



DALLE CHRISTIAN VINICIUS COELHO POLONIO

# Produto Educacional

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE ESTÁTICA NO ENSINO MÉDIO A  
PARTIR DE UMA MÍDIA DIGITAL

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (Polo 32 MNPEF), campus Campo Mourão, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Michel Corci Batista

Campo Mourão  
2018

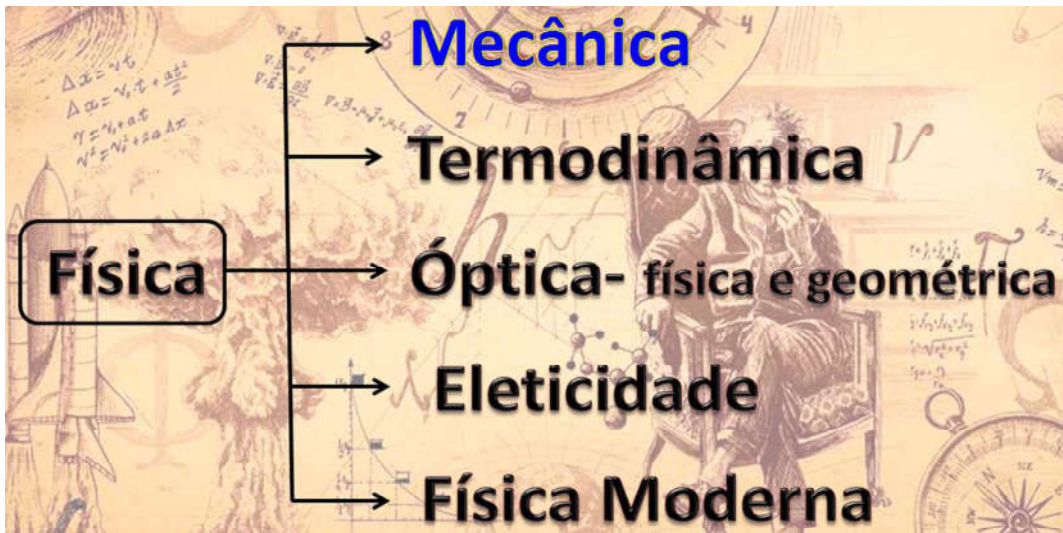
## UMA MÍDIA DIGITAL SOBRE ESTÁTICA

Essa Mídia foi produzida com o intuito de colaborar com os professores de física que ministram o conteúdo de estática. Todo o conteúdo é direcionado para o ensino médio.

A mídia foi produzida em CD, pois algumas escolas do interior ainda não possuem boa conexão com a rede mundial de computadores. Essa mídia está composta de vários recursos didáticos, pensados e planejados sobre referenciais teóricos adequados visando sempre um melhor desempenho dos alunos. O primeiro recurso disponível nessa mídia é um texto com o conteúdo conceitual de estática, em seguida elaboramos uma sequência didática para otimizar a implementação do conteúdo conceitual. Disponibilizamos também, nessa mídia todos os recursos de ensino utilizados na sequência didática, tais como vídeos, experimentos, simuladores e exercícios, sendo que nesse último disponibilizamos todos os exercícios resolvidos e comentados, a fim de dinamizar o trabalho do professor. E, por fim, disponibilizamos uma leitura complementar para o professor que deseja conhecer outras experiências tentadas com a mesma temática.

Para desenvolver a mídia foi utilizado o software AutoPlay Menu Builder. Por meio dele, pode-se criar gratuitamente uma interface para os menus sem precisar ter nenhum tipo de experiência. O programa inclui uma série de modelos pré-determinados que variem de acordo com o tipo de menu que se quer desenvolver. Nesse trabalho desenvolvemos um menu para CD com fins didáticos.

Quando colocamos o CD no computador, ele já possui um executável que abre a primeira tela. Nossa intenção é que antes do menu principal deste trabalho fique evidenciado as diferentes áreas da física e, em qual dessas áreas se estuda o conteúdo de estática, conteúdo escolhido para o trabalho.



A única área da física que é possível clicar é mecânica, e quando fazemos isso somos levados a uma nova tela, que apresenta as áreas específicas da mecânica.



Novamente o único ícone que conseguimos clicar é em estática, assim conseguimos saber exatamente qual o local ocupado pela estática dentro da física.

Ao clicarmos em estática somos levados para uma nova tela que chamamos de menu principal. Nesta tela temos disponível todos os recursos para se trabalhar o conteúdo de estática de maneira contextualizada, diferente da tradicional, na qual o aluno apenas escuta a aula de maneira passiva.



Neste trabalho vamos apresentar cada ícone, disponibilizando na sequência seus conteúdos, pois assim, quem não tiver acesso à mídia produzida ainda conseguirá desenvolver o trabalho utilizando todos os recursos disponíveis na mídia.

É importante ressaltar que esse material foi produzido pensando a realidade paranaense, região sul do Brasil, no entanto, com as devidas adequações pode ser utilizado por qualquer professor de qualquer lugar do país.



Este livro foi produzido pelos autores numa linguagem simples, a fim de se compreender as noções básicas de equilíbrio e suas aplicações.

## INTRODUÇÃO

Este material foi elaborado com o objetivo de auxiliar o professor de Física no contexto de ensino e aprendizagem dos conceitos de equilíbrio do ponto material e do corpo extenso para turmas de alunos da 1ª série do Ensino Médio. Esse material é de fácil utilização, e possui uma linguagem acessível para a compreensão do conteúdo teórico e para a resolução dos problemas propostos. O assunto tema deste material é extremamente importante nas engenharias, principalmente na Engenharia Civil, e devido ao tempo destinado para a disciplina de Física nas escolas de Ensino Básico essa temática é inúmeras vezes deixada de lado nas aulas de Física, ou vista de modo muito superficial.

## O QUE É ESTÁTICA

Estática é o ramo da física que investiga as propriedades que se encontram em equilíbrio quando os corpos estão sob a ação de forças ou torques. De acordo com a segunda lei de Newton, nestes casos a aceleração destes sistemas é nula.

Na construção civil, os conceitos de Estática são fundamentais, e talvez um dos mais importantes, já que um prédio ou uma ponte (figura 1), por exemplo, não podem se movimentar, caso isso aconteça, com certeza iria comprometer toda a estrutura da construção.

**Figura 1:** Ponte

**Fonte:** <https://www.engenhariacivil.com/maiores-obras-engenharia-civil-brasil>

Mas não é apenas na construção civil que vemos a importância da estática. Podemos citar a importância do cálculo do centro de massa durante o projeto para a fabricação de um ônibus ou de caminhões, que são meios de transportes altos, e para que se estabilizem devem possuir centros de massas o mais baixo possível, para que os mesmos não tombem. Em astronomia, é utilizado para localizar planetas ou buracos negros, já que não podem ser vistos. Estrelas que parecem girar em torno do "nada" estão, na verdade, orbitando o centro de massa do sistema estrela/buraco-negro.

## **DETERMINAÇÃO DA FORÇA RESULTANTE**

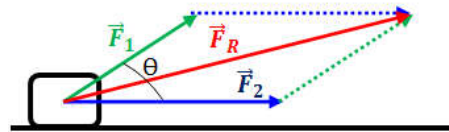
A resultante de um sistema de forças aplicadas num ponto material é a força que, aplicada nesse ponto, produz o mesmo efeito que o sistema de forças. Uma força é uma quantidade vetorial, pois possui intensidade, direção e sentido especificados. Assim, podemos dizer que a força resultante sobre uma partícula de massa  $m$ , é a soma vetorial de todas as forças que agem sobre essa partícula.

Esta soma vetorial pode ser executada por dois processos.

1°) Lei do paralelogramo: Se sobre a partícula atuar apenas duas forças pode-se utilizar este processo para determinar a força resultante.

A lei do paralelogramo consiste em transladar um dos vetores até que a origem coincida com a origem do outro vetor e, por fim, construir um paralelogramo. O vetor resultante será dado pela diagonal do paralelogramo, como na figura 2.

**Figura 2:** Representação da operação de adição pela regra do paralelogramo.



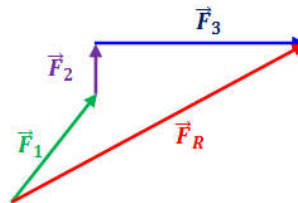
**Fonte:** os autores (2017).

$$|\vec{F}_R|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2 \cdot |\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos\theta$$

2º) Lei do polígono: Se sobre a partícula atuar mais de duas forças pode-se utilizar este processo para determinar a força resultante.

A lei do polígono consiste em colocar a origem de um vetor coincidente com a extremidade do outro vetor, faz-se isso para a quantidade total de vetores que se deseja somar. O vetor chamado resultante é o vetor que une o as duas extremidades para fechar o polígono, sempre partindo do primeiro vetor, como na figura 3.

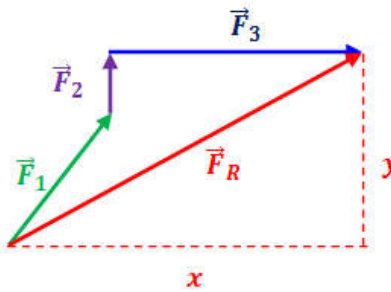
**Figura 3:** Polígono formado pela soma vetorial



**Fonte:** os autores (2017).

Note que após terminarmos ocorre a formação de um polígono. e o módulo do vetor resultante pode ser determinado de acordo com a figura 4.

**Figura 4:** Triângulo retângulo formado para determinação do vetor resultante



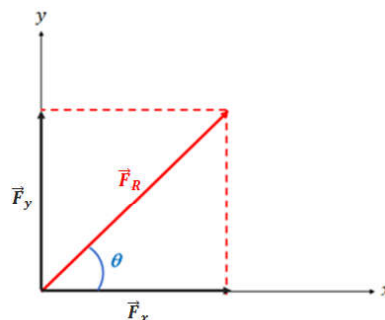
**Fonte:** os autores (2017).

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Vimos que duas ou mais forças que atuam sobre uma partícula podem ser substituídas por uma força única que tem o mesmo efeito sobre a partícula. Reciprocamente, uma força  $\vec{F}$  que atua sobre uma partícula pode ser substituída por duas ou mais forças que, juntas tem o mesmo efeito sobre a partícula. Essas forças são chamadas de componentes da força original  $\vec{F}$ , e o processo de substituição por estas componentes é denominado decomposição dos componentes da força  $\vec{F}$ . O paralelogramo desenhado para se obter os dois componentes é um retângulo, e  $F_x$  e  $F_y$  são chamados de componentes retangulares.

Os eixos x e y geralmente são dispostos na horizontal e na vertical, respectivamente, como mostrado na figura 5. No entanto, também podem ser dispostos em duas direções perpendiculares quaisquer.

**Figura 5:** Representação das coordenadas de um vetor



**Fonte:** os autores (2017).



Vamos considerar o triângulo formado abaixo da força resultante, na figura 5. A partir dele temos que:

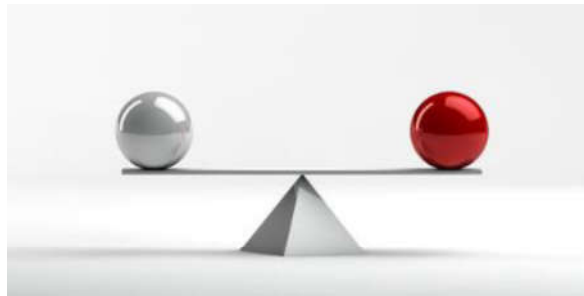
$$\text{sen } \theta = \frac{CO}{hip} = \frac{F_y}{F_R} \rightarrow F_y = F_R \cdot \text{sen} \theta$$

$$\text{cos } \theta = \frac{CA}{hip} = \frac{F_x}{F_R} \rightarrow F_x = F_R \cdot \text{cos} \theta$$

## EQUILÍBRIO ESTÁTICO

Dizemos que um corpo encontra-se em equilíbrio, quando a soma vetorial de todas as forças que atuam sobre o corpo é igual a zero, ou seja, a força resultante sobre o corpo é nula.

**Figura 6:** Representação de objetos em equilíbrio estático



**Fonte:** <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/equilibrio-estatico-dinamico.htm>

Nesse caso, o efeito resultante das forças atuantes sobre o corpo é nulo, e diz que a partícula está em equilíbrio. Temos, então, a seguinte definição: *Quando a resultante de todas as forças que atuam sobre uma partícula é igual a zero, a partícula está em equilíbrio.* Esta condição é necessária para satisfazer a primeira lei de movimento de Newton.

$$\sum \vec{F}_R = 0$$

A definição matemática acima não é apenas uma condição necessária do equilíbrio, é também uma condição suficiente. Isso decorre da segunda lei de Newton, a qual pode ser escrita como  $\sum \vec{F}_R = m\vec{a}$ . Como o sistema de forças em equilíbrio satisfaz a equação,  $m\vec{a} = \vec{0}$  e, portanto a aceleração da partícula  $\vec{a} = \vec{0}$ . Conseqüentemente, a partícula move-se com o vetor velocidade constante ou permanece em repouso.

O equilíbrio de um corpo pode ser classificado em três tipos:

- Equilíbrio estável: quando o corpo realiza um pequeno deslocamento em relação a sua posição de equilíbrio ao ser abandonado, ele retorna à posição inicial, devido ao seu peso.

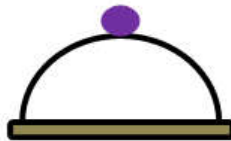
**Figura 7:** Representação de um objeto em equilíbrio estável



Fonte: Os autores (2017)

- Equilíbrio instável: quando o corpo realiza um pequeno deslocamento em relação a sua posição de equilíbrio ao ser abandonado, ele se afasta ainda mais de posição inicial, devido ao seu peso.

**Figura 8:** Representação de um objeto em equilíbrio instável



Fonte: Os autores (2017)

- Equilíbrio indiferente: quando o corpo realiza um pequeno deslocamento em relação a sua posição de equilíbrio ao ser abandonado, ele permanece em equilíbrio na nova posição, devido ao seu peso, que nesse caso será sempre perpendicular à superfície.

**Figura 9:** Representação de um objeto em equilíbrio indiferente



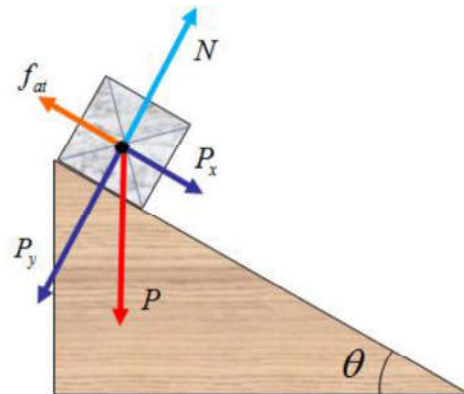
**Fonte:** Os autores (2017)

## DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Quando nos deparamos com um problema de Física que envolve sistema de forças, antes de resolver o problema, é de fundamental importância a identificação de todas as forças relevantes envolvidas no problema. Para facilitar a visualização destas forças, devemos separar os corpos envolvidos no problema e em seguida desenhar um diagrama de corpo livre ou diagrama de forças para cada corpo, que é um esquema simplificado envolvendo todas as massas e forças do problema.

Traçar um diagrama de corpo livre é o primeiro passo na solução de um problema que envolva o equilíbrio de uma partícula. Esse diagrama representa a partícula e todas as forças que atuam sobre ela. Devemos indicar no diagrama de corpo livre as intensidades das forças conhecidas, bem como, qualquer ângulo ou dimensões que definam a direção de uma força. Qualquer intensidade ou ângulo desconhecido deve ser representado por um símbolo apropriado. Nada mais deve ser incluído no diagrama.

**Figura 10:** Diagrama de corpo livre de um corpo num plano inclinado



Fonte: Os autores (2017)

## CENTRO DE GRAVIDADE

A definição do conceito de centro de gravidade é atribuída a Arquimedes (287 a.C. - 212 a.C.), embora este conceito não apareça definido explicitamente em nenhum de seus trabalhos ainda existentes. Por outro lado, Heron (primeiro século d.C.), Pappus (terceiro século d.C.) e Simplicio (sexto século d.C.), que tiveram acesso às obras de Arquimedes hoje perdidas, apresentam em seus trabalhos que chegaram até nós, algumas informações sobre como Arquimedes pode ter definido este conceito. Em termos modernos este conceito pode ser definido com as seguintes palavras:

“O centro de gravidade de um corpo rígido é o ponto tal que, se imaginarmos o corpo suspenso por este ponto e com liberdade para girar em todos os sentidos ao redor deste ponto, o corpo assim sustentado permanecerá em repouso e preservará sua posição original, qualquer que seja a orientação do corpo em relação à Terra.”

Quando este ponto se localiza no espaço vazio (o centro de uma arruela, por exemplo) é necessário supor uma conexão rígida ligando o centro de gravidade ao corpo para imaginá-lo sustentado por este ponto.

Nos livros didáticos, o centro de gravidade é descrito em uma observação no decorrer do texto: “O ponto de aplicação do peso de um corpo extenso é chamado centro de gravidade (CG). Para os corpos homogêneos e que apresentam simetria, o centro de gravidade coincide com o centro geométrico”. Nesse caso o centro de gravidade também é chamado de centro de massa.

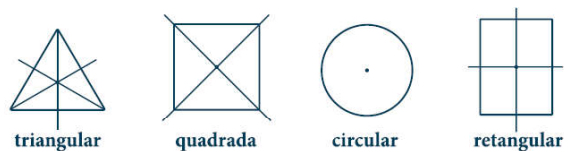
Pode-se ainda afirmar que “quanto mais baixo estiver o centro de gravidade com relação à superfície e quanto maior for sua base de apoio, maior é a estabilidade do corpo”.

## CENTRO DE MASSA

Mesmo quando um corpo gira ou vibra, existe um ponto nesse corpo, chamado centro de massa, que se desloca da mesma maneira que se deslocaria uma única partícula. Ainda que o sistema não seja um corpo rígido, mas um conjunto de partículas pode ser definido para ele um centro de massa como veremos adiante.

De um modo geral, podemos pensar no centro de massa de um corpo como sendo o ponto em que poderíamos concentrar toda sua massa. Em objetos simétricos o centro de massa coincide com o centro geométrico dos objetos, como na figura 11.

**Figura 11:** Centro de massa de objeto simétrico

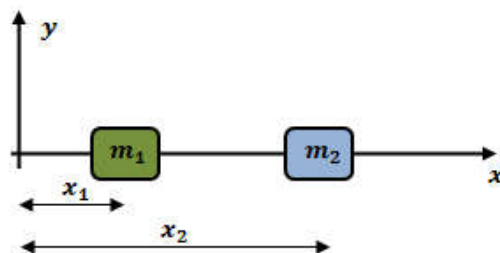


**Fonte:** Os autores (2017)

### Sistema de partículas - Uma dimensão

Vamos definir inicialmente a posição  $x_{CM}$  do centro de massa para um sistema composto de duas partículas de massas  $m_1$  e  $m_2$  e que ocupam as posições  $x_1$  e  $x_1$ .

**Figura 12:** Representação das posições dos centros de massa de duas partículas em relação ao eixo x.



**Fonte:** Os autores (2017)

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

Generalizando para duas dimensões temos:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + \dots + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}$$

### MOMENTO DE UMA FORÇA (TORQUE)

Quando um corpo está sujeito à ação de forças resultantes não nulas, o mesmo pode adquirir tanto movimento de translação quanto de rotação. Sendo assim, podemos definir o momento de uma força ou torque, como sendo uma grandeza vetorial associada ao fato de uma força fazer com que um corpo (ou objeto) gire ao redor de um eixo, como no caso da figura 13.

**Figura 13:** Gangorra

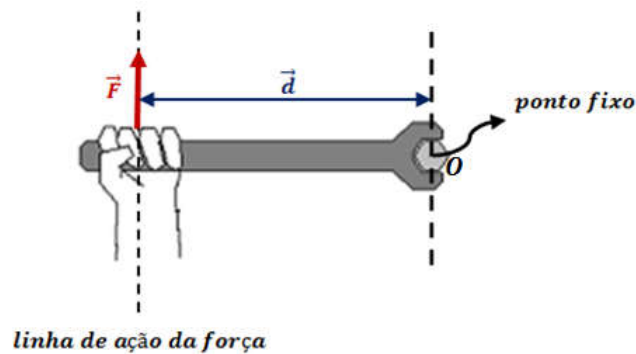


**Fonte:** <http://www.laoengenharia.com.br/produtos/listagem-produtos/recreacao-e-esporte/produto/512>

Define-se Momento de uma Força como a tendência de uma força  $F$  fazer girar um corpo rígido em torno de um eixo fixo. O Momento depende do módulo de  $F$  e da distância de  $F$  em relação a um eixo fixo.

Considere uma força  $F$  que atua em um corpo rígido fixo no ponto  $O$ , como indicado na figura 14.

**Figura 14:** representação de uma força  $F$  que atua em um corpo rígido fixo no ponto  $O$



Fonte: Os autores (2017)

A força  $\vec{F}$  é representada por um vetor que define seu módulo, direção e sentido. O vetor  $\vec{d}$  é a distância perpendicular de  $O$  (ponto fixo) à linha de ação da força (reta que contém o vetor força). Define-se o momento escalar do vetor  $F$  em relação a  $O$ , como sendo:

$$M = \pm F \cdot d$$

onde:

$M$  = momento escalar do vetor  $\vec{F}$  em relação ao ponto  $O$

$O$  = polo ou centro de momento (ponto fixo): É um ponto de referência, em relação a linha de ação da força aplicada.

$d$  = distância perpendicular de  $O$  à linha de ação de  $F$ , também chamada de braço da força.

A unidade de momento de uma força (torque) no sistema internacional de unidades é o N.m.

### **Importante!**

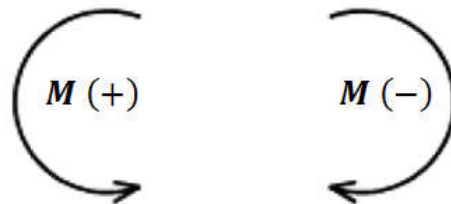
**Se a linha de ação da força contém o polo (ponto fixo), o braço da força é nulo, em relação a esse polo, logo, o momento da força também é nulo.**

O momento  $M$  é sempre perpendicular ao plano que contém o ponto  $O$ . O sentido de  $M$  é definido pelo sentido de rotação imposto pelo vetor  $F$ .



Convencionam-se momento positivo se a força  $F$  tender a girar o corpo no sentido anti-horário e negativo, se tender a girar o corpo no sentido horário, como figura 15.

**Figura 15:** Convenção do momento de uma força  $F$  que atua em um corpo rígido fixo no ponto  $O$



Fonte: Os autores (2017)

Para que um corpo extenso esteja em equilíbrio não basta que a soma vetorial de todas as forças seja nula ( $\vec{F}_R = 0$ ), é necessário também que a soma vetorial de todos os momentos associados às forças que atuam no corpo seja nulo ( $\vec{M}_R = 0$ ).

## EQUILÍBRIO ESTÁTICO DO CORPO EXTENSO

Um corpo extenso, sujeito à ação de várias forças, está em equilíbrio estático quando não está sofrendo nem movimento de translação nem movimento de rotação, em relação a um referencial.

Para que isso aconteça, temos duas condições necessárias:

- 1ª) A primeira condição é a que garante o equilíbrio de translação do corpo. A soma vetorial de todas as forças externas que agem no corpo deve ser nula.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots + \vec{F}_n = 0$$

- 2ª) A segunda condição é a que garante o equilíbrio de rotação do corpo. A soma vetorial dos momentos dessas forças deve ser nula, independentemente do polo considerado.

$$\vec{M}_R = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 \dots + \vec{M}_n = 0$$

Importante!!

Se o corpo em equilíbrio não for um corpo extenso, for um ponto material, basta a primeira condição.

## ALAVANCA, ROLDANA, PLANO INCLINADO E PARAFUSOS

### Alavanca

Alavanca é um objeto rígido que é usado com um ponto fixo apropriado (fulcro) para multiplicar a força mecânica que pode ser aplicada a outro objeto (resistência). Isto é, denominado também vantagem mecânica e, é um exemplo do princípio dos momentos. O princípio da força de alavanca pode também ser analisado usando as leis de Newton. A alavanca é uma das seis máquinas simples. O princípio da alavancagem foi descoberto por Arquimedes no século III a.C., estudando as máquinas "Arquimedianas": alavanca, roldana, e parafuso.

### Os elementos de uma alavanca

Toda alavanca é composta por três elementos básicos:

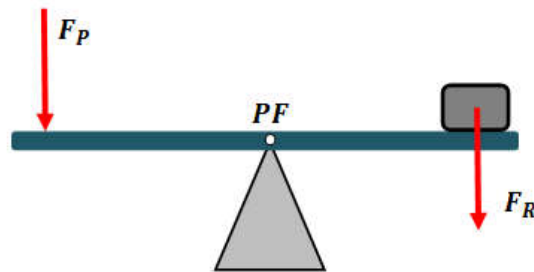
- **PF** – ponto fixo, em torno do qual a alavanca pode girar;
- **F<sub>P</sub>** – força potente, exercida com o objetivo de levantar, sustentar, equilibrar, etc.
- **F<sub>R</sub>** – força resistente, exercida pelo objeto que se quer levantar, sustentar, equilibrar, etc.

### Os tipos de alavancas

Podemos classificar as alavancas de acordo com o elemento que fica entre os outros dois pontos restantes. Seus nomes são: interfixa, interpotente e inter-resistente.

Dizemos que uma alavanca é do tipo interfixo quando o ponto fixo ocupa um lugar qualquer entre a força potente e a força resistente, como mostra a figura 16.

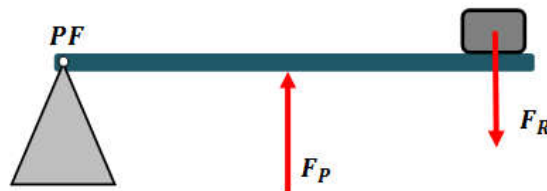
**Figura 16:** Alavanca é do tipo interfixa



Fonte: Os autores (2017)

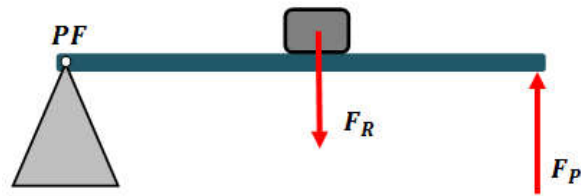
Uma alavanca é considerada como sendo do tipo interpotente quando a força potente está localizada em algum lugar entre a força resistente e o ponto fixo. Veja a figura 17.

**Figura 17:** Alavanca é do tipo interpotente



Fonte: Os autores (2017)

Uma alavanca é considerada como sendo inter-resistente quando a força resistente se encontra em algum lugar entre a força potente e o ponto fixo. Veja a figura 18.



**Figura 18:** Alavanca é do tipo inter-resistente

**Fonte:** Os autores (2017)

Para resolver os exercícios envolvendo alavancas, ou a determinação das reações de apoio, basta aplicar as duas condições de equilíbrio estudadas até aqui. Logo, têm-se as equações fundamentais da estática:

- Equilíbrio de translação -  $\vec{F}_R = 0$
- Equilíbrio de rotação -  $\vec{M}_R = 0$

### Roldanas ou Polias

As roldanas, também conhecidas como polias, são máquinas simples utilizadas para facilitar a execução de um trabalho. São constituídas de um disco giratório feito de um material rígido, metal, plástico ou madeira, dotado de canal na periferia que gira em torno de um eixo central, como mostra a figura 19.

**Figura 19:** Alavanca é do tipo inter-resistente



**Fonte:** [lojastamoyo.hospedagemdesites.ws/loja/produtos/list/102000-102093/ferragem/roldana-para-poco](http://lojastamoyo.hospedagemdesites.ws/loja/produtos/list/102000-102093/ferragem/roldana-para-poco)

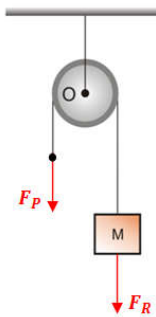
A polia é acionada por uma corda, fio ou corrente metálica, que é colocada sobre seu eixo central, transferindo movimento e energia para um objeto que se deseja levantar.

## Tipos de polias

As polias podem ser classificadas em dois tipos: fixas ou móveis.

- Polia fixa: é a polia que tem seu eixo preso a um suporte rígido, que lhe permite apenas o movimento de rotação, impedindo qualquer translação. As forças agem nos extremos do fio, como na figura 20.

**Figura 20:** Polia fixa

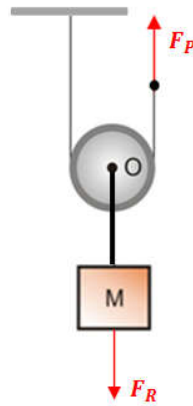


Fonte: Os autores (2017)

Na polia fixa, o eixo central é preso a um suporte de tal forma que se estabelece um equilíbrio entre as duas forças. Sendo assim, a força potente e a força resistente são iguais:

$$F_P = F_R$$

- Polia móvel: é aquela cujo eixo é livre, permitindo rotações e translações. Apoia-se sobre o próprio fio e a força resistente é aplicada no eixo da polia, enquanto a força potente age no extremo do fio livre.

**Figura 21:** Polia móvel

Fonte: Os autores (2017)

Na polia móvel o eixo pode ser deslocado com a força resistente. Nesse caso, para que se estabeleça o equilíbrio, a força potente deve ser igual à metade da força resistente, para cada polia móvel:

$$F_P = \frac{1}{2} F_R$$

Assim, para  $n$  polias móveis temos:

$$F_P = \frac{F_R}{2^n}$$

Onde,  $n$  é o número de polias móveis.

Os dois tipos de roldanas ainda podem ser combinados para formar uma única peça, o cadernal ou moitão, conforme a figura 22:

**Figura 22:** Representação de um cadernal ou moitão



**Fonte:** [http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-702560468-moito-cadernal-aco-60-x-3-x-12-pol-970-kg-vonder-\\_JM](http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-702560468-moito-cadernal-aco-60-x-3-x-12-pol-970-kg-vonder-_JM)

A economia de força das roldanas é utilizada em vários instrumentos comuns ao nosso cotidiano, como nos guindastes, elevadores, na construção civil para levantar materiais, entre outros.

**Figura 23:** Representação de um guindaste utilizado na construção civil



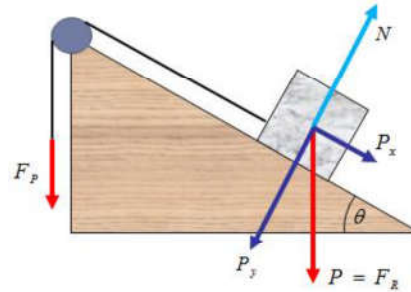
**Fonte:** <http://www.noticiasdotrecho.com.br/2016/08/as-normas-tecnicas-para-operacao-segura.html>

## Plano Inclinado

O plano inclinado deixa claro seu próprio nome, nada mais é do que um plano que forma com a linha do horizonte um ângulo compreendido entre  $0^\circ$  e

90° (diferente desses valores extremos) e destinado a deslocar ou equilibrar cargas, figura 24.

**Figura 24:** Representação de um plano inclinado



**Fonte:** Os autores (2017)

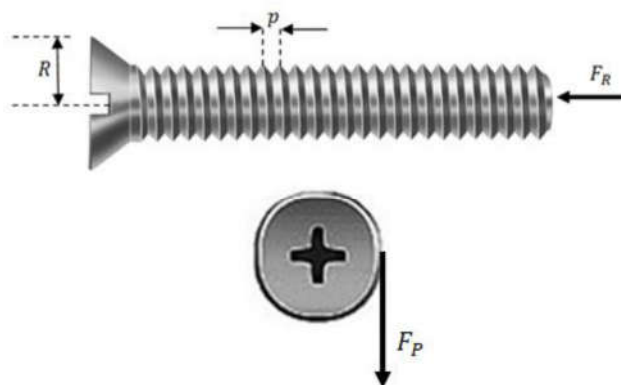
Nesse caso a condição de equilíbrio nos permite inferir que:

$$F_p = F_R \cdot \text{sen}\theta$$

## Parafuso

Trata-se, também, de uma aplicação do plano inclinado, porém em forma de espiral em torno de um eixo. Chamamos de passo do parafuso à distância entre um filete e outro consecutivo da rosca, medida paralelamente ao eixo do parafuso (figura 25). Como máquina simples, a função do parafuso é unir ou separar corpos.



**Figura 25:** Representação de um plano inclinado

Fonte: Os autores (2017)

Assim, na condição de equilíbrio temos:

$$F_P = F_R \cdot \frac{p}{2\pi R}$$

Onde,  $p$  é o passo do parafuso e  $R$  é o raio da "cabeça" dele.

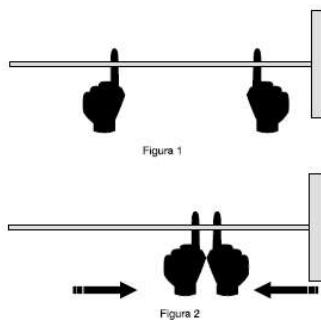
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

**1. UFRN** A professora Marília tenta estimular os alunos com experiências simples, possíveis de ser realizadas facilmente, inclusive em casa.

Uma dessas experiências é a do equilíbrio de uma vassoura:

Apoia-se o cabo de uma vassoura sobre os dedos indicadores de ambas as mãos, separadas (figura I). Em seguida, aproximam-se esses dedos um do outro, mantendo-se sempre

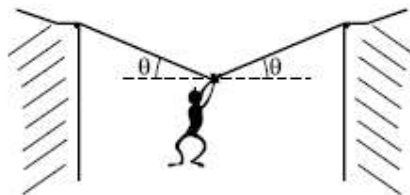
o cabo da vassoura na horizontal. A experiência mostra que os dedos se juntarão sempre no mesmo ponto no qual a vassoura fica em equilíbrio, não caindo, portanto, para nenhum dos lados (figura II).



Da experiência, pode-se concluir:

- Quando as mãos se aproximam, o dedo que estiver mais próximo do centro de gravidade da vassoura estará sujeito a uma menor força de atrito.
- Quando as mãos estão separadas, o dedo que suporta maior peso é o que está mais próximo do centro de gravidade da vassoura.
- Se o cabo da vassoura for cortado no ponto em que os dedos se encontram, os dois pedaços terão o mesmo peso.
- Durante o processo de aproximação, os dedos deslizam sempre com a mesma facilidade, pois estão sujeitos à mesma força de atrito.

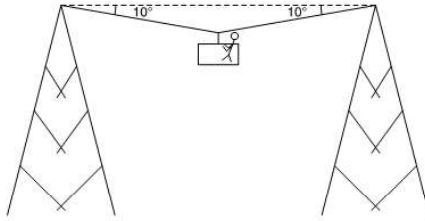
**2. PUC-RJ** Um alpinista de 700 N de peso está em equilíbrio agarrado ao meio de uma corda. A figura abaixo ilustra isso, sendo  $\theta = 30^\circ$ .



A tensão na corda, em Newtons, vale:

- a)  $700\sqrt{3}$       b) 1400      c) 350      d)  $1400\sqrt{3}$       e) 700

**03.** Um funcionário está realizando manutenção em uma linha de transmissão de energia elétrica. Dispõe de um equipamento que está ligado à linha, conforme mostra a figura abaixo:

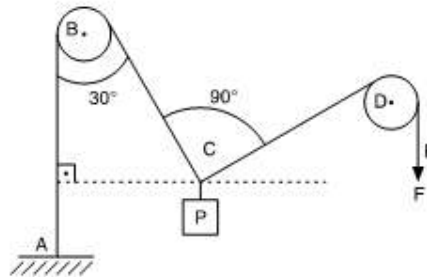


Desprezando o peso do cabo e considerando que o peso do conjunto funcionário equipamento é igual a 1000 N, calcule a tração no cabo.

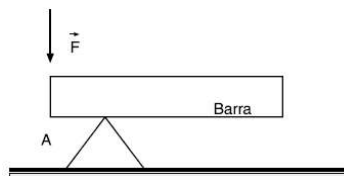
$$\text{sen } 100^\circ = 0,98$$

$$\text{sen } 160^\circ = 0,34$$

**04.** Uma corda (de peso desprezível) passa por duas roldanas, B e D, conforme a figura abaixo. Uma das extremidades é presa em A, em C é suspenso um peso P, e em E é aplicada uma força F de 200 N. As roldanas não têm atrito. A partir destes dados, calcule o peso P.

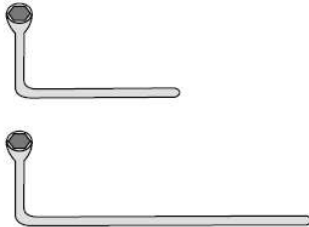


**5. U.F. Santa Maria - RS** A figura mostra uma barra homogênea com peso de módulo 200 N e comprimento de 1 m, apoiada a 0,2 m da extremidade A, onde se aplica uma força F que a equilibra. Calcule o módulo da força F em Newton.



- a) 50    b) 100    c) 200    d) 300    e) 400

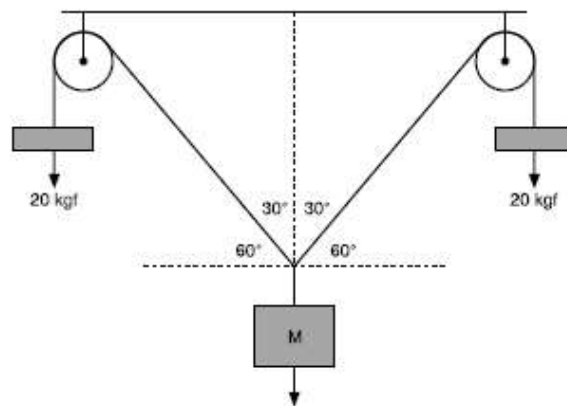
**6. Unifor-CE** Um motorista não consegue soltar o parafuso da roda do carro com uma chave de rodas em L. Somente consegue soltá-la quando empresta de outro motorista uma chave com o braço mais comprido. Observe o esquema das duas chaves.



A grandeza física que aumentou com o uso da chave de braço maior foi:

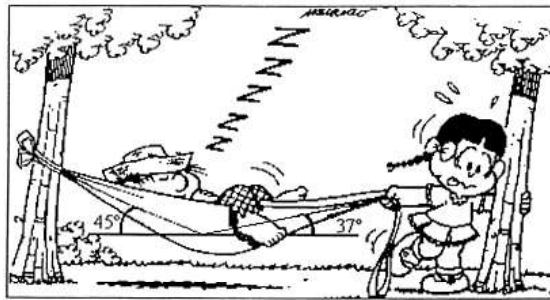
- a) o trabalho;
- b) o torque;
- c) a força;
- d) a energia potencial;
- e) o impulso.

**7. F.M. Itajubá-MG** Sabendo-se que o sistema abaixo está em equilíbrio e que ele é formado por fios e polias ideais (sem atrito), calcule o valor do peso  $M$  em kgf.



- a) 40
- b)  $40\sqrt{3}$
- c) 10
- d)  $20\sqrt{3}$
- e)  $10\sqrt{3}$

**8. U.E. Pelotas-RS** Para garantir o sono tranquilo de Chico Bento, Rosinha segura a rede, exercendo sobre ela uma força inclinada de  $37^\circ$  em relação à horizontal, como mostra a figura abaixo.



Desprezando o peso da rede e sabendo que Chico Bento pesa 280 N, observamos que Rosinha terá grande dificuldade para permanecer segurando a rede, pois precisa exercer sobre ela uma força de:

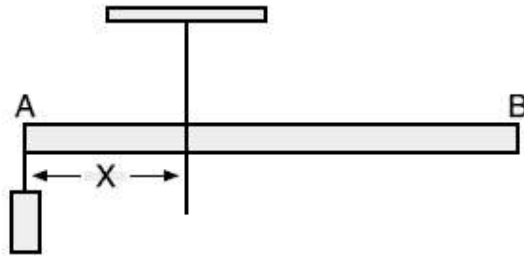
- a) 392 N
- b) 280 N
- c) 200 N
- d) 140 N
- e) 214 N

Considere:

$$\text{sen } 45^\circ = 0,7 \quad \text{cos } 45^\circ = 0,7$$

$$\text{sen } 37^\circ = 0,6 \quad \text{cos } 37^\circ = 0,8$$

**9. PUC-PR** A figura representa uma barra rígida homogênea de peso 200 N e comprimento 5 m, presa ao teto por um fio vertical. Na extremidade A, está preso um corpo de peso 50N.



O valor de  $X$  para que o sistema permaneça em equilíbrio na horizontal é:

- a) 1,2 m   b) 2,5 m   c) 1,8 m   d) 2,0 m   e) 1,0 m

**10. U.F. Juiz de Fora-MG** Pode-se usar um prolongador para aumentar o comprimento do cabo de uma chave de roda manual, para retirar parafusos emperrados de rodas de automóveis.

O uso do prolongador é necessário para:

- a) aumentar o torque da força aplicada;  
 b) aumentar o módulo da força aplicada;  
 c) mudar a direção da força aplicada;  
 d) reduzir o trabalho realizado pela força aplicada.

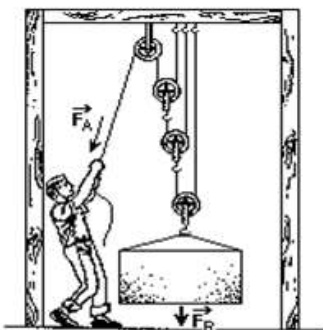
**11. UFRJ** Na figura ao lado suponha que o menino esteja empurrando a porta com uma força  $F_1 = 5 \text{ N}$ , atuando a uma distância  $d_1 = 2$  metros das dobradiças (eixo de rotação) e que o homem exerça uma força  $F_2 = 80 \text{ N}$  a uma distância de 10 cm do eixo de rotação.



Nestas condições, pode afirmar que:

- a) a porta estaria girando no sentido de ser fechada;
- b) a porta estaria girando no sentido de ser aberta;
- c) a porta não gira em nenhum sentido;
- d) o valor do momento aplicado à porta pelo homem é maior que o valor do momento aplicado pelo menino;
- e) a porta estaria girando no sentido de ser fechada pois a massa do homem é maior que a massa do menino.

**12. (CFTCE)** Na figura ao lado, temos uma combinação de roldanas móveis e fixas, constituindo uma talha exponencial. Qual a força de ação ( $F_A$ ), a ser aplicada para erguer e manter em equilíbrio uma força de resistência ( $F_R$ ) de 800 N?



**GABARITO**

1. b    2. e    3. 2882N    4. 400N    5. d    6. b    7. d    8. c    9. d  
10. a    11. b    12. 100N





Este ícone apresenta de forma detalhada um planejamento para que o professor possa ter um ponto de partida para discutir com seus alunos o conteúdo de estática.

### **SEQUÊNCIA DIDÁTICA – ESTÁTICA NO ENSINO MÉDIO**

A presente sequência didática tem como objetivo apresentar a disciplina de Estática para os alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Para tanto, partimos de uma atividade de investigação, direcionada para o conhecimento por parte do professor, sobre os aspectos do tema que os alunos possuem. Para tal, os alunos deverão responder em uma folha um questionamento sobre o significado de equilíbrio para eles através da relação do tema com cinco palavras que surge em suas mentes a respeito do conceito. Após as respostas coletadas pelo professor, dá-se início a uma sequência de atividades divididas em 8 horas aulas de 50 minutos, por meio dos seguintes temas: Determinação da força resultante, Equilíbrio Estático, Diagrama de Corpo Livre, Centro de Gravidade, Centro de Massa, Momento de uma Força e Máquinas Simples. Na sequência, serão apresentadas atividades teóricas, atividades experimentais e atividades de simulação com o objetivo de aprofundar as discussões a cerca dos fenômenos ligados à Estática. As atividades a serem realizadas estarão sugeridas em uma mídia digital, na forma de um CD, e poderão ser manipuladas pelo professor durante a sua aplicação. Desta forma acreditamos que o processo será de grande valia não só para os alunos, mass também, será mais uma ferramenta a ser utilizada pelo professor na sala de aula, enquanto mediador no processo de ensino e aprendizagem.

## 1 INTRODUÇÃO

Através de uma pesquisa realizada com alunos do curso de engenharia civil, de uma instituição particular na cidade de Maringá-Pr, foi detectada a real necessidade de uma abordagem da disciplina de estática no ensino médio das escolas públicas do estado do Paraná, pois muitos dos alunos responderam que essa parte tão importante da Física, é abandonada pelos professores com a justificativa de haver uma pequena carga horária da disciplina, perante tantos conteúdos que são relevantes à formação científica dos alunos. Diante deste aspecto, foi pensado em uma sequência didática, com uma carga pré-estabelecida, com o objetivo dos professores se programarem em seu planejamento anual, e conseguir trabalhar os temas de Estática.

Assim, vamos dar início às atividades com uma pesquisa com os alunos sobre seus conhecimentos prévios sobre o tema denominado de equilíbrio, como citado no resumo, sendo que os alunos devem escrever em uma folha de sulfite, cinco palavras que surgem em suas mentes quando se deparam com o tema. Veja que começamos assim, com uma atividade investigativa sobre o assunto a ser trabalhado.

Espera-se que com a sequência didática, ao final, os alunos consigam descrever quais as condições que levam ao estado de equilíbrio, só que agora de uma forma mais conceitual em relação aos conceitos primitivos.

## 2 DETALHAMENTO DAS AULAS

### Conteúdo Físico

Durante as aulas será abordados os seguintes conteúdos: Determinação da força resultante, Equilíbrio Estático, Diagrama de Corpo Livre, Centro de Gravidade, Centro de Massa, Momento de uma Força e Máquinas Simples.

## Quadro Sintético

AULA 01	MOMENTO	COMENTÁRIO	TEMPO
	Apresentação da proposta ensino e aprendizagem a ser trabalhada durante oito horas aulas, com o objetivo do ensino de Estática. Apresentação da Atividade Investigativa: Escreva cinco palavras que você relaciona com equilíbrio.	O professor deverá propor aos alunos que citem e expliquem quais os motivos da escolha destas palavras em relação ao conceito de equilíbrio. Nesse instante também o professor poderá trabalhar o que é Estática propriamente dita com seus alunos, e caso sinta-se confortável com o assunto pode também trabalhar sua evolução histórica.	50 min
AULA 02	MOMENTO	COMENTÁRIO	TEMPO
	Aula expositiva: Determinação da Força Resultante. Uso do Datashow, computador, quadro e giz.	O professor apresentará como se determina a força resultante através de diferentes métodos: lei do paralelogramo e lei dos polígonos. Para fixação do conteúdo, pode-se utilizar de atividades teóricas inseridas na mídia, no ícone testes. Pode-se também pedir que algumas atividades propostas sejam entregues na próxima aula, como atividades domiciliares.	35 min
	Atividade Proposta de Avaliação.	Nesse instante, o professor trabalha com uma questão, para determinar o quanto seu aluno evoluiu, durante sua explicação expositiva sobre o tema proposto. Nesse instante, pode-se utilizar as ferramentas tecnológicas que possuem, tais como o celular, ou uma calculadora.	15 min
AULA 03	MOMENTO	COMENTÁRIO	TEMPO
	Discussão Geral sobre o tema da aula 2, como retomada do assunto	Observar as dúvidas que os alunos apresentaram na resolução das atividades propostas	15 min
	Apresentação da Problematização: Visto o conceito da determinação da força resultante, quais as suas ideias acerca do estado de equilíbrio?	Neste instante, o professor age como mediador no debate com os alunos, no que diz respeito da atividade investigativa sobre o assunto.	5 min
	Aula expositiva: Equilíbrio Estático. Uso do Datashow, computador, quadro e giz.	O professor apresentará os conceitos que levam os corpos ao estado de equilíbrio. Para fixação do conteúdo, pode-se utilizar de atividades teóricas inseridas na mídia, no ícone testes. Pode-se também pedir que algumas atividades propostas sejam entregues na próxima aula, como atividades domiciliares.	25 min
	Discussão Geral	O professor realizará com os alunos uma discussão sobre a teoria de equilíbrio. Esclarecendo possíveis	5 min

<b>AULA 04</b>	<b>MOMENTO</b>	<b>COMENTÁRIO</b>	<b>TEMPO</b>
	Atividade prática I: Uso do simulador Equilíbrio estático - 1º momento: Laboratório de Informática.	dúvidas ou maiores curiosidades a respeito do conteúdo proposto. O professor encaminhará os alunos ao laboratório de informática e apresentará o simulador de equilíbrio aos alunos, pedindo que façam simulações com massas diferentes, com angulações dos fios diferentes, com o objetivo da determinação das forças de tração nos fios.	30 min
	Atividade prática I: Uso do simulador Equilíbrio Estático -2º momento: Análise e discussão.	Ainda, com base no roteiro pré-estabelecido, o professor encaminhará a finalização da prática I por meio de questionamentos como forma de contextualizar a utilização do simulador do equilíbrio estático, aliando teoria e prática.	20 min
<b>AULA 05</b>	<b>MOMENTO</b>	<b>COMENTÁRIO</b>	<b>TEMPO</b>
	Atividade Investigativa: Discussão a respeito de Centro de Gravidade	Neste instante, caberá novamente ao professor o papel de intermediador sobre o tema em questão, que nesse caso é o centro de gravidade. Perguntar aos alunos sua ideia primitiva sobre o tema.	5 min
	Atividade Experimental de Centro de Gravidade. Uso do Datashow, computador, e materiais para as práticas.	O professor apresenta duas atividades experimentais investigativas, através de vídeos contidos na Mídia, explicando aos alunos o procedimento a ser adotado: Atividade I – Investigação do centro de gravidade num sistema garfos-palito de dente e Atividade II, Investigação do centro de gravidade num sistema de conjunto de pregos.	25 min
	Aula expositiva: Centro de Gravidade. Uso do Datashow, computador, quadro e giz.	O professor apresentará os conceitos que determinam a posição do centro de gravidade. Para fixação do conteúdo, pode-se utilizar de atividades teóricas inseridas na mídia, no ícone testes. Pode-se também pedir que algumas atividades propostas sejam entregues na próxima aula, como atividades domiciliares.	20 min
<b>AULA 06</b>	<b>MOMENTO</b>	<b>COMENTÁRIO</b>	<b>TEMPO</b>
	Atividade Investigativa: Discussão a respeito de Momento de uma força	Cabe ao professor, perguntar aos alunos, se os conceitos apresentados até este instante, já são suficientes para afirmar que os corpos estão em equilíbrio, ou se mais alguma condição se faz necessária.	5 min
	Aula expositiva: Momento de uma Força. Uso do Datashow, computador, quadro e giz.	O professor apresentará o conceito de momento de uma força (torque). Para fixação do conteúdo, pode-se utilizar de atividades teóricas inseridas na	25min

		mídia, no ícone testes. Pode-se também pedir que algumas atividades propostas sejam entregues na próxima aula, como atividades domiciliares.	
	Apresentação de um vídeo do telecurso 2º Grau, sobre Momento de uma Força.	Neste instante, cabe ao professor apenas a apresentação do vídeo.	20 min
<b>AULA 07</b>	<b>MOMENTO</b>	<b>COMENTÁRIO</b>	<b>TEMPO</b>
	Atividade prática II: Uso do simulador de Momento de uma Força 2º momento: Laboratório de Informática.	O professor encaminhará os alunos ao laboratório de informática e apresentará o simulador de momento de uma força (PHET Colorado), pedindo que façam simulações que trazem a prancha ao estado de equilíbrio, utilizando massas em diferentes pontos, mostrando aos alunos como se determina o estado de equilíbrio. Neste simulador, também é possível o aluno se divertir, jogando com os conceitos aprendidos de estática.	50 min
<b>AULA 08</b>	<b>MOMENTO</b>	<b>COMENTÁRIO</b>	<b>TEMPO</b>
	Atividade Investigativa: Discussão a respeito Máquinas Simples	Nesta última aula, o professor poderá começar sua aula, perguntando aos alunos, se os mesmos conhecem as máquinas simples que estão presente em seu cotidiano, e como elas auxiliam nas atividades diárias.	15 min
	Aula expositiva: Máquinas Simples. Uso do Datashow, computador, quadro e giz.	O professor apresentará as possíveis máquinas simples presentes em nosso cotidiano, por exemplo, as roldanas, o plano inclinado, as alavancas e os parafusos. Para fixação dos conteúdos, pode-se utilizar de atividades teóricas inseridas na mídia, no ícone testes. Pode-se também pedir que algumas atividades propostas sejam entregues na próxima aula, como atividades domiciliares.	35 min

Fonte: Autor (2017)

## ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO DE CADA AULA

### AULA 01

**Tema – Apresentação da Proposta de Trabalho**



## AULA 02

**Tema** – Determinação da Força Resultante.

**Objetivo** – Nesta aula, o professor tem como principal objetivo, a demonstração, mesmo que através de uma aula expositiva, a determinação da força resultante seja através da regra do paralelogramo, da regra dos polígonos ou do método da decomposição das forças no plano cartesiano.

### Material

- Quadro
- Giz
- Computador
- Calculadora ou Celular
- Datashow

## AULA 03

**Tema** – Equilíbrio Estático.

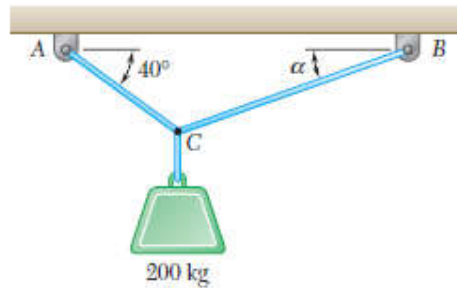
**Objetivo** – Apresentação Expositiva dos conceitos envolvidos na determinação da força resultante igual a zero, aplicada a um ponto material, que é a condição que leva o mesmo a ficarem equilibrados estaticamente.

### Atividade 2

Agora que você conhece o conceito de equilíbrio, vamos resolver esta atividade.

Dois cabos estão ligados em C e são carregado tal como mostra a figura. Sabendo que  $\alpha = 30^\circ$ , determine a tração (a) no cabo AC e (b) no cabo BC.

(Dados:  $\sin 40^\circ = 0,643$  ;  $\cos 40^\circ = 0,766$ ;  $\sin 30^\circ = 0,500$  e  $\cos 30^\circ = 0,866$ )



## AULA 04

**Tema** – Uso de simulador: Peso sustentado por dois cabos.

**Objetivo** – Despertar o interesse dos alunos pelo assunto abordado e estimular a sua participação no decorrer das aulas.

### Materiais:

- Laboratório de informática;
- Computador;
- Simulador do Peso sustentado por dois cabos do wolfram demonstrations.
- Datashow

### Instruções

O simulador está presente no site do <http://demonstrations.wolfram.com> e pode ser utilizado direto no computador, não necessitando o uso da internet para sua utilização. Nesse instante, é importante informar que todos os créditos do simulador são de propriedade exclusiva do wolfram demonstrations.

Para a utilização do simulador, há três cursores de fácil manuseio, onde os mesmos podem se mover da esquerda para a direita e vice-versa, variando os possíveis valores da massa do corpo preso aos fios, bem como a angulação dos fios em relação ao eixo horizontal. Os possíveis valores para a massa variam de 100 a 1000 kg, e os ângulos, tanto do lado esquerdo e do lado direito, de zero a cinquenta graus, sempre em relação a horizontal. Uma



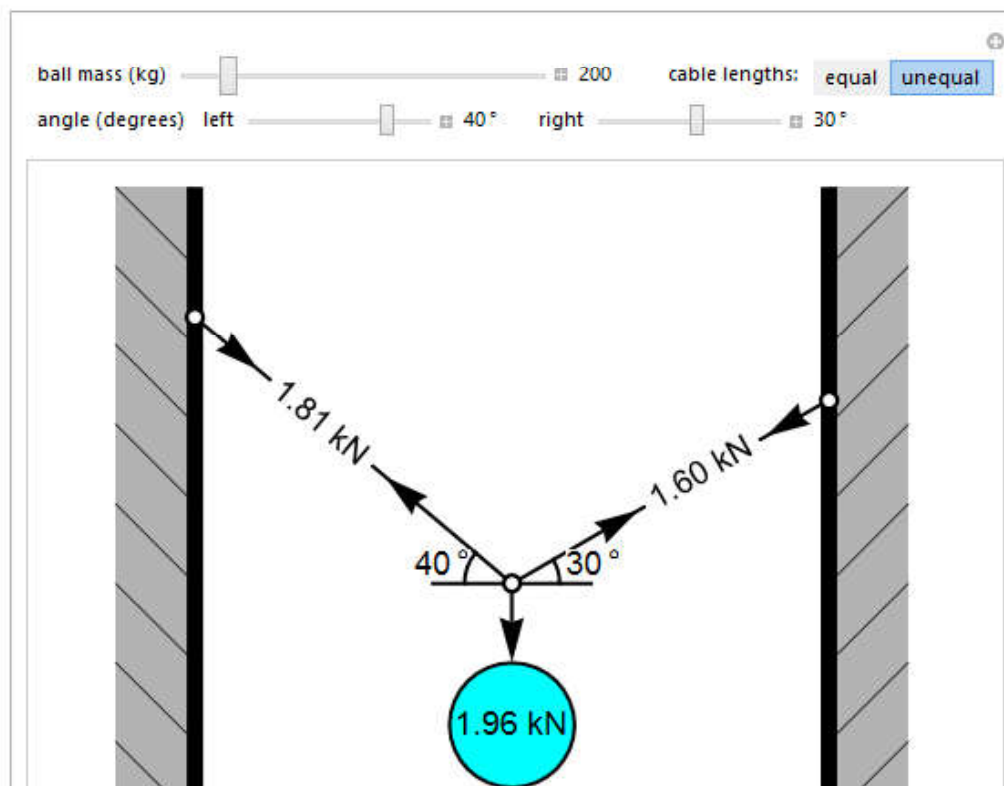
observação que deve ser feita aos alunos, é que o valor da aceleração gravitacional utilizada pelo simulador é de  $9,8\text{m/s}^2$ .

### Procedimentos

1) Inicialmente propor aos alunos que utilizem os cursores do simulador para os dados da atividade 2, proposta na aula 3, e verifiquem se os valores calculados por eles, realmente estão corretos, através da simulação. Observe que a massa é de 200kg, ângulo esquerdo de quarenta graus e o da direita de trinta graus.



## Weight Suspended by Two Cables



**Imagem 1:** Aparência inicial do simulador Peso sustentado por dois cabos

**Fonte:** <http://demonstrations.wolfram.com>

Anote quais foram os valores calculados por você, e os valores encontrados na simulação. Analisando-os, você percebeu valores diferentes da simulação, ou os valores são os mesmos? Discuta quais são os possíveis erros que fazem com que estes valores não estejam corretos?

---



---



---



---



---



---



---

2) Compare o valor calculado pela teoria, e o valor encontrado no procedimento do simulador, determinando o erro experimental por meio da equação:

$$\Delta\% = \frac{|Valor_{SIMULADOR} - Valor_{C\u00e1lculado}|}{Valor_{SIMULADOR}} \cdot 100$$

3) Agora regule os cursores para ângulos iguais, tanto do lado esquerdo e do lado direito, para uma massa de 200kg. Observe os valores das trações nos fios, e descreva em poucas linhas se os valores encontrados são iguais ou diferentes, e suas opiniões a respeito.

---



---



---



---



---

4) Neste instante podemos fazer uma simulação para comprovar a lei dos senos para ângulos de  $120^{\circ}$ . Para isso, mover o cursor para ângulos a

esquerda e direita iguais a  $30^0$ . Observe no simulador o valor das trações, e descreva o fato ocorrido.

---

---

---

---

---

---

---

---

## AULA 5

**Tema** – Determinação do Centro de Gravidade.

**Objetivo** – Nesta aula, o professor tem como principal objetivo, a investigação, do centro de gravidade através de duas atividades experimentais, bem como a discussão do assunto de forma expositiva e dialogada, da determinação do centro de gravidade de um conjunto de partículas, bem como, do centro de massa de um corpo extenso.

### Materiais

- Quadro
- Giz
- Computador
- Calculadora ou Celular
- Datashow
- Garfos
- Palitos de dente
- Conjunto de Pregos

## Atividade I

Neste experimento cabe ao professor, a separação da turma em cinco equipes (ou um número diferente de acordo com a realidade de cada professor), e a distribuição dos materiais, que são garfos e palitos de dente.

### Atividade Investigativa

Como equilibrar dois garfos e um palito de dente na extremidade de outro palito de dente?

## Atividade II

Atividade Investigativa

Como equilibrar dez pregos na extremidade de um único prego?

## AULA 6

**Tema** – Determinação do Momento de uma Força (Torque).

**Objetivo** – Nesta aula, o professor vai iniciar com uma atividade investigativa com os alunos para quantificar a percepção dos alunos a respeito do equilíbrio estático. Nesse instante, espera-se que os mesmos já tenham a noção de que o somatório das forças iguais a zero, garante aos corpos o equilíbrio. Por isso, pode-se iniciar as discussões com perguntas, tais como: quais as condições levam a um corpo a ficar em equilíbrio estático? Somente a condição de força resultante nula determina o estado de equilíbrio de um corpo?

### Materiais

- Quadro
- Giz
- Computador
- Calculadora ou Celular
- Datashow

## AULA 07

**Tema** – Uso de simulador: Peso sustentado por dois cabos.

**Objetivo** – Despertar o interesse dos alunos pelo assunto abordado e estimular a sua participação no decorrer das aulas.

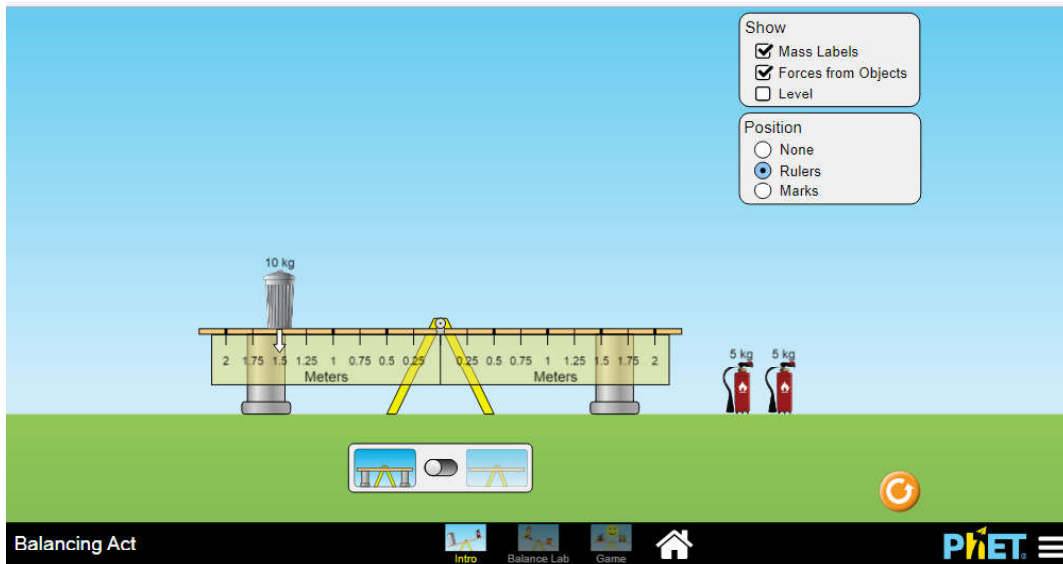
### **Materiais:**

- Laboratório de informática;
- Computador;
- Simulador do Peso sustentado por dois cabos do wolfram demonstrations.
- Datashow

### **Procedimento**

Mostrar aos alunos a introdução do simulador, balançando site PHET COLORADO, onde os alunos poderão interagir com a ferramenta. Neste ponto, o professor vai questionando a respeito do estado de equilíbrio de objetos a serem inseridos em uma gangorra, em posições distintas, com o uso de réguas para a visualização das distâncias em que as massas deverão ser introduzidas, com o objetivo específico do equilíbrio estático.

As massas não poderão ser colocadas aleatoriamente na gangorra, apesar de haver mais de uma possibilidade de equilíbrio estático. Para uma atividade de reconhecimento da aprendizagem, coloque a massa maior, a de 10 kg, em uma posição específica, que pode ser, por exemplo, a uma distância de 1,0m da posição de equilíbrio.



**Imagem 2:** Aparência inicial do simulador Balançando

**Fonte:** [https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_en.html)

1) Determinar as posições das massas menores, as de 5kg cada uma, com o objetivo de verificar o equilíbrio estático, quando se liga o simulador para verificação. As duas massas, que somadas dão os 10kg, não podem ser colocadas juntas na outra extremidade da gangorra, também na posição de 1,0m da posição central, ou seja, você deverá primeiramente fazer cálculos matemáticos envolvendo distâncias e forças, para se atingir tal objetivo. Anote os resultados por você obtidos:

---



---



---



---



---



---



---



---

2) Agora que você conhece o momento de uma força, anote sua conclusão a respeito do estado de equilíbrio estático.

---



---

---

---

3) Experimente repetir o processo, agora utilizando a laboratório de equilíbrio, no simulador. Tente fazer agora com que a massa de 10kg fique na posição de 2,0m e a massa de 20kg fique na posição de 1,0m. Coloque outras massas para que fiquem em equilíbrio estático. Anote suas conclusões.

---

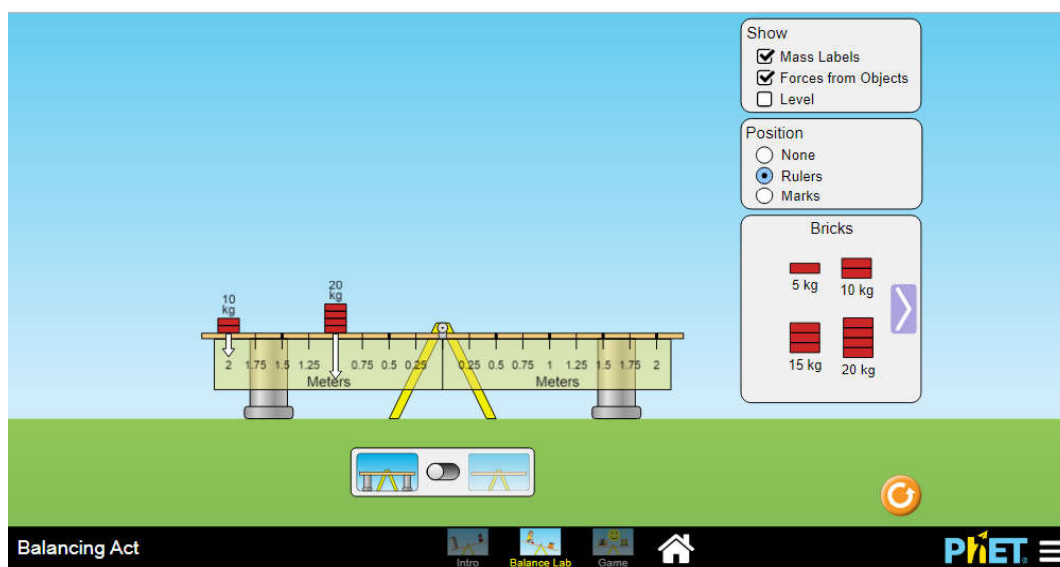
---

---

---

---

---



**Imagem 3:** Aparência inicial do simulador balançando

**Fonte:** [https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_en.html)

4) Discuta com seus colegas e chegue a uma conclusão sobre a relação existente entre força e distância.

---

---

---

---

5) A partir da ocorrência do equilíbrio estático, qual a relação do conteúdo trabalhado e o seu cotidiano. Em quais situações você observa o momento de uma força?

---

---

---

---

---

6) Junte com mais dois colegas e brinque um jogo divertido utilizando para tal os conhecimentos adquiridos até o presente momento.

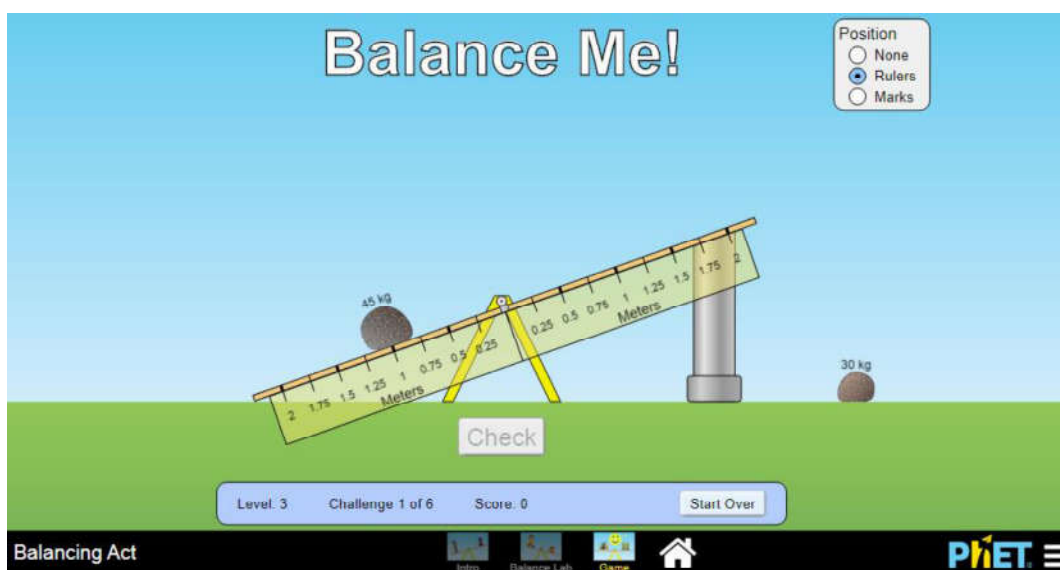


Imagem 4: Aparência inicial do simulador balançando

Fonte: [https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_en.html)

## AULA 8

**Tema** – Máquinas Simples.

**Objetivo** – Nesta aula, o professor tem como principal objetivo, a demonstração, mesmo que através de uma aula expositiva, do funcionamento das máquinas simples, tais como as roldanas, as alavancas, o plano inclinado e o parafuso. Fazer com que os alunos tenham uma aprendizagem significativa a respeito do tema.

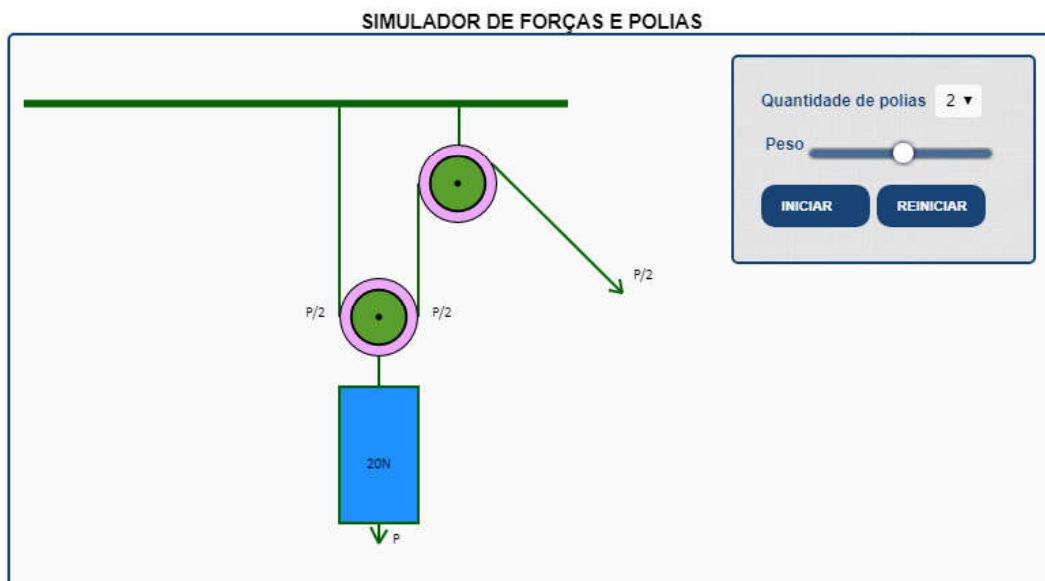


## Materiais

- Quadro
- Giz
- Computador
- Calculadora ou Celular
- Datashow

Como sugestão, caso tenha interesse em fazer simulações de roldanas, utilize o simulador no site SACI Simulações Acadêmicas da Universidade Federal do Ceará (UFC).

**Imagem 5:** Aparência inicial do simulador de Forças e Polias

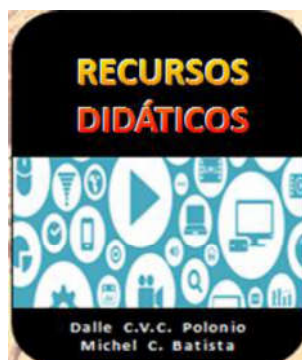


Fonte: <http://www.saci.ufc.br/index.php/19-ambiente-academico/fisica-geral-i/57-teste>

## 3. CONSIDERAÇÕES

As atividades que descrevemos nesta sequência didática são ideais para a aplicação do conteúdo de Mecânica Estática, bem como, para a introdução do conceito de equilíbrio estático no 1º ano do Ensino Médio. A simplicidade de sua execução permite que ele seja facilmente compreendido pelo professor e que deve repassá-lo aos alunos.

A avaliação proposta nesta sequência não possui caráter excludente. Dessa forma, os alunos ficarão motivados a participarem das aulas de física, bem como despertará suas curiosidades a respeito deste conhecimento e a pesquisa a seu respeito além da sala de aula.



Ao clicarmos no ícone recursos didáticos outra tela se abrirá, visto que na sequência didática foi proposto a utilização de diferentes recursos. Todos os recursos utilizados na sequência didática estão disponíveis nesta tela.



Vamos aqui apresentar os diferentes recursos e ao final voltamos ao menu principal para apresentar a leitura complementar.

O primeiro recurso disponível é a atividade prática.



Ao clicar no ícone atividades práticas uma nova tela se abrirá, com a possibilidade de três atividades diferentes.



A atividade prática 1 e 2 são exatamente as que foram utilizadas na sequência didática, utilizando materiais de baixo custo e uma abordagem investigativa. Já a atividade prática 3 foi planejada pensando em uma escola que tenha laboratório de física, fica aqui, apenas como uma sugestão para o professor caso a escola tenha espaço físico e material necessário.



### ATIVIDADE PRÁTICA 1: EQUILÍBRIO DE PREGOS

Será possível equilibrar dez pregos sobre um único prego?

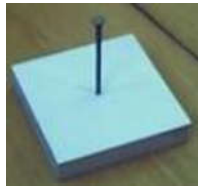
**Importante:** nenhum dos pregos pode encostar na superfície!

### **Materiais Importantes**

- 1 base de madeira (5cmx5cm)
- 11 pregos (grandes)

### **Montagem experimental**

Firme o prego na base de madeira (prego suporte).



Coloque um prego deitado no chão (prego apoio). Depois coloque em cima dele oito pregos intercalados (pregos costelas).



Depois de intercalados os "pregos costelas", coloque um prego por cima (prego trava) para formar a estrutura, que ficará estável.

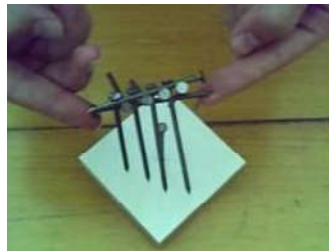
Os "pregos costelas" precisam ter a cabeça grande, para poder travar no "prego trava".



Para erguer a estrutura, pegue-a pelas pontas do "prego apoio", tentando firmar o "prego trava" para que nenhum prego costela escape dele.



Depois da estrutura estável, é só equilibrá-la no prego suporte. O mesmo também pode ser feito com parafusos, lembrando que a cabeça dos "parafusos costelas" deve ter uma forma tal que permita o encaixe no "parafuso trava".



## ATIVIDADE PRÁTICA 2: EQUILÍBRIO DOS GARFOS

Será possível equilibrar dois garfos e um palito de dente na ponta de um outro palito de dente?

Importante: nenhum dos itens pode encostar na superfície!

### **Materiais Necessários**

- palitos de dente;
- 2 garfos;
- 1 saleiro

### **Montagem Experimental**

Fixe um palito de dente em um dos buracos do saleiro.



Espete os dois garfos.



Encaixe um palito de dente entre os "dentes" dos garfos.



Depois da estrutura estável, coloque a extremidade livre do palito que está encaixado nos garfos na extremidade livre do palito fixo no saleiro, encontre o ponto de equilíbrio.



### ATIVIDADE PRÁTICA 3: SOMA VETORIAL DE FORÇAS

#### Objetivo

Verificar a soma vetorial de três forças exercidas num anel em equilíbrio estático, a partir da lei do paralelogramo e a decomposição de forças.

#### Fundamentação teórica

As grandezas físicas vetoriais necessitam de um tratamento matemático apropriado, elas não podem ser somadas como escalares, na soma das grandezas vetoriais deve-se considerar a sua direção e seu sentido para obter os resultados corretos. A força é um exemplo de uma grandeza vetorial, a experiência mostra que podemos substituir duas ou mais forças atuando num ponto material pela soma dessas forças, ou pela força resultante. A força

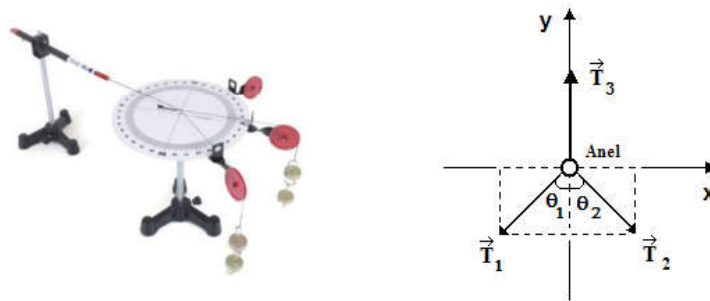


resultante de duas forças, por exemplo, pode ser obtida graficamente ou pelo método do paralelogramo.

### Materiais utilizados

Balança, bandejas, anel, roldanas, balança, transferidor, escala graduada, lupa, massas padronizadas, fios.

### Foto/Esquema do experimento



### Procedimentos experimentais

1. Na balança, meça as massas das três bandejas fornecidas e anote na tabela 1.
2. Faça a montagem de acordo com o esquema experimental ligando o anel às três roldanas por meio de fios, e ligue cada o fio sobre cada roldana a uma bandeja.
3. Adicione massas às bandejas de modo que o anel fique equilibrado, ou seja, tente fazer o parafuso ficar no centro do anel.
4. Meças as massas padronizadas em cada bandeja e anote os dados na tabela 2.
5. Meça os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  que as forças  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$  fazem, respectivamente, com o eixo vertical (eixo-y) e anote os dados na tabela 3.

**Tabela 1**

Massa da bandeja 1	$mb_1 =$
Massa da bandeja 2	$mb_2 =$
Massa da bandeja 3	$mb_3 =$

**Tabela 2**

Massa sobre a bandeja 1	$Mb_1 =$
Massa sobre a bandeja 2	$Mb_2 =$
Massa sobre a bandeja 3	$Mb_3 =$

**Tabela 3**

Ângulo $\theta_1$ (em graus) =
Ângulo $\theta_2$ (em graus) =

**Cálculos**

Faça os seguintes cálculos ao seu relatório:

Os módulos das forças  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  e  $\vec{T}_3$  são obtidos a partir das somas das massas da bandeja com as massas sobre a mesma. Então, para cada força teremos:

$$T_1 = (mb_1 + Mb_1) \times g = (mb_1 + Mb_1) \times 9,81 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N}$$

$$T_2 = (mb_2 + Mb_2) \times g = (mb_2 + Mb_2) \times 9,81 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N}$$

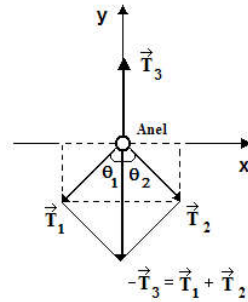
$$T_3 = (mb_3 + Mb_3) \times g = (mb_3 + Mb_3) \times 9,81 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N}$$

De acordo com a segunda lei de Newton, temos para o anel:

$$\vec{F}_{res} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0, \text{ ou seja,}$$

$$-\vec{T}_3 = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$$

As forças  $\vec{T}_3$  e  $-\vec{T}_3$  têm a mesma direção, o mesmo módulo, mas sentidos contrários. Observe na figura abaixo que as três forças,  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  e  $-\vec{T}_3$ , formam um paralelogramo.



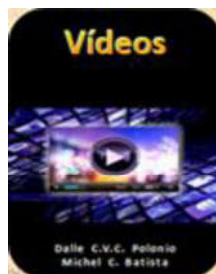
Verifique com os seus dados que as forças envolvidas satisfazem a regra do paralelogramo, ou seja,

$$T_3 = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + 2T_1T_2\cos\theta}$$

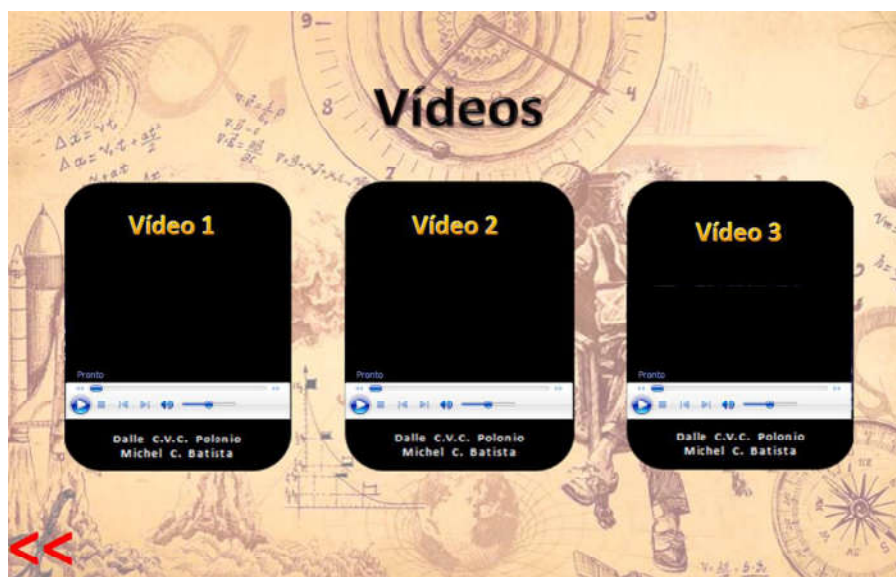
Onde  $\theta = \theta_1 + \theta_2$ .

Faça a soma vetorial das três forças, para isto decomponha as forças  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$  nos eixos x e y usando os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$ . Use os dados obtidos no experimento para verificar que a soma é nula.

Votamos ao menu recursos didáticos, o segundo recurso pensado foi o vídeo.



Quando clicamos sobre o ícone abre-se uma nova tela, com a opção de três vídeos. Os vídeos 1 e 2 fazem parte de um canal do youtube conhecido como Mr Bizu total, nesse canal existem muitas experiências de física com materiais acessíveis, o vídeo 1 trata do equilíbrio de pregos e o vídeo 2 do equilíbrio de garfos em um palito de dente. Já o vídeo 3 foi retirado do tele curso 2000, um episodio sobre torque, acreditamos que os vídeos do tele curso 2000 são muito didáticos e trazem em seus diálogos muitas aplicações do conteúdo estudado no dia a dia do aluno.



A seguir disponibilizamos os links dos vídeos:

### **Vídeo 1: Equilíbrio de pregos**

<https://www.youtube.com/watch?v=ocs7akaAM00&t=97s>

**Vídeo 2: Equilíbrio surpreendente**

<https://www.youtube.com/watch?v=SbTHcgB3F8g&t=125s>

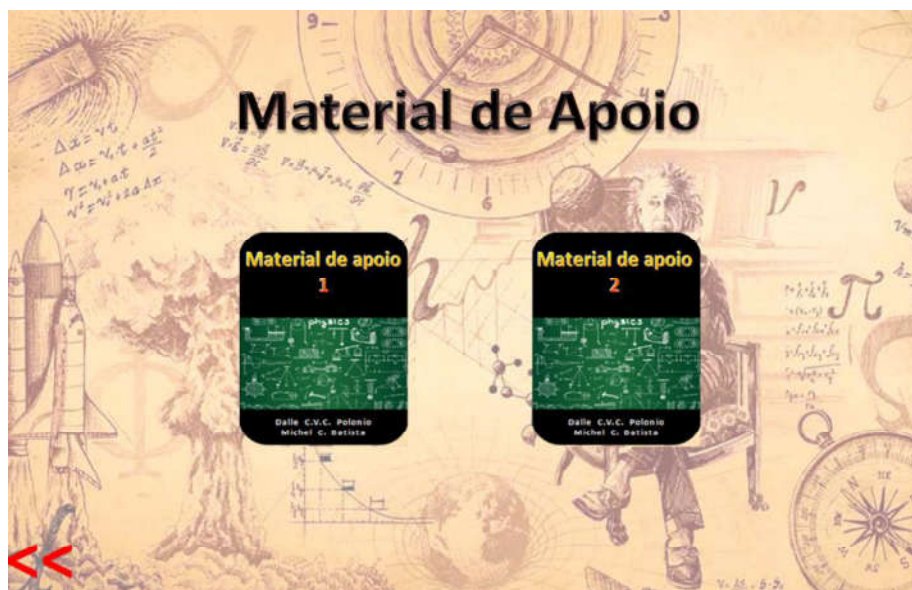
**Vídeo 3: Tele curso 2000 - Aula sobre momento da força - torque**

<https://www.youtube.com/watch?v=rLaTx6xVjxg>

Votamos ao menu recursos didáticos, o próximo recurso chamamos de material de apoio, este pode servir tanto ao professor quanto ao aluno e constitui-se em exercícios resolvidos sobre o tema estática.



Quando clicamos sobre o ícone abre-se uma nova tela, com duas opções, ambas constituem-se por exercícios resolvidos.



O material de apoio 1 contém oito exercícios aleatórios sobre o tema estática, todos resolvidos e comentados, caso o professor queira passar uma lista de exercícios. O material de apoio 2 contém exercícios resolvidos e

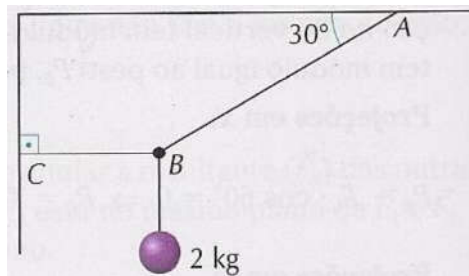
propostos, na mesma sequência do livro produzido e apresentado anteriormente. A seguir os materiais produzidos.



## MATERIAL DE APOIO 1

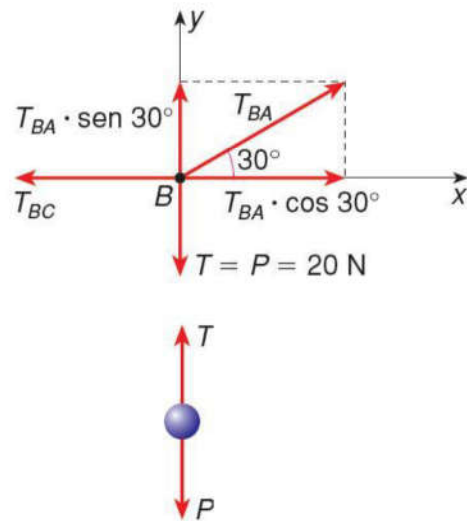
### Exercícios Resolvidos

1. Na figura abaixo o corpo suspenso tem massa igual a 2kg. Os fios tem pesos desprezíveis e o sistema está em equilíbrio estático. Determine as trações nos fios AB e BC. (Dados:  $\sin 30^\circ = 0,5$  e  $\cos 30^\circ = 0,87$ ).



### Resolução:

Isolemos o ponto  $B$ , onde concorrem os três fios. Observe que a tração no fio vertical tem módulo igual ao peso  $P$ . Vamos resolver esse exercício pelo método das projeções.



Projeções em  $x$ :

$$T_{BA} \cdot \cos 30^\circ = T_{BC}$$

$$T_{BA} \cdot 0,87 = T_{BC}$$

Projeções em  $y$ :

$$T_{BA} \cdot \sin 30^\circ = P$$

$$T_{BA} \cdot 0,50 = 20$$

$$T_{BA} = 40 \text{ N}$$

$$T_{BA} \cdot 0,87 = T_{BC}$$

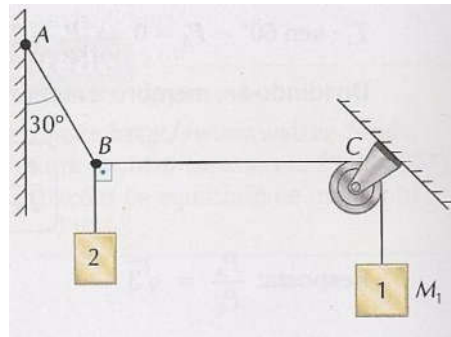
$$40 \cdot 0,87 = T_{BC}$$

$$T_{BC} = 34,8 \text{ N}$$

2. No sistema em equilíbrio esquematizado, o fio BC deve permanecer horizontal. Os fios e a polia são ideais. Sendo  $M_1 = 3\text{kg}$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ .

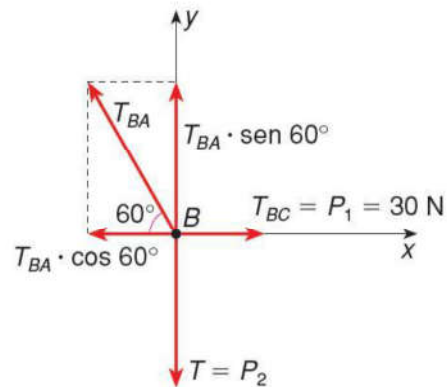
Determine:

- a tração no fio AB;
- o peso do bloco 2.



### Resolução:

Isolemos o ponto  $B$ , onde concorrem os três fios, sendo que a tração no fio  $BC$  tem módulo igual ao peso do bloco 1. Utilizando o método das projeções, temos:



a) Projeções em  $x$ :

$$T_{BC} = T_{BA} \cdot \cos 60^\circ$$

$$30 = T_{BA} \cdot 0,50$$

$$T_{BA} = 60 \text{ N}$$

b) Projeções em  $y$ :

$$T_{BA} \cdot \sin 60^\circ = P_2$$

$$P_2 = 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P_2 = 30 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

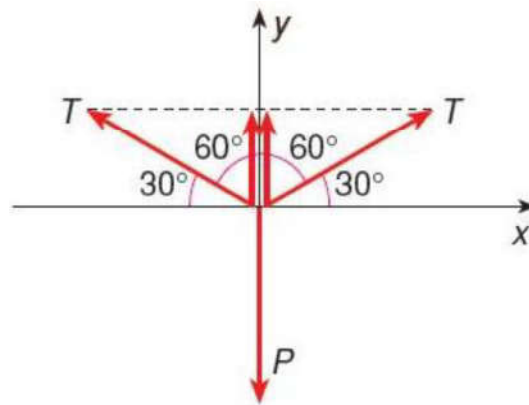


3. Uma equilibrista de massa  $m = 70 \text{ kg}$  encontra-se na metade da extensão de uma corda, presa na mesma altura de duas paredes A e B, (imagine a figura). A corda faz um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal. A massa da corda é muito pequena comparada com a massa da equilibrista, por isso pode ser desprezada.

Calcule o módulo (intensidade) da força  $T$ , exercida pela corda na parede B.

Dados:  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ;  $\sin 30^\circ = 0,5$

Resolução:



Projeções em  $y$ :

$$T \cdot \cos 60^\circ + T \cdot \cos 60^\circ = P$$

$$2T \cdot \cos 60^\circ = P$$

$$2T \cdot 0,5 = P$$

$$T = P$$

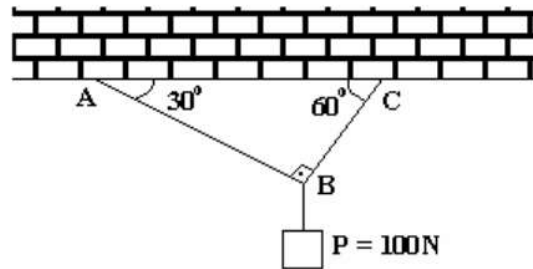
Como  $m = 70 \text{ kg}$ , temos:  $P = mg$

$$P = 700 \text{ N}$$

Daí, vem:  $T = 700 \text{ N}$

4. Na figura abaixo, o corpo suspenso tem peso 100N. Os fios são ideais e tem pesos desprezíveis, e o sistema está em equilíbrio estático (repouso). A tração na corda AB, em Newtons, é:

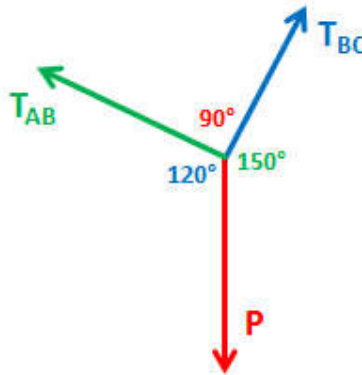
Dados:  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ;  $\sin 30^\circ = \sin 150^\circ = 0,5$



- a)20 b)40 c)50 d)80 e) 100

**Resolução:**

Para a resolução dessa questão pode-se utilizar a lei dos senos.

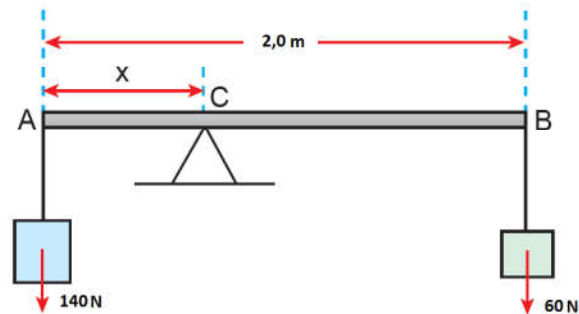


$$\frac{T_{AB}}{\sin 150^\circ} = \frac{P}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{T_{AB}}{0,5} = \frac{100}{1}$$

$$T_{AB} = 50\text{N}$$

5. Uma barra homogênea **AB**, de peso desprezível e comprimento igual a 2,0 m, é mantida na posição horizontal, sobre o apoio **C**, pelas caixas de pesos 140 N e 60 N, conforme a figura a seguir.



Determine:

- a distância **x** entre a extremidade **A** e o apoio **C**;
- a intensidade da força que o apoio exerce na barra.

**Resolução:**

a) Adotando o ponto C como referência temos:

$$M_A = M_B$$

$$F_A \cdot d_A = F_B \cdot d_B$$

$$140 \cdot x = 60 \cdot (2 - x)$$

$$140x = 120 - 60x$$

$$200x = 120$$

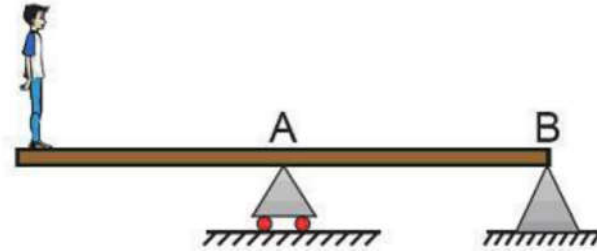
$$x = 0,6 \text{ m}$$

b)

$$F_N = 140 + 60$$

$$F_N = 200\text{N}$$

6. Em uma plataforma homogênea de 10 m de comprimento e 150 kg de massa, apoiada sobre dois suportes, um fixo (**B**) e outro móvel (**A**), encontra-se um garoto de 50 kg na sua ponta livre.



Qual deverá ser a distância mínima entre **A** e **B** para que a plataforma não vire?

**Resolução:**

É importante lembrarmos que o peso da barra está localizado no centro de massa da barra, que nesse caso coincide com o centro geométrico, 5m da extremidade.

Adotando como referência o ponto A temos:

$$Mg = Mp$$

$$500 \cdot x = 1500 \cdot (5 - x)$$

$$500x = 7500 - 1500x$$

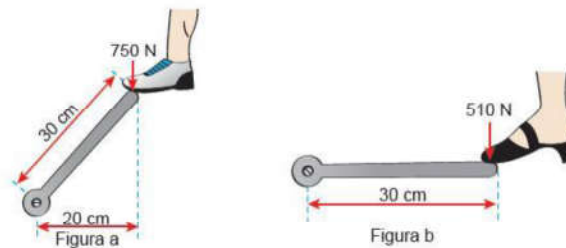
$$2000x = 7500$$

$$x = 3,75 \text{ m}$$

Logo, a distância mínima entre A e B será 6,25m

**\* Atenção:** Note que no momento de equilíbrio da barra a força Normal no ponto de apoio B é nula.

7. Um jovem e sua namorada passeiam de carro por uma estrada e são surpreendidos por um furo num dos pneus. O jovem, que pesa 750 N, pisa a extremidade de uma chave de roda, inclinada em relação à horizontal, como mostra a figura a, mas só consegue soltar o parafuso quando exerce sobre a chave uma força igual a seu peso. A namorada do jovem, que pesa 510 N, encaixa a mesma chave, mas na horizontal, em outro parafuso, e pisa a extremidade da chave, exercendo sobre ela uma força igual a seu peso, como mostra a figura b. Supondo que este segundo parafuso esteja tão apertado quanto o primeiro, e levando em conta as distâncias indicadas nas figuras, verifique se a moça consegue soltar esse segundo parafuso. Justifique sua resposta.



### Resolução:

Vamos calcular os momentos dos pesos em relação ao centro do parafuso.

#### • Jovem:

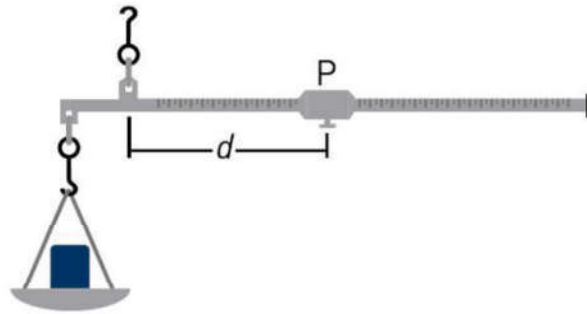
$$M_J = Fd \Rightarrow M_J = 750 \text{ N} \cdot 20 \text{ cm} \Rightarrow M_J = 15.000 \text{ N.cm}$$

#### • Namorada:

$$M_N = Fd \Rightarrow M_N = 510 \text{ N} \cdot 30 \text{ cm} \Rightarrow M_N = 15.300 \text{ N.cm}$$

Sendo  $M_N$  maior que  $M_J$ , concluímos que a moça consegue soltar o segundo parafuso.

8. Uma balança romana consiste em uma haste horizontal sustentada por um gancho em um ponto de articulação fixo. A partir desse ponto, um pequeno corpo P pode ser deslocado na direção de uma das extremidades, a fim de equilibrar um corpo colocado em um prato pendurado na extremidade oposta. Observe a ilustração:



Quando P equilibra um corpo de massa igual a 5 kg, a distância d de P até o ponto de articulação é igual a 15 cm. Para equilibrar um outro corpo de massa igual a 8 kg, a distância, em centímetros, de P até o ponto de articulação deve ser igual a:

- a) 28 b) 25 c) 24 d) 20

**Resolução:**

O equilíbrio de rotação da balança é resultante da ação do momento de duas forças.

Logo, para equilibrar o corpo de massa 5 kg temos:

$$M_P \cdot d = m \cdot L$$

$$15 \cdot M_P = 5 \cdot L$$

$$L = 3 \cdot M_P$$

Para equilibrar outro corpo de massa  $M = 8 \text{ kg}$  temos:

$$M_p \cdot D = M \cdot L$$

$$D \cdot M_p = 8 L$$

sendo  $D$  a nova distância entre  $P$  e o ponto de articulação (polo).

Portanto:

$$D \cdot M_p = 8 \cdot 3 M_p$$

$$D = 24 \text{ cm}$$



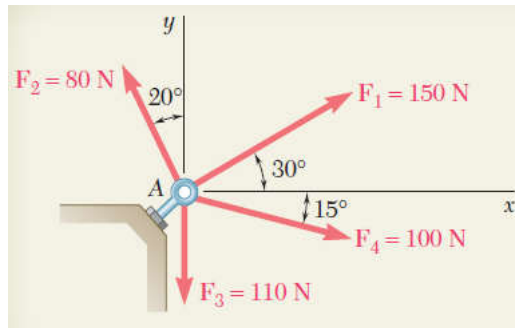
## MATERIAL DE APOIO 2

### Determinação da Força Resultante

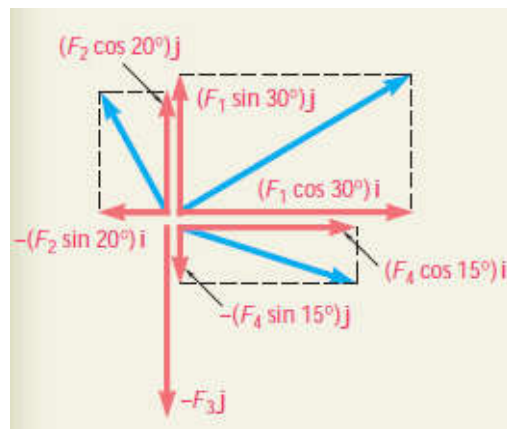
#### Exercício Resolvido

01) Quatro forças atuam no parafuso A, como mostrado na figura. Determine a resultante das forças no parafuso.

02)



RESOLUÇÃO: Primeiramente decompos os vetores, determinando as suas componentes na horizontal  $F_x$  e  $F_y$ , respectivamente.



Força	Magnitude N	Componente x, N	Componente y, N
$F_1$	150	129,9	+75,0
$F_2$	80	-27,4	+75,2
$F_3$	110	0	-110,0
$F_4$	100	+96,6	-25,9
		$R_x = +199,1$	$R_y = +143$

Escrito em termos de vetores unitários, temos:

$$R = R_x i + R_y j \Rightarrow R = (199,1N)i + (143N)j$$



Para determinar o valor da força resultante aplicamos o teorema de Pitágoras:

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R = \sqrt{(199,1)^2 + (14,3)^2}$$

$$\boxed{R = 199,6 \text{ N}}$$

A direção é calculada através da expressão:

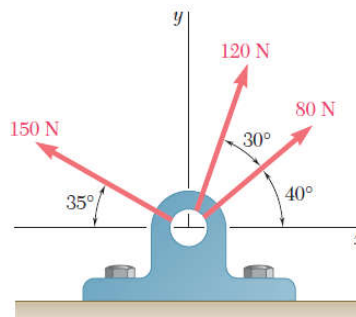
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{14,3 \text{ N}}{199,1 \text{ N}}$$

$$\boxed{\alpha = 4,1^\circ}$$

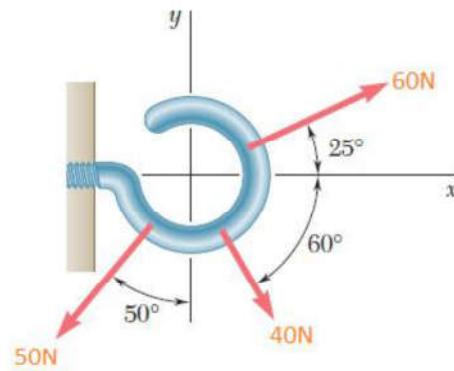
### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Através dos componentes x e y de cada uma das forças indicadas, determine a resultante das forças.

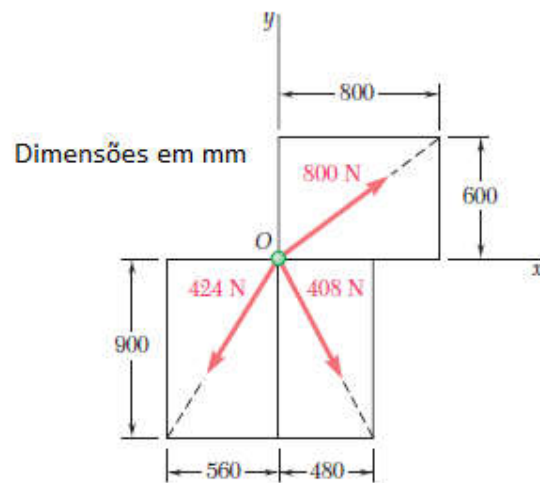
A)



B)



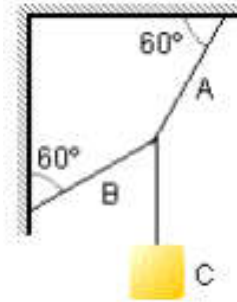
C)



## Equilíbrio de Corpos

### Exercício Resolvido

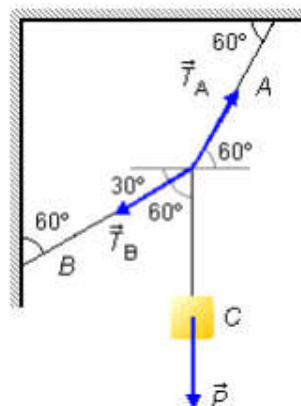
02. Para o sistema em equilíbrio abaixo, determine as trações nas cordas A e B sabendo que o corpo C tem 100N.



### Esquema do problema

As forças que agem no sistema são:

- força peso no bloco C que aponta para baixo;
- a força de tração na corda A que faz um ângulo de  $60^\circ$  com o teto, traçando uma linha horizontal que passa pelo ponto onde está preso o corpo C, que chamamos de  $\underline{T_A}$  e que também forma um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal, pois são ângulos alternos internos.
- A força de tração na corda B que faz um ângulo de  $60^\circ$  com a parede vertical, denominada de  $\underline{T_B}$  e a corda que prende o bloco C. O ângulo entre a linha horizontal onde está o preso o corpo C e a tração  $\underline{T_B}$  é de  $30^\circ$  com a horizontal, pois estes ângulos são complementares, e devem somar  $90^\circ$ .



Resolução:

Em primeiro lugar vamos decompor as forças que agem no sistema em suas componentes num sistema de eixos coordenados como mostrado na figura. A força  $\vec{P}_y$  ao longo do eixo y na direção negativa; a tração  $\vec{T}_A$  possui as componentes  $\vec{T}_{Ax}$  e  $\vec{T}_{Ay}$  nas direções de x positivo e de y positivo, respectivamente, e a tração  $\vec{T}_B$  na direção de x negativo e a componente  $\vec{T}_{By}$  na direção de y negativo.

Como o sistema está em equilíbrio a resultante das forças que agem sobre ele deve ser igual a zero, para isso devemos ter:

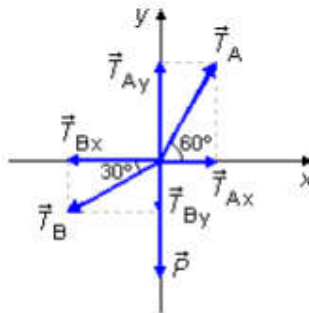


figura 2

$$\sum \vec{F} = 0$$

direção x:  $-\vec{T}_B x + \vec{T}_A x = 0$

direção y:  $-\vec{P}_y - \vec{T}_B y + \vec{T}_A y = 0$

em módulo teremos:

$$\begin{aligned} -T_B \cdot \cos 30^\circ + T_A \cdot \cos 60^\circ &= 0 \\ -P - T_B \cdot \text{sen} 30^\circ + T_A \cdot \text{sen} 60^\circ &= 0 \end{aligned}$$

com estas expressões podemos montar um sistema de duas equações a duas incógnitas ( $T_A$  e  $T_B$ )

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2}T_B + \frac{1}{2}T_A = 0 & (I) \\ -100 - \frac{1}{2}T_B + \frac{\sqrt{3}}{2}T_A = 0 & (II) \end{cases}$$

Da equação (I) tiramos o valor de  $T_A$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}T_A &= \frac{\sqrt{3}}{2}T_B \\ T_A &= \sqrt{3}T_B & (III) \end{aligned}$$

Substituindo (III) em (II) temos valor de  $T_B$

$$\begin{aligned} -100 - \frac{1}{2}T_B + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}T_B &= 0 \\ -\frac{1}{2}T_B + \frac{3}{2}T_B &= 100 \end{aligned}$$

$$T_B = 100N$$

Substituindo o valor encontrado acima em (III) obtemos o valor de  $T_A$

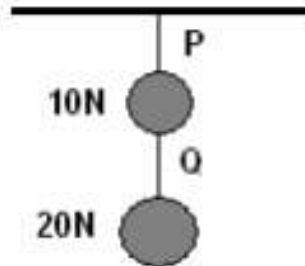
$$\begin{aligned} T_A &= \sqrt{3} \cdot 100 \\ T_A &\cong 173N \end{aligned}$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

02) Quando a resultante de um sistema de forças aplicadas num corpo é nula, é porque o corpo:

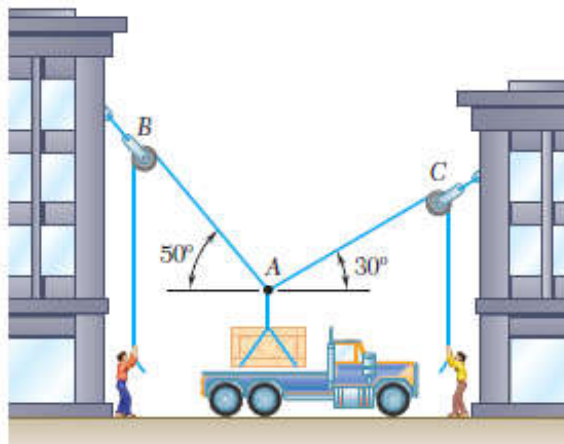
- somente se movimenta com velocidade constante.
- muda de direção de deslocamento.
- está em equilíbrio.
- somente está parado.

03) Dois corpos, de pesos 10N e 20, estão suspensos por dois fios, P e Q de massas desprezíveis, da maneira mostrada na figura. As intensidades (módulos) das forças que tencionam os fios P e Q são de:



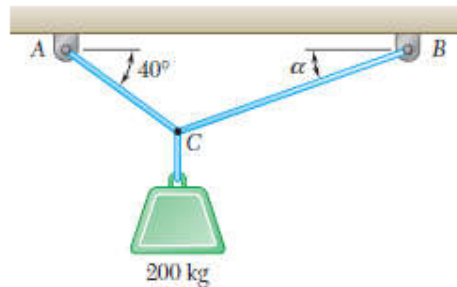
04) Considere o caixote de 75Kg mostrado no diagrama espacial da figura abaixo. Esse caixote se encontrava entre dois edifícios, e agora está sendo carregado em um caminhão, que irá removê-lo. O caixote é sustentado por um cabo vertical, que está fixado em A às duas cordas que passam por roldanas presas aos edifícios em B e C. Determinar a força de tração em cada uma das cordas AB e AC.

(Dados:  $\sin 50^\circ = 0,766$  ;  $\cos 50^\circ = 0,643$ ;  $\sin 30^\circ = 0,500$  ,  $\cos 30^\circ = 0,866$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ )

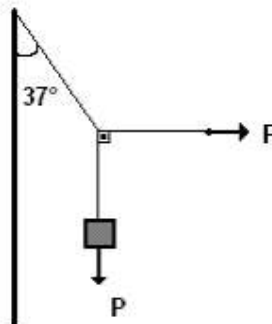


05) Dois cabos estão ligados em C e são carregados tal como mostra a figura. Sabendo que  $\alpha = 30^\circ$ , determine a tração (a) no cabo AC e (b) no cabo BC.

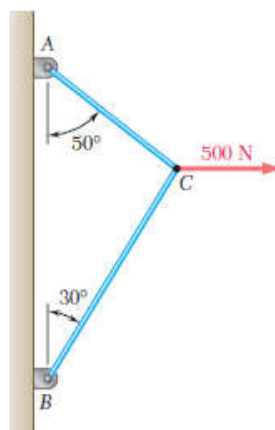
(Dados:  $\sin 40^\circ = 0,643$  ;  $\cos 40^\circ = 0,766$ ;  $\sin 30^\circ = 0,500$  e  $\cos 30^\circ = 0,866$ )



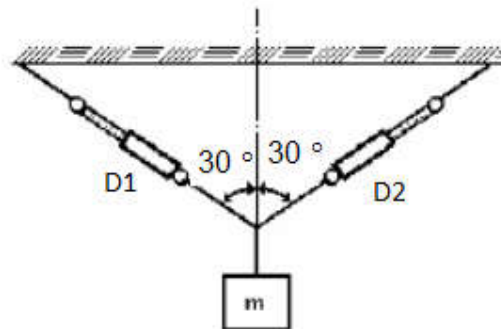
06). Um bloco, de peso igual a 30N, está em equilíbrio, suspenso por fio, conforme a figura. Sendo adotados  $\sin 37^\circ = 0,6$  e  $\cos 37^\circ = 0,8$ , podemos afirmar que o módulo da força F é:



07) Dois cabos estão unidos em C e são carregados como mostrado. Determine a tensão (a) no cabo AC, (b) no cabo BC.

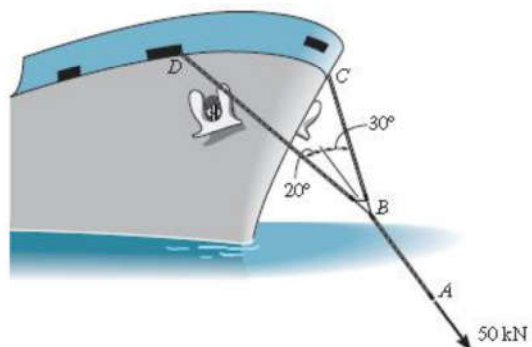


08) Sabendo-se que o sistema a seguir está em equilíbrio, qual é o valor da massa  $M$  quando os dinamômetros indicam 100N cada um?



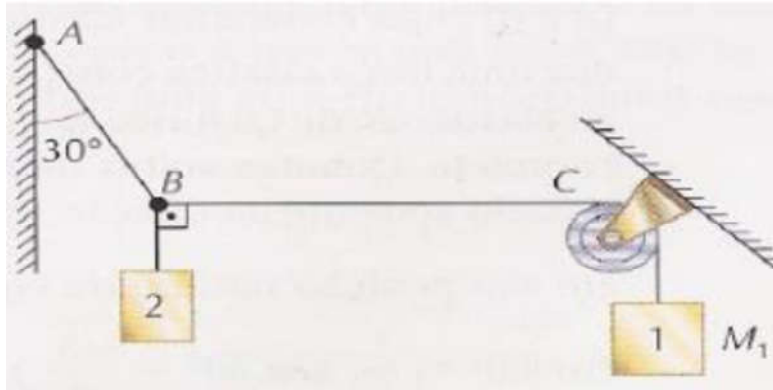
- a) 17,32 kg
- b) 20 kg
- c) 10 kg
- d) 100 N
- e) 200 N

09) O pendente de reboque AB está submetido à força de 50kN exercida por um rebocador. Determine a força em cada um dos cabos de amarração, BC e BD, se o navio está se movendo para a frente em velocidade constante.





10) No sistema em equilíbrio esquematizado, o fio BC deve permanecer horizontal. Os fios e a polia são ideais. Sendo  $M_1 = 3\text{kg}$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ ,



Determine:

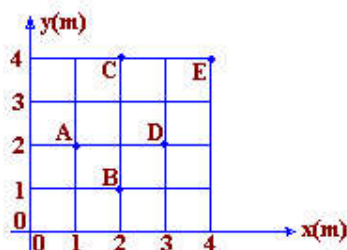
- o peso do bloco 2;
- a tração no fio AB.

### Centro de Gravidade

### Exercícios Resolvidos

3) Considere um conjunto de três pontos materiais definidos por  $m(x, y)$ , onde  $m$  representa a massa em **kg** e  $x$  e  $y$  as **coordenadas cartesianas**, em metros.  $P_1 = 2(0, -1)$ ;  $P_2 = 1(1, 0)$ ;  $P_3 = 2(2, 6)$ .

O centro de massa do sistema dado, no gráfico, pelo ponto:



Resolução: Para determinar o as coordenadas  $\overline{x_{CM}}$  e  $\overline{y_{CM}}$ , basta utilizar a expressões obtidas através das médias ponderadas:

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

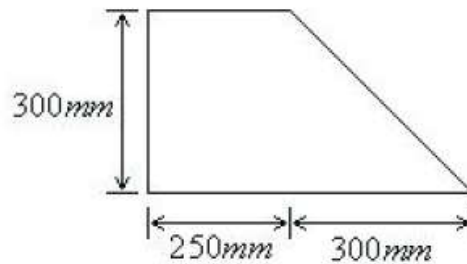
$$x_{CM} = \frac{2.0 + 1.1 + 2.2}{2 + 1 + 2} = 1m$$

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \dots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

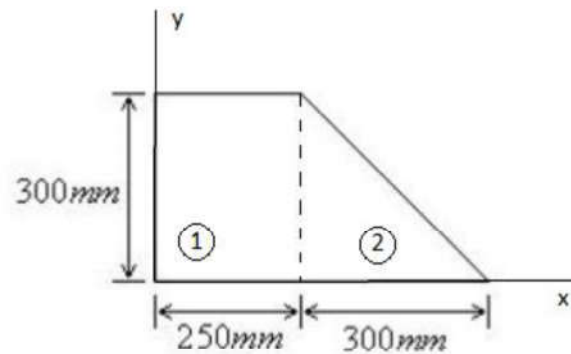
$$y_{CM} = \frac{2.(-1) + 1.0 + 2.6}{2 + 1 + 2} = 2m$$

De acordo com o gráfico, podemos perceber que o par ordenado corresponde ao ponto A (1,2)m.

4) Determine o centro de gravidade da área plana abaixo:



utilizando a tabela para centros de gravidade, podemos determinar facilmente o centro de gravidade do conjunto, construindo um plano cartesiano e dividindo a figura em áreas conhecidas, que pode ser o triângulo e o retângulo.



para uma melhor organização dos dados, sugere-se colocar os dados em uma tabela:

Componente	Área (mm <sup>2</sup> )	$\bar{x}$ (mm)	$\bar{y}$ (mm)	$\bar{x}.A$ (mm <sup>3</sup> )	$\bar{y}.A$ (mm <sup>3</sup> )
Retângulo	75000	125	150	9375000	11250000
Triângulo	45000	350	100	15750000	4500000
	$\sum A = 120.000$			$\sum \bar{x}.A = 25.125.000$	$\sum \bar{y}.A = 15.750.000$

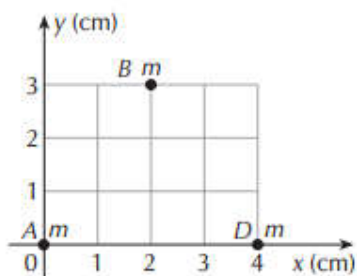
Aplicando as equações para as coordenadas do centro de massa, temos:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}.A}{\sum A} = \frac{25125000}{120000} = 209,38m$$

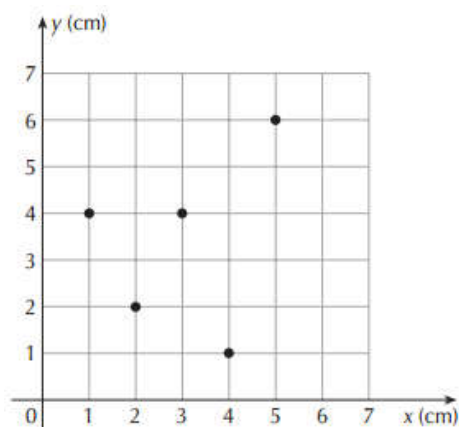
$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}.A}{\sum A} = \frac{15750000}{120000} = 131,25m$$

### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

11) Três pontos materiais, A, B e D, de massas iguais a m estão situados nas posições indicadas na figura ao lado. Determine as coordenadas do centro de massa do sistema de pontos materiais.

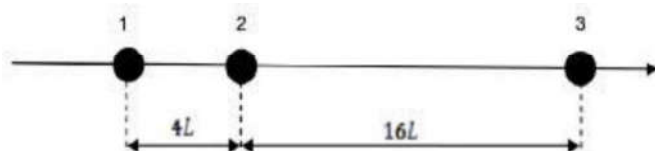


12) Cinco pontos materiais de massas iguais a  $m$  estão situados nas posições indicadas na figura. Determine as coordenadas do centro de massa do sistema constituído pelos cinco pontos materiais.

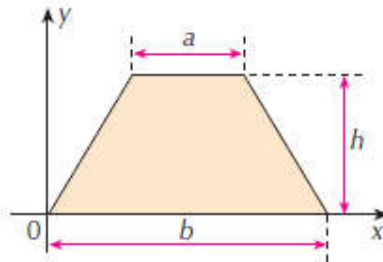


Resposta (3;3,4)cm

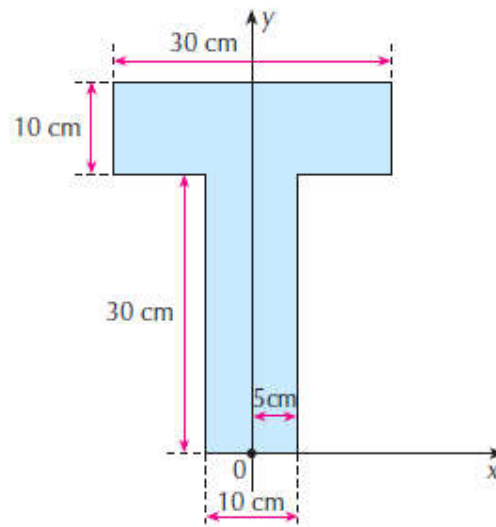
13) A figura a seguir mostra um conjunto de objetos pontuais com massas iguais, dispostos ao longo de uma reta. A distância entre os objetos 1 e 2 é  $4L$ , enquanto que a distância entre os objetos 2 e 3 é igual a  $16L$ . Calcule a posição do centro de massa do conjunto, medida a partir do objeto 2, em unidades de  $L$ .



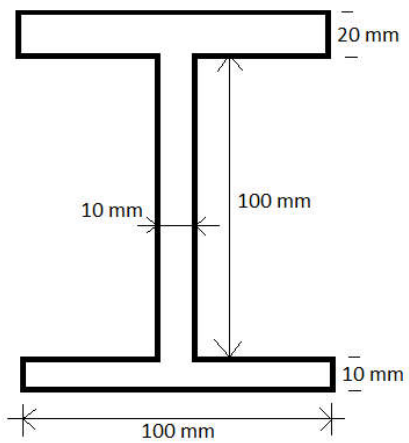
14) Calcular o centro de gravidade da superfície abaixo que possui  $b = 30$  cm de base inferior e  $a = 20$  cm de base superior de altura  $h = 12$  cm.



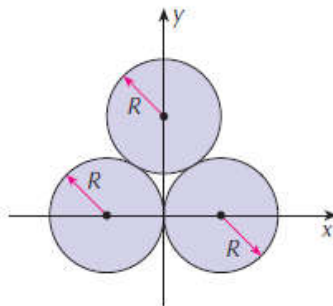
15) Determine as coordenadas do centro de massa da placa homogênea e de espessura constante, cujas dimensões estão indicadas na figura.



16) Determine o centro de massa do perfil estruturais na forma de I, utilizado na construção civil.



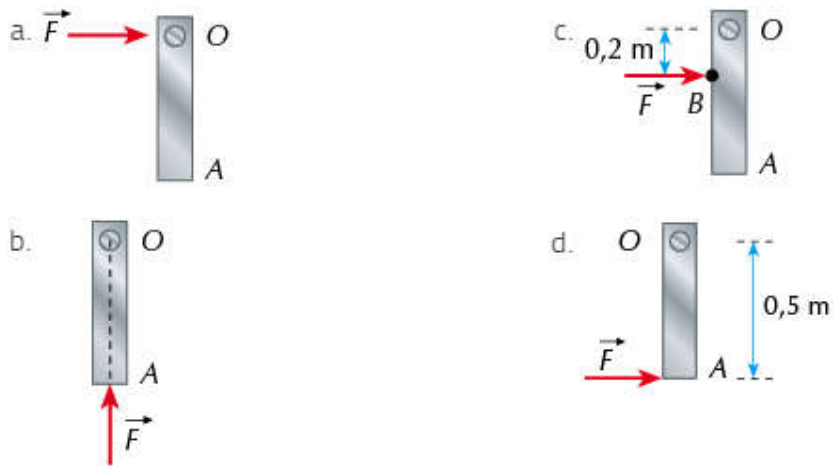
17) Três placas circulares idênticas, homogêneas, de espessura uniforme e de raio  $R$  estão dispostas conforme a figura. Determine as coordenadas do centro de massa do sistema constituído pelas três placas.



## Momento de uma Força

### Exercícios Resolvidos

05) Uma barra  $AO$  situada num plano vertical pode girar em torno do ponto de suspensão  $O$ . Determine o momento da força  $\vec{F}$  de intensidade 10 N em relação ao ponto  $O$  nos casos indicados abaixo.



a) Nessa situação o momento é nulo, pois é nula a distância de  $O$  à linha de ação da força. Observe que, nesse caso, a força  $\vec{F}$  não tende a produzir rotação da barra  $AO$  em torno de  $O$ .

b) Assim como no item **a**, nessa situação o momento é nulo, pois a distância de  $O$  à linha de ação da força é nula. Note que a força  $\vec{F}$  também neste caso, não tende a produzir rotação da barra  $AO$  em torno de  $O$ .

c) Da definição de momento, e observando que  $\vec{F}$  tende a produzir rotação de  $AO$  em torno de  $O$  no sentido anti-horário, temos  $M_0 = +F \cdot d$ . Sendo  $F = 10\text{ N}$  e  $d = 0,2\text{ m}$  temos:

$$M_0 = 10 \cdot 0,2 \therefore \boxed{M_0 = 2\text{ N}\cdot\text{m}}$$

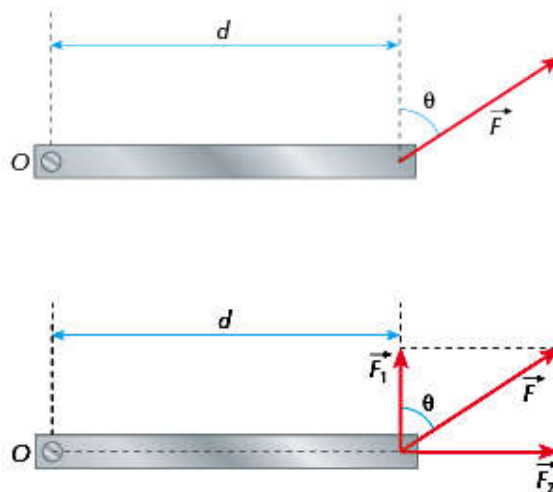
d) Nesse caso,  $d=0,5$  m. Assim:

$$M_0 = +F.d$$

$$M_0 = 10 \cdot 0,5 \therefore \boxed{M_0 = 5 \text{ N.m}}$$

06) Determine o momento da força  $\vec{F}$  indicada na figura abaixo, em relação ao ponto O.

Dados:  $F = 10\text{N}$ ;  $d = 1\text{m}$ ;  $\theta = 60^\circ$



Inicialmente, vamos decompor a força  $\vec{F}$  na direção da barra  $\vec{F}_2$  e na direção perpendicular à barra  $\vec{F}_1$ . O momento de  $\vec{F}$  em relação a O é igual ao momento de  $\vec{F}_1$  em relação a O, pois o momento de  $\vec{F}_2$  é nulo.

Assim.  $M_0 = M_{F_1} = +F_1.d$  (sentido anti-horário)

Sendo  $F_1 = F \cdot \cos \theta$ , temos:

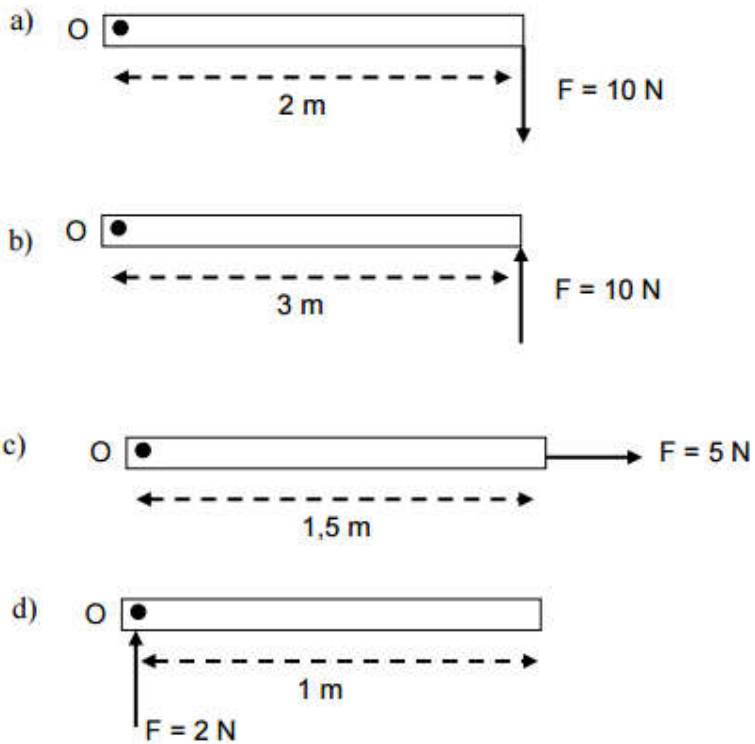
$$M_0 = F \cdot \cos \theta \cdot d \Rightarrow M_0 = 10 \cdot \cos 60^\circ \cdot 1 \Rightarrow$$

$$M_0 = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \therefore \boxed{M_0 = 5 \text{ N.m}}$$

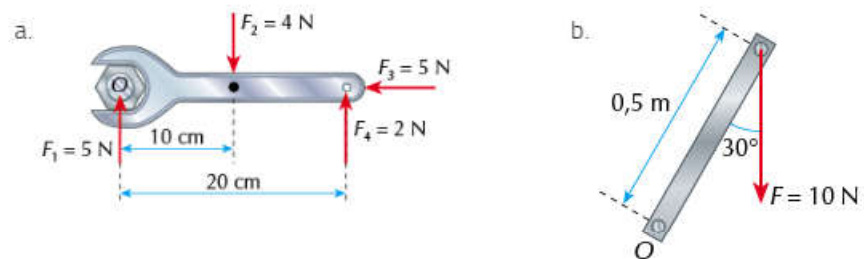


### Exercícios Propostos

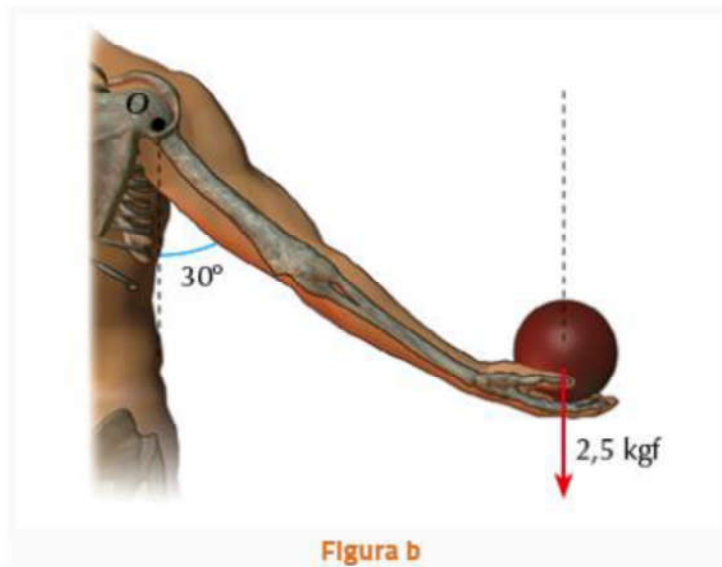
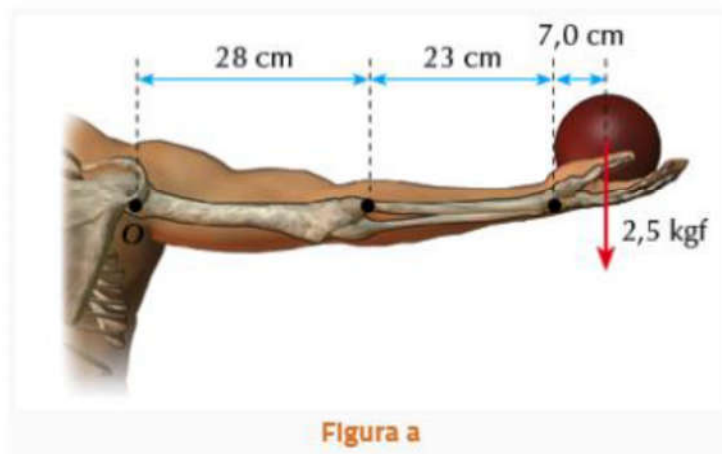
18) Para cada um dos casos abaixo, calcule o momento da força  $F$  em relação ao polo  $O$ .



19) Nas figuras abaixo, determine os momentos das forças dadas em relação ao ponto  $O$ .



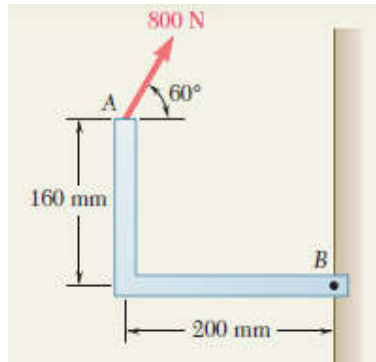
20) As **figuras a e b** indicam duas posições de um braço humano que tem na palma da mão uma esfera de 2,5 kgf. As distâncias entre as articulações estão indicadas na **figura a**.



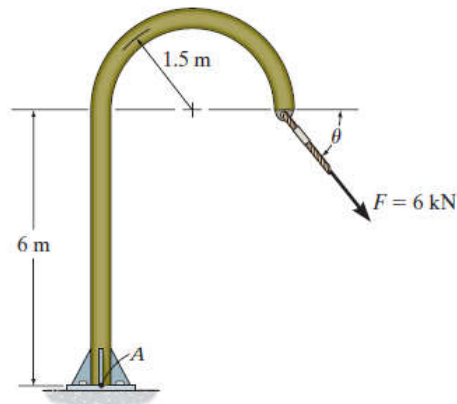
Nas condições das **figuras a e b**, é possível afirmar que os torques (ou momentos das forças) em relação ao ponto O são respectivamente:

<b>Figura a</b>	<b>Figura b</b>
a. $1,5 \text{ kgf} \cdot \text{m}$	$7,3 \cdot 10^{-1} \text{ kgf} \cdot \text{m}$
b. $1,5 \text{ kgf} \cdot \text{m}$	$3,7 \cdot 10^{-1} \text{ kgf} \cdot \text{m}$
c. $5,1 \text{ kgf} \cdot \text{m}$	$3,7 \cdot 10^{-1} \text{ kgf} \cdot \text{m}$
d. $5,1 \text{ kgf} \cdot \text{m}$	$7,3 \cdot 10^{-1} \text{ kgf} \cdot \text{m}$
e. $7,3 \cdot 10^{-1} \text{ kgf} \cdot \text{m}$	$5,1 \text{ kgf} \cdot \text{m}$

21) Calcule o momento no ponto B pela força aplicada no ponto A na estrutura ilustrada na figura.



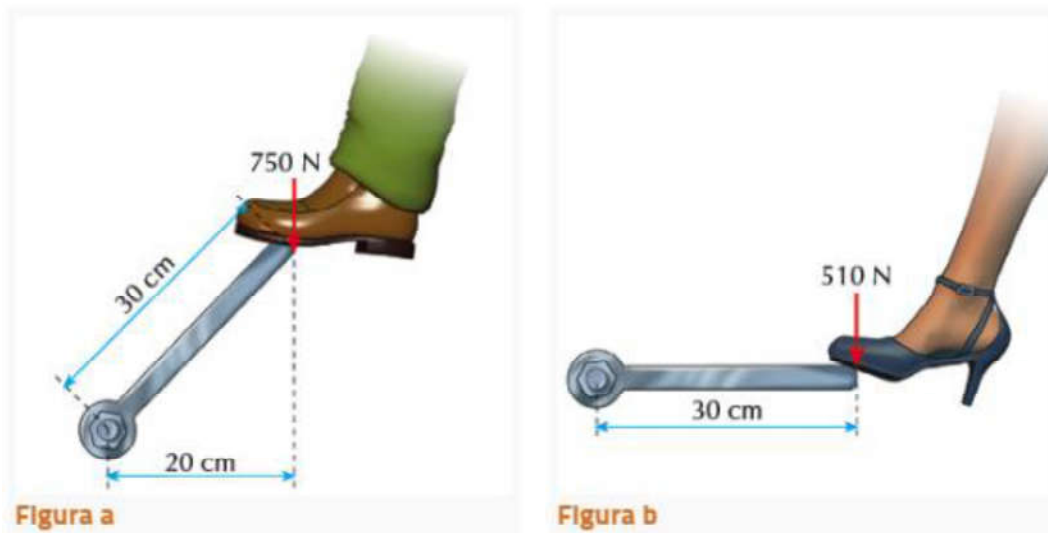
22) O membro está sujeito a uma força  $F = 6 \text{ kN}$ . Se  $\theta = 45^\circ$ , determine o momento produzido por  $F$  em relação ao ponto A.



23) Um jovem e sua namorada passeiam de carro por uma estrada e são surpreendidos por um furo num dos pneus. O jovem, que pesa 750 N, pisa a extremidade de uma chave de roda, inclinada em relação à horizontal, como mostra a **figura a**, mas só consegue soltar o parafuso quando exerce sobre a chave uma força igual a seu peso.

A namorada do jovem, que pesa 510 N, encaixa a mesma chave, mas na horizontal, em outro parafuso, e pisa a extremidade da chave, exercendo sobre ela uma força igual a seu peso, como mostra a **figura b**.

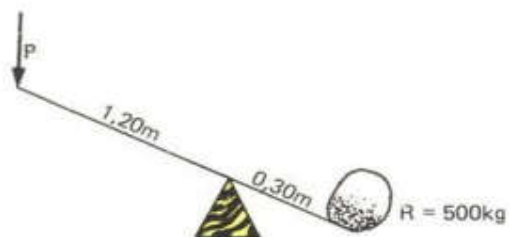
Supondo que este segundo parafuso esteja tão apertado quanto o primeiro, e levando em conta as distâncias indicadas nas figuras, verifique se a moça consegue soltar esse segundo parafuso. Justifique sua resposta.



## Alavancas e Roldanas

### Exercícios Resolvidos

07) Para levantar 500Kg, emprega-se uma alavanca de 1,50m. O ponto de aplicação e o ponto de apoio distante 0,30m. Qual a força que se deve aplicar na extremidade da alavanca para erguer a pedra?



Solução:

$$\sum M_o = 0$$

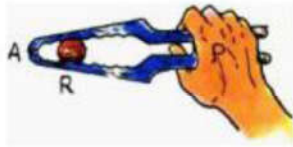
$$F_P \cdot d_P - F_R \cdot d_R = 0$$

$$P \cdot 1,20 = (500 \cdot 10) \cdot 0,30$$

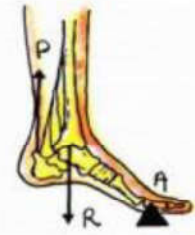
$$P = 1250N$$

### Exercícios Propostos

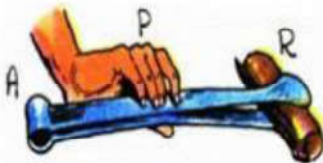
24) Identifique os tipos de alavanca (interfixa, interpotente ou inter-resistente) nas situações abaixo:



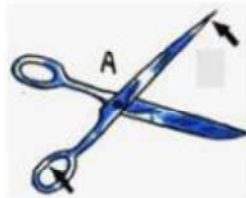

---



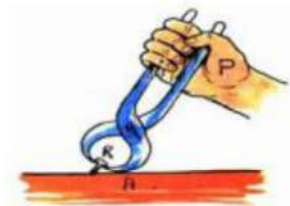

---




---




---




---



08. A
09.  $F_{BD} = 32,6 \text{ KN}$        $F_{BC} = 22,3 \text{ KN}$
10.  $F_{AB} = 60 \text{ N}$        $P = 52 \text{ N}$
11. (2cm, 1cm)
12. (3cm; 3,4cm)
13. 4L
14. (15cm; 5,6cm)
15. (0; 25cm)
16. (0; 76,25mm)
17. C  $\left( 0; \frac{R\sqrt{3}}{3} \right)$
18. A) -20N.m      B) 30N.m      C) 0      D) 0
19. A)  $M_{F1} = 0$        $M_{F2} = 0,4 \text{ N.m}$        $M_{F3} = 0$        $M_{F4} = 0,4 \text{ N.m}$
- B)  $M = -2,5 \text{ N.m}$
20. A
21. 202,6 N.m
22. 31,82KN.m
23. Vai conseguir, porque o momento gerado pela namorada é maior.
24. Interfixa, Inter-resistente, Interpotente, Interfixa, Interfixa.
25. 10 N
26. 20000 N

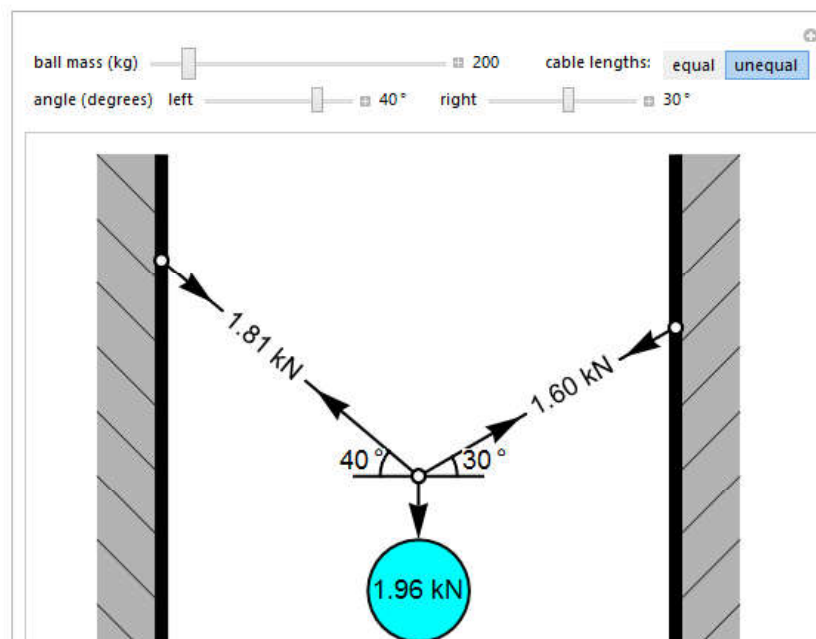
Votamos ao menu recursos didáticos, o último recurso é o simulador, que permite ao professor e ao aluno simular situações reais de equilíbrio.



Quando clicamos sobre o ícone uma nova janela se abre com o simulador. A seguir a tela inicial do simulador e seu endereço eletrônico para ser acessado de qualquer lugar.



### Weight Suspended by Two Cables



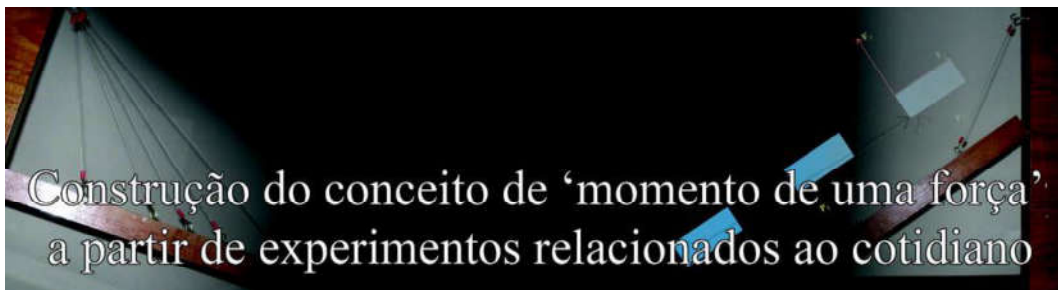
Fonte: <http://demonstrations.wolfram.com>

Visto todas as possibilidades de recursos didáticos, voltamos ao menu inicial, neste encontramos o último ícone, leitura complementar.





Ao clicar neste ícone abrir-se-á um artigo da revista física na escola, sobre a temática deste trabalho. O artigo pode colaborar com o professor no ato da preparação da aula. Ele apresenta algumas possibilidades diferentes para o ensino de estática. A seguir os dados de referência do artigo.



**Raphael de Carvalho Ferreira**

E-mail: fisica2004@terra.com.br

**Wilma Machado Soares Santos**

E-mail: wilma@if.ufrj.br

**Penha Maria Cardoso Dias**

E-mail: penha@if.ufrj.br

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ,  
Brasil

**Física na Escola, v. 9, n.1, 2008**

**Link**

<http://www1.fisica.org.br/fne/index.php/edicoes/category/15-volume-09-n-1-maio>

## CONSIDERAÇÕES SOBRE MÍDIA DIGITAL PROPOSTA

O conteúdo de estática é pouco ou nunca visto em turmas de primeira série do ensino médio de escolas públicas de todo o país, isso se torna um problema para aqueles alunos que almejam um curso superior de engenharia, principalmente na área de engenharia civil.

Diante desse contexto, nosso objetivo foi produzir uma mídia digital sobre o conteúdo de estática. A mídia digital produzida se pautou em diferentes recursos de ensino, tais como, vídeos, simuladores, atividades práticas, exercícios resolvidos e texto complementar.

Após a produção da mídia digital, aplicamos a mesma em uma turma da primeira série do ensino médio de uma instituição pública da cidade de Paiçandu, Paraná, a fim de verificar o envolvimento da turma com as atividades propostas. Os resultados obtidos com a implementação da mídia foram surpreendentes, principalmente na parte que envolveu os simuladores pois, os alunos nunca tinham tido nenhuma experiência parecida.

Acreditamos que com os resultados satisfatórios encontrados com a implementação da mídia e com a pluralidade metodológica dessa proposta e, que outros professores possam utilizar-se de tal material, fazendo sempre que preciso as adequações necessárias na proposta original, respeitando sempre a diversidade cultural da região.

## REFERÊNCIAS

BATISTA, Michel Corci. **Ensino de astronomia: uma proposta para a formação de professores de ciências dos anos iniciais**. Maringá: Massoni, 2016.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

GASPAR, A. **Experiências de Ciências para o Ensino fundamental**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2003.

GASPAR, A. **Física**. São Paulo: Ática, 2000.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009. (V2).

TIPLER, P. A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. (v.1).

ZABALA, A. **A Prática Educativa - como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

#### **NA INTERNET**

PEREIRA, R. F. Recursos de Física. Disponível em: <<http://www.recursosdefisica.com.br/>>. Acesso em: 12 fev. 2017.