

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**TULIO RUSSO MIRANDA**

**ANÁLISE DO MODELO TEÓRICO DE PROJETO DE ENGRENAGENS  
CÔNICAS UTILIZANDO NORMA ANSI/AGMA 2003-C10**

**GUARAPUAVA  
2022**

**TULIO RUSSO MIRANDA**

# **ANÁLISE DO MODELO TEÓRICO DE PROJETO DE ENGRENAGENS CÔNICAS UTILIZANDO NORMA ANSI/AGMA 2003-C10**

*Analysis of the theoretical model of the conical gears design using  
ANSI/AGMA 2003-C10 standard*

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à  
Coordenação de Engenharia Mecânica, como  
requisito para obtenção do Título de Bacharel em  
Engenharia Mecânica, da Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. David Lira Nuñez

**GUARAPUAVA  
2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**TULIO RUSSO MIRANDA**

**ANÁLISE DO MODELO TEÓRICO DE PROJETO DE ENGRENAGENS  
CÔNICAS UTILIZANDO NORMA ANSI/AGMA 2003-C10**

Trabalho de conclusão de curso de graduação  
apresentada como requisito para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Mecânica da  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR).

Data de aprovação: 31/agosto/2022

---

Professor Dr. David Lira Nuñez  
Membro 1  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Professor Dr. Aldo Przybysz  
Membro 2  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Professor Dr. Sérgio Dalmás  
Membro 3  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**GUARAPUAVA  
2022**

## RESUMO

As engrenagens cônicas são elementos de transmissão utilizados na engenharia mecânica que são dimensionadas levando em conta diversos parâmetros, incluindo a flexão (tensão ou deformação) e contato, além dos fatores de segurança respectivos as possibilidades de desgastes ou fraturas. No presente trabalho é abordado o desenvolvimento de uma engrenagem cônica de dentes retos, por meio da aplicação da metodologia de projeto da norma ANSI/AGMA 2003-C10, que utiliza o sistema inglês de unidades. Embora esse elemento seja bastante usual na indústria, pouco se tem de informação disponível para testes e cálculos afim de analisar os resultados para os mais diferentes tipos de aplicações do conjunto. O mapeamento para viabilizar tal conteúdo se deu com base em artigos publicados recentemente, assim como em literaturas consolidadas no ramo que diz respeito a elementos de máquinas. Também é utilizado a abordagem metodológica DSR para guiar o desenvolvimento deste trabalho. Dessa maneira, o propósito deste estudo contempla proporcionar ao mundo acadêmico um material que venha a auxiliar no projeto para análises de uma engrenagem cônica através dos cálculos de fadiga e com isso mitigar falhas potenciais do mesmo. Para que o procedimento do equacionamento fosse entendido de maneira clara, uma proposta de engrenamento baseado em parâmetros reais de uso cotidiano é mostrada, sendo essa a comprovação de que os resultados da norma são válidos, e portanto, a análise de qualquer engrenagem cônica de dentes retos, pode ser baseada com o compartilhamento desse estudo.

**Palavras-chave:** Engrenagem Cônica, ANSI/AGMA 2003-C10, Análise analítica.

## **ABSTRACT**

Bevel gears are transmission elements used in mechanical engineering that encompass several parameters for their flexural and contact design, in addition to obtaining respective safety factors to avoid possible wear or fractures. Therefore, in the present work, the development of a spur bevel gear is approached, through the application of the design methodology using the ANSI/AGMA 2003-C10 standard that uses the English system of units. Although this element is quite common in the industry, little information is available for tests and equation calculations in order to analyze the results for the most different types of applications in the set. The mapping to enable such content was based on recently published articles, as well as on consolidated literature in the field that concerns machine elements. The DSR methodological approach is also used to guide the development of this work. In this way, the purpose of this study is to provide the academic world with a material that will help in the design for analysis of a bevel gear through fatigue calculations and thereby mitigate potential failures. In order for the equation procedure to be clearly understood, a gearing proposal based on real parameters of everyday use is shown, which is the proof that the results of the standard are valid, and therefore, the analytical analysis of any bevel gear of straight teeth, can be based on the sharing of this study.

**Keywords:** Bevel Gears, ANSI/AGMA 2003-C10, Analytical analysis.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - “South Pointing Chariot” .....	10
<b>Figura 2</b> - Engrenagem Coroa / Sem fim .....	13
<b>Figura 3</b> - Engrenagens Cilíndricas .....	13
<b>Figura 4</b> - Engrenagens Cônicas.....	14
<b>Figura 5</b> - Representação dos cones primitivos de uma engrenagem cônica .....	18
<b>Figura 6</b> - Evolvente esférica exata em engrenagens cônicas .....	18
<b>Figura 7</b> - Perfis dos dentes de rodas cônicas.....	19
<b>Figura 8</b> - Dentado reto.....	19
<b>Figura 9</b> - Dentado inclinado.....	19
<b>Figura 10</b> - Dentado espiral ou curvo .....	20
<b>Figura 11</b> - Ferramenta do tipo hob.....	21
<b>Figura 12</b> - Ferramenta do tipo shaper .....	22
<b>Figura 13</b> - Quebra do dente de e por fadiga de flexão .....	23
<b>Figura 14</b> - Modo de falha devido a extremidade direita sobrecarregada .....	23
<b>Figura 15</b> - Exemplo de superfície de engrenagens com a presença de pitting e spalling .....	25
<b>Figura 16</b> - Fator dinâmico, $K_v$ .....	36
<b>Figura 17</b> - Fator de tamanho para resistência ao contato, $Z_x$ .....	40
<b>Figura 18</b> - Fator de tamanho para resistência a flexão, $Y_x$ .....	40
<b>Figura 19</b> - Fator de distribuição de carga, $K_H\beta$ , para dentes coroados.....	42
<b>Figura 20</b> - Fator de ciclo de estresse para resistência a corrosão.....	47
<b>Figura 21</b> - Fator de ciclo de tensão para resistência à flexão.....	47
<b>Figura 22</b> - Fator de relação de dureza para pinhão e engrenagem temperados.....	49
<b>Figura 23</b> - Fator de razão de dureza, $Z_W$ , para pinhões de superfície endurecida.....	50
<b>Figura 24</b> - Número de tensão ao contato para engrenagens de aço temperado, $\sigma_H$ lim .....	55
<b>Figura 25</b> - Número de tensão de flexão para engrenagens de aço temperado, $\sigma_F$ lim .....	56
<b>Figura 26</b> - Etapas do DSR.....	57
<b>Figura 27</b> - Fator geométrico $J$ para engrenagens cônicas retas.....	66
<b>Figura 28</b> - Fator geométrico $I$ para engrenagens cônicas retas .....	67

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Fatores de Confiabilidade.....	53
<b>Tabela 2</b> - Número de tensão de contato admissível, $\sigma_H$ lim, para engrenagens de aço.....	54
<b>Tabela 3</b> - Número de tensão de contato admissível, $\sigma_H$ lim, para engrenagens de ferro .....	55
<b>Tabela 4</b> - Número de tensão de flexão (permissível), $\sigma_F$ lim, para engrenagens de aço .....	56
<b>Tabela 5</b> - Número de tensão de flexão (permissível), $\sigma_F$ lim, para engrenagens de ferro .....	56
<b>Tabela 6</b> - Fatores de sobrecarga .....	73

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>1.2</b>	<b>JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>16</b>
<b>2.</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>ENGRENAMENTO E GERAÇÃO DOS DENTES .....</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>PROCESSOS DE FABRICAÇÃO .....</b>	<b>20</b>
<b>2.3</b>	<b>MODOS DE FALHA DE ENGRENAGENS.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4</b>	<b>METODOLOGIA AGMA PARA ENGRENAGENS CÔNICAS.....</b>	<b>25</b>
2.4.1	Resistência Ao Crateramento .....	25
2.4.2	Força de Flexão .....	27
2.4.3	Torque do Pinhão (T1) .....	29
2.4.4	Fator de Sobrecarga (KA) .....	29
2.4.5	Fator de Segurança, SH e SF.....	30
2.4.6	Fatores de Serviço .....	31
2.4.7	Fator Dinâmico (Kv).....	32
2.4.8	Fatores de Tamanho, Zx e Yx .....	37
2.4.9	Fator de Distribuição de Carga (KH $\beta$ ).....	41
2.4.10	Fator de Coroamento para Contato (Zxc).....	43
2.4.11	Fator de Curvatura Longitudinal para Resistência à Flexão (Y $\beta$ ) .....	43
2.4.12	Fatores Geométricos (ZI) e (YJ) .....	44
2.4.13	Fatores do ciclo de estresse (ZNT) e (YNT) .....	46
2.4.14	Fator de razão de dureza para resistência à corrosão (ZW) .....	48
2.4.15	Fator de temperatura (K $\theta$ ).....	50
2.4.16	Fatores de confiabilidade (ZZ) e (YZ) .....	51
2.4.17	Coeficiente elástico para resistência à corrosão (ZE) .....	53
2.4.18	Número de estresse permitidos.....	53
<b>3.</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>57</b>
<b>3.1</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO DA OPORTUNIDADE DE PESQUISA E MOTIVAÇÃO.....</b>	<b>58</b>
<b>3.2</b>	<b>DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS DA SOLUÇÃO.....</b>	<b>59</b>
<b>3.3</b>	<b>CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>60</b>
3.3.1	Cálculo da tensão ao contato .....	60
3.3.2	Estimativa do fator de segurança ao contato .....	61
3.3.3	Cálculo da tensão à flexão.....	61
3.3.4	Estimativa do fator de segurança à flexão.....	62
<b>3.4</b>	<b>DEMONSTRAÇÃO.....</b>	<b>62</b>
<b>3.5</b>	<b>AVALIAÇÃO E COMUNICAÇÃO .....</b>	<b>63</b>
<b>4.</b>	<b>CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO .....</b>	<b>64</b>
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>69</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>71</b>
	<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>73</b>



## 1. INTRODUÇÃO

No que tange à definição de projeto mecânico, áreas como dimensionamentos de elementos de máquinas, do qual fazem parte as engrenagens, são de extrema importância para o curso de engenharia mecânica, pois tem como objetivo apresentar ao aluno de graduação procedimentos e métodos de desenvolvimento analítico para o projeto e construção dos mais diferentes tipos de componentes mecânicos. Muitos dos métodos propostos são iterativos, pois utilizam hipóteses simplificadoras, uma vez que o desenvolvimento de um projeto apresenta um número finito de possíveis soluções (SILVA, 2012).

As rodas dentadas, outro nome conveniente para engrenagens, são um dos dispositivos mecânicos mais antigos utilizados pelo homem. Ela vem sendo utilizada por mais de 5000 anos. Aristóteles, famoso filósofo grego, deixou um registro sobre engrenagens datado em 330 AC (Antes de Cristo) falando sobre o tema com enorme naturalidade, o que leva a concluir que as engrenagens não são tratadas como uma inovação tecnológica (DUDLEY, 1969).

Tem-se como conhecimento do mais antigo dispositivo funcional de engrenagens uma espécie de charrete com um complexo sistema de engrenagens diferenciais denominadas de “*South Pointing Chariot*”, desenvolvido por antigos chineses em 2600 AC para adaptar-se as condições de viagem no deserto. Temos como exemplo a Figura 1.

**Figura 1** - “South Pointing Chariot”



**Fonte:** A Evolução da Arte da Engrenagem, 1969.

Partindo para o quesito definição, temos que: “Engrenagens são elementos mecânicos rígidos dotados de dentes, utilizados na transmissão de movimentos rotativos entre eixos, em sistemas que transferem potência de uma unidade motora para uma movida” (MAITRA, 1994, p.11). Já para Auras (2006, p. 52) engrenagens “são rodas com dentes padronizados que servem para transmitir movimento e força entre dois eixos. São usadas também para variar o número de rotações e o sentido da rotação de um eixo para o outro”. Por fim, “Engrenagens são elementos de máquinas utilizados na transmissão de movimentos rotativos entre eixos com uma relação de velocidades constante”. (BUDYNAS; J. KEITH, 2011).

A fim de adequar a melhor disposição construtiva ao melhor funcionamento de uma transmissão engrenada, os tipos de engrenagens e o posicionamento de seus eixos necessitam ser bem definidos pelos projetistas de engrenagens (STIPKOVIC FILHO, 1983). Além disso, a classificação desses elementos é feita pela forma e curvatura do traçado do dente (NICE, 2015). Com base nesses quesitos elas podem ser:

- **Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos**

De todos os tipos, as engrenagens cilíndricas de dentes retos são as mais simples e, conseqüentemente, as de produção mais barata (BUDYNAS; J. KEITH, 2011).

Para este tipo de engrenamento não é recomendável utilizar reduções maiores do que 10:1 em um único par. Em casos específicos devem ser feitos dois pares de engrenagens (NICE, 2015).

- **Engrenagens Cilíndricas de Dentes Helicoidais**

As engrenagens cilíndricas helicoidais possuem uma geometria um pouco mais complexa do que as de dentes retos, pois os seus dentes são inclinados em relação ao eixo de rotação e eles não possuem um perfil reto. Esta inclinação é denominada ângulo de hélice e varia entre 10° e 40°. Estas engrenagens são capazes de transmitir grandes potências (SILVA, 2012).

Os engrenamentos helicoidais são mais silenciosos e causam menos vibração do que os engrenamentos retos, pois seu engrenamento ocorre de maneira gradual. Isso ocorre devido à inclinação dos dentes. Em contrapartida, esta inclinação dos dentes gera uma carga axial, ou seja, os mancais devem ser projetados de forma a suportar esta carga, necessidade que não

existe nas engrenagens cilíndricas de dentes retos. Quanto maior o ângulo de hélice, maior será a reação axial provocada nos mancais e maior a quantidade média de dentes em contato (SILVA, 2012).

Da mesma forma que nas engrenagens cilíndricas de dentes retos, não é recomendável a utilização de reduções maiores do que 10:1 em um único par (NICE, 2015).

- **Engrenagens Cônicas**

As engrenagens cônicas são utilizadas nas situações em que os eixos das rodas motora e movida são concorrentes. Esse tipo de engrenagem pode ter dentes retos, inclinados e espirais ou curvos, podendo ainda apresentar eixos descentrados (hipoides) (BUDYNAS; J. KEITH, 2011).

Tratam-se das engrenagens mais silenciosas e apresenta uma excelente capacidade de carga devido à maior área de contato entre os flancos dos dentes. Contudo, as hipoides apresentam rendimentos mais baixos, geram maior quantidade de calor e requerem, por isso, lubrificantes especiais, vulgo, lubrificantes de elevada viscosidade (PAULO FLORES; JOSÉ GOMES, 2017).

Nas engrenagens cônicas as relações de transmissão são, em geral, mais baixas do que nas engrenagens cilíndricas, podendo atingir, no máximo valores da ordem de 6:1. Na maioria dos casos, as engrenagens cônicas funcionam em transmissões cujos eixos de rotação fazem entre si um ângulo de 90°. Embora não seja tão frequente, há também situações práticas em que os eixos das rodas apresentam um ângulo inferior ou superior a 90° (PAULO FLORES; JOSÉ GOMES, 2017).

- **Parafuso Sem Fim**

“Este tipo de engrenagem é, na prática, uma engrenagem helicoidal com um ângulo grande o suficiente de modo que, em alguns casos, forma-se apenas um dente em toda a engrenagem. É possível fazer um comparativo do parafuso sem fim com a rosca de um parafuso comum” (SILVA, 2012, p.19).

Sua grande vantagem é possibilitar grandes reduções podendo ser projetada desde 1:1 até 360:1, segundo Norton (2013). Geralmente elas são encontradas comercialmente com relações variando entre 3:1 e 100:1.

Uma outra particularidade deste tipo de engrenamento é que, em praticamente todos os casos, há o auto bloqueio da engrenagem, ou seja, na maioria dos casos um torque na engrenagem não é capaz de gerar movimento no parafuso sem fim (SILVA, 2012).


- **Outras Formas De Classificação**

Em relação ao posicionamento de seus eixos, as engrenagens podem ser divididas da seguinte maneira:

- Engrenagens com eixos cruzados;
- Engrenagens com eixos paralelos;
- Engrenagens com eixos reversos;

Tem-se nas Figuras 2, 3 e 4 apresentadas abaixo a combinação dos diferentes tipos de engrenagens com suas possíveis formas, traçado dos dentes e disposições construtivas (posicionamento dos eixos).

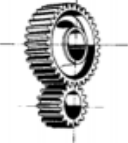

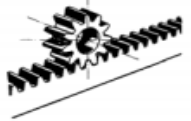

**Figura 2** - Engrenagem Coroa / Sem fim

Designação	Desenho	Posição do Eixo	Rendimento
Engrenagem coroa / sem fim		Cruzados	Baixos rendimentos 45-95%

*Fonte: Engrenagens: Geometria, Dimensionamento, Controle, Geração, Ensaios, 1983.*





Dentro desse contexto, o interesse pelo melhor desempenho dos componentes aumenta e juntamente com a utilização da norma AGMA(ANSI/AGMA 2003-C10, 2015), a qual trata-se de uma associação comercial de companhias fabricantes de engrenagens credenciada pela ANSI e que tem total credibilidade no cenário mundial, deslumbra-se um elo perfeito para validação de uma análise criteriosa dentro de um cenário promissor utilizando-se de um componente bastante conhecido dos projetistas mecânicos mas que ainda não possui uma boa metodologia para cálculo quando se trata de engrenagens cônicas (MEMBERSHIP, 2020).

Figura 3 - Engrenagens Cilíndricas

Designação	Desenho	Posição do Eixo	Rendimento
Dentes Retos		Paralelos	Alto Rendimento 95-99%
Dentes Helicoidais			
Cremalheira			
Dentes Helicoidais		Cruzados	Próximo das engrenagens cilíndricas helicoidais

Fonte: Engrenagens: Geometria, Dimensionamento, Controle, Geração, Ensaios, 1983

Figura 4 - Engrenagens Cônicas

Designação	Desenho	Posição do Eixo	Rendimento
Dentes Retos		Cruzados	Próximo das engrenagens cilíndricas helicoidais (principalmente para dentes espirais ou hipoidais)
Dentes Inclinados			
Dentes Espirais			
Dentes Hipoidais		Reversos ou com deslocamento	

Fonte: Engrenagens: Geometria, Dimensionamento, Controle, Geração, Ensaios, 1983.

Existem várias normas AGMA que podem ser abordadas para o estudo dos trens de engrenagens cônicas, entre elas estão:

- AGMA ISO 22849-A-12 - Design Recommendations for Bevel Gears;
- ANSI/AGMA 6033-C08 - Materials for Marine Propulsion Gearing;
- ANSI/AGMA 6132-B13 - Standard for Marine Gear Units: Rating and Application for Spur and Helical Gear Teeth (Metric Edition);
- ANSI/AGMA 2008-D11 - Assembling Bevel Gears
- ANSI/AGMA 2003-D19 - Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth

Sendo a primeira destinada para o projeto geométrico, a segunda referente aos materiais aplicados em transmissão de embarcações de grande porte, a terceira como padrão de unidades de engrenagens marítimas (com motorização acima de 1000 *hp*), a quarta especifica os parâmetros de montagem de engrenagens cônicas e a última traz o método de avaliação da resistência ao contato e flexão nos dentes das mesmas. (MEMBERSHIP, 2020).

No presente trabalho, será abordada apenas a norma (ANSI/AGMA 2003-C10, 2015).

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Equacionamento de engrenagens cônicas carecem de materiais disponíveis e atualizados no nível de graduação na engenharia mecânica. Esses problemas podem ser atenuados com a otimização das normas e com trabalhos como este.

É necessário também se compreender os efeitos da tensão ao contato e a tensão à flexão nas engrenagens cônicas, proporcionando um novo material a fim de contribuir para tomadas de decisões mais rápidas por parte dos engenheiros atuantes nessa área;

### 1.3 OBJETIVOS

- **Objetivo Geral**

Realizar o detalhamento da norma (ANSI/AGMA 2003-C10, 2015) proporcionado uma metodologia prática e viável para análise analítica de qualquer engrenagem cônica.

- **Objetivos Específicos**

- Compreender o fenômeno de engrenamento;
- Entender os modos de falhas atuantes nas engrenagens;
- Identificar os parâmetros envolvidos no projeto de engrenagens cônicas;
- Realizar o detalhamento da norma AGMA com um complemento de informações baseadas em literatura respeitável na área;
- Proporcionar um material de fácil entendimento para que futuros acadêmicos possam utilizar afim de validar a norma através de um estudo de caso;

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 ENGRENAMENTO E GERAÇÃO DOS DENTES

O fenômeno fundamental do engrenamento é a razão de velocidade angular das engrenagens de um par de engrenagens que deve manter-se constante durante o engrenamento (NORTON, 2013). Para que essa função seja verdadeira, os contornos dos dentes das engrenagens que fazem parte do par engrenado devem ser conjugados um ao outro. Existem vários perfis que poderiam ser utilizados, mas somente algumas curvas têm visto aplicações práticas. A cicloide é ainda usada como forma de dente em alguns relógios de pulso e parede, mas a maioria das engrenagens usa a involuta de um círculo (NORTON, 2013).

O perfil evolvente ou involuta é um dos itens mais importantes no estudo de engrenagens, visto que ele é o principal elemento numa transmissão. Esse perfil acaba determinando a qualidade do dentado, o que por sua vez, determina a vida útil da engrenagem (MAZZO, 2013).

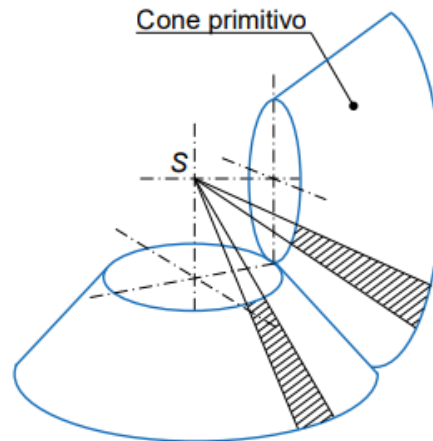
As propriedades do perfil evolvente e superfícies primitivas são geralmente focadas em engrenagens cilíndricas de dentes retos. Porém, como o trabalho aborda engrenagens cônicas, tem-se que nessas as superfícies primitivas têm a forma cônica e rolam sem escorregar uma em relação à outra. As superfícies primitivas nas engrenagens cônicas são frequentemente denominadas de cones primitivos, tal como os que se mostram na Figura 5 (PAULO FLORES; JOSÉ GOMES, 2017).

Para que duas rodas cônicas funcionem corretamente, os seus eixos devem cruzar-se no mesmo vértice, o ponto S representado na Figura 5. Durante o movimento relativo de duas rodas cônicas, o qual é teoricamente do tipo esférico, cada ponto da engrenagem permanece à mesma distância do vértice S (PAULO FLORES; JOSÉ GOMES, 2017).

Tal como no caso das engrenagens cilíndricas, também nas engrenagens cônicas os perfis dos dentes podem ser definidos pelo método da evolvente. Nas primeiras considera-se uma circunferência de base, obtendo-se uma evolvente cilíndrica, enquanto nas segundas se utiliza um cone de base, resultando, deste modo, uma evolvente esférica (PAULO FLORES, JOSÉ GOMES, 2017).



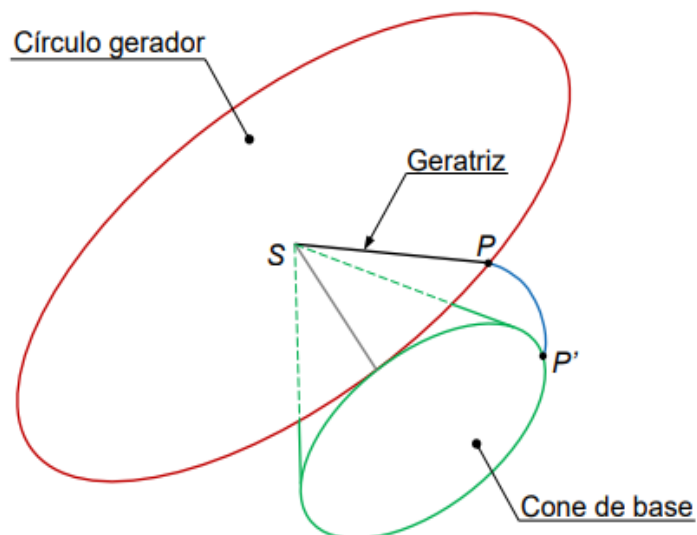
**Figura 5** - Representação dos cones primitivos de uma engrenagem cônica



*Fonte: Engrenagens Cônicas, 2017.*

A evolvente esférica exata pode obter-se pelo rolamento puro de um círculo gerador sobre o cone de base. O círculo gerador é concêntrico e tangente ao cone de base, como se ilustra na Figura 6, em que o arco  $PP'$  representa parte da evolvente esférica exata que resulta da trajetória descrita pelo ponto  $P$  pertencente à linha geratriz do elemento gerador, quando este último rola sem escorregar sobre o cone de base (PAULO FLORES; JOSÉ GOMES, 2017).

**Figura 6** - Evolvente esférica exata em engrenagens cônicas

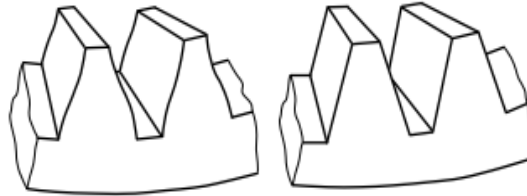


*Fonte: Engrenagens Cônicas, 2017.*

É sabido que as engrenagens cônicas em evolvente esférica têm relativamente pouco interesse prático em virtude da dificuldade em obter rodas com o perfil exato. Por isso, na prática prefere-se o perfil piramidal ou trapezoidal para a forma dos dentes das engrenagens

cônicas em detrimento do perfil exato, conforme visto na Figura 7 (PAULO FLORES, JOSÉ GOMES, 2017).

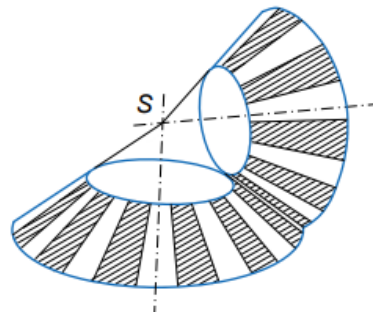
**Figura 7** - Perfis dos dentes de rodas cônicas



*Fonte: Engrenagens Cônicas, 2017.*

No que diz respeito a representação simplificada de uma engrenagem cônica de dente reto, tem-se na Figura 8 que os dentes das rodas motora e movida concorrem no vértice S dos cones primitivos.

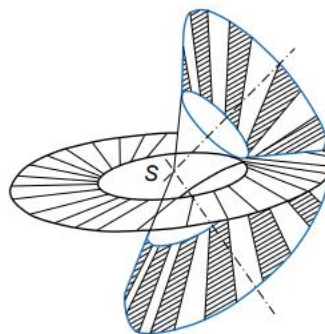
**Figura 8** - Dentado reto



*Fonte: Engrenagens Cônicas, 2017.*

Para as engrenagens cônicas de dentes inclinados nota-se que as superfícies dos dentes não concorrem para o mesmo vértice virtual dos cones primitivos, Figura 9.

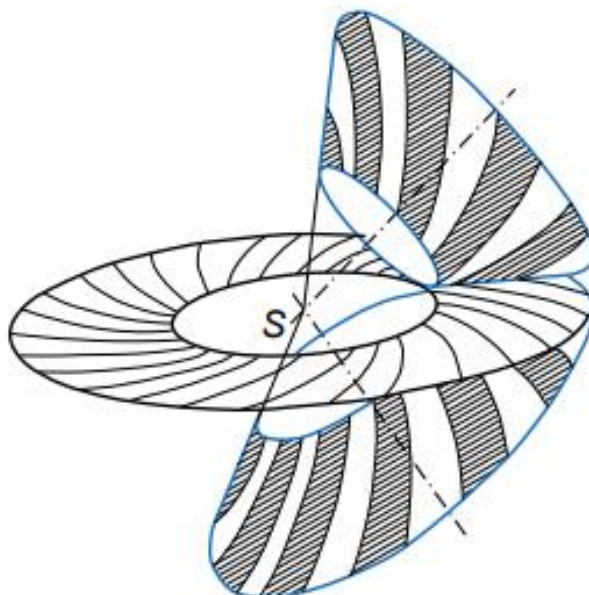
**Figura 9** - Dentado inclinado



*Fonte: Engrenagens Cônicas, 2017.*

A Figura 10 ilustra o engrenamento das engrenagens cônicas de dentes espirais ou curvos.

**Figura 10** - Dentado espiral ou curvo



*Fonte: Engrenagens Cônicas, 2017.*

O ângulo de pressão neste tipo de dentado é, em geral, o mesmo que se considera para o dentado reto, ou seja,  $\alpha = 20^\circ$ . Por seu lado, o ângulo de espiral é normalmente igual a  $35^\circ$ . Quando o ângulo de espiral é nulo, o dentado denomina-se de dentado zero.

## 2.2 PROCESSOS DE FABRICAÇÃO

Vários métodos podem ser usados para a fabricação das engrenagens. A geometria do dente de qualquer engrenagem está intimamente ligada ao processo de fabricação pelo qual ela foi submetida. Na manufatura dos perfis evolventes, há processos mais usuais que dependem das tolerâncias e do tamanho do lote. Sendo assim, pretende-se apresentar aqui somente os dois mais utilizados na indústria em virtude da alta produtividade que proporcionam. Esses processos são o fresamento para ferramenta do tipo *hob* (caracol) e do tipo *shaper* (faca circular). Ambos são utilizados para geração de dentes retos e helicoidais (NORTON, 2013).

- **Fresamento com Ferramenta do Tipo *hob***

Trata-se do processo mais utilizado para geração de dentes externos de engrenagens retas e helicoidais (MAZZO, 2013). Nesse processo a ferramenta e a peça trabalham conjugadas uma à outra, onde a ferramenta é posicionada em um eixo perpendicular ao do disco da engrenagem. A ferramenta, como pode ser vista na Figura 11, gira continuamente, avançando sobre a peça e cortando os vãos entre os dentes. É considerado o método mais preciso, visto que não é necessário reposicionamento da ferramenta ou do disco durante sua geração (NORTON, 2013).

**Figura 11** - Ferramenta do tipo hob



*Fonte: SU, 2020.*

- **Fresamento Com Ferramenta do Tipo *shaper***

Esse é o processo mais utilizado para geração de engrenagens externas e internas, retas e helicoidais, quando não é possível a utilização do hob. Tal fato se dá em razão da geometria da peça a ser cortada (MAZZO, 2013). Seu funcionamento ocorre com a movimentação axial do *shaper* para cima e para baixo através do disco para cortar os dentes, enquanto o disco roda ao redor da ferramenta. A precisão é boa, mas qualquer erro (inclusive em um dente do *shaper*) é transferido para a engrenagem (NORTON, 2013). Engrenagens internas também são geradas por esse método. A Figura 12 apresenta uma ferramenta desse tipo.

**Figura 12** - Ferramenta do tipo shaper



*Fonte: SU, 2020.*

### **2.3 MODOS DE FALHA DE ENGRENAGENS**

A falha é um acontecimento indesejado, é a partir dela que podem ocorrer perdas e danos ou até mesmo exposição a riscos. A análise da falha e a sua prevenção é elemento essencial para o sucesso de um projeto (MAZZO, 2013).

Diante dessas circunstâncias, existem potencialmente dois possíveis modos de falha: a falha por fadiga a flexão, causada pelas tensões variadas de flexão na raiz do dente, e a falha por fadiga superficial (crateração) ou de contato (*pitting*). Ambos os modos de falha devem ser verificados quando se projetam engrenagens (NORTON, 2013).

#### **Falha por Fadiga de Flexão**

Segundo Mazzo (2013, p.758) a fratura de um dente ou de uma parte substancial dele pode ser considerada como o tipo mais grave de falha por dois motivos:

- Interrompe a transmissão, exigindo a substituição imediata das peças;
- As partes rompidas que se soltam, podem danificar outros componentes do conjunto como, por exemplo, eixos, rolamentos, entre outros;

Esse modo de falha é resultado da ação repetitiva de tensão superior ou próxima ao limite de resistência à fadiga do material. As tensões têm diversas causas e elas provocam o aparecimento de uma trinca em regiões de concentradores de tensão, mais precisamente na raiz

do dente do lado que suporta a carga. Se a tensão cíclica continuar, a trinca crescerá até que a seção residual do dente não suporte mais a carga. Nesse momento, o dente se romperá bruscamente, conforme ilustrado na Figura 13 (MAZZO, 2013).

**Figura 13** - Quebra do dente de e por fadiga de flexão



*Fonte: The Evolution of the Gear Art, 1969.*

Ainda tratando-se sobre a falha por fadiga de flexão, tem-se também um esforço estático de flexão. Este é denominada como fratura de sobrecarga. Ele ocorre quando temos um ou mais impactos no dente com níveis maiores do que aqueles suportados pelo material com o qual a engrenagem foi fabricada (MAZZO, 2013).

Como resultado, temos por exemplo, a interferência em outros componentes da máquina, como falha de rolamentos, operação inadequada como uma reversão brusca a plena carga, processamento de um produto com dureza ou tamanho muito acima daquele para qual a máquina foi concebida, peças de materiais estranhos que passam pelo engrenamento, carga mal distribuída ao longo da largura do dente (concentrada em uma das laterais), pequeno valor de razão de contato, conforme ilustrado na Figura 14 (MAZZO, 2013).

**Figura 14** - Modo de falha devido a extremidade direita sobrecarregada



*Fonte: The Evolution of the Gear Art, 1969.*

Engrenagens projetadas com materiais ferrosos, que em geral possuem um patamar bem definido para vida infinita em flexão, podem ser projetadas para vida infinita em termos de flexão no pé do dente. Por outro lado, mesmo os materiais ferrosos com maior dureza superficial não possuem um patamar de vida infinita para fadiga superficial, dificultando projetos com mais do que  $10^8$  ciclos (NORTON, 2013).

- **Falha por Fadiga de Contato**

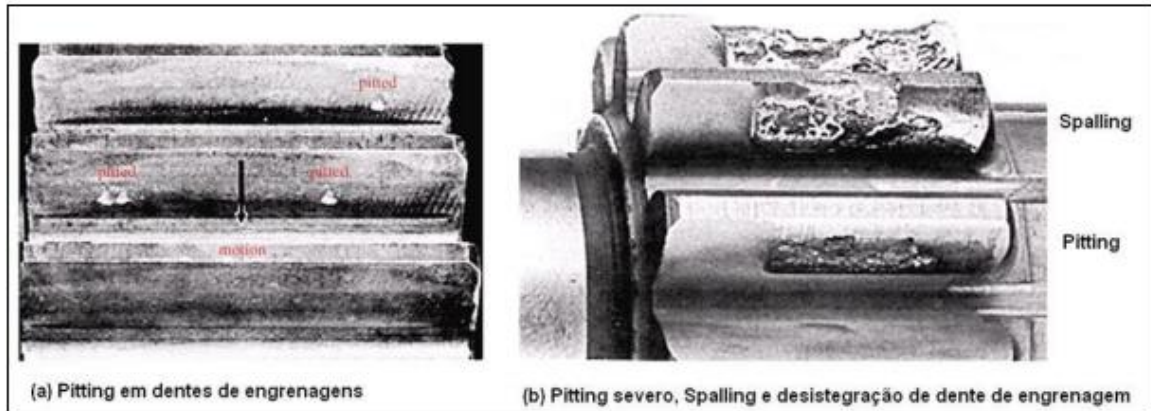
Como o próprio nome do modo de falha diz, a fadiga de contato ou “*pitting*” ocorre em decorrência de danos cíclicos (teoria da falha por fadiga). Portanto, este modo de falha acontece a partir de um certo número de ciclos e normalmente são necessários acima de 1 milhão de ciclos para se iniciar este tipo de dano (NUNEZ, 2020).

Segundo Norton (2013), a fadiga por contato é a falha mais comum entre as engrenagens, seja ela por abrasão ou adesão.

Fadiga de contato difere da fadiga clássica estrutural (flexão ou torção) por resultado do estado de tensões de Hertz. Esta tensão localizada resulta quando superfícies curvas estão em contato sob carga normal de trabalho. Geralmente, uma superfície move-se sobre a outra em movimento de rolagem como uma esfera num rolamento. A geometria de contato e o movimento de rolagem produzem uma tensão de cisalhamento alternada abaixo da superfície. Abaixo da superfície deformações plásticas geradas intensificadas com o aumento de ciclos chegam ao limite elástico do material, quando há o surgimento da trinca. Desta forma a trinca então se propaga até que o pit (cratera) é formado (ASM, 1996).

É importante citar que há um outro tipo de fadiga por contato, o *spalling*. No entanto, normalmente, não é considerado um modo de falha original, mas sim uma propagação de um *pitting* (fadiga de contato). O que caracteriza o *spalling* é a sua formação, pois a trinca é formada sob a superfície e depois espalhada pelo dente de engrenagem. Ao contrário da fadiga de contato, o *spalling* pode ocorrer na parte superior da superfície do dente e não necessariamente na região da linha primitiva (ASM, 1996). A Figura 15 ilustra tais fenômenos.

**Figura 15** - Exemplo de superfície de engrenagens com a presença de pitting e spalling



*Fonte: Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada, 2013.*

## 2.4 METODOLOGIA AGMA PARA ENGRENAGENS CÔNICAS

Conforme citado anteriormente, a norma ANSI/AGMA 203-C10 (2015) será a base do trabalho em questão. Sendo assim, neste tópico é realizado o detalhamento da mesma e consequentemente todo o material contido nele é utilizando dita norma como referencial bibliográfico não havendo necessidade de citações constantes. Além disso, como alguns itens tiveram descrição teórica feitas em capítulos anteriores apenas as fórmulas serão apresentadas nesses casos.

### 2.4.1 Resistência Ao Crateramento

- Tensão de contato ( $\sigma_H$ )

A formula fundamental de tensão de contato para engrenagens cônicas deve ser usada pela Equação (1).

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{2000T_1}{bd^2 e_1 Z_I} K_A K_v K_H \beta Z_x X_{xc}} \quad (1)$$

onde

$\sigma_H$  é a tensão de contato,  $N/mm^2$ ;

$Z_E$  é o coeficiente de elasticidade,  $[N/mm^2]^{0,5}$ ;

$Z_x$  é o fator de tamanho;



$T_1$  é o torque no pinhão,  $Nm$ ;

$K_A$  é o fator de sobrecarga;

$K_V$  é o fator dinâmico;

$b$  é a largura da face,  $mm$ ;

$d_{e1}$  é o diâmetro do passo externo do pinhão,  $mm$ ;

$K_{H\beta}$  é o fator de distribuição de carga;

$Z_{xc}$  é o fator de coroação;

$Z_I$  é o fator de geometria de resistência à contato;

▪ **Número de estresse de contato permitido ( $\sigma_{HP}$ )**

A formula para o número de resistência de contato permitido é dada pela equação (2).

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_W}{S_H K_\theta Z_Z} \quad (2)$$

onde

$\sigma_{HP}$  é o número de resistência de contato permitido,  $N/mm^2$ ;

$\sigma_{Hlim}$  é o número máximo de resistência de contato aplicável,  $N/mm^2$ ;

$Z_{NT}$  é o fator do ciclo de tensão;

$S_H$  é o fator de segurança ao contato;

$Z_W$  é o fator de razão de dureza;

$K_\theta$  é o fator de temperatura;

$Z_Z$  é o fator de confiabilidade;

O número de resistência de contato calculado deve ser igual ou menor do que a tensão de contato permissível, conforme equação (3).

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP} \quad (3)$$

▪ **Potência de resistência ao crateramento ( $P_{az}$ )**

Para uma velocidade especifica, a fórmula para a potência nominal a fim de resistir ao crateramento dos dentes da engrenagem é mostrada na equação (4).

$$P_{az} = \frac{n_1 b}{1,9 \times 10^7} \frac{Z_I}{K_v K_{H\beta} K_A Z_x Z_{xc}} \left( \frac{\sigma_{Hlim} d_{e1} Z_{NT} Z_W}{S_H Z_E K_\theta Z_Z} \right)^2 \quad (4)$$

onde

$P_{az}$  é a potência de transmissão permitida,  $kW$ ;

$n_1$  é a velocidade de rotação do pinhão,  $rpm$ ;

Os valores de  $\sigma_{Hlim}$  e  $Z_{NT}$  podem ser diferentes para o pinhão e engrenagem. Portanto, a classificação deve ser baseada no membro que tem o menor valor do produto  $\sigma_{Hlim} Z_{NT}$ .

## 2.4.2 Força de Flexão

### ▪ Fórmula fundamental de tensão de flexão ( $\sigma_F$ )

Para o cálculo de tensão de flexão nas engrenagens cônicas tem a seguinte fórmula fundamental, equação (5).

$$\sigma_F = \frac{2000 T_1 K_A K_V Y_X K_{H\beta}}{b d_{e1} m_{et} Y_\beta Y_J} \quad (5)$$

onde

$\sigma_F$  é o cálculo do número da tensão de flexão na raiz do dente,  $N/mm^2$ ;

$K_A$  é o fator de sobrecarga;

$K_V$  é o fator dinâmico;

$d_{e1}$  é o diâmetro do passo externo do pinhão,  $mm$ ;

$m_{et}$  é o módulo transversal externo métrico;

$Y_X$  é o fator de tamanho;

$K_{H\beta}$  é o fator de distribuição de carga;

$Y_\beta$  é o fator de curvatura longitudinal do dente;

$Y_J$  é o fator de geometria de resistência à flexão;

### ▪ Número de tensão de flexão permitida ( $\sigma_{FP}$ )

A fórmula para o número de tensão de flexão permitida é dada pela equação (6).

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_Z} \quad (6)$$

onde

$\sigma_{FP}$  é o número de tensão de flexão permitido,  $N/mm^2$ ;

$\sigma_{Flim}$  é o número da tensão de flexão (limite),  $N/mm^2$ ;

$S_F$  é fator de segurança de dobra;

$Y_{NT}$  é o fator do ciclo de estresse;

$K_\theta$  é o fator de temperatura;

$Y_Z$  é o fator de confiabilidade;

O número calculado da tensão de flexão de tração deve ser igual ou menor que o número de tensão de flexão permissível, conforme equação (7).

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP} \quad (7)$$

▪ **Fórmula da potência de flexão ( $P_{ay}$ )**

Para o cálculo da potência nominal a fim de resistir à quebra dos dentes da engrenagem temos a seguinte equação (8).

$$P_{ay} = \frac{n_1 b}{1,91 \times 10^7} \frac{Y_J Y_\beta}{Y_X K_{H\beta} K_A K_v} \frac{\sigma_{Flim} d_{e1} m_{et}}{1} \frac{Y_{NT}}{K_\theta Y_Z S_F} \quad (8)$$

onde

$P_{ay}$  é a potência de transmissão permitida,  $kW$ ;

$n_1$  é a velocidade do pinhão,  $rpm$ ;

Os valores de  $\sigma_{Flim}$  e  $Y_{NT}$  podem ser diferentes para o pinhão e a engrenagem. Portanto, a classificação deve ser baseada no membro que possui o menor valor do produto  $\sigma_{Flim} Y_{NT}$ .

### 2.4.3 Torque do Pinhão ( $T_1$ )

O torque do pinhão é usado nas fórmulas fundamentais de cálculo de tensão. Para obter um valor do momento de flexão no dente ou uma medida da força na superfície do dente, a força tangencial é calculada juntamente da fórmula de tensão. O cálculo ocorre na distância do cone externo e ajustes são feitos no cálculo dos fatores de geometria do dente para colocar a força tangencial efetiva no ponto crítico do dente.

Na maioria das aplicações de engrenagem, a carga aplicada não é constante, portanto, os valores podem variar em um mesmo processo. Para obter um valor nominal do torque operacional, o projetista deve usar o valor da potência e da velocidade de operação que terá efeito por longos períodos de tempo e sob as mais severas condições de operação. Com isso, o torque do pinhão é dado pela seguinte equação (9).

$$T_1 = \frac{9550P}{n_1} \quad (9)$$

onde

$P$  é a potência nominal,  $kW$ ;

$n_1$  é a velocidade do pinhão,  $rpm$ ;

### 2.4.4 Fator de Sobrecarga ( $K_A$ )

O fator de sobrecarga permite quaisquer cargas aplicadas externamente acima da carga tangencial nominal. Os fatores só podem ser estabelecidos após uma considerável experiência de campo ser adquirida em uma aplicação particular.

- **Itens que afetam cargas dinâmicas externas**

Ao determinar o fator de sobrecarga, considerações devem ser feitas devido ao fato de que muitos sistemas desenvolvem torques de picos momentâneos que geralmente são maiores do que aqueles determinados pelas taxas nominais do motor principal ou do equipamento que transmite movimento. Existem muitas fontes possíveis de sobrecarga que devem ser consideradas:

- Partida do motor;
- Vibração do sistema;

- Velocidades críticas;
- Torques de aceleração;
- Velocidades excessivas;
- Divisão de compartilhamento de cargas de caminho entre motores principais;
- Variações repentinas na operação do sistema;
- Mudança nas condições de carga do processo;
- Frenagem;
- Torques negativos, como os produzidos nas caixas de redução em veículos, que resultam em carregamento no lado reverso dos dentes da engrenagem;

A análise das velocidades críticas dentro da faixa operacional do inversor é essencial. Se as velocidades críticas estiverem presentes, mudanças no projeto do sistema de acionamento geral devem ser feitas para eliminá-las ou para fornecer amortecimento do sistema de forma que as vibrações da engrenagem e do eixo sejam eliminadas.

#### ▪ Estabelecimento de fatores de sobrecarga

Os fatores de sobrecarga podem ser bem estabelecidos a partir de uma análise completa da experiência de serviço em uma aplicação específica. Quando a experiência de serviço não está disponível, uma investigação analítica completa deve ser feita.

O Anexo A fornece valores aproximados para o fator de sobrecarga.

#### 2.4.5 Fator de Segurança, $S_H$ e $S_F$

O termo “fator de segurança” tem sido usado historicamente em projetos mecânicos para descrever um fator geral de redução para limitar a tensão do projeto na mesma proporção da resistência do material. Um fator de segurança é responsável pelas incertezas em:

- Análise de projetos;
- Características do material;
- Qualidade de fabricação;

O fator de segurança deve considerar também o risco para a segurança humana e as consequências econômicas de uma possível falha. Quanto maior as incertezas ou consequências dessas considerações, maior deve ser o fator de segurança. À medida que a extensão desses fatores se torna conhecida, o valor do fator de segurança pode ser determinado com mais

precisão. Por exemplo, um produto como uma transmissão de automóvel que é submetido a teste de protótipo em tamanho real, carga total e controle de qualidade rigoroso de dimensões, materiais e processos durante a fabricação, pode ter um fator de segurança mais preciso do que uma talha feita em pequenas quantidades utilizando-se de práticas comerciais normais.

Conforme as práticas de projeto se tornam mais abrangentes, alguns fatores de influência foram removidos da área desconhecida do “fator de segurança” e introduzidos como porções previsíveis do método de projeto.

Assim como no fator de sobrecarga, os fatores de segurança devem ser estabelecidos a partir de uma análise completa da experiência de serviço em uma aplicação específica. Um fator de segurança mínimo é normalmente estabelecido para o projetista por acordo específico entre o fabricante e o comprador. Quando a experiência de serviço específica não está disponível, uma investigação analítica completa deve ser feita.

#### 2.4.6 Fatores de Serviço

- **Uso dos fatores de serviço**

Um fator de serviço pode ser usado quando houver teste ou experiência suficiente com a aplicação. O uso atual do fator de serviço requer a seleção de um fator de ciclo de estresse,  $Z_{NT}$  e  $Y_{NT}$  determinado pelo uso do número de ciclos equivalente a um número específico de horas em uma velocidade específica, para estabelecer uma classificação de potência para fator de serviço da unidade.

$$P_{azu} = \frac{n_1 b}{1,91 \times 10^7} \frac{Z_I}{K_v K_{H\beta} Z_X Z_{XC}} \left( \frac{d_{e1} \sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_W}{Z_E K_\theta} \right)^2 \quad (10)$$

$$P_{ayu} = \frac{n_1 d_{e1}}{1,91 \times 10^7 K_v} \frac{b m_{et}}{1} \frac{Y_J Y_X}{K_H Y_\beta} \frac{\sigma_{Flim} Y_N}{K_\theta} \quad (11)$$

onde

$P_{azu}$  é a potência transmitida permitida para resistência ao contato no fator de serviço unitário ( $C_{SF} = 1$ ), kW.

$P_{ayu}$  é a potência transmitida permitida para resistência à flexão no fator de serviço unitário ( $K_{SF} = 1$ ), kW.

A potência transmitida permitida para o conjunto de engrenagens,  $P_a$ , é determinada então pela equação (12):

$$P_a = \text{o menor de } \frac{P_{azu}}{C_{SF}} \text{ e } \frac{P_{ayu}}{K_{SF}} \quad (12)$$

onde

$P_a$  é a potência transmitida permitida,  $kW$ .

$C_{SF}$  é o fator de serviço para a resistência ao contato

$K_{SF}$  é o fator de serviço para resistência à flexão

#### 2.4.7 Fator Dinâmico ( $K_v$ )

O fator dinâmico leva em consideração os efeitos da qualidade do dente da engrenagem em relação à velocidade e carga.

Engrenagens de alta precisão requerem menos redução de potência do que engrenagens de baixa precisão. Ao mesmo tempo, engrenagens com carga pesada exigem menos redução do que engrenagens com carga leve.

Geralmente é aceito que os fatores que afetam a carga dinâmica nos dentes da engrenagem se distribuem em cinco categorias:

- Parâmetros de projeto;
- Parâmetros de fabricação;
- Erro de transmissão;
- Resposta dinâmica;
- Ressonância;

##### ▪ Parâmetros de projeto

Os parâmetros de projeto incluem o seguinte:

- Velocidade da linha de passo;
- Carga no dente;
- Inércia e rigidez dos elementos rotativos;
- Variação da rigidez no dente;
- Propriedades lubrificantes;
- Rigidez dos rolamentos e estrutura do alojamento;

- Velocidades críticas e vibração interna dentro o próprio equipamento;

- **Parâmetros de fabricação**

As considerações de fabricação incluem:

- Variações de espaçamento entre os dentes;
- Desvio de superfícies de passo em relação ao eixo de rotação;
- Variações do flanco do dente;
- Compatibilidade de elementos de dente de engrenagem correspondentes;
- Desequilíbrio parcial;
- Ajuste do rolamento e pré-carga;

- **Erro de transmissão**

Apesar de existir condições em que o torque e a velocidade de entrada são constantes, pode haver algumas vibrações significativas das massas da engrenagem e forças dinâmicas do dente resultantes. Essas forças resultam nos deslocamentos relativos entre as engrenagens correspondentes à medida que vibram em resposta a uma excitação conhecida como erro de transmissão. A cinemática ideal de um par de engrenagens requer uma relação constante entre as rotações de entrada e saída. O erro de transmissão é definido como o afastamento do movimento angular relativo uniforme do par de engrenagens. Ele é influenciado por todos os desvios da forma ideal do dente da engrenagem dado pelo projeto e fabricação das engrenagens e às condições operacionais sob as quais as engrenagens devem funcionar. O último inclui:

- Velocidade da linha de inclinação. As frequências da excitação dependem da velocidade da linha de inclinação;

- Variações de rigidez da malha da engrenagem conforme os dentes da engrenagem passam pelo ciclo de engrenamento. Essa fonte de excitação é especialmente pronunciada em engrenagens cônicas retas e cônicas helicoidais Engrenagens cônicas em espiral com uma relação de contato modificada,  $\varepsilon_0$ , maior que 2,0 têm menor variação de rigidez. Isso é compensado pelo fator de inércia contido no fator de geometria para engrenagens cônicas;

- Carga dentária transmitida. Visto que as deflexões elásticas dependem da carga, as modificações do perfil do dente da engrenagem podem ser projetadas para fornecer uma taxa de velocidade uniforme apenas para uma magnitude de carga. Cargas diferentes da carga do projeto resultarão em erros de transmissão maiores;

- Desequilíbrio dinâmico das engrenagens e eixos;



- Ambiente de aplicação. Desgaste excessivo e deformação plástica dos perfis dos dentes da engrenagem aumentam o erro de transmissão. As engrenagens devem ter sistema de lubrificação, invólucro e vedações apropriadamente projetados para manter uma temperatura operacional segura e um ambiente livre de contaminação;

- Alinhamento do eixo. O alinhamento do dente da engrenagem é influenciado pela carga e pelas deformações térmicas das engrenagens, eixos, rolamentos e carcaça;

- Excitação induzida por fricção dentária;

- **Resposta dinâmica**

As forças dinâmicas do dente são influenciadas pela(o):

- Massa das engrenagens, eixos e outros componentes internos importantes;

- Rigidez dos dentes da engrenagem, espaços vazios da engrenagem, eixos, rolamentos e caixas;

- Amortecimento. As principais fontes de amortecimento são os rolamentos e vedações do eixo. Outras fontes de amortecimento incluem a histerese dos eixos de engrenagem e o amortecimento viscoso em interfaces deslizantes e acoplamentos de eixo;

- **Ressonância**

Quando uma frequência de excitação coincide ou quase coincide com uma frequência natural das massas rotativas ou de algum múltiplo da frequência natural, como 0,5 ou 2, uma vibração ressonante pode causar forças elevadas dinâmicas nos dentes devido a grandes deslocamentos das massas rotativas. O fator dinâmico,  $K_p$ , não leva em consideração a ressonância da engrenagem, e a operação neste regime deve ser evitada.

- **Ressonância em vazios das engrenagens**

Os espaços vazios de engrenagens de alta velocidade e peso leve podem ter frequências naturais dentro da faixa de velocidade operacional. Se o vazio da engrenagem for excitado por uma frequência próxima a uma de suas frequências naturais, as deflexões ressonantes podem causar altas cargas dinâmicas nos dentes. Além disso, em espaços vazios de engrenagem cônica plana, existe a possibilidade de vibrações no modo de placa que podem fazer com que o vazio de engrenagem falhe. O fator dinâmico,  $K_p$ , não leva em consideração a ressonância dos vazios da engrenagem. Portanto, uma análise separada não coberta por este padrão é recomendada para identificar as frequências ressonantes.

- **Ressonância do sistema**

A caixa de engrenagens é apenas um componente de um sistema composto de uma fonte de alimentação, equipamento acionado, eixos e acoplamentos de interconexão. A resposta dinâmica deste sistema depende da distribuição das massas, rigidez e amortecimento. Em certos casos, um sistema pode possuir uma frequência natural de torção próxima da frequência de excitação associada a uma velocidade operacional. Sob essas condições ressonantes, as cargas dinâmicas dos dentes da engrenagem podem ser muito altas e a operação próxima a uma ressonância do sistema deve ser evitada. O fator dinâmico,  $K_v$ , não se aplica neste caso, uma vez que esta situação é coberta pelo fator de sobrecarga,  $K_A$ . Para unidades críticas, uma análise dinâmica separada de todo o sistema é recomendada.

- **Fator dinâmico aproximado,  $K_v$**

A Figura 16 mostra os fatores dinâmicos que podem ser usados na ausência de conhecimento específico das cargas dinâmicas. As curvas da Figura 16 e as equações fornecidas são baseadas em dados empíricos e não levam em consideração a ressonância.

Devido à natureza aproximada das curvas empíricas e à falta de valores de tolerância medidos no estágio de projeto do trabalho, a curva do fator dinâmico deve ser selecionada com base na experiência com os métodos de fabricação e considerações operacionais do projeto.

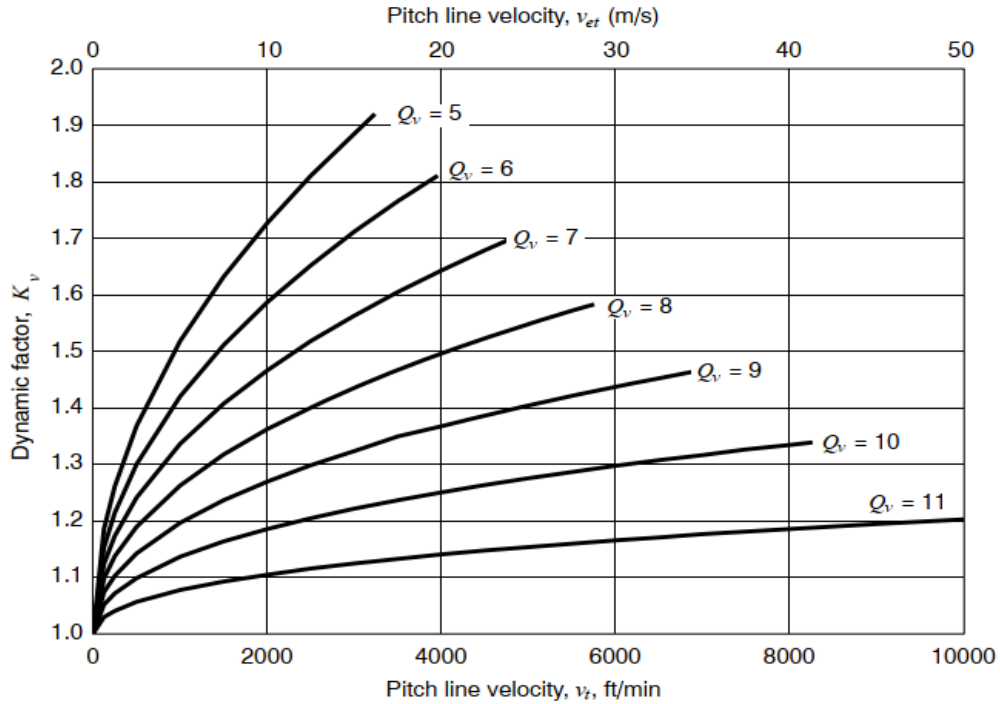
A escolha das curvas, Q5 a Q11 e “engrenagem muito precisa”, deve ser baseada no erro de transmissão. Quando o erro de transmissão não está disponível, é razoável inferir a precisão do passo e, até certo ponto, a precisão do perfil pode ser incorporada como um valor representativo para determinar o fator dinâmico.  $Q_v$  está relacionado à precisão da transmissão. Quando as técnicas de fabricação garantem precisão de transmissão equivalente,  $Q_v$  pode ser o mesmo que o número de qualidade para o membro de qualidade mais baixa em malha da AGMA 390.03a. Devido à aproximação mencionada acima, uma ligeira variação do valor  $Q_v$  selecionado não é considerada significativa para a classificação do conjunto de engrenagens.

- **Engrenagem muito precisa**

Quando a engrenagem é fabricada usando controles de processo que fornecem precisões de dente que correspondem a “engrenagem muito precisa”, ou onde as técnicas de projeto e fabricação garantem um erro de transmissão baixo que é equivalente a esta precisão, podem ser usados valores de  $K_v$  entre 1,0 e 1,1, dependendo da experiência do especificador com aplicações semelhantes e do grau de precisão realmente alcançado. Isso requer  $Q_v = 11$  ou maior. Normalmente, isso é obtido por acabamento de precisão e a engrenagem deve ser

mantida em alinhamento ajustado e adequadamente lubrificada para que sua precisão seja mantida sob as condições de operação.

**Figura 16** - Fator dinâmico,  $K_v$



*Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10*

○ **Curvas rotuladas,  $Q_v = 5$  a 11**

As curvas empíricas da Figura 16 são geradas pelas seguintes equações para valores inteiros de  $Q_v$ , de modo que:

$$5 \leq Q_v \leq 11$$

As curvas podem ser extrapoladas além dos pontos finais mostrados na Figura 16 com base na experiência e na consideração cuidadosa dos fatores que influenciam a carga dinâmica. Para fins de cálculo, a equação (17) define os pontos finais das curvas na Figura 16.

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{200v_{et}}} \right)^{-B} \quad (13)$$

onde

$$A = 50 + 56(1.0 - B) \quad (14)$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{0.667} \quad (15)$$

Com

$Q_v$  está relacionado à precisão da transmissão;

$v_{et}$  é a velocidade da linha de passo no diâmetro de passo externo,  $m/s$ ;

$$v_{et} = 5.236 \times 10^5 d_1 n_1 \quad (16)$$

A velocidade máxima recomendada da linha de passo para um dado  $Q_v$  é determinado por

$$v_{etmax} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} \quad (17)$$

onde

$v_{etmax}$  é a velocidade máxima da linha de passo no diâmetro de passo operacional (ponto final das curvas  $K_v$  na Figura 16),  $m/s$ .

#### ▪ Fator dinâmico unitário

Quando as cargas dinâmicas conhecidas (por análise ou experiência) são adicionadas à carga nominal transmitida, o fator dinâmico pode ser unitário.

### 2.4.8 Fatores de Tamanho, $Z_x$ e $Y_x$

Embora o fator de tamanho seja uma função da resistência do material e, portanto, deva aparecer nas equações de tensão permissível, é mais prático incluí-lo nas equações de tensão calculada como é feito neste documento. Fazendo isso, é possível preparar diagramas S-N a partir de dados experimentais usando uma ampla gama de engrenagens com tamanhos variados de dentes. Caso contrário, ficaria limitado a usar engrenagens de apenas um tamanho de dente.

O fator de tamanho reflete a não uniformidade das propriedades do material. Depende principalmente de:

- Tamanho do dente;
- Diâmetro da peça;
- Relação entre o tamanho do dente e o diâmetro da peça;
- Largura da face;
- Área do padrão de tensão;

- Características do material;

▪ **Fator de tamanho para resistência ao contato,  $Z_x$**

O fator de tamanho para resistência à corrosão de engrenagens cônicas, sem experiência suficiente, é determinado como sendo dependente da largura da face. Veja a

**Figura 17 .**

Para engrenagens onde  $12,7 \leq b \leq 79,8$ :

$$Z_x = 0,00492b + 0,4375 \quad (18)$$

Para larguras de face menor que  $12,7mm$ , o fator de tamanho é  $Z_x = 0,5$ . Já para larguras de face maiores que  $79,8mm$ , o fator de tamanho é  $Z_x = 0,83$ .

- **Fator de tamanho para resistência à flexão,  $Y_x$**

O fator de tamanho para a resistência à flexão das engrenagens cônicas é determinado como sendo dependente do passo transversal externo (módulo). Veja a

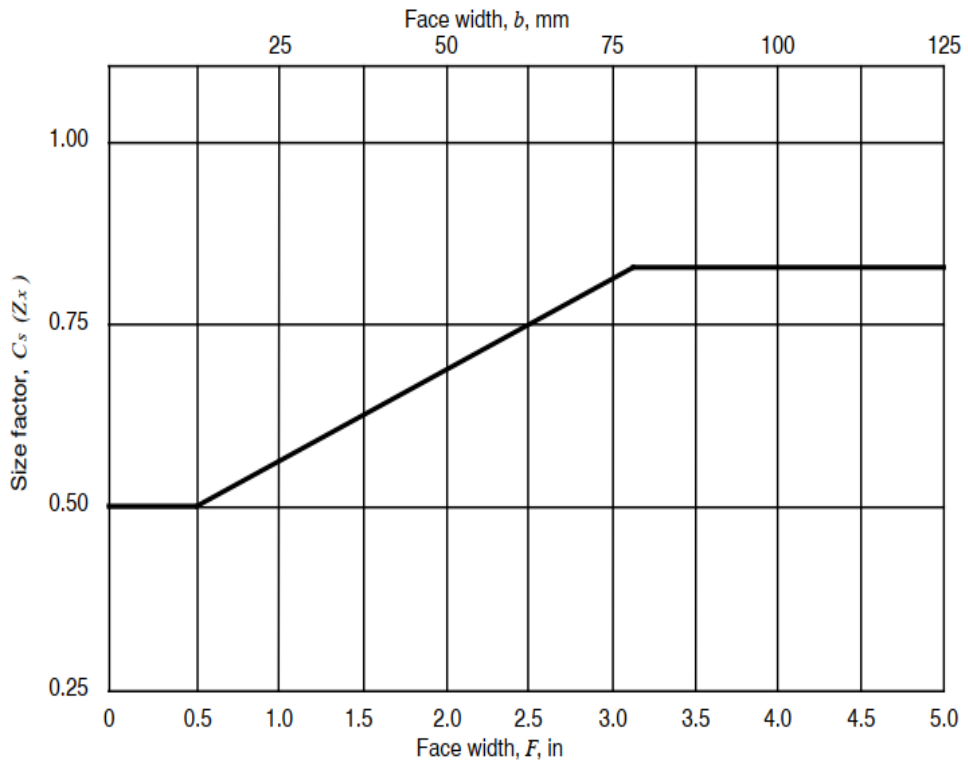
**Figura 18.**

Para engrenagens onde  $1,6 \leq m_{et} \leq 50$ , o fator de tamanho é calculado por:

$$Y_x = 0,4867 + 0,008399m_{et} \quad (19)$$

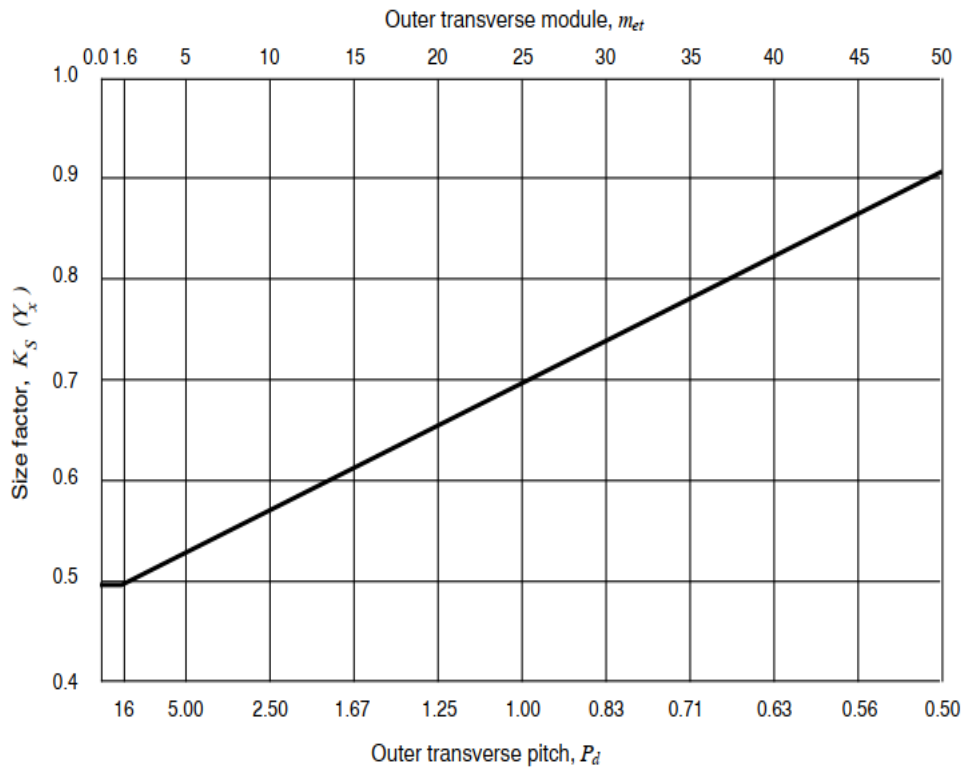
Para as engrenagens com módulo menor que  $1,6$  ( $m_{et} \leq 1,6$ ), o fator de tamanho é  $Y_x = 0,5$ .

**Figura 17** - Fator de tamanho para resistência ao contato,  $Z_x$



Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

**Figura 18** - Fator de tamanho para resistência a flexão,  $Y_x$



Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

### 2.4.9 Fator de Distribuição de Carga ( $K_{H\beta}$ )

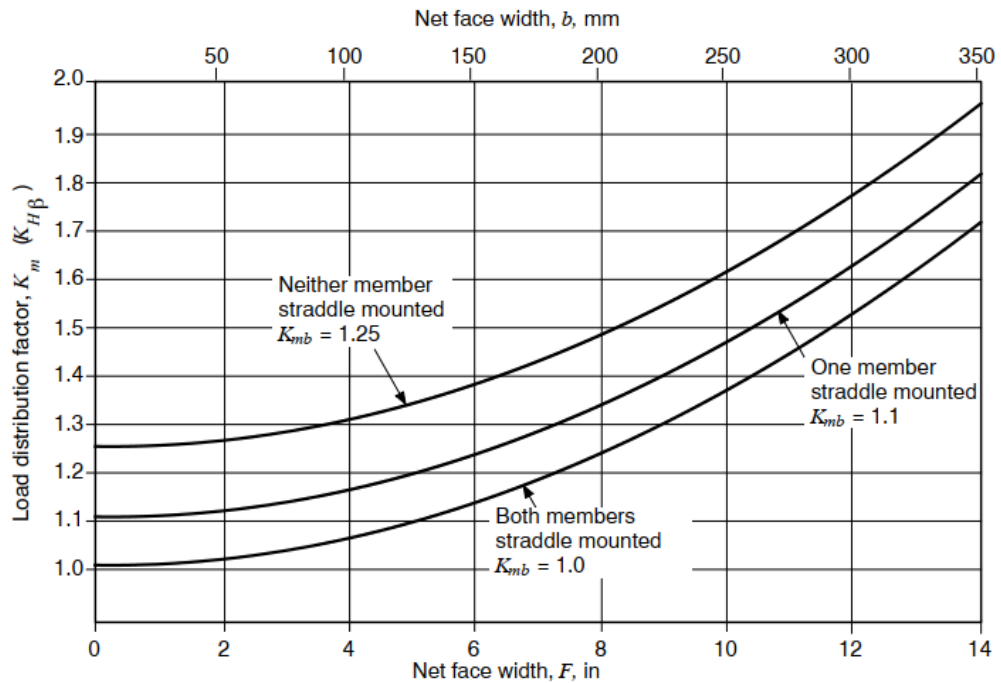
O fator de distribuição de carga modifica as fórmulas de classificação para refletir a distribuição não uniforme da carga ao longo do comprimento do dente. O uso das equações do fator de distribuição de carga assume o padrão de contato do dente sob condições de operação de carga total. A quantidade de não uniformidade da distribuição de carga é influenciada pelo seguinte:

- Precisão de fabricação do dente de engrenagem, dente padrão de contato e espaçamento;
- Alinhamento das engrenagens em suas montagens;
- Deflexões elásticas e / ou plásticas do dente da engrenagem, eixos, rolamentos, carcaças e fundações que sustentam o redutor, resultantes de cargas internas ou externas da engrenagem;
- Folgas de rolamento;
- Deformação de contato hertziana das superfícies dos dentes;
- Dilatação térmica e distorção do redutor devido às temperaturas de operação (especialmente importante em redutores onde o redutor é feito de um material diferente do das engrenagens, eixos e rolamentos);
- Deflexões centrífugas devido às velocidades de operação.

As características geométricas de um dente de engrenagem cônica mudam ao longo da sua largura de face. Consequentemente, as magnitudes dos componentes axial e radial da carga tangencial variam com a posição do contato do dente. Da mesma forma, as deflexões das montagens e do próprio dente variam e, por sua vez, afetam a posição do contato dos dentes e também seu tamanho e forma. Na ausência de dados mais específicos para o fator de distribuição de carga,  $K_{H\beta}$ , a Figura 19 pode ser usada para engrenagens com dentes devidamente coroados. Observe que para dentes da engrenagem não coroados,  $K_{H\beta}$  é 2,0 vezes maior que os valores para dentes da engrenagem coroados.

Embora a Figura 19 indique que fatores mais baixos são obtidos com montagens *straddle*, muitas vezes é verdade que as montagens *toverhung* são tão boas quanto as montagens *straddle*. Independentemente do tipo de montagem, o tamanho e o tipo dos rolamentos e seus suportes devem fornecer rigidez para garantir o contato adequado sob carga. Se uma montagem rígida for fornecida para garantir o contato adequado sob carga total, então  $K_{mb}$  pode ser considerado como uma unidade.



**Figura 19** - Fator de distribuição de carga,  $K_{H\beta}$ , para dentes coroados

Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

As curvas na Figura 19 são determinadas por:

$$K_{H\beta} = K_{mb} + 5,6 \times 10^{-6} b^2 \quad (20)$$

onde

$K_{mb}$  é o modificador de distribuição de carga;

$K_{mb} = 1,00$  para todos membros montados em straddle;

$K_{mb} = 1,10$  para um dos membros montados em straddle;

$K_{mb} = 1,25$  quando nenhum dos membros for montado em straddle;

Para aplicações nas quais o torque operacional varia, o contato desejado seria considerado “ideal” somente com carga total. Para cargas intermediárias, um ajuste satisfatório deve ser aceito.

Este padrão não é aplicável a engrenagens cônicas que têm um padrão de contato ruim.

Consulte a norma ANSI / AGMA 2005 - C96 e ANSI / AGMA 2008 - B90 para obter informações de desenvolvimento de contato.

#### 2.4.10 Fator de Coroamento para Contato ( $Z_{xc}$ )

Os dentes da maioria das engrenagens cônicas são coroados no sentido longitudinal durante as operações de fabricação para acomodar a deflexão das montagens. Isso resulta em um padrão de contato localizado durante o teste de rolo sob carga leve. Sob carga de projeto, o padrão de contato deve se espalhar sobre o flanco do dente sem concentração do padrão nas bordas. Para levar em consideração essa variação no padrão de contato, o fator de coroamento foi introduzido.

$$Z_{xc} = 1,5 \text{ para dentes devidamente coroados;}$$

$$Z_{xc} = 2,0 \text{ ou mais para dentes não coroados;}$$

#### 2.4.11 Fator de Curvatura Longitudinal para Resistência à Flexão ( $Y_\beta$ )

O fator de curvatura longitudinal,  $Y_\beta$ , depende do(a):

- Ângulo espiral;
- Curvatura longitudinal do dente;

A fórmula para o fator de curvatura longitudinal é dada pelas equações (21) e (22):

$$Y_\beta = 0,211 \left( \frac{r_{c0}}{R_m} \right)^q + 0,789 \quad (21)$$

$$Y_\beta = 1 \text{ para engrenagens cônicas retas e chanfradas} \quad (22)$$

onde

$r_{c0}$  é o raio do cortador,  $mm$ ;

$R_m$  é a distância média do cone,  $mm$ ;

$$q = \frac{0,279}{\log_{10} \sin \beta_m} \quad (23)$$

$B_m$  é o ângulo médio da espiral;

### 2.4.12 Fatores Geométricos ( $Z_I$ ) e ( $Y_J$ )

Os fatores de geometria avaliam os efeitos da geometria da engrenagem nas tensões dos dentes da engrenagem. Consulte o anexo A para métodos detalhados.

- **Fator geométrico para resistência ao contato,  $Z_I$**

O fator de geometria,  $Z_I$ , avalia os efeitos da geometria do dente da engrenagem nas tensões do mesmo. Ele avalia o raio de curvatura relativo das superfícies dos dentes correspondentes e a divisão da carga entre os pares adjacentes de dentes no ponto das superfícies dos dentes onde a pressão de contato calculada atingirá seu valor máximo.

O fator  $Z_I$  é calculado através da seguinte equação (24):

$$Z_I = \frac{g_c \rho_{yo} \cos \beta_m \cos \alpha_n m_{mt}}{b d_{e1} Z_i \varepsilon_{NI} m_{et}} \quad (24)$$

onde

$g_c$  é o comprimento da linha de contato,  $mm$ ;

$\rho_{yo}$  é o raio relativo da curvatura do perfil,  $mm$ ;

$\beta_m$  é o ângulo espiral médio;

$\alpha_n$  é o ângulo de pressão normal;

$b$  é a largura da face,  $mm$ ;

$d_{e1}$  é o diâmetro do passo externo do pinhão,  $mm$ ;

$Z_i$  é o fator de inércia para engrenagens com uma relação de contato baixa;

$\varepsilon_{NI}$  é a taxa de compartilhamento de carga;

$m_{mt}$  é o módulo transversal externo,  $mm$ ;

$m_{et}$  é o módulo transversal médio,  $mm$ ;

- **Fator geométrico de resistência à flexão,  $Y_J$**

O fator de geometria,  $Y_J$ , avalia a forma do dente, a posição na qual a carga mais prejudicial é aplicada, a concentração de tensões devido à forma geométrica do filete de raiz, o compartilhamento de carga entre pares de dentes adjacentes, o equilíbrio da espessura do dente entre a engrenagem e o pinhão correspondente, a largura efetiva da face devido ao coroamento longitudinal dos dentes e o efeito de reforço de uma largura da face estendida em um membro

do par. Ambos os componentes, tangenciais (flexão) e radiais (compressivo) da carga do dente estão incluídos.

○ **Assimetria em engrenagens cônicas**

Uma vez que os dentes da engrenagem cônica em espiral não são simétricos na direção longitudinal, as tensões serão diferentes entre os lados côncavo e convexo do dente. Normalmente calculam-se as tensões no lado côncavo do dente do pinhão e no lado convexo do dente da engrenagem, sendo essas as superfícies de acionamento usuais. Para a operação bidirecional de engrenagens cônicas, uma análise completa exigiria o cálculo dos fatores de geometria independentemente para cada lado do dente.

○ **Fórmula para o fator geométrico,  $Y_j$**

O fator geométrico  $Y_j$  é calculado usando as seguintes fórmulas:

- Fator de geometria do pinhão

$$Y_J = \frac{Y_{K1}}{\epsilon_{NJ}} \frac{r_{myo1}}{Y_i} \frac{b_1'}{r_{mpt1}} \frac{m_{mt}}{b} \frac{m_{et}}{m_{et}} \quad (25)$$

- Fator geométrico da engrenagem

$$Y_{J2} = \frac{Y_{K2}}{\epsilon_{NJ}} \frac{r_{myo2}}{Y_i} \frac{b_2'}{r_{mpt2}} \frac{m_{mt}}{b} \frac{m_{et}}{m_{et}} \quad (26)$$

onde

$Y_{K1}$ ,  $Y_{K2}$  são fatores de forma do dente, incluindo o fator de concentração de tensão do pinhão e da engrenagem, respectivamente;

$\epsilon_{NJ}$  é a taxa de compartilhamento de carga;

$Y_i$  é o fator de inércia para engrenagens com baixa relação de contato;

$r_{myo1}$ ,  $r_{myo2}$  são raios transversais médios da aplicação de carga para pinhão e engrenagem, respectivamente, em (mm);

$r_{mpt1}$ ,  $r_{mpt2}$  são raios médios de passo transversal do pinhão e da engrenagem, respectivamente, em (mm);

$b_1'$ ,  $b_2'$  são larguras de face efetivas do pinhão e da engrenagem, respectivamente, em (mm);

$b$  é a largura da face, em (mm).

#### 2.4.13 Fatores do ciclo de estresse ( $Z_{NT}$ ) e ( $Y_{NT}$ )

O fator de ciclo de tensão ajusta a tensão permissível para cumprir o número necessário de ciclos de operação durante a vida útil total do projeto das engrenagens, conforme referenciado no valor da tensão de contato permissível, equação 2.

A decisão quanto ao número desejado de ciclos é melhor tomada com base nos registros de serviço de campo para aplicações semelhantes àquela sob consideração. Sem esse pano de fundo, o número desejado de ciclos deve ser escolhido com extrema cautela e considerável conservadorismo de acordo com as recomendações fornecidas em 16.1

A curva ( $Z_{NT}$ ) na Figura 20 não se estende a níveis de tensão acima dos permitidos para  $10^3$  ciclos, uma vez que as tensões nesta faixa podem exceder o limite elástico do dente da engrenagem na flexão ou na superfície.

Dependendo do material e da carga imposta, um único ciclo de tensão acima do limite do ciclo  $10^3$  pode resultar no escoamento plástico do dente da engrenagem. Os usuários da regra de Miner são alertados de que um único ciclo de carga acima do limite de  $10^3$  ciclos pode invalidar o uso da regra de Miner para avaliar o dano cumulativo em fadiga. O modo de falha pode então ser governado por esforço repetitivo, em vez de estresse repetitivo. A parte da curva abaixo do limite de  $10^3$  ciclos representa a fadiga clássica relacionada ao estresse repetitivo.

- **Fator de ciclo de estresse para resistência a corrosão,  $Z_{NT}$**

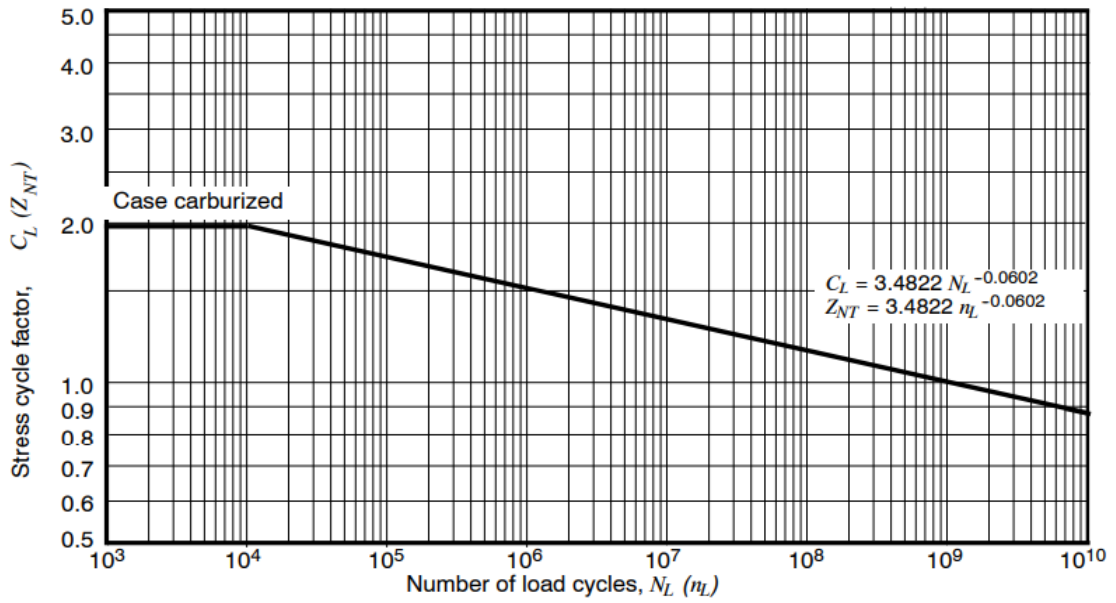
Testes extensivos de engrenagens cônicas de aço cementado e roletes de aço também cementado usados para simular a operação da engrenagem, resultaram na curva de vida de fadiga por corrosão mostrada na Figura 20. Nesses testes, tanto os roletes quanto os dentes da engrenagem receberam coroamento longitudinal das superfícies de contato. Uma corrosão de pelo menos 1,5 mm de diâmetro por 0,20 mm de profundidade constituiu falha nesses testes.

Como a tensão de contato na engrenagem e no pinhão é igual, o fator de vida útil dependerá da vida útil necessária do pinhão quando ambos os membros forem feitos do mesmo material e classe. Caso contrário, os cálculos devem ser feitos separadamente para pinhão e engrenagem para determinar qual membro é o mais crítico.

▪ **Fator de ciclo de tensão para resistência à flexão,  $Y_{NT}$**

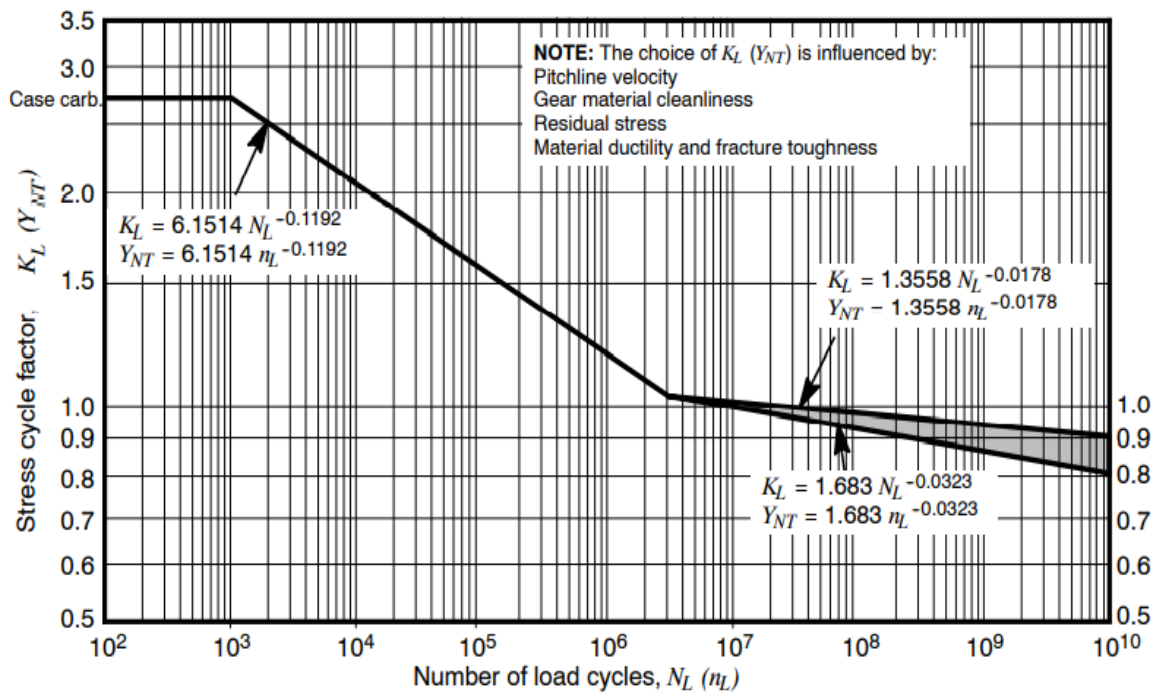
Testes extensivos de engrenagens cônicas de aço cementado resultaram na curva de vida de fadiga de flexão mostrada na Figura 21.

**Figura 20** - Fator de ciclo de estresse para resistência a corrosão



Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

**Figura 21** - Fator de ciclo de tensão para resistência à flexão



Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

O fator de ciclo de estresse depende da vida necessária em ciclos. Para uma única malha, o número de revoluções e o número de ciclos são os mesmos. Para uma engrenagem que tem mais de um elemento conjugado, a vida útil deve ser igual ao número necessário de revoluções multiplicado pelo número de engrenagens conjugadas. Em geral, os fatores do ciclo de tensão serão diferentes para a engrenagem e o pinhão conjugado. A zona sombreada na figura representa as influências de itens como velocidade da linha de passo, limpeza do material, ductilidade e tenacidade à fratura. A parte superior é para aplicações gerais. A parte inferior é normalmente usada para serviço crítico.

- **Escoamento localizado**

Como a maioria das engrenagens cônicas altamente carregadas são feitas de aço carburado, o escoamento localizado raramente ocorre. Quando materiais de dureza mais baixa são usados, deve-se levar em consideração a tensão de cedência do material em cargas de pico.

#### 2.4.14 Fator de razão de dureza para resistência à corrosão ( $Z_W$ )

O fator de relação de dureza para a resistência à corrosão depende da relação de transmissão e das durezas relativas do material do pinhão e da engrenagem.

- **Engrenagens endurecidas**

Quando o pinhão é substancialmente mais duro que a engrenagem, o efeito de endurecimento aumenta a capacidade do par. Os valores de ( $Z_W$ ) são mostrados na Figura 22. Esses valores são aplicados apenas à engrenagem, não ao pinhão.

Os valores da Figura 22 podem ser calculados como:

$$Z_W = 1.0 + B_1 \left( \frac{Z_2}{Z_1} - 1 \right) \quad (27)$$

onde

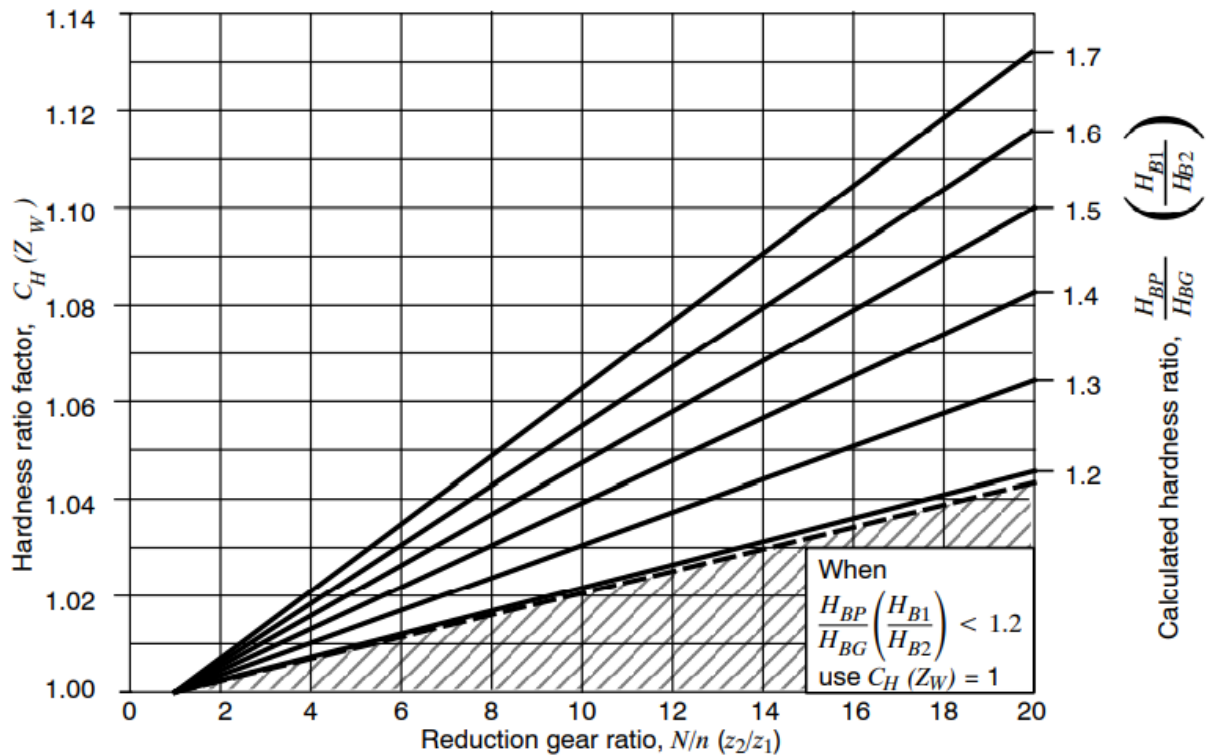
$$B_1 = 0,00898 \left( \frac{H_{B1}}{H_{B2}} - 0,00829 \right) \quad (28)$$

e

$H_{B1}$  é o número mínimo de dureza Brinell do pinhão,  $H_B$

$H_{B2}$  é o número mínimo de dureza Brinell da engrenagem,  $H_B$

**Figura 22** - Fator de relação de dureza para pinhão e engrenagem temperados



Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

Essa equação é válida quando:  $1,2 \leq \frac{H_{B1}}{H_{B2}} \leq 1,7$ .

#### ▪ Engrenagens endurecidas na superfície

Quando um pinhão endurecido superficialmente (48 HRC ou mais duro) é atrelado à uma engrenagem endurecida de passagem (180 a 400 HB), um efeito de endurecimento por trabalho é obtido. O fator  $Z_W$  varia com a rugosidade da superfície do pinhão,  $R_{a1}$ , e a dureza da engrenagem conjugada.

Os valores típicos são mostrados na

Figura 23 ou podem ser calculados como segue:

$$Z_W = 1.0 + B_2(450 - H_{B2}) \quad (29)$$

onde

$$B_2 = 0,00075e^{-0,52R_{a1}} \quad (30)$$

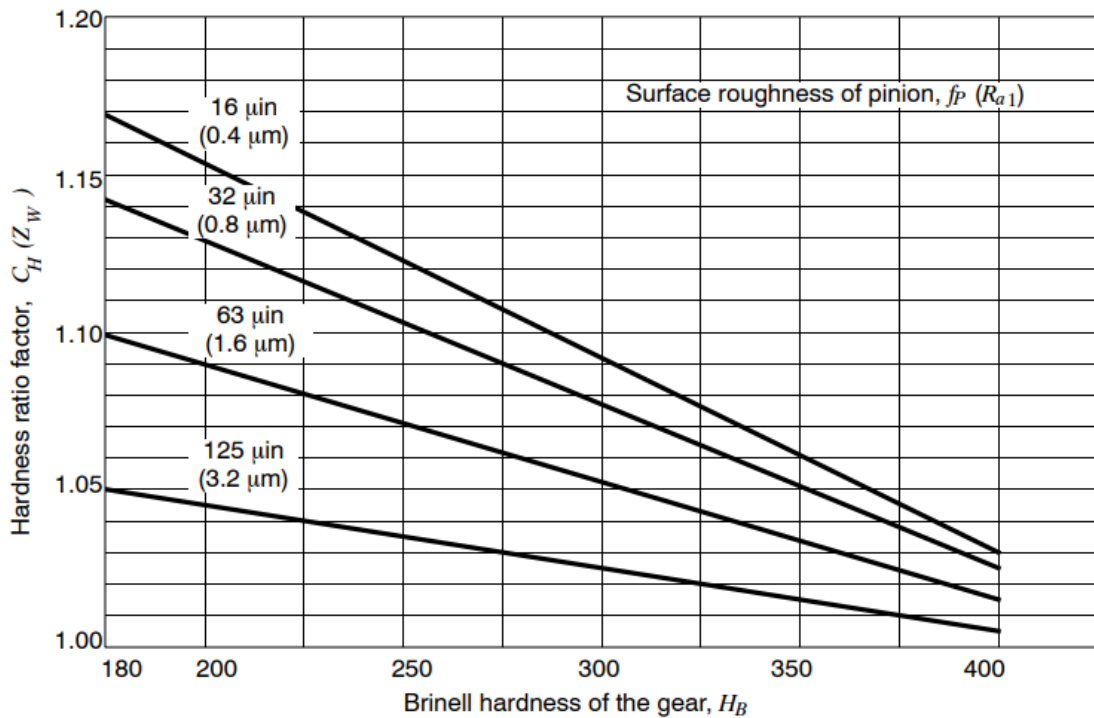


$e$  é base de logaritmos naturais ou napierianos = 2,71828;

$R_{a1}$  é a rugosidade da superfície do pinhão,  $\mu\text{m}$ ;

$H_{B2}$  é o número mínimo de dureza Brinell para material de engrenagem,  $H_B$ .

**Figura 23** - Fator de razão de dureza,  $Z_W$ , para pinhões de superfície endurecida



*Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10*

#### ▪ Materiais de mesma dureza

Para pares de engrenagens em que os materiais da engrenagem e do pinhão são de dureza bastante próximas, como por exemplo de aço cementado, é utilizado um valor de 1,0.

$$Z_W = 1 \quad (31)$$

#### 2.4.15 Fator de temperatura ( $K_\theta$ )

Sob condições normais, onde a temperatura do bloco da engrenagem operacional está entre 0°C e 120°C, o fator de temperatura tanto para resistência ao contato quanto à resistência à flexão é considerado como 1,0.

#### ▪ Operação de alta temperatura

Quando as engrenagens operam a uma temperatura superior a 120°C, uma base para correção é:

$$K_{\theta} = \frac{273 + \theta_T}{393} \quad (32)$$

onde,

$\theta_T$  é a temperatura máxima da engrenagem operacional, °C.

#### ▪ Operação de baixa temperatura

Quando as engrenagens operam a uma temperatura inferior a 0°C, o seguinte deve ser considerado:

- especificação de resistência ao impacto Charpy de baixa temperatura;
- especificação de temperatura de ductilidade nula;
- usar aços de liga de níquel superior;
- reduzir teor de carbono para menos de 0,4 por cento;
- usar elementos de aquecimento para aumentar as temperaturas do lubrificante e da engrenagem.

#### 2.4.16 Fatores de confiabilidade ( $Z_Z$ ) e ( $Y_Z$ )

O fator de confiabilidade é responsável pelo efeito da distribuição estatística normal de falhas encontradas em testes de materiais. Os números de tensão permitidos são baseados em uma probabilidade estatística de uma falha em 100 no fator de vida útil da unidade. A

Tabela 1 contém fatores de confiabilidade que podem ser usados para modificar essas tensões permitidas para outras probabilidades. Nesta tabela, o fator de confiabilidade ao contato tem o mesmo efeito proporcional da potência calculada pela equação (4) assim como o fator de confiabilidade para dobrar em sua classificação de potência calculada pela equação (8).

**Tabela 1** - Fatores de Confiabilidade

Requirements of application	Reliability factors for steel <sup>1)</sup>	
	$C_R (Z_Z)$	$K_R (Y_Z)^{2)}$
Fewer than one failure in 10 000	1.22	1.50
Fewer than one failure in 1000	1.12	1.25
Fewer than one failure in 100	1.00	1.00
Fewer than one failure in 10	0.92	0.85 <sup>3)</sup>
Fewer than one failure in 2	0.84	0.70 <sup>4)</sup>

**NOTES:**  
<sup>1)</sup> At the present time there are insufficient data concerning the reliability of bevel gears made from other materials.  
<sup>2)</sup> Tooth breakage is sometimes considered a greater hazard than pitting. In such cases a greater value of  $K_R (Y_Z)$  is selected for bending.  
<sup>3)</sup> At this value plastic flow might occur rather than pitting.  
<sup>4)</sup> From test data extrapolation.

*Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10*

#### 2.4.17 Coeficiente elástico para resistência à corrosão ( $Z_E$ )

O coeficiente elástico do material da engrenagem depende do módulo de elasticidade de Young e da razão de Poisson.

O coeficiente elástico é dado pela seguinte equação:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}} \quad (33)$$

Sendo

$Z_E$  o coeficiente elástico,  $\left( \frac{N}{mm^2} \right)^{1/2}$ , com  $Z_E = 190$  para o aço;

$\nu_1, \nu_2$  são as relações de Poisson para materiais do pinhão e engrenagem, respectivamente (utilize um valor de 0,3 para materiais definidos nesta norma);

$E_1, E_2$  são os módulos de elasticidade de Young para materiais de pinhão e engrenagem respectivamente,  $\frac{N}{mm^2}$ .

#### 2.4.18 Número de estresse permitidos

O número de tensão admissível para o fator de sobrecarga unitário e o fator de vida útil unitário em cada dente é determinado pela experiência de laboratório e de campo para cada

material e condição desse material. Este número de tensão é designado  $\sigma_H \lim$  para resistência à corrosão ou  $\sigma_F \lim$  para resistência à flexão.

Os números de tensão permitidos são ajustados para os ciclos de carga de vida do projeto pelo uso de um fator de vida.

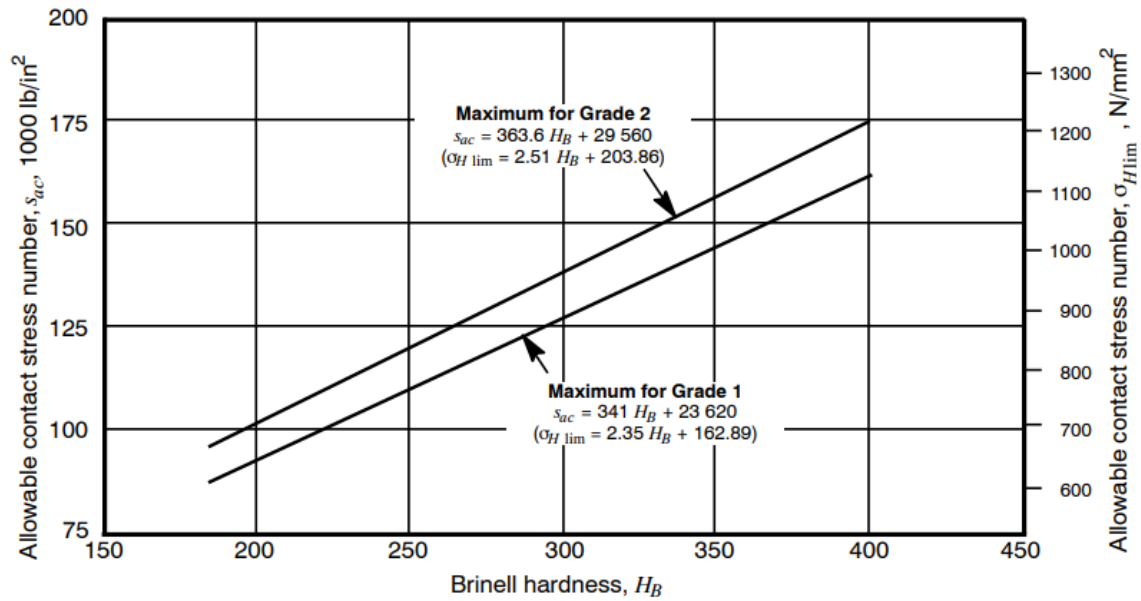
O teste de engrenagens cônicas geralmente se limita a engrenagens de aço carbono. As tensões admissíveis para outros materiais listados nas Tabela 2 e

Tabela 5 não foram comprovadas por testes de engrenagens cônicas, e os valores fornecidos são, portanto, relacionados aos valores para engrenagens retas e helicoidais.

**Tabela 2** - Número de tensão de contato admissível,  $\sigma_H \lim$ , para engrenagens de aço

Material designation	Heat treatment	Minimum surface <sup>1)</sup> hardness	Allowable contact stress number, $s_{ac}$ ( $\sigma_{H\lim}$ ) lb/in <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )		
			Grade 1 <sup>2)</sup>	Grade 2 <sup>2)</sup>	Grade 3 <sup>2)</sup>
Steel	Through hardened <sup>3)</sup> Flame <sup>4)</sup> or induction hardened <sup>4)</sup>	See figure 9 50 HRC	See figure 9 175 000 (1210)	See figure 9 190 000 (1310)	--
	Carburized & case hardened <sup>4)</sup>	See table 8	200 000 (1380)	225 000 (1550)	250 000 (1720)
AISI 4140	Nitrided <sup>4)</sup>	84.5 HR15N	--	145 000 (1000)	--
Nitralloy 135M	Nitrided <sup>4)</sup>	90.0 HR15N	--	160 000 (1100)	--
<b>NOTES:</b>					
1) Hardness to be equivalent to that at the tooth mid-depth in the center of the face width.					
2) See tables 8 through 11 for metallurgical factors for each stress grade of steel gears.					
3) These materials must be annealed or normalized as a minimum.					
4) The allowable stress numbers indicated may be used with the case depths prescribed in 21.1.					

*Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10*

**Figura 24** - Número de tensão ao contato para engrenagens de aço temperado,  $\sigma_H \text{ lim}$ 

Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

O número da tensão admissível para materiais de engrenagem varia de acordo com: a composição do material, limpeza, qualidade, tratamento térmico, propriedades mecânicas, prática de forjamento e fundição, tensão residual, operações de processamento final na fabricação e método de cálculo de tensão.

Tratamento térmico e acabamento de precisão afetam o padrão de tensão residual nos filetes da raiz da engrenagem. Se essas operações forem conduzidas adequadamente, tensões residuais de compressão resultarão na superfície das engrenagens de aço carbono. Caso contrário, podem ocorrer tensões de tração residuais prejudiciais. Neste último caso, os números de tensão de flexão (permissíveis) dados na Tabela 4 não são aplicáveis.

**Tabela 3** - Número de tensão de contato admissível,  $\sigma_H \text{ lim}$ , para engrenagens de ferro

Material	Material designation		Heat treatment	Typical minimum surface hardness	Allowable contact stress number, $s_{ac}$ ( $\sigma_H \text{ lim}$ ) lb/in <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )
	ASTM	ISO			
Cast iron	ASTM A48	ISO/DR 185	As cast	175 HB	50 000 (345)
	Class 30	Grade 200		200 HB	65 000 (450)
	Class 40	Grade 300	As cast		
Ductile (nodular) iron	ASTM A536	ISO/DIS 1083	Quenched & tempered	180 HB	94 000 (650)
	Grade 80-55-06	Grade 600-370-03		300 HB	135 000 (930)
	Grade 120-90-02	Grade 800-480-02			

Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

**Tabela 4** - Número de tensão de flexão (permissível),  $\sigma_F \text{ lim}$ , para engrenagens de aço

Material designation	Heat treatment	Minimum surface hardness	Bending stress number (allowable), $s_{at}$ ( $\sigma_F \text{ lim}$ ) lb/in <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )		
			Grade 1 <sup>1)</sup>	Grade 2 <sup>1)</sup>	Grade 3 <sup>1)</sup>
Steel	Through hardened	See figure 10	See figure 10	See figure 10	
	Flame or induction hardened				
	un-hardened roots	50 HRC	12 500 (85)	13 500 (95)	--
	hardened roots	--	22 500 (154)	--	--
	Carburized & case hardened <sup>2)</sup>	See table 8	30 000 (205)	35 000 (240)	40 000 (275)
AISI 4140	Nitrided <sup>2) 3)</sup>	84.5 HR15N	--	22 000 (150)	--
Nitralloy 135M	Nitrided <sup>2) 3)</sup>	90.0 HR15N	--	24 000 (165)	--

**NOTES**

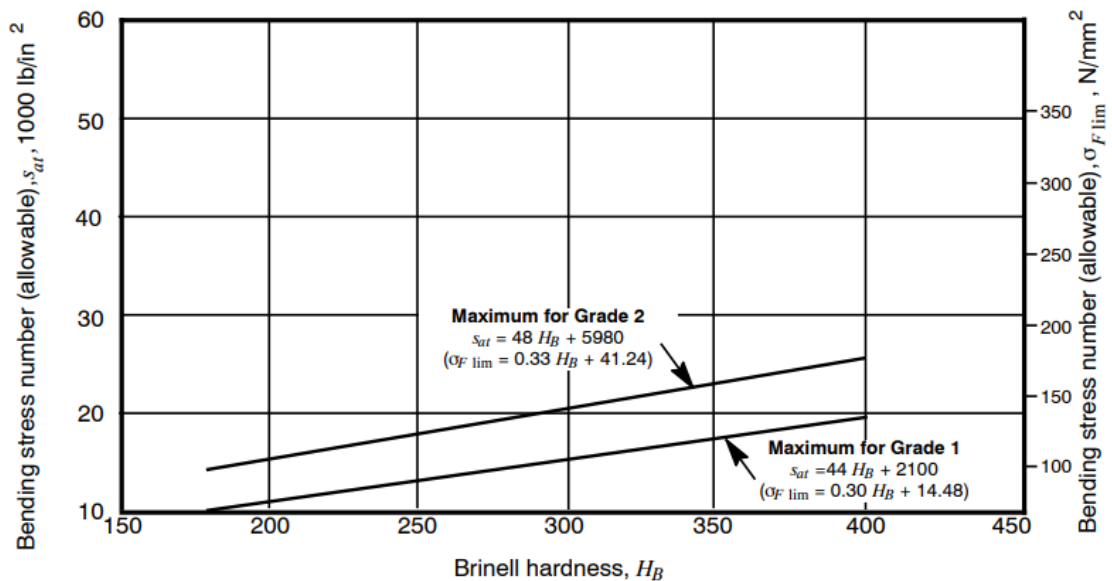
1) See tables 8 to 11 for metallurgical factors for each grade of steel gears.  
2) The allowable stress numbers indicated may be used with the case depths prescribed in 21.1.  
3) The overload capacity of nitrided gears is low. Since the shape of the effective S-N curve is flat, the sensitivity to shock should be investigated before proceeding with the design.

Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

**Tabela 5** - Número de tensão de flexão (permissível),  $\sigma_F \text{ lim}$ , para engrenagens de ferro

Material	Material designation		Heat treatment	Typical minimum surface hardness	Bending stress number (allowable), $s_{at}$ ( $\sigma_F \text{ lim}$ ) lb/in <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )
	ASTM	ISO			
Cast iron	ASTM A48	ISO/DR 185	As cast As cast	175 HB 200 HB	4500 (30) 6500 (45)
	Class 30	Grade 200			
	Class 40	Grade 300			
Ductile (nodular) iron	ASTM A536	ISO/DIS 1083	Quenched & tempered	180 HB 300 HB	10 000 (70) 13 500 (95)
	Grade 80-55-06	Grade 600-370-03			
	Grade 120-90-02	Grade 800-480-02			

Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

**Figura 25** - Número de tensão de flexão para engrenagens de aço temperado,  $\sigma_F \text{ lim}$ 

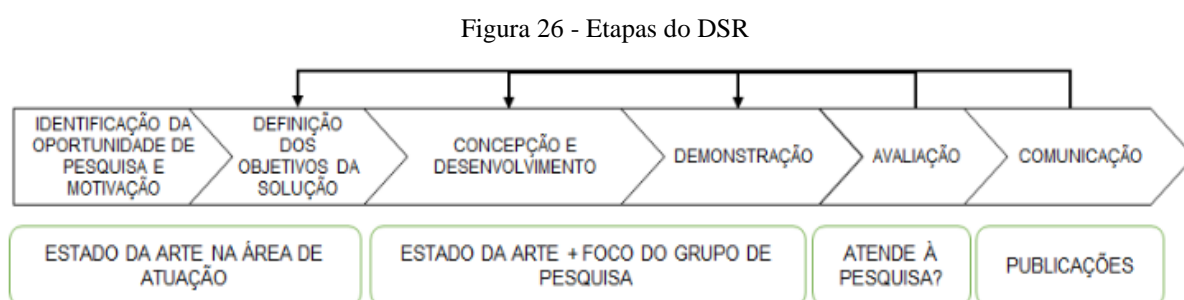
Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10

### 3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para a realização do presente trabalho a modelagem geométrica da engrenagem, assim como os cálculos de comprovação e suas características tiveram como base o referencial teórico padrão no que diz respeito ao curso de Engenharia Mecânica. Por se tratar especialmente da área de projeto de máquinas, temos então: Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada (NORTON, 2013); Projeto de Componentes de Máquinas (JUVINALL; MARSHEK, 2008); e Elementos de Máquinas de Shigley (BUDYNAS; J. KEITH, 2011).

Em relação a modelagem analítica das tensões aplicadas de flexão e ao contato em uma engrenagem cônica de dentes retos foi utilizada a versão mais atualizada da norma AGMA, considerando exclusivamente as unidades uteis ao sistema internacional, (ANSI/AGMA 2003-C10, 2015).

A metodologia DSR – do inglês *Design Science Research* é empregada no trabalho pois trata-se de uma estrutura consolidada no que diz respeito a desenvolvimentos de padrões dentro dos elementos de máquinas de engenharia. Conforme citado em Nunez (2017), o DSR possui procedimentos analíticos que permitem o correto desenvolvimento de uma determinada pesquisa em qualquer área de conhecimento, mas com maior potencial na área de engenharia, com diversas aplicações. Na Figura 26 é possível visualizar o detalhamento das etapas do DSR.



*Fonte: ENGENHARIA, NUÑEZ, 2017*

A seguir é realizada a abordagem do método DSR para o trabalho em questão, diante disso temos que, segundo a Figura 26 as etapas são: 1<sup>a</sup> - identificação da oportunidade de pesquisa e motivação, 2<sup>a</sup> - definição dos objetivos da solução, 3<sup>a</sup> - concepção e desenvolvimento, 4<sup>a</sup> - demonstração, 5<sup>a</sup> - avaliação e 6<sup>a</sup> - comunicação. As duas primeiras são contempladas pelo estado da arte na área da atuação, a 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> pela concepção e tradução da norma ANSI/AGMA 2003-C10, a 5<sup>a</sup> diz respeito à aplicação prática de um conjunto com



engrenamento cônico utilizando-se dos parâmetros e formulas discorridas na norma. Por fim, a 6ª etapa refere-se aos meios de comunicação usados para publicação e divulgação do trabalho.

### **3.1 IDENTIFICAÇÃO DA OPORTUNIDADE DE PESQUISA E MOTIVAÇÃO**

A referida etapa mostra como deve ser visualizada a oportunidade de pesquisa e validar o valor de sua solução através de um estado de arte de uma determinada área de conhecimento. É utilizado bibliometria e demais publicações acadêmicas para identificar tendências e proporcionar uma tese que agregue soluções e seja aceita no mundo científico.

Esta etapa do DSR é entendida como uma abordagem qualitativa em função de índices de citações, além das fontes de informação para o estado de arte. Tal método pode ser considerado como bibliográfico, uma vez que viabiliza a identificação da oportunidade de pesquisa do presente trabalho ( NUÑEZ, 2017).

Dentro da metodologia, é considerado que esse estado de arte é capaz de realizar também o levantamento de quase todos os assuntos relacionados ao tema, seja uma técnica, uma abordagem ou aplicações, em um determinado período de tempo ( NUÑEZ, 2017). Para que a pesquisa tenha certo nível de veracidade, a busca deve ser fadada em publicações de procedência, como por exemplo artigos científicos, visto que é através desses meios que os pesquisadores divulgam suas teses e os resultados mais conclusivos à comunidade científica de uma área em específico.

Atualmente, nota-se um grande aumento na acessibilidade dos meios de publicação de artigos, fato oriundo do desenvolvimento repentino e exponencial da era da internet. Como consequência disso, tem-se a criação de conflitos na tomada de decisões para definir quais periódicos serão utilizados e que em alguns, os pesquisadores optam por métodos mais tradicionais e acabam por redigir pesquisas superficiais e/ou desatualizadas.

Nesse contexto, a bibliometria tem se tornado uma das principais ferramentas para essa etapa do DSR, visto que com ela, uma análise quantitativa das citações de publicações é realizada, o que possibilita a coleta de informações objetivas e dessa forma, permite-se avaliar a importância dessas publicações que estão sendo desenvolvidas pelos pesquisadores ( NUÑEZ, 2017).

Uma vez apontado o cenário, o processamento das citações deve contar com fontes que permitam uma busca de produções científicas a nível mundial. O *Google Scholar* é uma dessas ferramentas devido ao seu grande potencial em alcançar bases de dados de todo o planeta ainda que não seja a mais aceita pelos grandes desenvolvedores.

Para o presente trabalho, busca-se uma seleção de periódicos baseados na área da Engenharia Mecânica que diz respeito a elementos de máquinas, mais especificamente sobre engrenagens cônicas, utilizando-se justamente do *Google Scholar* e também da plataforma Capes. Como resultado dessa classificação, pode-se notar que os principais periódicos da área de interesse traziam conclusões específicas para uma determinada aplicação. Tal tendência dos pesquisadores motivou a quebra de paradigma, o que fez surgir a oportunidade de proporcionar uma pesquisa que pudesse ser aplicável para diferentes cenários ainda que dentro de um mesmo contexto. Esta etapa é apresentada na motivação e na justificativa.

### **3.2 DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS DA SOLUÇÃO**

A etapa de definição dos objetivos da solução está vinculada a abordagem a ser utilizada para que seja possível solucionar a oportunidade de pesquisa. Ressalta-se que a oportunidade de pesquisa é realizar a tradução da norma ANSI/AGMA 2003-C10 e criar um procedimento a ser seguido que oriente a comunidade acadêmica para os cálculos de tensão a flexão e ao contato de engrenagens cônicas, e que a mesma possa ser usufruída posteriormente para que se obtenha resultados em aplicações específicas. Dessa forma, nesta etapa a ferramenta a ser abordada é identificada para solucionar a oportunidade de pesquisa baseado no desenvolvimento de um artefato que venha a atender a oportunidade de pesquisa que foi identificada no estado da arte (NUÑEZ, 2017). Conforme citado em NUÑEZ (2017), a solução para a oportunidade de pesquisa é alcançada no consenso obtido na apresentação de um projeto de tese, por exemplo, junto às partes envolvidas, ou seja, orientador, orientado e banca examinadora, considerando que a proposta de solução atende à motivação da tese.

Nesse sentido, o objetivo nesta etapa é qualitativo e não mais quantitativo como na etapa anterior. É garantir recursos que levem ao desenvolvimento de um novo artefato para soluções que ainda não foram localizadas mas ao mesmo tempo com um viés de viabilidade, confiabilidade e que sejam possíveis e formais (NUÑEZ, 2017). Assim, esta etapa do DSR está contemplada no Capítulo 1 (introdução) e também no Capítulo 2 (fundamentação teórica) onde são mostrados os principais pontos do cenário a ser tratado e não menos importante os conceitos de engrenagens cônicas, tal como os princípios de engrenamento e os tipos específicos de cada uma delas que fundamentam a metodologia de cálculo estudada.

### 3.3 CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO

Para o DSR, a etapa de concepção e desenvolvimento destaca que para garantir a funcionalidade correta do artefato, se faz necessário um procedimento consolidado que oriente sua construção (NUÑEZ, 2017). Diante disso, é definido que o “artefato” a ser criado possa ser do tipo: constructo (parâmetros de termos utilizados em determinada aplicação), modelo (um conjunto que possa contemplar as relações entre vários constructos), método (procedimento orientativo usado para executar um determinado cálculo) ou instanciação (artefato que operacionaliza um constructo, modelo ou método, mostrando sua eficácia e viabilidade).

Correlacionando ao presente trabalho, o mesmo desenvolve um procedimento a ser seguido utilizando-se de uma concepção e modelo guiado pela norma ANSI/AGMA 2003-C10 para engrenagens cônicas. Abaixo é mostrado quais os principais pontos a serem levados em consideração durante o processo.

#### 3.3.1 Cálculo da tensão ao contato

Nessa fase do procedimento é possível determinar e avaliar a vida útil da superfície do flanco de um dente de uma engrenagem frente ao desgaste progressivo que ocorre durante seu engrenamento. Para isso, primeiramente se faz necessário identificar todos os parâmetros e coeficientes que serão aplicados na equação de cálculo da tensão ao contato. Dentre eles, podemos citar:

- Coeficiente de elasticidade;
- Carga tangencial aplicada;
- Fator de sobrecarga;
- Fator dinâmico;
- Fator de tamanho;
- Fator de distribuição de carga;
- Fator geométrico;

Uma vez levantado todos os dados necessários, é possível estimar o valor final da tensão ao contato AGMA para o conjunto de engrenagens em questão.

### 3.3.2 Estimativa do fator de segurança ao contato

No que diz respeito ao fator de segurança ao contato, é recomendado que esse valor esteja no intervalo de 1 a 1,5 (NUNEZ, 2020). Para que esse valor possa ser obtido, se faz necessário o uso do resultado encontrado anteriormente para a tensão ao contato. Além disso, assim como no procedimento anterior, outros fatores estão envolvidos na obtenção dos valores desejados. São eles:

- Fator de ciclagem de tensão ao contato;
- Fator de razão de dureza;
- Fator de confiabilidade;
- Fator de temperatura;
- Número de tensão ao contato permitida;

Um detalhe importante a se ressaltar é de que inicialmente o valor para o fator de segurança é ajustado com o objetivo de encontrar uma dureza estimada e dessa forma, tomar valores que seja próximo superior à encontrada e assim chegar no valor de fator de segurança adequado para a engrenagem que está sendo projetada.

### 3.3.3 Cálculo da tensão à flexão

A resistência à flexão nos dentes de uma engrenagem é um fenômeno de fadiga relacionado à resistência à fratura na região do cordão raiz do dente da engrenagem.

Para que seja possível encontrar a tensão à flexão, muitos dos fatores já foram mostrados anteriormente. Entretanto, outros dois também devem ser encontrados, tais como:

- Fator de espessura de borda;
- Fator de geometria;

O primeiro nada mais é do que um ajuste do valor do cálculo da tensão à flexão nas engrenagens onde há bordas estreitas. Por outro lado, o fator de geometria avalia o raio do cordão raiz da involuta do dente e leva em consideração a distribuição de carga.

Unindo-se todos esses dados e aplicando-os na equação (5) chega-se ao resultado para a tensão à flexão.

### 3.3.4 Estimativa do fator de segurança à flexão

Tal como para o fator de segurança ao contato, é recomendado de que esse fator esteja no intervalo de 1 a 1,5 (NUNEZ, 2020). Logo, tem-se a garantia de uma resistência à flexão de projeto, lembrando que a tensão à flexão já foi abordada e também deve ser utilizada na obtenção do fator de segurança.

Atentando-se novamente aos fatores e parâmetros envolvidos nos cálculos, assim como nos demais já apresentados e verificados, nota-se de diferente os seguintes pontos:

- Fator de ciclagem de tensão à flexão;
- Número de tensão à flexão permitida;

Esse último, varia de acordo com a composição do material, limpeza do processo de manufatura, tensão residual, microestrutura, qualidade do processo e tratamento térmico. Sendo assim, os valores mais baixos devem ser usados para fins gerais de projeto.

## 3.4 DEMONSTRAÇÃO

No DSR, a etapa de demonstração diz respeito a comprovação da aplicabilidade do artefato no que se refere a representação de um ou mais cenários do mundo real. Visto que a proposta deste trabalho é realizar a tradução da norma ANSI/AGMA 2003-C10 e validá-la através de um exemplo real, foram levantadas as principais normas que tangenciavam e diziam respeito das engrenagens cônicas para que fosse possível definir quais delas seria a mais benéfica para a comunidade acadêmica, uma vez que essa carece de material disponível nos acervos literários.

Segundo a relação de normas internacionais proposta pelo sistema AGMA e alinhando-se com o fato da necessidade de sua comprovação, fica evidente de que literaturas tradicionais que cercam o tema se fazem indispensáveis na busca por esse resultado. Diante desse cenário, a aplicabilidade da norma é vista em cima de um conjunto mecânico convencional usado na transmissão e acionamento de diversos tipos de equipamentos, dentre eles podemos citar: redutores de aeronaves, bombas centrifugas, motores de popa de embarcações, caixas de câmbio automotivo e em plantas geradoras de energia. Esse conjunto, foi retirado do (NORTON, 2013) e escolhido para demonstrar a veracidade da metodologia pois contempla de parâmetros de cálculo reais. Cabe ainda destacar que, esta etapa do DSR é um processo iterativo com a etapa de desenvolvimento do artefato, dessa forma seu

desenvolvimento é constantemente atualizado pela demonstração até alcançar o resultado final proposta pela tese.

### **3.5 AVALIAÇÃO E COMUNICAÇÃO**

A avaliação nada mais é do que uma verificação da funcionalidade do artefato, seja ele simplório ou não. Dessa forma, para o trabalho em questão, ela seria como o processo de checagem dos procedimentos de análise a serem feitos para engrenagens cônicas do modelo normativo referenciado na pesquisa. Conforme citado em NUÑEZ (2017), a rigorosidade da avaliação consiste em evidenciar que o artefato, efetivamente, é uma solução consistente para um cenário real, ou seja, a aplicabilidade dos resultados do artefato não estão comprometidos por erros de modelagem. Ainda em NUÑEZ (2017), define-se como uma forma de avaliar o artefato os métodos experimentais, como por exemplo o uso de protótipos de trens de engrenagens a serem submetidos a ensaios mecânicos, ou ainda simulações em softwares de engenharia, a fim de verificar seus resultados.

Para o presente trabalho, por não se tratar de uma aplicação em específico, as avaliações citadas anteriormente não são cabíveis, e, portanto, a mesma deve tomar como base única e exclusivamente a comparação da dissertação das duas diferentes linguagens da norma prescrita. Ressalta-se ainda, que esta etapa do DSR também é um processo iterativo que atualiza a etapa de desenvolvimento da metodologia, visto que quando surge uma inconstância no procedimento de cálculo e análise a ser seguido, o mesmo deve ser verificado e ajustado até que essas inconsistências sejam eliminadas.

Por fim, o método DSR reivindica a comunicação da pesquisa e também sua importância para com o mundo acadêmico através da divulgação dos resultados e de suas principais conclusões em publicações de caráter científico, sempre em prol da divulgação da forma de construção do artefato e sua respectiva aplicação no mundo real.

#### 4. CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Nesse capítulo é usado um conjunto de trem de engrenagens cônicas mecânicas ideal, mas baseado em valores práticos do sistema americano. Diante disso, serão determinadas as tensões de flexão e contato e os coeficientes de segurança de um acoplamento feito com engrenagens do mesmo tipo de aço e operando sob as mesmas condições para uma vida útil de 5 anos durante um turno. Temos então que:

- *Número de dentes do pinhão*  $N_p = 20$ ;
- *Número de dentes da engrenagem*  $N_E = 35$ ;
- *Angulo de pressão*  $\phi = 25^\circ$ ;
- $p_d = 8$ ;
- *Potencia de alimentação do sistema:* 10 hp a 2500 rpm.

Além disso, considera-se que:

$$K_a = C_a = K_s = C_s = C_f = C_H = C_R = C_T = 1$$

$$K_m = C_m = 1,6$$

$$K_v = C_v = 0,652$$

$$C_L = 0,890$$

$$C_p = 2276$$

Assumindo:

$$C_{xc} = K_x = 1;$$

$$C_b = 0,634;$$

$$C_{md} = 1,5$$

Primeiramente é determinado o torque do pinhão a partir da potência e velocidade do conjunto propulsor informado usando:

$$T_P = \frac{P}{\omega_p} = \frac{10 \text{ hp}}{2500 \text{ rpm}} = 252,1 \text{ lb} - \text{in} \quad (34)$$

Então, para encontrar os diâmetros de referência do pinhão e da engrenagem, tem-se:

$$d_p = \frac{N_p}{p_d} = \frac{20}{8} = 2,5in , d_g = \frac{35}{8} = 4,375in \quad (35)$$

Para encontrar os ângulos do cone de referência pode ser usado a seguinte equação:

$$\alpha_g = tg^{-1} \left( \frac{N_g}{N_p} \right) = tg^{-1} \left( \frac{35}{20} \right) = 60,26^\circ \quad (36)$$

$$\alpha_p = 90 - \alpha_g = 29,74^\circ$$

Para encontrar o comprimento do cone de referência  $L$ , é utilizado a seguinte equação:

$$L = \frac{d_p}{2sen(\alpha_p)} = \frac{2,5}{2sen(29,74)} = 2,519in \quad (37)$$

O comprimento do cone de referência  $L$  é usado para encontrar a largura de face mais apropriada. Para esse caso é considerado o máximo valor recomendado.

$$F = \frac{L}{3} = \frac{2,519}{3} = 0,840in \quad (38)$$

Utilizando o gráfico dando curto.

**Figura 27** obtém-se os fatores geométricos de flexão para o pinhão e para engrenagem, que são:  $J_p = 0,237$  e  $J_g = 0,201$ .

Então, pode-se calcular a tensão de flexão no pinhão usando,

$$\sigma_{bp} = \frac{2T_p p_d K_a K_m}{d F J K_v K_x} K_s = \frac{2(252,1)}{2,5} \frac{8}{0,840(0,237)} \frac{1(1,6)}{0,652(1)} \quad (1) \quad (39)$$

$$\sigma_{bp} = 19880 psi$$



Da mesma forma, o cálculo da tensão de flexão da engrenagem,

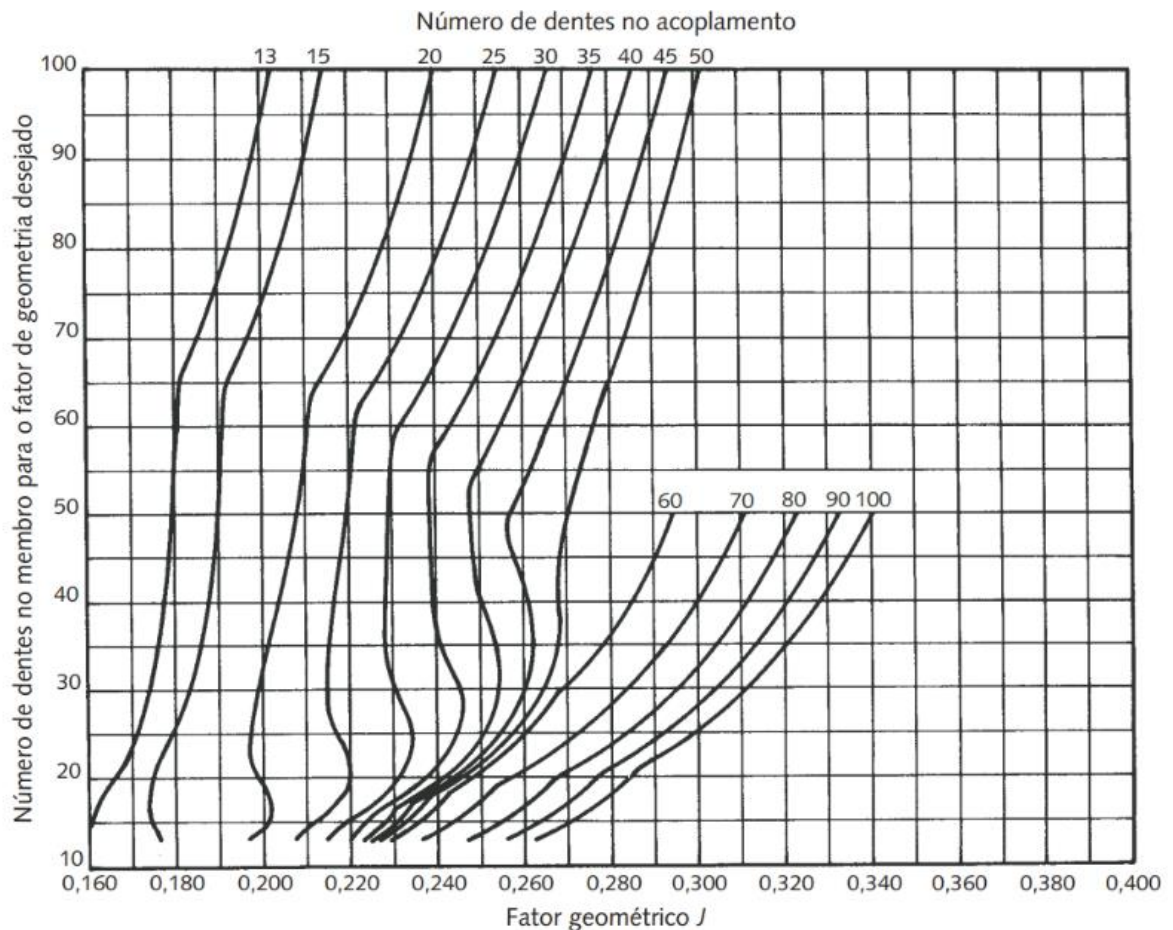
$$\sigma_{bg} = \frac{2T_P p_d K_a K_m}{d FJ K_v K_x} K_s = \frac{2(252,1)}{2,5} \frac{8}{0,840(0,201)} \frac{1(1,6)}{0,652(1)} \quad (1)$$

(40)

$$\sigma_{bg} = 23440 \text{ psi}$$

Observa-se que o dente da engrenagem está sob tensão mais alta que o dente do pinhão, porque o adendo mais longo no pinhão o faz mais forte do que um dente de engrenagem de adendo curto.

**Figura 27** - Fator geométrico J para engrenagens cônicas retas



Fonte: NORTON, 2013

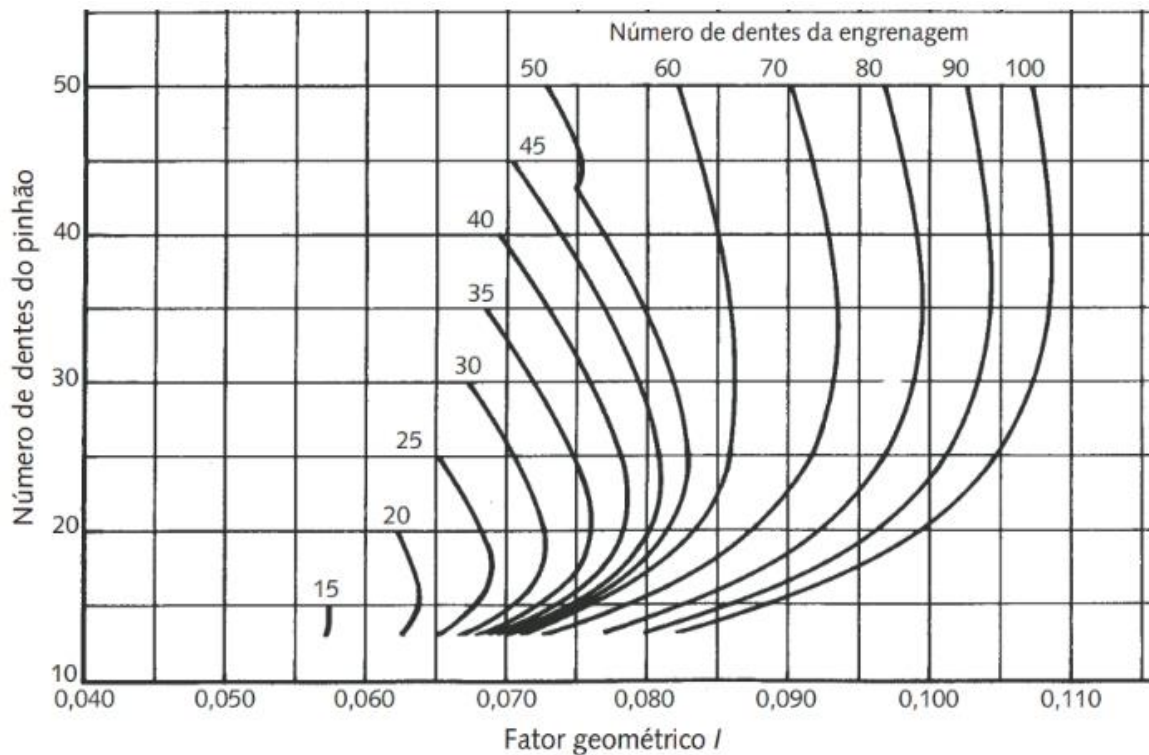
Para encontrar o fator geométrico da superfície do conjunto pode ser usada a Figura 28 que mostra um valor para  $I = 0,076$ . E então, é possível de se encontrar o valor de  $T_d$ .

$$T_d = \frac{F}{2} \frac{IC}{C_s C_{md} C_f C_a C_{xc}} \left( \frac{S'_{fc} d 0,774 C_H}{C_p C_b C_T C_R} \right)^2 =$$

$$= \frac{0,840}{2} \frac{0,076(0,652)}{1(1,5)(1)(1)(1)} \left( \frac{118000(2,5) 0,774(1)}{2276(0,674) 1(1)} \right)^2 = \quad (41)$$

$$T_d = 347,5 \text{ lb in}$$

**Figura 28** - Fator geométrico I para engrenagens cônicas retas



Fonte: NORTON, 2013

Sendo  $T_d > T_p$ ,  $z = 0,667$ , chega-se então que a tensão ao contato é dado por:

$$\sigma_c = C_p C_b \sqrt{\frac{2T_D}{F I d^2} \left( \frac{T_p}{T_D} \right)^2 \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f C_{xc}} = \quad (42)$$

$$= 2276(0,634) \sqrt{\frac{2(347,5)}{0,840(0,076)(2,5)^2} \left(\frac{252,1}{347,5}\right)^{0,667} \frac{1(1,6)}{0,652} (1)(1)(1)} =$$

$$\sigma_c = 84753 \text{ psi}$$

E agora, pode-se encontrar os valores dos fatores de segurança para as tensões de flexão no pinhão e na engrenagem, além do fator de segurança ao contato para o conjunto. Como segue:

$$N_{bp} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{bp}} = \frac{38937}{19880} = 2,0$$

$$N_{bg} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{bg}} = \frac{38937}{23440} = 1,7 \quad (43)$$

$$N_c = \left(\frac{S_{fb}}{\sigma_c}\right)^2 = \left(\frac{105063}{84753}\right)^2 = 1,5$$

Nota-se que os valores encontrados para tais são aceitáveis.

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se, primeiramente, alguns conceitos teóricos sobre engrenagens cônicas, elemento de máquina bastante utilizado para transmissão de movimento. Segundo (NORTON, 2013), as falhas mais importantes na fase de projeto e aplicação são as falhas por flexão no pé do dente e por fadiga de contato. Devido a isto, a AGMA (*American Gear Manufacturers Association*) desenvolveu sua abordagem, criando a norma para reger os projetos para dimensões e desenvolvimento das engrenagens.

Uma vez destacado alguns pontos relacionados a parte geométrica das engrenagens, deu-se início ao detalhamento da dita norma ANSI/AGMA 2003-C10 que aprofunda seus procedimentos no que diz respeito ao tipo de engrenagem estudado. A inclusão das fórmulas, gráficos e tabelas não só da norma, mas também como de literaturas reconhecidas na área, proporcionam um protocolo para seu uso e para estudo de qualquer tipo de engrenagem cônicas de dentes retos. A partir dessa metodologia, é possível dimensionar, explanando todas as características cruciais e fundamentais que são necessárias para um projeto e que, também, requerem mais cautela aos projetistas devido a sua importância nas aplicações.

Tal detalhamento possibilitará que em futuros trabalhos possam ser desenvolvido um equacionamento em códigos de linguagem de programação como o Python ou até mesmo o Excel, enfraquecendo uma das vulnerabilidades que possui o uso de resoluções analíticas.

O método DSR foi adotado para guiar na construção de um padrão de desenvolvimento em que na etapa de concepção do mesmo, é mostrado um modelo com os seguintes procedimentos: Cálculo da tensão ao contato, Estimativa do fator de segurança ao contato, Cálculo da tensão de flexão e Estimativa do fator de segurança à flexão.

Após o desenvolvimento do método, fez-se necessário validá-lo por meio de parâmetros iniciais de um equipamento real de que os valores obtidos fossem plausíveis. E que dessa forma, portanto, os procedimentos orientados trariam confiabilidade ao projeto. Para isso, foi retirado e explicado o exemplo 13-2 do (NORTON, 2013) chegando assim em resultados condizentes.

Por fim, pretende-se que em futuros trabalhos a norma em questão seja transcorrida para um aporte computacional a fim de otimizar ainda mais os equacionamentos. Além disso, almeja-se com esta publicação interessar outros estudantes para que apliquem estudos de casos mais complexos, junto a provocação de desenvolver uma versão da norma no sistema métrico e realizar comparativos de resultados com programas de simulação como ANSYS, FEMAP ou

ABAQUS, contribuindo assim a formação científica técnica para com a comunidade acadêmica.

## REFERÊNCIAS

- [1] ANSI/AGMA 2003-C10. Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel , Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth. v. 10, n. December, 2015.
- [2] ASM. **Fatigue and fracture - Metals Handbook**. [s.l.] AMERICAN SOCIETY FOR METALS, 1996.
- [3] AURAS, A. P. Elementos de Máquinas 2. **Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Cararina**, p. 66, 2006.
- [4] BUDYNAS, R. G.; J. KEITH, N. **Elementos de Máquinas de Shigley - 10ª edição**. [s.l.: s.n.].
- [5] DUDLEY, D. W. **The Evolution of the Gear Art**. [s.l.] Washington, American Gear Manufacturers Association, 1969.
- [6] NUÑEZ, D. L. Modelagem Do Prognóstico E Gestão Da Saúde De Máquinas Mecânicas No Contexto De Sistemas Ciberfísicos Na Manufatura. **Universidade Tecnológica Federal do Paraná**, 2017.
- [7] JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. **Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas**. [s.l.: s.n.].
- [8] MAITRA, G. M. **Handbook of gear design**. 2. ed. [s.l.] New Delhi, Tata McGraw-Hill, 1994.
- [9] MAZZO, N. **Engrenagens Cilíndricas: Da concepção à fabricação**. 1. ed. [s.l.] São Paulo: Blucher, 2013.
- [10] MEMBERSHIP. **About AGMA :: American Gear Manufacturers Association**. Disponível em: <<https://www.agma.org/membership/about-agma/>>. Acesso em: 14 abr. 2020.
- [11]NICE, K. **How Stuff Works: How Gears Work**. Disponível em: <<http://science.howstuffworks.com>>. Acesso em: 28 abr. 2020.
- [12] NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada**. 4. ed. [s.l.] Porto Alegre: Bookman Editora, 2013.
- [13] NUÑEZ, D. L. Análise da resistência à flexão e ao crateramento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos: avaliação da eficácia da norma ANSI/AGMA 2101-D04. **Authorea Preprints**, p. 1–50, 2020.
- [14] PAULO FLORES, JOSÉ GOMES, N. D. E F. M. **Engrenagens Cônicas**. Disponível em: <<https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/42859/1/T.07> - Engrenagens Conicas.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2020.

- [15] SILVA, M. N. Desenvolvimento de um programa para verificação de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais. **Universidade De São Paulo – USP Escola De Engenharia De São Carlos – Eesc Departamento De Engenharia Mecânica – Sem**, p. 58, 2012.
- [16] STIPKOVIC FILHO, M. **Engrenagens: Geometria, Dimensionamento, Controle, Geração, Ensaio**. 2. ed. [s.l.] Rio de Janeiro, Editora Guanabara, 1983.
- [17] SU, S. **Catálogo das ferramentas geradoras de engrenagens**. Disponível em: <[www.star-su.com](http://www.star-su.com)>. Acesso em: 6 maio. 2020.

## APÊNDICE A

### Valores para fator de sobrecarga, $K_a$

Os fatores de sobrecarga podem ser melhor estabelecidos a partir de uma análise completa da experiência de serviço com um aplicativo específico. Quando a experiência de serviço não estiver disponível, uma investigação analítica completa deve ser feita.

A Tabela 6 fornece valores típicos para fatores de sobrecarga se houver falta de experiência de serviço ou quando uma análise detalhada não estiver disponível. A tabela deve ser usada com cautela, pois valores muito maiores ocorreram em algumas aplicações. Um exemplo é quando o sistema de acionamento (motorista, trem de engrenagens e equipamento acionado) apresenta grandes diferenças em suas inércias relativas. Valores tão altos quanto 10 foram usados.

Para um fator de sobrecarga de unidade, este método de classificação inclui a capacidade de sustentar um número limitado de apenas até 200% de ciclos de sobrecarga momentânea (tipicamente menos de quatro picos em 8 horas) com um pico não superior a um segundo de duração. Sobrecargas momentâneas mais altas ou mais frequentes devem ser contabilizadas separadamente na escolha de  $K_a$ .

Como as engrenagens cônicas são quase sempre projetadas com dentes longos e curtos (adendo longo no membro do pinhão), independentemente de o pinhão ou a engrenagem ser o membro de acionamento, isso resulta em ação de aproximação quando a engrenagem está em movimento. Como resultado, o fator de sobrecarga para acionamentos de aumento de velocidade será maior do que para acionamentos de redução de velocidade, conforme observado na nota de rodapé da Tabela 6.

**Tabela 6** - Fatores de sobrecarga

Character of prime mover	Character of load on driven machine			
	Uniform	Light shock	Medium shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.50	1.75 or higher
Light shock	1.10	1.35	1.60	1.85 or higher
Medium shock	1.25	1.50	1.75	2.00 or higher
Heavy shock	1.50	1.75	2.00	2.25 or higher

<sup>1)</sup> This table is for speed-decreasing drives. For speed-increasing drives, add 0.01  $(N/n)^2$  or 0.01  $(z_2/z_1)^2$  to the above factors.

*Fonte: ANSI/AGMA 2003-C10*