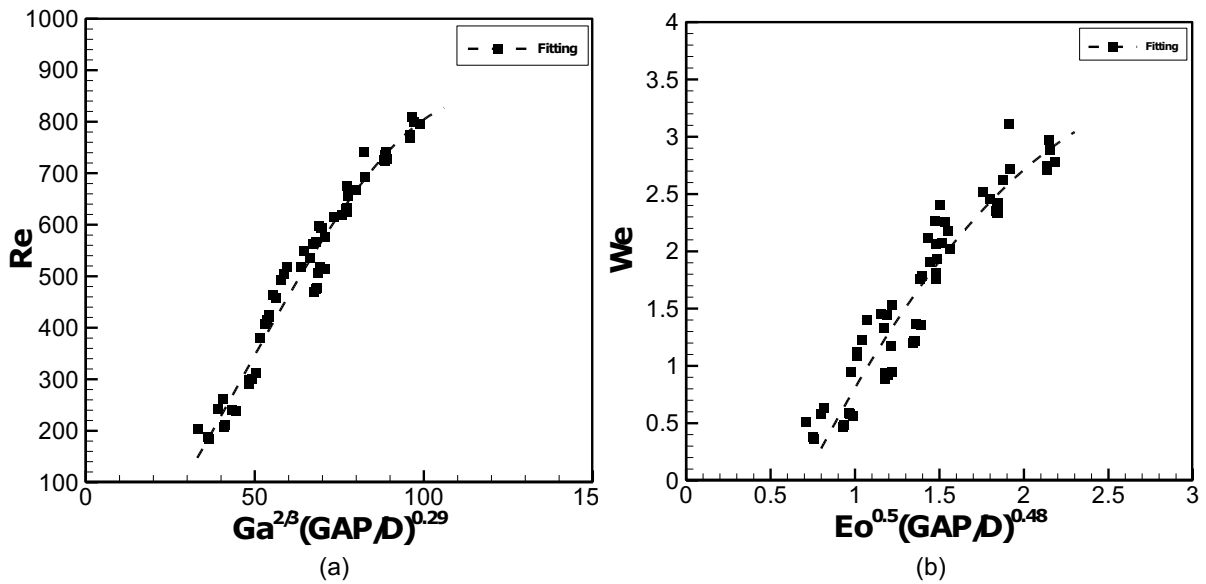
força inercial. No entanto, com o aumento do confinamento, as curvas se tornam mais inclinadas para ambos os números adimensionais, o que significa que as diferenças dos números de Reynolds e Weber para os diferentes grupos de tamanho de bolha aumentam. Esse comportamento pode ser atribuído ao maior empuxo das bolhas médias e grandes. Além disso, pode-se notar que para o mesmo grau de confinamento existem grandes variações de Re e We , o que confirma que o comportamento das bolhas ascendentes é diretamente dependente das interações bolha-parede e do escoamento de líquido ao redor das bolhas.

Todas as curvas para os diferentes *gaps* apresentam uma tendência similar, Figuras 39 (a) e (b) mostram, respectivamente, os números de Reynolds em função do número de Galileo e o número de Weber em função do número de Eötvös. Como o número de Galileo relaciona as forças gravitacionais com as forças viscosas e o número de Eötvös relaciona as forças gravitacionais com a tensão superficial, o aumento do diâmetro da bolha leva a um maior empuxo e inércia que compensam a diminuição de Re e We com o aumento do confinamento. Dessa forma, encontrou-se que cada número adimensional colapsa em uma única curva quando ambos são relacionados com o parâmetro de confinamento (GAP/D) como:

$$Re = -0.052Ga^{\frac{4}{3}}\left(\frac{GAP}{D}\right)^{0.58} + 17.13Ga^{\frac{2}{3}}\left(\frac{GAP}{D}\right)^{0.29} - 374.49 \quad (4.5)$$

$$We = -0.362Eo\left(\frac{GAP}{D}\right)^{0.96} + 2.92Eo^{0.5}\left(\frac{GAP}{D}\right)^{0.48} - 1.68 \quad (4.6)$$

Figura 39 – Evolução dos números de Reynolds (a) e Weber (b) como função dos números de Galileo e Eötvös normalizados por GAP/D. As linhas tracejadas representam o ajuste dos dados (*fitting*).

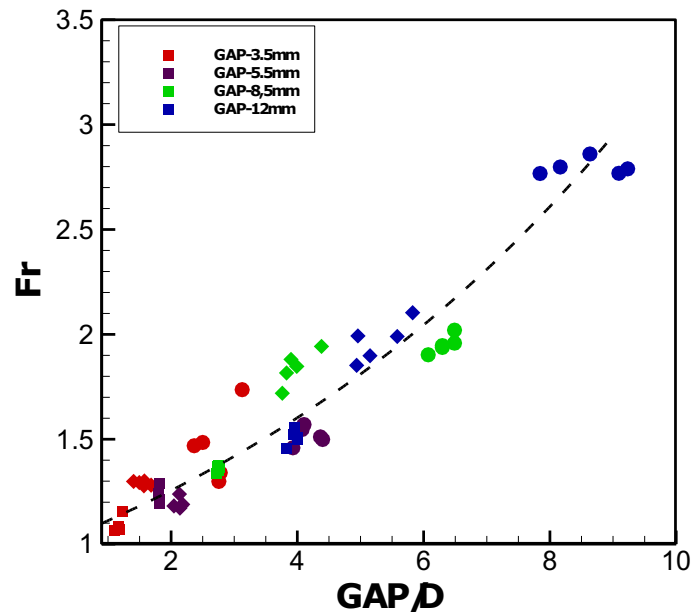


Fonte: Autoria própria (2021)

Como é esperado, o número de Froude (Figura 40) também diminui para maiores confinamentos uma vez que a velocidade da bolha diminui. Para todos os confinamentos, as curvas podem ser aproximadas com boa concordância por uma função polinomial dependente de GAP/D.

Com o aumento do confinamento, as diferenças entre as bolhas grandes, médias e pequenas são reduzidas. Isso significa que grandes diferenças nas forças gravitacionais entre as bolhas devido aos seus diferentes diâmetros são compensadas pela perda de energia das bolhas ricocheteando contra as paredes e pelo aumento das forças viscosas no filme de líquido fino entre a superfície da bolha e as paredes. Dessa forma, o número de Froude ($Fr=Re/Ga$) torna-se mais próximo para todas as faixas de diâmetro de bolha em sistema confinado do que em sistemas não-confinados.

Figura 40 – Evolução do número de Froude em função de GAP/D.



Fonte: Autoria própria (2021)

Em um sistema como o apresentado neste trabalho, onde as bolhas interagem com a paredes enquanto escoam junto a elas, é interessante observar o comportamento da força de arrasto e, por este motivo, o coeficiente de arrasto foi estimado por um balanço de forças de empuxo e arrasto, levando a:

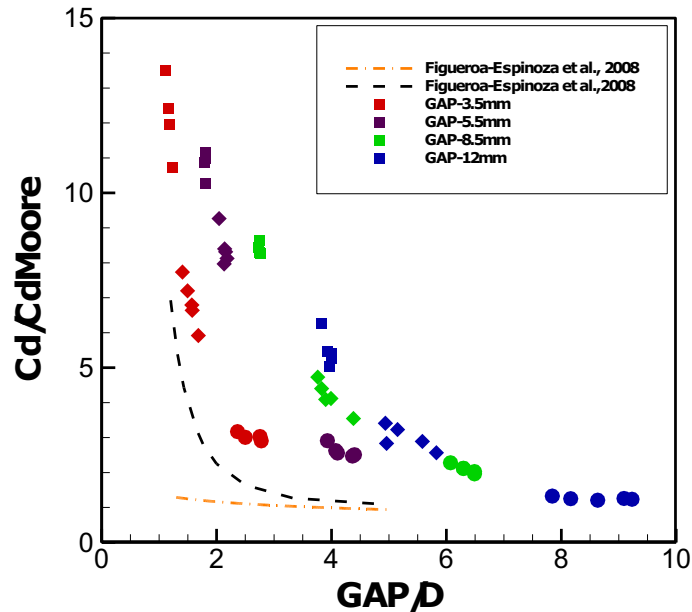
$$C_D = \frac{4Dg}{3U^2} \quad (4.7)$$

Como as interações bolha-parede levam a um aumento considerável nas flutuações de velocidade, o arrasto esperado em um sistema confinado é maior em comparação com casos não-confinados. Em um trabalho anterior, no qual foi utilizado um arranjo experimental semelhante ao aqui empregado, Figueroa-Espinoza et al. (2008) apontaram como os principais mecanismos envolvidos no aumento do arrasto em geometrias delimitadas por paredes a dissipação de energia pelo filme líquido fino entre a bolha e as paredes, o incremento na produção de vorticidade e desprendimento de vórtices e o aumento do ricocheteio quando as bolhas tocam ambas as paredes.

Correlações típicas para o coeficiente de arrasto encontradas na literatura para sistemas não-confinados como Mei (1994), Tomiyama et al. (1998), Dijkhuizen

et al. (2010) são funções dos números de Reynolds e de Eötvös. A Figura 41 mostra uma comparação entre a correlação de Figueroa-Espinoza et al. (2008) e o coeficiente de arrasto normalizado obtido para os diferentes *gaps* e tamanhos de bolhas. Observou-se que ao diminuir o parâmetro de confinamento (maior confinamento), o coeficiente de arrasto aumenta e valores maiores são encontrados para bolhas grandes e médias em contraste com as bolhas pequenas. Nota-se que os coeficientes de arrasto para o *gap* de 3,5 mm são praticamente duas vezes maiores que a estimativa de Figueroa-Espinoza et al. (2008) para a mesma faixa de GAP/D. Essa divergência pode ser atribuída à diferença nos fluidos de trabalho, pois enquanto o presente estudo utilizou água os autores citados empregaram diferentes óleos de silicone. Esses fluidos possuem tensões superficiais 4 a 6 vezes menores que a da água, levando assim a bolhas mais deformadas. Outra diferença entre o trabalho atual e o mencionado acima é que os números de Reynolds também são menores do que no presente trabalho. Além disso, essa diferença de Re entre os trabalhos também influencia na normalização; como na correlação de coeficiente de arrasto de Moore (1965) a deformação da bolha e Re são considerados, e, portanto, os resultados de coeficiente de arrasto normalizados no trabalho de Figueroa-Espinoza et al. (2008) são menores em função dos coeficientes de arrasto de Moore (1965) serem maiores que os calculados neste estudo.

Figura 41 – Coeficiente de arrasto normalizado em função do parâmetro GAP/D comparado com o modelo de Figueroa-Espinoza et al., 2008. A linha tracejada representa as bolhas com trajetórias oscilantes ($k=80$) e a linha traço-ponto representa a trajetória retilínea ($k=8$).



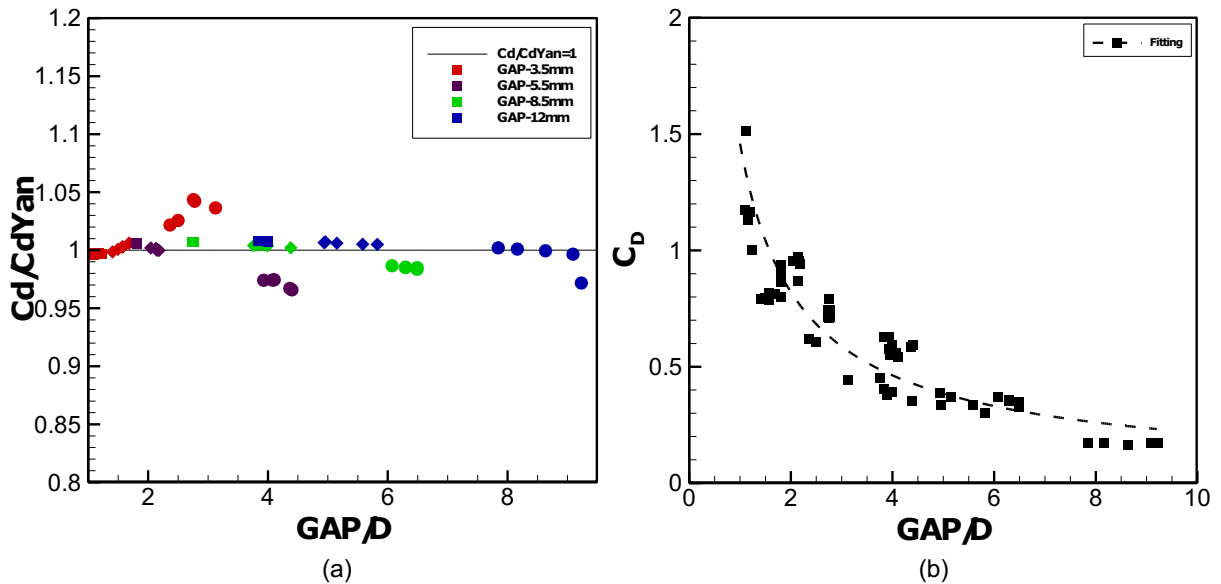
Fonte: Autoria própria (2021)

Em um trabalho mais recente, Yan et al. (2017) propuseram uma correlação para a flutuação do coeficiente de arrasto de uma bolha ascendendo livremente em água deionizada e válida para $550 < Re < 1700$. Nesse trabalho, os autores utilizaram como ponto de partida a correlação de Schiller-Naumann (1933), que é dependente de Re e que é válida para bolhas esféricas. Eles incluíram o efeito da deformação da bolha através da utilização dos números de Eo e We para poder determinar o arrasto em diferentes sistemas. O número de Reynolds é o que tem a maior influência no modelo, em que forças viscosas mais altas levam a uma diminuição da inércia e, conseqüentemente, a um maior coeficiente de arrasto.

Os números de Eötvös e Weber têm a mesma influência quando se considera a tensão superficial; a forma da bolha ganha importância e bolhas mais deformadas resultam em maior arrasto de pressão. Interessantemente, esse modelo descreve bem os casos confinados, podendo estar associado à forma esférica das bolhas nos sistemas confinados. Assim, pode-se afirmar que o coeficiente de arrasto depende apenas de tais números adimensionais e não está diretamente relacionado aos parâmetros geométricos do canal, mas sim ao escoamento gerado pela bolha que por sua vez sofre a influência das paredes.

As comparações da razão entre o resultado desse modelo e o arrasto calculado para sistemas confinados em função do diâmetro da bolha são ilustradas na Figura 42 (a), onde foi encontrado um erro relativo máximo menor que 5%.

Figura 42 – (a) Razão entre o coeficiente de arrasto de Yan et al., (2017) e o calculado, (b) coeficiente de arrasto em função do GAP/D. A linha contínua (a) representa $C_D/C_{DYan}=1$ e a linha pontilhada (b) representa os dados ajustados.



Fonte: Autoria própria (2021)

Esse modelo considera as variações do coeficiente de arrasto devido às flutuações de velocidade ao longo de suas trajetórias. Na Figura 42 (b), são mostrados os valores do coeficiente de arrasto em função do parâmetro de confinamento e válido para valores de confinamento na faixa de $1,1 < GAP/D < 9,2$. Uma correlação simples dependente somente do grau de confinamento, que é válida para a configuração do presente estudo, pode ser obtida ajustando-se os dados e é dada por:

$$C_D = 1.5 \left(\frac{GAP}{D} \right)^{-0,84} \quad (4.8)$$

Analisando os resultados obtidos no estudo, pôde-se ver que à medida que o confinamento aumenta, a razão de aspecto diminui e o regime se torna de dominância da força viscosa sobre a tensão superficial (oscilações de forma diminuem). Assim, em todos os casos confinados, os comportamentos das bolhas se tornam independentes de suas formas. As velocidades diminuem com o aumento das tensões de cisalhamento na superfície das bolhas e a perda de energia por suas colisões

contra as paredes. Além disso, como mostrado anteriormente, a relação do número de Froude com todos os casos confinados (Figura 40) mostra que o balanço entre viscosidade, forças inerciais e gravitacionais é determinante para o caso de bolhas de ar com diâmetros entre 1,2 e 3,6 mm em confinamento e escoando em água. Dessa forma, uma relação simples para o coeficiente de arrasto levando em consideração o balanço entre as forças de empuxo e arrasto em função do grau de confinamento é uma aproximação válida para as condições do presente estudo.

4.2 Confinamento em duas direções

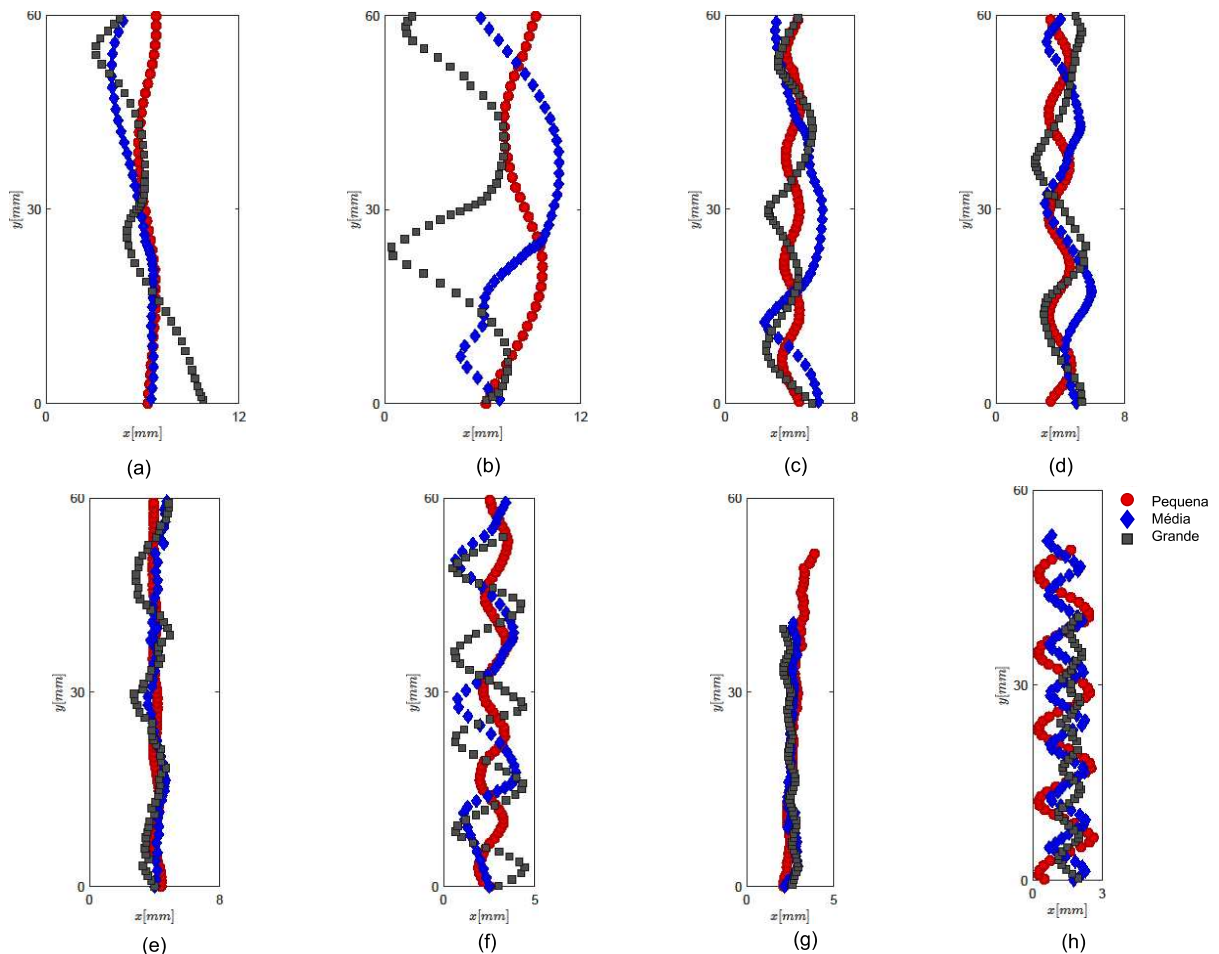
Nesta seção, os resultados em relação ao efeito do confinamento em duas direções serão discutidos. A primeira parte será dedicada às variáveis relacionadas à trajetória, como amplitude e frequência; na sequência, as deformações das bolhas serão analisadas. A terceira parte é referente à velocidade da bolha e, por fim, é realizada uma análise paramétrica.

4.2.1 Trajetória de bolha

As trajetórias para diferentes tamanhos de bolhas e graus de confinamento são apresentadas na Figura 43. Em sistemas não-confinados, as bolhas pequenas ($D < 1,6$) apresentam trajetórias retilíneas (De Vries et al., 2002). Resultados semelhantes foram encontrados por Sirino et al. (2021), em que foram observadas trajetórias não-oscilatórias para bolhas nesta mesma faixa de diâmetros e em um canal confinado em uma direção com um *gap* maior que 5,5 mm, correspondente a um $D/GAP < 0,25$. Em contraste, no estudo do confinamento em duas direções, todas as bolhas apresentaram trajetórias em ziguezague ou helicoidal. As bolhas desviam do centro do canal, assim a parede mais próxima ou mesmo os cantos dos canais podem desestabilizar suas esteiras, causando a assimetria dos vórtices e conseqüentemente as oscilações das bolhas. Nos canais quadrados, as trajetórias helicoidais também são observadas, sendo que no canal 12x12 mm, todos os tamanhos de bolhas apresentam trajetórias helicoidais (Figuras 43 (a) e (b)). Nesse caso, as distâncias entre as paredes não são pequenas o suficiente e as bolhas possuem alto grau de liberdade. Além disso, como pode ser visto no canal de 8x8 mm (Figuras 43 (c) e (d)), à medida que o grau de confinamento aumenta, as bolhas passam a interagir com as quatro paredes.

Consequentemente, a força de parede induzida e a força de arrasto tornam-se mais fortes; assim, as instabilidades da trajetória diminuem e se tornam quase periódicas. As bolhas escoando aceleram a camada de fluido na parede mais próxima, gerando assim um gradiente de pressão favorável à atração da bolha para a parede (Legendre et al., 2003; Takemura e Magnaudet, 2003; Zeng et al., 2005; Feng e Bolotnov, 2018). Além disso, para bolhas próximas às paredes (mas sem tocá-las), surge uma força repulsiva decorrente da distribuição assimétrica dos vórtices (Sugioka e Tsukada, 2015; Lee e Park, 2017). Assim, as estruturas de vórtice na esteira tornam-se bidimensionais e a oscilação é estabilizada na direção normal a parede (“*ground effect*”) (Tsutsui, 2008; Jeong e Park, 2015). Dessa forma, em um canal assimétrico, as bolhas tendem a interagir com a parede mais próxima e este plano é o preferencial para o movimento oscilatório (Figuras 43 (e), (f), (g) e (h)). Além disso, em canais com *gap* de 3 mm (Figura 43 (g) e (h)), as bolhas colidem contra as duas paredes, o que também contribui para restringir seu movimento em um único plano.

Figura 43 – Trajetórias de bolhas pequenas, médias e grandes: (a) canal 12x12 mm no plano x-y, (b) canal 12x12 mm no plano z-y, (c) canal 8x8 mm no plano x-y, (d) canal 8x8 mm no plano z-y, (e) canal 8x5 mm no plano x-y, (f) canal 8x5 mm no plano z-y, (g) canal 5x3 mm no plano x-y, (h) canal 5x3 mm no plano z-y.

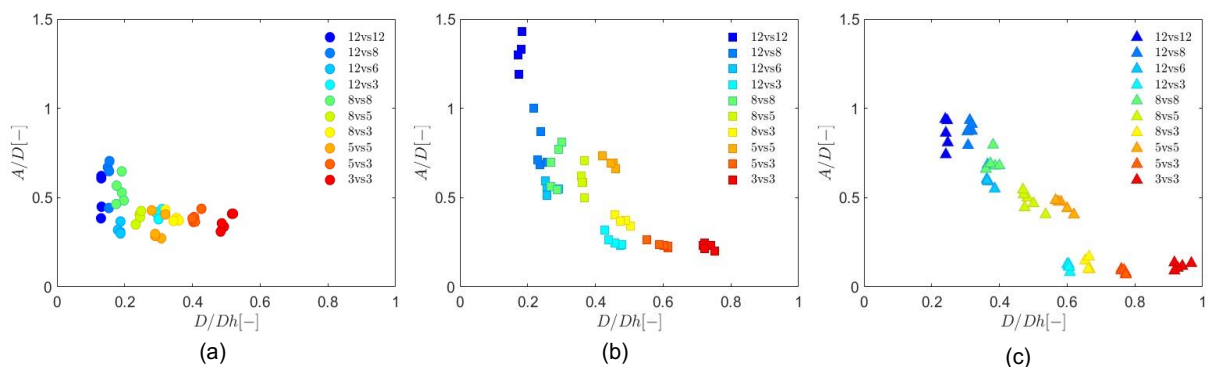


Fonte: Autoria própria (2022)

Observa-se claramente que amplitudes de oscilação maiores ocorrem na direção do *gap* mais estreito do que na do *gap* mais largo (Figura 43). A amplitude de oscilação adimensional em função do parâmetro de confinamento (D/D_h) na direção de menor distância entre paredes é mostrada nas Figura 44 (a), para bolhas pequenas, (b) para bolhas médias e (c) para as bolhas grandes. Pode-se notar que a amplitude das bolhas é inerentemente relacionada às suas trajetórias e, de uma forma geral, nota-se uma tendência decrescente à medida que o confinamento aumenta. As bolhas pequenas nos canais quadrados mostram trajetórias helicoidais; portanto, as dispersões de amplitude são maiores nesses casos. Além disso, na Figura 44 (a), para o canal de 12x6 mm e mais confinados, a amplitude adimensional permanece dentro da mesma faixa ($A/D \sim 0,4$). A partir da Figura 44 (b), pode-se observar que as bolhas médias apresentaram amplitudes maiores que as pequenas. Para as bolhas médias

em um *gap* de 8 mm, as mudanças de trajetória podem ocorrer por dois mecanismos. Algumas bolhas mudam de trajetória por colisão contra as paredes, enquanto outras exibem mudanças na direção da trajetória sem realmente tocar as paredes, mas interagindo com um filme de líquido fino entre elas e as paredes. Assim, as amplitudes para os canais de 12x8 mm e 8x8 mm, em que as bolhas tocam ou se aproximam das paredes, estão na mesma faixa e são menores que o canal 12x12 mm. Para um *gap* de 5 mm, as interações bolha-parede aumentam, com algumas bolhas colidindo contra ambas as paredes desse *gap*, e pode-se observar uma redução na amplitude. Por fim, para o caso do *gap* de 3 mm, a distância entre as paredes é muito pequena e as bolhas tocam ambas as paredes, mantendo a amplitude de suas trajetórias dentro da mesma faixa.

Figura 44 – Amplitude de oscilação adimensional em função do grau de confinamento na menor direção para os diferentes tamanhos de bolha: (a) ○ bolhas pequenas; (b) □ bolhas médias; (c) △ bolhas grandes

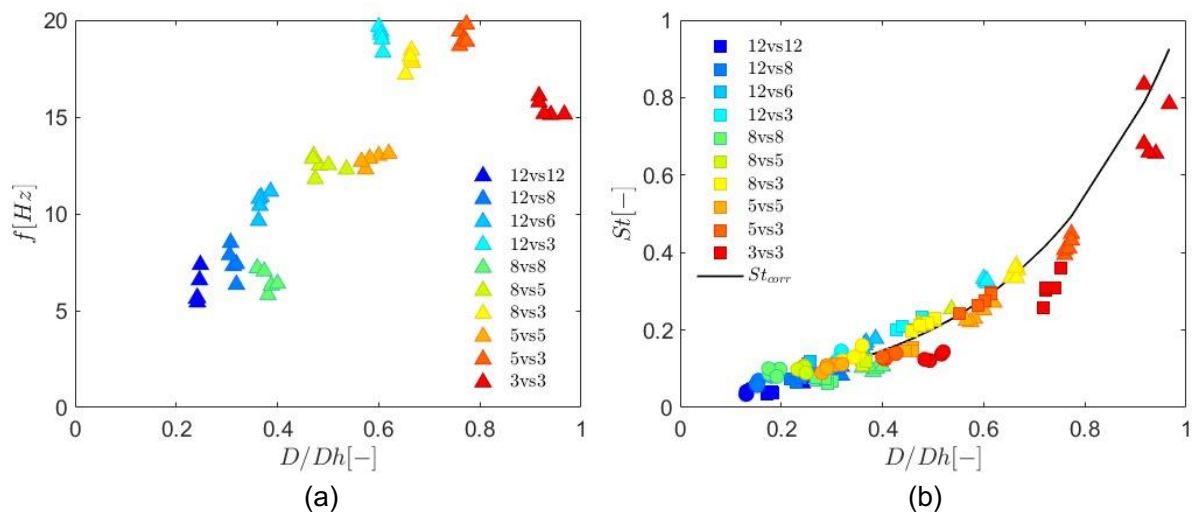


Fonte: Autoria própria (2022)

No canal 12x12 mm, ao contrário do esperado, as bolhas grandes apresentaram amplitude um pouco menor que as bolhas médias (Figura 44 (c)). Esse comportamento pode ser atribuído ao fato de que os vórtices maiores produzidos pelas bolhas grandes interagem antes com as paredes que os vórtices menores produzidos pelas bolhas médias. Conseqüentemente, essas interações antecipadas são responsáveis pelas mudanças precoces na direção do movimento das bolhas grandes e, dessa forma, os canais 12x12 mm e 12x8 mm apresentaram amplitudes semelhantes. No canal 8x8 mm, as trajetórias eram helicoidais e como as paredes eram mais próximas, suas amplitudes diminuía. Para o canal de 12x6 mm, o *gap* de 6mm foi o plano preferencial de oscilação e novamente valores menores foram

encontrados. Assim como na direção do *gap* de 3 mm, a direção de *gap* de 5 mm restringe o movimento das bolhas grandes e promove suas colisões contra ambas as paredes. Nesses casos, as amplitudes são limitadas pelos *gaps*, enquanto os comprimentos de onda também diminuem com o confinamento. Lee e Park (2017) também notaram que a presença de paredes causou uma diminuição na amplitude e comprimento de onda quando comparado a sistemas livres. Os autores mostraram que isso ocorre devido à perda de energia durante o transporte de energia superficial (potencial) para energia inercial (cinética) quando a bolha colide contra as paredes. Assim, um aumento na frequência de oscilação é uma consequência direta desses fenômenos. Esse comportamento também foi observado no presente trabalho, conforme mostrado na Figura 45 (a), em que a frequência aumenta com o confinamento para as bolhas maiores. Para o menor canal (3x3 mm), a velocidade cai mais rápido que o comprimento de onda, portanto a tendência de aumento da frequência com o confinamento não ocorre e observa-se um valor menor.

Figura 45 – Comportamento da frequência de oscilação na direção de maior confinamento. Frequências das bolhas grandes em função do grau de confinamento (a); número de Strouhal para os diferentes tamanhos de bolhas e configurações geométricas (b).



Fonte: Autoria própria (2022)

Na Figura 45 (b), a frequência da trajetória foi adimensionalizada com o diâmetro da bolha e a velocidade de ascensão, resultando no número de Strouhal, que é avaliado para todas as bolhas em função do parâmetro de confinamento (D/D_h). O número de Strouhal apresentado em Cano-Lozano et al. (2016) para uma bolha de $Bo=0,55$ e $Ga=350$ escoando em um sistema livre é em torno de 0,045. Esses dados

de Bo e Ga correspondem às bolhas médias no presente estudo e o valor de St é semelhante ao encontrado no caso menos confinado (canal 12x12 mm), onde as interações bolha-parede não são fortes. Observou-se que à medida que o grau de confinamento aumenta, o forte ricocheteio das bolhas nas paredes é responsável pelo aumento da frequência e diminuição da velocidade. Portanto, o St aumenta exponencialmente e pode ser ajustado apenas em função do parâmetro de confinamento (D/D_h) como:

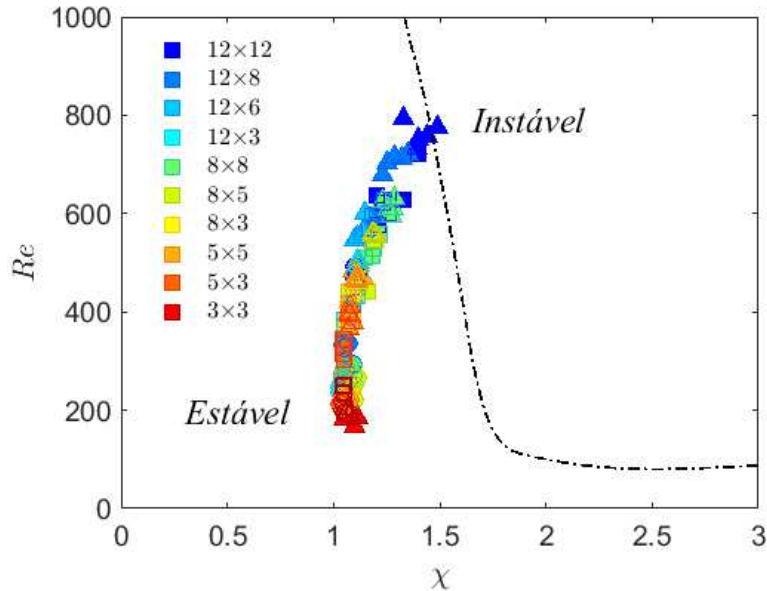
$$St = 0.04e^{3.25\frac{D}{D_h}} \quad (4.9)$$

4.2.2 Formato da bolha

O formato da bolha é descrito pela razão de aspecto, definida como a razão entre o maior e o menor eixo da bolha como já visto no caso de confinamento em uma direção. Foi calculada a razão de aspecto média ao longo da trajetória das bolhas para cada caso estudado e, como no caso do confinamento em uma direção, as diferenças da razão de aspecto para a vista frontal e lateral foram pequenas (diferença máxima de 5%). Assim, nos resultados apresentados será utilizado um valor médio dos planos denotado por χ .

Para as bolhas que escoam livremente, suas deformações são responsáveis pelas instabilidades das trajetórias devido à assimetria do campo de escoamento induzido do líquido pela passagem das bolhas. Cano-Lozano et al. (2013) definiram numericamente uma curva crítica em função de Re e χ (Figura 46). Nesse gráfico, observa-se que à medida que a razão de aspecto aumenta, o número de Reynolds crítico para as trajetórias oscilatórias diminui rapidamente.

Figura 46 – Diagrama de estabilidade para a transição da trajetória da bolha em um sistema não-confinado (Cano-Lozano et al., 2013). Todas as trajetórias no presente estudo foram encontradas na região estável, entretanto elas apresentam instabilidades.



Fonte: Autoria própria (2022)

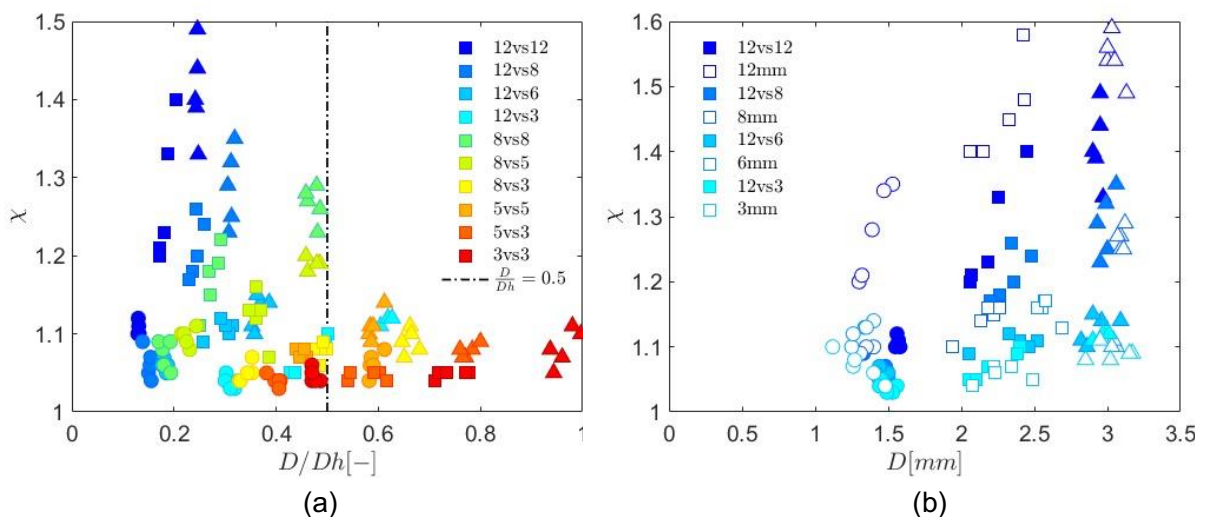
Para maiores deformações de bolhas, observa-se uma maior produção de vorticidade que poderia desestabilizar as esteiras das bolhas. Assim, para bolhas mais deformáveis, o número de Reynolds crítico esperado para a transição de trajetória retilínea para oscilante diminui. As razões de aspecto das bolhas e o número de Reynolds correspondente para todos os casos do presente trabalho foram adicionados no diagrama de Cano-Lozano et al. (2013). Ao contrário do que foi encontrado para sistemas não-confinados, todos os casos apresentaram trajetórias em ziguezague ou helicoidal para as diferentes configurações de distâncias entre paredes. Tal comportamento pode ser induzido pelo despreendimento de vórtices devido as maiores tensões de cisalhamento causadas pelas paredes, o que leva a instabilidades nas trajetórias das bolhas. Essas modificações de trajetória ocorrem para razões de aspecto mais baixas que em um sistema não-confinado.

A Figura 47 mostra como a deformação das bolhas diminui à medida que o grau de confinamento aumenta. Como para o caso de confinamento em uma direção, esse comportamento foi atribuído ao aumento das tensões de cisalhamento pela proximidade da bolha em relação à parede. A Figura 47 (a) mostra a evolução da

razão de aspecto para todos os canais em função do parâmetro de confinamento (D/D_h). O efeito geral do aumento de D/D_h é diminuir a deformação da bolha; observa-se que, para graus de confinamento superiores a 0,5 (linha pontilhada), todos os tamanhos de bolha apresentam razão de aspecto menor que 1,15, o que indica bolhas quase esféricas. A mudança na inclinação das curvas dos dados de cada geometria mostra que o aumento do confinamento afeta substancialmente o formato das bolhas grandes. No entanto, é importante notar que existem diferentes razões de aspecto para o mesmo grau de confinamento. Isso indica que as formas das bolhas dependem não apenas do grau de confinamento, como também da direção de confinamento. Foi visto que o plano com a menor distância entre as paredes é o preferível para o movimento oscilatório, dessa forma, uma redução na distância entre as paredes leva a maiores frequências de oscilação. Assim, é provável que mesmo para canais com o mesmo D_h , para geometrias retangulares, o que possuir maior confinamento em uma direção exiba mais interações bolha-parede, reduzindo assim a razão de aspecto média da bolha.

Figura 47 – (a) razão de aspecto como função do grau de confinamento (D/D_h), a linha traço-ponto mostra o valor de $D/D_h=0,5$; (b) razão de aspecto em função dos diâmetros das bolhas.

Os marcadores vazios representam os dados de confinamento em uma direção e os preenchidos representam os dados do confinamento em duas direções.

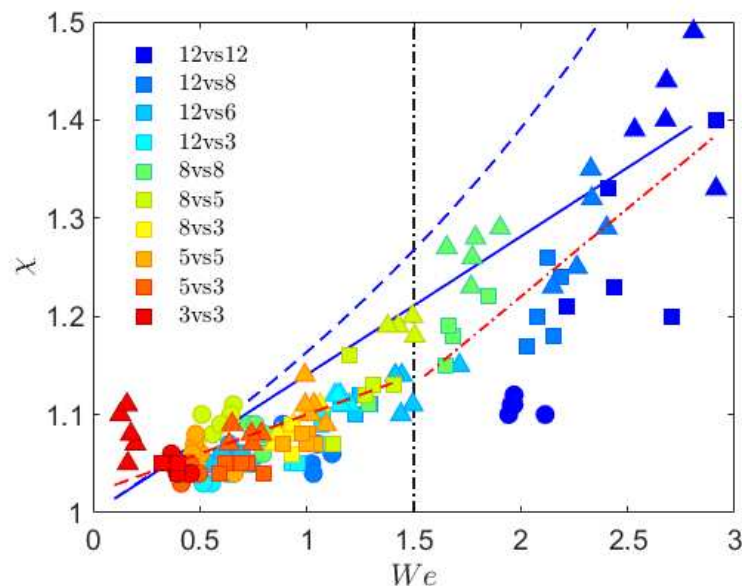


Fonte: Autoria própria (2022)

Além disso, os resultados do confinamento em duas direções para os canais com uma direção fixada em 12 mm foram comparados com os dados do confinamento em uma direção mostrados na Figura 47 (b). As bolhas em um tanque de 12x12 mm

apresentaram razões de aspecto menores do que as encontradas para o canal com *gap* de 12 mm (confinado em uma direção). Por outro lado, os tanques não-quadrados apresentaram comportamentos semelhantes em comparação com os resultados correspondentes obtidos para os casos de confinamento unidirecional. Essa semelhança pode ser atribuída à trajetória quase 2D desenvolvida no plano mais estreito nos canais não-simétricos, assemelhando-se ao comportamento do confinamento em uma direção. Ademais, pode-se afirmar que durante as colisões bolha-parede o mecanismo de transporte de energia superficial para energia cinética atrasa a recuperação da forma original da bolha, o que leva a menores razões de aspecto médias (Figuroa-Espinoza et al. 2008; Jeong e Park, 2015). Conseqüentemente, as maiores bolhas experimentam esses efeitos de parede mais cedo.

Figura 48 – Razão de aspecto em função do número de Weber comparado com modelos para sistemas não-confinados. As linhas azuis contínua e tracejada correspondem às correlações de Moore, 1965 e Legendre et al., 2012, respectivamente. As linhas traço-ponto vermelhas correspondem às correlações propostas no presente estudo para $We < 1,5$ e $We > 1,5$. A linha preta representa o valor limite de $We = 1,5$.



Fonte: Autoria própria (2022)

A relação entre razão de aspecto e o número de Weber é apresentada na Figura 48. Para fins de comparação, são mostrados os modelos de Moore (1965) e Legendre et al. (2012) válidos para sistemas não-confinados. A correlação de Moore

(1965) foi baseada na teoria de escoamento irrotacional, que é válida para números de Reynolds altos e razões de aspecto pequenas.

Por outro lado, o modelo de Legendre et al. (2012) é válido para água pura e razões de aspecto menores que 2,5, que são maiores que as observadas neste estudo. Nota-se claramente que tais modelos não concordam bem com os dados atuais, sendo que a correlação de Moore (1965) funciona melhor que a equação de Legendre et al. (2012) pois prediz menores deformações. Assim, correlações entre as razões de aspecto e os números de Weber válidos para o presente sistema foram propostas por meio de ajuste dos dados experimentais como:

Para $We < 1,5$:

$$\chi = 0.08We + 1.02 \quad (4.9)$$

enquanto que para $We > 1,5$, a razão de aspecto pode ser descrita por:

$$\chi = 0.08We^2 - 0.51We + 1.61 \quad (4.10)$$

4.2.3 Velocidades

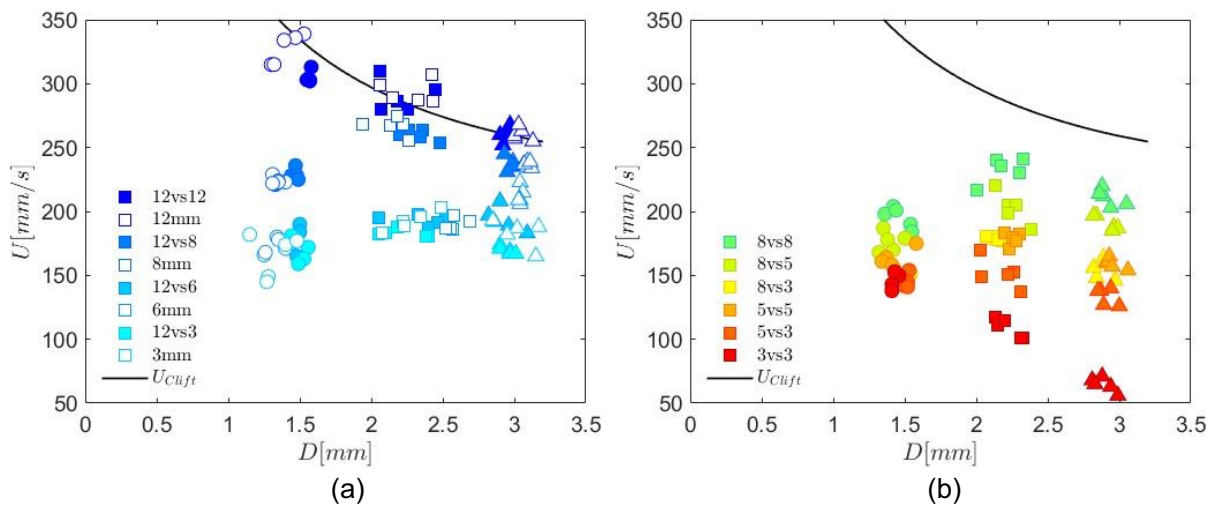
Nesta seção, a velocidade terminal e o comportamento das flutuações de velocidade são analisados em função do confinamento para os diferentes tamanhos de bolhas.

4.2.3.1 Velocidades terminais

Os resultados de velocidade terminal para bolhas escoando em canais em que a distância entre paredes em uma direção está fixada em 12 mm são comparados com os dados para o caso de confinamento em uma direção (Figura 49 (a)). Além disso, o modelo apresentado em Clift et al. (1978) para a velocidade de bolhas ascendendo em água pura em um sistema não-confinado foi adicionado como referência. No confinamento em uma direção foi observado que para um *gap* de 12 mm as bolhas começam a interagir com as paredes e a razão de aspecto apresenta

uma diminuição, mas suas velocidades não mudam. No entanto, as bolhas pequenas no canal de 12x12 mm mostraram uma ligeira diminuição de velocidade. Nesse caso nota-se um comportamento interessante: devido à interação com as quatro paredes, as bolhas pequenas apresentaram trajetórias oscilatórias, o que não foi observado nos casos de confinamento unidirecional. Assim, o menor empuxo desse grupo de tamanho de bolha não é suficiente para compensar a força de arrasto. Além disso, para este canal, as velocidades das bolhas médias e grandes concordam bem com o modelo de Clift et al. (1978) e, como em sistemas não-confinados, suas magnitudes diminuem gradativamente com o aumento do diâmetro das bolhas. Dessa forma, confirma-se que a distância entre paredes de 12 mm em um canal quadrado não é próxima o bastante para modificar significativamente a velocidade das bolhas médias e grandes.

Figura 49 – Velocidades terminais em função do diâmetro da bolha: (a) dados para bolhas em canais com uma direção fixada em 12-mm e os dados para o confinamento em uma direção (marcadores não preenchidos); (b) dados para bolhas ascendendo em canais quadrados e retangulares com *gaps* menores que 12 mm. Em ambos os gráficos os resultados são comparados com o modelo de Clift et al., 1978 (linha preta).



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura 49 (a) mostra que à medida que o grau de confinamento aumenta, maiores reduções nas velocidades são observadas. Além disso, a velocidade das bolhas médias permanece na mesma faixa, em torno de 185 mm/s, para os canais de 12x6 mm e 12x3 mm e para os *gaps* de 5,5 mm e 3,5 mm. No entanto, as velocidades das bolhas grandes apresentam pequenas diferenças do que as encontradas para o

caso de confinamento em uma direção. Para os canais com *gaps* estreitos, 3 mm e 6 mm, onde as colisões das bolhas nas paredes são intensas, a distância fixada de 12 mm na outra direção foi pequena o suficiente para gerar um pequeno aumento na resistência do escoamento. A Figura 49 (b) mostra o comportamento das velocidades para os casos com *gaps* em ambas as direções menores que 12 mm. No entanto, diferentemente do canal 12x12 mm, o duto de 8x8 mm apresentou um alto decaimento das velocidades em comparação com um sistema não-confinado. Assim, a tendência de queda com o aumento do grau de confinamento foi mantida para os demais canais. Além disso, para os canais de 8x3 mm, 5x5 mm e 5x3 mm ($D_h \leq 5$), as diferenças de velocidade entre os grupos de bolhas são menores em comparação com as variações observadas em um sistema não-confinado; nesse caso, pode-se afirmar que o balanço de forças é independente do tamanho da bolha para estes D_h . Conseqüentemente, o arrasto gerado nas bolhas devido à sua proximidade com as paredes aumenta proporcionalmente ao incremento do empuxo com o diâmetro da bolha.

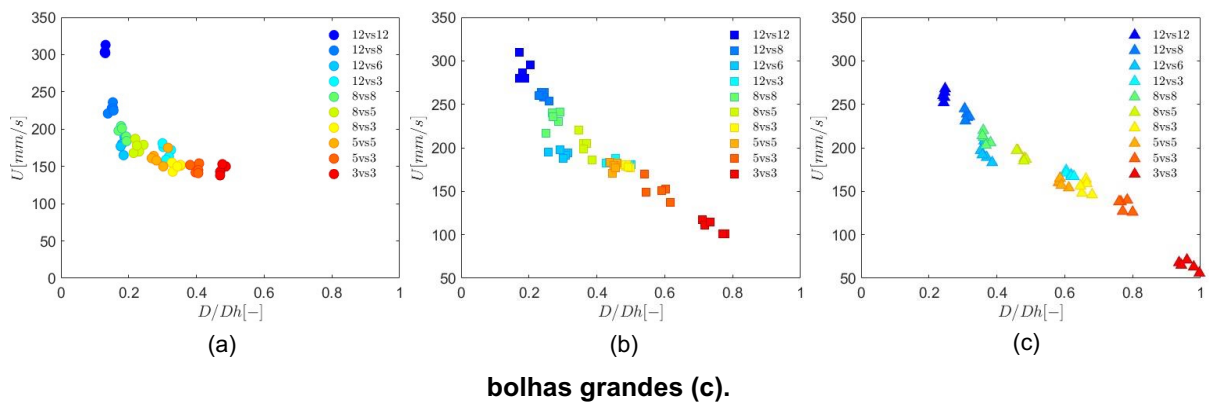
Também, vale ressaltar que, para o menor canal simétrico (3x3 mm, $D_h=3$ mm), as maiores forças de empuxo das bolhas médias e grandes não são altas o suficiente para balancear o aumento do arrasto devido ao forte confinamento. Assim, para esses grupos de tamanhos de bolha, importantes decaimentos de velocidade são observados.

Bolhas com formas quase esféricas apresentaram velocidades menores do que as bolhas mais deformadas com volume equivalente (Wu e Gharib, 2002; Liu et al., 2016). Tomiyama et al. (2002) observaram que velocidades de bolhas pequenas eram mais sensíveis a variações de formatos; essa tendência também pode ser vista nos sistemas confinados mostrados na Figura 49, em que as bolhas pequenas apresentaram quedas de velocidade mais significativas para o *gap* de 8 mm do que os outros tamanhos de bolhas. Recentemente, Hayashi et al. (2021) mostraram que, em bolhas no regime de dominância da tensão superficial, a vorticidade produzida na superfície da bolha controla a magnitude da força de arrasto. Além disso, em Sirino et al. (2021), foi levantada a hipótese de que a forma e a velocidade das bolhas estão conectadas através da dissipação da vorticidade produzida em suas superfícies, podendo-se então concluir que bolhas mais deformáveis são capazes de dissipar a

vorticidade de forma mais eficaz. Isso ocorre porque a dissipação advectiva produzida nas esteiras na região dos grandes vórtices é mais importante que a dissipação viscosa na camada limite de bolhas menos deformáveis.

A influência da direção de confinamento no comportamento da velocidade terminal é mostrada na Figura 50, em que as bolhas são separadas em (a) pequenas, (b) médias e (c) grandes. Para as bolhas pequenas (Figura 50 (a)), a primeira queda de velocidade ocorre para o canal de 12x8 mm e $D_h=9,6$ mm. Então, as velocidades decaem para um nível mais baixo no canal 8x8 mm com $D_h=8$ mm. Observa-se que o comprimento de 8 mm é a distância limite para a queda de velocidade. As diferenças de velocidade entre os tanques de 12x8 mm e 8x8 mm ocorrem porque o tanque 8x8 mm é simétrico e não existe um plano preferencial para interação bolha-parede (trajetória helicoidal, Figura 43 (c) e (d)). Assim, as bolhas sofrem um duplo efeito de confinamento por suas interações com as quatro paredes (em ambas as direções). As velocidades nos canais 12x6 mm, 12x3 mm, 8x5 mm e 5x5 mm, correspondentes a $D_h=8$ mm, $D_h=4,8$ mm, $D_h=6,15$ mm e $D_h=5$ mm, respectivamente, permanecem na mesma faixa.

Figura 50 – Velocidades terminais em função do parâmetro de confinamento para diferentes tamanhos de bolhas e configurações geométricas. Bolhas pequenas (a), bolhas médias (b),



Fonte: Autoria própria (2022)

Além disso, na Figura 50 (a), deve-se destacar que os canais 8x8 mm e 12x6 mm possuem o mesmo diâmetro hidráulico e consequentemente o mesmo grau de confinamento (D/D_h), mas as bolhas apresentam diferenças em suas velocidades, e, portanto, o diâmetro hidráulico não é o único critério necessário para avaliar o efeito

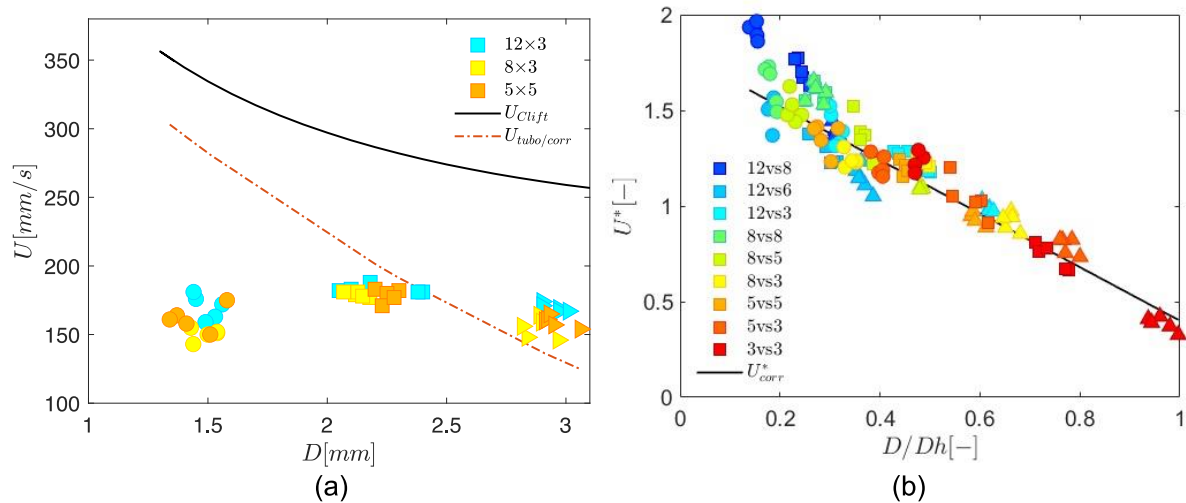
do confinamento. Assim, identifica-se que a direção de confinamento é a principal influência na velocidade da bolha, e o canal com a menor distância entre as paredes (6 mm) apresentará velocidades menores. Conforme já mostrado na seção de trajetórias de bolhas, o lado com o menor *gap* corresponde ao plano preferencial de oscilação (Figura 43). Por essa razão, o *gap* de 6 mm foi identificado como uma nova distância limite em que as bolhas pequenas mudam sua faixa de velocidade. No caso do canal de 8x3 mm ($D_h=4,36$ mm), observou-se outra queda da velocidade, sendo que as bolhas escoando nos canais de 5x3 mm e 3x3 mm permaneceram em uma mesma faixa. Assim, para os canais com $4.36 \geq D_h \geq 3$, a direção de confinamento já parece não ter influência.

As bolhas médias, Figura 50 (b), apresentaram um comportamento semelhante ao observado para as bolhas pequenas no *gap* de 8-mm, que é uma distância crítica em que se inicia a queda de velocidade das bolhas. Para os canais 12x8 mm e 8x8 mm, nota-se um declínio da velocidade terminal. Além disso, as velocidades das bolhas para os canais 12x6 mm, 12x3 mm, 8x5 mm, 8x3 mm e 5x5 mm ($8 \geq D_h \geq 4.36$) permanecem na mesma faixa. As diferenças de comportamento entre os diâmetros pequenos e médios correspondem às diferenças nas forças envolvidas no escoamento dessas bolhas. Portanto, no canal 8x3 mm ($D_h=4,36$ mm), o maior empuxo das bolhas médias é capaz de superar a força de arrasto gerada naquele canal. Mudanças semelhantes nas velocidades são observadas para os canais 5x3 mm e 3x3 mm, conforme discutido anteriormente.

Além disso, na Figura 50 (c), as bolhas grandes também apresentaram uma tendência de decaimento de velocidade semelhante à observada para as bolhas pequenas e médias até o canal 12x8 mm. Obviamente, as bolhas grandes possuem forças de empuxo maiores que as bolhas menores analisadas anteriormente. Tal força pode facilmente superar as forças de arrasto induzidas em canais mais confinados. Além disso, as velocidades das bolhas para os canais 12x6 mm, 8x8 mm e 8x5 mm, correspondentes a $8 \geq D_h \geq 6.15$, estão na mesma faixa. Para as bolhas grandes o canal de 5x5 mm impõe um confinamento severo que mantém as velocidades no mesmo nível dos canais 12x3 mm e 8x3 mm ($D_h \approx 5$). Para os outros tamanhos de canais (5x3 mm, 3x3 mm) observa-se um decaimento linear contínuo das velocidades. A partir da análise acima, pode-se observar que para o balanço de forças em canais

retangulares, o tamanho da bolha e a direção de confinamento devem ser levados em consideração uma vez que o escoamento induzido pela passagem da bolha é fortemente influenciado tanto pela proximidade bolha-parede quanto pelos cantos dos canais. Além disso, como mostrado anteriormente, a geometria dos tanques afeta em grande parte a dinâmica das bolhas.

Figura 51 – (a) Velocidades terminais para bolhas ascendendo em um $D_h \approx 5$ em função dos diâmetros, o modelo de Clift et al., 1978 para velocidade em sistema não-confinado e a correção para tubos circulares são mostrados para comparação; (b) variação das velocidades adimensionais em relação ao grau de confinamento; o ajuste da curva também é mostrado.



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura 51 (a) mostra uma comparação entre as velocidades terminais de bolhas nos canais 5x5 mm, 8x3 mm e 12x3 mm (correspondente a $D_h \approx 5$) e a expressão para velocidade de Clift et al. (1978) para um sistema não-confinado. Além disso, na Figura 51 (a), foi adicionado o modelo de correção para a velocidade terminal proposto por Clift et al. (1978) para efeitos de paredes em tubos circulares. Eles definiram esse fator de correção como:

$$\frac{U}{U_{\infty}} = \left[1 - \left(\frac{D}{D_T} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (4.11)$$

onde U_{∞} é a velocidade terminal da bolha não-confinada e D_T é o diâmetro do tubo. Cabe ressaltar que a correção de Clift et al. (1978) é válida para valores da ordem de

$Re > 200$, $Eo < 40$ e $D/D_T \leq 0.6$. As grandes discrepâncias de velocidade observadas na Figura 51 (a) estão diretamente relacionadas às diferenças no escoamento ao redor das bolhas. Nos cantos dos canais retangulares, podem ser encontradas importantes recirculações (Kumar e Vanka, 2015), que afetam amplamente o comportamento das bolhas. Desta forma, foi proposta uma correção de velocidade válida para canais retangulares. Como o empuxo é a força motriz em uma bolha ascendente, a velocidade terminal foi adimensionalizada dividindo-a pela velocidade gravitacional da seguinte forma:

$$U^* = \frac{U}{\sqrt{gD}} \quad (4.12)$$

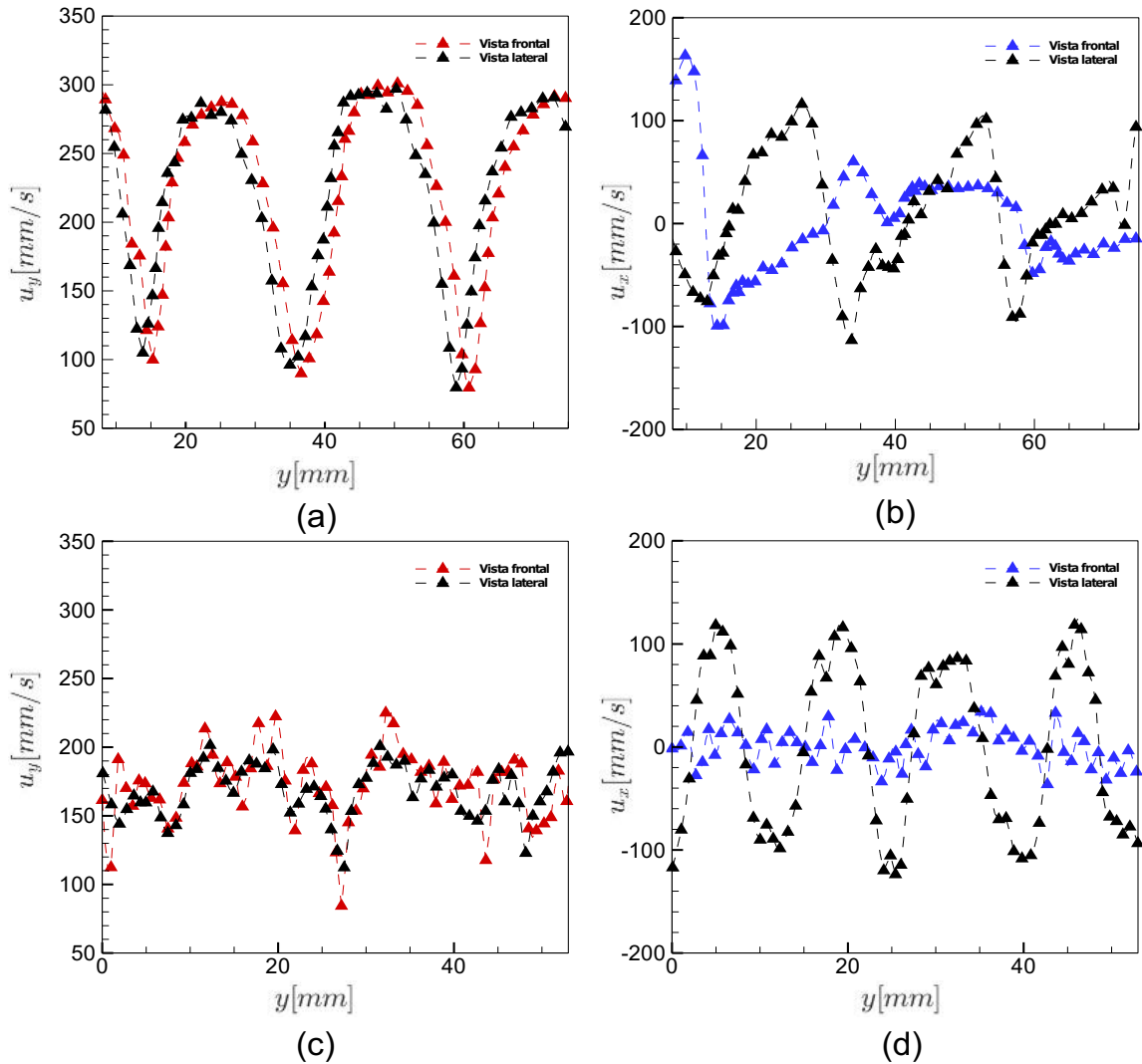
A Figura 51 (b) mostra a evolução da velocidade terminal adimensional em função do parâmetro de confinamento, em que se observa um decréscimo linear com o aumento do grau de confinamento. Além disso, ajustando-se os dados, obteve-se a seguinte relação entre velocidade adimensional e o grau de confinamento:

$$U^* = \left[-1,4 \frac{D}{D_h} + 1,8 \right] \quad (4.13)$$

4.2.3.2 Flutuações de velocidade

A evolução da velocidade vertical para uma bolha grande em um canal quadrado e não-quadrado é ilustrada nas Figuras 52 (a) e (c). Da mesma forma, as velocidades horizontais são mostradas nas Figuras 52 (b) e (d). As linhas coloridas (vermelha e azul) representam os planos x - y e as linhas pretas os planos z - y . As bolhas pequenas e médias apresentaram a mesma tendência das bolhas grandes, sendo diferentes suas magnitudes.

Figura 52 – Evolução das velocidades das bolhas; a linha preta representa o plano z - y e as linhas vermelhas e azuis o plano x - y . Velocidade vertical de uma bolha grande em um canal 8x8 mm (a), velocidade horizontal de uma bolha grande em um canal 8x8 mm (b), velocidade vertical de uma bolha grande em um canal 8x5 mm (c), velocidade horizontal de uma bolha grande em um canal 8x5 mm (d).



Fonte: Autoria própria (2022)

As velocidades verticais no canal quadrado 8x8 mm (Figura 52 (a)), onde a trajetória é helicoidal, são muito semelhantes para ambos os planos. Por outro lado, o comportamento divergente observado nas velocidades horizontais é causado pelas diferenças nos padrões de trajetória nos planos frontal e lateral (Figura 52 (b)). Em um domínio não-quadrado, 8x5 mm (Figura 52 (c)), as características das velocidades verticais permanecem semelhantes para ambos os planos enquanto suas magnitudes são menores que as do caso anterior. Isso ocorre porque a trajetória da bolha muda de helicoidal para ziguezague, e as principais oscilações ocorrem no plano mais

estreito. Assim, pode-se ver na Figura 52 (d) que as magnitudes das velocidades horizontais são maiores para o plano do *gap* de 5 mm do que para o plano do *gap* de 8 mm.

As variações de velocidade para diferentes tamanhos de bolhas ao longo de suas trajetórias e níveis de confinamento são abordadas nesta seção. Para quantificar as flutuações, as componentes das flutuações de velocidade verticais (u'_v) e horizontais (u'_h) foram calculadas por:

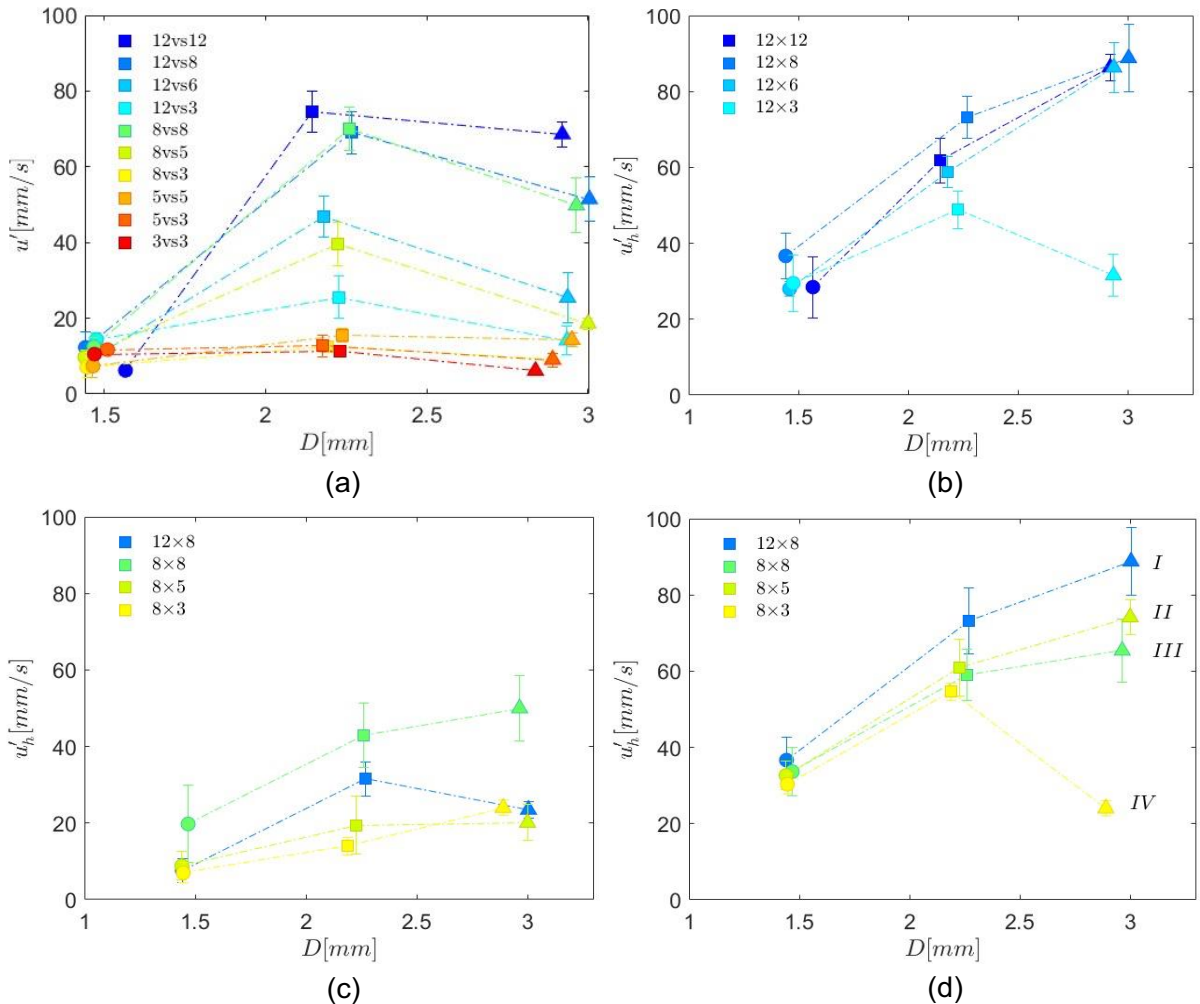
$$\bar{u}' = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_i(t) - U)^2} \quad (4.14)$$

em que $u_i(t)$ é a velocidade instantânea vertical ou horizontal da bolha, n representa o número de passos de tempo e U é a velocidade média na direção de interesse. Em seguida, o valor médio dessas flutuações ($\overline{u'_v}$ e $\overline{u'_h}$) foi calculado para cada componente de velocidade, tamanho de bolha e geometria do canal. Como as velocidades verticais em ambos os planos para cada caso são muito semelhantes (Figuras 52 (a) e (c)), o valor médio ($\overline{u'_v}$) pode ser representado apenas pelo plano x - y (Figura 53 (a)). Nota-se que as bolhas pequenas apresentam valores pequenos e na mesma faixa de magnitude, independente da geometria do canal. No entanto, para as bolhas médias e grandes, as tendências de queda são observadas à medida que os canais se tornam mais estreitos. A Figura 53 (b) apresenta a média das flutuações de velocidade horizontal ($\overline{u'_h}$) para o plano mais estreito dos canais com uma direção fixada em 12 mm. Um aumento nos valores de flutuação é observado do canal de 12x12 mm para o de 12x8 mm. Isso ocorre porque as trajetórias mudam de helicoidal para ziguezague, o que significa maiores ciclos de aceleração e desaceleração. Depois, conforme o confinamento aumenta, as flutuações diminuem devido à redução da velocidade e à maior frequência de colisões das bolhas nas paredes.

Além disso, a relação entre a trajetória da bolha e o confinamento pode ser vista claramente nas Figuras 53 (c) e (d) para os planos x - y e z - y respectivamente. Observou-se que as bolhas oscilam principalmente na direção do menor *gap*

(zig-zague) e, como é esperado, flutuações mais altas são mostradas para esse plano. No canal quadrado de 8x8 mm, a trajetória da bolha é helicoidal e apresenta valores maiores para ambos os planos, com magnitudes semelhantes (Figura 53 (d)). Por outro lado, para os demais canais onde as trajetórias em zig-zague ocorrem na direção mais estreita (Figura 53 (d)), observou-se um aumento na flutuação da velocidade dos canais de 8x8 mm para 12x8 mm, e na sequência uma diminuição com o confinamento.

Figura 53 – (a) flutuações médias de velocidade verticais para todos os casos; (b) flutuações médias de velocidade horizontais no plano z-y; (c) flutuações médias de velocidade horizontais no plano frontal; (d) flutuações médias de velocidade horizontais no plano lateral.

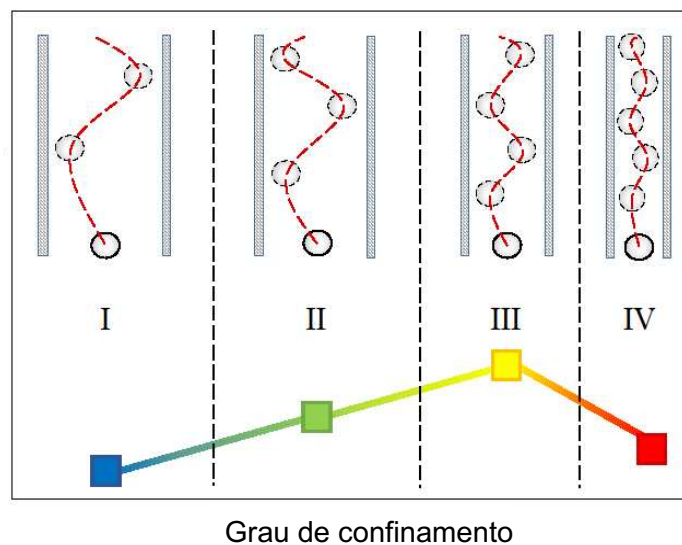


Fonte: Autoria própria (2022)

Com relação ao efeito do tamanho da bolha, pode-se observar que as bolhas pequenas sofreram menor influência do grau de confinamento nas flutuações de velocidade horizontal do que as médias e grandes. Portanto, sua amplitude de

trajetória oscilatória foi quase constante independentemente das distâncias de confinamento e as flutuações de velocidade também permanecem no mesmo nível. Identificou-se também que o efeito global do aumento do diâmetro da bolha é a intensificação das flutuações de velocidade, como pode ser observado nas curvas de I a III da Figura 53 (d). Vale ressaltar que esse efeito é reduzido quando o confinamento aumenta. Isso é demonstrado pela diminuição da inclinação das curvas. Além disso, as bolhas grandes em um *gap* de 3 mm são amplamente confinadas e observa-se um grande declínio nas flutuações de velocidade (curva IV). A Figura 54 apresenta um esquema sobre o comportamento das flutuações de velocidade. À medida que o diâmetro da bolha aumenta, o domínio se torna mais estreito e as interações bolha-parede aumentam. A proximidade entre bolhas e paredes aumenta a força de sustentação que empurra a bolha em direção às paredes. Portanto, a bolha acelera em direção às paredes; então, à medida que as bolhas se aproximam das paredes, nota-se uma desaceleração nas trajetórias das bolhas. Esse aumento e diminuição da velocidade produz flutuações de velocidades mais altas, que são representadas na transição da região I para a região III na Figura 54.

Figura 54 – Esquema do comportamento da flutuação de velocidade com a variação do grau de confinamento.



Fonte: Autoria própria (2022)

No entanto, como enfatizado por Moctezuma et al. (2005), as flutuações de velocidade eventualmente atingem um valor máximo e então começam a diminuir para

bolhas muito próximas à parede. Isso ocorre porque conforme as bolhas se aproximam das paredes, a camada limite viscosa exerce um efeito significativo nas flutuações de velocidade, que serão amortecidas e dissipadas. Além disso, as trajetórias das bolhas serão menos irregulares, o que também contribui para reduzir as variações de velocidade. Esse comportamento pode ser observado ao avaliar cada faixa de diâmetro separadamente, em que as bolhas médias e grandes apresentam aumento na flutuação da geometria de 12x12 mm para 12x8 mm, mas ocorre uma diminuição da flutuação da velocidade aumentando ainda mais o confinamento. Também é observado pelo aumento do diâmetro das bolhas para os canais de 12x3 mm e 8x3 mm (Figuras 53 (b) e (d)), onde as flutuações de velocidade reduzem de bolhas médias para as grandes.

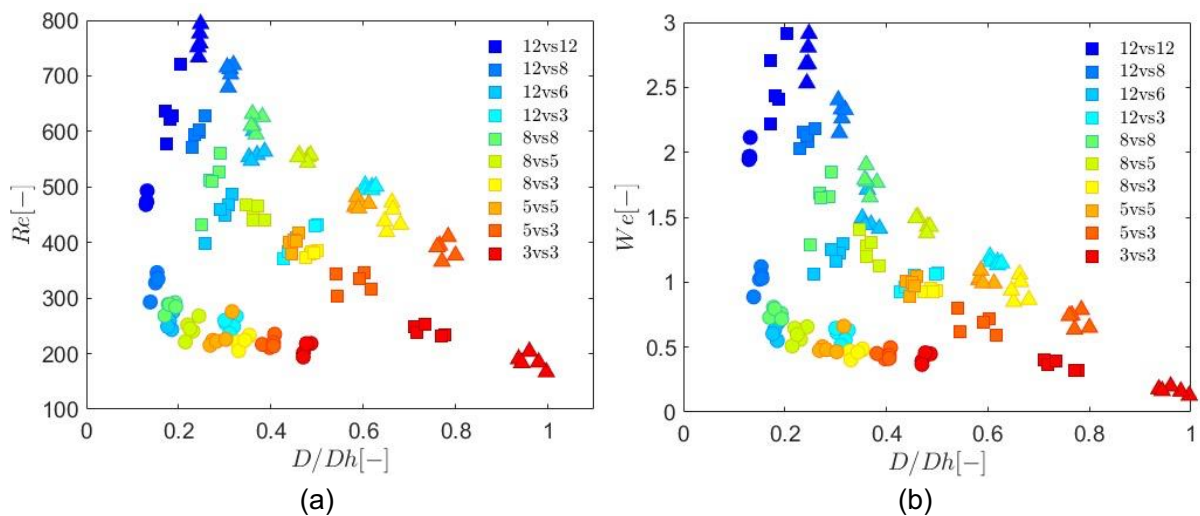
4.2.4 Análise paramétrica

A fim de obter uma melhor compreensão da dinâmica das bolhas ascendendo em canais confinados, é apresentada nesta seção uma análise paramétrica. A influência das distâncias entre as paredes em ambas as direções é analisada. O comportamento dos números de Reynolds e Weber em relação à razão de confinamento D/D_h é mostrado na Figura 55. À medida que o D_h diminui, a proximidade das bolhas com as paredes aumenta e as tensões de cisalhamento aumentam. Por essa razão, espera-se uma redução na inércia das bolhas por dissipação viscosa, o que é confirmado pela diminuição dos números de Reynolds para todos os tamanhos de bolhas conforme mostrado na Figura 55 (a). As bolhas grandes apresentaram as maiores reduções do número de Reynolds e para o canal de 3x3 mm, os valores de Re foram menores do que os de bolhas pequenas e médias. Nesse caso, o diâmetro da bolha está próximo do diâmetro hidráulico do canal, ou seja, $D/D_h \sim 1$. Assim, o contato da superfície da bolha com as quatro paredes é recorrente, levando a grandes perdas de energia tanto por colisões quanto por grandes forças de arrasto. Dessa forma, pode-se afirmar que o maior empuxo das bolhas médias e grandes é contrabalanceado pelo incremento de arrasto devido à proximidade das bolhas com as paredes. Da mesma forma, conforme o D_h diminui e as interações bolha-parede aumentam, sua deformação é reduzida. Isso acontece porque as bolhas após suas colisões assumem um estado de energia mínima recuperando sua forma esférica.

Além disso, como as velocidades são menores, o gradiente de pressão dinâmica entre a frente e a traseira da bolha é reduzido, tornando-a ainda mais esférica.

A partir da Figura 55 (b), observa-se que os números de Weber diminuem à medida que o D_h aumenta. Para o canal de 5x5 mm e os canais com distância de 3 mm em uma direção ($D_h \leq 5$), foram encontrados valores de $We < 1$. Esses valores baixos foram observados mesmo para bolhas médias e grandes, confirmando a redução da inércia e indicando que a tensão superficial se torna mais importante. Além disso, da mesma forma que o Re , conforme o confinamento aumenta as inclinações das curvas também diminuem, confirmando que o maior empuxo das bolhas médias e grandes são contrabalanceados pelo aumento do arrasto devido à proximidade das bolhas às paredes.

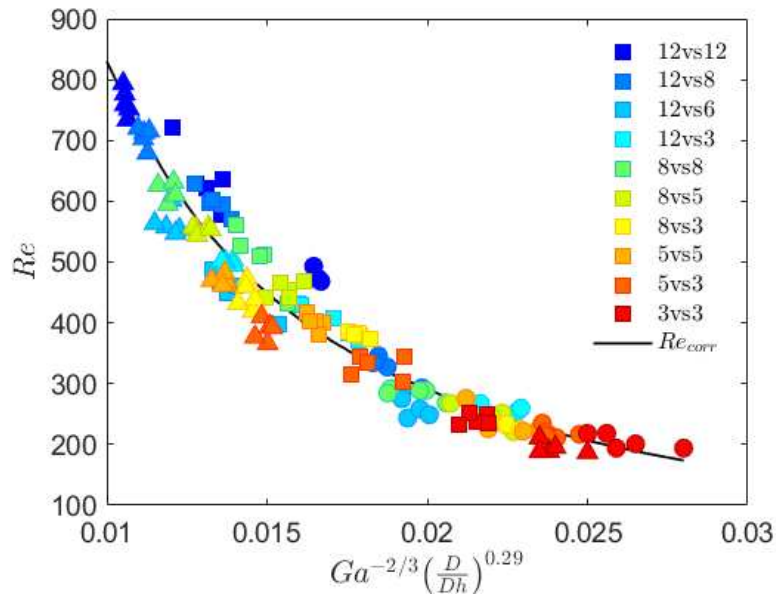
Figura 55 – (a) Número de Reynolds em função do parâmetro de confinamento; número de Weber em função do parâmetro de confinamento.



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura 55 também mostra que, para mesma razão de confinamento (D/D_h), as bolhas estão em diferentes faixas de Re e We , indicando que os formatos das bolhas, os tamanhos, as interações com as paredes e o escoamento de líquido induzido pela passagem de bolhas são relevantes para descrever suas dinâmicas em tais sistemas. Apesar disso, observou-se que para todos os canais (exceto o 3x3 mm), todas as curvas de Re apresentaram tendência de crescimento com o aumento do diâmetro da bolha.

Figura 56 – (a) Evolução do número de Reynolds em função do número de Galileo e do parâmetro de confinamento. A linha preta contínua representa o ajuste dado pela equação 4.15



Fonte: Autoria própria (2022)

Além disso, como pode ser visto na Figura 56, todas as curvas colapsam em uma única curva para os números de Reynolds plotados em função de uma relação envolvendo o número de Galileo e o grau de confinamento. Essa curva é bem descrita por um ajuste exponencial:

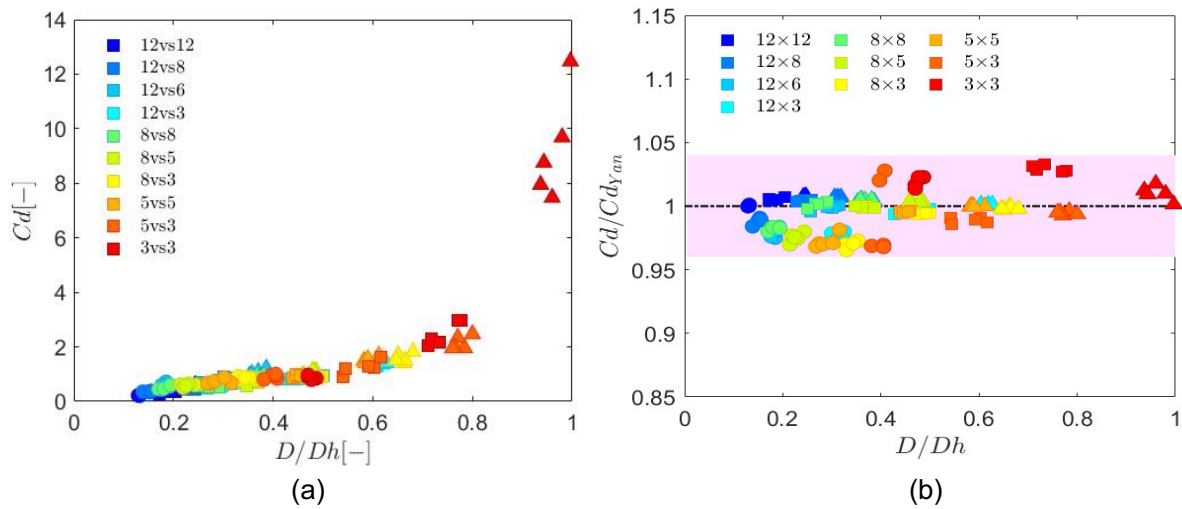
$$Re = e^{-1.5 \log \left[Ga^{-2/3} \left(\frac{D}{D_h} \right)^{0.29} \right] - 2.7} \quad (4.15)$$

O número de Galileo mostra a influência do empuxo e das forças viscosas na inércia da bolha. Infere-se que à medida que as tensões de cisalhamento aumentam com o confinamento, elas resultam em uma rápida diminuição da inércia da bolha. Além disso, a resistência ao escoamento das bolhas pode ser estimada pelo coeficiente de arrasto, que pode ser obtido pelo balanço entre as forças de arrasto e empuxo como:

$$C_d = \frac{4Dg}{3U^2} \quad (4.16)$$

A Figura 57 (a) mostra a evolução do coeficiente de arrasto em função do parâmetro de confinamento. O coeficiente de arrasto aumenta com o incremento do parâmetro D/D_h , o que implica em pequenos valores de D_h . Para as bolhas grandes no canal de 3x3 mm, os coeficientes de arrasto são cerca de quatro vezes maiores do que os encontrados para as bolhas médias ascendendo na mesma configuração. Muitos modelos para os coeficientes de arrasto válidos para bolhas subindo livremente em líquido estagnado foram propostos ao longo dos anos, como em Ishii e Chawla (1979), Mei (1994), Tomiyama et al. (1998) e Dijkhuizen et al., (2010). Esses foram geralmente desenvolvidos para bolhas esféricas, que seguem trajetórias retilíneas, em que as forças viscosas são dominantes e os coeficientes de arrasto são baseados no número de Reynolds. Por outro lado, para bolhas deformadas, em que se observam trajetórias oscilatórias, a tensão superficial ganha importância, e os modelos contemplam o número de Eötvös. Recentemente, um modelo para o coeficiente de arrasto de bolhas escoando através de um sistema não-confinado foi apresentado por Yan et al. (2017). Esse modelo foi baseado na correlação de Schiller-Naumann (1933) e no ajuste de dados para água deionizada em $550 < Re < 1700$. Tal correlação utiliza os números de Re, Eo e We e considera as velocidades instantâneas das bolhas. Para fins de comparação, os resultados atuais são plotados em relação ao modelo de Yan para o C_d na Figura 57 (b). Curiosamente, esse modelo mostra uma boa concordância com todos os presentes casos, sendo os maiores desvios (<5%) para as pequenas bolhas no canal de 3x3 mm, que podem ser explicados pelas trajetórias oscilatórias dessas bolhas que resultam em um aumento do arrasto que não é observado em um sistema não-confinado. No geral, a concordância acima mencionada é possivelmente devido ao modelo de Schiller-Naumann ser válido para bolhas esféricas, assim como nos presentes casos em que pequenas deformações são observadas.

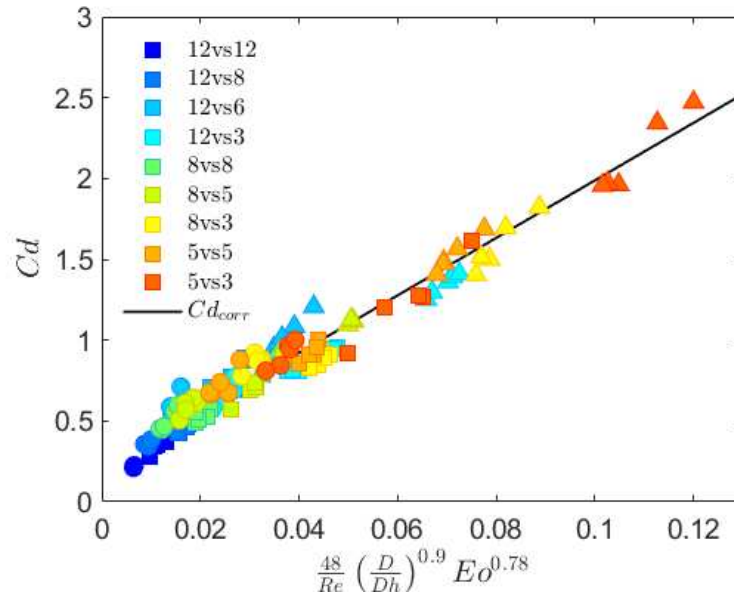
Figura 57 – (a) Coeficiente de arrasto em função do confinamento, (b) razão entre o coeficiente de arrasto calculado e o modelo de Yan et al. (2017).



Fonte: Autoria própria (2022)

Além disso, em sistemas confinados, muitos outros fatores determinam a magnitude das forças de arrasto, que se espera que sejam maiores do que as encontradas em sistemas não-confinados. Nesse sentido, Figueroa-Espinoza et al. (2008) apontaram que as perdas de energia pelas colisões das bolhas contra as paredes, a alta produção de vorticidade e dissipação viscosa pelo filme líquido ao redor das bolhas são responsáveis pelo aumento do coeficiente de arrasto. Alternativamente, tomando como base o modelo de Levich (1949) para o coeficiente de arrasto, que é baseado na teoria da camada limite, é possível introduzir efeitos adicionais. A influência do formato da bolha, da força de arrasto por confinamento e a produção de vorticidade pode ser incluída incorporando o número de Eötvös e o parâmetro geométrico (D/D_h) ao modelo; essa relação é apresentada na Figura 58. Foram desconsideradas as bolhas grandes no canal 3x3 mm devido às diferenças nos valores do coeficiente de arrasto para os demais casos como pode ser visto na Figura 57 (a).

Figura 58 – Coeficiente de arrasto em função do parâmetro de confinamento, número de Reynolds e número de Eötvös. A linha preta contínua mostra o modelo de arrasto proposto.



Fonte: Autoria própria (2022)

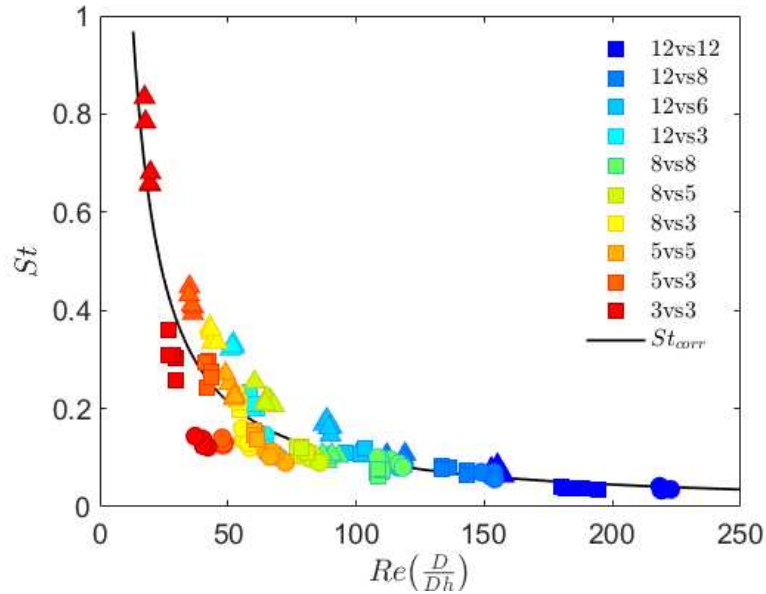
Conforme o grau de confinamento aumenta, a velocidade da bolha e a razão de aspecto diminuem, portanto, a tendência linear crescente do coeficiente de arrasto (Figura 58) pode ser calculada com uma boa concordância como:

$$Cd = 0.21 + 17.78 \left[\frac{48}{Re} \left(\frac{D}{D_h} \right)^{0.9} Eo^{0.78} \right] \quad (4.17)$$

A relação apresentada é válida para $0,13 < D/D_h < 0,7$. Além disso, o número de Strouhal é comumente associado ao desprendimento de vórtices. Para as presentes situações, esse parâmetro pode descrever a relação entre inércia da bolha causada pela aceleração local (oscilação) e a aceleração convectiva (velocidade da bolha). A dependência do número de Strouhal em função do parâmetro de confinamento é ilustrado na Figura 59, que pode ser bem descrito pela seguinte relação exponencial:

$$St = 17.12 \left(Re \frac{D}{D_h} \right)^{-1.12} \quad (4.18)$$

Figura 59 – Número de Strouhal em função do número de Reynolds e do parâmetro de confinamento.



Fonte: Autoria própria (2022)

Observa-se que à medida que a força viscosa ganha importância e a velocidade diminui, a frequência oscilatória da bolha aumenta com o confinamento (Figura 59). Esse comportamento leva a um St maior e para maioria dos casos confinados a oscilação das bolhas é a principal responsável por acelerar o fluido que as envolve.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi discutido a dinâmica de bolhas isoladas escoando em um canal confinado. Na primeira parte foi considerado o confinamento em uma direção, em que foram utilizadas as técnicas de *shadowgraph* em sete diferentes distâncias entre paredes (*gaps*) e três grupos de tamanhos de bolhas, e PIV para os *gaps* de 8 mm, 5 mm e 3 mm. O grau de confinamento foi definido como a razão entre os *gaps* e os diâmetros de bolhas (GAP/D). Um grau confinamento crítico foi observado para a distância entre paredes de 8,5 mm, correspondendo a um $GAP/D=2,7$. Abaixo desse valor, todas as bolhas apresentaram uma importante queda tanto na velocidade terminal quanto na razão de aspecto.

Além disso, uma característica interessante foi encontrada ao se observar as velocidades terminais nos *gaps* de 5,5 mm e 3,5 mm, em que quase todas as bolhas apresentaram velocidades entre 180-200 mm/s. As velocidades se mostraram independentes dos tamanhos de bolhas com os maiores empuxos das bolhas médias e grandes sendo contrabalanceados pela força de arrasto; essa compensação pode ser gerada pela aceleração dos líquidos nos *gaps* pequenos. Deve-se ter em mente que nenhuma bolha estava achatada pelas paredes do canal; assim, os resultados foram comparados com modelos encontrados na literatura. As colisões das bolhas contra as paredes e as maiores tensões viscosas causadas pela proximidade das paredes reduzem as velocidades das bolhas, resultando em números de Weber menores, que combinados com a força de lubrificação de parede diminuem a deformação das bolhas. Foi proposta uma correlação para velocidades terminais em função do grau de confinamento (GAP/D) e da velocidade gravitacional, e também uma correlação para a razão de aspecto que é dependente do fator de confinamento e números de Weber.

As trajetórias das bolhas mostraram serem retilíneas para pequenos diâmetros de bolhas e zigzague para bolhas médias e grandes em *gaps* maiores que 8,5 mm. Trajetórias oscilatórias são observadas para todas as bolhas quando $GAP/D \leq 4$, sendo o plano de confinamento a direção preferencial de oscilação. Além do mais, trajetórias oscilatórias foram observadas para números de Reynolds menores, por volta de 200, em comparação aos escoamentos livres. Observando os

campos gerados nos líquidos pela passagem das bolhas através do PIV, nota-se um maior desprendimento de vórtices com o aumento do confinamento devido ao aumento das tensões de cisalhamento, o que auxilia na desestabilização das trajetórias das bolhas. Além disso, com o aumento do confinamento, pôde-se observar o incremento na produção de vorticidade, que foi altamente dissipada no canal mais confinado (3 mm). Também foram calculados os coeficientes de arrasto, e os resultados foram comparados com a correlação de Figueroa-Espinoza et al., (2008) que é válida para GAP/D semelhantes. Foram encontrados valores maiores no presente estudo, e essas diferenças podem ser associadas ao uso de diferentes fluidos de trabalho, o que leva a diferentes formatos e trajetórias de bolhas. No entanto, o conjunto de dados mostrou boa concordância com a correlação de Yan et al. (2017) para o arrasto em sistemas não-confinados. Esse modelo é dependente de todas as propriedades do escoamento (viscosidade, massa específica, tensão superficial e velocidade), assim, para o presente sistema confinado, em que as bolhas são menos deformadas e um simples balanço entre o empuxo e força de arrasto resulta em uma boa aproximação, foi proposta uma correlação mais simples em função do parâmetro de confinamento.

Na segunda parte do estudo referente ao confinamento em duas direções, somente foi utilizada a técnica de *shadowgraph* e o grau de confinamento foi determinado pela razão entre diâmetro da bolha e o diâmetro hidráulico do canal (D/D_h). Foram usadas dez configurações de canais e os mesmos grupos de bolhas (pequenas, médias e grandes) que para o confinamento em uma direção. Para D/D_h maiores que 0,14, todas as bolhas apresentaram queda da velocidade terminal. Em relação à razão de aspecto, ela decai com o aumento do confinamento e para valores de $D/D_h > 0,5$ todas as bolhas exibiram um formato quase esférico. Além disso, foram propostas correlações para o formato da bolha em função do número de Weber para diferentes valores do parâmetro de confinamento.

Para todos os canais utilizados neste estudo, as paredes geram assimetrias na esteira das bolhas que desestabilizam suas trajetórias. Esse comportamento é observado mesmo para o maior canal (12x12 mm) e bolhas pequenas, que normalmente apresentam trajetórias retilíneas em sistemas não-confinados. Para os canais não-quadrados, as bolhas tendem a estabilizar sua oscilação no plano com

menor distância entre paredes, da mesma forma que foi observado no confinamento em uma direção; e é atribuído ao “*ground effect*”. Além disso, as amplitudes das oscilações e comprimentos de onda diminuem à medida que as distâncias entre paredes diminuem e, conseqüentemente, a frequência aumenta. O aumento do confinamento levou a uma queda das velocidades terminais, pois conforme as bolhas se aproximam das paredes, as linhas de corrente entre sua superfície e as paredes tornam-se mais próximas e alongadas, o que aumenta o coeficiente de arrasto. Ademais, canais retangulares e quadrados com o mesmo diâmetro hidráulico apresentaram diferentes faixas de velocidade. Isso ocorre em função das trajetórias helicoidais nos canais quadrados em que as bolhas interagem com todas as paredes. Notou-se, também, que o confinamento amortece as flutuações de velocidades para as bolhas médias e grandes tanto na direção vertical quanto horizontal.

A correção para a velocidade terminal disponível na literatura aplicada às bolhas que escoam em tubos não é válida para os canais retangulares com o mesmo diâmetro hidráulico. Essa diferença ocorre devido às diferentes distâncias entre as paredes e a presença de recirculação nos cantos dos canais retangulares. Assim, foi proposta uma nova correlação para a velocidade terminal em função do grau de confinamento e da velocidade gravitacional. Adicionalmente, foi analisada a evolução da força de arrasto e a influência das paredes foi observada, e conseqüentemente propôs-se uma correlação considerando o grau de confinamento e os números de Reynolds e Eötvös.

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se citar a mudança do fluido de trabalho para observar a influência de outras propriedades do líquido, como viscosidade e tensão superficial, na dinâmica das bolhas. Além disso, a técnica de PIV permite obter dados do escoamento que possibilitam o cálculo das forças envolvidas no estudo, dessa forma, seria possível uma análise quantitativa dessas forças.

REFERÊNCIAS

- ADOUA, R.; LEGENDRE, D.; MAGNAUDET, J. Reversal of the Lift Force on an Oblate Bubble in a Weakly Viscous Linear Shear Flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v.628, p. 23-41, 2009.
- AGRAWAL, M.; GAURAV, A.; KARRI, B.; SAHU, K. C. An Experimental Study of Two Identical Air Bubbles Rising Side-by-Side in Water. **Physics of Fluids**, v.33, 2021.
- ALMANI, S.; BLEL, W.; GADOIN, E.; GENTRIC, C. Investigation of Single Bubbles Rising in Newtonian and Non-Newtonian Fluids Inside a Thin-Gap Bubble Column Intended for Microalgae Cultivation. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 167, p. 218–230, 2021.
- AOYAMA, S.; HAYASHI, K.; HOSOKAWA, S.; LUCAS, D.; TOMIYAMA, A. Lift Force Acting on Single Bubbles in Linear Shear Flows. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 96, p. 113-122, 2017.
- AUTON, T. The Lift Force on a Spherical Body in Rotational Flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 183, p. 199-218, 1987.
- AYBERS, N. M.; TAPUCU, A. The motion of gas bubbles rising through stagnant liquid. **Wärme- Und Stoffübertragung**, v. 2, p. 118-128, 1969.
- BAIRSTOW, L.; CAVE, B. M.; LANG, E. D. The Two-Dimensional Slow Motion of Viscous Fluids. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 100, p. 394-413, 1922.
- BATCHELOR, G. K. **An Introduction to Fluid Dynamics**. Cambridge University Press, 1967.
- BENJAMIN, T. Hamiltonian Theory for Motions of Bubbles in an Infinite Liquid. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 181, p. 349–379, 1987.
- BHAGA, D.; WEBER, M. E. Bubbles in Viscous Liquids: Shapes, Wakes and Velocities. **Journal of fluid Mechanics**, v. 105, p. 61-85, 1981.
- BEL FDHILA, R.; DUINEVELD, P. C. The Effect of Surfactant on the Rise of a Spherical Bubble at High Reynolds and Peclet numbers. **Physical of Fluids**, v. 8, p. 310–321, 1996.
- BLANCO, A.; MAGNAUDET, J. The Structure of the Axisymmetric High-Reynolds Number Flow Around an Ellipsoidal Bubble of Fixed Shape. **Physics of Fluids**, v.7, p.1265-1274, 1995.
- BÖHM, L.; KURITA, T.; KIMURA, K.; KRAUME, M. Rising Behavior of Single Bubbles in Narrow Rectangular Channels in Newtonian and Non-Newtonian Liquids. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 65, p. 11-23, 2014.

BRÜCKER, C., Structure and Dynamics of the Wake of Bubbles and its Relevance to Bubble Interaction. **Physics of Fluids**, v. 11, p. 1781–1796, 1999.

BUSH, J. W. M.; EAMES, I. Fluid Displacement by High Reynolds Number Bubble Motion in a Thin Gap. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 24, p. 411-430, 1998.

CANO-LOZANO, J. C.; BOHORQUEZ, P.; MARTINEZ-BAZÁN, C. Wake Instability of a Fixed Axisymmetric Bubble of Realistic Shape. **International Journal of Multiphase Flow**, v.51, p. 11-21, 2013.

CANO-LOZANO, J. C.; MARTINEZ-BAZÁN, C.; MAGNAUDET, J.; TCHOUFAG, J. Paths and Wakes of Deformable Nearly Spheroidal Rising Bubbles Close to the Transition to Path Instability. **Physical Review Fluids**, 2016.

CELATA, G.P.; D'ANNIBALE, F.; DI MARCO, P.; MEMOLI, G.; TOMIYAMA, A. Measurements of Rising Velocity of a Small Bubble in a Stagnant Fluid in One- and Two-Component Systems. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v.31, p. 609-623, 2007.

CHAI, X.; LIU, X.; XIONG, J.; CHENG, X. Numerical Investigation of the Bubble Wake Properties in the Moving Liquid with LES Model. **Journal of Nuclear Science and Technology**, v. 53, p. 1870-1880, 2016.

CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. **Bubbles, Drops and Particles**. New York: Academic Press, 1978.

DAVIES, R. M., TAYLOR, G. The Mechanics of Large Bubbles Rising Through Extended Liquids and Through Liquids in Tubes. **Proceedings of the Royal Society of London A**, v. 200, p. 375–390, 1950.

DE VRIES, A. W. G. **Path and Wake of a Rising Bubble**. Tese de Doutorado. University of Twente, 2001.

DE VRIES, A.; BIESHEUVAL, A., VAN WIJNGAARDEN, L. Notes on the Path and Wake of a Gas Bubble Rising in Pure Water. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 28, p. 1823–1835, 2002.

DIJKHUIZEN, W.; ROGHAI, I.; VAN SINT ANNALAND, M.; KUIPERS, J. A. M. DNS of Gas Bubbles Behavior Using an Improved 3D Front Tracking Model- Drag Force on Isolated Bubbles and Comparison with Experiments. **Chemical Engineering Science**, v.65, p.1415-1426, 2010.

DREWS, A.; PRIESKE, H.; MEYER, E. L.; SENGER, G.; KRAUME, M. Advantageous and Detrimental Effects of Air Sparging in Membrane Filtration: Bubble Movement, Exerted Shear and Particle Classification. **Desalination**, v. 250, p. 1083-1086, 2009.

DUINEVELD, P. C. The Rise Velocity and Shape of Bubbles in Pure Water at High Reynolds Number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 292, p. 325-332, 1995.

DUINEVELD, P. C. **Bouncing and Coalescence of Two Bubbles in Water**. Tese de doutorado. University of Twente, 1994.

ELLINGSEN, K.; RISSO, F. Measurements of the Flow Field Induced by the Motion of a Single Bubble. **Proceedings of the 3th International Symposium on Multiphase Flow**, Lyon, 1998.

ELLINGSEN, K.; RISSO, F. On the Rise of an Ellipsoidal Bubble in Water: Oscillatory Paths and Liquid-Induced Velocity. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 440, p. 235–268, 2001.

ERN, P.; RISSO, F.; FABRE, D.; MAGNAUDET, J. Wake-Induced Oscillatory Paths of Bodies Freely Rising or Falling in Fluids. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 44, p. 97-121, 2012.

FAXEN, H. **Der Widerstand gegen die Bewegung einer starren Kugel in einer zahn Flüssigkeit, die zwischen zwei parallelen ebenen Wänden eingeschlossen ist** *Annalen der Physik*, v. 10, p. 89-119, 1922.

FENG, J.; BOLOTNOV, I. A. Effect of the Wall Presence on the Bubble Interfacial Forces in a Shear Flow Field. **International Journal of Multiphase Flow**, v.99, p.73-85, 2018.

FIGUEROA-ESPINOZA, B.; ZENIT, R.; LEGENDRE, D. The Effect of Confinement on the Motion of a Single Clean Bubble. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 616, p. 419-443, 2008.

FILELLA, A.; ERN, P.; ROIG, V. Oscillatory Motion and Wake of a Bubble Rising in a Thin-Gap Cell. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 778, p. 60-88, 2015.

FILELLA, A.; ERN, P.; ROIG, V. Interaction of Two Oscillating Bubbles Rising in a Thin-Gap cell: Vertical Entrainment and Interaction with Vortices. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 888, 2020.

GAUDLITZ, D.; ADAMS N. A. Numerical Investigation of Rising Bubble Wake and Shape Variations. **Physics of Fluids**, v. 21, 2009.

GRACE, J. R. Shapes and Velocities of Bubbles Rising in Infinite Liquids. **Transactions of the Institution of Chemical Engineers**, v. 51, p. 116-120, 1973.

GUMULYA, M.; UTIKAR, R.; PAREEK, V.; EVANS, G.; JOSHI, J. Dynamics of Bubbles Rising in Pseudo-2D Bubble Column: Effect of Confinement and Inertia. **Chemical Engineering Journal**, v. 405, 126615, 2021.

HABERMAN, W. L.; MORTON, R. K. **An Experimental Investigation of the Drag and Shape of Air Bubbles Rising in Various Liquids**. Navy Department, The David W. Taylor Model Basin, 1953.

HABERMAN, W. L.; MORTON, R. K. An Experimental Study of Bubbles Moving in Liquids. **Trans ASCE** 2799, p. 227–252, 1954.

HADAMARD, J. S. Mouvement permanent lent d'une sphere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences**, v. 152, p. 1735–1738, 1911.

HARTUNIAN, R.; SEARS, W. On the Stability of Small Gas Bubbles Moving Uniformly in Various Liquids. **Journal of Fluid Mechanics**, v.3, p. 27–47, 1957.

HASHIDA, M.; HAYASHI, K.; TOMIYAMA, A. Effects of Fine Particles on Terminal Velocities of Single Bubbles in a Narrow Channel between Parallel Flat Plates. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 127, 103270, 2020.

HASSAN, Y.A.; ORTIZ-VILLAFUERTE, J.; SCHMIDL, W.D. Three-Dimensional Measurements of Single Bubble Dynamics in a Small Diameter Pipe Using Stereoscopic Particle Image Velocimetry. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 27, p. 817–842, 2001.

HAYASHI, K.; HESSENKEMPER, H.; LUCAS, D.; LEGENDRE, D.; TOMIYAMA, A. Scaling of Lift Reversal of Deformed Bubbles in Air-Water Systems. **International Journal of Multiphase Flow**, 103653, 2021.

ISHII, M., CHAWLA, T.C. **Local Drag Laws in Dispersed Two-Phase Flow**, ANL-79-105, Argonne National Laboratory, 1979.

JEONG, H.; PARK, H. Near-wall Rising Behaviour of a Deformable Bubble at High Reynolds Number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 771, p. 564–594, 2015.

KATAOKA, I., SERIZAWA, A. Bubble Flow. Thermopedia, 2010.

KOPF-SILL, A. R.; HOMSY, G. M. Bubble Motion in a Hele-Shaw Cell. **Physics of Fluids**, v. 31, p. 18-27, 1988.

KRISHNA, R.; URSEANU, M.; VAN BATEN, J.; ELLENBERGER, J. Wall Effects on the Rise of Single Gas Bubbles in Liquids. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v.26, p.781–790, 1999.

KUMAR, P.; VANKA, S.P. Effects of Confinement on Bubble Dynamics in a Square Duct. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 77, p. 32–47, 2015.

LAMB, H. **Hydrodynamics**. Cambridge: At the University Press, 1932.

LAQUA, K.; MALONE, K., HOFFMANN, M.; KRAUSE, D.; SCHLÜTER, M. Methane Bubble Rise Velocities Under Deep-Sea Conditions-Influence of Initial Shape Deformation. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v.505, p.106-117, 2016.

LAZAREK, G. M.; LITTMAN, H. The Pressure Field Due to a Large Circular Capped Air Bubble Rising in Water. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 66, p. 673-678, 1974.

LEE, J.; PARK, H. Wake Structures Behind an Oscillating Bubble Rising Close to a Vertical Wall. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 91, p. 225–242, 2017.

LEGENBRE, D.; MAGNAUDET, J. A Note on the Lift Force on a Spherical Bubble or Drop in a Low-Reynolds-Number Shear Flow. **Physics of Fluids**, v.9, 3572, 1997.

LEGENBRE, D.; MAGNAUDET, J. A Lift Force on a Spherical Bubble in a Viscous Linear Shear Flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 368, p. 81-126, 1998.

LEGENBRE, D.; MAGNAUDET, J.; MOUGIN, G. Hydrodynamic Interactions Between Two Spherical Bubbles Rising Side by Side in a Viscous Liquid. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 497, p.133–166, 2003.

LEGENBRE, D. On the Relation Between the Drag and the Vorticity Produced on a Clean Bubble. **Physics of Fluids**, v.19, 2007.

LEGENBRE, D.; ZENIT, R.; VELEZ-CORDERO, J. R. On the Deformation of Gas Bubbles in Liquids. **Physics of Fluids**, v.24, 2012.

LEVICH, V. G. The Motion of Bubbles at High Reynolds Numbers. **Zh. Eksptl. Teor. Fiz**, v.19, p.18-24, 1949.

LEVICH, V. G. **Physicochemical Hydrodynamics**. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1962.

LHULLIER, D. Forces d'Inertie sur une Bulle en Expansion se Déplaçant dans un Fluide. **Comptes rendus de l'Académie des Sciences Paris**, v. 295, p. 95-98, 1982.

LIU, L.; YAN, H.; ZHAO, G.; ZHUANG, J. Experimental Studies on the Terminal Velocity of Air Bubbles in Water and Glycerol Aqueous Solution. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v.78, p.254-265, 2016.

LUNDE, K.; PERKINS, R. J. Observations on Wakes Behind Spheroidal Bubbles and Particles. **ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting**, paper 3530, 1997.

MAGARVEY, R.H.; BISCHOP, R. L. Wakes in Liquid-Liquid Systems. **Physical of Fluids**, v. 4, p. 800–805, 1961.

MAGNAUDET, J.; RIVERO, M.; FABRE, J. Accelerated Flows Past a Rigid Sphere or a Spherical Bubble. Part I: Steady Straining Flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 284, p. 97–135, 1995.

MAGNAUDET, J. The Forces Acting on Bubbles and Rigid Particles. **ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting**, 1997.

MAGNAUDET, J.; EAMES, I. The Motion of High-Reynolds-Number Bubbles in Inhomogeneous Flows. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v.32, p. 659-708, 2000.

MANERI, C.C.; MENDELSON, H. D. The Rise Velocity of Bubbles in Tubes and Rectangular Channels as Predicted by Wave Theory. **AIChE Journal**, v. 14, p. 295-300, 1968.

MARUVADA, S. R. K.; PARK, C. W. Retarded Motion of Bubbles in Hele-Shaw cells. **Physics of fluids**, v. 8, p. 3229-3233, 1996.

MATHAI, V.; ZHU, X.; SUN, C.; LOHSE, D. Mass and Moment of Inertia Govern the Transition in the Dynamics and Wakes of Freely Rising and Falling Cylinders. **Physical Review Letters**, 2017.

MAXWORTHY, T. Bubble Formation, Motion and Interaction in a Hele-Shaw Cell. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 173, p. 95-114, 1986.

MAYOR, T.; PINTO, A.; CAMPOS, J. An Image Analysis Technique for the Study of Gas-Liquid Slug Flow Along Vertical Pipes—Associated Uncertainty. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 18, p. 139–147, 2007.

MEI, R.; LAWRENCE, C. J.; ADRIAN, R. J. Unsteady Drag on a Sphere at Finite Reynolds Number with Small Fluctuations in the Free-Stream Velocity. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 233, p. 613–631, 1991.

MEI, R.; KLAUSNER, J.; LAWRENCE, C. A Note on the History Force on a Spherical Bubble at Finite Reynolds Number. **Physics of Fluids**, v. 6, p. 418–420, 1994.

MENDELSEN, H. D. The Prediction of Bubble Terminal Velocities from Wave Theory. **AIChE Journal**, v.13, p.250–253, 1967.

MOCTEZUMA, M.; LIMA-OCHOTERENA, R.; ZENIT, R. Velocity Fluctuations Resulting from the Interaction of a Bubble with a Vertical Wall. **Physics of Fluids**, v. 17, 098106, 2005.

MOORE, D. W. The Rise of Gas Bubble on a Viscous Liquid. **Journal of Fluid Mechanics**, v.6, p. 113-130, 1959.

MOORE, D. W. The Boundary Layer on a Spherical Gas Bubble. **Journal of Fluid Mechanics**, v.16, p. 161-176, 1963.

MOORE, D. W. The Velocity Rise of Distorted Gas Bubbles in a Liquid of Small Viscosity. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 23, p. 749–766, 1965.

MOUGIN, G.; MAGNAUDET, J. Path Instability of a Rising Bubble. **Physical Review Letters**, v. 88, 2002.

OHL, C. D.; TIJINK, A.; PROSPERETTI, A. The Added Mass of an Expanding Bubble. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 482, p. 271-290, 2003.

ORTIZ-VILLAFUERTE, J.; SCHMIDL, W.D.; HASSAN, Y.A. Rocking Motion, Trajectory and Shape of Bubbles Rising in Small Diameter Pipes. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 25, p. 43–53, 2001.

PETERS, F.; ELS, C. An Experimental Study on Slow and Fast Bubbles in Tap Water. **Chemical Engineering Science**, v. 82, p. 194-1999, 2012.

PREMLATA, A. R.; TRIPATHI, M. K.; SAHU, K. C. Dynamics of Rising Bubble Inside a Viscosity-Stratified Medium. **Physics of Fluids**, v.27, 2015.

PROSPERETTI, A. Bubbles. **Physics of Fluids**, v. 16, 2004.

RIVERO, M.; MAGNAUDET, J.; FABRE, J. Quelques Résultats Nouveaux Concernant les Forces Exercées sur une Inclusion Sphérique par un Écoulement Accélééré. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences**, v. 312, p. 1499-1506, 1991.

ROIG, V.; ROUDET, M.; RISSO, F.; BILLET, A. M. Dynamics of a High-Reynolds-Number Bubble Rising within a Thin Gap. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 707, p.444-466, 2012.

RYBZYNSKI, W. Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium. **Akademia Umiejętności**, Cracovia, p. 40-46, 1911.

RYSKIN, G.; LEAL, L. G. Numerical Solution of Free-Boundary Problems in Fluid Mechanics. Part 2. Buoyance-Driven Motion of a Gas Bubble Through a Quiquent Liquid. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 148, p-19-35, 1984.

ROUDET, M.; BILLET, A. M.; ROIG, V.; RISSO, F.; CAZIN, S.; CID, E. PIV Method with Volumetric Lighting for Measurements in Narrow Channel: Application to the Flow Around a Rising Bubble. **ISFV13-13th International Symposium on Flow Visualization**, Nice, 2008.

ROUDET, M.; BILLET, A. M.; RISSO, F.; ROIG, V. PIV with Volume Lighting in a Narrow Cell: An Efficient Method to Measure Large Velocity Fields of Rapidly Varying Flows. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 35, p. 1030-1037, 2011.

SAFFMAN, P. G. On the Rise of Small Air Bubbles in Water. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 1, p. 249–275, 1956.

SAFFMAN, P. G. The Lift Force on a Small Sphere in a Slow Shear Flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 22, p. 385–400, 1965.

SCHILLER, L.; NAUMANN, A. Z. Über Die Grundlegenden Berechnungen Bei Der Schwerkraftauf-Bereitung. **Z. Ver. Dtsch. Ing.**, v. 77, p. 318-320, 1933.

SETTLES, G. S. **Schlieren and Shadowgraph Techniques Visualizing Phenomena in Transparent Media**. Springer, 2001.

SHARAF, D. M.; PREMLATA, A. R.; TRIPATHI, M. K.; KARRI, B.; SAHU, K. C. Shapes and Paths of Air Bubble Rising in Quiescent Liquids. **Physics of Fluids**, v.29, 2017.

SHEW, W.; PINTON, J. F. Dynamical Model of Bubble Path Instability. **Physical Review Letters**, v. 97, 144508, 2006.

SHEW, W.; PONCET, S.; PINTON, J. F. **Path Instability and Wake of a Rising Bubble**, 2005, <hal-00013378v1>.

SHEW, W.; PONCET, S.; PINTON, J. F. **Force Measurements on Rising Bubbles**, 2006, <hal-00013378v2>.

SIMONNET, M.; GENTRIC, C.; OLMOS, E.; MIDOUX, N. Experimental Determination of the Drag Coefficient in a Swarm of Bubbles. **Chemical Engineering Science**, v. 62, p. 858, 2007.

SIRINO, T.; MANCILLA, E.; MORALES, R.E. Experimental Study on the Behavior of Single Rising Bubbles in a Confined Rectangular Channel. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 145, 103818, 2021.

SOLTANI, H.; SABBAGH, R.; NOBES, D. S. The Passage of Bubbles Rising Through a Confining Rectangular Geometry. **Physics of Fluids**, v. 30, 2018.

SUGIOKA, K.I.; TSUKADA, T. Direct Numerical Simulations of Drag and Lift Forces Acting on a Spherical Bubble Near a Plane Wall. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 71, p. 32-37, 2015.

SUGIYAMA, K.; TAKEMURA, F. On the Lateral Migration of a Slightly Deformed Bubble Rising Near a Vertical Plane Wall. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 662, p. 209-231, 2010.

TAKEMURA, F.; MAGNAUDET, J. The Transverse Force on Clean and Contaminated Bubbles Rising Near a Vertical Wall at Moderate Reynolds Number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 495, p. 235–253, 2003.

TAYLOR, G.; SAFFMAN, P. G. A Note on the Motion of Bubbles in a Hele-Shaw Cell and Porous Medium. **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v. 12, p. 265-279, 1959.

TCHOUFAG, J.; MAGNAUDET, J.; FABRE, D. Linear Stability and Sensitivity of the Flow Past a Fixed Oblate Spheroidal Bubble. **Physics of Fluids**, v. 25, 2013.

TOMIYAMA, A.; TAMAI, H.; ZUN, I.; HOSODAWA, S. Transverse Migration of Single Bubbles in Simple Shear Flows. **Chemical Engineering Science**, v. 57, p. 1849-1858, 2002.

TOMIYAMA, A.; KATAOKA, I.; ZUN, I.; SAKAGUCHI, T. Drag Coefficients of Single Bubbles under Normal and Micro Gravity Conditions. **JSME International Journal Series B**, v. 41, p.472-479, 1998.

TRIPATHI, M.; SAHU, K.; GOVINDARAJAN, R. Why a Falling Drop Does Not in General Behave Like a Rising Bubble. **Scientific Reports**, v.4, 2014.

TRIPATHI, M.; SAHU, K.; GOVINDARAJAN, R. Dynamics of an Initially Spherical Bubble Rising in Quiescent Liquid. *Nature Communications*, v. 6, 2015.

TSUGE, H.; HIBINO, S. I. The Onset Conditions of Oscillatory Motion of Single Gas Bubbles Rising in Various Liquids. **Journal of Chemical Engineering of Japan**, v. 10, p. 66–68, 1997.

TSUTSUI, T. Flow around a sphere in a plane turbulent boundary layer. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v.96, p. 779–792, 2008.

UNO, S.; KINTNER, R. C. Effect of Wall Proximity on the Rate of Rise of Single Air Bubbles in a Quiescent Liquid. **AIChE Journal**, v.2, p.420-425, 1956.

VELDHUIS, C. H. J. **Leonardo's Paradox: Path and Shape Instabilities of Particles and Bubbles**. Ph.D thesis, University of Twente, 2007.

WANG, X.; KLAASEN, B.; DEGRÈVE, J.; BLANPAIN, B. Experimental and Numerical Study of Buoyancy-Driven Single Bubble Dynamics in a Vertical Hele-Shaw Cell. **Physics of Fluids**, v. 26, 2014.

WARREN, J. E.; ROOT, P. J. **The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs**. Society of Petroleum Engineers, 1963.

WELLEK, R. M.; AGRAWALL, A. K.; SKELLAND, A. H. P. Shape of Liquids Drops Moving in Liquid Media. **AIChE Journal**, v.12, p.854-862, 1966.

WU, M.; GHARIB, M. Experimental Studies on the Shape and Path of Small Air Bubbles Rising in Clean Water. **Physics of Fluids**, v. 14, 2002.

YAN, X.; JIA, Y.; WANG, L.; CAO, Y. Drag Coefficient Fluctuation Prediction of a Single Bubble Rising in Water. **Chemical Engineering Journal**, v.316, p.553-562, 2017.

YANG, B.; PROSPERETTI, A. Linear Stability of the Flow Past a Spheroidal Bubble. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 582, p.53-78, 2007.

ZENG, L.; BALACHANDAR, S.; FISCHER, P. Wall-Induced Forces on a Rigid Sphere at Finite Reynolds Number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 536, p. 1-25, 2005.

ZENIT, R.; MAGNAUDET, J. Measurements of the Streamwise Vorticity in the Wake of an Oscillating Bubble. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 35, p.195-203, 2008.

ZHANG, J.; NI, M.J. What Happens to the Vortex Structures When the Rising Bubble Transits from Zigzag to Spiral? **Journal of Fluid Mechanics**, v. 828, p.353-373, 2017.

ZHANG, Y.; DABIRI, S.; CHEN, K.; YOU, Y. An Initially Spherical Bubble Rising Near a Vertical Wall. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 85, 108649, 2020.

ZHANG, J.; SAHU, K. C.; NI, M.J. Transition of Bubble Motion from Spiralling to Zigzagging: A Wake-Controlled Mechanism with a Transverse Magnetic Field. **International Journal of Multiphase Flow**, v.136, 2021.