

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MARCELO CRISTIANO PENDEZA JÚNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO EM VIGAS DE
AÇO COM SEÇÃO TRANSVERSAL I**

CAMPO MOURÃO

2021

MARCELO CRISTIANO PENDEZA JÚNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO EM VIGAS DE
AÇO COM SEÇÃO TRANSVERSAL I**

**Numerical analysis of lateral torsional buckling in steel beams with I cross
section**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentada como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Rigobello.

CAMPO MOURÃO

2021



Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

MARCELO CRISTIANO PENDEZA JÚNIOR

**ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM LATERAL COM TORÇÃO EM VIGAS DE
AÇO COM SEÇÃO TRANSVERSAL I**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 01/dezembro/2021

Prof. Dr. Leandro Waidemam
Doutorado em Engenharia de Estruturas pela Universidade de São Paulo
Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira
Doutorado em Engenharia de Estruturas pela Universidade de São Paulo
Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Ronaldo Rigobello
Doutorado em Engenharia de Estruturas pela Universidade de São Paulo
Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

CAMPO MOURÃO

2021

AGRADECIMENTOS

À Deus, por iluminar meu caminho e garantir toda provisão necessária para eu perseverar.

À minha família, em especial meus pais, Alcione e Marcelo, por todo apoio, conselho e incentivo.

À minha namorada, Bianca, que com seu amor e paciência, alimentou minhas forças para continuar.

Ao professor Ronaldo Rigobello, agradeço pela sua paciência, dedicação e orientação deste trabalho. Seus sábios conselhos, me acompanharão por toda vida. E sua participação foi fundamental para formar o profissional que sou hoje.

Aos meus amigos de Campo Mourão que tornaram espetacular essa trajetória, em especial meus companheiros de república, Ângelo, Gabriel, Gustavo, Lucas, João Marcos, João Victor Prezotto, João Victor Bife, e Vinícius.

À todos os professores e funcionários da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, que diretamente e indiretamente contribuíram para realização do curso.

Por fim, à todos que destinaram suas orações, e ajudaram a tornar o sonho, realidade. Muito obrigado.

“Eu te peço, ó Deus, que me dês duas coisas antes de eu morrer: não me deixes mentir e não me deixes ficar nem rico nem pobre. Dá-me somente o alimento que preciso para viver. Porque, se eu tiver mais do que o necessário, poderei dizer que não preciso de ti. E, se eu ficar pobre, poderei roubar e assim envergonharei o teu nome, ó meu Deus.” - Provérbios 30:7-9

RESUMO

A flambagem lateral com torção (FLT) é um fenômeno que pode proporcionar a ruína de uma estrutura, como por exemplo as vigas de aço com seção transversal I. Sua análise é fundamental para prevenir tal colapso e, por se tratar de uma análise complexa, a ABNT NBR 8800:2008 possui expressões analíticas que culminam em valores próximos do momento crítico elástico. No entanto, é possível melhorar essas aproximações inserindo parâmetros que possuem influência direta neste fenômeno. Com o software ANSYS é possível desenvolver uma análise numérica com os princípios do método dos elementos finitos, para compreender o efeito de FLT sobre os valores de resistência das vigas. Além disso, o Software ANSYS permite atribuição de análises não lineares, imperfeições físicas chamadas de tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais da seção, as quais possuem total interferência na resistência de FLT. Para calibração dos modelos numéricos desenvolvidos neste estudo, foram confrontados e validados os valores obtidos com resultados de estudos experimentais e resultados de estudo analítico desenvolvido no software ABAQUS. Dessa forma, foi possível observar uma curva de deslocamento que descreve o comportamento de uma viga em função de um carregamento.

Palavras-chave: vigas de aço; flambagem lateral com torção; curva de deslocamento; momento crítico; ANSYS.

ABSTRACT

The lateral torsional buckling (LTB) is a phenomenon that can cause the ruin of a structure, such as steel beams with cross section I. Its analysis is essential to prevent such collapse, and because it is a complex analysis, ABNT NBR 8800: 2008, has analytical expressions that culminate in values close to the elastic critical moment, however, it is possible to improve this study on parameters that have a direct influence on this phenomenon. With ANSYS Software it is possible to develop a numerical analysis with the principles of the finite element method, to understand the effect of LTB on the strength values of beams. In addition, ANSYS Software allows persistence of non-linear analyses, physical imperfections called residual stresses and initial geometric imperfections of the section, as they have total interference in the LTB resistance. To calibrate the numerical models developed in this study, the values obtained in experimental studies were compared and validated in addition to another analytical study developed in the ABAQUS Software. Thus, it was possible to observe a displacement curve that the behavior of a beam as a function of a load.

Keywords: steel beams; lateral torsional buckling; displacement curve; critical moment; ANSYS.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Flambagem local	17
Figura 2 - Flambagem local da alma	18
Figura 3 - Flambagem lateral com torção (FLT).....	19
Figura 4 - Flambagem Lateral com Torção (FLT).....	20
Figura 5 - Curvas de momento resistente.	21
Figura 6 - Processo de resfriamento e surgimento de tensões residuais em perfis laminados a quente.	26
Figura 7- Distribuição de tensões residuais em perfis soldados.	27
Figura 8 - Diagrama tensão versus deformação com e sem tensão residual....	28
Figura 9 - Distribuição de tensões residuais em perfis laminados.	29
Figura 10 - Padrão de distribuição de tensões residuais em perfis laminados.	30
Figura 11 - Distribuição de tensões residuais assumidas por Galambos (1963).	31
Figura 12 - Principais padrões de tensão residual utilizadas pelo mundo.	32
Figura 13 - Comparação entre os padrões de tensão residual.	33
Figura 14 - Distribuição das tensões residuais em diferentes perfis soldados.	34
Figura 15 - Distribuição de tensões residuais de perfis soldados ECCS (1984).	35
Figura 16 - Curvas de resistência para valores de curvaturas iniciais.	37
Figura 17 - Distribuição de tensões residuais utilizada por Vila Real et al. (2004).	39
Figura 18 - Caso básico de carregamento e restrição.....	41
Figura 19 - Seção transversal antes e após a FLT.....	42
Figura 20 - Posicionamento dos momentos para cálculo de Cb.	45
Figura 21 - Curvas de resistência no regime elástico, inelástico e plástico.....	47
Figura 22 - Trajetória de equilíbrio bifurcacional.....	52
Figura 23 - Trajetória de equilíbrio de instabilidade por snap-through.....	53
Figura 24 - Trajetórias de equilíbrio aproximadas	55
Figura 25 - Fluxograma das ações metodológicas.....	57
Figura 26 - Elemento SHELL181.	58
Figura 27- Comparação entre os resultados de momento resistente para modelos de comportamento do aço.	60
Figura 28 - Curva carga deslocamento fornecida pelo método Ricks modificado (instabilidade por ponto limite).	61
Figura 29 - Modelo adotado para a distribuição de tensão residual em perfis Laminados.....	63
Figura 30 - Modelo adotado para a distribuição de tensão residual em perfis soldados.....	63
Figura 31 - Esquematização das vigas ensaiadas por Kubo e Fukumoto (1988)	65
Figura 32 - Esquematização das vigas ensaiadas por Bradford e Wee (1994). .	69
Figura 33 - Seção transversal da Viga BW-B13 175-2.770 dividida em elementos.	71
Figura 34 - Posição do carregamento na viga BW-B46 175-2.770.	71
Figura 35 - Vigas analisadas por Zirakian e Showkati (2007).....	74
Figura 36 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais.	77
Figura 37 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga KF 250-2850.	78

Figura 38 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga KF 300-3350.79	
Figura 39 - Resultados da curva deslocamentos obtido para Viga KF 200-2400.	
.....	80
Figura 40 - Resultados da curva de deslocamentos obtidos para Viga KF 250-2400.	
.....	81
Figura 41 - Resultados da curva deslocamento obtidos para Viga BW-B13 175-2770.	
.....	82
Figura 42 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga BW-B78 175-1550.	
.....	83
Figura 43 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga BW-B78 175-1550.	
.....	84
Figura 44 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga ZS 180-4400.85	
Figura 45 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga ZS 210-4400.86	

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Fatores que influenciam a FLT.	22
Tabela 2 - Vigas utilizadas na validação do modelo numérico	64
Tabela 3 Informações sobre a viga KF 250-2.850.	66
Tabela 4 - Informações sobre a viga KF 300-3.350.	67
Tabela 5 - Informações sobre a viga KF 200-2400.	68
Tabela 6 - Informações sobre a viga KF 250-2.400.	69
Tabela 7 - Informações sobre a viga BW-B13 175-2.770.	70
Tabela 8 - Informações sobre a viga BW-B46 175-2.770.	72
Tabela 9 - Informações sobre a viga BW-B78 175-1.500.	73
Tabela 10 - Informações sobre a viga Viga ZS 180-4.400.	75
Tabela 11 - Informações sobre a viga ZS 210-4.400.	76
Tabela 12 - Resumo dos resultados da validação.	76

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Maiúsculas

A	Constante de integração
B	Constante de integração
C_b	Fator de modificação da distribuição do momento fletor não uniforme
C_d	Coefficiente de distorção
C_w	Constante de empenamento
E	Módulo de elasticidade longitudinal / Módulo de Young
G	Módulo de elasticidade transversal
I_y	Momento de inercia em torno do eixo y
J	Momento de inércia a torção
L	Comprimento da viga
L_b	Comprimento destravado
M_A	Momento fletor solicitante de cálculo situado a $\frac{1}{4}$ do comprimento destravado
M_B	Momento fletor solicitante de cálculo situado a $\frac{1}{2}$ do comprimento destravado
M_C	Momento fletor solicitante de cálculo situado a $\frac{3}{4}$ do comprimento destravado
M_{ocr}	Momento crítico elástico
$M_{máx}$	Momento máximo solicitante de cálculo
M_{pl}	Momento de plastificação
M_{Rk}	Momento resistente característico
M_r	Momento resistente limite para seções esbeltas
$M_{w,r}$	Momento fletor correspondente ao início do escoamento
P	Carga genérica
P_{cr}	Carga crítica de estabilidade
P_{ANSYS}	Carga máxima de análise numérica no software Ansys.
P_{ABACUS}	Carga máxima de análise numérica no Software Abaqus
P_{EXP}	Carga máxima experimental
R_m	Parâmetro de monossimetria da seção transversal
U	Energia de deformação total
V	Energia potencial externa
W	Módulo de resistência elástico da seção
W_c	Módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção
W_x	Módulo resistente elástico da seção em relação ao eixo x
Z_x	Módulo resistente plástico da seção

Letras Romanas Minúsculas

b_f	Largura das mesas
b_{fi}	Largura da mesa inferior
b_{fs}	Largura da mesa superior
d	Altura total da seção transversal
f_y	Tensão de escoamento do aço
f_u	Tensão última do aço
h	Altura da alma
r_y	Raio de giração da seção em relação ao eixo y
t_w	Espessura da alma
t_f	Espessura da mesa
x	Eixo das abscissas
y	Eixo das ordenadas
z	Eixo cartesiano

Letras Gregas

β_1	Coefficiente de correção para a esbeltez crítica
ε	Deformação normal
δ	Deslocamento
η	Eixo das ordenadas na seção transversal deformada
λ	Índice de esbeltez global
λ_r	Índice de esbeltez limite para seções semicompactas
λ_p	Índice de esbeltez limite para seções compactas
λ_w	Índice de esbeltez da alma
$\lambda_{w,p}$	Índice de esbeltez de plastificação da alma
$\lambda_{w,r}$	Índice limite de instabilidade elástica
λ_f	Índice de esbeltez da mesa
$\lambda_{f,p}$	Índice de esbeltez de plastificação da mesa
$\lambda_{f,r}$	Índice de esbeltez limite de estabilidade elástica
μ	Rotação / Deslocamento lateral
ν	Coefficiente de Poisson do aço
ξ	Eixo das abscissas da seção transversal deformada
σ_t	Tensão residual de tração
σ_c	Tensão residual de compressão
σ_r	Tensão residual de compressão nas mesas
φ	Ângulo de torção
Π	Energia total armazenada na estrutura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	OBJETIVOS	15
2.1	Objetivo geral	15
2.2	Objetivo específico	15
2.3	Justificativa	15
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
3.1	Modos de falha em vigas de aço	16
3.1.1	Flambagem Local (FL)	16
3.1.2	Flambagem Lateral com Torção (FLT)	18
3.1.3	Estudo sobre instabilidade em perfis metálicos com seção I.	22
3.2	Imperfeições físicas e geométricas	24
3.2.1	Tensões residuais	25
<u>3.2.1.1</u>	<u>Tensões residuais em perfis I laminados</u>	<u>28</u>
<u>3.2.1.2</u>	<u>Tensões residuais em perfis I soldados</u>	<u>32</u>
3.2.2	Imperfeições geométricas iniciais	35
3.2.3	Imperfeições geométricas físicas e geométricas	37
3.3	Métodos normativos e analíticos	39
3.3.1	Momento crítico básico no regime elástico	40
3.3.2	Procedimento da ABNT NBR 8800:2008.....	44
<u>3.3.2.1</u>	<u>Flambagem lateral com torção</u>	<u>44</u>
<u>3.3.2.2</u>	<u>Flambagem local da alma</u>	<u>47</u>
<u>3.3.2.3</u>	<u>Flambagem local da mesa comprimida.</u>	<u>49</u>
3.4	Fundamento de Análise	50
3.4.1	Instabilidade Estrutural	50
3.4.2	Instabilidade bifurcacional	51
3.4.3	Instabilidade por “snap-through”	52
3.4.4	Análise linear de estabilidade	53
3.4.5	Análise não linear de estabilidade.	54
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	56
4.1	Modelo numérico desenvolvido no software ANSYS	57
4.1.1	Análise de estabilidade elástica.....	60
4.1.2	Análise de estabilidade não linear	61

4.1.3	Imperfeições geométricas iniciais	61
4.1.4	Modelos de tensão residual.....	62
4.2	Validação do modelo numérico (ANSYS)	63
4.2.1	Validação com o experimento de Kubo e Fukumoto (1988)	64
<u>4.2.1.1</u>	<u>Viga KF 250-2.850</u>	<u>65</u>
<u>4.2.1.2</u>	<u>Viga KF 300-3.350</u>	<u>66</u>
<u>4.2.1.3</u>	<u>Viga KF 200-2400</u>	<u>67</u>
<u>4.2.1.4</u>	<u>Viga KF 250-2400</u>	<u>68</u>
4.2.2	Validação com o experimento de Bradford e Wee (1994).....	69
<u>4.2.2.1</u>	<u>Viga BW-B13 175-2.770.....</u>	<u>70</u>
<u>4.2.2.2</u>	<u>Viga BW-B46 175-2.770.....</u>	<u>71</u>
<u>4.2.2.3</u>	<u>Viga BW-B78 175-1.500.....</u>	<u>72</u>
4.2.3	Validação com o experimento de Zirakian e Showkati (2007).....	73
<u>4.2.3.1</u>	<u>Viga ZS 180-4.400</u>	<u>74</u>
<u>4.2.3.2</u>	<u>Viga ZS 210-4.400</u>	<u>75</u>
4.2.4	Resumo de validação da modelagem numérica	76
4.3	Resultados de deslocamentos obtidos com modelagem numérica	77
5	CONCLUSÃO	87
	REFERÊNCIAS.....	88

1 INTRODUÇÃO

A flambagem lateral com torção (FLT) é um dos possíveis modos de falha em vigas metálicas com seção transversal I. Esse modo de falha está contemplado nos modos de flambagem global de uma viga, porém existem outros modos, como é o caso dos modos de flambagem locais, flambagem local da alma (FLA) ou da mesa (FLM). O Software ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 19.1 (ANSYS Inc., 2018) possibilita a análise numérica para averiguar o efeito de FLT sobre os valores de resistência das vigas, portanto a avaliação do momento crítico elástico, bem como o momento resistente característico das vigas estudadas tornam-se possíveis. Além disso, o Software ANSYS permite atribuição de análises não lineares, imperfeições físicas chamadas de tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais da seção, as quais possuem total interferência na resistência de FLT.

O momento crítico elástico (M_{cr}), de acordo com Ahnlén e Westlund (2013), é um parâmetro muito importante nos casos que o FLT apresenta colapso. Algumas expressões analíticas para o cálculo do momento crítico elástico são apresentadas em normas de especificação de projetos de estruturas metálicas, como a NBR 8800:2008, no entanto, por se tratar de um fenômeno complexo não são possíveis contemplar todos os parâmetros e premissas atuantes. Todavia, os softwares como o (ANSYS), estão amparados por modelos de análise numérica que utilizam o Método de Elementos Finitos (MEF), que viabilizam tal estudo.

Dessa forma, o estudo do presente trabalho visa desenvolver um modelo numérico que possibilite quantificar a ordem de grandeza dos deslocamentos transversais dos pontos situados no meio do vão destravado das vigas. Sendo que, a validação dos modelos desenvolvidos, baseou-se na convergência das cargas de rupturas encontradas em estudos experimentais, como os trabalhos de Kubo e Fukumoto (1988), Bradford e Wee (1994) e Zirakian e Showkati (2007), bem como o estudo analítico realizado por Rossi (2018) utilizando o software ABAQUS.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Avaliar o comportamento à flambagem lateral com torção (FLT) de vigas de aço com seção I por meio de análises numéricas com o software ANSYS, a partir de simulações 3D.

2.2 Objetivo específico

- Estudar o comportamento mecânico de vigas de aço com seção I;
- Apresentar o estado da arte e formulações analíticas para prever o comportamento à FLT em vigas de seção I;
- Desenvolver e validar modelos numéricos 3D com o software ANSYS;
- Apresentar curvas de deslocamentos transversais no meio do vão.

2.3 Justificativa

Os processos analíticos utilizados pelas normas brasileiras (ABNT NBR 8800:2008) e americana (ANSI/AISC 360:2010), apresentam aproximações (como coeficiente de proporcionalidade) para averiguar o efeito de FLT, que as aproximações das formulações da imperfeição física (tensões residuais) e imperfeição geométrica inicial geram discussão a respeito aos valores adotados. Portanto, torna-se pertinente o estudo da influência dos parâmetros supracitados.

Outro ponto que favorece a análise em ambiente computacional é o seu baixo custo, quando comparado a uma análise experimental. Portanto, optou-se pela utilização do software Ansys, que é fundamentado no método dos elementos finitos (MEF). Vale ressaltar que as condições de contorno são mais fáceis de serem controladas em um ambiente computacional.

Por fim, foi restringido o estudo da arte em apenas vigas de alma não-esbelta, conforme anexo G da NBR 8800:2008 – as quais serão apresentadas nos capítulos posteriores.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Modos de falha em vigas de aço

No dimensionamento e execução de uma estrutura é necessário que haja o atendimento de todas as funções para as quais foi concebida. Frente a isso, algumas verificações de segurança (estado limite último) e de desempenho em uso (estado limite de serviço) são imprescindíveis. O estado limite último (ELU) está relacionado com o colapso total ou parcial da estrutura, comprometendo a segurança dos usuários. Já o estado limite de serviço (ELS) está relacionado com a deficiência no desempenho para as condições de utilização, como deformações ou vibrações excessivas.

Segundo Rossi (2018) quando elementos estruturais de aço sofrem a atuação do momento fletor, o colapso é eminente, seja pela perda de estabilidade ou até mesmo pela plastificação do material que o compõe. Nos casos em que relatam a primeira situação atuando em uma viga de aço, se diz que ela sofreu flambagem. Tal fenômeno contempla dois modos que o compõem, modo de instabilidade global e modo de instabilidade local. A tal flambagem é proveniente das características geométricas dessas seções, dos apoios e do carregamento.

De acordo com Gomes (1993) o modo de instabilidade global é composto pela junção de deslocamentos laterais e rotação em torno do centro de torção da seção, esse fato configura a flambagem lateral com torção (FLT). Já o modo de instabilidade local, flambagem local (FL), pode ocorrer tanto na alma (FLA) quanto na mesa (FLM), ou até juntas ao mesmo tempo.

3.1.1 Flambagem Local (FL)

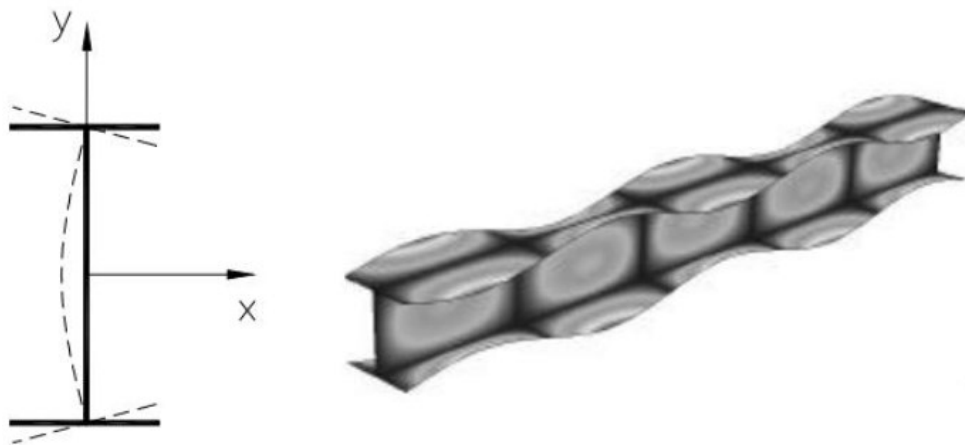
Um dos possíveis modos de falha da viga de aço é a flambagem local. Essa falha é caracterizada por um fenômeno de desestabilidade de parte do perfil (mesa ou alma), na qual a esbeltez da chapa é um fator determinante do limite de resistência à flambagem local.

Segundo Canales (2018) a FL forma ondulações localizadas pontualmente, e as tais não necessariamente representam o colapso total da estrutura, e sim uma redução significativa na rigidez da seção. Sendo assim, é possível entender que há uma redistribuição de tensões nos elementos, tal fato pode ser denominado de efeito

pós-critico ou resistência a pós-flambagem, ao qual recebe um ganho de resistência ao elemento.

As vigas de aço com seção I são constituídas de chapas, portanto estão sujeitas a esse modo de falha. Esse tipo de flambagem é caracterizado por apresentar deformações e translações na direção perpendicular ao plano médio da viga, a qual possui seu eixo reto na direção do elemento e permanece reto após o fenômeno. A Figura 1 apresentada a seguir, serve como exemplo.

Figura 1 - Flambagem local



Fonte: Adaptado de Castro e Silva (2006, p. 2)

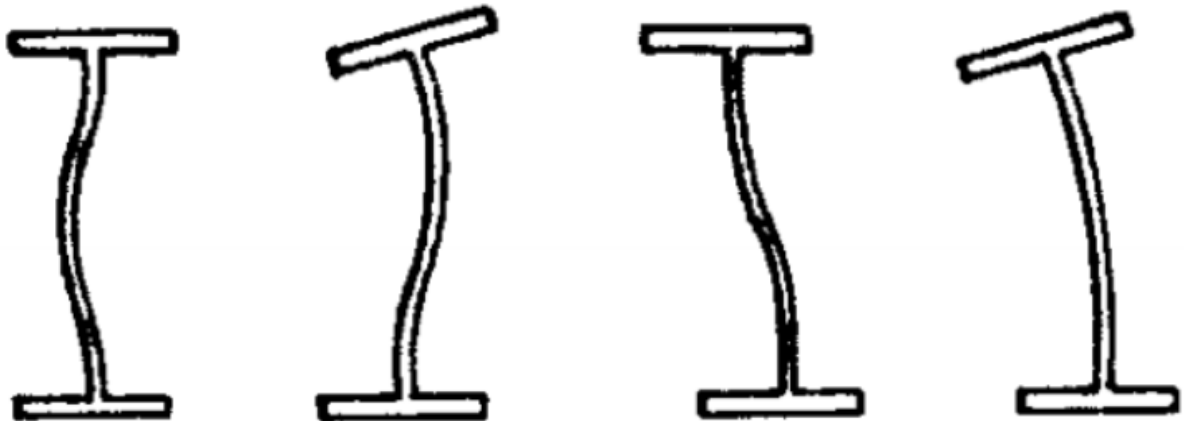
Nas situações onde a razão largura/espessura das chapas que compõem a viga são elevadas, ocorre a flambagem local. Deformações geradas pela distorção da seção transversal no próprio plano, originam a FL das chapas que constituem o perfil da viga (FRUCHTENGARTE, 2005).

Rhodes e Harvey (1977) em seus estudos afirmaram que a flambagem local é responsável pela redução de rigidez global da viga submetida à momento fletor, sendo assim gera uma redução na resistência final da estrutural.

Segundo Gomes (1993), em casos que a solicitação do momento fletor e/ou compressão age sobre os perfis, os valores de carga crítica podem apontar uma flambagem local do elemento, sem ao menos ter se desestabilizado de modo global (FLT) ou mesmo atingir a tensão de escoamento. Sendo assim, de forma sucinta a compressão nas mesas e alma do perfil de seção I, proveniente do momento fletor, podem gerar a flambagem local da mesa (FLM) ou flambagem local da alma (FLA, o que caracteriza o colapso do elemento).

De forma mais detalhada Gomes (1993) caracteriza a flambagem local da mesa como um momento fletor paralelo ao eixo de flexão, comprimindo a chapa que compõe a mesa. O autor ainda ressalva que essas tensões normais de compressão são quase que constantes por todo elemento. Por sua vez a flambagem local da alma (FLA) ocorre nos casos que a viga é fletida ou com cargas externas que agem perpendicularmente ao eixo axial do elemento, no plano normal ao de flexão. A Figura 3.2 demonstra os tipos usuais de flambagem local da alma.

Figura 2 - Flambagem local da alma



Fonte: Gomes (1993, p. 177)

3.1.2 Flambagem Lateral com Torção (FLT)

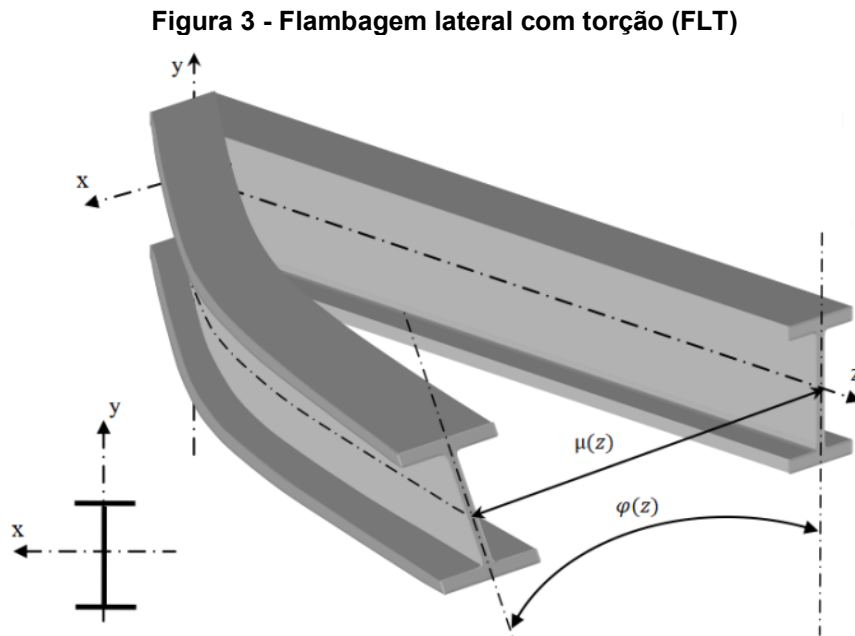
Outra possível falha que uma viga de aço pode apresentar é a flambagem lateral com torção. Esse modo de falha trata-se de um estado-limite último (ELU) provocado pelo momento fletor atuante em relação ao eixo de maior momento de inércia da seção transversal. Além disso, essa falha é caracterizada por movimentos de translação lateral associado a um movimento de torção como citado por Souza (2017).

Segundo Gomes (1993), quando deformações em vigas de estruturas metálicas, provenientes pela perda de instabilidade no estado de limite último, caracterizarem deslocamentos e rotações, são chamadas de flambagem lateral com torção (FLT).

Nos casos de vigas metálicas esbeltas submetidas a atuação do momento fletor em torno do eixo de maior rigidez flexural, com restrições laterais insuficientes, gerarem deslocamentos transversais horizontais e verticais, junto com a torção da

seção transversal. Esses deslocamentos configuram a flambagem lateral com torção (FLT) (YOSHIDA; MAEGAWA, 1984; AHMED, 2004).

Na Figura 3 é possível observar um exemplo desse fenômeno expresso em uma viga de seção vazada tipo I.



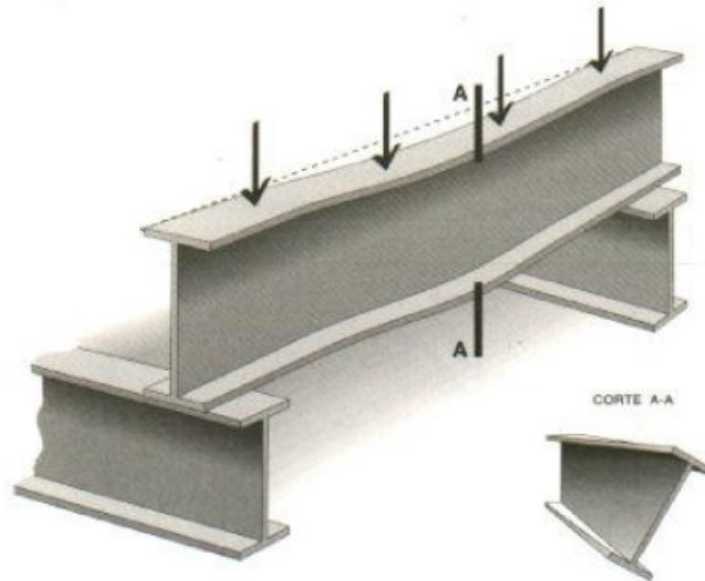
Fonte: Ahmed (2004, p. 112)

As vigas de seção vazada, como vigas de seção I, sem suporte lateral adequado, são mais vulneráveis ao tal modo de falhas. Os suportes laterais possuem função importante no conjunto estrutural, tendo em vista que o comportamento da instabilidade lateral é classificado em função da distância entre os mesmos. A ausência de contenções laterais, faz com que o momento máximo resistente corresponde ao momento crítico de flambagem lateral com torção (FLT). Esse momento máximo equivale ao maior momento que a viga pode resistir, em condições ideais, sem a ocorrência de FLT (CANALES, 2018).

Na Figura 3 é possível observar deslocamentos, os quais se dão concomitantemente com o acréscimo do carregamento aplicado na viga, até o instante que o valor de carga crítica ou momento crítico é atingido. Abreu (2010) em seus estudos descreveu esses movimentos como fenômeno relacionado com a presença de regiões comprimidas e regiões tracionadas da mesma seção transversal. Ademais o autor detalhou-os alegando que a região comprimida da viga tende a se deslocar lateralmente, no entanto, essa está conectada a região tracionada pela alma, que por sua vez tende a conter parcialmente esses deslocamentos laterais, ocasionando a

FLT. A Figura 4 apresenta um esquema de carregamento e deslocamentos caracterizando a FLT.

Figura 4 - Flambagem Lateral com Torção (FLT)



Fonte: Souza (2009, p. 63)

A norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008) explica que o momento resistente é considerado constante ao longo do trecho destravado da viga. Porém é evidente que essa afirmação não é exatamente real, pois há uma variação do momento fletor ao longo do comprimento destravado. Sendo assim, são adotadas soluções numéricas aproximadas para melhor obtenção do momento de flambagem, o qual utiliza um coeficiente que proporciona o momento equivalente. O coeficiente é obtido através de uma função de valores de momento fletores em pontos pré-definidos do diagrama de momento ao longo do comprimento destravado.

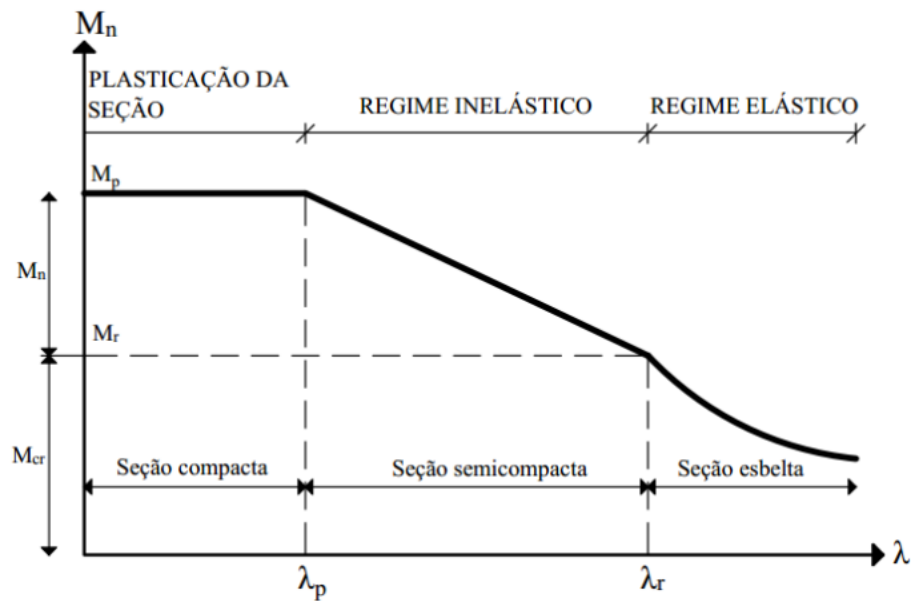
De acordo com Rossi (2018), da mesma forma que todo modo de flambagem global, a FLT está inserida em dois intervalos distintos de comportamento, os quais são: as instabilidades no regime elástico e no regime inelástico. Ademais, o autor acrescentou que nos casos em que as vigas não se instabilizam, seções compactas, a plastificação é o regime de colapso, o qual rege a resistência nominal.

Segundo Galambos (1988), Gomes (1993) e Galambos e Surovek (2008) as deformações de FLT no regime elástico é característico em vigas com comprimento destravado grande, isto é, vigas com índice de esbeltez global elevado. O modo de flambagem no regime elástico ocorre nos casos de vigas cujo índice de esbeltez global é superior ao índice de esbeltez limite para seções semcompactas, além disso na FLT a resistência nominal é definida pelo valor do momento crítico elástico.

Por outro lado, existe também o modo de flambagem no regime inelástico que segundo Galambos (1998) e Gomes (1993) é característico de seções semicompatas com comprimentos de vigas intermediários. Além disso, os autores completam afirmando que a flambagem inelástica é proveniente de situações intermediárias de esbeltez, ou seja, o índice de esbeltez global da viga está entre o índice de esbeltez limite para seções compactas e o índice de esbeltez limite para seções semicompatas. Nesses casos o momento resistente nominal da viga é inferior ao momento crítico elástico.

A Figura 5 apresenta a curva de momento resistente em relação com índice de esbeltez.

Figura 5 - Curvas de momento resistente.



Fonte: Rossi (2018, p. 45)

Por fim, na Figura 5 é possível observar a plastificação, a qual é característica de seções com pequeno comprimento destravado, ou com seções muito robustas. Tal regime apresenta plastificação total da seção antes do pronunciamento de qualquer instabilidade. Para os casos de seções compactas o momento nominal é definido pelo momento de plastificação da seção transversal, no qual verifica-se em vigas com índice de esbeltez inferior ao índice de esbeltez limite para seções compactas (ROSSI, 2018).

Segundo Rossi (2018) alguns fatores possuem influência direta com o a FLT, os quais podem ser descritos como: propriedade do material, da seção transversal, das condições de restrição, do carregamento e imperfeições físicas do material e geométricas iniciais. Essas últimas atingem sobre a transição do regime de

flambagem elástica e inelástica, tal que a vinda destas precipitam o início do escoamento do aço. Na tabela 1 é possível observar os fatores de influência sobre a FLT.

Tabela 1 - Fatores que influenciam a FLT.

Fatores que afetam a Flambagem Lateral com Torção (FLT)	
Propriedades do material	Módulo de elasticidade longitudinal (E)
	Módulo de elasticidade transversal (G)
Propriedades da seção transversal	Momento de inércia a torção (J)
	Constante de empenamento (C_w)
	Momento de inércia a flexão (I)
Propriedades geométricas	Comprimento destravado (L)
Imperfeições físicas e geométricas	Tensão residual e Curvatura inicial
Condições de restrição	Restrições de deslocamento, rotação e empenamento
Carregamento	Tipo de carregamento (concentrado, uniformemente distribuído ou momento constante), o qual afeta a distribuição do momento fletor
	Ponto de aplicação da carga (desestabilizante, estabilizante ou neutra)

Fonte: Ahnlén e Westlund (2013) adaptado por Rossi (2018, p. 46)

É possível encontrar no trabalho de Ahnlén e Westlund (2013) um resumo dos fatores que influenciam a FLT, o qual foi apresentado na Tabela 1. Outro fator que também tem relevância sobre o tal fenômeno é a flambagem lateral com torção e distorção da alma (FLTD), porém esse assunto não será abordado no presente trabalho. Mais informações sobre a FLTD poderão ser obtidas no trabalho de Rossi (2018).

3.1.3 Estudo sobre instabilidade em perfis metálicos com seção I.

Alguns estudos a partir da década de 1980 envolvendo a instabilidade de vigas metálicas serão brevemente apresentados a seguir.

De acordo com os estudos de Yoshida e Maegawa (1984), nos quais foram utilizados métodos analíticos para o entendimento da flambagem lateral com torção (FLT) em vigas de aço com seção transversal I, pode-se observar que as análises consideraram imperfeições, tensões residuais e a excentricidade de carregamentos,

visando caracterizar situações próximas ao estado real. Os autores concluíram que nos casos onde havia imperfeições geométricas iniciais, o efeito das tensões residuais na FLT é menor, ademais observaram também que a força crítica de vigas com deslocamentos iniciais é menor do que nos casos onde a mesma possui eixo reto.

Wang, El-Khenfas e Nethercot (1987) por sua vez puderam investigar em seus estudos a relevância das restrições sobre a FLT, utilizando um modelo de elementos finitos. Da mesma forma, analisaram a influência das imperfeições geométricas iniciais e das tensões residuais sobre o mesmo fenômeno. Por fim concluíram que as últimas citadas possuem relação direta com a redução da resistência das vigas com comprimentos intermediários. Tal situação também pode ser contemplada pelos estudos de Rossi (2018) que acrescentou o fato de a resistência das vigas aumentam conforme as deformações diminuem com o aumento da rigidez das restrições.

No estudo experimental realizado por Kubo e Fukumoto (1988) é possível entender melhor a interação de vigas metálicas de perfil I e os modos de flambagem local e flambagem lateral com torção. Os autores deduziram em seus estudos que para as vigas analisadas, com comprimento intermediário, o colapso é proveniente da combinação de dois modos de falha, ou seja, FLT juntamente com FL. Já para os casos de vigas com comprimentos longos a falha se dá apenas por FLT. Rossi (2018) pode adicionar com seu estudo que a combinação dos dois modos de falha supracitados gerou a redução no momento resistente nominal das vigas analisadas com perfis de padrão brasileiro.

Utilizando comparações com procedimentos normativos e estudos analíticos Gomes (1993), expôs um trabalho do comportamento de elementos fletidos em estruturas de aço. Tal estudo visou enfatizar o entendimento da flambagem global (FLT), nos casos de vigas metálicas, e também a flambagem local, tanto FLA como FLM.

Segundo estudos realizados por Helwing, Frank e Yura (1997), que aplicaram o Método dos Elementos Finitos (MEF), é possível fazer uma comparação do momento crítico de vigas de aço com seção I monossimétricas que sofreram flambagem lateral com torção (FLT). Os autores compararam o fator de modificação da distribuição do momento obtido pela razão entre o momento crítico nas situações de carregamento concentrado ou distribuído, com o caso de momento constante, e ambos obtidos pelo MEF. Por fim puderam confirmar que há diferenças entre o valor

desse fator encontrado nos procedimentos analíticos com aqueles das análises numéricas.

De acordo com estudos de Fruchtengarten (2005) sobre flambagem lateral com torção em vigas de aço com seção I duplamente simétricas, é possível analisar uma investigação paramétrica da variação do fator de modificação de distribuição do momento fletor solicitante para determinação do momento crítico resistente.

Silva et al. (2009) e Rebelo et al. (2009) produziram em conjunto um trabalho que avaliou o efeito da variação das propriedades do aço na FLT e compararam as curvas de flambagem obtidas em análises numéricas com procedimentos obtidos pelo EN 1993-1-1:2005, respectivamente. Os autores notaram que em alguns casos os valores de resistência ficaram abaixo das curvas divulgadas pelo Eurocode, portanto apresentaram novos coeficientes de segurança para corrigir tal situação.

De acordo com a investigação feita por Ahnlén e Westlund (2013), que abordava sobre a limitação de alguns softwares de análises numéricas para determinação do momento crítico elástico de vigas de aço na flambagem lateral com torção (FLT), foi possível apresentar um estudo paramétrico dos principais fatores na influência do tal fenômeno supracitado.

Por sua vez, Piotrowski e Szychowski (2015) também publicaram um trabalho relacionado com a flambagem lateral com torção em vigas metálicas de seção transversal I duplamente simétricas. Nesse estudo os autores aplicaram o método de energia, de análises numéricas e compararam métodos analíticos para estudar a influência da configuração do carregamento, analisando carregamentos utilizados na prática, e a variação da rigidez dos apoios no valor do momento crítico.

Por fim é possível encontrar muitos trabalhos que corroboram e auxiliam na investigação de fatores de modificação de distribuição de momento fletor ante as imperfeições geométricas iniciais e as tensões residuais, aproximando o caso estudado à realidade. Entretanto nenhum dos tais trabalhos enfatizam a influência das imperfeições, quantificando e comparando com os casos reais, podendo assim gerar uma curva de deslocamento simulada que se aproxima ao caso real.

3.2 Imperfeições físicas e geométricas

O fenômeno da flambagem lateral com torção interage com diversos fatores, os quais foram apresentados no item 3.1. No meio desses fatores as imperfeições físicas, tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais atuam significativamente

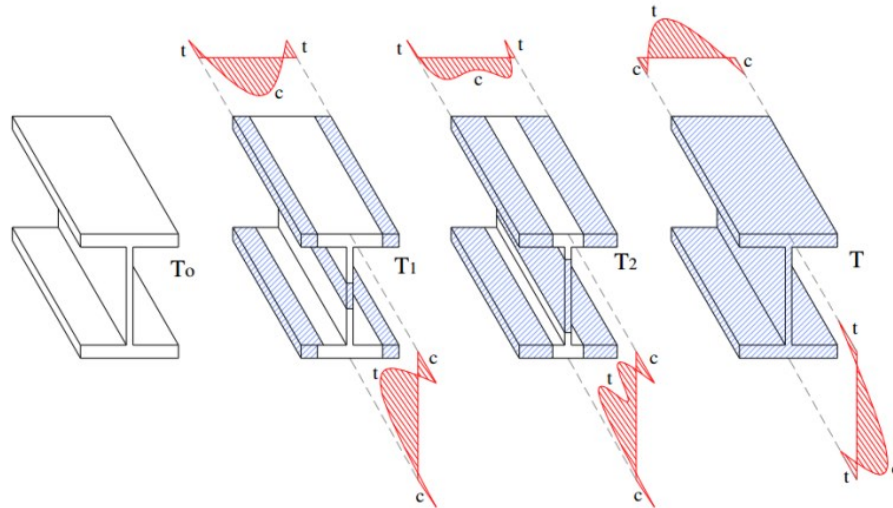
no comportamento de vigas metálicas à flambagem no regime inelástico. O desempenho não linear de qualquer estrutura metálica é afetado principalmente por tais imperfeições. Sendo assim, a seguir serão apresentados princípios importantes sobre essas imperfeições.

3.2.1 Tensões residuais

São consideradas tensões residuais, as tensões presentes nos elementos metálicos sem presença de carregamentos externos, ou seja, tensões intrínsecas ao modo de produção do elemento. Tais tensões são originadas devido ao processo pelo qual a viga passa no momento de sua produção, seja ela laminada ou soldada, e são tensões que surgem de maneira auto-equilibrada. Sendo assim as resultantes de força e momento são nulas (ALPSTEN; TALL, 1970; TEBEDGE; ALPSTEN; TALL, 1973; YOUNG, 1972).

Segundo Szalai e Papp (2005) o surgimento das tensões residuais está associado ao resfriamento não uniforme das seções transversais após o processo de fabricação, e um efeito considerável na estabilidade e na resistência de elementos estruturais pode estar atrelado a tais tensões. No caso dos perfis laminados a quente, a origem das tensões residuais possui 3 etapas. A primeira etapa diz respeito as regiões mais externas da seção e com menos material, isto é, as extremidades das mesas e a região central da alma. O resfriamento dessas regiões ocorre de maneira mais rápida, assim seus volumes diminuem primeiro que das demais, sucedendo uma resistência a redução de volume das outras regiões, surgindo neste primeiro momento tensões de tração, como pode-se observar na Figura 6 (YOUNG, 1972; GOMES, 2006).

Figura 6 - Processo de resfriamento e surgimento de tensões residuais em perfis laminados a quente.

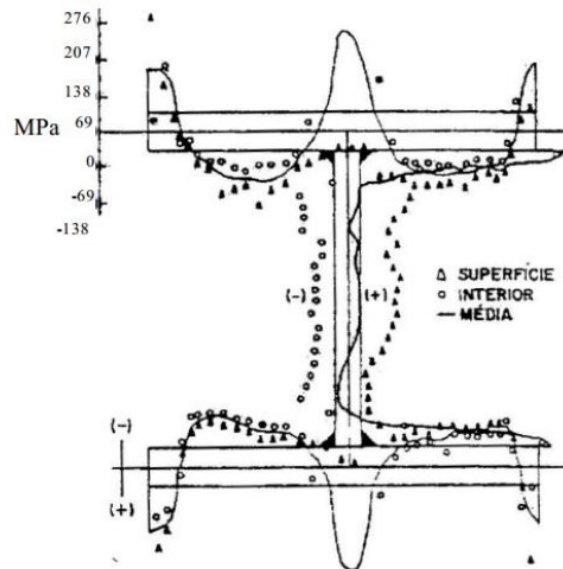


Fonte: Balio e Mazzolani (1983) apud Gomes (2006, p. 14)

Já na segunda etapa, com temperatura intermediária T_2 , é possível encontrar regiões mornas que sofrem deformação plástica provenientes da tensão de compressão imposta pelas regiões que resfriaram depressa, que reduz a tensão motivada na etapa um. Por fim, na etapa final o resfriamento total das áreas mais expostas preserva a contração das fibras que até então estão mornas, que por sua vez também sofrem deformação plástica. Portanto o resultado do resfriamento nas extremidades das mesas e na porção central da alma tem-se tensão residual de compressão, e a região de interseção das mesas com a alma tem-se tensão residual de tração, como observa-se na figura 6 (YOUNG, 1972; GOMES, 2006).

Quanto aos perfis soldados as tensões residuais possuem relação com o processo de corte e solda das placas (ALPSTEN E TALL, 1970). Nos casos onde empregam maçaricos para o corte e a solda para união das mesmas há duas etapas que originam tensões residuais. No primeiro momento é a etapa de corte, na qual é causadora do aquecimento das extremidades das placas, originando nessa região tensões residuais de tração. No entanto, no decorrer do processo de solda a região de interseção entre as mesas e a alma recebe ganho de temperatura, gerando assim tensões residuais de tração nessa região também. Essas medições podem ser observadas no trabalho de Mc Falls e Tall (1969), Figura 7.

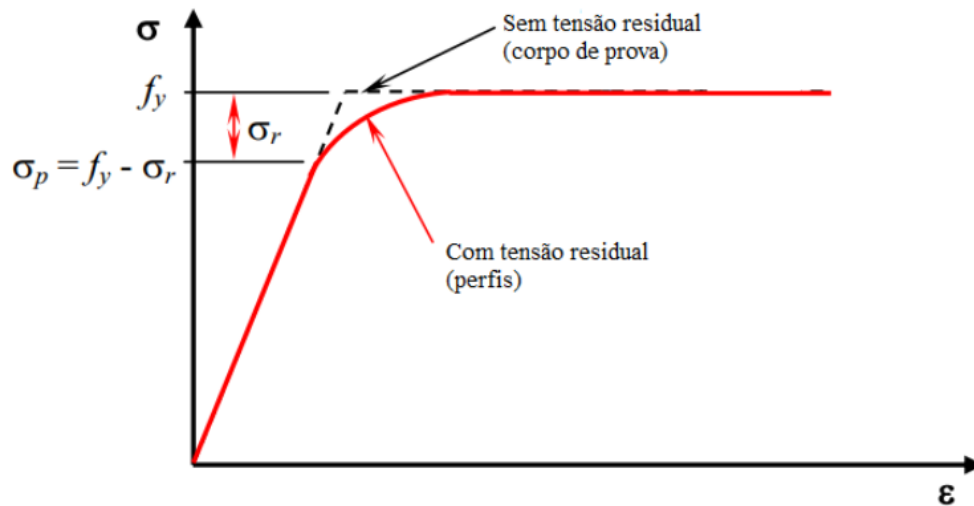
Figura 7- Distribuição de tensões residuais em perfis soldados.



Fonte: Mc Falls e Tall (1969, p. 62)

A resistência última pode ser reduzida com a presença de tensões residuais, tanto para os perfis laminados quanto soldados, pois em materiais elasto-plástico, como o aço, um escoamento ou flambagem precoce pode ser causado, dependendo de sua esbeltez. Bezerra (2011) em seus estudos descreveu que as tensões residuais atingem o escoamento com tensão inferior à tensão de escoamento definida em ensaios de tração em barras com tensões residuais ausentes. Nesses casos o escoamento desses elementos inicia-se com valor de tensão, chamada de tensão de proporcionalidade (σ_p), o qual é alcançado pela subtração do valor da tensão residual (σ_r) no valor da tensão de escoamento (f_y) encontrado no ensaio de tração, como observa-se na Figura 8. O escoamento aumenta de forma não linear conforme as tensões externas aumentam com as tensões normais e completa-se no momento em que estas convergem para o mesmo valor da resistência de escoamento do aço (f_y).

Figura 8 - Diagrama tensão versus deformação com e sem tensão residual.



Fonte: Bezerra (2011, p. 21)

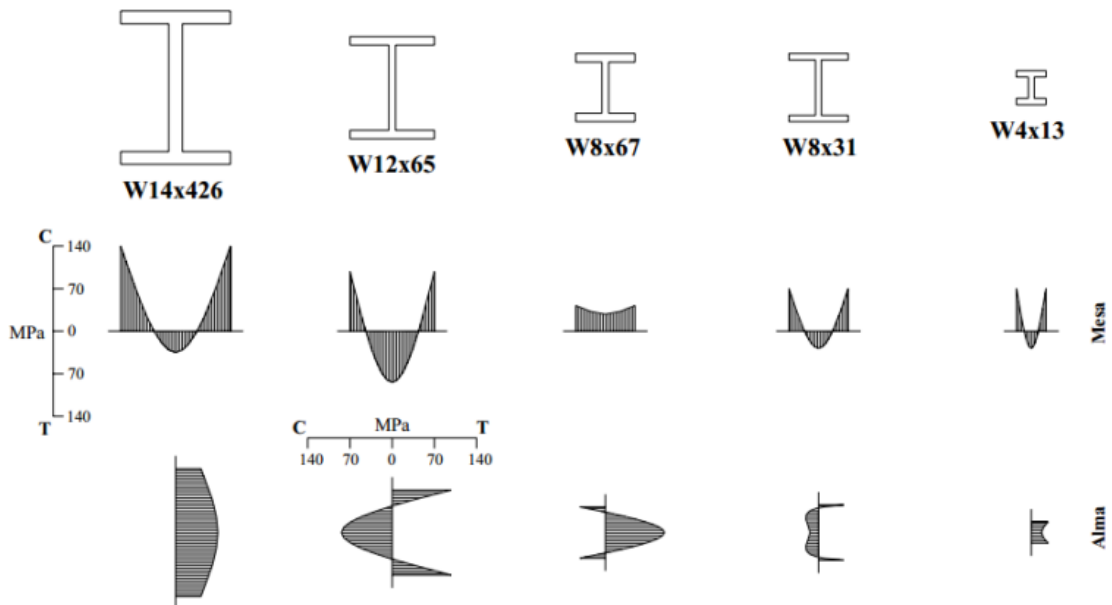
Segundo Huber e Beedle (1954) os principais responsáveis pela não linearidade do diagrama tensão versus deformação de colunas metálicas são os efeitos das tensões residuais. Tal não linearidade responsável por alterar o comportamento das estruturas na fase de flambagem inelástica.

No trabalho de Szalai e Papp (2005), pode-se observar de mesmo modo que as tensões residuais, quando estão no regime inelástico de flambagem, reduzem a resistência dos elementos estruturais. Tal redução é proveniente do escoamento prematuro do aço, atrelado a presença de tensões residuais.

3.2.1.1 Tensões residuais em perfis I laminados

Os perfis laminados possuem tensões residuais que se alteram conforme as dimensões da seção transversal variam. As tensões residuais possuem relação direta com o tamanho e peso das seções, ou seja, quanto maiores e mais pesadas as seções, os valores das tais tensões são mais elevados como é possível observar na Figura 3.9 (ALPSTEN, 1968; ALPSTEN, 1972b; GALAMBOS, 1988; ALMEIDA, 2006). No trabalho realizado por Alpsten (1972a), foi medido valores de tensões residuais em perfis laminados de grandes seções. Tais valores convergiam para a grandeza da tensão de escoamento do aço, logo o comportamento dos elementos sofria alterações expressivas quando solicitados por carregamentos.

Figura 9 - Distribuição de tensões residuais em perfis laminados.

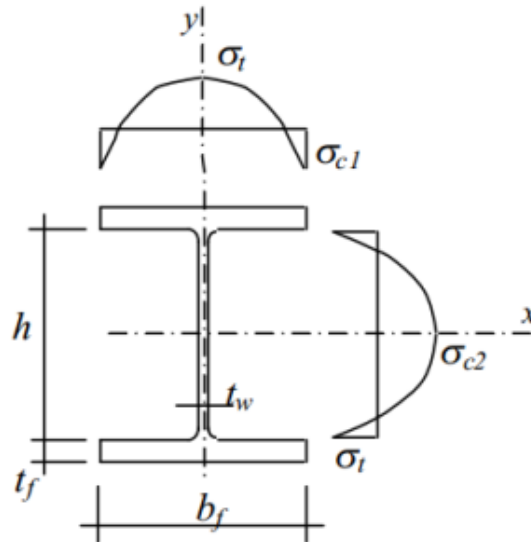


Fonte: Galambos (1998, p. 32)

Segundo Castro e Silva (2006), visando a simplificação de projetos, a distribuição da tensão residual, em perfis laminados, deve-se considerar um padrão, por mais que inúmeros estudos descrevam a tensão residual com certa variação. Esse padrão caracteriza a distribuição de tal tensão como perfil parabólico, no qual as extremidades das mesas julgam-se possuir tensões residuais de compressão, de mesma forma é analisada a porção central da alma. Por sua vez, as interseções das mesas com a alma são consideradas tensões residuais de tração, tal conceito pode ser melhor entendido ao observar a Figura 10.

Estudos realizados por Lee et al. (1967), Szalai e Papp (2005) demonstraram determinações, por meio de equações, a magnitude de tais tensões residuais que apresentam o padrão parabólico. Lee et al. (1967) divulgaram um polinômio de quarto grau que por meio deste conseguiram caracterizar tal padrão. Por sua vez, Szalai e Papp (2005) sugerem um equacionamento utilizando um polinômio de grau dois com o mesmo intuito.

Figura 10 - Padrão de distribuição de tensões residuais em perfis laminados.



Fonte: Castro e Silva (2006, p. 51)

De acordo com trabalhos realizados por Young (1975), é possível propor um modelo de distribuição parabólica das tensões residuais, como o supracitado na Figura 10. Os equacionamentos a seguir propõem os valores máximos de tensão residual, os quais possuem relação com propriedades geométricas da seção transversal em estudo.

$$\sigma_{c1} = 137,5 \left[2,2 - \frac{A}{2b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (1)$$

$$\sigma_t = 100 \left[-0,3 + \frac{A}{2b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (2)$$

$$\sigma_{c2} = 83,3 \left[0,8 + \frac{A}{2b_f t_f} \right] N / mm^2 \quad (3)$$

Onde: σ_{c1} e σ_{c2} são as tensões residuais de compressão nas bordas livres das mesas e no centro da alma, respectivamente; σ_t é a tensão residual de tração; A é a área da seção em mm^2 ; b_f e t_f são as espessuras da seção transversal em mm, descritos na Figura 10.

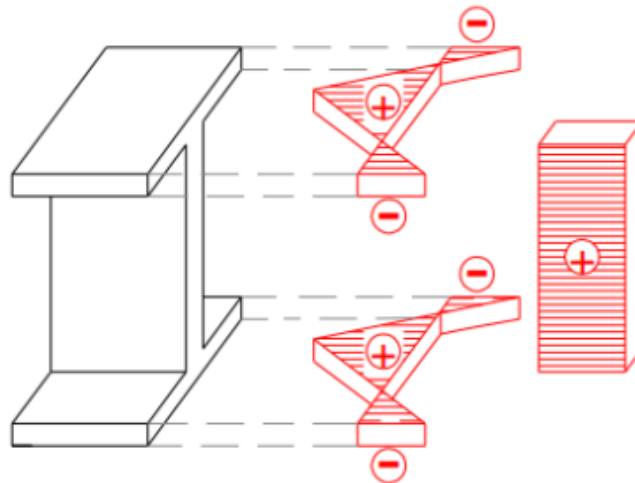
De acordo com estudos realizados por Galambos (1963) em vigas de aço com perfil laminado no regime inelástico da FLT, o aço escoava de forma precoce pela presença de tensões residuais. O autor considerou uma distribuição linear de tensão residual para as mesas, já para a alma adotou-se uma distribuição de tensão de

tração constante, como é possível observar na Figura 11. Tal modelo admite que as tensões residuais de tração das mesas e alma estão relacionadas com dimensões geométricas da seção transversal como pode ser observado na equação (4), já a tensão residual de compressão das extremidades da mesa é dada pela equação (5).

$$\sigma_{rt} = \left[\frac{\sigma_{rc} b_f t_f}{b_f t_f + t_w (d - 2t_f)} \right] \quad (4)$$

$$\sigma_{rc} = 0,3f_y \quad (5)$$

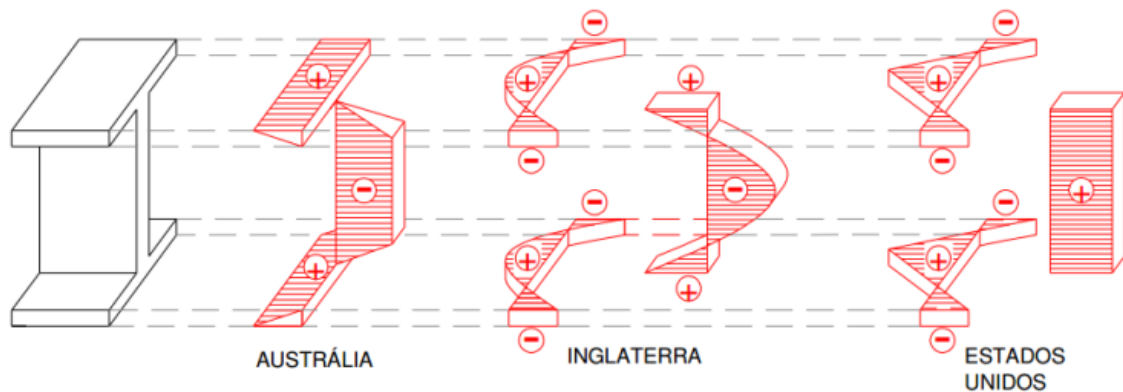
Figura 11 - Distribuição de tensões residuais assumidas por Galambos (1963).



Fonte: Balio e Mazzolani (1983) apud Gomes (2006, p. 17)

É possível encontrar diversos padrões de distribuição de tensão residual para perfis laminados. Sendo assim, Gomes (2006) em seu trabalho referente ao efeito de tensões residuais ante a resistência a compressão de perfis H laminados, expôs uma profunda pesquisa sobre tais padrões. Por fim, o autor fez um compilado das diferenças entre os principais padrões de distribuição de tensões residuais abordados na Austrália, Inglaterra e Estados Unidos como é possível observar na Figura 12 a seguir.

Figura 12 - Principais padrões de tensão residual utilizadas pelo mundo.



Balio e Mazzolani (1983) apud Gomes (2006, p. 17)

A norma brasileira NBR 8800:2008, visando simplificar o procedimento de cálculo, argumenta uma distribuição constante de tensão residual de tração nas mesas das vigas, na qual está em função da tensão de escoamento. Tal valor de tensão residual é designada como um valor de 30% da tensão de escoamento do aço, portanto conclui-se que essa é uma forma simplificada de cálculo, ou seja, pode não estar condizente com o estado real.

3.2.1.2 Tensões residuais em perfis I soldados

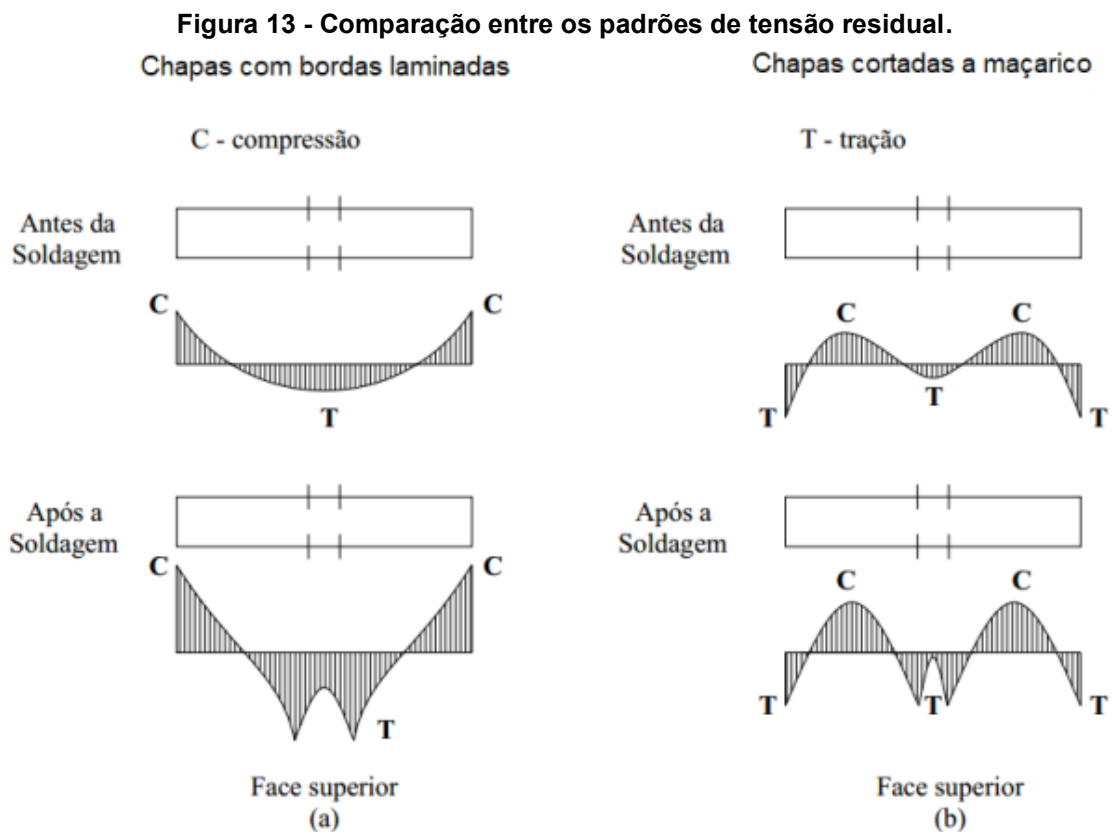
Os perfis metálicos soldados possuem um processo de fabricação distinto dos perfis laminados. Em sua maioria os perfis soldados possuem duas etapas onde são originadas tensões residuais. A primeira etapa é no corte das chapas metálicas, na qual é utilizado maçarico, esse processo aquece a chapa em suas extremidades gerando tensões residuais de tração. Por último, a união das chapas é feita através de soldas, o que também promove aquecimento das mesmas, porém neste caso é na região próxima da solda gerando assim tensões residuais de tração. No entanto, outro método de fabricação de perfis soldados é utilizando chapas laminadas, o que culmina em uma distribuição da tensão residual diferente, como é possível observar na Figura 13.

Nagarajo Rao et al. (1964), Alpsten e Tall (1970) e Dwight e White (1977) em seus estudos visaram entender melhor a distribuição e os fatores de influência nas tensões residuais. Nagarajo Rao et al. (1964) e Alpsten e Tall (1970) abordaram em seus estudos a relevância da solda nas tensões residuais. Eles concluíram que o tipo da solda não possui influência sobre os valores de tensão residual, salvo nos casos que há uma grande variação de temperatura durante os procedimentos de solda. Por

último Dwight e White (1977) em seus trabalhos propõe que o valor máximo da tensão residual, considerando o processo de soldagem, pode ser equiparado ao valor de tensão de escoamento do aço.

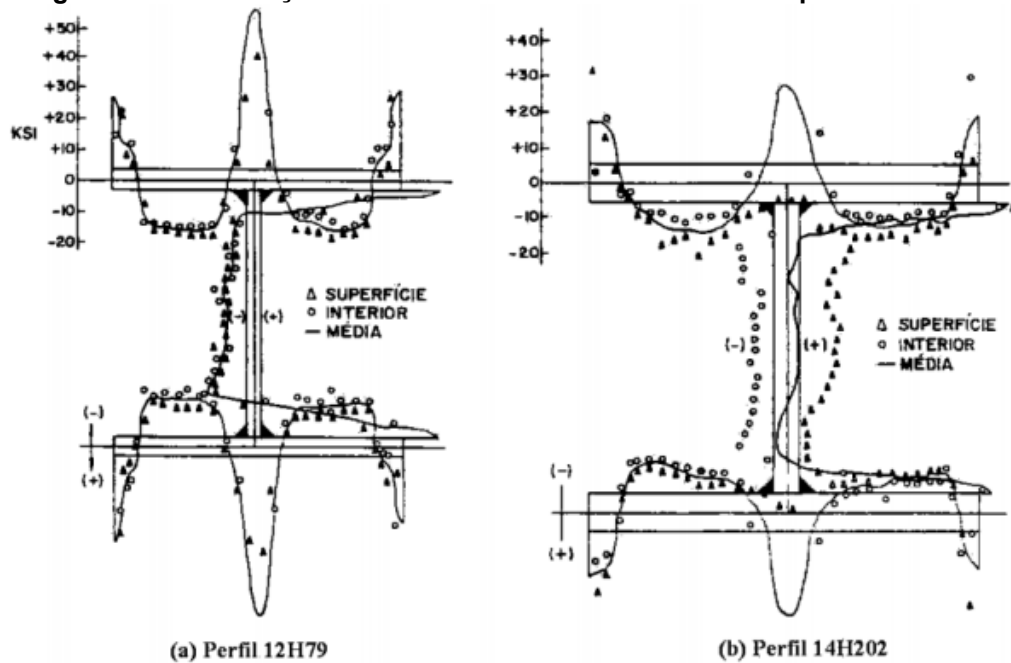
De forma distinta aos perfis laminados, os processos de solda possuem maior interferência na distribuição e na magnitude das tensões residuais em perfis leves como observados na Figura 3.14. (MC FALLS; TALL, 1969; ALPSTEN; TALL, 1970; BJORHVDE et al., 1972; BJORHVDE, 1988).

Existem três motivos apropriados para explicar as elevadas tensões de tração na região da solda. O primeiro deles é o aumento da resistência proporcionado pela mistura do eletrodo com material base, tal fato se dá por aquele possuir maior resistência do que o material base. O segundo é o aumento da resistência oriundo do resfriamento rápido, devido a alteração das propriedades mecânicas durante o corte. Por último, mas não menos importante, é o aparecimento do estado triplo de tensão, que geram tensões principais de tração incumbidos por suportar tensões superiores a tensão de escoamento no estado uniaxial (TALL, 1966; GALAMBOS, 1988).



Fonte: Pimenta (1997, p. 37)

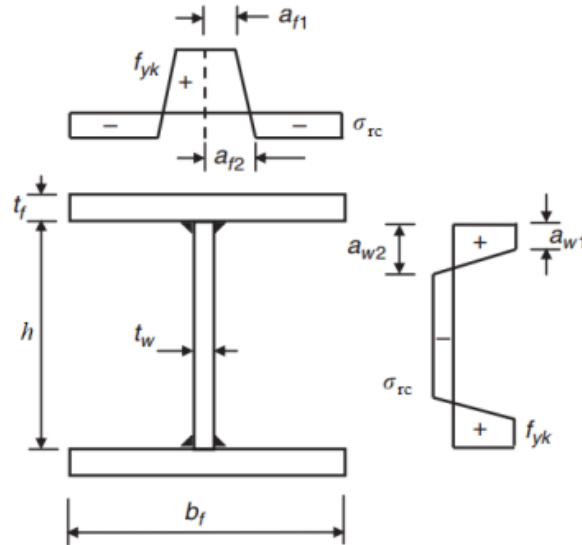
Figura 14 - Distribuição das tensões residuais em diferentes perfis soldados.



Fonte: Mc Falls e Tall (1969, p. 61-62)

Seguindo o manual técnico da ECCS (1976, apud Castro e Silva 2006), a fim de projetos, análises numéricas e práticas, é aconselhável que as tensões residuais em perfis I soldados seja empregada com valor de 50% da tensão de escoamento do aço nas extremidades das mesas, conhecidas como tensões de compressão. Para a tensão de tração, recomenda-se que no local da solda o valor a ser considerado seja igual ao da tensão de escoamento do aço. A ECCS (1984), edição posterior, evidenciou um modelo de distribuição das tensões residuais para perfis I soldados, o qual é mostrado na Figura 15.

Figura 15 - Distribuição de tensões residuais de perfis soldados ECCS (1984).



Fonte: ECCS (1984) apud Rossi (2018, p. 71)

Na Figura 15 tem-se: $a_{f1}=0,075b_f$; $a_{f2}=0,125b_f$; $a_{w1}=0,075h$; $\sigma_{rc} = 0,25f_{yk}$ e f_{yk} é a tensão de escoamento característica do aço.

A norma brasileira NBR 8800:2008, por sua vez possui uma forma simplificada para adoção das tensões residuais em relação com os valores reais. Isso se deve pois para o procedimento de cálculo do momento fletor resistente de vigas metálicas de alma não esbelta, anexo G da mesma, não faz distinção entre valores de tensão residual em perfis laminados ou soldados.

3.2.2 Imperfeições geométricas iniciais

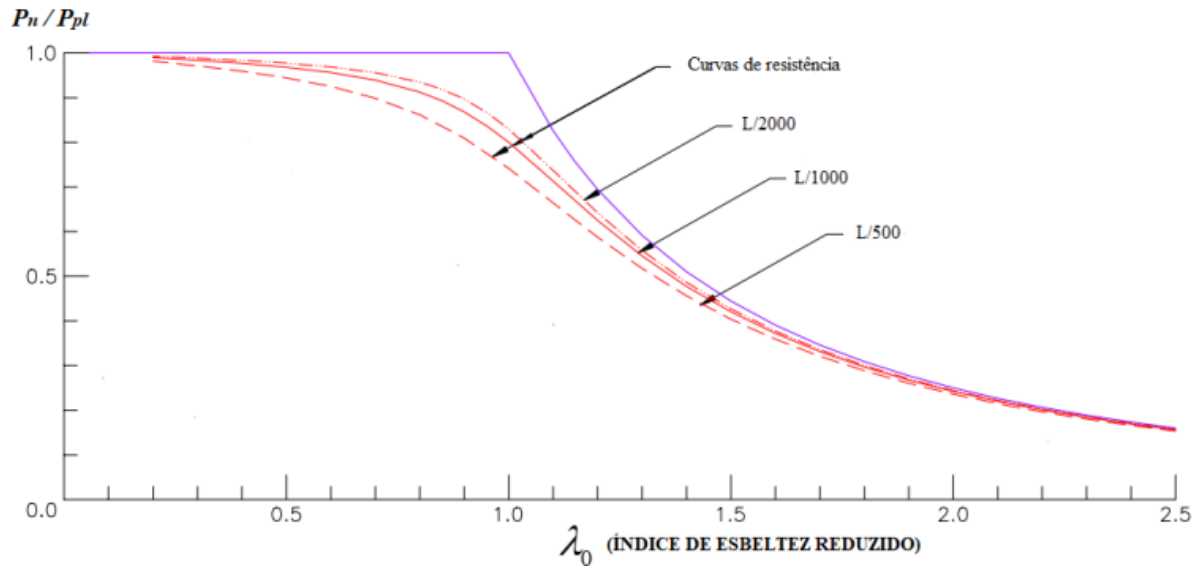
As imperfeições geométricas iniciais ou curvaturas iniciais são tão inerentes aos elementos estruturais metálicos quanto as tensões residuais, isso se deve ao processo de fabricação dos mesmos. Essa curvatura inicial descreve um pequeno desvio na retilidade os elementos estruturais, e tal desvio do eixo reto do elemento possui relação direta com o deslocamento transversal do elemento estrutural. A imperfeição geométrica é responsável por transverter o problema da flambagem em um problema do tipo carga-deslocamento. Neste último, é preciso a utilização de análises numéricas não lineares incrementais, pois possui como característica um deslocamento inicial desde a aplicação do primeiro carregamento (BEER; SCHULZ, 1970; BJORHOVDE; TALL, 1971; BJORHOVDE, 1972; DJALALY, 1977; GALAMBOS, 1988; PIMENTA, 1997).

A curvatura inicial comumente possui especificações de fabricação dos perfis estruturais que limitam o seu valor. Tal limitação relaciona o valor de deslocamento com o comprimento do vão (L). A NBR 5884:2013, norma técnica que apresenta limitações dimensionais para perfis soldados, propõe para curvatura longitudinal o valor de $L / 1.000$. Contudo, segundo Bjorhovde (1972) as medições realizadas mostram que o valor da imperfeição geométrica inicial é inferior ao valor tolerado, tais medições feitas em seus trabalhos relatam que esse valor é da ordem de $L / 1.500$.

Segundo Kala e Valeš (2017), em seu trabalho, apresentado recentemente, que estuda a implicação das imperfeições geométricas na flambagem lateral com torção (FLT). Para a determinação do valor de imperfeição geométrica inicial a ser atribuída ao modelo numérico empregaram dados estatísticos fornecidos pelo JCSS (2001) (Joint Committee of Structural Safety). Tais dados são apresentados em uma curva de Gauss onde é possível observar que a maior frequência de curvatura inicial é para valores inferiores a $L / 1.000$. Portanto concluíram em suas análises que a imperfeição geométrica apresenta grande influência sobre a FLT.

Trabalhos visando avaliar a atuação da forma e amplitude da curvatura inicial na resistência de colunas de aço foram concluídos (BEER e SCHULZ, 1970; BJORHOVDE e TALL, 1971). Na Figura 3.16 são mostrados as envoltórias de curvas de flambagem de vários perfis, usando curvaturas de $L / 2.000$, $L / 1.000$ e $L / 500$, as quais serviram de base para determinação das curvas de flambagem do SSRC (Structural Stability Research Council) (GALAMBOS, 1988).

Figura 16 - Curvas de resistência para valores de curvaturas iniciais.



Fonte: Rossi (2018, p. 77)

No procedimento de cálculo fornecido pela norma brasileira NBR 8800:2008, para determinação de momento crítico de vigas de alma não esbelta, não salienta nenhuma adoção de fatores de imperfeição que levem em consideração a imperfeição geométrica. No entanto o Eurocode, EN 1993-1-1:2005, retrata coeficientes de redução do momento crítico, no qual considera-se a interferência da curvatura inicial. Sendo assim é possível concluir que a consideração da imperfeição geométrica é fundamental para a consecução de respostas fieis ao comportamento real das estruturas.

3.2.3 Imperfeições geométricas físicas e geométricas

Neste capítulo são apontados alguns trabalhos realizados a fim de entender melhor o estudo da arte das imperfeições física material (tensões residuais) e geométrica inicial. Tais trabalhos que abordam conteúdo referente a tensão residual e imperfeições geométricas tratam de estudos que relacionam o efeito das mesmas na flambagem global de elementos estruturais de aço e os demais trabalhos complementam com algumas medições de tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais.

Em meados do século XX surgiu um dos estudos pioneiros sobre as tensões residuais, Huber e Beedle (1954) conseguiram algumas medições de tensões residuais em perfis I estruturais pelo método da seção ou do corte. Ademais examinaram o comportamento de colunas de aço levando em consideração as

tensões residuais. Por fim, concluíram que a tensão residual possui responsabilidade direta com a não linearidade do diagrama tensão/deformação, tornando-a o principal fator de interferência, além de adiantar o início do escoamento do aço.

Segundo Galambos (1963), há um método no qual consegue solucionar o problema da flambagem lateral elástica em vigas de perfil I laminados sujeitas a ação do momento fletor. Tal método baseia-se em apontar a redução da rigidez flexural e torcional durante o escoamento. Vale lembrar que o autor considerou a influência da tensão de residual ante a tensão de escoamento do aço.

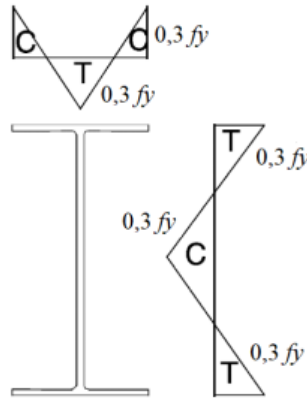
O fato da forma e intensidade das tensões residuais variarem conforme as propriedades geométricas de cada perfil, dificulta o processo de determinação das mesmas para todas seções. Diante disso, Alpsten (1968) propôs um método analítico para determinar as tensões residuais por intermédio da mensuração das temperaturas após o processo de fabricação em todas as regiões da seção geométrica. Assim, foi possível presumir a forma e a intensidade das tensões residuais.

De acordo com estudos de Alpsten e Tall (1970), que através da mensuração das tensões residuais em perfis soldados formados por chapas espessas, observou-se que a intensidade da tensão residual, oriunda da solda, varia conforme a seção geométrica aumenta. Ademais, os autores afirmaram que o tipo da solda não interferia na formação das tensões residuais.

Young (1972) por sua vez, apresentou medidas de tensões residuais em perfis I laminados utilizando o método da seção. Em tal trabalho é possível analisar que a intensidade e a forma estão diretamente relacionadas com a variação das dimensões da seção transversal. Após diversas medições observou-se que a intensidade e a região de atuação das tensões residuais aumentavam conforme a seção também aumentava. Por fim, concluiu-se com a proposição de uma função parabólica a fim de expressar a intensidade das tensões residuais.

Segundo Vila Real et al. (2004), amparados por um programa comercial no qual aplica MEF, analisaram um estudo sobre o efeito da tensão residual na flambagem lateral com torção. Tal estudo empregou em sua análise o elemento estrutural de viga metálica com seção transversal I em situações de elevada temperatura. Adotou-se um modelo de distribuição linear de tensão residual, apresentado na Figura 17. Concluíram que a redução da resistência das vigas de comprimento intermediário apresenta grande correlação com a presença das tensões residuais.

Figura 17 - Distribuição de tensões residuais utilizada por Vila Real et al. (2004).



Fonte: Vila Real et al. (2004, p. 787)

Segundo estudos de Szalai e Papp (2005) que propuseram uma nova distribuição de tensão residual na qual considerava uma função parabólica para representar o comportamento das tensões residuais em perfis laminados. Para chegarem a essa conclusão, foi considerado o efeito de flambagem lateral com torção para determinação das tensões residuais. Os autores afirmam que as tensões residuais podem causar deformação adicional caso não satisfaçam alguma equação de equilíbrio adicional e, logo, influenciam imprecisamente no comportamento da estrutura.

De acordo o trabalho de Spoorenberg, Snijder e Hoenderkamp (2010), no qual foi realizado a medição das tensões residuais em perfis laminados considerando vigas deformadas, utilizando método da secção. Conclui-se que os padrões de distribuição das tensões residuais possuem diferenças significativas quando analisadas em vigas não dobradas e de vigas que sofreram dobramento.

De acordo com medições realizadas por Wang, Li e Chen (2012), em três perfis soldados da série H, as tensões residuais de compressão diminuíram conforme o aumento da relação largura espessura das mesas, mais precisamente na região de conexão entre as mesas e almas. Ademais, verificou-se um aumento de das tensões residuais de tração nas extremidades das mesas. Por fim, os autores concluíram com a proposição de um modelo de distribuição de tensões residuais para este tipo de perfil.

3.3 Métodos normativos e analíticos

Tal capítulo dispõe equacionamentos analíticos utilizados para a determinação do momento resistente nominal de vigas de aço com seção transversal

I bissimétrica. Também é exposto a equação básica do momento crítico no regime elástico. Por fim será apresentado o procedimento de cálculo da NBR 8800:2008, anexo G, a fim da determinação do momento resistente característico de vigas de alma não esbelta.

3.3.1 Momento crítico básico no regime elástico

O fenômeno da flambagem lateral com torção corresponde ao modo de flambagem global de vigas metálicas submetidas a carregamentos que produzem flexão em torno do eixo de maior rigidez à flexão. Portanto, a FLT é composta por movimentos de translação lateral, na direção do eixo de maior inércia, e torção sobre o centro de torção, sendo que esses dois movimentos ocorrem simultaneamente.

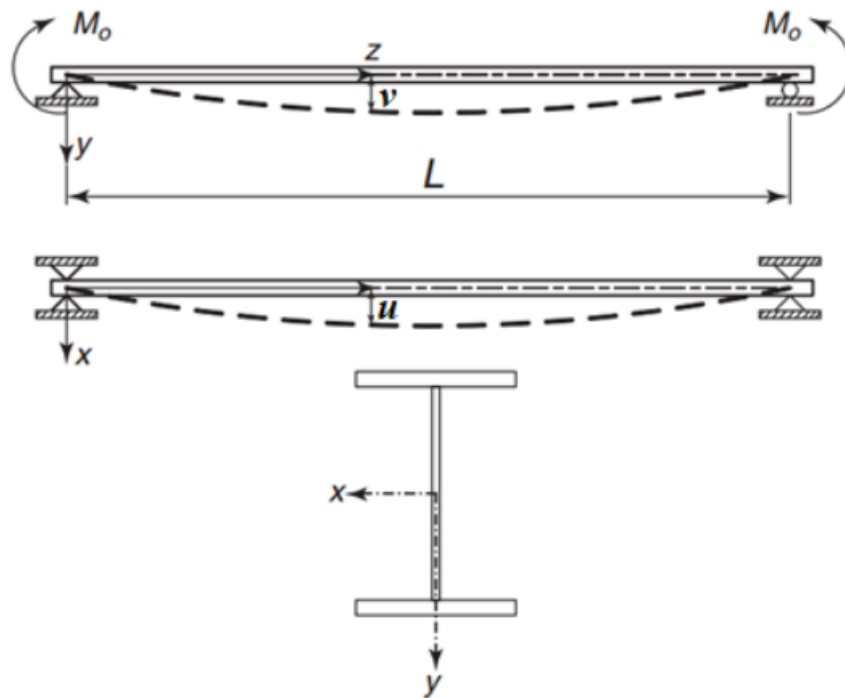
O momento crítico elástico é quem define a resistência de vigas metálicas sobre o efeito de FLT, dentro do regime elástico. Sendo assim, para sua determinação são analisadas algumas hipóteses de simplificação, as quais tornam a descrição de um problema bastante complexo, em equações relativamente simples. Entretanto, tais simplificações ignoram pontos que muitas vezes são corriqueiros no mundo real, como é o caso de diferentes condições de vinculações, posição e aplicação dos carregamentos e a possível ocorrência da distorção da alma para vigas com qualquer parâmetro de esbeltez de alma.

Galambos e Surovek (2008) apresentaram algumas hipóteses que são atribuídas para simplificar os problemas supracitados:

- A viga possui comportamento elástico;
- A viga possui apoio simples com presença de restrições laterais nas extremidades (vínculo de garfo);
- A viga é submetida a momento constante em torno do eixo de maior inércia;
- A seção transversal da viga possui dois eixos de simetria, coincidindo o centro de gravidade com o centro de torção;
- O eixo principal é onde ocorre a flexão.

O momento crítico elástico nas condições supracitadas é denominado de momento crítico básico, o qual é definido na fase elástica da FLT. A Figura 18 representa um caso básico de carregamento e vinculação para uma viga de aço.

Figura 18 - Caso básico de carregamento e restrição.

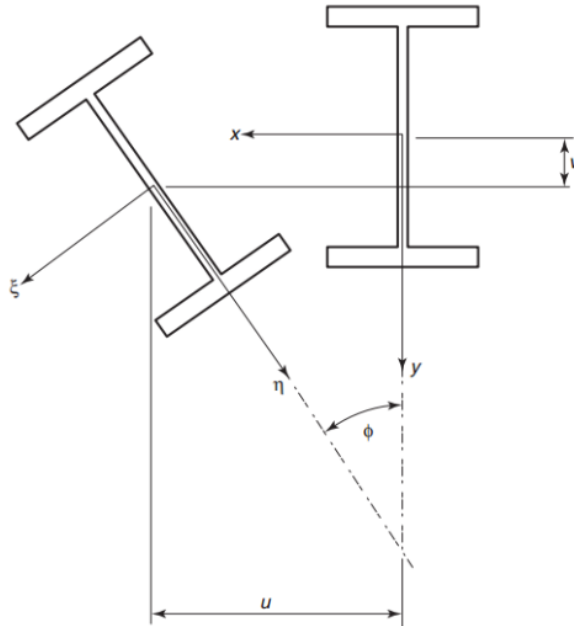


Fonte: Galambos e Surovek (2008, p. 271)

A Figura 18 possui dois deslocamentos, sendo que o v representa o deslocamento transversal vertical, ou seja, eixo de maior inercia, e o u representa o deslocamento transversal horizontal, de menor inercia. A mesma ainda possui uma situação idealizada de vinculação na qual não permite o deslocamento lateral e nem a torção nas extremidades, essa é livre para rotacionar lateralmente e a seção transversal é liberada para o empenamento.

Por sua vez a Figura 19 apresenta uma situação de FLT, onde uma é a seção da viga possui deformação outra não. Para a primeira situação observa-se a seção transversal com um deslocamento lateral (u) junto de uma torção da seção transversal simbolizada pelo ângulo de torção (ϕ). Também é possível observar que as coordenadas do centroide sofreram alteração em suas representações sendo x e y para a indeformada e ξ e η para a situação deformada.

Figura 19 - Seção transversal antes e após a FLT.



Fonte: Galambos e Surovek (2008, p. 239)

Algumas premissas são assumidas para a apresentação dos equacionamentos, são elas:

- os deslocamentos e os ângulos de torção são de grandezas pequenas;
- o material é elástico, homogêneo e isotrópico;
- A mesa nem a alma sofrem flambagem local;

Durante a flambagem não ocorre a distorção da seção transversal.

Vale ressaltar que ao assumir a última hipótese verdadeira é possível assumir que a equação do momento crítico básico considera a hipótese Bernoulli-Euler, ou seja, seções planas permanecem planas após a deformação e perpendiculares a linha neutra.

Yoo e Lee (2011) afirmavam que por intermédio do Método de Energia pode-se representar a energia total presente na situação deformada da FLT de tal maneira:

$$\begin{aligned} \Pi &= U + V \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L EI_y (v'')^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ (\phi')^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w (\phi'')^2 dz - M_x \int_0^L (v') (\phi') dz \end{aligned} \quad (6)$$

onde: U é a energia de deformação total; V é a energia potencial externa; E é o módulo de elasticidade longitudinal; I_y é momento de inércia em torno do eixo y ; G é o módulo de elasticidade transversal; J é o momento de inércia a torção e C_w é a constante de empenamento.

Ainda se tem que:

$$v = A \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (7)$$

$$\phi = B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (8)$$

onde: A e B são constantes de integração.

Com a substituição das condições de contorno proporcionadas pelas equações (7) e (8) na equação (6), conclui-se que a equação (6) possui apenas duas variáveis, que nesse caso são as constantes A e B . Ademais, as equações (7) e (8) atendem as condições de contorno geométricas e naturais, Sendo assim:

$$\begin{aligned} \Pi &= U + V \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L EI_y \left[-\frac{\pi^2}{L^2} A \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right]^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ \left[\frac{\pi}{L} B \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right]^2 dz \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left[-\frac{\pi^2}{L^2} B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right]^2 dz - M_x \int_0^L \left\{ \left[\frac{\pi}{L} A \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right] \left[\frac{\pi}{L} B \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right] \right\} dz \end{aligned} \quad (9)$$

Utilizando o princípio da mínima energia potencial total, obtém-se:

$$\frac{d\Pi}{dA} = \frac{d\Pi}{dB} = 0 \quad (10)$$

É possível determinar o momento crítico básico através da solução do determinante da matriz (2x2) originária de um sistema de equações. Tais afirmações são plausíveis, pois a flambagem lateral com torção (FLT) trata-se de um problema de instabilidade, sendo assim, a solução resolução é dada por:

$$GJ \frac{\pi^2}{L} + EC_w \frac{\pi^4}{L^3} - \frac{M_x^2 L}{EI_y} = 0 \quad (11)$$

Buscando encontrar o (M_x), realiza-se as operações necessárias e obtém-se:

$$M_x = M_{ocr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{EC_w}{GJ}} \quad (12)$$

O caso fundamental para equação (12) supracitada, é a equação que resulta no momento crítico básico do regime elástico de flambagem. As hipóteses apresentadas anteriormente foram consideração para obtenção da mesma, ademais tal equação foi apresentada inicialmente por Timoshenko e Gere (1961). Vale lembrar

que igual nas hipóteses expostas anteriormente, tal equacionamento não leva em consideração diferentes condições de contorno de vinculação e carregamento.

3.3.2 Procedimento da ABNT NBR 8800:2008

O momento fletor resistente de cálculo de vigas de alma não esbelta pode ser determinado através da norma brasileira NBR 8800:2008, em seu anexo G. Para que a viga seja classificada como tendo alma não esbelta ela carece obedecer a relação expressa na equação (13).

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} \leq 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (13)$$

onde: λ_w é o parâmetro de esbeltez da alma; h é a altura da alma; t_w é a espessura da alma; E é o módulo de elasticidade longitudinal e f_y é tensão de escoamento do aço.

As condições que as vigas estão submetidas quando aplicadas o procedimento da norma brasileira são:

- as restrições são do tipo vínculo de garfo nas extremidades das vigas, e no caso de balanços a extremidade da viga apresenta todos os deslocamentos livres;
- as forças transversais externas são aplicadas na semialtura da seção transversal, portanto, todos os demais tipos de carregamentos (cargas estabilizantes e desestabilizantes) são desconsiderados;
- a seção transversal é considerada constante em todo o comprimento destravado.

3.3.2.1 Flambagem lateral com torção

A equação 14 representa como o momento crítico no regime elástico à FLT dado pela NBR 8800:2008 é obtido. Sendo que o mesmo é resultado da multiplicação do coeficiente de modificação da distribuição do momento fletor pelo momento crítico básico, como é possível observar:

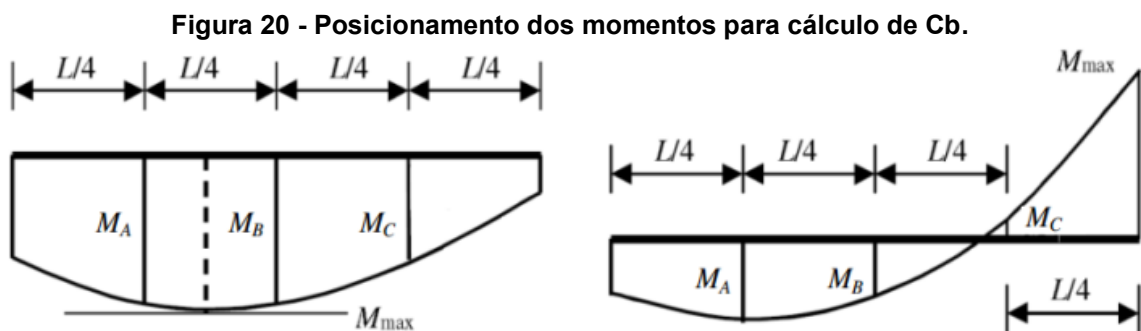
$$M_{cr} = C_b M_{ocr} \quad (14)$$

onde: M_{cr} é o momento crítico no regime elástico; C_b é o de fator de modificação para o diagrama de momento fletor não-uniforme e M_{ocr} é o momento crítico básico no caso fundamental dado pela equação 12.

O responsável pela uniformização da distribuição do momento fletor ao longo do comprimento destravado da seção é o fator de modificação de momento fletor não-uniforme (C_b). A norma brasileira utiliza o equacionamento originalmente proposto por Kirby e Nethercot (1979), que mostraram um equacionamento aplicável em diversas formas de diagramas de momento fletor (YOO e LEE, 2011). Tal equação proposta por Kirby e Nethercot (1979), presente na norma brasileira, sofreu algumas modificações e é apresentada como a equação (15). Por fim, essa equação é válida para os casos em que as mesas estão livres pra se deslocarem lateralmente, ao longo do comprimento destravado da viga.

$$C_b = \frac{12,5M_{\max}}{2,5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3,0 \quad (15)$$

onde: M_{\max} é o valor do momento fletor máximo solicitante de cálculo no comprimento destravado; os momentos M_A , M_B e M_C são os momentos fletores solicitantes de cálculo situados nas seções correspondentes a $1/4$, $1/2$ e $3/4$ do comprimento destravado e; R_m é um parâmetro de monossimetria da seção transversal, tendo valor unitário para seções I de dupla simetria. Na Figura 20 apresenta-se a esquematização da localização destes momentos fletores.



Fonte: Serna et al. (2005, p. 568)

No capítulo 3 (Figura 5) apresenta-se que, a FLT no regime elástico, acontece nos casos em que o índice de esbeltez (λ) é superior ao índice de esbeltez limite para seções semicompactas (λ_r), tendo que:

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} \quad (16)$$

$$\lambda_r = \frac{1,38\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w \beta_1^2}{I_y}}} \quad (17)$$

onde: L_b é o comprimento destravado; r_y é o raio de giração da seção em relação ao eixo y e C_w é a constante de empenamento dado pela equação (18).

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4} \quad (18)$$

Ainda, tem-se que:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W_x}{EJ} \quad (19)$$

onde: β_1 é o coeficiente de correção para a esbeltez crítica; σ_r é a tensão residual de compressão nas mesas, a qual de acordo com a norma brasileira deve ser adotada como sendo 30% da resistência ao escoamento do aço utilizado e W_x é o módulo resistente elástico.

onde: d é a altura total da seção transversal e t_f é a espessura das mesas.

Sendo assim, nos casos em que se tem $\lambda > \lambda_r$, o momento resistente característico à FLT é obtido por:

$$M_{Rk} = C_b M_{ocr} \leq M_{pl} \quad (20)$$

Em situações em que não há perda de estabilidade do elemento, ou seja, não ocorre a FLT da viga, o colapso será proveniente da plastificação total da seção transversal da viga. Portanto, esse caso é caracterizado por um o índice de esbeltez (λ) menor ou igual ao índice de esbeltez limite para seções compactas (λ_p), que é dado por:

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (21)$$

Logo, quando (λ) é menor ou igual a (λ_p) obtém-se que o momento resistente característico (M_{Rk}) é dado por:

$$M_{Rk} = M_{pl} = Z_x f_y \quad (22)$$

Na qual: M_{pl} é o momento de plastificação da seção; Z_x é módulo resistente plástico e f_y é a tensão de escoamento do aço.

Outra possível situação, é o caso de analisar uma viga de comprimento intermediário, ou seja, que possui índice de esbeltez (λ) entre o índice de esbeltez de limite para seções semicompatas (λ_r) e índice de esbeltez limite para seções compactas (λ_p), sendo assim tem-se que:

$$M_{Rk} = C_b \left[M_{pl} - \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq M_{pl} \quad (23)$$

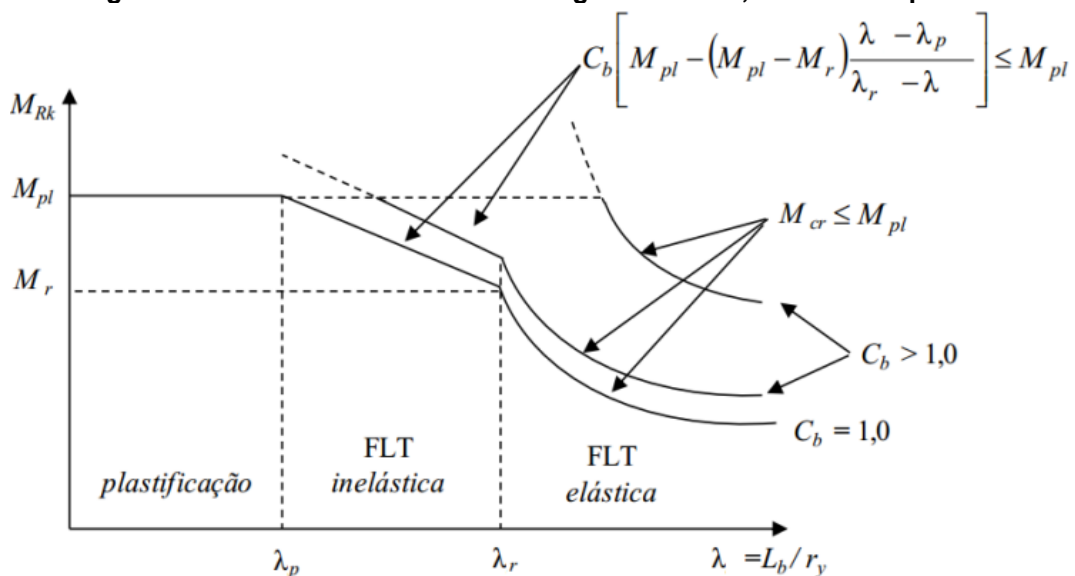
onde: M_{rk} é o momento fletor correspondente ao início do escoamento e é dado pela equação (24).

$$M_r = (f_y - \sigma_r)W \quad (24)$$

onde: W é módulo de resistência elástico da seção, relativo ao eixo de flexão.

Portanto, é possível concluir a determinação de curvas de resistência à FLT, como é possível observar na Figura 3.21.

Figura 21 - Curvas de resistência no regime elástico, inelástico e plástico



Fonte: Fakury, Castro e Silva, Caldas (2016, p. 178)

3.3.2.2 Flambagem local da alma

De forma análoga, a flambagem local da alma (FLA) comporta-se como a FLT, ou seja, pode acontecer no regime elástico ou inelástico caso a perda de estabilidade

se manifeste, caso essa não ocorra, a estrutura sofrerá colapso por plastificação da seção transversal.

Os processos para determinação do momento resistente à FLA abordados pela NBR 8800:2008, são diferenciados em casos com viga de alma não-esbelta e vigas de alma esbelta. A situação de ocorrer FLA no regime elástico, é exclusiva para casos onde a viga é de alma esbelta. Neste presente trabalho, são estudadas vigas de alma não-esbelta, ou seja, elas possuem o índice de esbeltez da alma menor que o índice de esbeltez limite de instabilidade elástica, apresentado na equação a seguir:

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} \leq \lambda_{w,r} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (25)$$

Nos casos que o índice de esbeltez da alma (λ_w) for menor que o índice de esbeltez de plastificação da alma ($\lambda_{w,p}$), onde $\lambda_{w,p}$, é dado por:

$$\lambda_{w,p} = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (26)$$

Obtém-se que o momento resistente característico é dado por:

$$M_{Rk} = M_{pl} = Z_x f_y \quad (27)$$

onde: Z_x é o módulo resistente plástico da seção.

Por último tem-se o caso que o colapso se dá no regime inelástico, ou seja, o índice de esbeltez da alma (λ_w) está dentro do intervalo formado pelo índice de plastificação da alma ($\lambda_{w,p}$) e o limite de instabilidade elástica ($\lambda_{w,r}$), portanto tem-se que o momento resistente característico é encontrado por:

$$M_{Rk} = \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_{w,r}) \frac{\lambda_w - \lambda_{w,p}}{\lambda_{w,r} - \lambda_{w,p}} \right] \quad (28)$$

onde: $M_{w,r}$ é o momento fletor correspondente ao início do escoamento e é dado pela equação (29).

$$M_{w,r} = f_y W \quad (29)$$

onde: W é módulo de resistência elástico da seção, relativo ao eixo de flexão.

3.3.2.3 Flambagem local da mesa comprimida.

Por sua vez, as mesas comprimidas de um perfil I tender a instabilizar-se localmente dentro do regime elástico ou inelástico. Nas situações em que o parâmetro de esbeltez da mesa (λ_f) é menor que o parâmetro de esbeltez de plastificação da mesa ($\lambda_{f,p}$), consta que o estado limite último é alcançado pela plastificação da seção – equação (30). Neste caso, a equação (31) representa o momento resistente característico.

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f} \leq \lambda_{f,p} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (30)$$

$$M_{Rk} = M_{pl} = Z_x f_y \quad (31)$$

Também há casos onde o parâmetro de esbeltez da mesa situa-se entre os valores do parâmetro de esbeltez de plastificação e o parâmetro de esbeltez limite de estabilidade elástica, equação (32), gerando um cenário intermediário, no qual o momento resistente característico é dado pela equação (36).

$$\lambda_{f,p} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \lambda_f \leq \lambda_{f,r} \quad (32)$$

onde $\lambda_{f,r}$, origina-se por:

Para perfis laminados:
$$\lambda_{f,r} = 0,83 \sqrt{\frac{E}{0,7 f_y}} \quad (33)$$

Para perfis soldados:
$$\lambda_{f,r} = 0,95 \sqrt{\frac{E}{0,7 f_y / k_c}} \quad (34)$$

Onde k_c é dado por:
$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \mid 0,35 \leq k_c \leq 0,76 \quad (35)$$

$$M_{Rk} = \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_{f,r}) \frac{\lambda_f - \lambda_{f,p}}{\lambda_{f,r} - \lambda_{f,p}} \right] \quad (36)$$

Sendo $M_{f,r}$ igual a:

$$M_{f,r} = 0,7 f_y W \quad (37)$$

Por fim o regime elástico, isto é, o estado em que o parâmetro de esbeltez da mesa (λ_f) é maior que o parâmetro de esbeltez limite de estabilidade elástica ($\lambda_{f,r}$), obtém-se que o momento resistente característico é dado por:

$$M_{Rk} = M_{cr} \quad (38)$$

onde M_{cr} é dado por:

Para perfis laminados:

$$M_{cr} = \frac{0,69E}{\lambda^2} W_c \quad (39)$$

Para perfis soldados:

$$M_{cr} = \frac{0,90Ek_c}{\lambda^2} W_c \quad (40)$$

onde: W_c é módulo de resistência elástico do lado comprimido da seção, relativo ao eixo de flexão.

3.4 Fundamento de Análise

3.4.1 Instabilidade Estrutural

Segundo Rossi (2018) quando se trata de análises e dimensionamento de estruturas o conceito de estabilidade está diretamente ligado ao princípio de configuração de equilíbrio. Esse por sua vez relaciona-se com a capacidade de uma estrutura específica manter-se em uma posição de equilíbrio após alguma perturbação externa, ação exterior. No momento em que a ação externa cessa a estrutura analisada possui uma tendência ou não de reestabelecer a posição inicial. Caso a primeira hipótese seja verdadeira, ou seja, a posição inicial foi reestabelecida, diz-se que ela apresenta equilíbrio estável. De outro modo, caso a estrutura deforme em relação a posição inicial e ainda sim encontre uma posição na qual possua equilíbrio, se diz que a tal estrutura se encontra em equilíbrio instável.

A mudança de um estado de equilíbrio para o outro pode ser representada em uma curva de equilíbrio (relação carga-deslocamento). Ademais a instabilidade estrutural pode se manifestar de duas formas (REIS; CAMOTIM, 2000):

- Instabilidade bifurcacional, ou seja, ocorrência de uma bifurcação de equilíbrio;

- Instabilidade por ponto limite ou “snap-through”, que é a ocorrência de um ponto limite (limit load buckling), no qual a trajetória de equilíbrio (não linear) tem derivada nula.

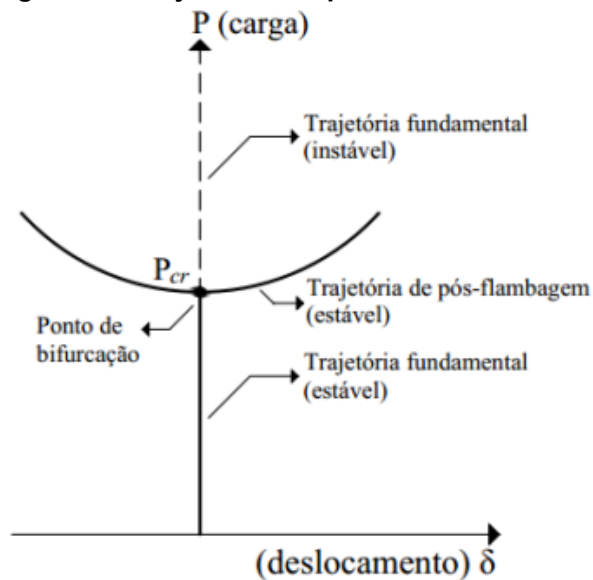
3.4.2 Instabilidade bifurcacional

Conforme afirma Rossi (2018), a instabilidade bifurcacional é comum de elementos estruturais perfeitos, isto é, sem imperfeições geométricas e submetidas a cargas de compressão. Tais elementos quando sujeitos a esse tipo de carregamento manifestam uma configuração inicial de deformação, o modo de deformação pré-flambagem. Quando a carga alcança o valor crítico o modo de deformação altera de forma abrupta para um novo padrão, chamado de modo de flambagem, gerando uma bifurcação na trajetória de equilíbrio.

E é exatamente nesse ponto de bifurcação que altera as configurações de um equilíbrio estável para um equilíbrio instável. O diagrama genérico ($P \times \delta$) como o da Figura 22 a seguir possibilita melhor entendimento, no qual se tem (REIS; CAMOTIM, 2000):

- Trajetória de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), com início na origem do diagrama carga-deslocamento;
- Trajetória de equilíbrio de pós-flambagem, na qual não passa pela origem do diagrama carga-deslocamento;
- Um ponto de bifurcação, no qual corresponde a intersecção das duas trajetórias e ainda as configurações de equilíbrio fundamental passam de estáveis para instáveis.

Figura 22 - Trajetória de equilíbrio bifurcacional.



Fonte: Reis e Camotim (2000) apud Rossi (2018, p. 100)

Através das análises de instabilidade bifurcacional é possível obter as cargas críticas de instabilidade (correspondente às coordenadas do ponto de bifurcação), qual modo de flambagem predomina (observando a configuração deformada na bifurcação) e as propriedades da trajetória de pós flambagem, quando encontrada com exatidão (ROSSI, 2018).

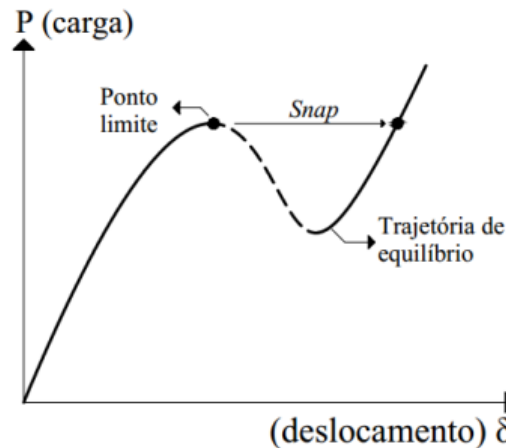
3.4.3 Instabilidade por “snap-through”

Por outro lado, tem-se a instabilidade por “snap-through” que, segundo Rossi (2018), é característica de estruturas reais que possuem imperfeições geométricas iniciais. Nesse caso a trajetória de equilíbrio não possui uma mudança brusca no seu modo de deformação, ou melhor, não apresenta uma bifurcação do equilíbrio, mas sim um aumento progressivo dos deslocamentos para cada pequeno incremento da carga. A Figura 4.2 apresenta um problema de snap-through que é caracterizado pela existência de (CHEN; LUI, 1987; REIS; CAMOTIM, 2000):

- Trajetória de equilíbrio não linear, com o início na origem do diagrama carga-deslocamento;
- Um ponto limite, que corresponde à derivada nula do aclave da trajetória de equilíbrio e no qual as configurações de equilíbrio passam de estáveis a instáveis;
- Um fenômeno de “snap”, que ocorre quando a estrutura se encontra no ponto limite e é submetida a um rápido aumento de carga. Esse “snap” consiste na

passagem da estrutura para uma configuração estável de equilíbrio afastada do ponto limite como observa-se na Figura 23.

Figura 23 - Trajetória de equilíbrio de instabilidade por snap-through.



Fonte: Reis e Camotim (2000) apud Rossi (2018, p. 101)

Segundo Reis e Camotim (2000), as questões referentes a instabilidade de estruturas não perfeitas, isto é, com imperfeições geométricas iniciais, carecem da determinação do andamento da trajetória de equilíbrio, pois com ela encontra-se o ponto limite ou carga de snap, se analisar o eixo das ordenadas. De modo distinto à instabilidade bifurcacional, desde o início da perturbação externa os deslocamentos que determinam o snap de uma estrutura estão presentes. Ao passo que há incremento no carregamento, os deslocamentos ampliam-se gerando um decréscimo na rigidez do elemento, culminando assim num declive da trajetória de equilíbrio até o ponto limite, onde este se anula. Sendo assim, conclui-se que é necessário adotar um modelo de análise estrutural que possibilite a determinação de trajetórias de equilíbrio não-lineares a fim de verificar este fenômeno.

3.4.4 Análise linear de estabilidade

Somente através de uma solução analítica muito simples para o problema de estabilidade é possível determinar a trajetória de equilíbrio precisa e o verdadeiro comportamento não-linear do sistema. Geralmente, os valores aproximados dessas trajetórias são obtidos apenas por análise aproximada de estabilidade. Instabilidade da bifurcação e análise rápida são os tipos mais comumente usados de análise de estabilidade aproximada (ROSSI, 2018).

Segundo Reis e Camotim (2000) em muitos problemas de análise de bifurcacional, a trajetória de equilíbrio fundamental é linear, caso contrário, é utilizada

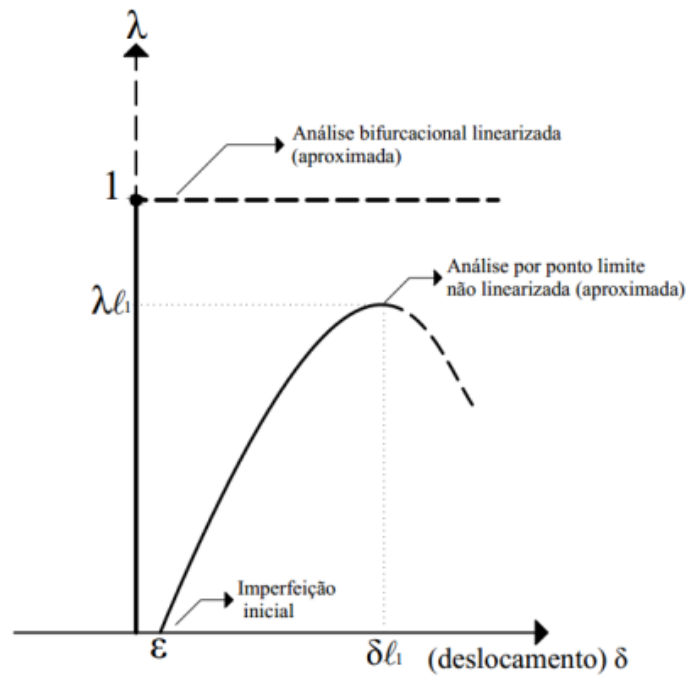
apenas para determinar o valor da carga de bifurcacional e o modo de instabilidade correlacionada à menor carga de bifurcacional, situação que as análises lineares já suprem.

De acordo com Rossi (2018) nenhuma característica da curva pós-flambagem pode ser indicada pela análise linear de estabilidade. Entretanto, tal análise fornece apenas equações de equilíbrio numa configuração deformada que se desvia ligeiramente da trajetória fundamental. Tais equações de equilíbrio são definidas na configuração deformada, porém são linearizadas quanto aos deslocamentos determinando apenas os modos de instabilidade, como pode-se observar na Figura 4.3.

3.4.5 Análise não linear de estabilidade.

As análises que envolvem sistemas estruturais reais possuem imperfeições geométricas iniciais e excentricidade de carga. Consequentemente a bifurcação do equilíbrio não é verdadeira, tendo em vista que existe apenas uma única trajetória e não a ramificação da mesma. Segundo Rossi (2018) não há sentido analisar linearmente estruturas reais. Sendo assim, é fundamental a análise pós flambagem, levando em conta os termos não lineares nas equações de equilíbrio implementando-se uma análise não linear de estabilidade. Em tal análise o modo de instabilidade é dado por ponto limite ou snap-through, o qual estabelece a trajetória aproximada de equilíbrio como apresentado na Figura 24.

Figura 24 - Trajetórias de equilíbrio aproximadas



Fonte: Reis e Camotim (2000) apud Rossi (2018, p. 103)

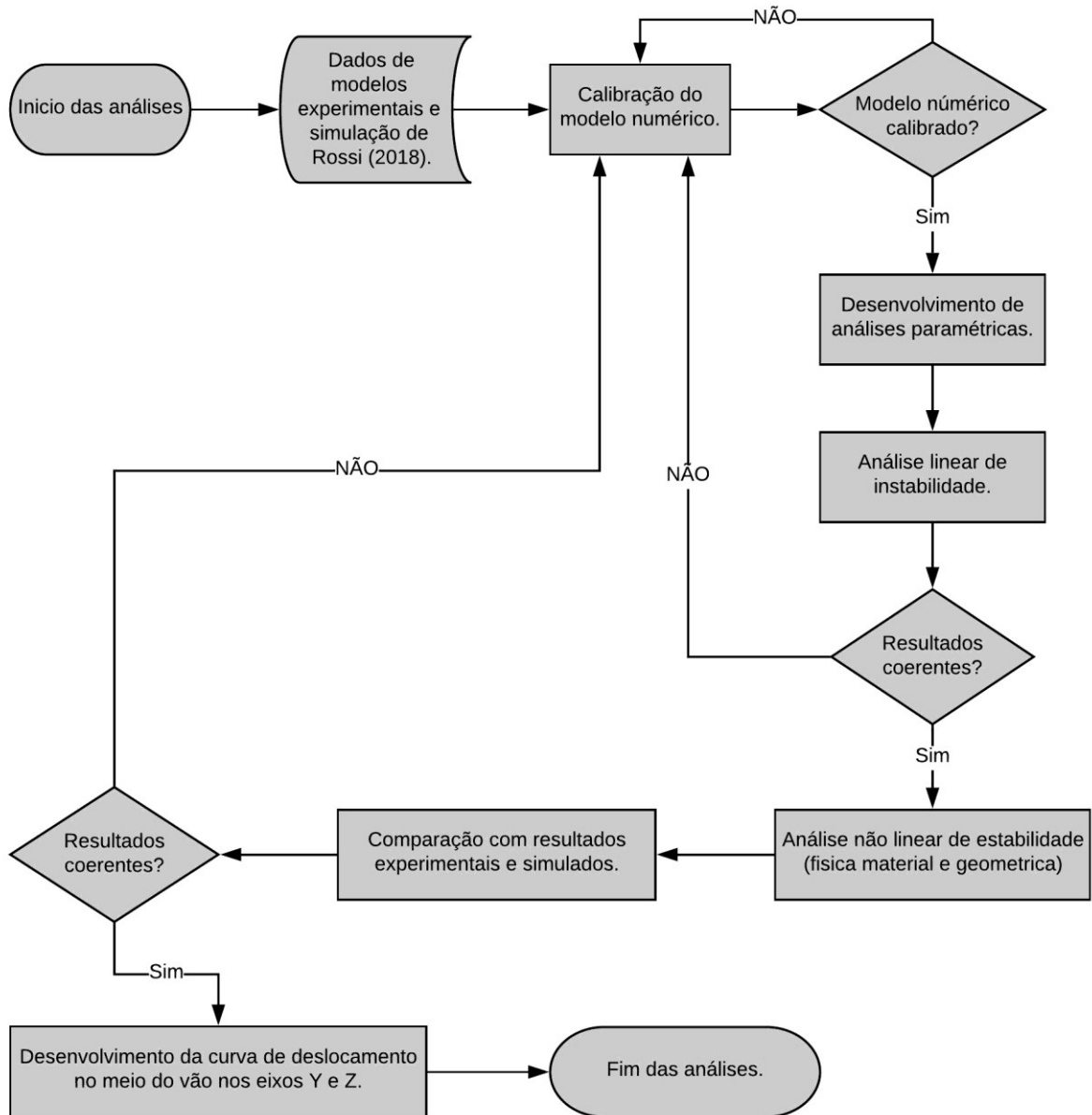
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O capítulo a seguir explana os conceitos fundamentais para entender os procedimentos metodológicos utilizados. Inicialmente são apresentadas as características da modelagem numérica utilizada, na sequência é exposta a calibração do modelo, através de resultados obtidos por estudos experimentais de Kubo e Fukumoto (1988), Bradford e Wee (1994), Zirakian e Showkati (2007) e outro modelo numérico simulado por Rossi (2018) no software ABAQUS.

O modo de calibração do modelo numérico no software ANSYS prevê a necessidade de comparar os resultados obtidos para determinar a coerência dos mesmos, portanto apelou-se para a literatura, que possui obras que contemplam as análises experimentais. Os trabalhos de Kubo e Fukumoto (1988), Bradford e Wee (1994) e Zirakian e Showkati (2007), compõem o banco de dados para comparação dos resultados das análises paramétricas. Todas as referências supracitadas determinaram as propriedades presentes nos modelos desenvolvidos, garantindo assim a similaridade nas propriedades geométricas, do material, vinculações, modos de aplicação da carga e modelos de imperfeições quando obtidos. As imperfeições geométricas e físicas serão apresentadas nos capítulos seguintes.

A fim de alcançar os objetivos apresentados nos itens 2.1 e 2.2 e juntamente com a complexidade da arte previamente explanada, o fluxograma apresentado na Figura 4.1 resume os principais procedimentos que serão.

Figura 25 - Fluxograma das ações metodológicas.



Fonte: Autoria própria (2021)

4.1 Modelo numérico desenvolvido no software ANSYS

Este item descreve o processo de preparação do modelo das vigas simuladas numericamente. O modelo numérico desenvolvido aqui foi analisado pelo software ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 21.1 (ANSYS Inc., 2021) que emprega o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a resolução de diversos modelos que reproduzem situações reais, dentre estes, os modelos de análise estrutural. Com o objetivo de poupar repetições quanto ao nome do programa utilizado, o mesmo será anunciado apenas pela palavra ANSYS.

O desenvolvimento do modelo numérico é fundamentado em um script, que sobretudo é um roteiro computacional na linguagem do próprio ANSYS. Para sua elaboração são necessárias diversas etapas: definição das propriedades geométricas, dos materiais, das condições de contorno, do modelo de análise elástica linear, das tensões residuais, das imperfeições geométricas e do modelo de análise não linear. Em seguida serão expostas algumas considerações sobre as etapas supracitadas.

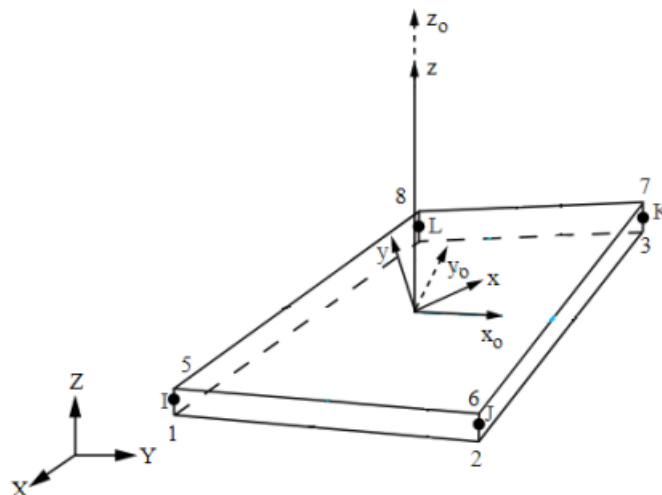
- Definição das propriedades geométricas:

O primeiro passo na análise numérica no software ANSYS é definir o modelo geométrico que melhor representa o problema físico que está sendo analisado. Dentre os elementos disponibilizados na biblioteca interna do ANSYS, encontram-se o elemento de casca SHELL181 utilizado na modelagem da seção transversal da viga de aço. Por se tratar de um estudo onde uma das dimensões (espessura) é consideravelmente menor que as demais, foi decidido utilizar esse modelo geométrico tridimensional formado por elementos de casca para representá-la.

De acordo com Canales (2018) o elemento SHELL181 é um elemento de casca, adequado para modelar elementos estruturais de parede fina, isto é, com uma das dimensões menor que as outras. É um elemento plano configurado com quatro nós os quais possuem seis graus de liberdade, sendo eles: três graus de translação e três de rotação. Ademais este tipo de elemento permite considerações não lineares do material e a deformação linear é expressa no mesmo plano em que está contida.

Na Figura 26 é possível observar o elemento SHELL181.

Figura 26 - Elemento SHELL181.



Fonte: ANSYS Inc. (2021, p. 1)

Visando eliminar as interferências ocasionadas pela ocorrência da sobreposição de áreas quando atribuídas as espessuras dos elementos da seção transversal, optou-se por alterar a geometria do modelo de modo que não haja sobreposição de áreas. Sendo assim, a conexão dos nós de coordenadas coincidentes horizontalmente entre a alma e as mesas do perfil, utilizou-se o elemento de restrição multiponto denominado MPC184.

De acordo com a biblioteca ANSYS, MPC184 pode ser compreendido como um elemento que contém uma classe geral de elementos de restrição multiponto, os quais empregam restrições cinemáticas entre os nós. Além do mais, pode ser empregado como um vínculo rígido para o modelar uma restrição rígida entre os dois corpos deformáveis, ou também como um componente rígido adequado para transferir momentos e forças.

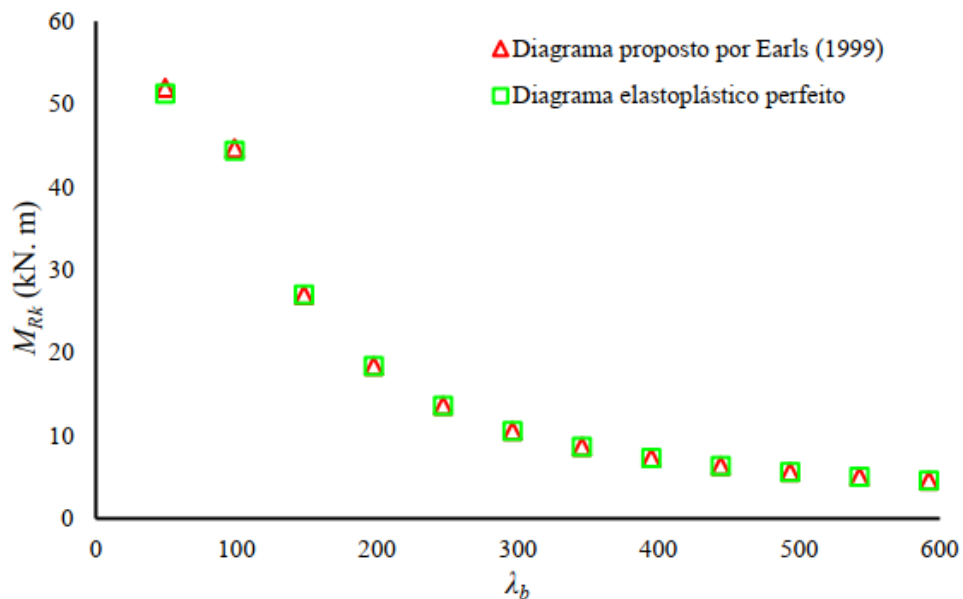
Em cada área que compõem a estrutura pelo elemento de casca atribui-se um material, além da espessura. Com a atribuição do material (aço) o elemento quando solicitado pode apresentar características elástico linear ou elastoplástico perfeito. O item a seguir abordará mais informações quanto ao material.

- Definição das propriedades do material:

A definição das propriedades do material envolve a inserção de dados para que as áreas já estabelecidas possam representar o aço. Dentre as características temos o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson e a tensão de escoamento do aço.

De acordo com o trabalho de Rossi (2018) é necessário verificar a consideração ou não da realização de análises de sensibilidade. Com o objetivo de encontrar divergências entre os resultados obtidos através do modelo elastoplástico perfeito e um modelo que considera o processo de encruamento do aço, o autor concluiu que os resultados apresentaram uma sutil divergência (1%), como mostrado na Figura 27. Portanto, neste trabalho, adotou-se o diagrama tensão/deformação com comportamento elastoplástico perfeito.

Figura 27- Comparação entre os resultados de momento resistente para modelos de comportamento do aço.



Fonte: Rossi (2018, p. 112)

- Definição das condições de contorno:

Tendo em vista que o objetivo é simular uma viga real, é imprescindível que as vinculações de apoio e aplicações de carga aproximem-se o máximo da realidade. Em itens posteriores serão apresentados mais detalhes em relação a cada viga em especial.

- Definição das discretizações:

Como informado optou-se pelo elemento SHELL181 para simulação da viga, o mesmo possibilita a determinação de espessura da casca. Tal que sua discretização é disposta em uma malha com a dimensão dos elementos almejando o equilíbrio entre uma precisão e tempo de processamento.

A discrepância encontrada por Rossi (2018) em relação aos valores obtidos com elementos de dimensão 10mm e 5 mm é considerada pequena, entretanto o tempo de processamento chegou a ser 5 vezes maior, sendo assim optou-se por elementos com quadrados com 10mm x 10mm.

4.1.1 Análise de estabilidade elástica

No ANSYS, quando se trata de análise elástica linear, os resultados obtidos são expressos na forma de autovalores e autovetores. Nesse tipo de análise as cargas são aplicadas gerando uma perturbação inicial no modo de cálculo. Com isso, os

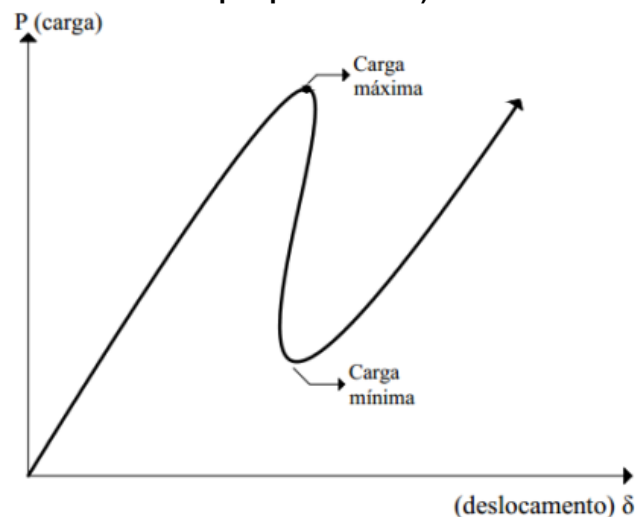
autovalores descrevem qual valor da carga ocorre tal instabilidade (ponto de bifurcação descrito no item 3.4.2). Por sua vez, os autovetores correspondem ao modo de flambagem correlacionado com o autovalor.

4.1.2 Análise de estabilidade não linear

O comportamento da trajetória de equilíbrio real de uma estrutura só é determinado através de análises não lineares, como já explicado nos itens anteriores. Sabendo disso, é necessário considerar a não linearidade geométrica das estruturas, e o comportamento elastoplástico do material.

No ANSYS, quando se trata de análise elástica não linear, o carregamento é inserido de forma incremental, convergindo para um equilíbrio a cada passo de carga. Com isso, é possível atingir uma trajetória de equilíbrio que ultrapassa a carga máxima atingida pela estrutura (instabilidade por ponto limite), conforme Figura 28.

Figura 28 - Curva carga deslocamento fornecida pelo método Ricks modificado (instabilidade por ponto limite).



Fonte: Rossi (2018, p. 116)

Vale lembrar que para iniciar a análise não linear é preciso indicar o incremento inicial, que pode ser equivalente a uma parte do carregamento. Na sequência os novos incrementos serão inseridos automaticamente até que haja convergência do incremento.

4.1.3 Imperfeições geométricas iniciais

A inserção de imperfeições geométricas iniciais na estrutura é necessária para que a análise não linear se aproxime mais da trajetória de equilíbrio do caso real.

Portanto, após encontrar o modo de flambagem (resultante da análise linear) que caracteriza a flambagem lateral com torção, deve-se atribuir tais imperfeições.

Essa imperfeição geométrica inicial refere-se aos meros desvios na retilineidade do elemento (viga de aço). Para desenvolvimento da análise elástica não linear optou-se na utilização do valor máximo de $L/1000$, como proposto por Rossi (2018), por se tratar da situação crítica.

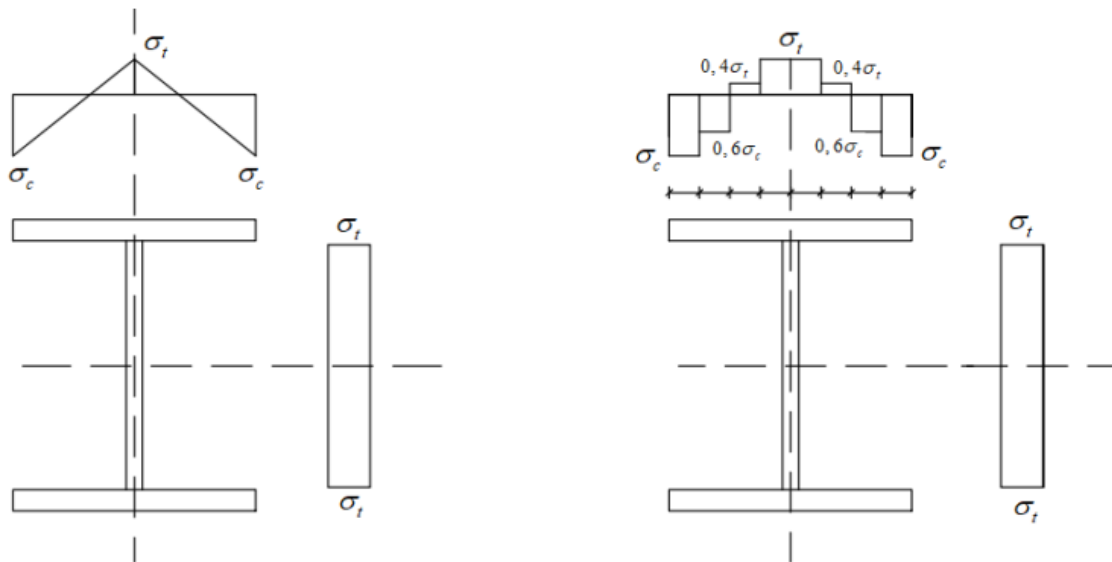
4.1.4 Modelos de tensão residual

Não menos importantes, a inserção de tensões residuais na análise elástica não linear também aumenta o grau de fidelidade com o caso real. No item 3.2.1, previamente exposto, descreve que as tensões residuais são provenientes do resfriamento não uniforme dos elementos no processo de fabricação.

De acordo com Rossi (2018) os modelos de distribuição de tensão residual que forneceram as resistências mais críticas, ou seja, os menores valores de momento resistente característico devem ser utilizados nas análises de parametrização. Portanto, optou-se pelo modelo de Galambos (1963) quando tratar-se de perfis laminados, já nos casos de perfis soldados adotou-se o modelo ECCS (1984).

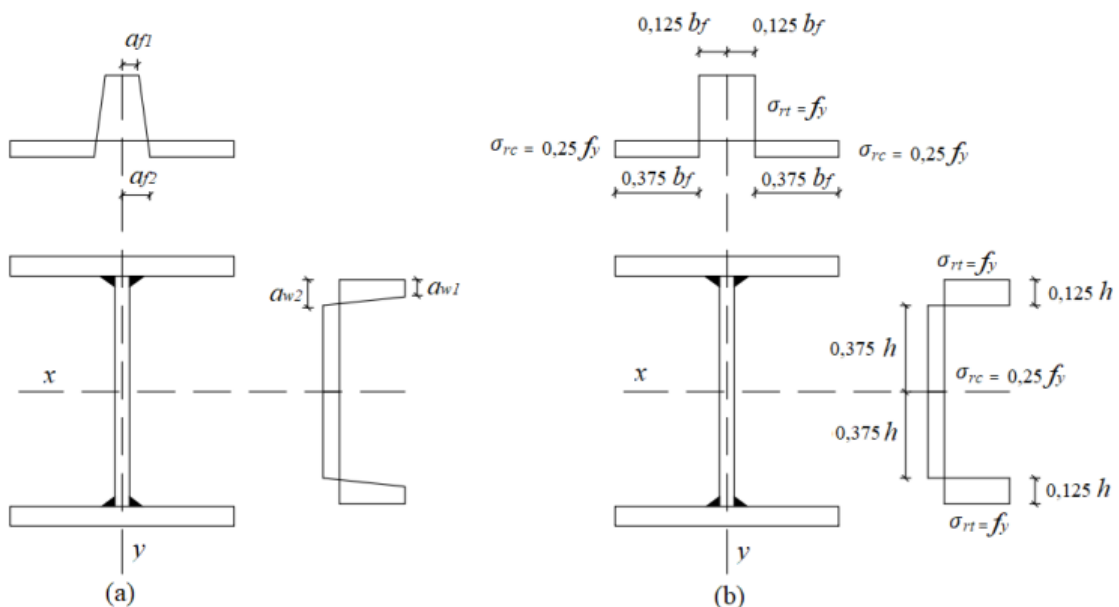
As Figuras 29 e 30, apresentadas a seguir, descrevem os modelos de Galambos (1963) e do ECCS (1984), respectivamente, e também as aproximações para implementação na presente modelagem.

Figura 29 - Modelo adotado para a distribuição de tensão residual em perfis Laminados.



Fonte: Rossi (2018, p. 120)

Figura 30 - Modelo adotado para a distribuição de tensão residual em perfis soldados.



Fonte: Rossi (2018, p. 120)

4.2 Validação do modelo numérico (ANSYS)

Em busca de certificar a coerência dos resultados encontrados é necessário que seja feito uma comparação com resultados experimentais realizados em laboratório. Sendo assim, os experimentos presentes na literatura científica utilizados

para validação da modelagem numérica desenvolvida são: Kubo e Fukumoto (1988), Bradford e Wee (1994) e Zirakian e Showkati (2007).

A Tabela 2 a seguir indica as vigas utilizadas para validação da modelagem numérica. Quanto a nomenclatura das vigas simuladas, foi adotada a mesma presente no trabalho de Rossi (2018), na qual as iniciais referenciam o nome dos autores, seguidas pela altura do perfil e comprimento destravado, por exemplo a viga KF 250-2850 refere-se a viga de Kubo e Fukumoto (1988) com perfis de 250 mm de altura e comprimento destravado de 2850 mm. Sendo assim, mais informações sobre as características do modelo desenvolvido de cada viga serão apresentadas na sequência.

Tabela 2 - Vigas utilizadas na validação do modelo numérico

Autor	Nome da viga ensaiada	Identificação neste trabalho
Kubo e Fukumoto (1998)	B1B-C2	KF 250-2850
	B1B-C2	KF 300-3350
	B3B-B1	KF 200-2400
	B4B-B2	KF 250-2400
Brandford e Wee (1994)	B1, B2 e B3	BW-B13 175-2770
	B4, B5 e B6	BW-B46 175-2770
	B7 e B8	BW-B78 175-1500
Zirakian e Showkati (2007)	S180-4400	ZS 180-4400
	S210-5200	ZS 210-5200

Fonte: Rossi (2018, p. 123)

Vale lembrar que no item 4.1 do presente trabalho, onde discrimina as características adotadas para o modelo numérico, explana a adoção de uma malha quadrada com dimensão de 10 mm x 10 mm. Tal adoção foi orientada as mesmas premissas encontradas por Rossi (2018), que determinou a dimensão optada por custo benefício. Dessa forma o processamento da solução não demoraria muito tempo, e a precisão possui alto grau de assertividade.

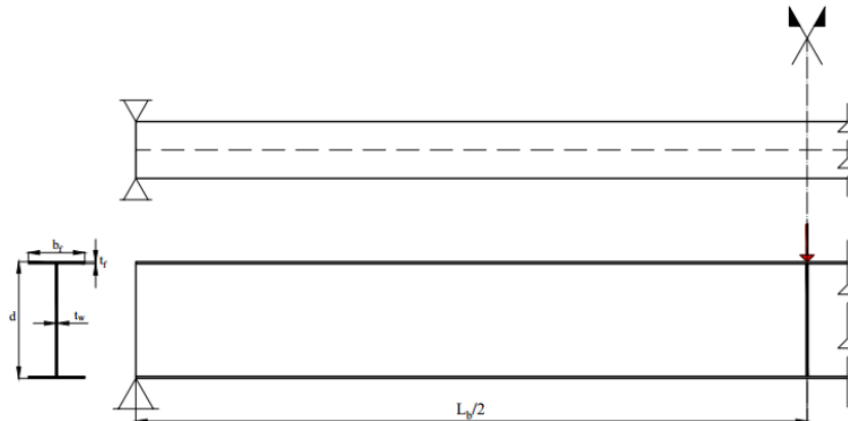
4.2.1 Validação com o experimento de Kubo e Fukumoto (1988)

Em experimentos praticados por Kubo e Fukumoto (1988), foi possível averiguar o desempenho das vigas metálicas com seção transversal I soldadas, quanto a flambagem lateral com torção (FLT) e também flambagem local (FL). Os

autores compararam os resultados encontrados com a norma Norte Americana da época.

O carregamento aplicado na viga ensaiada encontra-se no meio do vão (mesa superior), sendo que a viga está simplesmente apoiada, na Figura 31 observa-se um esquema representativo.

Figura 31 - Esquemática das vigas ensaiadas por Kubo e Fukumoto (1988)



Fonte: Rossi (2018, p. 124)

Nos próximos itens serão introduzidas as características de cada viga proposta por Kubo e Fukumoto (1988), e por fim será exposto uma conferência dos valores obtidos com os valores experimentais, bem como com os resultados simulados por Rossi (2018).

4.2.1.1 Viga KF 250-2.850

Kubo e Fukumoto (1988), apresentaram as características da viga KF 250-2850 com:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 249,4$; $b_f = 125,6$; $t_f = 4,28$; $t_w = 3,01$
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b): 2.850 mm;
- Viga biapoiada com vínculo de garfo;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Enrijecedores localizados no centro do vão com espessura de 3,2 mm;
- Aço da mesa com: $f_y = 331,80$ MPa
- Aço da alma com: $f_y = 305,3$ MPa
- Tensão última média para alma e mesas: $f_u = 446,0$ Mpa

A Tabela 3 apresenta informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 3 Informações sobre a viga KF 250-2.850.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	211,0 GPa
	Coeficiente de Poisson (ν) ^a	0,28
Características da modelagem	Dimensão da malha	10 mm
	Número de elementos	16.548
	Imperfeição inicial ($L / 3380$) ^a	0,843
	Tensão Residual (perfil soldado)	ECCS (1984)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	41,83 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	41,74 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	42,36 kN
	Erro ($(P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1)$)	1,26%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 125)

^a Valores utilizados por Kubo e Fukumoto (1988)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.1.2 Viga KF 300-3.350

Kubo e Fukumoto (1988), discriminaram as características da viga KF 300-3350 como:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 298,6$; $b_f = 150,5$; $t_f = 4,22$; $t_w = 2,92$
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b) : 3.350 mm;
- Viga biapoiada com vínculo de garfo;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Enrijecedores localizados no centro do vão, espessura de 3,2 mm;
- Aço da mesa com: $f_y = 287,80$ MPa;
- Aço da alma com: $f_y = 302,3$ MPa;
- Tensão última média para alma e mesas: $f_u = 464,0$ MPa.

A Tabela 4 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada

Tabela 4 - Informações sobre a viga KF 300-3.350.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	211,0 GPa
	Coefficiente de Poisson (ν) ^a	0,278
Características da modelagem	Dimensão da malha	10 mm
	Número de elementos	22.531
	Imperfeição inicial ($L / 3380$) ^a	0,991mm
	Tensão Residual (perfil soldado)	ECCS (1984)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	46,61 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	47,88 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	46,31 kN
	Erro ($(P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1)$)	-0,65%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 126)

^a Valores utilizados por Kubo e Fukumoto (1988)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.1.3 Viga KF 200-2400

Kubo e Fukumoto (1988), discriminaram as características da viga KF 200-2400 como:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 199,6$; $b_f = 150,1$; $t_f = 4,37$; $t_w = 3,09$
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b): 2.400 mm;
- Viga biapoiada com vínculo de garfo;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Enrijecedores localizados no centro do vão, espessura de 3,2 mm;
- Aço da mesa com: $f_y = 239,50$ MPa;
- Aço da alma com: $f_y = 320,70$ MPa;
- Tensão última média para alma e mesas: $f_u = 438,0$ MPa;

A Tabela 5 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 5 - Informações sobre a viga KF 200-2400.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	211,0 GPa
	Coeficiente de Poisson (ν) ^a	0,278
Características da modelagem	Dimensão da malha	10 mm
	Número de elementos	13.701
	Imperfeição inicial ($L/3380$) ^a	0,710 mm
	Tensão Residual (perfil soldado)	ECCS (1984)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	52,98 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	49,00 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	49,22 kN
	Erro ($(P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1)$)	7,10%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 127)

^a Valores utilizados por Kubo e Fukumoto (1988)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.1.4 Viga KF 250-2400

Kubo e Fukumoto (1988), discriminaram as características da viga KF 250-2400 como:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 250,4$; $b_f = 150,4$; $t_f = 4,4$; $t_w = 3,14$;
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b): 2.400 mm;
- Viga biapoiada com vínculo de garfo;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Enrijecedores localizados no centro do vão, espessura de 3,2 mm;
- Aço da mesa com: $f_y = 264,90$ MPa;
- Aço da alma com: $f_y = 295,60$ MPa;
- Tensão última média para alma e mesas: $f_u = 464,0$ MPa.

A Tabela 6 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 6 - Informações sobre a viga KF 250-2.400.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	215,0 GPa
	Coefficiente de Poisson (ν) ^a	0,301
Características da modelagem	Dimensão da malha	10 mm
	Número de elementos	14.996
	Imperfeição inicial ($L / 3380$) ^a	0,710 mm
	Tensão Residual (perfil soldado)	ECCS (1984)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	67,80 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	67,20 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	66,90 kN
	Erro ($(P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1)$)	1,32%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 128)

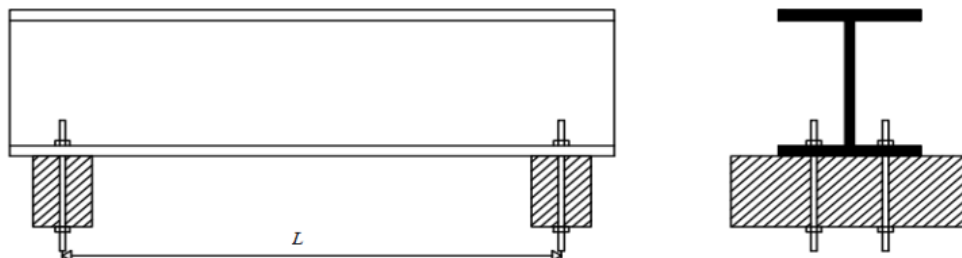
^a Valores utilizados por Kubo e Fukumoto (1988)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.2 Validação com o experimento de Bradford e Wee (1994)

De acordo com ensaios realizados por Brandford e Wee (1994), no qual foram estudadas oito vigas de perfis metálicos laminados com vínculos parafusados nas extremidades das mesas inferiores. Os autores alteraram apenas o vão livre das vigas e a forma de aplicação do carregamento. Na Figura 32 é possível observar a maneira utilizadas para travar as vigas ensaiadas.

Figura 32 - Esquemática das vigas ensaiadas por Bradford e Wee (1994).



Fonte: Bradford e Wee (1994, p. 230)

A seguir serão expostas as características de cada uma das vigas, de Brandford e Wee (1994), analisadas. Em síntese, será exposto uma comparação com os resultados experimentais, bem como os simulados por Rossi (2018).

4.2.2.1 Viga BW-B13 175-2.770

Brandford e Wee (1994) discriminaram as características da viga BW-B13 175-2770 como:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 175,0$; $b_f = 90,0$; $t_f = 10,0$; $t_w = 6,0$;
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b): 2.770 mm;
- Viga restringida em suas extremidades conforme esquema da Figura 4.9;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Aço das mesas e alma com $f_y = 250,0$ MPa e $f_u = 450,0$ MPa

A Tabela 7 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 7 - Informações sobre a viga BW-B13 175-2.770.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	200,0 GPa
	Coefficiente de Poisson (ν) ^a	0,3
Características da modelagem	Dimensão da malha	12,5 mm
	Número de elementos	7200
	Imperfeição inicial ($L / 1000$) ^a	2,77 mm
	Tensão Residual (perfil laminado)	Galambos (1963)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	48,90 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	44,94 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	49,50 kN
	Erro ($P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1$)	1,75%

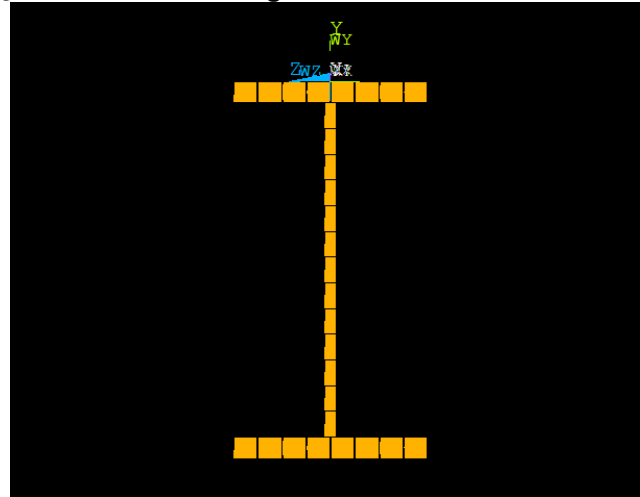
Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 129)

^a Valores utilizados por Brandford e Wee (1994)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

Buscando a exatidão na etapa de inserção das tensões residuais em perfil laminado, o tamanho do elemento da malha foi alterado para 12,5 mm, pois assim as mesas foram dadas em 8 elementos, compatibilizando com o modelo proposto no item 4.1.4. Na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, pode-se observar a seção transversal dividida em elementos finitos.

Figura 33 - Seção transversal da Viga BW-B13 175-2.770 dividida em elementos.



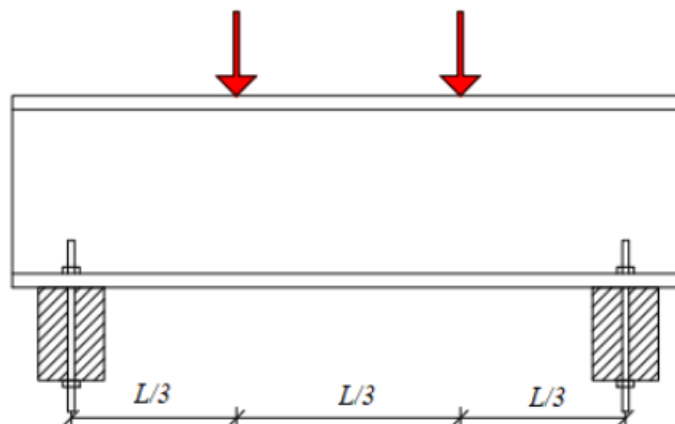
Fonte: Autoria própria (2021)

E nesse ponto que o modelo numérico desenvolvido por Rossi (2018) se diferencia, pois no presente trabalho não há sobreposição de áreas dos elementos finitos. E sim, há uma união dos elementos que compartilham linhas ao longo do seu limite.

4.2.2.2 Viga BW-B46 175-2.770

Na sequência, a viga BW-B46 175-2.770 apresenta grande similaridade com a viga BW-B13 175- 2.770. A primeira possui propriedades idênticas da segunda, entretanto a forma de carregamento não é mais concentrada, e sim dividida em dois pontos distintos, como pode ser observado na Figura 34.

Figura 34 - Posição do carregamento na viga BW-B46 175-2.770.



Fonte: Bradford e Wee (1994) adaptado por Rossi (2018, p. 130)

A Tabela 8 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 8 - Informações sobre a viga BW-B46 175-2.770.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	200,0 GPa
	Coefficiente de Poisson (ν) ^a	0,3
Características da modelagem	Dimensão da malha	12,5 mm
	Número de elementos	7200
	Imperfeição inicial ($L / 1000$) ^a	2,77 mm
	Tensão Residual (perfil laminado)	Galambos (1963)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	24,94 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	24,50 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	26,11 kN
	Erro ($P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1$)	4,69%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 130)

^a Valores utilizados por Brandford e Wee (1994)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.2.3 Viga BW-B78 175-1.500

Por fim, a viga BW-B78 175-1.500 também tem as mesmas propriedades da viga B13 175- 2.770, até mesmo o carregamento concentrado no meio do vão. Entretanto a diferença entre elas é que a primeira possui o comprimento destravado de 1,50 m.

A Tabela 9 apresenta informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 9 - Informações sobre a viga BW-B78 175-1.500.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	200,0 GPa
	Coeficiente de Poisson (ν) ^a	0,3
Características da modelagem	Dimensão da malha	12,5 mm
	Número de elementos	3784
	Imperfeição inicial ($L / 1000$) ^a	1,50 mm
	Tensão Residual (perfil laminado)	Galambos (1963)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	95,80 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	87,60 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	86,02 kN
	Erro ($P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1$)	-10,21%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 131)

^a Valores utilizados por Brandford e Wee (1994)

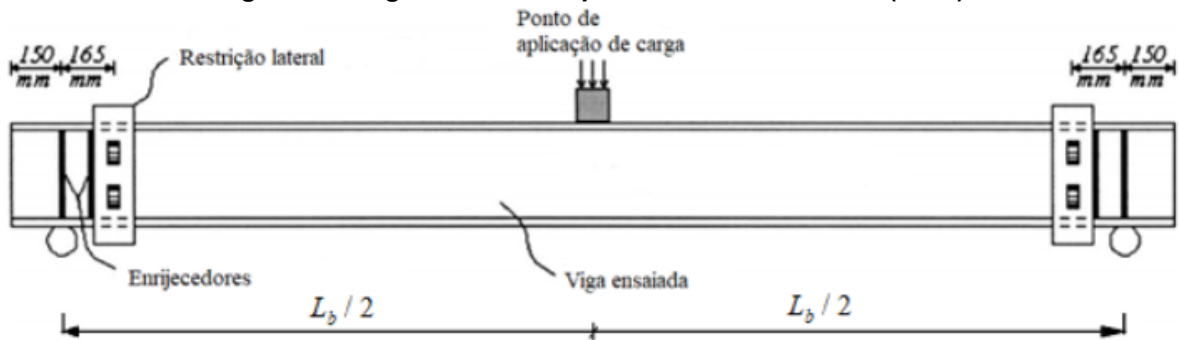
^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.3 Validação com o experimento de Zirakian e Showkati (2007)

De forma análoga às referências supracitadas, Zirakian e Showkati (2007) também analisaram experimentalmente a resistência de vigas metálicas na flambagem lateral com torção, e ainda levaram em conta a distorção da alma, fato que não está sendo considerado no atual trabalho. Os autores ensaiaram 6 vigas diferentes, as quais foram submetidas a um carregamento concentrado desestabilizante (mesa superior) no meio do vão, ademais o mecanismo de aplicação originou restrições laterais na mesa superior. Na Figura 35 é possível observar o modelo da viga ensaiada.

O modelo numérico foi construído com base nas propriedades citadas no item 4.1, sendo que neste caso o perfil das vigas ensaiadas era laminado. Desta forma, declarou-se a distribuição das tensões residuais para perfis laminados. Foram simuladas apenas 2 vigas ensaiadas por Zirakian e Showkati (2007).

Figura 35 - Vigas analisadas por Zirakian e Showkati (2007).



Fonte: Zirakian e Showkati (2007, p. 1010)

4.2.3.1 Viga ZS 180-4.400

A seguir serão expostas as características de duas das vigas analisadas por Zirakian e Showkati (2007). Em síntese, será apresentado uma comparação com os resultados experimentais, bem como os simulados por Rossi (2018).

Zirakian e Showkati (2007) descreveram as características da viga ZS 180-4.400 como:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 180,33$; $b_f = 64,0$; $t_f = 6,3$; $t_w = 4,19$;
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b): 4.400 mm;
- Viga biapoiada com restrições laterais a 165 mm de ambas as extremidades (vínculo de garfo) e restrição, na mesa superior, no ponto de aplicação do carregamento;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Enrijecedores localizados em ambas as extremidades e também a 165 mm das extremidades com espessura de 4,90 mm;
- Aço da mesa com $f_y = 279,31$ MPa e $f_u = 1.086,35$ MPa;
- Aço da alma com $f_y = 239,80$ MPa e $f_u = 894,35$ MPa;

A Tabela 10 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 10 - Informações sobre a viga Viga ZS 180-4.400.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	206,01 GPa
	Coeficiente de Poisson (ν) ^a	0,3
Características da modelagem	Dimensão da malha	10 mm
	Número de elementos	17.130
	Imperfeição inicial ($L / 1000$) ^a	4,4 mm
	Tensão Residual (perfil laminado)	Galambos (1963)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	22,35 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	20,88 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	21,67 kN
	Erro ($(P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1)$)	-3,04%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 132)

^a Valores utilizados por Zirakian e Showkati (2007)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.3.2 Viga ZS 210-4.400

Zirakian e Showkati (2007) descreveram as características da viga ZS 210-4.400 como:

- Dimensões da seção transversal (mm): $d = 216,17$; $b_f = 73,0$; $t_f = 6,9$; $t_w = 4,9$;
- Distância entre os apoios das extremidades (L_b): 4.400 mm;
- Viga biapoiada com restrições laterais a 165 mm de ambas as extremidades e restrição, na mesa superior, no ponto de aplicação do carregamento;
- Carga concentrada desestabilizante aplicada no meio do vão;
- Enrijecedores localizados em ambas as extremidades e também a 165 mm das extremidades com espessura de 4,90 mm;
- Aço da mesa com $f_y = 280,29$ MPa e $f_u = 1.002,91$ MPa;
- Aço da alma com $f_y = 239,80$ MPa e $f_u = 1.086,35$ MPa;

A Tabela 11 apresenta algumas informações adicionais sobre a viga supracitada.

Tabela 11 - Informações sobre a viga ZS 210-4.400.

Propriedades do Aço	Modulo de elasticidade (E) ^a	206,01 GPa
	Coeficiente de Poisson (ν) ^a	0,3
Características da modelagem	Dimensão da malha	10 mm
	Número de elementos	19.146
	Imperfeição inicial ($L / 1000$) ^a	4,4 mm
	Tensão Residual (perfil laminado)	Galambos (1963)
Resultados	Carga máxima experimental - $P_{EXP.}$ ^a	33,90 kN
	Carga máxima ABAQUS - P_{ABAQUS} ^b	32,76 kN
	Carga máxima ANSYS - P_{ANSYS}	33,63 kN
	Erro ($P_{ANSYS} / P_{EXP.} - 1$)	-0,81%

Fonte: Adaptado de Rossi (2018, p. 133)

^a Valores utilizados por Zirakian e Showkati (2007)

^b Valores utilizados por Rossi (2018)

4.2.4 Resumo de validação da modelagem numérica

Logo após à calibração e validação dos modelos, é possível comparar os resultados obtidos com o experimental e também com a referência de Rossi (2018). Sendo assim, será apresentado a seguir a Tabela 12 e ainda a Figura 36 contendo um gráfico com tais resultados.

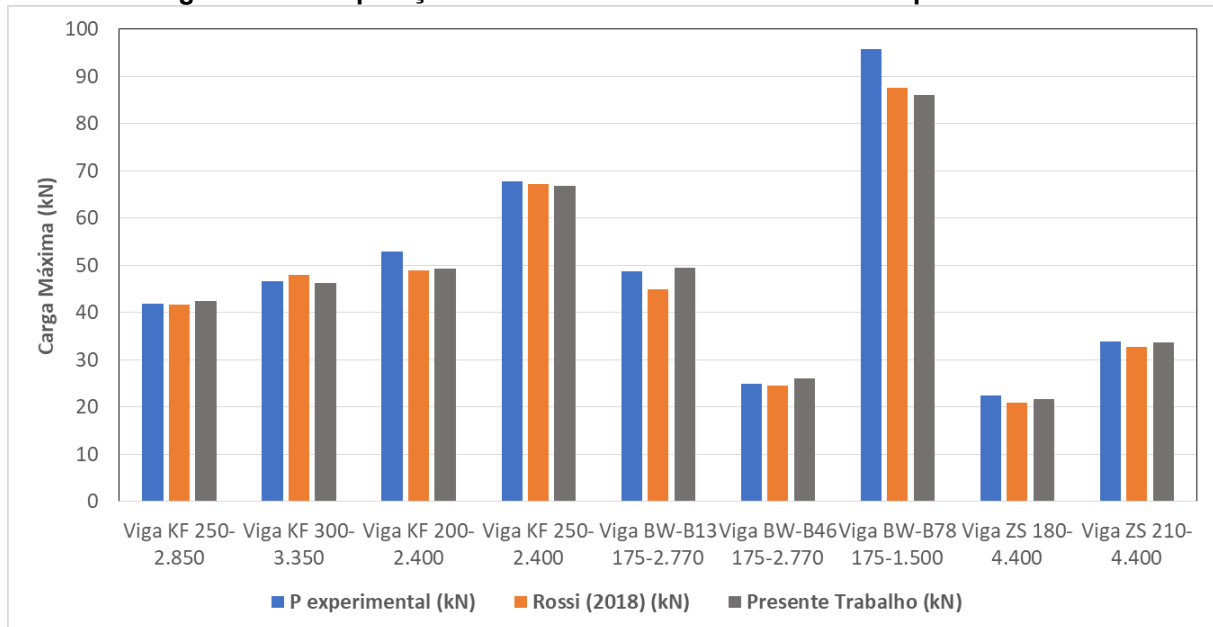
Tabela 12 - Resumo dos resultados da validação.

Vigas	P exper. (kN)	Rossi (2018) (kN)	Dif. P exper. (%)	Presente Trabalho (kN)	Dif. P exper. (%)
Viga KF 250-2.850	41,83	41,74	-0,22%	42,36	1,26%
Viga KF 300-3.350	46,61	47,88	2,72%	46,31	-0,65%
Viga KF 200-2.400	52,98	49,00	-7,51%	49,22	-7,10%
Viga KF 250-2.400	67,80	67,20	-0,88%	66,90	-1,32%
Viga BW-B13 175-2.770	48,65	44,94	-7,63%	49,50	1,75%
Viga BW-B46 175-2.770	24,94	24,50	-1,76%	26,11	4,69%
Viga BW-B78 175-1.500	95,80	87,60	-8,56%	86,02	-10,21%
Viga ZS 180-4.400	22,35	20,88	-6,58%	21,67	-3,04%
Viga ZS 210-4.400	33,90	32,76	-3,36%	33,63	-0,81%
		Média	-3,36%	Média	-0,81%
		Desvio Padrão	3,98%	Desvio Padrão	4,57%
		Variância	0,16%	Variância	0,21%

Fonte: Autoria própria (2021).

Na tabela acima, é possível observar que os resultados obtidos pela estratégia de modelagem numérica abordada neste trabalho culminaram em respostas coerentes que concordam com os resultados experimentais propostos por Kubo e Fukumoto (1988), Bradford e Wee (1994) e Zirakian e Showkati (2007). Além disso, também pode-se observar uma boa concordância com os resultados de modelagem numérica proposta por Rossi (2018).

Figura 36 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais.



Fonte: Autoria própria (2021)

Uma análise adicional com base na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** permite concluir que as análises numéricas ficaram próximas às dos modelos experimentais, bem como do modelo numérico simulado no ABAQUS. Sendo assim considera-se a estratégia de modelagem numérica proposto neste presente trabalho como válida tendo em vista o objetivo proposto no trabalho.

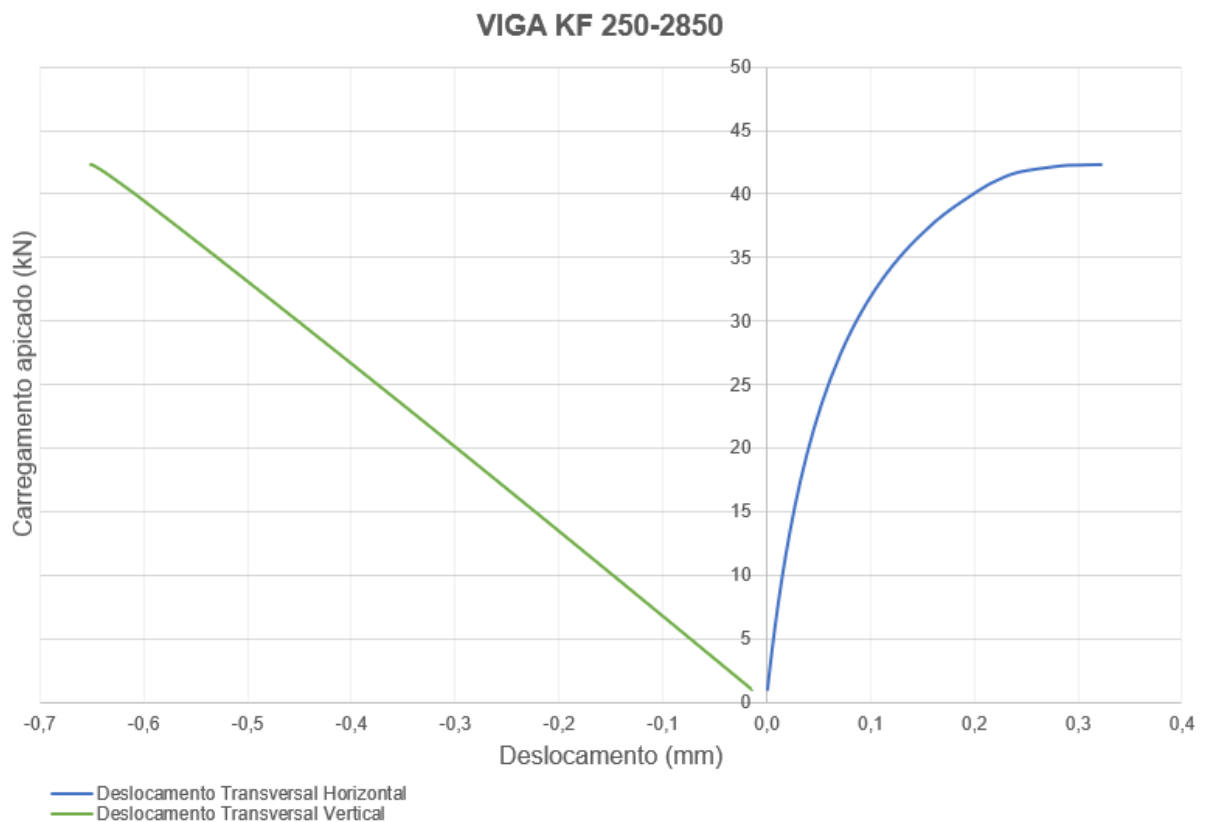
4.3 Resultados de deslocamentos obtidos com modelagem numérica

A seguir serão apresentados nas Figura 37 à 45 os resultados dos deslocamentos obtidos através das análises dos modelos numéricos supracitados. Em cada viga foi selecionado o nó correspondente ao meio do vão, para averiguação dos deslocamentos transversais na vertical e na horizontal. De tal forma que foi possível desenvolver a curva de deslocamentos, que por sua vez, é o objetivo desse estudo.

Vale lembrar que o sinal dos valores encontrados representa apenas a orientação, baseada nos eixos globais, que houve deslocamento. Sendo assim, a atenção deve ser voltada pelo valor em módulo para compreensão da ordem de grandeza dos deslocamentos.

Para o modelo da Viga KF 250-2850, o nó com uma carga pontual no meio do vão de 42,36 kN, apresentou o deslocamento transversal vertical em módulo de 0,6519 mm, e o deslocamento transversal horizontal de 0,3220 mm. Tais valores podem ser observados na Figura 37 a seguir.

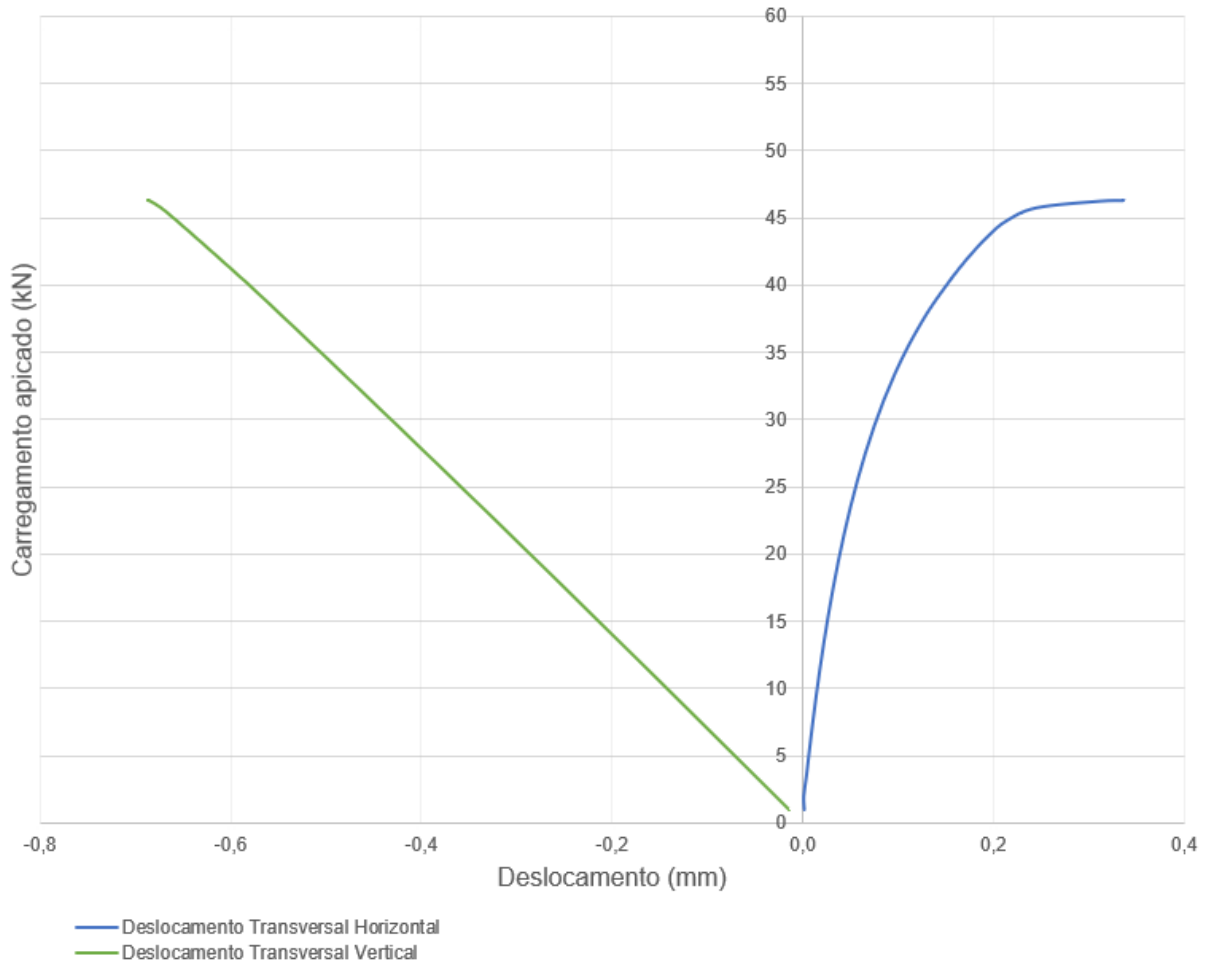
Figura 37 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga KF 250-2850.



Fonte: Autoria própria (2021)

O modelo desenvolvido para viga KF 300-3350 é possível observar que o nó submetido a uma carga pontual concentrada no meio do vão de 46,31 kN, apresentou respectivamente os deslocamentos transversais horizontais e verticais em módulo de 0,3362 mm e 0,6871 mm. Tais valores podem ser observados na Figura 39 a seguir.

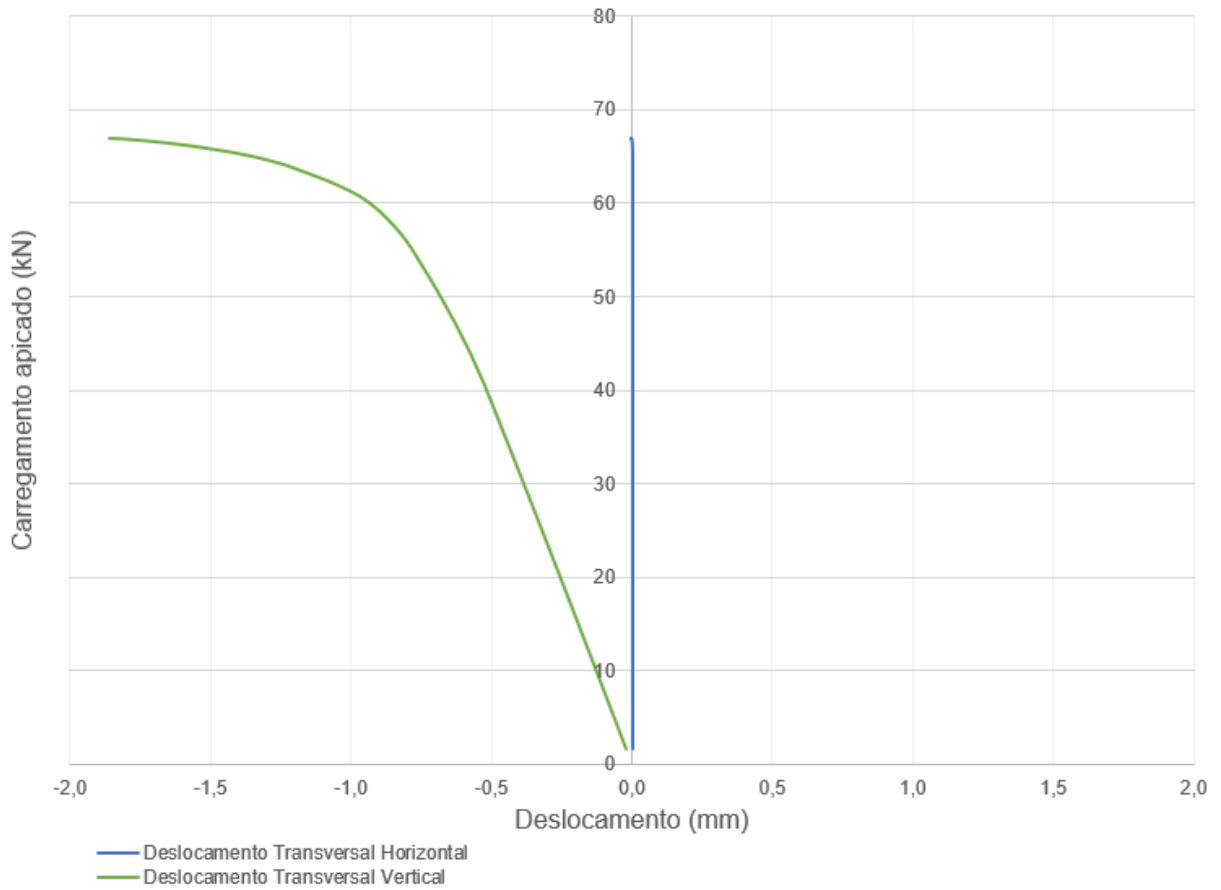
Figura 38 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga KF 300-3350.
VIGA KF 300-3350



Fonte: Autoria própria (2021)

Seguindo a mesma perspectiva, é possível observar que para o modelo desenvolvido para analisar a viga KF 200-2400, o nó submetido a uma carga pontual de 49,22 kN no meio do vão, manifestou os deslocamentos transversais em módulo de 1,8619 mm e 0,0036 mm, na vertical e na horizontal respectivamente. A Figura 39, apresentada a seguir, demonstra as curvas força x deslocamento.

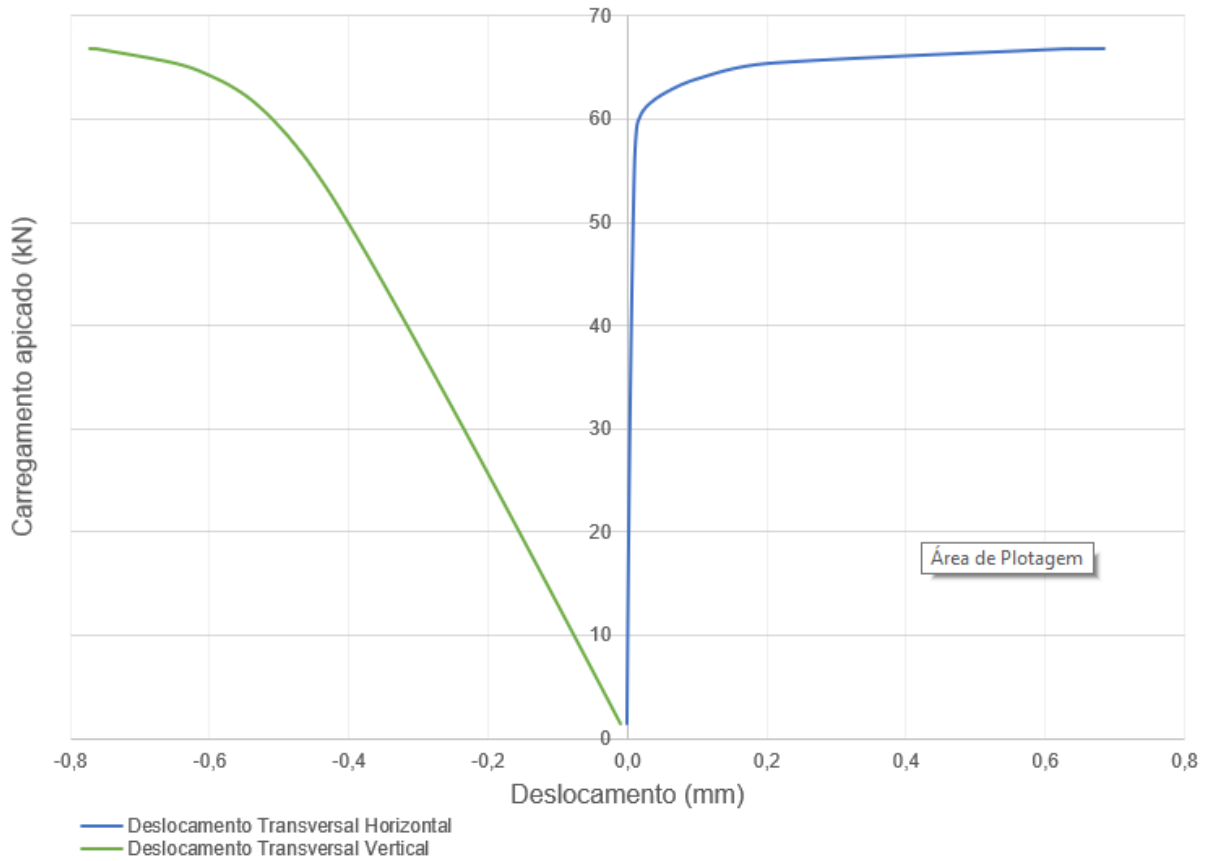
Figura 39 - Resultados da curva deslocamentos obtido para Viga KF 200-2400.
VIGA KF 200-2400



Fonte: Autoria própria (2021)

Também é possível observar na Figura 40, que os deslocamentos apresentados pela análise do modelo numérico referente a viga KF 250-2400, após ser solicitada por uma carga pontual de 49,50 kN, concentrada no meio do vão, o nó carregado apresentou um deslocamento transversal vertical de 0,7722 mm, e horizontal de 0,6842 mm.

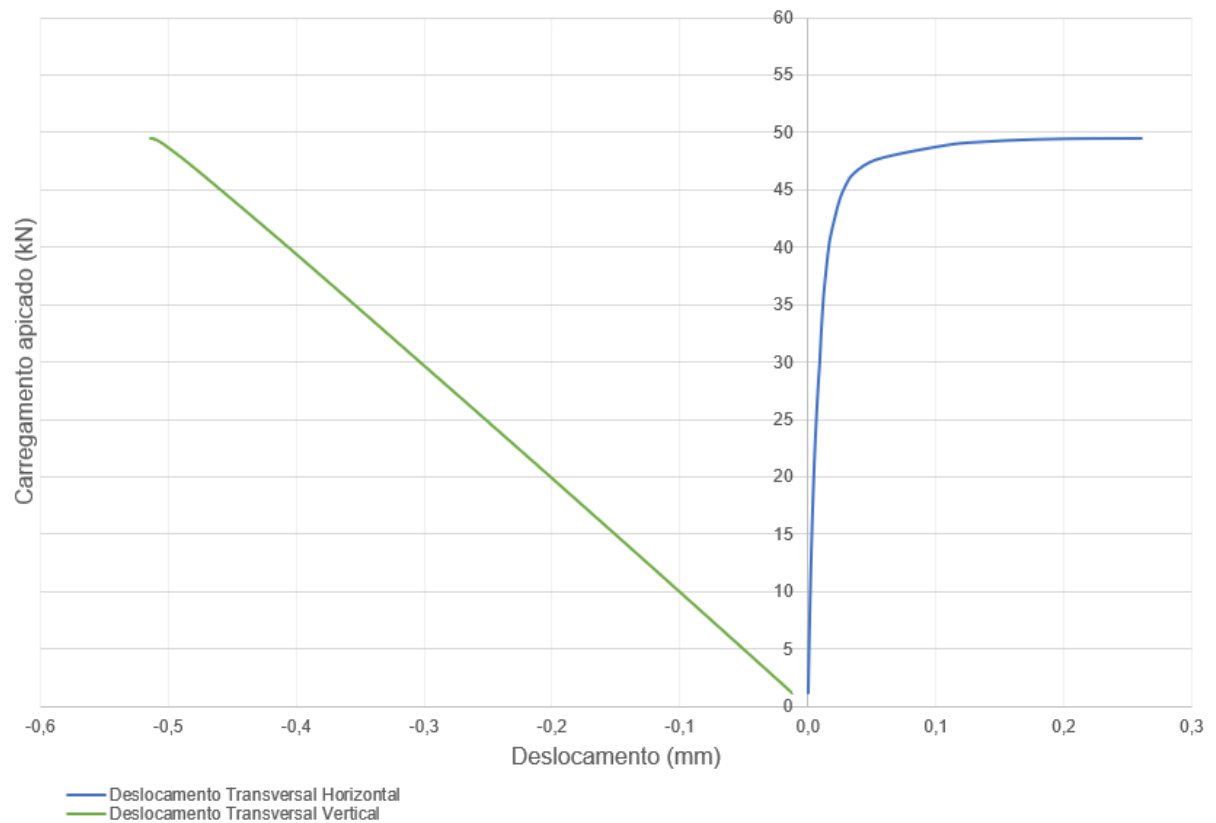
Figura 40 - Resultados da curva de deslocamentos obtidos para Viga KF 250-2400.
VIGA KF 250-2400



Fonte: Autoria própria (2021)

Da mesma forma, os deslocamentos apresentados pela análise do modelo numérico desenvolvido para a viga BW B13 – 175-2770, após ser solicitado por uma carga pontual de 49,50 kN, concentrada no meio do vão, o nó carregado apresentou um deslocamento transversal vertical de 0,5139 mm e horizontal de 0,2614 mm, conforme pode ser observado na Figura 41.

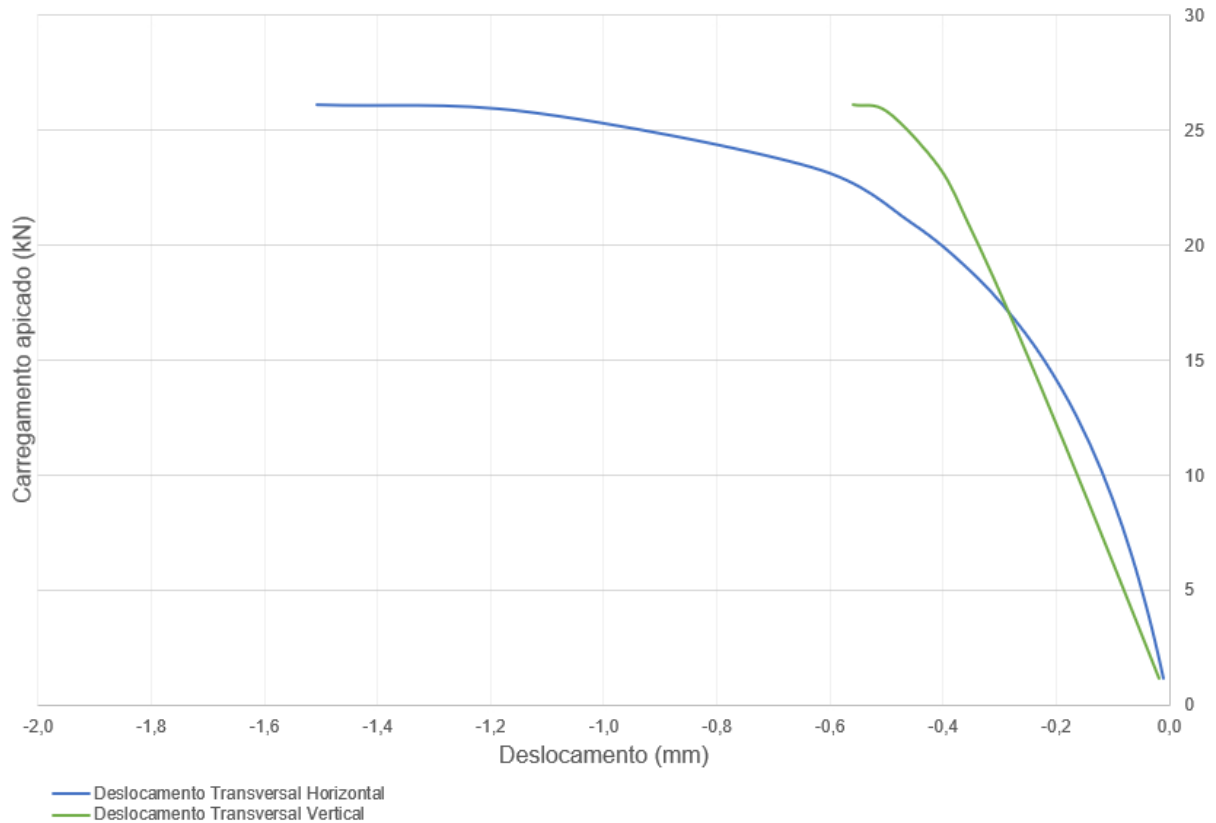
Figura 41 - Resultados da curva deslocamento obtidos para Viga BW-B13 175-2770.
VIGA BW-B13 175-2.770



Fonte: Autoria própria (2021)

Na sequência, a Figura 42 demonstra as curvas de deslocamentos transversais para o modelo numérico da viga BW-B46 175-2770, que por sua vez, ao ser submetido a uma carga pontual de 86,02 kN, no nó posicionado ao meio do vão, apresentou o deslocamento transversal vertical de 0,2376 mm e horizontal de 0,8440 mm.

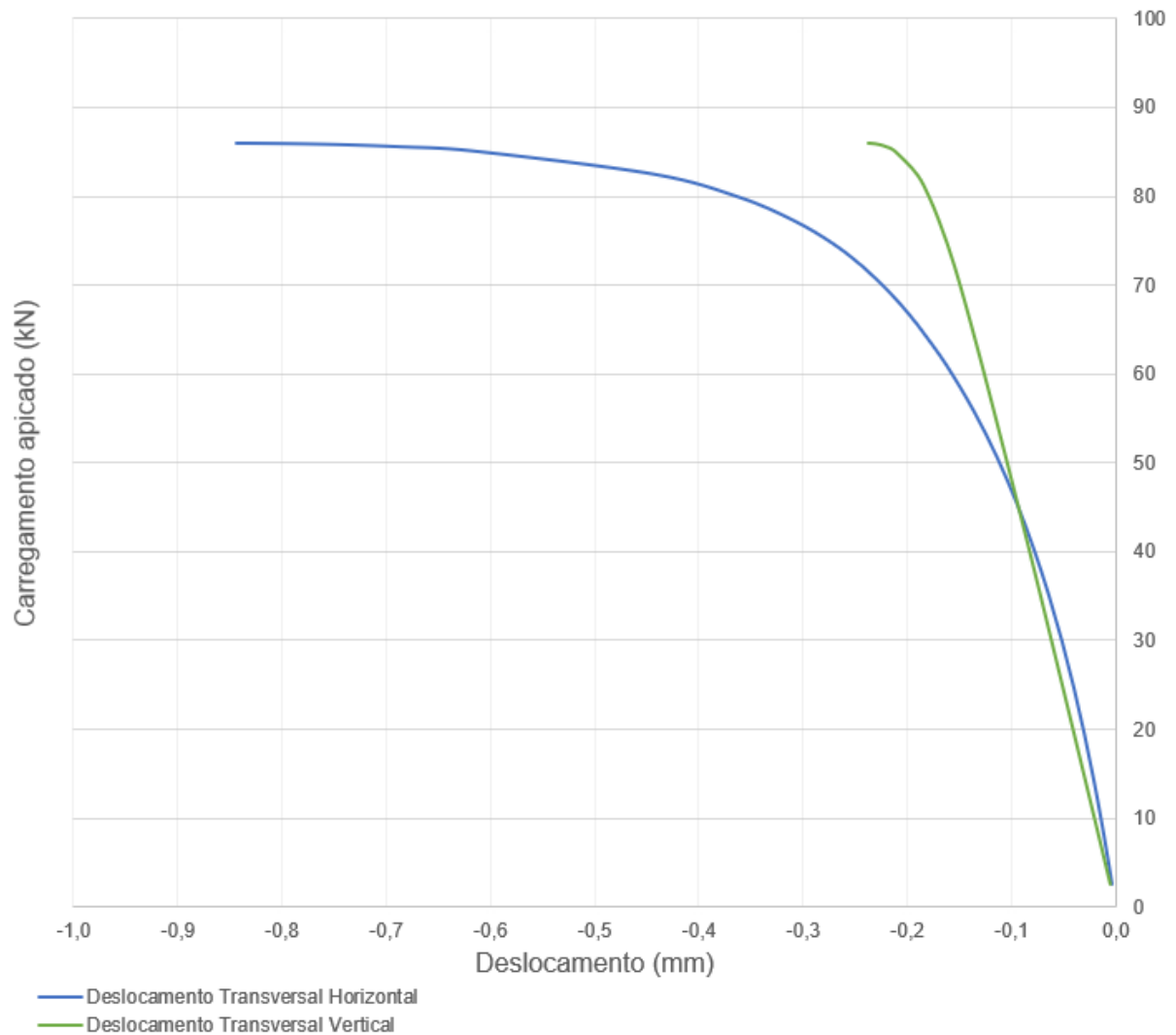
**Figura 42 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga BW-B78 175-1550.
VIGA BW-B46 175-2.770**



Fonte: Autoria própria (2021)

Seguindo a mesma perspectiva, a Figura 43 apresentada a seguir, demonstra as curvas de deslocamentos transversais do modelo numérico desenvolvido para a viga BW-B78 175-1550. Após o mesmo ser solicitado por uma carga pontual de 49,50 kN, concentrada no meio do vão, o nó carregado apresentou um deslocamento transversal vertical de 0,2376 mm e horizontal de 0,8440 mm.

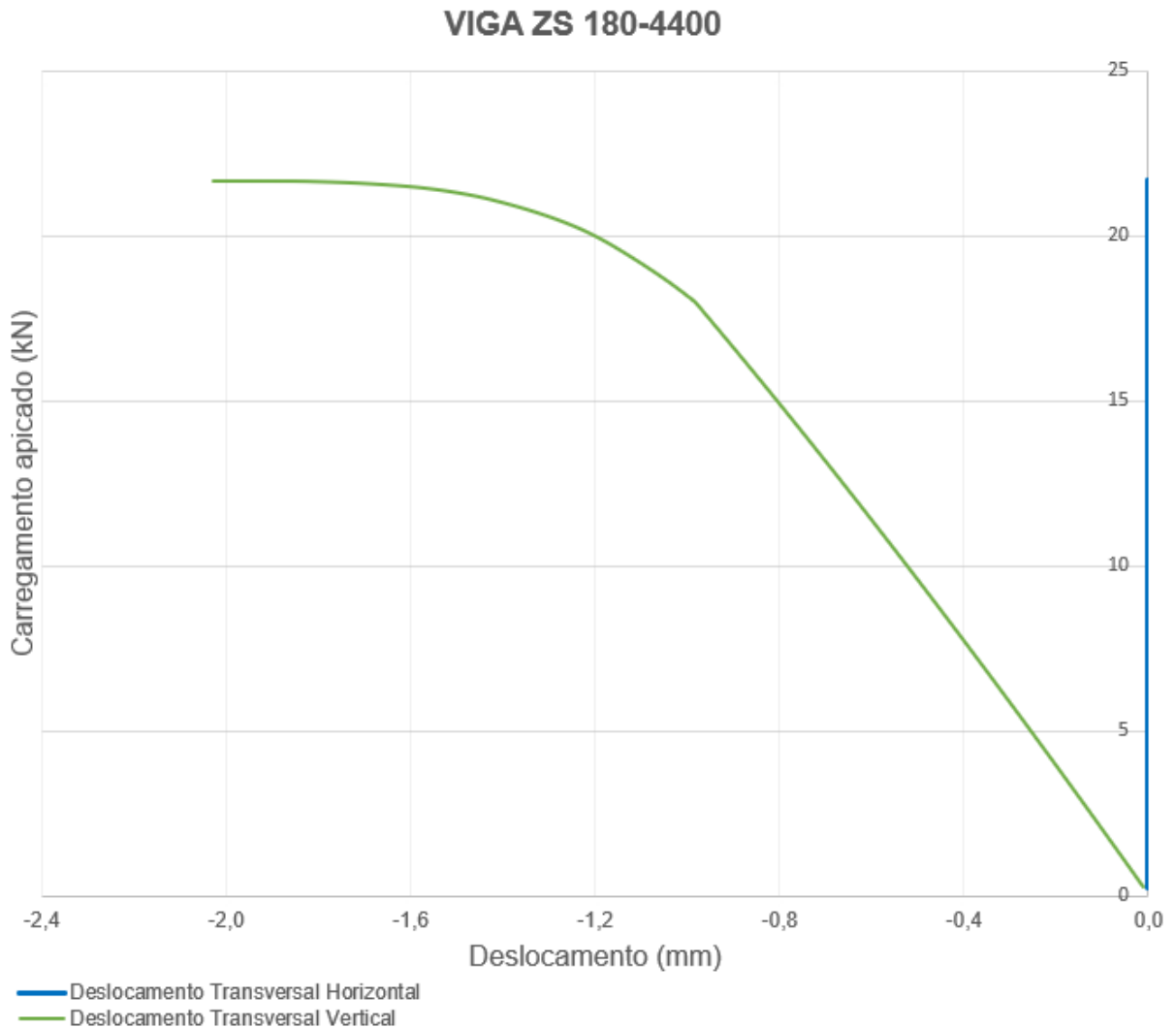
Figura 43 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga BW-B78 175-1550.
VIGA BW-B78 175-1500



Fonte: Autoria própria (2021)

De forma análoga, é possível observar na Figura 44 as curvas de deslocamentos resultantes, quando analisado o modelo numérico da viga ZS 180-4400. Tal modelo, ao ser submetido a uma carga pontual no meio do vão de 21,67 kN, o respectivo nó de carregamento apresentou o deslocamento transversal vertical em módulo de 2,0265 mm. Vale lembrar que não houve deslocamento transversal horizontal, pois o método de aplicação da carga no modelo experimental acarretou o travamento com relação a esse eixo. Sendo assim, o modelo numérico seguiu as mesmas condições de contorno para trazer mais fidelidade na presente análise.

Figura 44 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga ZS 180-4400.

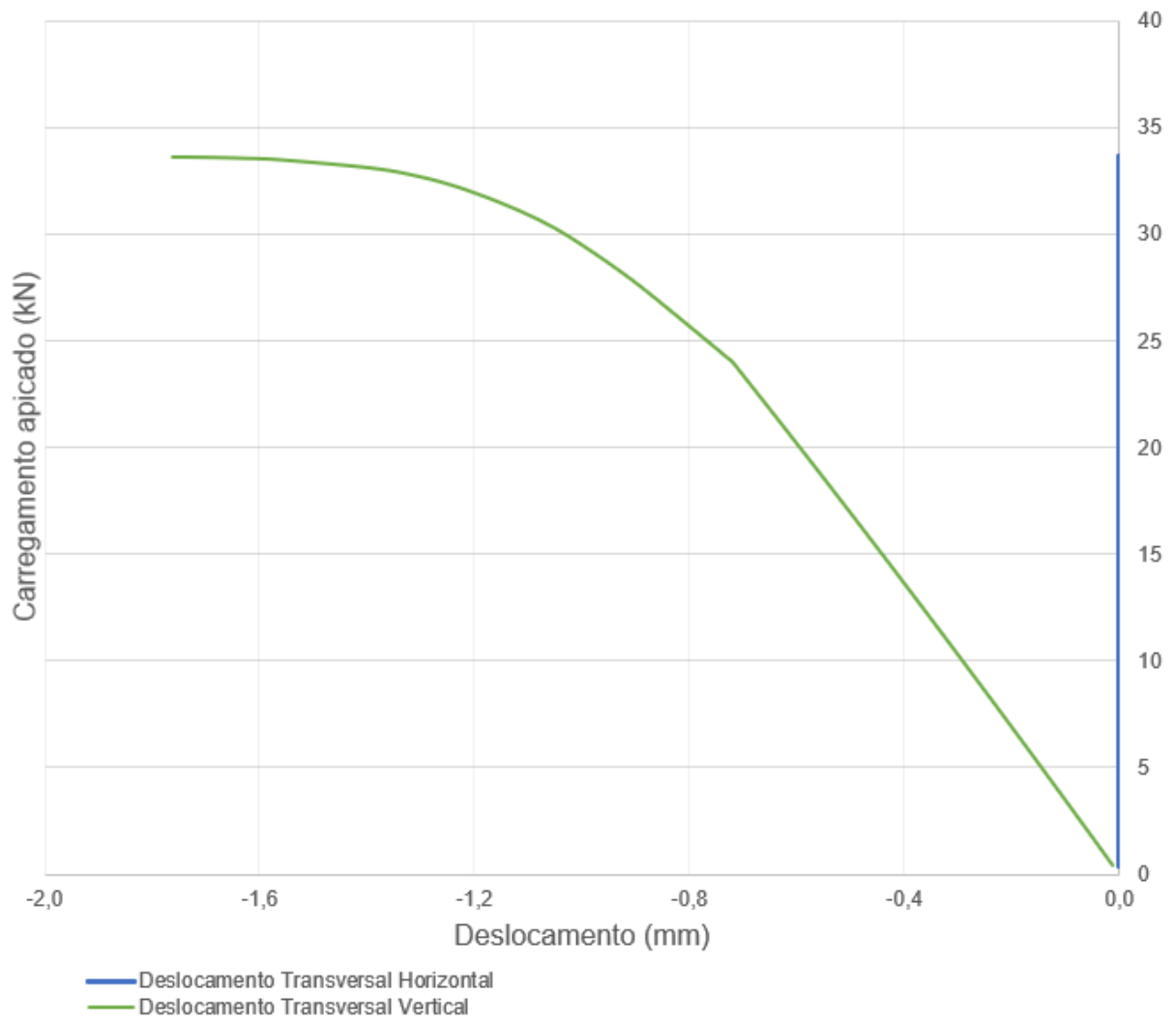


Fonte: Autoria própria (2021)

Por fim, mas não menos importante, na Figura 45 apresentada a seguir, é possível observar as curvas de deslocamento transversal obtidas a partir da análise do modelo numérico desenvolvido para a viga ZS 210-4400. Após o mesmo sofrer a solicitação de uma carga pontual de 33,63 kN no meio do vão, o nó do carregamento apresentou o deslocamento transversal vertical de 1,7622 mm. Já o deslocamento transversal horizontal apresentou um valor nulo devido as mesmas considerações apresentadas no modelo anterior, ou seja, devido a condição de contorno expressa em tal análise.

Figura 45 - Resultados da curva deslocamento obtido para Viga ZS 210-4400.

VIGA ZS 210-4400



Fonte: Autoria própria (2021)

5 CONCLUSÃO

Neste presente trabalho foi pesquisado, desenvolvido e avaliado um método para simular, através de modelos numéricos, o desempenho de vigas metálicas com seção transversal I em situações que ocorre o fenômeno de flambagem lateral com torção, quando submetidas a carregamentos verticais, visando obtenção das curvas de deslocamento nos eixos Y e Z e o carregamento de colapso. Como forma de validação dos modelos desenvolvidos, os resultados encontrados foram comparados com os resultados experimentais, bem como os resultados de outros modelos numéricos descritos na literatura presente.

A estratégia de adotar o software ANSYS para desenvolvimento dos modelos numéricos, mostrou-se adequada, não só pelos bons resultados obtidos, mas principalmente pela utilização dos scripts via APDL (Ansys Parametric Design Language) que, a partir de estratégias de análise validadas, permite a realização futura de análises paramétricas de maneira rápida e eficiente.

Os parâmetros utilizados para a modelagem numérica, principalmente para descrever as tensões residuais, se mostraram ser eficazes e assertivos uma vez que, os resultados alcançaram aproximações adequadas quando comparados com os resultados experimentais e modelos computacionais.

A fim de continuidade para futuros trabalhos, sugere-se o anexo de PRFC (Polímero Reforçado com Fibra de Carbono) na face da mesa inferior, para aumentar a resistência das vigas, e assim, avaliar o comportamento das vigas quando reforçadas e sujeitas a flambagem lateral com torção.

REFERÊNCIAS

- ABREU, L. M. P. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares**. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2010.
- AHMED, E.Y.S. Lateral buckling of steel I-beams: a numerical investigation and proposed equivalent moment factor equations. **Al Azhar University Engineering Journal**. Vol.7, N° 1, p. 111-123, 2004.
- AHNLÉN, M.; WESTLUND, J. **Lateral torsional buckling of I-beams**: a parametric study of elastic critical moments in structural design software. 2013. Thesis (Master Degree in Structural Engineering and Building Technology) – Chalmers University of Technology, Master's Programme Structural Engineering and Building Technology. Göteborg, 2013.
- ALMEIDA, A. C. B., **Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2006.
- ALPSTEN, G.A., **Thermal residual stresses in hot-rolled steel members**. Fritz. Lab. Rep. N°. 337.3, 1968
- ALPSTEN, G.A.; TALL, L. Residual stresses in heavy welded shapes. **Welding Journal**, Vol. 49, No. 3, pp. 93-105, 1970.
- ALPSTEN, G.A., Variations in mechanical and cross-sectional properties of steel. Proc. Int. **Conf. on Planning and Design of Tall Buildings**, Vol. 1b, p. 775-805, Lehigh University, EUA, 1972a.
- ALPSTEN, G.A., **Prediction of thermal residual stresses in hot-rolled plates and shapes of structural steel**, Swedish Inst. Of Steel Const. Rep. 16.4., 1972b.
- ANSYS, Inc. **ANSYS® academic research mechanical, release 21.1**: help system, mechanical APDL documentation, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5884**: Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico - Requisitos gerais. Rio de Janeiro: ABNT, 2013.
- BALLIO, G.; MAZZOLANI, F. M. **Theory and design of steel structures**. London, Chapman and Hall, 1983.

BEER, H. E SCHULZ, G., The theoretical bases of the new column curves of the European Convention of Constructional Steelwork. **Constructional Metallique**, No. 3, p. 37-57, 1970.

BEZERRA, E. M. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2011.

BJORHOVDE, R. AND TALL, L., Maximum column strength and the multiple column curve concept, **Fritz Engineering Laboratory Report** No. 337.29, Lehigh University, Bethlehem, 1971.

BJORHOVDE, R. **Deterministic and probabilistic approaches to the strength of steels columns**. 1972. Thesis (Doctorate Degree) - Lehigh University, Post Graduate Civil Engineering Program, Bethlehem, 1972.

BJORHOVDE, R., Columns: from theory to practice. **Engineering Journal (AISC)**, Vol. 25, No. 1, 1st Quarter, p. 21-34, 1988.

BJORHOVDE, R.; BROZZETTI, J.; ALPSTEN, G. A.; TALL, L. Residual stresses in thick welded plates. **Welding Journal (AWS)**, Vol.51, No. 51, p. 329-405, 1972.

BRADFORD, M.A.; WEE, A. Analysis of Buckling Tests on Beams on Seat Supports. **Journal of Constructional Steel Research**. No.28, p.227-242, 1994.

CANALES, A. F. **Estudo do comportamento de vigas de aço com seção i reforçadas à flexão com laminados de fibra de carbono (PRFC)**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Estadual de Maringá, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Maringá, 2018.

CASTRO E SILVA, A.L.R. **Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2006.

CHEN, W.F.; LUI, E. M. **Structural stability: theory and implementation**. Elsevier, 1987.

DJALALY, H. Étude de la résistance ultime des barres comprimées – flambement simple. **Construction Métallique**, No.1, 1977.

DWIGHT, J. B. E WHITE, J. D., Prediction of weld shrinkage stresses in plate structures. Preliminary Report, **2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures**, ECCS – IABSE, Liège, Bélgica, pp. 31-37, 1977.

EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK. **Manual on the stability of steel structures**. 2. ed. Technical Committee 8, ECCS: 1984.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **CEN EN 1993-1-1:2005** - Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. Brussels: CEN, 2005.

FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A.L.R.; CALDAS, R.B. **Dimensionamento de estruturas de aço e mistas de aço e concreto**. 1. ed. São Paulo: Editora Pearson, 2016.

FREGONEZE, G. B. et al. **Metodologia científica**. Editora e Distribuidora Educacional S. A. 2014.

FRUCHTENGARTEN, J. **Sobre o estudo da flambagem lateral de vigas de aço por meio da utilização de uma teoria não-linear geometricamente exata**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, São Paulo, 2005.

GALAMBOS, T. V. **Guide to stability design criteria for metal structures**, 4° ed. A. Wiley – Interscience, 1988.

GOMES, O. F. **Análise dos elementos fletidos em: Estruturas de aço**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, São Carlos, 1993.

GOMES, C. A. B. **Resistência a compressão de perfis H laminados de abas paralelas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Ouro Preto, 2006.

GALAMBOS, T. V., Inelastic lateral buckling of beams, **Fritz Laboratory Reports**. Proc. ASCE, Vol. 89 (ST5), 1963, Publication No. 236 (63-20), 1963.

GALAMBOS, T.V.; SUROVEK, A.E. **Structural stability of steel: concepts and applications for structural engineers**. 1. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.

HELWING, T.A.; FRANK, K.H.; YURA, J.A. Lateral-torsional buckling of singly symmetric I-beams. **Journal of Structural Engineering** – ASCE. Vol. 123. No. 9. p. 1172-1179, 1997.

HUBER, A. W. E BEEDLE, L. S., Residual stress and the compressive strength of steel. **Welding Journal**, Vol. 33, p. 589-614, 1954, Reprint No. 96 (54-3).

JOINT COMMITTEE OF STRUCTURAL SAFETY. Model code. JCSS: 2001. Disponível em: <http://www.jcss.ethz.ch>, Acesso em: 10 maio 2021.

KALA, Z.; VALEŠ J., Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations. **Engineering Structures**. Vol. 134. p.37-47, 2017.

KIRBY, P.A.; NETHERCOT, D.A. **Design for structural stability**. John Wiley e Sons Inc., Nova Iorque, 1979.

KUBO, M.; FUKUMOTO, Y. Lateral-torsional buckling of thin-walled I-beams. **Journal of Structural Engineering**. Vol. 114, No. 4. p. 841-855. 1988.

LEE, G. C., FINE, D. S. E HASTREITER, W. R. Inelastic torsional buckling of H columns. **Journal of the Structural Division**, ASCE, Vol. 48, No. 5, p. 160-170, 1967.

MC FALLS, R. K.; TALL, L. A study of welded columns manufactured from flama-cut plates. **AWS Welding Journal**, p.141-153, 1969.

NAGARAJA RAO, N.R., ESTUAR, F.L. AND TALL, L. Residual stresses in welded shapes. **AWS Welding Journal**, p.295, 1964.

PIMENTA, R. J., **Proposição de uma curva de flambagem para perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 1997.

PIOTROWSKI, R.; SZYCHOWSKI, A.; Lateral-torsional buckling of beams elastically restrained against warping at supports. **The Journal of Polish Academy of Sciences - Archives of Civil Engineering**, Vol. 61(4), 2015.

REBELO, C.; LOPES, N.; SILVA, L. S.; NETHERCOT, D.; VILA REAL, P. M. M. Statistical evaluation of the lateral–torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 1: Variability of the Eurocode 3 resistance model. **Journal of Constructional Steel Research**. Vol. 65. p. 818-831, 2009.

REIS, A.; CAMOTIM, D. **Estabilidade estrutural**. McGraw-Hill. 2000.

RHODES, J. E HARVEY, J. Interaction behaviour of plain channel columns under concentric and eccentric loading - Proc. 2nd. Int. Coll. on the **Stability of steel structures**, ECCS, Liège, Bélgica, pp. 439-444, 1977.

ROSSI, A. **Flambagem lateral com torção e distorção da alma em vigas de perfis i metálicos duplamente simétricos**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Maringá, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Maringá, 2018.

SERNA, M. A.; LÓPEZ, A.; PUENTE; I.; YONG, D. J. Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members. **Journal of Constructional Steel Research**. v.62, p.566-580, 2005.

SILVA, L. S.; REBELO, C.; NETHERCOT, D.; MARQUES, L.; SIMÕES, R.; VILA REAL, P.M.M. Statistical evaluation of the lateral–torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 2: Variability of steel properties. **Journal of Constructional Steel Research**. Vol. 65. p.832-849, 2009.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. **Método de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

SONCK, D.; BELIS, J. Lateral–torsional buckling resistance of cellular beams. **Journal of Constructional Steel Research**. Vol. 105. p.119-128, 2015.

SOUZA, A. S. C., **Dimensionamento de elementos e ligações em estruturas de aço**. São Carlos: Edufscar, 2017. 260 p.

SOUZA, A. S. C. **Dimensionamento de elementos estruturais em aço segundo a NBR 8800:2008**. 2009. Apostila (Curso de Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

SPOORENBERG, R.C.; SNIJDER, H.H.; HOENDERKAMP, J.C.F. Experimental investigation of residual stresses in roller bent wide flange steel sections. **Journal of Constructional Steel Research**. Vol. 66. p. 737-747, 2010.

SZALAI, J. E PAPP, F., A new residual stress distribution for hot-rolled I-shaped sections, **Journal of Constructional Steel Research**, Vol. 61, p. 845-861, 2005.

TALL, L., Welded built-up columns. **Fritz Engineering Laboratory Report**. No.321.2 Lehigh University - Bethlehem, Pa. April 1966.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. 2. ed., Nova Iorque, McGraw-Hill, 1961.

VILA REAL, P. M. M.; CAZELI, R.; SILVA, L. S.; SANTIAGO, A.; PILOTO, P. The effect of residual stresses in the lateral torsional buckling of steel I-beams at elevated temperature. **Journal of Constructional Steel Research**. Vol. 60. p. 783-793, 2004.

WANG, Y.C.; EL-KHENFAS, M.A.; NETHERCOT, D.A. Lateral-torsional buckling of end-restrained beams. **Journal of Construction Steel Research**. No. 7. p. 335-362, 1987.

WANG, Y.B.; LI, G.Q.; CHEN, S.W. Residual stresses in welded flame-cut high strength steel H-sections. **Journal of Constructional Steel Research**. Vol. 79, p.159-165, 2012.

YOO, C. H.; LEE, S. C. **Stability of structures: principles and applications**. Elsevier, 2011

YOSHIDA, H.; MAEGAWA, K. Lateral instability of I-beams with imperfections. **Journal of Structural Engineering – ASCE**. Vol. 110, No. 8. p. 1875-1892, 1984.

YOUNG, B.W., Residual stresses in hot-rolled members, **IABSE reports of the working commissions**. Coll. On Column Strength, Paris, França, 1972.

YOUNG, B.W., Residual stresses in hot-rolled sections - Proceedings, **International Colloquium on Column Strength**, IABSE, Vol. 23, p. 25-38, 1975.

ZIRAKIAN, T. AND SHOWKATI, H. Experiments on distortional buckling of I-beams. **Journal of Structural Engineering**. No.133 (7), p.109-1017, 2007.