


Uma sequência de tarefas exploratórias no Geoplano



Produto Educacional



Rosimeiri da Silva de Moraes
Eliane Maria de Oliveira Araman



UTFPR

ppgmat



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ROSIMEIRI DA SILVA DE MORAIS

UMA SEQUÊNCIA DE TAREFAS EXPLORATÓRIAS NO GEOPLANO

A SEQUENCE OF EXPLORATORY TASKS IN THE GEOPLAN

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

CORNÉLIO PROCÓPIO

2022



Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



ROSIMEIRI DA SILVA DE MORAIS

**PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 5º ANO
AO ARGUMENTAR MATEMATICAMENTE A RESPEITO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Área de concentração: Ensino De Matemática.

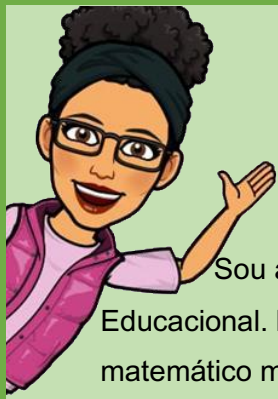
Data de aprovação: 27 de Setembro de 2022

Eliane Maria De Oliveira Araman, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Simone Luccas, Doutorado - Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 27/09/2022.



APRESENTAÇÃO

Olá, Professor(a)

Sou a professora Rosimeiri da Silva de Moraes, e vou falar um pouco sobre este Produto Educacional. Foi elaborado a partir da dissertação de mestrado intitulada “Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de figuras geométricas planas”, apresentada ao PPGMAT - Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Cornélio Procópio e Londrina, realizada entre os anos de 2020 e 2022, tendo como orientadora a Prof.^a Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman.

A pesquisa que deu origem a este material foi realizada com alunos do 5º ano do Ensino do Fundamental de uma escola pública da cidade de Cornélio Procópio, Paraná, e analisou o raciocínio matemático e os processos de raciocínio mobilizados pelos alunos ao resolverem, de forma colaborativa, uma sequência de tarefas de caráter exploratório relacionada a Geometria Plana, mas especificamente, área e perímetro.

O objetivo deste material é que você possa conhecer e compreender um pouco mais sobre o raciocínio matemático e os seus processos, as tarefas exploratórias, o trabalho colaborativo e argumentação e a importância das ações do professor na realização dessas tarefas, podendo utilizar este material na íntegra, ou parte dele, em sua prática de sala de aula.

Desta forma, é com satisfação que disponibilizamos este material que tem o intuito de contribuir para a aprendizagem matemática de alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Bons estudos!

Rosimeiri da Silva de Moraes
Eliane Maria de Oliveira Araman

SUMÁRIO

O QUE É RACIOCÍNIO MATEMÁTICO?	5
PROCESSOS DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO	6
TAREFAS EXPLORATÓRIAS E AÇÕES DO PROFESSOR	8
TRABALHO COLABORATIVO E ARGUMENTAÇÃO	10
AS TAREFAS E ALGUMAS ANÁLISES DA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA	12
ANALISANDO OS DADOS DAS TAREFAS	26
TAREFAS PARA APLICAÇÃO NA SALA DE AULA: PROCEDIMENTOS	27
TAREFAS PARA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA - IMPRESSÃO.....	30
CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
REFERÊNCIAS.....	38



O QUE É RACIOCÍNIO MATEMÁTICO?

Iniciaremos essa conversa destacando a importância de compreender como os alunos raciocinam matematicamente, ou seja, como eles pensam, quais estratégias utilizam, quais conhecimentos matemáticos mobilizam, ao resolverem as tarefas em sala de aula desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A BNCC - Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), destaca que, o raciocínio matemático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tem o compromisso com o “desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos” (BRASIL, 2018, p. 266).

Agora vamos compreender como alguns autores definem o raciocínio.

- Morais, Serrazina, Ponte (2018, p. 555), entende o raciocínio matemático como “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumida como verdadeiras (conhecimento prévio)”, ou seja, buscamos nos conhecimentos que já temos, uma forma de resolver novas situações, formando então um novo conhecimento.
- Para Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 3), “entender o raciocínio matemático exige que você não apenas conheça ideias matemáticas importantes, mas também reconheça como essas ideias se relacionam e encontram novas conexões entre as conhecidas”.
- No entendimento de Jeannotte e Kieran (2017), o raciocínio matemático é um processo de comunicação com outras pessoas ou consigo mesmo, permitindo chegar a enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos.
- Jeannotte e Kieran (2017, p. 9) definem que “o raciocínio matemático é um conjunto de processos cognitivos e metadiscursivo, ou seja, que deduzem narrativas sobre objetos ou relações explorando as relações entre objetos”

Na sequência vamos conversar um pouco sobre os processos de raciocínio que os alunos desenvolvem ao resolverem tarefas exploratórias de acordo com as autoras Jeannotte e Kieran (2017).



PROCESSOS DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

Observamos o raciocínio matemático desenvolvido pelos alunos, quando identificamos os processos que eles mobilizam ao resolverem tarefas exploratórias, no momento em que apresentam seus diálogos, ou seja, na troca de ideias e estratégias para a resolução das tarefas. Vamos descrever neste produto, os processos que estão relacionados a **busca por semelhanças e diferenças**, na qual estão descritos no primeiro quadro a seguir e os processos relacionados a **validação**, que estão descritos no segundo quadro. De acordo com as autoras Jeannotte e Kieran (2017), são nove processos de raciocínio na qual, cinco processos estão relacionados à busca de semelhanças e diferenças que são: generalizar, conjecturar, identificar padrão, comparar e classificar e três processos relacionados à validação: justificar, provar e provar formalmente, já o nono processo, o de exemplificar, dá suporte para as duas categorias.

Quadro 1 - Processos relacionados a busca de semelhanças e diferenças

Processos	Definição
Generalizar	É o processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto a partir de um subconjunto desse conjunto. Chega a conclusões válidas.
Conjecturar	É a busca pelas semelhanças e diferenças, mostrada em um relato sobre alguma regularidade com um valor epistêmico que seja provável e que possui a potencialização da teorização formativa. É um processo cíclico envolvendo: i) enumerar uma conjectura, ii) verificar todos os casos e eventos, iii) desconfiar tentando refutá-la, iv) descobrir porque é verdadeira ou modificar. A conjectura precisa do apoio de outros processos para determinar se é verdadeiro ou falso.
Identificar padrão	É um processo de raciocínio matemático que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva, ou seja, que pode ser repetido, entre objetos ou relações matemáticas.
Comparar	É um processo do raciocínio matemático que está vinculada ao raciocínio indutivo e raciocínio dedutivo. A comparação pode ocorrer junto com outros processos como generalização, identificação de um padrão, validação. Comparar é a busca de semelhanças e diferenças de uma narrativa sobre objetos ou situações matemáticas.
Classificar	O processo de classificação do raciocínio matemático pode ser definido como um processo que infere, pela busca e semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em prioridades e definições matemáticas.

Fonte: A autora, baseado em Jeannotte e Kieran (2017)

Os processos relacionados à validação segundo Jeannotte e Kieran (2017, p.11) visam “alterar o valor epistêmico de uma narrativa”, ou seja, os processos de validação têm em vista modificar narrativas ou relatos, podendo ser de provável para verdadeira, de provável para falsa ou até para improvável.

Quadro 2 - Processos relacionados a validação

Processos	Definição
Justificar	É um processo de procura de dados, afirmações e suporte para modificar o valor epistêmico de provável para mais provável. Justificar é um processo social, podendo assumir dois formatos: i) justificar a conjectura que surgiu no processo ii) relatar a validade que altera o valor epistêmico.
Provar	É a afirmação de argumentos, está ligado a mudar o valor epistêmico de uma narrativa. A prova como um processo de raciocínio matemático que, pesquisando dados, garantias apoio, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeiro.
Provar formal	Fornecer ao pesquisador uma razão matemática que, ao buscar dados, informações e apoio, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeira. Esta prova é limitada por i) narrativas aceitas pela comunidade, ii) uma reestruturação dedutiva final, iii) realizações formais.

Fonte: A autora, baseado em Jeannotte e Kieran (2017)

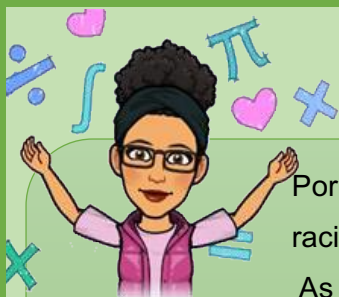
O nono processo o de exemplificação, de acordo com Jeannotte e Kieran (2017, p. 14), dá suporte para outros processos de raciocínio matemático, inferindo exemplos que auxiliam: “i) na busca de semelhanças e diferenças; ii) na busca de validação”.

Afirmam também que a exemplificação gera elementos que servirão para generalizar, conjecturar e até validar. Os processos de raciocínio matemático são inter-relacionados, permitindo o desenvolvimento de uma linguagem cada vez mais completa, refinando a narrativa.



Entendemos narrativas como relatos, explicações, informações apresentadas durante a resolução das tarefas para explicar como as resolveram.

Chegou o momento de conversarmos um pouco mais sobre as tarefas exploratórias, e as ações que os professores podem realizar durante a aplicação das tarefas em suas aulas, contribuindo com o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.



TAREFAS EXPLORATÓRIAS E AÇÕES DO PROFESSOR

Por que é importante o trabalho com tarefas exploratórias para desenvolver o raciocínio matemático? Vamos entender um pouco mais sobre esse assunto.

As tarefas exploratórias, proporcionam ao professor trabalhar, em sala de aula, os conceitos matemáticos, de forma colaborativa, proporcionando aos alunos maior compreensão, promovendo a comunicação, estabelecendo ligações coerentes entre os conceitos matemáticas que já possuem e os novos conceitos formados, desenvolvem os processos de raciocínio matemático.

Destacamos a seguir algumas definições.

➤ Tarefas exploratórias

As tarefas que normalmente aplicamos em nossas aulas, as rotineiras, são diferentes das tarefas que estimulam o raciocínio matemático. De acordo com Ponte (2005, p. 23), as tarefas “são um elemento fundamental na caracterização qualquer currículo, pois elas determinam em grande medida as oportunidades de aprendizagem oferecidas aos alunos”. A importância da escolha de boas tarefas e aplicação de forma colaborativa, é destacada por Ponte, Mata-Pereira, Quaresma (2013. p. 55), afirmam que a “seleção das tarefas e a comunicação nas salas de aula, sublinham a natureza do questionamento, a negociação de significados e os processos de redizer”.

Outro ponto a destacar é a necessidade da mudança no ambiente na sala de aula, ou seja, permitir que os alunos realizem as tarefas em duplas, trios ou grupos, proporcionar momentos para o diálogo, solicitar que apresentem suas respostas para a turma, oportunizar a interação e a troca de conhecimento entre os grupos e também a interação com o professor, trabalhar com materiais manipuláveis, pois uma tarefa aplicada de forma rotineira não possibilita o interesse e empenho do aluno. De acordo com Ponte (2005), essa mudança é importante, pois amplia a capacidade de pensar dos alunos e mobiliza os processos de raciocínio, ressalta que, a organização dos ambientes de ensino e aprendizagem matemática envolvem a resolução de tarefas de natureza exploratória.

➤ Ações do professor

Agora vamos falar um pouco sobre as ações do professor, pois não basta apenas a realização de tarefas exploratórias e a mudança na sala de aula para o desenvolver o raciocínio matemático do aluno, as ações que os professores desempenham são essenciais nesse processo. Para Ponte (2005, p. 23), o professor, ao apresentar uma estratégia adequada com diversos tipos de tarefas e momentos específicos para a exploração, reflexão e debate entre os alunos, proporciona uma grande oportunidade para a aprendizagem dos alunos. Araman, Serrazina e Ponte (2019), afirmam que as ações do professor são

destacadas por apresentarem potencial para que os alunos desenvolvam o raciocínio matemático. Para Wood (1998), os professores precisam repensar as normas estabelecidas em sala de aula, criar ambientes que proporcionem oportunidades para pensar, em vez de estabelecer regras e procedimentos padronizados.

O quadro a seguir (Quadro 3), apresentado por Araman, Serrazina e Ponte (2019), tendo por base modelos de ações do professor apresentados e discutidos por Wood (1997), Ponte, Mata-Pereira e Quaresmo (2013) e Ellis, Özgür e Reiten (2018), mostra, de forma detalhada, quais são as ações que os professores podem colocar em prática para ajudar, sem correr o risco de antecipar a resposta da tarefa aos alunos, de forma que eles possam argumentar sobre as estratégias de resolução das tarefas.

Quadro 3 - Quadro de análise das ações do professor que apoiam o raciocínio matemático

C A T E G O R I A S	Convidar	<ul style="list-style-type: none"> - Solicita respostas para questões pontuais. - Solicita relatos de como os alunos fizeram. 	A Ç Õ E S
	Guiar/Apoiar	<ul style="list-style-type: none"> - Fornece pistas aos alunos. - Incentiva a explicação. - Conduz o pensamento do aluno. - Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes. - Encoraja os alunos a (re)dizerem suas respostas. - Encoraja os alunos a (re)elaborarem suas respostas. 	
	Informar/Sugerir	<ul style="list-style-type: none"> - Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos. - Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. - (Re)elabora respostas fornecidas pelos alunos. - Fornece informações e explicações. - Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução. 	
	Desafiar	<ul style="list-style-type: none"> - Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas). - Propõe desafios. - Encoraja a avaliação. - Encoraja a reflexão. - Pressiona para generalização. 	

Fonte: ARAMAN; SERRAZINA; PONTE (2020, p. 446)

Para maior compreensão do raciocínio matemático e os processos de raciocínio, além da leitura da dissertação na qual originou esse produto, sugerimos também, um estudo recente realizado por Carneiro (2021), a dissertação intitulada: Processos de raciocínio matemático mobilizados por alunos do Ensino Fundamental, acesso pelo link a seguir:

<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/26491/1/processosraciociniomatematicomobiliza>

Na sequência vamos apresentar os conceitos sobre o trabalho colaborativo, ou seja, a realização de tarefas em grupos, oportunizando o desenvolvimento de diálogos, levando os alunos a argumentarem matematicamente e a importância do material manipulável, como o Geoplano, para a aquisição de conhecimentos.



TRABALHO COLABORATIVO E ARGUMENTAÇÃO

Vamos agora entender um pouco sobre a importância do trabalho colaborativo, ou seja, a resolução de tarefas em duplas, trios ou grupos, que promove a troca de conhecimentos a partir de argumentação entre os alunos, determinante para o desenvolvimento do raciocínio matemático na resolução das tarefas e formação de conceitos matemáticos. É importante destacar que as tarefas realizadas em material manipulável, como Geoplano no ensino da Geometria Plana, contribui para a elaboração e compreensão de conceitos, como os de área e perímetro, por isso, para a aplicação das tarefas apresentadas neste produto, foi utilizado o Geoplano.

➤ Trabalho colaborativo e argumentação

Em um trabalho colaborativo, de acordo com Boavida e Ponte (2002), é necessário haver grande abertura por parte de todos os participantes na forma como relacionam entre si. É importante estar disposto, não só a transmitir os seus pontos de vista e as suas ideias, mas também a receber, com respeito pela diferença, outros pontos de vista e outras opiniões, numa responsabilização conjunta na resolução dos problemas.

O trabalho colaborativo permite que os alunos desenvolvam diálogos na qual resultam em argumentações. A argumentação é destacada por Boavida (2005, p. 1), com a expressão “argumentação matemática”, é usada para denominar a argumentação na aula de Matemática, ou seja, os diálogos desenvolvidos na qual o objetivo é a Matemática e que levam a forma de raciocínios de caráter explicativo e justificativo, de forma a diminuir riscos de erro ou incerteza na escolha de um caminho ou, para convencer um público a aceitar ou não certos enunciados, ideias ou posições, a partir de justificativas.

O desenvolvimento da capacidade de argumentar e justificar raciocínios são alguns aspectos diretamente relacionados ao letramento matemático, a BNCC (BRASIL, 2018) destaca que os estudantes devem desenvolver habilidades referentes a investigação, construção de modelos e de resolução de problemas, “eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos” (BRASIL, 2018, p. 529).

➤ Material manipulável: Geoplano

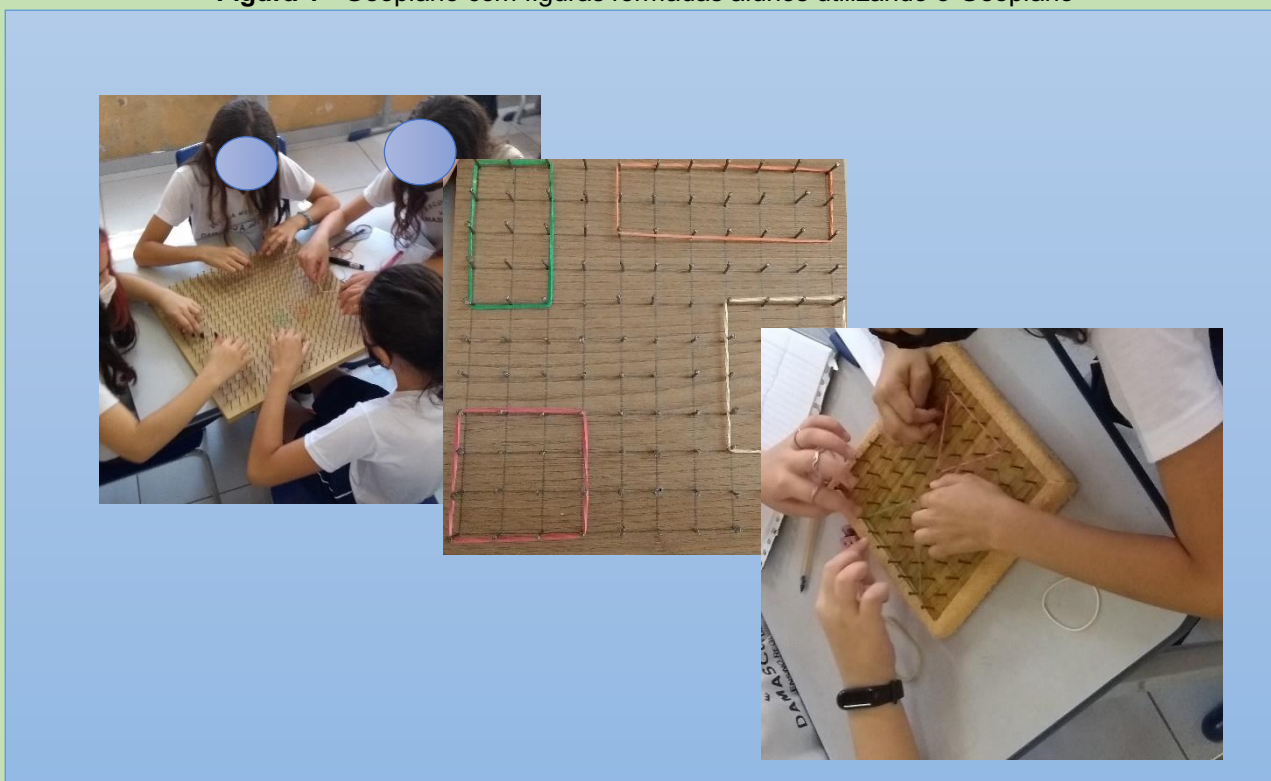
Ventura (2013, p. 3), destaca que os recursos como “materiais manipuláveis, dos quais faz parte o Geoplano, estão fortemente associados ao ensino da Geometria e são referidos, variadas vezes, no programa do ensino da Matemática e nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar”. Paes (2000), afirma que é importante estimular um vínculo constante entre a manipulação de materiais e situações

significativas para o aluno construir os conceitos geométricos e que o material didático deve ser usado como um instrumento para a aquisição de conhecimentos geométricos e não com um fim em si mesmo. Assim, “a manipulação deve estar associada a uma atividade intelectual, para que o aluno possa estabelecer relação entre a prática e a teoria” (AMANCIO; GAZIRE, 2015, p. 114).

O Geoplano é um material manipulável importante para o trabalho com as figuras planas possibilitando ao aluno a manipulação das formas contribuindo para que ele adquira uma visualização espacial e compreenda diversos temas de geometria. “A visualização espacial pode ser desenvolvida, inicialmente, por meio da construção e manipulação de representações concretas, utilizando materiais manipuláveis e posteriormente pela representação mental de formas, relações e transformações” (BREDA *et al.*, 2010, p. 10).

Existem vários tipos de geoplano, tais como circular, oval, triangular e quadrado. O Geoplano mais utilizado é o quadrado construído com um pedaço de madeira na qual são fixados pequenos pregos, formando um reticulado de madeira, pode ser explorado utilizando elásticos. A imagem a seguir mostra um tipo de Geoplano com figuras geométricas já formadas, e alunos do 5º ano manipulando para resolverem as tarefas exploratórias.

Figura 1 - Geoplano com figuras formadas alunos utilizando o Geoplano



Fonte: Dados da pesquisa



AS TAREFAS E ALGUMAS ANÁLISES DA APLICAÇÃO EM SALA DE AULA

Agora vamos apresentar as quatro tarefas que foram aplicadas numa turma do 5º ano de do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Cornélio Procópio, Paraná, com o conteúdo relacionado à Geometria Plana, envolvendo as propriedades das figuras geométricas a partir da construção e reconhecimento de suas áreas e perímetros. Para além das tarefas, trazemos alguns trechos dos diálogos e as resoluções feitas por duas duplas de alunas durante a aplicação das tarefas em sala de aula. Complementamos essas resoluções, com uma análise realizada por nós, evidenciando alguns dos processos de raciocínio matemático mobilizados pelas alunas ao argumentarem matematicamente durante a resolução das tarefas. Vamos lá compreender um pouco mais?

Tarefa 1

Renato tem um Geoplano e gosta de construir figuras geométricas nele. Mas agora ele tem algumas questões para resolver utilizando seu Geoplano. Vamos ajudá-lo?

- 1) Construa no Geoplano um retângulo e um quadrado e depois desenhe na malha pontilhada.
 - a) O que você pensou para formar esses polígonos? Explique.
 - b) O que os polígonos que você construiu tem igual e o que eles têm de diferente? Como chegou a essas conclusões?
 - c) Explique se é possível formar um círculo utilizando o mesmo critério que utilizou para formar os polígonos acima?

Nessa tarefa, as duplas deveriam construir as figuras solicitadas no geoplano, em seguida desenhar na malha pontilhada e por último descrever quais critérios utilizaram para chegar as suas respostas.

Para a aplicação a turma foi dividida em duplas.

Neste produto vamos apresentar alguns trechos dos diálogos da dupla 1, formada pelas alunas Anny e Lavínia, ao resolver a tarefa 1(a) no Geoplano. Os trechos que estão em negritos são os momentos em que as alunas apresentam os processos de raciocínio matemático.

Tarefa 1(a) - Trecho 1

Lavínia: O retângulo a gente pode fazer de quanto em quanto?

Anny: Não, vamos começar fazendo o quadrado, porque o quadrado fica aqui em cima e o retângulo aqui embaixo.

Lavínia: **Aí a gente faz tipo assim, o retângulo a gente pode colocar 5.**

Anny: **Sim naquele lado grande, e 4 naquele lado pequeno.**

Tarefa 1(a) - Trecho 2

Lavínia: **Deixa-me ver com 2,3,4,5,6,7,8 e 1,2,3,4,5,6,7, não.**

Anny: **Então o retângulo tem 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Aqui tem 9 também.**

Anny: **Não pode fazer assim igual, é um retângulo, isso aqui tem que ser um quadrado.**
Lavínia: **1,2,3,4,5,6,7,8, agora 3,6,7,8, 9, então, esse é um quadrado, ali era para ser um quadrado agora tem que ser retângulo.**

Tarefa 1(a) – Trecho 3

Anny: **Mas é para ficar esse lado menor. Então tem que aumentar a largura.**

Anny: **Então deixa menor aqui aí fica um retângulo mais adequado.**

Anny: **O quadrado tem lados iguais e colocamos ele no Geoplano ficou perfeito e para formar um retângulo a gente só foi aumentando e vendo o tamanho que dava.**

Os trechos dos diálogos mostram a dupla argumentando sobre as medidas dos lados e quais figuras irão formar. A contagem que aparece nos diálogos se refere a contagem dos quadradinhos no geoplano, na qual elas utilizam como unidade de medida de área.

Observe que, é por meio dos diálogos que identificamos os processos de raciocínio formados pelos alunos. Essa dupla elaborou conjecturas, fizeram comparações e justificaram os argumentos apresentados nas suas conjecturas.

A seguir apresentamos um quadro com as análises dos processos de raciocínio matemático desenvolvidos pela dupla Anny e Lavínia, ao resolverem a tarefa 1(a), bem como os conceitos matemáticos utilizados pela dupla ao argumentar matematicamente a respeito das propriedades das figuras planas, possibilitando assim maior compreensão ao professor.

Figura 2 – Síntese dos processos de raciocínio matemático da dupla Anny e Lavínia

Conjectuar	Comparar	Justificar
<ul style="list-style-type: none">•Trecho 1•Neste trecho do diálogo Anny apresenta uma conjectura ao afirmar que o lado grande, ou seja, o comprimento do retângulo pode ser 5 cm e o lado pequeno, a altura, pode ter 4 cm. Ela mostra ter conhecimento de que as medidas dos lados opostos do retângulo têm que ser diferentes.	<ul style="list-style-type: none">•Trecho 2•Lavínia e Anny fazem uma comparação ao contar as medidas dos lados nas figuras formadas no Geoplano, pois compreendem que as medidas dos lados opostos do retângulo têm que ser diferentes, partem da conjectura formada por elas que o quadrado tem as medidas dos lados iguais. Anny realiza novamente o processo de comparação ao afirmar que o retângulo não pode ser a figura que formaram pois tem a certeza de que o retângulo tem a lados diferentes independente das medidas que o formam. Lavínia percebe, utilizando a comparação entre as figuras, a diferença entre os lados do quadrado e do retângulo diferenciando as duas figuras.	<ul style="list-style-type: none">•Trecho 3•Anny valida a conjectura de Lavínia ao justificar que, um dos lados da figura tem que aumentar a medida. Em seguida valida a conjectura elaborada por Lavínia, com a justificativa de que é preciso aumentar um lado do quadrado deixando menor o outro lado.No momento em que Anny conclui suas explicações sobre como fizeram para formar o retângulo ela valida a resposta justificando que para transformar o quadrado em retângulo basta aumentar um dos lados, ou seja, o comprimento.

Fonte: Dados da pesquisa

Outro aspecto que devemos considerar são as ações que o professor realiza durante a aplicação das tarefas, é fundamental que ele contribua para a sequência dos diálogos dos grupos. Podendo solicitar respostas aos alunos, levantar questionamentos, fornecer pistas, validar repostas corretas, corrigir as incorretas, encorajá-los a falar sobre suas conclusões (ARAMAN; SERRAZINA; PONTE, 2020). É importante destacar também que, o professor não fornece as respostas aos alunos, ao contrário ele fornece pistas ou perguntas que os leva a pensar e chegar as respostas corretas.

Na sequência vamos apresentar um trecho do diálogo na qual a professora interage com as alunas Anny e Lavínia durante a resolução da tarefa 1(a).

Tarefa 1(a) – Trecho do diálogo com a professora

Lavínia: Vamos responder.

Anny: O que você pensou para formar o polígono?

Anny: Já pensei em tudo, mas a gente tem que pensar junto, então eu pensei assim, nós pensamos em aumentar, nós fizemos um quadrado menor e colocamos aqui.

Professora: Tudo certo aí?

Lavínia: Sim.

Anny: Não, nada certo, a gente tá aqui, olha aqui professora, qual é o retângulo e qual que é o quadrado, olha aqui professora.

Professora: O que você considerou para formar um retângulo e outro quadrado. O que faz com que você distinguisse entre o retângulo e o quadrado?

Anny: A gente colocou, mas parece um quadrado. Porque isso aqui tem todos os lados que a gente colocou, mas tá parecendo um quadrado. Ele parece, mas não é porque esse lado tá diferente, e outra coisa eu achei diferente a largura aqui olha a largura, isso que difere um do outro.

Anny: Não, a largura da primeira é diferente da segunda.

Professora: Ah! Você está tentando entender o que que você utilizou para fazer o retângulo e o quadrado. Qual foi seu pensamento?

Anny: A gente pensou que a diferença é a da largura.

Professora: Vocês chegaram a mesma conclusão?

Lavínia: Sim.

Anny: Sim

Lavínia: A gente pensou professora, na diferença da largura.

Anny: O quadrado tem lados iguais, e colocamos ele no Geoplano, ficou perfeito! E para formar um retângulo a gente só foi aumentando e vendo o tamanho que dava.

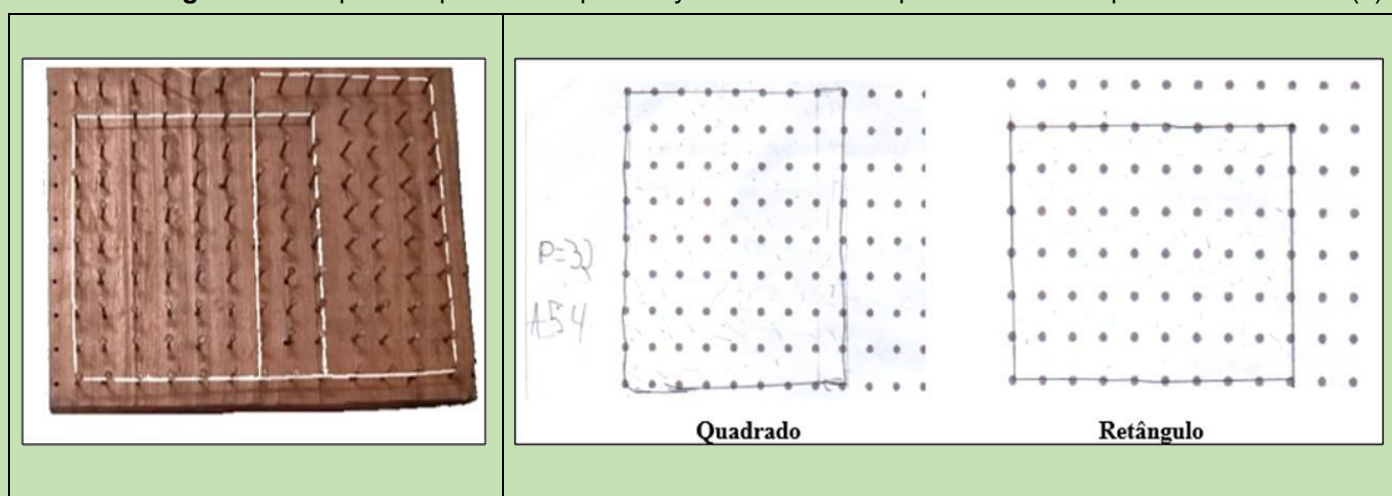
Esse diálogo inicia com a dupla elaborando a resposta escrita para a tarefa. Anny procura saber de Lavínia qual foi o raciocínio que ela teve para formar os polígonos pedido, e diz que já pensou em tudo, mas que precisa da resposta da Lavínia para finalizar a tarefa. Anny, argumenta que pensaram em aumentar as medidas dos lados do quadrado. Nesse momento a professora chega e questiona a dupla, se está tudo bem. Lavínia diz que sim, já Anny afirma que não, aparentando preocupação. A professora percebe que elas não conseguem visualizar a diferença entre o quadrado e o retângulo que formaram, já que as medidas dos lados das figuras são próximas, deixando-as parecidas visualmente. Então a professora apresenta questionamentos à dupla, buscando argumentos que fizesse com que elas compreendessem como formaram as figuras e a diferença entre elas. Apresentam justificativas argumentado que a diferença está na largura, então a professora apresenta outro questionamento sobre como pensaram para formar as figuras, buscando delas, a explicação para compreenderem o raciocínio

que Anny responde que pensou na diferença da largura. Ao final elas compreendem que basta mudar a medida de um dos lados opostos do quadrado para que ele se torne um retângulo.

É importante destacar a ação da professora neste trecho do diálogo. A professora apresenta questionamentos à Anny buscando que ela compreenda que, mesmo sendo pouca a diferença entre as medidas dos lados das figuras, essas medidas determinam a figura formada.

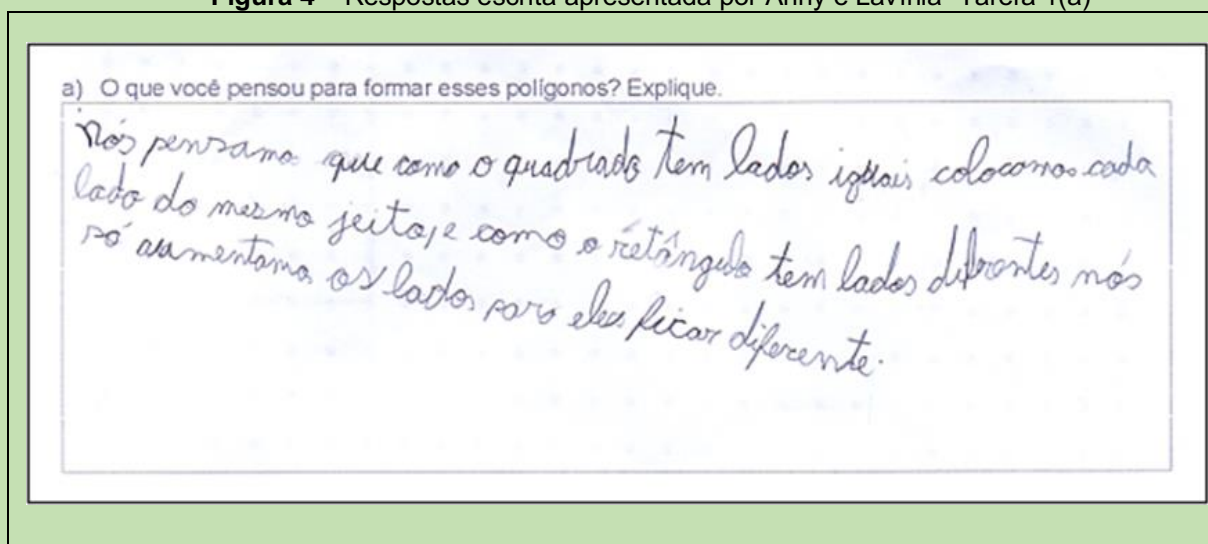
Agora apresentamos, as respostas feita pela dupla Anny e Lavínia ao resolverem a tarefa 1(a). De acordo com a sequência da tarefa, elas precisavam formar a figura no Geoplano, em seguida desenhar na malha pontilhada a figura formada no Geoplano e na sequência elaborar uma resposta escrita de acordo com o que pensaram para resolver a tarefa.

Figura 3 – Respostas apresentada por Anny e Lavínia no Geoplano e na malha pontilhada -Tarefa 1(a)



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 4 – Respostas escrita apresentada por Anny e Lavínia -Tarefa 1(a)



Fonte: Dados da pesquisa

Tarefa 2

2.1) Renato precisa construir duas figuras geométricas (polígonos) diferentes que apresentam o mesmo perímetro. Vamos ajudá-lo formando as figuras no Geoplano e depois escrevendo o que você pode concluir após comparar essas figuras.

2.2) Renato precisa construir duas figuras geométricas (polígonos) diferentes que apresentam a mesma área. Vamos ajudá-lo formando as figuras no Geoplano e depois escrevendo o que você pode concluir após comparar essas figuras.

Para a aplicação desta tarefa turma foi dividida em duplas.

Neste Produto Educacional, vamos apresentar alguns trechos dos diálogos da dupla, formada pelas alunas Paula e Renata, ao resolverem a tarefa 2.1 no Geoplano. Para resolver essa tarefa, as alunas precisavam construir figuras geométricas planas, ou seja, polígonos diferentes com o mesmo perímetro e apresentar suas conclusões ao compará-las.

Os trechos que estão em negritos são os momentos em que as alunas apresentam os processos de raciocínio matemático.

Tarefa 2.1 - Trecho 1

Renata: **Primeiro a gente vai fazer o quê tem o mesmo número de lados, vamos tentar o quadrado.**

Paula: Vamos tentar o quadrado então.

Renata: Calma você tenta outra forma.

Paula: O meu tem 1,2, 3,4... 16.

Renata: **Ah! Não! Tem que diminuir.**

Paula e Renata: 1, 2, 3, 4, ...

Renata: Vamos tentar de novo.

Renata e Paula: 1, 2, 3, 4, cinco, 6, 7.

Renata: Olha.

Paula: Espera! 1, 2, 3.

Renata: **Tem que aumentar.**

Tarefa 2.1 - Trecho 2

Renata: Não, essa forma eu acho que não.

Renata: **Ela quer um polígono.**

Tarefa 2.1 – Trecho 3

Renata: **Calma, mas não pode ser a mesma forma.**

Essa sequência mostra as alunas dialogando sobre quais figuras irão formar, argumentam sobre as medidas dos lados, aumentando e diminuindo as figuras formadas, ou seja, buscam a partir de tentativas, no geoplano, construir as figuras, mas demonstram compreender que as medidas dos lados

determinam a forma das figuras geométricas planas. Também mostram compreender a classificação das figuras planas ao mencionarem que precisam formar polígonos.

A seguir apresentamos um quadro com as análises dos processos de raciocínio matemático desenvolvidos pela dupla Paula e Renata, ao resolverem a tarefa 2.1, bem como os conceitos matemáticos utilizados pela dupla ao argumentar matematicamente a respeito da Geometria Plana – Perímetro e área, possibilitando assim, ao professor, maior compreensão dos processos de raciocínio matemático formados pelos alunos durante a resolução das tarefas exploratórias.

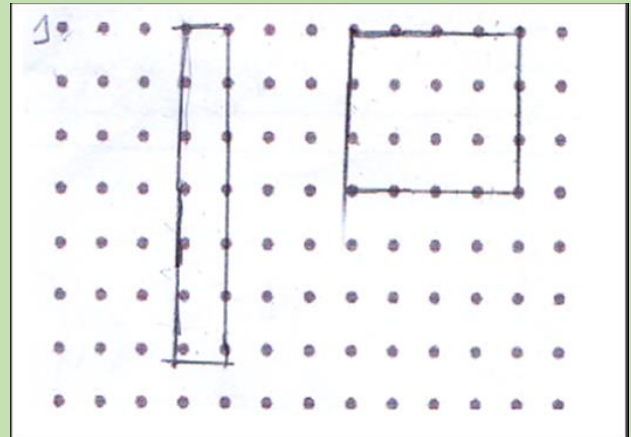
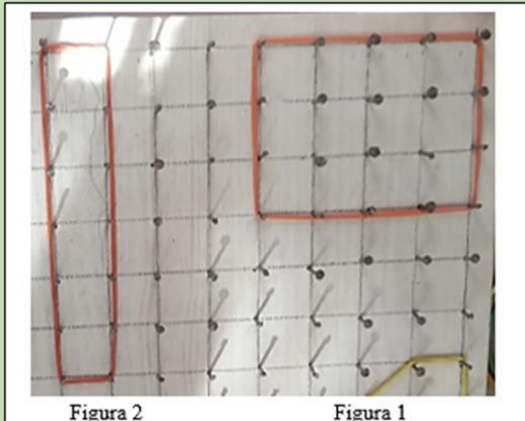
Figura 5 – Síntese dos processos de raciocínio matemático de dupla Paula e Renata

Conjecturar	Comparar	Justificar
<ul style="list-style-type: none">•Trecho 1• Renata ao afirmar que, primeiro vão fazer um quadrado porque tem o mesmo número de lados, forma uma conjectura, baseando no conhecimento que já tem em relação as propriedades das figuras planas, de que o quadrado tem os quatro lados com a mesma medida.•Após a comparação entre as figuras Renata apresenta uma conjectura afirmando que será necessário diminuir a medida para formar a figura buscando uma regularidade para formar a figura com o mesmo perímetro.•Renata forma uma nova conjectura ao refutar a conjectura anterior ao perceber que será necessário aumentar a medida da figura e não diminuir como pensava.	<ul style="list-style-type: none">•Trecho 2•Renata apresenta um processo de classificação quando busca apresentar a diferença entre a figura que Paula quer formar e a figura pedida na tarefa, quando reconhece que a professora quer que forme polígonos, ela demonstra conhecer a classificação das formas planas.	<ul style="list-style-type: none">•Trecho 3•Anny valida a conjectura de Lavínia ao justificar que, um dos lados da figura tem que aumentar a medida. Em seguida valida a conjectura elaborada por Lavínia, com a justificativa de que é preciso aumentar um lado do quadrado deixando menor o outro lado.No momento em que Anny conclui suas explicações sobre como fizeram para formar o retângulo ela valida a resposta justificando que para transformar o quadrado em retângulo basta aumentar um dos lados, ou seja, o comprimento.

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir apresentamos, as respostas feita pela dupla Paula e Renata, ao resolverem a tarefa 2.1. De acordo com a sequência da tarefa, elas precisavam formar a figura no Geoplano, em seguida desenhar na malha pontilha a figura formada no Geoplano, e na sequência elaborar uma resposta escrita de acordo com as comparações que fizeram entre as figuras formadas.

Figura 6 – Resposta apresentada por Paula e Renata no Geoplano e na malha pontilhada -
Tarefa 2.1



1) Renato precisa construir duas figuras geométricas (polígonos) diferentes que apresentam o mesmo perímetro vamos ajuda-lo formando as figuras no geoplano e depois escrevendo o que você pode concluir após comparar essas figuras.

Concluimos após comparar essas figuras que as duas tem o mesmo perímetro.

Perímetro = 14
Área = 12

figura 2

Perímetro = 14
Área = 16 = 14

Fonte: Dados da pesquisa

Tarefa 3

1) Renato formou no Geoplano um quadrado com área 9 cm^2 e precisa encontrar o perímetro, depois preencher a tabela abaixo:

	Figura 1	Figura 2	Figura 3
Área	9 cm^2	O dobro da área da figura 1	O triplo da área da figura 1
Perímetro			

Agora mostre para Renato como fez para formar essas figuras escrevendo ou realizando os cálculos.

Para a aplicação dessa tarefa, a turma do 5º ano do Ensino Fundamental, foi dividida em duplas.

Neste Produto Educacional, vamos apresentar alguns trechos dos diálogos da dupla, formada pelas alunas Anny e Lavínia, ao resolverem a tarefa 3, no Geoplano. As alunas precisavam construir figuras geométricas planas, a primeira com a área indicada na tabela, a segunda figura deveria ter o dobro da área da primeira e, a terceira figura formada com o triplo da área da primeira figura. Na sequência deveriam apresentar os cálculos e as explicações sobre como chegaram ao resultado final.

A seguir temos alguns trechos dos diálogos da dupla Anny e Lavínia, realizados ao resolver a tarefa 3. Os trechos que estão em negritos são os momentos em que as alunas apresentam os processos de raciocínio.

Tarefa 3 - Trecho 1

Anny: **Eu fiz um quadrado 3 por 3 que deu 9. Olha 1,2,3,4,5,6,7,8,9 agora a gente tem que somar o perímetro 3, 6, 9, 12 perímetro 12.**

Anny: O dobro da área da figura 1

Anny: **O dobro 9×2 é igual a 18 igual.**

Lavínia: **Anny a gente vai ter que aumentar mais um pouco para dar 18?**

Tarefa 3 - Trecho 2

Anny: **É impossível fazer com 18.**

Lavínia: É uma figura!

Lavínia: **Aqui dá 16 olha! Mas aí teria que aumentar mais dois para dar 18 então não dá 18.**

Anny: **16 é impossível, não tenta fazer o 16.**

Tarefa 3 - Trecho 3

Lavínia: **Será que é obrigatório fazer um quadrado?**

Anny: Sim, está na tarefa.

Lavínia: **Anny sabe uma coisa legal que a gente pode fazer, olhar na tabuada. Olha 6 vezes 3.**

Anny: **Mas tem que ser um quadrado, no quadrado tem que ter todos os lados iguais.**

Anny: **O dobro da área, o dobro da área dessa figura.**

Anny: **Então ela não precisa ser um quadrado.**

Lavínia: **Agora tem que somar mais três.**

Anny: **Tem que somar mais nove Lavínia.**

Anny: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, quanto que é 9×3 é igual a 27 não é?

Anny: **Lavínia! 9, 18, 27, 36, 45. Espera é 27.**

Anny: **Agora figura 2. Então coloca $9 \times 3 = 27$, nós utilizamos a multiplicação, também fomos aumentando até chegar no resultado.**

O trecho 1, destaca o momento em que a dupla consegue descobrir a medida dos lados do quadrado com área 9 cm^2 , como indica na tabela a figura 1. Na sequência argumentam sobre o dobro dessa área e como devem fazer para formar a figura com 18 cm^2 de área no Geoplano. No trecho 2, as alunas argumentam sobre a figura que deveria ser formada com essa área, pois acreditavam que precisava formar um quadrado. Já o trecho 3, apresenta partes do diálogo, onde a dupla conclui que a figura a ser formada não precisa ser necessariamente um quadrado. Argumentam sobre a possibilidade

de utilizar tabuada, ou seja, a multiplicação, para encontrar as medidas dos lados da figura que precisam formar com a área de 27 cm^2 , na qual é o triplo da área da figura 1. Elas demonstram o raciocínio matemático a partir das estratégias que formaram para resolver as tarefas.

No quadro a seguir, estão organizados os processos de raciocínio matemático desenvolvidos pela dupla Anny e Lavínia ao resolver a tarefa, bem como os conceitos matemáticos utilizados pela dupla ao argumentar matematicamente a respeito da Geometria Plana – Perímetro e área.

Figura 7 – Síntese dos processos de raciocínio matemático da dupla Anny e Lavínia

Conjecturar	Conjecturar/Justificar	Conjecturar/Justificar
<p>•Trecho 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Anny apresenta duas conjecturas, uma ao afirmar que fez um quadrado 3cm por 3cm para chegar a área 9 cm^2 e a segunda ao afirmar que é necessário somar os lados do quadrado para encontrar o perímetro, demonstrando denominar os conceitos relacionados ao cálculo da área e do perímetro das figuras planas. • Anny também realiza uma conjectura ao informar a Lavínia que para encontrar o dobro de uma quantidade é necessário multiplicar essa quantidade por dois. • Lavínia apresenta uma conjectura ao concluir que é preciso aumentar a área da figura para encontrar o dobro da área. Demonstra dominar o conceito de área das figuras planas. 	<p>•Trecho 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Anny forma uma nova conjectura quando afirma que não é possível formar um quadrado com área de 18 cm^2. Lavínia também apresenta uma conjectura ao explicar que é para formar uma figura qualquer, não especificamente um quadrado. • Justifica a conjectura ao afirmar que, mesmo aumentando duas unidades de medida no quadrado de 16 cm^2 não forma um outro quadrado com área 18 cm^2. • Anny justifica sua conjectura ao afirmar que é impossível. Lavínia reafirmar sua conjectura ao questionar a necessidade de formar um quadrado. • Anny apresenta uma conjectura falsa ao afirmar que a tarefa pede um quadrado com o dobro da área da figura 1. 	<p>•Trecho 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lavínia apresenta uma nova conjectura ao sugerir que pode usar a tabuada, ou seja, a multiplicação para encontrar as medidas dos lados da figura. • Anny justifica sua conjectura ao afirmar que não dá pra formar um quadrado com 18 cm^2 porque ele tem todos os lados iguais. • Anny modifica sua conjectura inicial tornado - a verdadeira, ao afirmar que a figura não precisa ser um quadrado, ela percebe que pode formar qualquer figura desde que tenha 18 cm^2 de área. • Lavínia e Anny formam conjecturas ao argumentar sobre a possível resposta para a tarefa 3. Lavínia forma uma conjectura falsa dizendo que é necessário somar três unidades na área da figura 1 para obter o dobro dessa área. Anny refuta a conjectura da Lavínia ao afirmar que é necessário acrescentar mais nove unidades. E Justifica dizendo que 9 vezes 3 é 27, ou seja, para calcular o triplo é necessário multiplicar por três a área da figura 1 e justifica novamente ao contar de três em três para mostrar como calcula o triplo da área que a tarefa pede.

Fonte: Dados da pesquisa

Agora apresentamos, as respostas feita pela dupla Anny e Lavínia, ao resolverem a tarefa 3. De acordo com a sequência solicitada na tarefa, elas precisavam formar a figura no Geoplano, em seguida completar a tabela e apresentar os cálculos e a justificativas das respostas que chegaram.

Figura 8 – Respostas apresentada por Anny e Lavínia no Geoplano e na tabela -Tarefa 2.1

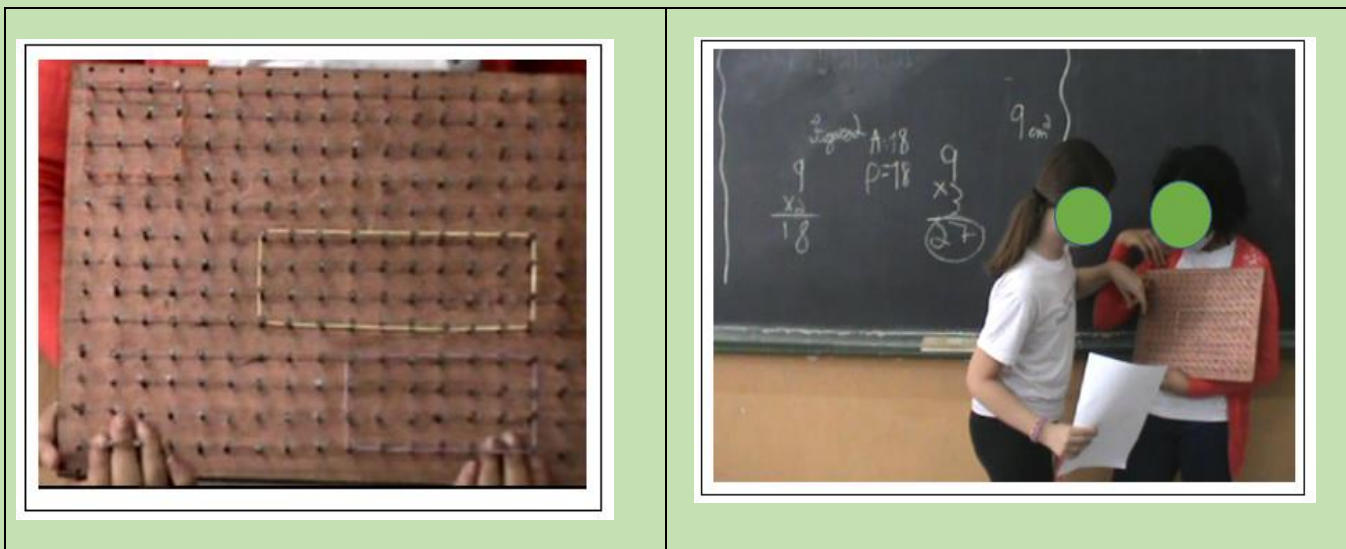


	Figura 1	Figura 2	Figura 3
Area	9 cm ²	O dobro da área da figura 1	O triplo da área da figura 1
Perímetro	12 cm	18 cm	24 cm

Agora mostre para Renato como fez para formar essas figuras escrevendo ou realizando os cálculos.

Figura 2: 9 $\begin{matrix} \times 2 \\ \hline 18 \end{matrix}$ Nós pensamos em utilizar a multiplicação para solucionar o problema.

Figura 3: 9 $\begin{matrix} \times 3 \\ \hline 27 \end{matrix}$ nós utilizamos a multiplicação, mas também fomos aumentando até chegar no resultado

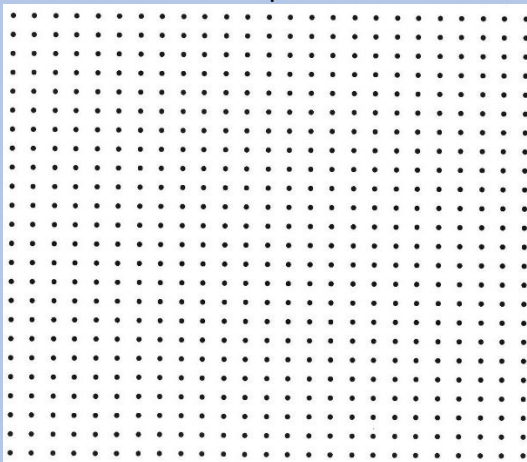
Figura 1: 9 $\begin{matrix} \times 1 \\ \hline 9 \end{matrix}$ Nós só usamos a lógica

Fonte: Dados da pesquisa

Tarefa 4

- 1) Construa várias figuras com o perímetro igual a 8 cm. Todas as figuras tem a mesma área? O que você pode concluir?

Malha pontilhada



Para a aplicação dessa tarefa, a turma do 5º ano do Ensino Fundamental, foi dividida em duplas.

Na tarefa 4, as duplas deveriam construir, no Geoplano, figuras geométricas com perímetro igual a 8 cm, em seguida desenhar na malha pontilhada e na sequência descrever suas conclusões após compararem as áreas das figuras Geométricas formadas.

Neste Produto Educacional, vamos apresentar alguns trechos dos diálogos da dupla, formada pelas alunas Paula e Renata, ao resolver a tarefa 4, no Geoplano. Os trechos que estão em negritos são os momentos em que as alunas apresentam os processos de raciocínio.

Tarefa 4 - Trecho 1

Renata: **Vamos começar com o quadrado que é mais fácil.**

Renata: **Tem que ser figuras diferentes olha, construa várias figuras com o mesmo perímetro.**

Renata: **6? Calma acho que agora deu, eu acrescentei mais dois negocinhos então fica 8.**

Tarefa 4 - Trecho 2

Renata: **Fala sério, vamos observar ao nosso redor várias formas.**

Paula: **Ah! Não dá para fazer a cerquinha né?**

Renata: **Estrela.**

Tarefa 4 - Trecho 3

Renata: **Calma a gente precisa de uma estratégia, a gente começa pelo mais fácil bom, eu conto por fora.**

O primeiro trecho do diálogo, destaca os argumentos que a dupla utilizou para formar as figuras geométricas no Geoplano. No segundo trecho, a dupla busca dar sentido às figuras que precisam formar, argumentando que, as formas geométricas estão ao nosso redor, é importante destacar que, nesse momento a dupla demonstra compreender que a Geometria plana não está apenas nos desenhos

apresentados nos livros ou nas tarefas da escola, elas dão sentido real as formas geométricas. No trecho 3 apresentam uma estratégia para construírem as formas que precisam.

No quadro a seguir estão organizados os processos de raciocínio matemático desenvolvidos por Paula e Renata ao resolverem a tarefa 4, bem como os conceitos matemáticos utilizados pela dupla ao argumentar matematicamente a respeito da Geometria Plana – Perímetro e área dos polígonos.

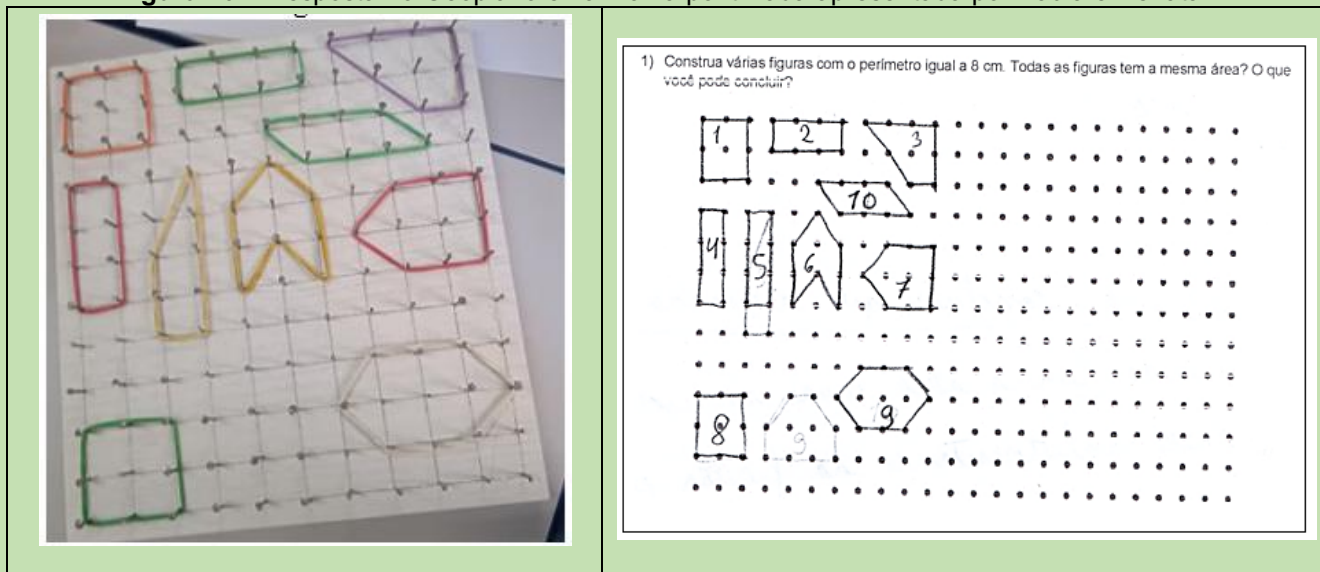
Figura 9 – Síntese dos processos de raciocínio matemático da dupla Paula e Renata

Conjecturar	Conjecturar	Conjecturar
<p>•Trecho 1</p> <p>•A primeira conjectura dessa dupla é formada por Renata ao sugerir formar o quadrado primeiro, nesse momento ela demonstra ter o conhecimento prévio das propriedades do quadrado ao dizer que é mais fácil a construção. Também forma uma conjectura ao concluir que as figuras formadas precisam ser diferentes, e conjecturam ao afirmar que acrescentou mais unidades de medida para aumentar o perímetro para chegar à medida que precisam, demonstrada ter compreendido os conceitos relacionados as propriedades das figuras planas quando consegue diferenciá-las.</p>	<p>•Trecho 2</p> <p>•Buscando novas formas geométricas para construir Renata forma uma conjectura ao perceber que as formas geométricas estão presentes no nosso cotidiano, ela consegue relacionar os conceitos matemáticos com a realidade. Paula considera a conjectura de Renata válida ao sugerir fazer uma “cerquinha”. Renata justifica ao sugerir uma estrela.</p>	<p>•Trecho 3</p> <p>•Renata ao procurar uma forma de organizar as figuras na malha pontilhada faz uma conjectura ao mostrar o entendimento que é melhor desenhar as figuras mais fáceis primeiro e que o perímetro ela conta por fora, ou seja, o perímetro é o contorno da figura, demonstrando compreender o conceito para calcular os perímetros que é a soma das medidas dos lados.</p>

Fonte: Dados da pesquisa

A seguir temos as respostas da tarefa 4, feita pelas alunas Paula e Renata, no Geoplano, na malha pontilhada e escrita. Na resposta apresentada no Geoplano, a foto foi tirada antes da dupla modificar a figura 5, a primeira figura amarela, que na resposta final passou a ter o formato retangular como mostra a malha pontilhada.

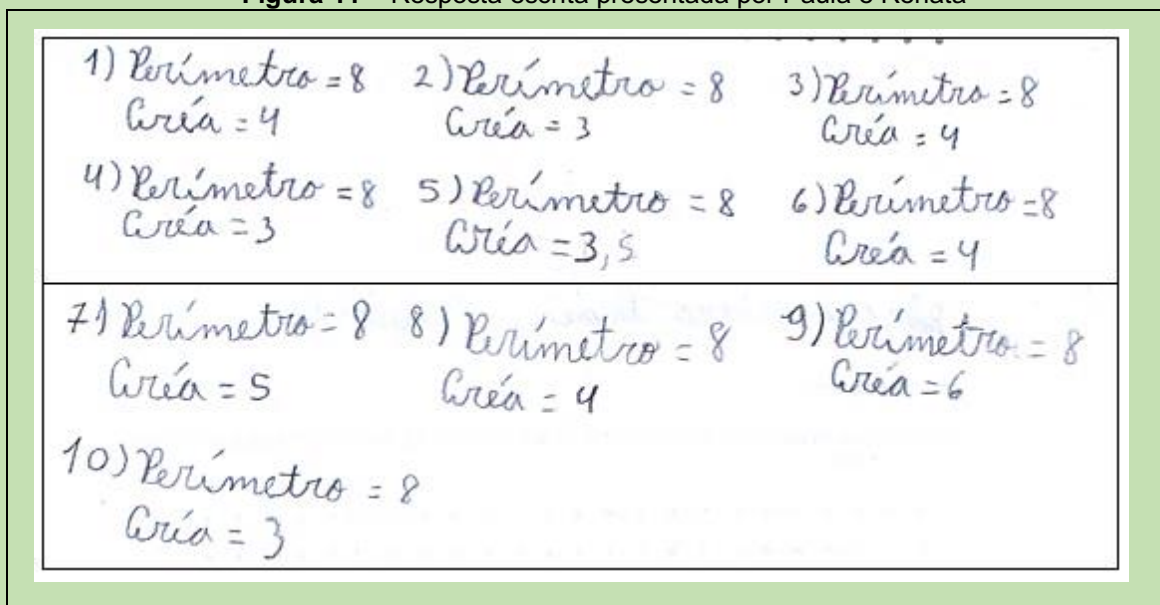
Figura 10 – Resposta no Geoplano e na malha pontilhada apresentada por Paula e Renata



Fonte: Dados da pesquisa

A imagem a seguir, apresenta as medidas da área e do perímetro das figuras construídas pela dupla, a área da figura 5 foi alterada para 3 cm^2 , mesmo apagando ficou a sombra parecendo ser $3,5 \text{ cm}^2$.

Figura 11 – Resposta escrita apresentada por Paula e Renata



Fonte: Dados da pesquisa

A figura seguinte, apresenta a resposta com a análise da dupla após finalizar a tarefa, Renata ao escrever as conclusões, apresenta alguns erros ortográficos como: “aréa” representa área, “insterpententi” significa independente, “valhe” quer dizer vale, “quando” representa quando e 0,5 ela representa como metade do quadradinho utilizado como contagem da área das figuras planas.

Figura 12 – Resposta escrita apresentada por Paula e Renata

Concluir
Nós podemos concluir que algumas formas não tem a área igual mas outros tem, porque interpretendi da figura pode ter um quadrado e meio que é isso, isso é um quadrado que vale 0,5 e quando junta fica 1 quadrado.

Fonte: Dados da pesquisa



Após a realização de cada tarefa foi realizado uma **plenária**, momento em que as duplas apresentaram suas respostas para a turma e levantaram questionamentos sobre as respostas das outras duplas.

Esse momento é muito importante, pois acontece a troca de conhecimentos entre os alunos e o professor, é quando o professor faz a sistematização dos conteúdos e/ou conceitos trabalhados.



ANALISANDO OS DADOS DAS TAREFAS

Querido professor(a) nesta seção vamos conversar um pouco mais sobre os resultados encontrados ao analisar as tarefas realizadas pelos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e sobre a importância da realização das tarefas exploratórias e o desenvolvimento do raciocínio matemático, bem como os processos que o apoiam.

Nos diálogos das tarefas apresentadas neste produto foi possível observar a importância da resolução de tarefas de caráter exploratórias para o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois “entender o raciocínio matemático exige que você não apenas conheça ideias matemáticas importantes, mas também reconheça como essas ideias se relacionam e encontram novas conexões entre as conhecidas” (LANNIN, ELLIS, ELLIOT, 2011, p. 3). Para Ponte (2005), “as tarefas determinam em grande medida as oportunidades de aprendizagem oferecidas aos alunos”. De acordo com o NCTM (1994) as tarefas matemáticas devem respeitar as seguintes características: apelar para a inteligência dos alunos, desenvolver a compreensão e aptidão matemática, estimular os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas.

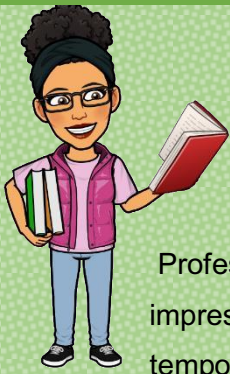
Ponte (2014), destaca a importância de os alunos trabalharem com as tarefas pois desenvolvem maior interação e faz com que eles busquem novas formas de resolução, desenvolvam maior confiança, aceitando as normas apresentadas. O trabalho com as tarefas exploratórias de modo colaborativo, demonstram que ao “juntar diversas pessoas que interagem, dialogam e refletem em conjunto, criam-se sinergias que possibilitam uma capacidade de reflexão acrescida e um aumento das possibilidades de aprendizagem mútua” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p.1).

Foi possível entender, a partir da análise das resoluções dessas tarefas, como os alunos desenvolvem dos processos de raciocínio matemático, relacionados a busca de semelhanças e diferenças de acordo com Jeannotte e Kieran (2017), como: conjecturar e comparar e o processo relacionado a validação sendo justificar, ao argumentar matematicamente para encontrarem estratégias para a resolução das tarefas.

Na tarefa 1, foi apresentado um momento do diálogo no qual a professora interage com a dupla, ela busca, a partir de questionamentos, os argumentos que leve os alunos a resolução da tarefa, no entanto, é necessário cuidado para não fornecer a resposta ao aluno. As ações do professor durante realização das tarefas exploratórias são apresentadas por Araman, Serrazina e Ponte (2019), como ações que apresentam um grande potencial para que os alunos desenvolvam o raciocínio matemático.

Ponte (2005, p. 23), o professor ao apresentar uma estratégia adequada com diversos tipos de tarefas e momentos específicos para a exploração, reflexão e debate entre os alunos, permite uma grande oportunidade para a aprendizagem dos mesmos.

A partir da aplicação dessas tarefas, foi possível perceber que, o tipo da tarefa, a forma com que ela é aplicada, a ação do professor e a mudança na sala de aula, proporcionam maior interesse por parte dos alunos nas resoluções, dessa forma oportuniza a formação de novos conceitos matemáticos, a partir de conceitos já adquiridos, possibilitando o desenvolvimento dos processos de raciocínio matemático.



TAREFAS PARA APLICAÇÃO NA SALA DE AULA: PROCEDIMENTOS

Professor (a), aqui apresentamos as tarefas exploratórias já reestruturadas, prontas para impressão e aplicação na sala de aula. São descritos também o material a ser utilizado, o tempo de duração estimado, e o desenvolvimento seguindo a abordagem exploratória, bem como os objetivos, os conteúdos e os processos de raciocínio que podem ser desenvolvidos pelos alunos.

➤ **Material**

- Geoplano (1 por dupla, trio ou grupo)
- Elásticos coloridos (Aproximadamente 10 por aluno)
- Régua
- Tarefas impressas (1 por aluno)

➤ **Tempo de duração**

- Cada grupo leva em média uma hora e meia a duas horas pra realização das tarefas.

➤ **Desenvolvimento**

- Para iniciar a resolução das tarefas, o professor deverá reunir os alunos em duplas, trios ou grupos.
- Entregar o geoplano, os elásticos, a régua e as tarefas impressas.
- Em seguida ler e explicar a sequência da tarefa para a turma. Nas tarefas 1, 2 e 3 as formas geométricas pedidas devem ser construídas no Geoplano, em seguida desenhadas na malha pontilhada. Na sequência os alunos devem apresentar as respostas escritas de acordo com cada tarefa.
- Durante a realização das tarefas, o professor deverá caminhar pela sala observar se os alunos estão conseguindo desenvolver as tarefas e dialogar com os grupos.
- Ao final das resoluções, deverá ser feita a plenária.
- A plenária é o momento em que os alunos apresentam seus resultados para a toda a classe e também o momento de discussão dos resultados com todos. Ao final da plenária, o professor deverá fazer a sistematização dos conteúdos e/ou conceitos trabalhados.

➤ **Objetivos, conteúdos e processos esperados para cada tarefa**

Nos quadros a seguir são apresentados os objetivos, os conteúdos, as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e os processos de raciocínio matemático que podem ser desenvolvidos na resolução de cada uma das tarefas.



A unidade de medida utilizada nestas tarefas, para a contagem da área, será o quadradinho formados pelos pregos. Para a contagem do perímetro, será a distância entre dois pregos, no Geoplano e na malha pontilhada.

Tarefa 1 - Construindo polígonos	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none">- Entender de que os polígonos são figuras bidimensionais formados por lados, ou seja, segmentos de retas.- Compreender que a medida e a quantidade dos lados determinam a forma geométrica plana que será formada.- Classificar o retângulo e o quadrado são figuras geométrica planas, polígonos e quadrilátero, mesmo apresentando diferença entre a largura e o comprimento.- Diferenciar polígonos e não polígonos, destacando o círculo como uma figura formada por linhas curvas.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none">- Conceito de figuras geométricas planas.- Propriedades do retângulo: lados opostos congruentes e quadriláteros.- Propriedades do quadrado: quatro lados congruentes e quadriláteros.- Classificação das figuras planas polígonos e não polígonos.
Habilidades - BNCC	<ul style="list-style-type: none">- (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 299).
Processos	<ul style="list-style-type: none">- Conjeturar, justificar, comparar e generalizar.

Tarefa 2 – Reconhecendo perímetro e área	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none">- Compreender que figuras geométricas planas podem ter áreas iguais e perímetros diferentes e que figuras geométricas planas com áreas diferentes podem ter perímetros iguais.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none">- Conceito de figuras geométricas planas.- Área e perímetro das figuras planas.- Cálculo da área e perímetro das figuras planas.
Habilidades - BNCC	<ul style="list-style-type: none">- (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes (BRASIL, 2018, p. 299).- (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área (BRASIL, 2018, p.295).
Processos	<ul style="list-style-type: none">- Conjeturar, justificar, comparar, classificar, generalizar.

Tarefa 3 - Perímetro e área	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender que é possível formar figuras diferentes com áreas iguais. - Entender que o formato da figura geométrica plana depende da quantidade de lados na qual é formada. - Diferenciar as figuras geométricas.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> - Conceito de figuras geométricas planas. - Cálculo da área e perímetro das figuras geométricas planas. - Propriedades das figuras planas, lados opostos congruentes
Habilidades - BNCC	<ul style="list-style-type: none"> - (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes (BRASIL, 2018, p. 299). - (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área (BRASIL, 2018, p.295).
Processos	<ul style="list-style-type: none"> - Conjecturar, justificar.

Tarefa 4 – Encontrando área e perímetro	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> - Formar figuras geométricas planas diferentes com o dobro e o triplo da área indicada. - Calcular o perímetro das figuras construídas. - Entender que ao dobrar a medida da área das figuras planas, a medida do perímetro da figura não dobrará necessariamente. - Calcular o dobro e o triplo das medidas.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> - Conceito de figuras geométricas planas. - Área e perímetro das figuras geométricas planas. - Cálculo da área e perímetro das figuras geométricas planas. - Operação de multiplicação: dobro e triplo.
Habilidades - BNCC	<ul style="list-style-type: none"> - (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área (BRASIL, 2018, p.295).
Processos	<ul style="list-style-type: none"> - Conjecturar, justificar.

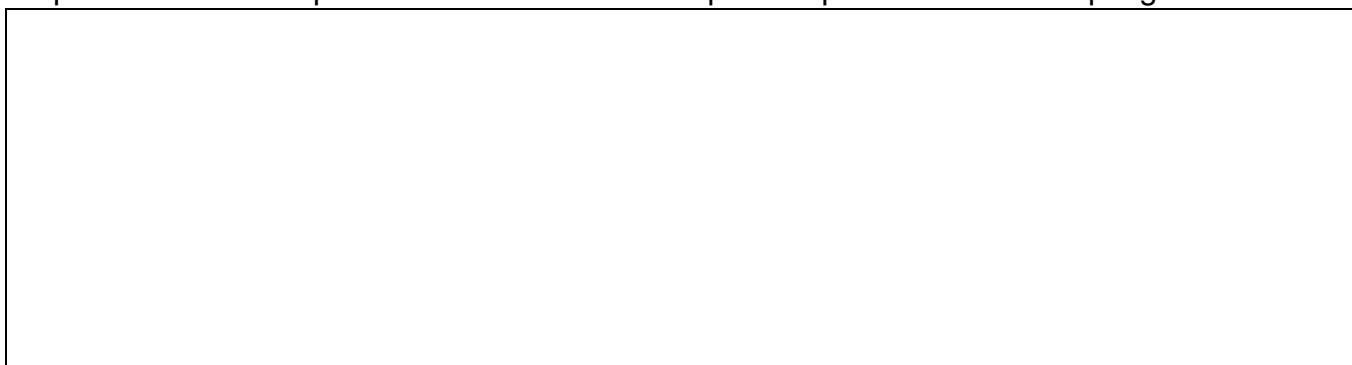
- Professor(a) a seguir apresentamos as tarefas para serem aplicadas na sala de aula e prontas para serem impressas.

Tarefa 1 – Construindo polígonos

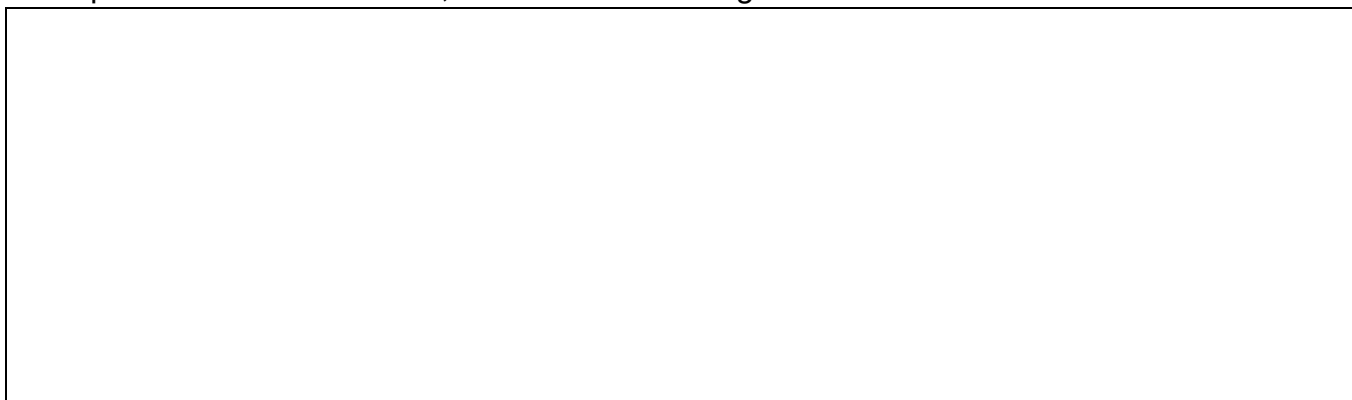
Aluno: _____ Turma: ____ Data: __/__/__

1) Renato tem um Geoplano e gosta de construir figuras geométricas planas nele. Ele tem algumas questões para resolver utilizando seu Geoplano. Vamos ajudá-lo nas questões a seguir?


1a) Construa no Geoplano um retângulo e um quadrado e depois desenhe na malha pontilhada. Na sequência escreva como você pensou para formar esses polígonos.



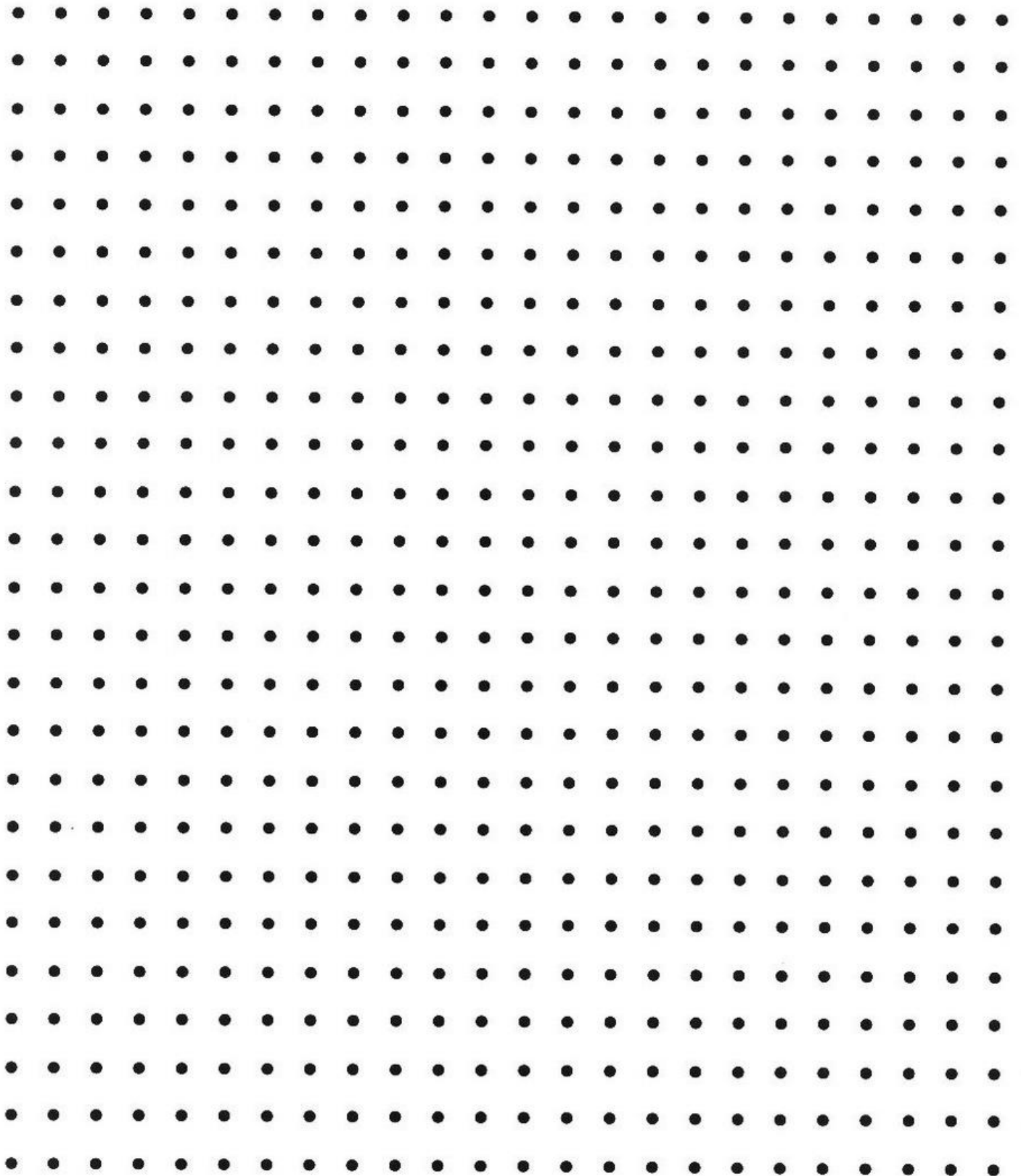
1b) Agora observe os polígonos que você construiu escreva o que os eles têm em comum e o que eles têm de diferente, descreva como chegou a essas conclusões?



1c) Agora responda se é possível formar um círculo no Geoplano e descreva suas conclusões.



➤ Malha pontilhada para ser utilizada na tarefa 1.



Tarefa 2 – Reconhecendo perímetro e área

Aluno: _____ Turma: ____ Data: ____/____/____

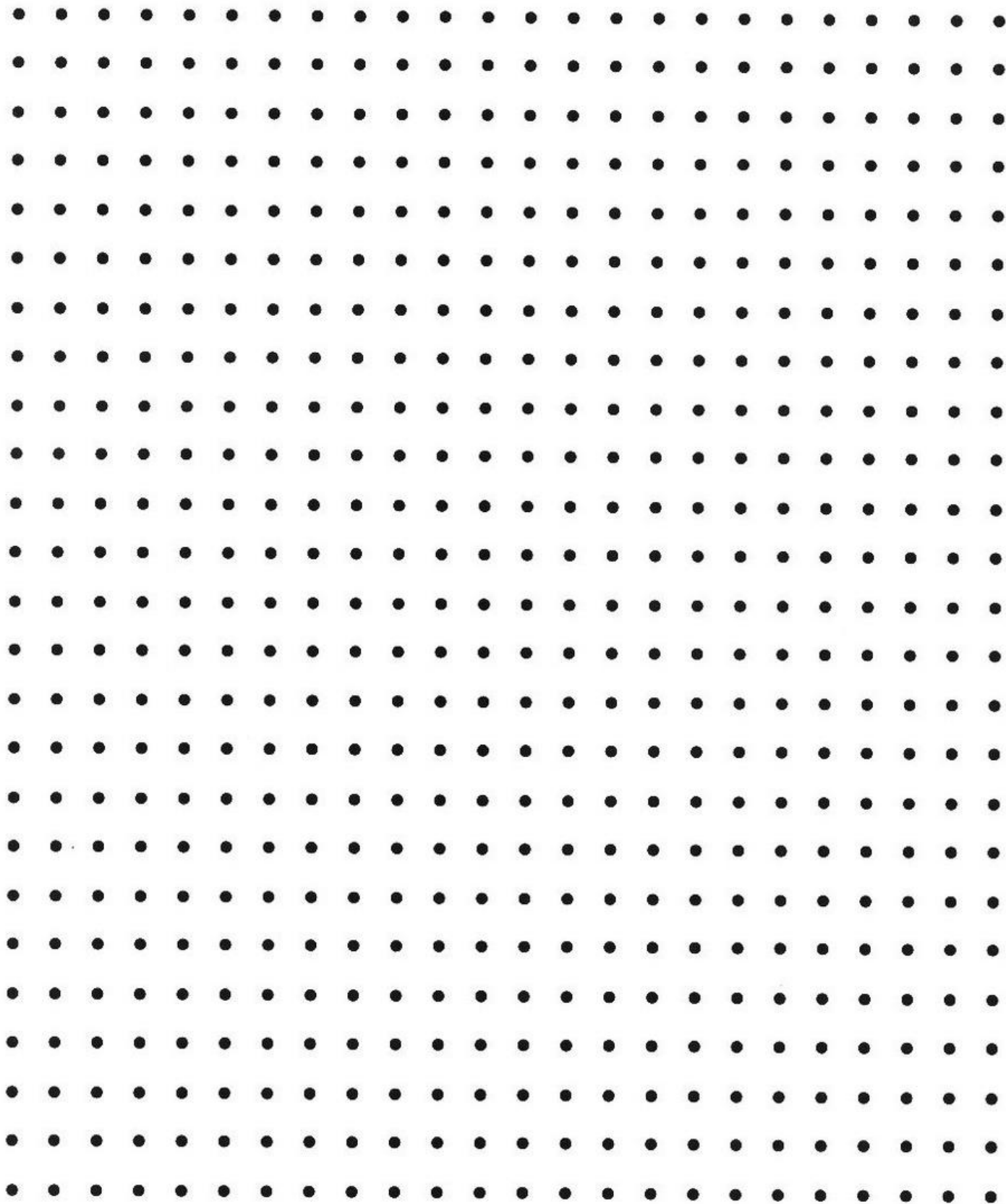
- 2) Renato precisa construir duas figuras geométricas (polígonos) diferentes que apresentam o mesmo perímetro. Vamos ajudá-lo formando essas figuras no Geoplano e depois escrevendo o que você pode concluir após comparar essas figuras.



- 2a)** Renato agora precisa saber se é possível formar figuras geométricas que tenham a mesma área. Ajude-o construindo duas figuras geométricas com a mesma área e escrevendo o que pode observar ao comparar essas figuras.

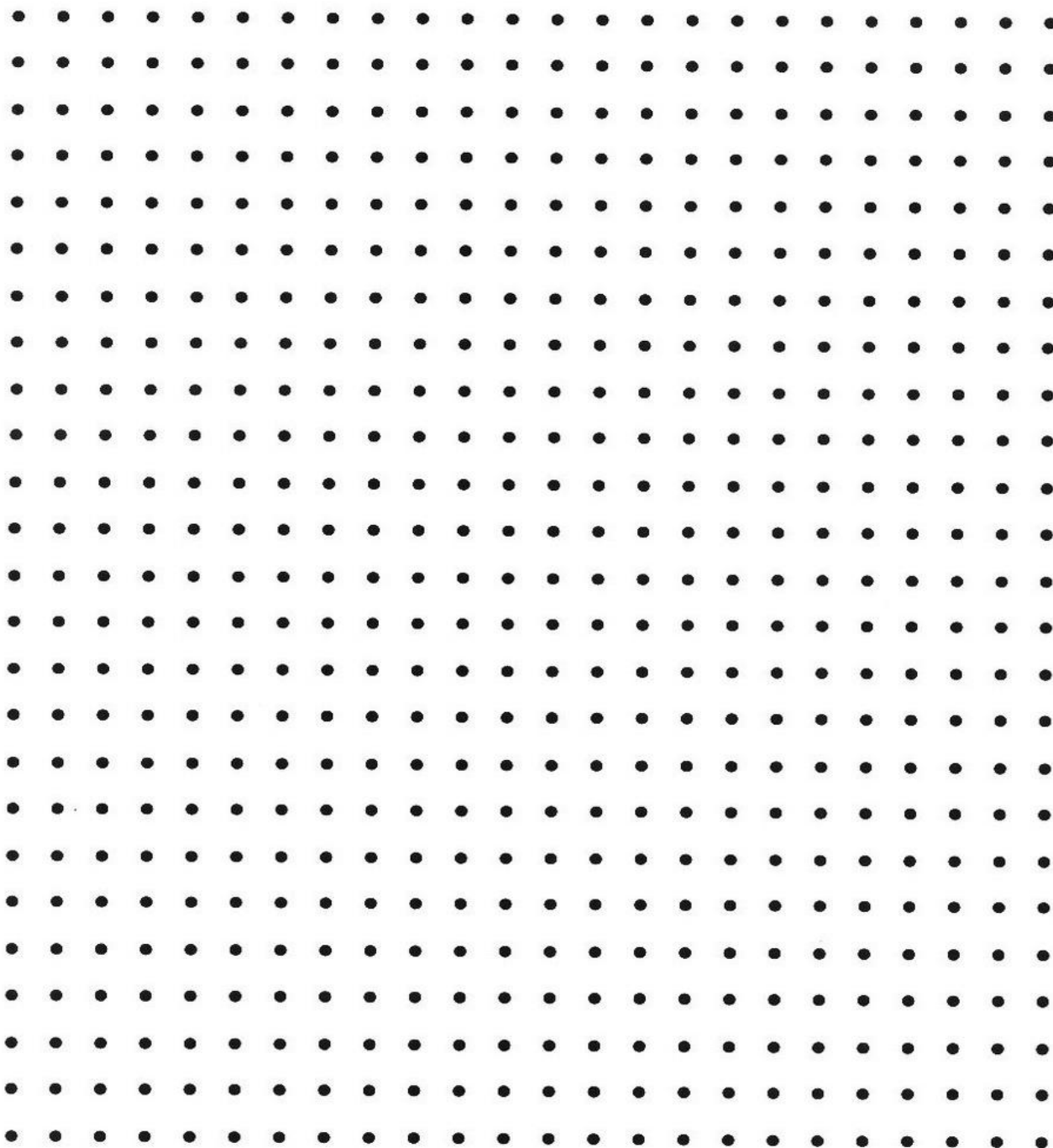


➤ Malha pontilhada para ser utilizada na tarefa 2



Tarefa 3 – Perímetro e área

1) Construa figuras geométricas planas, polígonos, com o perímetro igual a 8 cm.



Agora observe se todas as figuras formadas tem a mesma área e escreva o você pode concluir após sua observação e análise.

Tarefa 4 – Encontrando área e perímetro

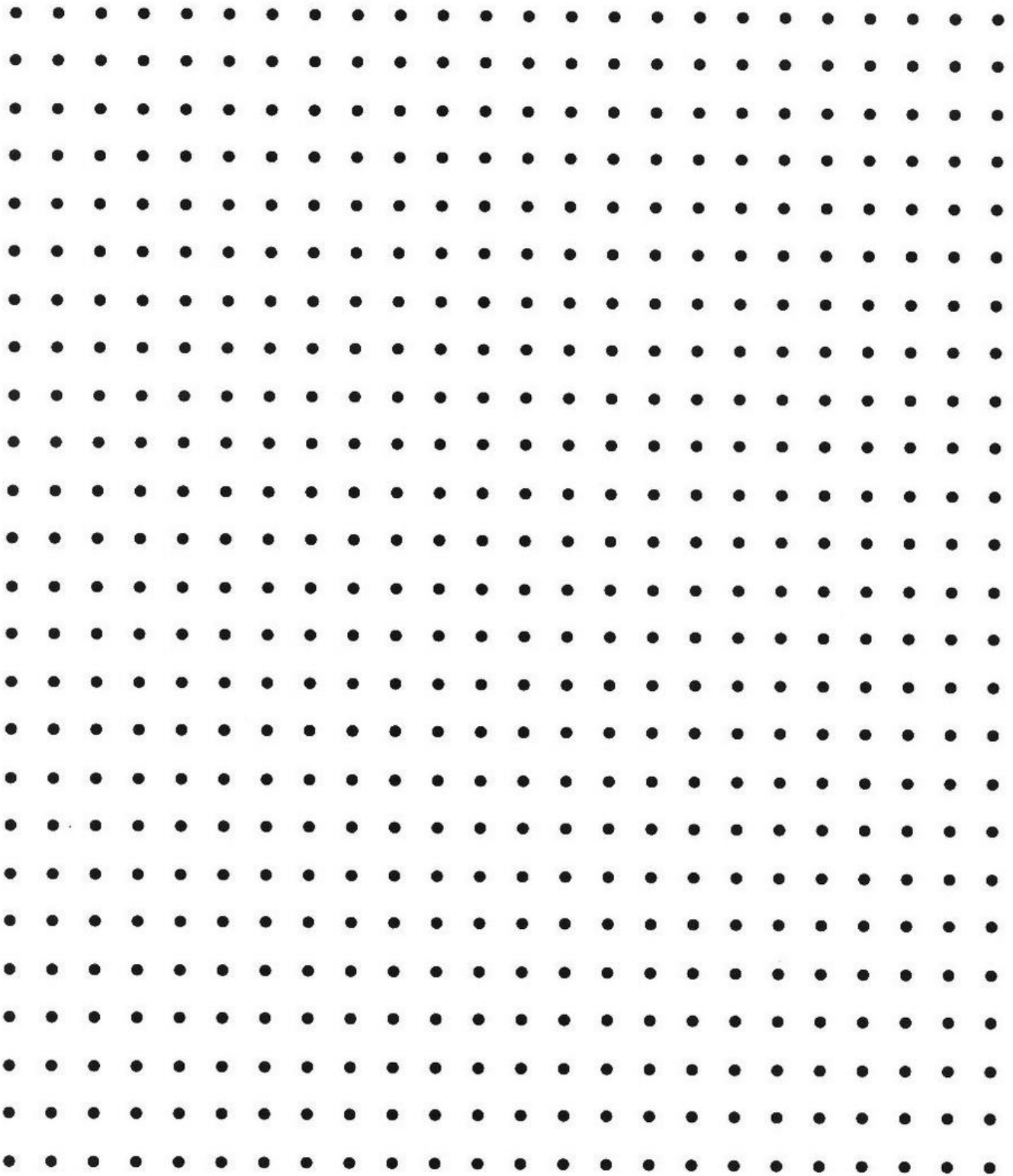
Aluno: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

1) Renato formou no Geoplano uma figura com 9 cm^2 de área, agora precisa encontrar o perímetro dessa figura. Na sequência precisa formar as figuras com as áreas pedidas na tabela a baixo e preencher a tabela com os dados que falta.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3
Área	Área da figura 1 9 cm^2	O dobro da área da figura1 _____	O triplo da área da figura 1 _____
Perímetro	_____	_____	_____

Agora mostre como fez para formar essas figuras escrevendo ou realizando os cálculos.

➤ Malha pontilhada para ser utilizada na tarefa 4



CONSIDERAÇÕES FINAIS



Pretendemos com este Produto Educacional apresentar quatro tarefas exploratórias desenvolvidas com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental que colaboram para o desenvolvimento do raciocínio matemático, dos processos de raciocínio e para a aprendizagem matemática.

Buscamos, com esse material, auxiliar você professor (a) em sua prática, principalmente no trabalho com tarefas exploratórias, sendo essas, tarefas não rotineiras, realizadas de forma colaborativa. A realização dessas tarefas em sala de aula nos trouxe resultados satisfatórios, pois foi possível verificar que os alunos realizaram as tarefas com dedicação e colaboração, chegaram as respostas corretas, desenvolveram os processos de raciocínio matemático como conjecturar, comparar, classificar, justificar e generalizar a partir de argumentações com seus companheiros, desenvolveram conceitos matemáticos, e em alguns momentos interagiram com a professora, de modo que a mesma, pudesse realizar ações que contribuíssem para o desenvolvimento das tarefas.

As tarefas aqui apresentadas podem ser modificadas conforme o ano escolar e interesse do professor.

Desse modo esperamos que os conceitos aqui sugeridos ajudem na aplicação das tarefas exploratórias em sala de aula.

Deixamos aqui o convite para que conheça a nossa pesquisa, na qual a dissertação está intitulada: **Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de figuras geométricas planas.**



REFERÊNCIAS

AMÂNCIO, Roselene; GAZIRE, Eliane. O desenvolvimento do pensamento geométrico e as contribuições dos recursos didáticos no estudo dos quadriláteros. **Vidya**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 113-117, jul./dez., 2015.

ARAMAN, Eliane; SERRAZINA, Lurdes; PONTE, Ponte. “Eu perguntei se o cinco não tem metades”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 2, 466-490, 2019.

ARAMAN, Eliane; SERRAZINA, Lurdes; PONTE, Pedro. Raciocínio Matemático nos Primeiros Anos: ações de duas professoras ao discutir tarefas com seus alunos. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67, p. 441 – 461, ago. 2020.

BOAVIDA, Ana; PONTE, Ponte. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. **ResearchGate**, jan.2002 In GTI (Org), Reflectir e investigar sobre a prática profissional (pp. 43-55). Lisboa: APM.

BOAVIDA, Ana. **A argumentação em Matemática Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração**. 2005. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BREDA, Ana. *et al.* **Geometria e medida do ensino** – Brochura de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) para o ensino da Geometria e Medida. Direção-geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2011.

CARNEIRO, Luís. **Processos do Raciocínio Matemático Mobilizados por Alunos do Ensino Fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

ELLIS, Amy.; ÖZGÜR, Zekive; REITEN, Lindsay. Teacher moves for supporting student reasoning. **Mathematics Education Research Journal**, Melbourne, v. 30, n. 2, p. 1-26, jun. 2018.

JEANNOTTE, Doris; KIERAN, Carolyn. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 96, n. 1, p. 1-16, mai. 2017.

LANNIN, John; ELLIS Amy; ELLIOTT, Rebekah. **Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten** – grade 8. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, 2011.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 4, p. 552-570, set. 2018.

NCTM, **Normas Profissionais para o ensino da Matemática**. Lisboa: IIE e APM.1994.

PAES, Luís. Uma análise do Significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. **23ª Reunião Anual - ANPED**, Caxambu, 2000. Disponível em: www.anped.org.br/23/textos/19/1919t.pdf. Acesso em 01 de junho de 2022.

PONTE, Pedro. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

PONTE, Pedro; MATA-PEREIRA, Joana. QUARESMA, Marisa. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 55-81, 2013.

PONTE, Pedro.; Gestão Curricular em Matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa, p.11-34, 2005.

VENTURA, Sara. **O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro: um estudo no 2.º Ciclo do ensino básico. 2013**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa Instituto de Educação, Lisboa, 2013.

WOOD, Terry. Creating classroom interactions for mathematical reasoning: beyond “natural teaching”. In: ABRANTES, P., PROFÍRIO, J.; BAÍA, M. (Org.), **The interactions in the mathematics classroom: proceedings, of the CIEAEM 49**. Setúbal: Escola Superior de Educação, p. 34-43, 1