

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

GUILHERME SANTOS DA SILVEIRA

**DETERMINAÇÃO DA DOSAGEM ÓTIMA DOS AGREGADOS DO CBUQ COM
AUXÍLIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA RESTRITA LINEAR**

GUARAPUAVA

2022

GUILHERME SANTOS DA SILVEIRA

**DETERMINAÇÃO DA DOSAGEM ÓTIMA DOS AGREGADOS DO CBUQ COM
AUXÍLIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA RESTRITA LINEAR**

**Determining the Optimal Dosage of CBUQ Aggregates with the Assistance
of Restricted Linear Mathematical Modeling**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil do Curso de Bacharelado em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Flávia Konowalenko

Coorientadora: Prof^ª. Dr^ª Thalita M. Obal

GUARAPUAVA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

GUILHERME SANTOS DA SILVEIRA

**DETERMINAÇÃO DA DOSAGEM ÓTIMA DOS AGREGADOS DO CBUQ COM
AUXÍLIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA RESTRITA LINEAR**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Civil do
Curso de Bacharelado em Engenharia Civil da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Data de aprovação: 01/julho/2022

Thalita Monteiro Obal
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Gustavo De Miranda Saleme Gidrão
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Bianca Paola Comin
Mestrado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

GUARAPUAVA

2022

Dedico este trabalho aos meus irmãos,
Gustavo e Jaqueline, por desde cedo me
incentivar e auxiliar nos meus objetivos, assim
como, os meus pais, José Paulo e Sandra, por
me guiar e dar todo o suporte necessário para
alcançar meus objetivos, sempre acreditando e
me ensinando constantemente.

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

Agradeço, inicialmente a minha orientadora Prof^a. Dr^a. Flávia Konowalenko, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória e pelos conhecimentos passados, e a minha coorientadora Prof^a. Dr^a. Thalita Monteiro Obal, por me proporcionar a cadeira de iniciação científica, onde pude aprofundar os conhecimentos sobre a problemática deste trabalho de Pesquisa Operacional, me guiar durante as etapas desse estudo. Agradeço também à Universidade Federal de Pernambuco e à indústria do interior do estado de São Paulo, por me disponibilizarem o resultado do ensaio de granulometria dos agregados utilizados para confecção do Concreto Betuminoso Usinado a Quente.

Enfim, agradeço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, me motivaram e contribuíram para a realização desta pesquisa.

Agradeço, imensamente, pelo suporte fornecido pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná diante ao auxílio dado para as participações em congressos científicos e desenvolvimento da pesquisa nas fases de elaboração e aprimoramento.

RESUMO

No decorrer dos anos, muitos tipos de revestimentos de pavimentos fizeram-se presentes na área da pavimentação aplicada à engenharia civil. Atualmente, dentre os diversos tipos de pavimentos flexíveis existentes, o pavimento flexível confeccionado com base no concreto betuminoso usinado à quente (CBUQ) está presente em grande parte das rodovias brasileiras, cujo material principal se dá pela utilização do ligante asfáltico - cimento asfáltico de petróleo (CAP). Esse material é derivado do petróleo bruto, cuja precificação sofre consideráveis impactos nos últimos anos, ocasionando aumentos devido às crises e situações econômicas que o mundo vem sofrendo frente ao desenvolvimento. Desse modo, há a importância de confecção de vias que sejam capazes de resistir por mais tempo, isto é, que sejam mais duradouras em relação à segurança e desempenho. Para a confecção desse tipo de pavimento, há a inserção de materiais granulares, como agregado miúdo, graúdo e o material de enchimento, os quais apresentam responsabilidades diante o desempenho das estrutura do CBUQ. Vêm sendo estudadas então, diversas metodologias para a determinação da concentração desses materiais para confecção do CBUQ. Entretanto, o método que prevalece é o de tentativas. Dessa forma, verifica-se a presença de erros de dosagem dos agregados, onde o concreto asfáltico possa sofrer ou não seja capaz de atingir às características de desempenho e segurança necessárias para aplicação em vias urbanas. Partindo desse princípio, este trabalho tem como objetivo a utilização das técnicas de Pesquisa Operacional no desenvolvimento de modelos de programação linear que sejam regidos pelas normas brasileira pertinentes aos materiais utilizados para elaboração do CBUQ. Baseado em três diferentes objetivos, buscou-se determinar a dosagem ótima desses materiais com base no ensaio de granulometria dos agregados. Os modelos matemáticos foram implementados computacionalmente, reportando resultados ótimos para os ensaios propostos para o presente trabalho de conclusão de curso.

Palavras-chave: agregados; granulometria; dosagem; otimização; cbuq.

ABSTRACT

Over the years, many types of sidewalk coatings have been present in the area of paving applied to civil engineering, currently, among the various types of flexible sidewalks existing today, the flexible sidewalk made based on hot-machined asphalt concrete is present in approximately, 99% of Brazilian highways, whose main material is given by the use of asphalt binder - petroleum asphalt cement (PAC), whose material is derived from crude oil, whose pricing has suffered major impacts in recent years, resulting in large increases due to crises and economic situations that the world has been suffering from development. In this way, it is important to make roads that are able to resist longer times, based on safety and performance. To make this type of sidewalk, there is the insertion of granular materials such as fine and coarse aggregate and the filler material, which have great responsibility for the performance of the structure of CBUQ. Currently, there are several methodologies for determining the concentration of these materials for making the CBUQ, however, the method that prevails is by attempts, thus, it is noted the presence of errors facing this method of aggregate dosage, so that the asphalt concrete may suffer or may not be able to achieve its performance characteristics and safety necessary for application in urban roads. Based on this principle, making use of Operations Research techniques, this work aims to develop linear programming models that are governed by Brazilian standards relevant to the materials used for the preparation of the CBUQ, based on three different objectives, in order to determine the optimal dosage of these materials based on the aggregates granulometry test. The mathematical models were implemented computationally, providing optimal results for the existing tests in this course completion work.

Keywords: aggregates; granulometry; dosage; optimization; cbuq.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Gráfico de Densidade da Malha Rodoviária Pavimentada (km/1.000 km ²) . . .	14
Figura 2 – Gráfico do Preço Médio Semanal do Cimento Asfáltico de Petróleo (CAP) 50/70	15
Figura 3 – Gráfico do Preço Médio Semanal do CAP 30/45	16
Figura 4 – Impactos do Aumento do Preço do Asfalto	17
Figura 5 – Perfil Transversal do Pavimento Flexível	22
Figura 6 – Distribuição da Tensão no Pavimento Flexível	23
Figura 7 – Análise do Peneiramento	25
Figura 8 – Curva Granulométrica dos Agregados	26
Figura 9 – Ilustração dos Tipos de Curvas de Distribuição	27
Figura 10 – Produção dos Materiais Asfálticos para Pavimentação.	32
Figura 11 – Cimento Asfáltico de Petróleo - CAP 30/45	33
Figura 12 – Sequência de Peneiras no Ensaio de Granulometria dos Agregados	35
Figura 13 – Exemplo de Distribuição Granulométrica	37
Figura 14 – Materiais do Ensaio do Equivalente de Areia	39
Figura 15 – Ensaio do Equivalente de Areia - Medidas	41
Figura 16 – Processo de Modelagem	45
Figura 17 – Processo de Tomada de Decisão	48
Figura 18 – Fases da Modelagem Matemática	50
Figura 19 – Distribuição Granulométrica do Modelo 1 - Sudeste	62
Figura 20 – Distribuição Granulométrica do Modelo 2 - Sudeste	65
Figura 21 – Distribuição Granulométrica do Modelo 3 - Sudeste	67
Figura 22 – Análise da Distribuição Granulométrica dos Agregados - Sudeste	69
Figura 23 – Distribuição Granulométrica do Modelo 1 - Nordeste	72
Figura 24 – Distribuição Granulométrica do Modelo 2 - Nordeste	74
Figura 25 – Distribuição Granulométrica do Modelo 3 - Nordeste	75
Figura 26 – Análise da Distribuição Granulométrica dos Agregados - Nordeste	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Índice de vazios	29
Tabela 2 – Porcentagem de Vazios do Agregado Mineral (VAM)	29
Tabela 3 – Resultados da Análise das Amostras de Pavimento	34
Tabela 4 – Série de Peneiras	36
Tabela 5 – Resultado do Ensaio de Peneiramento - Exemplo	37
Tabela 6 – Faixa de Trabalho C do DNIT 031/2006	38
Tabela 7 – Granulometria do Fíler	43
Tabela 8 – Capital de Retorno com a Aplicação da Pesquisa Operacional	47
Tabela 9 – Ferramentas da Pesquisa Operacional	53
Tabela 10 – Porcentagem de Material Passante - Sudeste	61
Tabela 11 – Resultado do Modelo 1 - Sudeste	62
Tabela 12 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 1 - Sudeste	63
Tabela 13 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável d - SINAPI (SP)	64
Tabela 14 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável d - SICRO (SP)	64
Tabela 15 – Resultado do Modelo 2 - Sudeste	64
Tabela 16 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 2 - Sudeste	66
Tabela 17 – Resultado do Modelo 3 - Sudeste	67
Tabela 18 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 3 - Sudeste	67
Tabela 19 – Distribuição Granulométrica Média da Faixa C	68
Tabela 20 – Análise Comparativa da Dosagem dos Agregados - Sudeste	69
Tabela 21 – Custo por m^3 do Concreto Betuminoso Usinado A Quente (CBUQ) - Sudeste	70
Tabela 22 – Porcentagem de Material Passante nas Peneiras - Nordeste	70
Tabela 23 – Porcentagem de Material Passante nas Peneiras - Nordeste (Adaptada)	71
Tabela 24 – Resultado do Modelo 1 - Nordeste	72
Tabela 25 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 1 - Nordeste	73
Tabela 26 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável d - SINAPI (PE)	73
Tabela 27 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável d - SICRO (PE)	73
Tabela 28 – Resultado do Modelo 2 - Nordeste	74
Tabela 29 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 2 - Nordeste	75
Tabela 30 – Resultado do Modelo 3 - Nordeste	76

Tabela 31 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 3 - Nordeste	76
Tabela 32 – Análise Comparativa da Dosagem dos Agregados - Nordeste	77
Tabela 33 – Custo por m^3 do CBUQ - Nordeste	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Siglas

CAP	Cimento Asfáltico de Petróleo
CBR	California Bearing Ratio
CBUQ	Concreto Betuminoso Usinado A Quente
DNER	Departamento Nacional de Estradas de Rodagem
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte
DOC	Diretoria de Obras de Cooperação
EA	Equivalente de Areia
GTE	Guias de Trabalhos de Engenharia
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDLE	Integrated Development and Learning Environment
MeDiNa	Método de Dimensionamento Nacional de pavimentos
PIM	Programação Inteira Mista
PL	Programação Linear
PNL	Programação Não Linear
PO	Pesquisa Operacional
SICRO	Sistema de Custos Referenciais de Obras
SINAPI	Sistema Nacional de Precificação de Insumos
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
VAM	Volume de Agregado Mineral
VV	Volume de Vazios

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS GREGAS

α_j	Variável de preenchimento de material	
δ_j	Tolerância baseada na DNIT 031 (2006)	
Ψ_1	Função Objetivo do Modelo 1	
Ψ_2	Função Objetivo do modelo 2	
Ψ_3	Função Objetivo do modelo 3	
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
σ_j^+	Desvio superior baseado na DNIT 031 (2006)	
σ_j^-	Desvio inferior baseado na DNIT 031 (2006)	

NOTAÇÕES

d_i	Custo dos Materiais do CBUQ	[R\$/m ³]
m	Quantidade de Peneiras	
n	Número de Agregados	
P_j^+	Limitante Inferior baseado na DNIT 031 (2006)	
P_j^-	Limitante Superior baseado na DNIT 031 (2006)	
x_i	Dosagem Ótima Percentual dos Agregados i	

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	Asfalto	20
2.2	Concreto Betuminoso Usinado a Quente	20
2.3	Normas Técnicas Brasileiras	34
2.4	Tabelas de Precificação dos Insumos	43
3	METODOLOGIA	45
3.1	Processo da Pesquisa Operacional	47
3.1.1	Tomada de Decisão	48
3.1.2	Processo de Modelagem	49
3.2	Ferramentas da Pesquisa Operacional	53
3.3	Formulação Matemática	55
3.3.1	Modelo 1	56
3.3.2	Modelo 2	57
3.3.3	Modelo 3	57
3.4	Implementação Computacional	58
4	RESULTADOS	60
4.1	Implementação Matemática	60
4.1.1	Região Sudeste	61
4.1.2	Região Nordeste	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
6	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	81
	REFERÊNCIAS	82

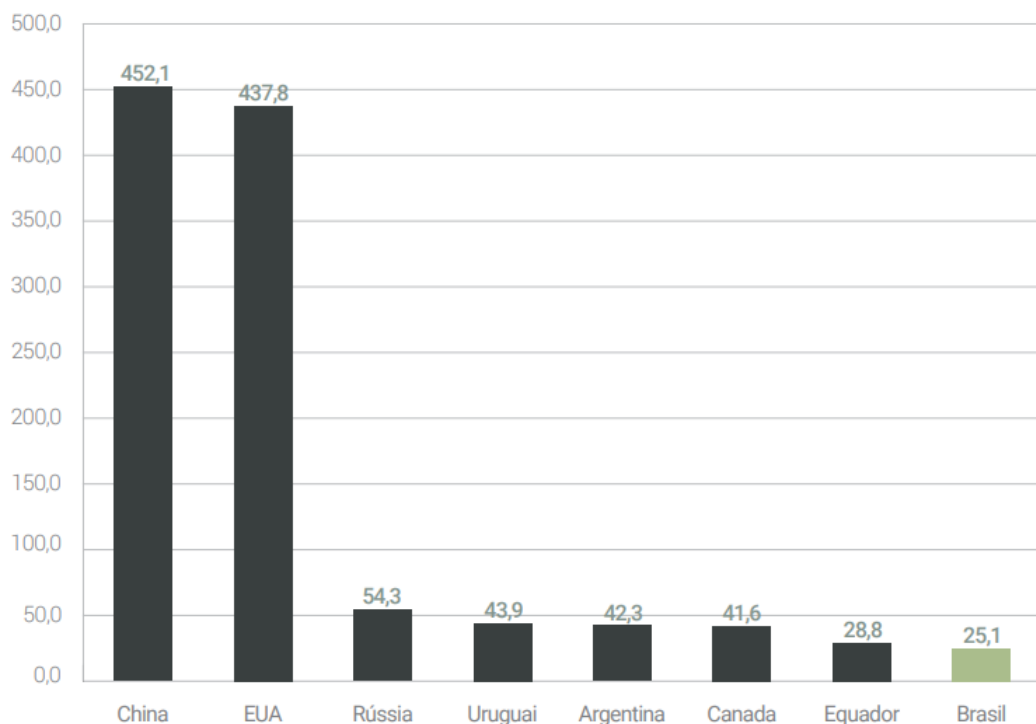
1 INTRODUÇÃO

No contexto histórico do Brasil o modal rodoviário constitui uma parcela majoritária na movimentação de mercadorias e passageiros, representando, 61% no transporte do primeiro e 95% para o segundo. Esses dados ressaltam a importância da infraestrutura desse relevante modal viário, o qual é responsável por possuir características que proporcionem segurança e conforto aos seus usuários e, de atender aos requisitos e normas de seu planejamento e dimensionamento. Atualmente, a legislação prevê que o pavimento asfáltico seja dimensionado para um tempo de projeto médio de 10 anos. Com base no crescimento e desenvolvimento das regiões urbanizadas, entre os anos de 2009 e 2019 observa-se um aumento de, aproximadamente, 81% da frota de veículos automobilísticos. (CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE, 2019a)

Segundo a Diário Oficial da República Federativa do Brasil (2001), a Lei nº10.233 prevê que a infraestrutura brasileira e a gestão das vias devem garantir a segurança do transporte de pessoas e mercadorias, com o mínimo custo, de modo a promover a integração nacional e o desenvolvimento socioeconômico da população.

A malha rodoviária brasileira possui uma extensão de 1.720.700 km, dos quais apenas 213.453 km são pavimentadas, representando 12,4% das vias, e a porcentagem não pavimentada totaliza 78,5% dessa extensão. Essa inferioridade é evidenciada quando comparada a extensão rodoviária do Brasil com outros países latino-americanos que possuem uma extensão territorial semelhante, conforme é apresentado na figura 1.

Figura 1 – Gráfico de Densidade da Malha Rodoviária Pavimentada (km/1.000 km²)



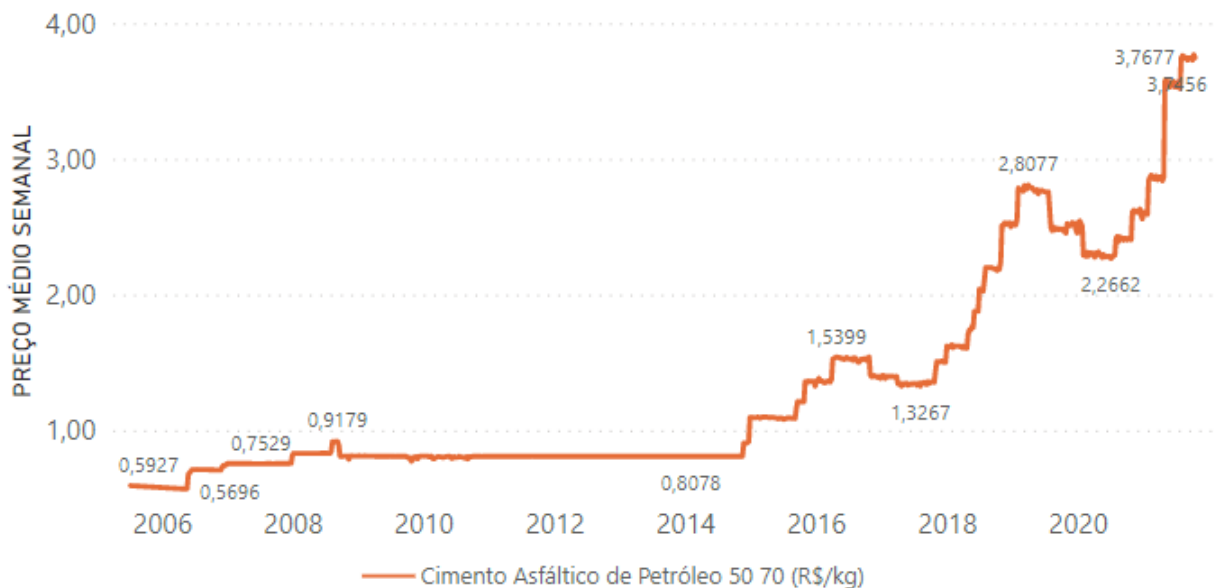
Fonte: Confederação Nacional do Transporte (2019a).

A figura 1 apresenta a análise comparativa entre a extensão de via pavimentada a cada 1000 km² de território, no qual há uma grande disparidade ao refletir o dado do Brasil com outros países, como EUA e China, que contemplam os primeiros lugares nesse comparativo, com valores superiores aos 400 km de vias pavimentadas a cada 1000 km² de território da nação.

Apesar da importância deste modal viário para a economia brasileira, ainda são poucos os trechos de vias pavimentadas, sendo o resultado de uma falta de investimento do setor público e privado em obras de pavimentação, fato agravado pelo crescente aumento no volume de tráfego que ocasiona em gasto e custo operacional dessas vias. Ao modo que essa deficiência de investimento nessa área provoca um aumento no consumo de combustível por quilômetro percorrido, ocasiona em um maior desgaste dos pneus dos veículos, custos de manutenção e reparação, tanto nas estradas quanto nos veículos, dentre outros fatores. Esses elementos descritos podem influenciar em um aumento no custo de movimentação de até 91,5% para o transportador. (CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE, 2019a)

A Agência Nacional de Petróleo, Gás e Biocombustíveis (2020) registrou um elevado aumento no preço Cimento Asfáltico de Petróleo (CAP), para o CAP 50/70, assim como do CAP 30/45, ilustrado, respectivamente, nas figuras 2 e 3.

Figura 2 – Gráfico do Preço Médio Semanal do CAP 50/70



¹ Os preços são nominais e não incluem o ICMS.

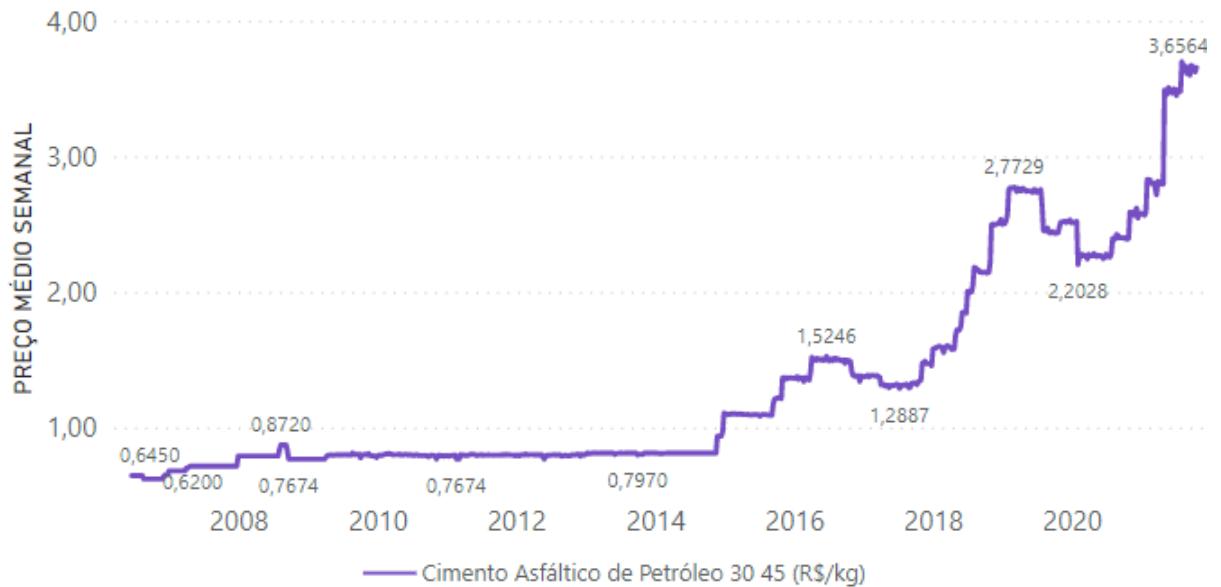
² O produto 'Óleo Diesel' contempla os diversos tipos de óleo diesel automotivo comercializados no País.

Fonte: Agência Nacional de Petróleo, Gás e Biocombustíveis (2020).

O cimento asfáltico de petróleo é um componente fundamental para a composição do CBUQ, segundo Bernucci *et al.* (2008) as características de termo-viscoelasticidade, baixa reatividade, impermeabilidade à água, juntamente com sua elevada capacidade de união dos agre-

gados presentes da mistura o tornam um material muito presente nas confecções do pavimentos proporcionando melhorias na coesão e adesividade entre os grãos do pavimento asfáltico.

Figura 3 – Gráfico do Preço Médio Semanal do CAP 30/45



¹ Os preços são nominais e não incluem o ICMS.

² O produto 'Óleo Diesel' contempla os diversos tipos de óleo diesel automotivo comercializados no País.

Fonte: Agência Nacional de Petróleo, Gás e Biocombustíveis (2020).

Devido aos frequentes aumentos dos preços dos tipos de CAP, conforme é apresentado nas figuras 2 e 3, diretamente, aumenta-se o custo de execução dos asfalto, visto que o CAP é um importante material em sua composição.

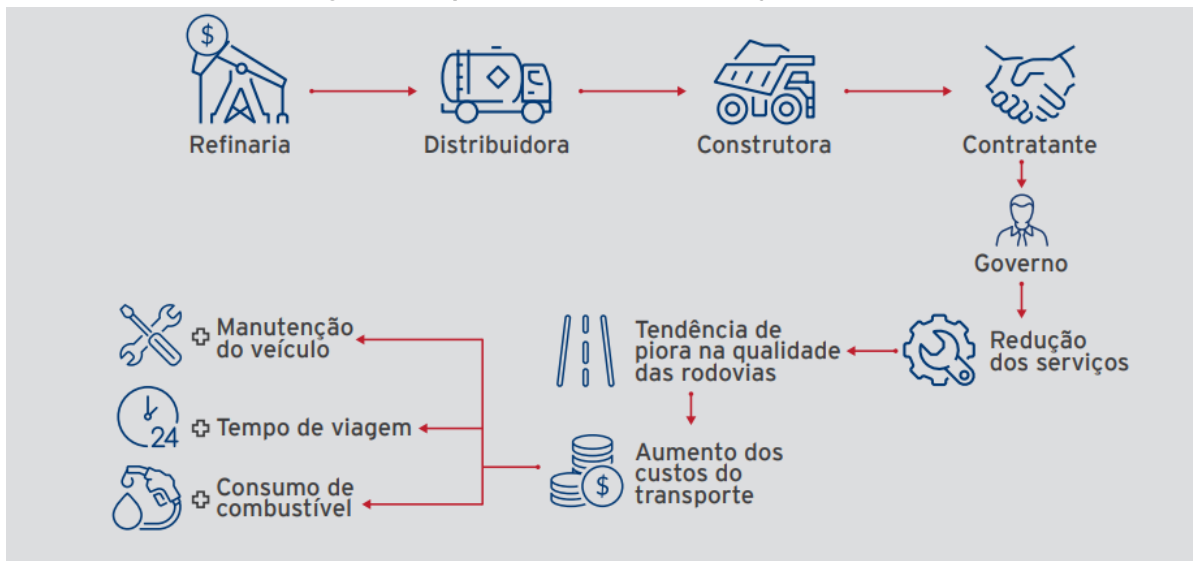
Baseado nesta premissa, a Confederação Nacional do Transporte (2019b) desenvolveu a cadeia de fatores que o aumento do asfalto podem gerar para uma obra pública de pavimentação, conforme a figura 4.

Desse modo, o aumento do preço do CAP é repassado para os demais setores à frente da cadeia de processos de fatores, ilustrado na figura 4. Com aumento do custo do serviço é notável, a redução da quantidade de serviços de manutenção em vias já construídas e a execução de novas vias.

O repasse financeiro influencia, em vias que apresentem uma qualidade inferior ao necessário e, atrelado ao repasse do valor do custo do CAP, o custo de transporte sofrerá um aumento, devido as particularidades diretas, como o preço do combustível e, indiretas, como o consumo do veículos e o tempo de viagem para movimentação pela via, visto que a qualidade de uma via é capaz de gerar custos aos seus usuários, conforme é evidenciado pela Confederação Nacional do Transporte (2019a).

O cimento asfáltico (CAP) possui como base para sua fabricação o petróleo bruto, seguido de sua destilação. Segundo a Confederação Nacional do Transporte (2019b) aproximadamente 99% da malha rodoviária é formada por pavimento flexível utilizando o CAP como

Figura 4 – Impactos do Aumento do Preço do Asfalto



Fonte: Confederação Nacional do Transporte (2019b).

revestimento asfáltico. O dimensionamento do pavimento flexível é realizado, por muitas vezes, pelo método empírico sem o auxílio de softwares computacionais proposto pelo Departamento Nacional de Estradas de Rodagem (DNER) em 1960, para um tempo de projeto estimado de 8 a 12 anos.

Ao dimensionar a estrutura empiricamente, tem-se para o cálculo da espessura padrão de cada camada do pavimento asfáltico, a consideração de uma quantidade média de um volume de tráfego por um determinado tempo de análise, de variáveis climáticas regionais e do fator de veículo, de modo a trabalhar somente para o dimensionamento pelo eixo padrão de 8,2 toneladas, conforme a equação 1.

$$N = 365 \cdot V_m \cdot P \cdot F_R \cdot F_V \quad (1)$$

Onde:

N : número equivalente de operações na via.

V_m : volume médio diário de tráfego.

P : tempo de projeto.

F_R : fator climático regional.

F_V : fator de veículo.

Determinado o valor do número de operação (N) e com o resultado da capacidade de suporte das camadas, cujo valor é determinado pelo ensaio do Índice de Suporte Califórnia ou California Bearing Ratio (CBR).

De acordo com Bernucci *et al.* (2008), o CBR analisa o potencial de ruptura da camada relacionando-a com a capacidade de suporte de uma amostra de solo compactado, atuando

sobre eles os esforços oriundos da estrutura do pavimento, conforme é exposta pela DNIT 172 (2016) para amostradas não trabalhadas, ou seja, por meio do uso de uma amostra de solo que passe pela peneira de 19 mm e que não seja reutilizada para execução dos ensaios, sobre a amostra é realizada a penetração de um pistão de 19 cm de comprimento em intervalos de tempo estipulados pela norma DNIT 172 (2016) afim de relacionar a pressão calculada no ensaio e a pressão padrão conforme a equação 2, dando origem do *CBR*, objetivando avaliar a resistência do solo.

$$CBR = \frac{\text{pressão calculada}}{\text{pressão padrão}} \cdot 100 \quad (2)$$

Uma outra metodologia utilizada para dimensionamento do pavimento flexível é a aplicação do *software* MeDiNa, implantado no Brasil a partir de 2018. O Método de Dimensionamento Nacional de pavimentos (MeDiNa) apresenta como finalidade a verificação e o dimensionamento de pavimentos, por meio de uma metodologia mecanística empírica. A grande vantagem da utilização MeDiNa é a sua facilidade e agilidade de execução do dimensionamento de pavimentos flexíveis, proporcionando maior segurança ao engenheiro projetista. (NERY; SANTOS, 2021)

A execução do pavimento flexível utilizando como revestimento o CBUQ dá-se pelo espalhamento ou distribuição do material sobre a superfície do asfalto em temperaturas elevadas, essa mistura asfáltica é resultado da incorporação de agregado graúdo, miúdo e de material de enchimento.

Para o desempenho estimado no processo de execução da mistura, faz-se necessário um elevado conhecimento sobre as qualidades e um controle rigoroso referente ao procedimento de dosagem dos materiais que a compõem, afim de que, o material possa garantir as condições necessárias de desempenho, conforme as exigências emitidas pela normas de execução do pavimento.

MOURA (2017) analisa a incorporação de cinzas de algaroba na dosagem do CBUQ, através da análise da faixa granulométrica dos agregados presentes na confecção da mistura por meio do método gráfico de Rothfuchs, afim de encontrar uma mistura final capaz de atender aos requisitos da Faixa C da DNIT 031 (2006) e, devido ao erros pertencentes a essa metodologia de resolução gráfica, o autor permite uma tolerância de $\pm 0,5\%$ de porcentagem do material de cinza de algaroba devido a metodologia utilizada, assim, pode-se verificar que, independentemente, da praticidade de aplicação desse método gráfico ela está sujeita a incertezas que podem fazer com que a composição final não detenha de todas as necessidades e características de segurança e desempenho para o serviço.

Segundo Leite *et al.* (2020), a determinação da dosagem dos agregados pertencentes ao CBUQ pode ser determinada seguindo algumas das metodologias elaboradas, empiricamente ou cientificamente, apresentadas a seguir:

- Método Gráfico (Rothfuchs).

- Método de Tentativa.
- Método de Bailey.
- Método de Fuller-Talbot.
- Método da Faixa de Agregados Dominantes (FAD).

Segundo a DNIT 031 (2006), os materiais que compõem o concreto asfáltico (CBUQ), são os agregados graúdos, os agregados miúdos e o material de enchimento. Leite *et al.* (2020) descreve que a composição dos agregados constituintes da misturas asfálticas são normalmente dosadas pelo *método de tentativa*.

O *método de tentativa*, apesar de sua aplicabilidade não apresenta garantia e/ou segurança de que o asfalto atenda aos critérios normativos e ao comportamento estrutural adequado à sua funcionalidade, como complementa Neville (2015), em que esses materiais que compõem a microestrutura do CBUQ são responsáveis pelas propriedades físicas da sua estrutura.

A Pesquisa Operacional (PO) é o campo da matemática que tem como objetivo estudar, desenvolver e aplicar métodos para tomada de decisão mediante a modelagem de problemas reais, com base nessas premissas foram desenvolvidos alguns modelos no exterior, com o objetivo de determinar a dosagem ótima dos materiais constituinte do CBUQ.

Essa ferramenta matemática foi aplicada na pesquisa de Sivilevičius, Podvezko e Vakinienė (2011), na qual desenvolveram modelos de otimização não linear restrita e irrestrita baseados na análise gradativa dos agregados do concreto asfáltico. Diferentemente, Yan, Wu e Dong (2019) optaram por utilizar de conceitos estatísticos, com o objetivo de otimizar a dosagem dos agregados, fazendo a substituição da areia retirada dos rios pela presente em desertos, de modo a determinar a porcentagem ótima do concreto de areia do deserto por meio de uma modelagem estatística desenvolvida.

Visto a significância que a microestrutura do material asfáltico tem diante o desempenho do Concreto Betuminoso Usinado A Quente, este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo determinar a dosagem ótima de agregados do CBUQ, fazendo uso dos conceitos presentes na matemática por meio da PO, desenvolvendo modelos matemáticos para diferentes aplicações, visando apresentar um resultado que contemple os requisitos normativos brasileiros presentes referente a Faixa C do DNIT 031 (2006). Mais especificamente, o trabalho objetiva:

- Determinar a granulometria ideal para a confecção da camada de revestimento do CBUQ por meio da dosagem de seus materiais, baseado na norma DNIT 031 (2006);
- Desenvolver e analisar três diferentes modelos matemáticos que sejam regidos pelas normas aplicáveis no setor rodoviário;
- Avaliar o desempenho dos algoritmos desenvolvidos e dos resultados obtidos através da implementação computacional com a aplicação de dados reais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Asfalto

O asfalto é um material aglutinante constituído por núcleos de hidrocarbonetos aromáticos e, para a sua utilização na área de pavimentação de rodovias e estradas deve apresentar boa resistência à oxidação na obscuridade, afim de que, o material seja capaz de evitar problemas de derrapagem na via.

O cimento asfáltico (CAP), conforme PINTO e PINTO (2015) é formado por uma mistura semissólida à temperatura ambiente, precisando de um aquecimento para apresentar uma consistência que seja capaz de se unir aos agregados do CBUQ, além desse material apresentar características de flexibilidade, durabilidade, aglutinação, impermeabilização e elevada resistência à ação dos ácidos e sais álcalis, as quais são importantes para a durabilidade e desempenhos do pavimento que esta sujeito aos intemperes físicos e químicos das regiões a ser construído.

De acordo com Reis *et al.* (2010) a média histórica brasileira de consumo do asfalto é de 1,7 milhão de toneladas/ano, aproximadamente 95% desse total está vinculado ao emprego no setor da pavimentação. Com base nisso, de acordo com Senço (2007) as principais variações de penetração aplicáveis do CAP para o clima do Brasil são os CAP 50/60, CAP 85/100, CAP 100/120 e CAP 150/200.

2.2 Concreto Betuminoso Usinado a Quente

De acordo com o DNIT 031 (2006) o Concreto Betuminoso Usinado a Quente, CBUQ, é uma mistura asfáltica executada, especificamente à quente, originada a partir da união do ligante asfáltico com os agregados e o material de enchimento. Para o processo de execução é necessário que a superfície do pavimento esteja livre de poeiras ou materiais que possam dificultar a homogeneização da mistura sobre base pavimentada, assim, como a presença de depressões ou crateras dificultam a regularização e a espessura da camada além de prejudicar o seu desempenho, caso haja tais eventos, faz-se pertinentes a realização da limpeza e pintura com asfalto diluído ou uma emulsão de ruptura rápida. (SENÇO, 2007)

Em complementação com Senço (2007), a Diretoria de Obras de Cooperação (DOC) do Ministério da Defesa desenvolveu em conjunto com o Exército Brasileiro o Guias de Trabalhos de Engenharia (GTE), o qual descreve, sequencialmente, a metodologia executiva do pavimento flexível utilizando como revestimento asfáltico para a camada de rolamento do asfalto o Concreto Betuminoso Usinado A Quente (CBUQ), são descritas a seguir. (DOC, 2015)

1. Levantamento topográfica do local, com a demarcação das faixas da pista do pavimento;

2. Limpeza do pavimento, retirando partículas que venham a desqualificar a aplicação direta do produto;
3. Pintura de ligação, promovendo uma maior aderência entre a camada de CBUQ e o pavimento;
4. Descarga controlada do material à quente;
5. Distribuição da mistura à quente;
6. Etapa de acabamento, auxiliando no cobrimento correto das faixas demarcadas;
7. Compactação do CBUQ por meio de rolocompressores.

Materiais

A DNIT 031 (2006) apresenta os materiais que podem constituir a microestrutura da camada de revestimento asfáltico, pertencentes ao CBUQ por meio do seguinte conjunto de materiais.

- Ligante Asfáltico
 - O cimento asfáltico de petróleo pode de classificação CAP 30/45, CAP 50/70 ou CAP 85/100.
- Agregados
 - Graúdo: Pedra britada, escória ou seixo rolado.
 - Miúdo: Areia ou pó de pedra.
- Material de Enchimento
 - Cimento Portland, cal extinta ou cinza volante.

Em conformidade com Bernucci *et al.* (2008) à respeito da constituição do CBUQ, o nível de desempenho será maior quanto maior for o entendimento de como seus agregados interagem sob as condições de um pavimento, ao passo que a seleção granulométrica de seus materiais dependem da disponibilidade, custo e qualidade das jazidas de origem de cada material.

Segundo PINTO e PINTO (2015) as características importantes dos agregados aplicados na área de pavimentação asfáltica para a composição da mistura asfáltica são:

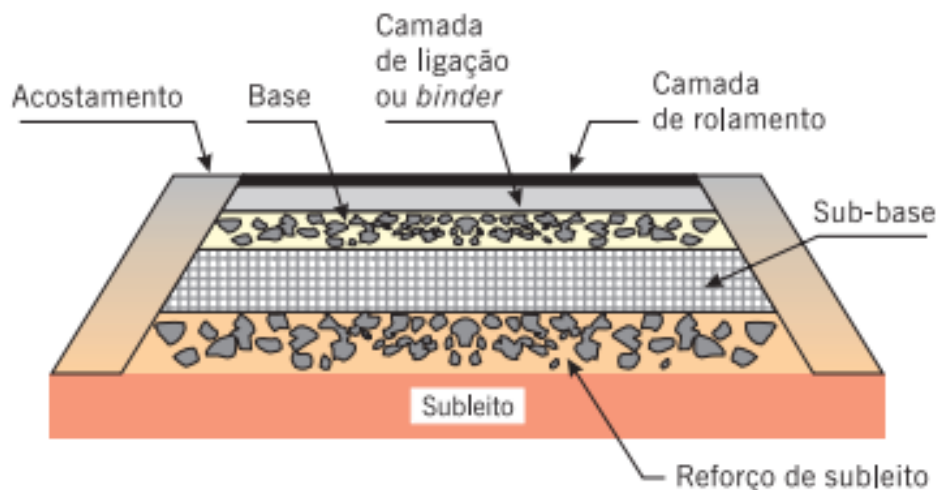
- Granulometria;
- Forma;

- Absorção de água;
- Resistência ao choque e ao desgaste;
- Durabilidade;
- Limpeza;
- Adesividade;
- Massa específica aparente;
- Densidade real e aparente dos agregados.

Pavimento Flexível

O CBUQ é um revestimento asfáltico muito presente na confecção e no desempenho do pavimento asfáltico do tipo flexível, o qual é dimensionado e estruturado por meio de um sequenciamento de camadas do pavimento - camada de rolamento, binder, sub-base, reforço do subleito e subleito, conforme é ilustrado na figura 5.

Figura 5 – Perfil Transversal do Pavimento Flexível



Fonte: Bernucci *et al.* (2008).

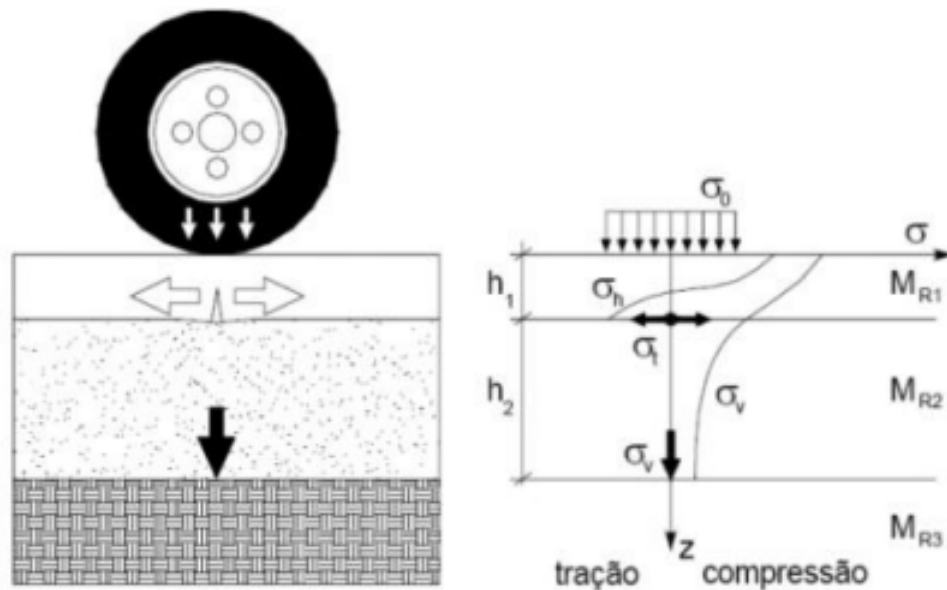
A camada do subleito é responsável por sustentar a carga atuante sobre o pavimento, atuando como elemento de fundação da estrutura asfáltica, apresentando uma espessura entre 0,60 a 1,50 m. Para que o material possa ser utilizado com essa finalidade, sua composição deve apresentar um CBR superior a 2% pelo menos em até um metro de profundidade, caso a porcentagem seja superior a 20% o material poderá ser aplicado como sub-base. (MARQUES, 2009)

A aplicação do reforço do subleito tem como finalidade a melhoria na qualidade do subleito e a regularização da espessura das camadas para a seguinte. A sub-base é utilizada com

o objetivo de regularizar a próxima camada ou ainda, quando não for aconselhável a execução direta da base sobre o leito ou reforço. Por fim, a camada de base é responsável por resistir aos esforços da estrutura e distribuí-los para a fundação, sub-leito ou reforço do sub-leito; camada de ligação. (MARQUES, 2009)

Dentre as camadas apresentadas na figura 5, rolamento, de ligação, base, sub-base, sub-leito e o reforço do sub-leito. A segunda é responsável por distribuir a tensão atuante na estrutura do pavimento sobre as demais camadas até o solo de origem, como mostra a figura 6.

Figura 6 – Distribuição da Tensão no Pavimento Flexível



Fonte: Medina e Motta (1995).

Como o CBUQ pertence a camada de rolamento, a qual está diretamente em contato com os esforços atuantes sobre a estrutura do pavimento, as suas propriedades físicas e químicas do concreto asfáltico são importantes. Segundo Júnior *et al.* (2016): "As propriedades dos agregados que influenciam na deformação permanente é a forma, a angularidade, a textura superficial, o tamanho e a granulometria, ressaltada por diversos autores"; com isso, nota-se a importância de que os agregados têm diante as propriedades referenciadas.

Agregados

Conforme a ABNT NBR 9935 (2011), agregado é um material sem forma ou volume definido e que apresenta, geralmente, dimensões e propriedades adequadas para uso na construção civil, por meio da produção de argamassa e concreto.

De acordo com Bernucci *et al.* (2008) os materiais granulares não apresentam coesão e, também, não são capazes de resistir sob o esforço de tração, assim, sendo qualificadas, somente, para o trabalho sob os esforços de compressão em seu arranjo granular, desse modo,

a interação desses materiais com os materiais de bases asfálticas são capazes de proporcionar um aumento na capacidade de resistência tanto à compressão quanto à tração no arranjo.

A granulometria dos agregados é representada por meio da curva de distribuição granulométrica na qual podemos ter a subdivisão da amostra ensaiada conforme a NBR NM 248 (2003), descrevendo a granulometria, conforme a figura 7, e o comportamento granulométrico dos materiais, podendo caracterizar o comportamento mediante a graduação densa, uniforme, aberta e descontínua, conforme a figura 8 apresenta.

Ainda, esses materiais possuem diferentes classificações quanto a sua origem natural, artificial ou reciclado, e tamanho, como graúdo, miúdo ou fíler. Desse modo, Bernucci *et al.* (2008) classifica os agregados minerais de acordo com as seguintes características:

- Natureza:

Bernucci *et al.* (2008) afirma que o nível de desempenho em serviço dos agregados são influenciados quanto à sua origem geológica, sendo classificadas em três grupos.

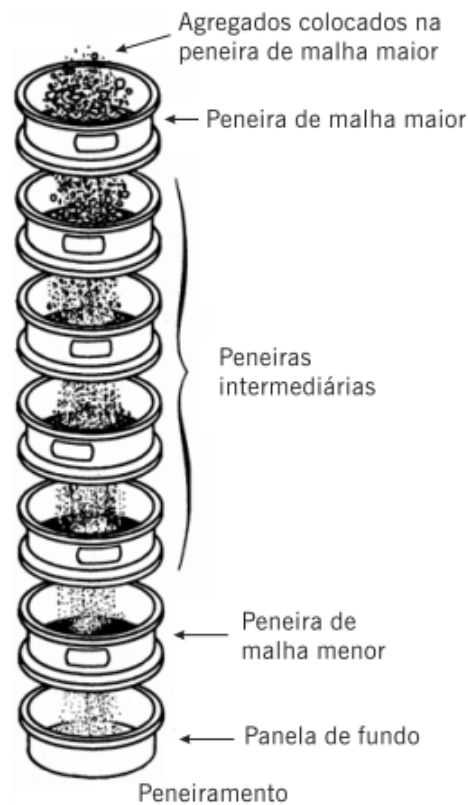
- Natural: são extraídas *in natura* por meio dos processos de desmonte, escavação e dragagem de depósitos continentais;
- Artificial: são resíduos de processos industriais ou fabricados com o objetivo de apresentar um desempenho característico;
- Reciclado: são materiais de reuso de diversas fontes, como a reciclagem de revestimento asfálticos e resíduos da construção civil.

- Tamanho:

A figura 7 ilustra a análise do ensaio de peneiramento, no qual é subdivididas as frações dos agregados de acordo com cada peneira ensaiada resultando em uma caracterização geométrica de acordo com o tamanho dos grãos.

- Graúdo: são agregados que apresentam dimensões maiores do que 2,00mm, que ficam retidos na peneira de nº10;
- Miúdo: minérios que apresentam dimensões entre 0,075mm e 2,00mm, de modo que sejam retidos entre as peneiras de nº 10 e nº 200;
- Material de enchimento (fíler): material em que ao menos 65% das partículas são menores que 0,075mm, passando pela peneira de nº 200.

Figura 7 – Análise do Peneiramento



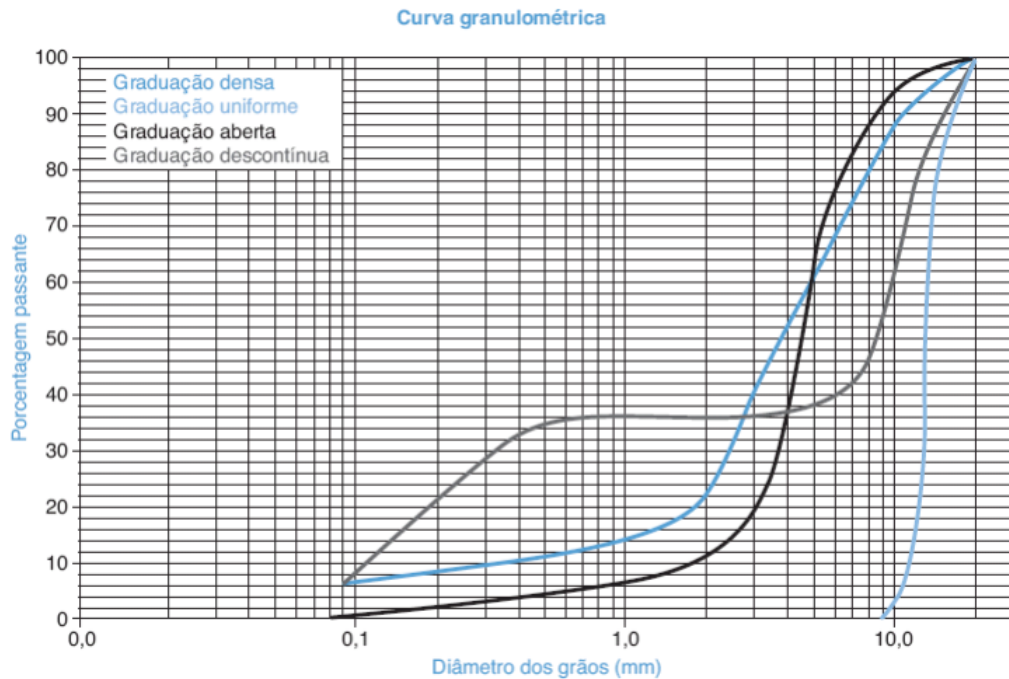
Fonte: Bernucci *et al.* (2008).

- Distribuição granulométrica:

A figura 8 representa a curva granulométrica conforme a graduação dos materiais, por meio da análise da porcentagem de grãos passante pelas aberturas das peneiras de malha quadrada.

Conforme Bernucci *et al.* (2008), essa curva tem como interesse analisar o comportamento de cada graduação dos agregados, representando uma das mais importantes características físicas dos grãos, desse modo, a divisão dos materiais baseadas nas porcentagens referentes as peneiras utilizadas durante o ensaio, direcionam o uso e aplicação de cada material condizente com os tipos de misturas asfálticas presentes no estudo da pavimentação.

Figura 8 – Curva Granulométrica dos Agregados



À seguir, apresentam-se as divisões da curva granulométrica presentes na figura 8 relacionada aos tipos de comportamentos presentes na dispersão das características geométricas dos grãos durante o ensaio descrito pela NBR NM 248 (2003).

– Graduação Densa:

Apresenta uma distribuição contínua do agregado por meio da abertura das peneiras ensaiadas.

– Graduação Uniforme:

Apresenta uma distribuição em que a maioria do material se concentra em uma faixa estreita, manifestando um comportamento uniforme do material.

– Graduação Aberta:

Apresenta uma distribuição contínua do material, marcada pela ausência de material de enchimento, acarretando em um maior número de vazios na mistura.

– Graduação Descontínua:

Denominado como graduação com degrau pela baixa porcentagem de material nas frações intermediária das peneiras, de modo a formar um degrau nessa seção. Essa graduação não é recomendada para mistura asfáltica, devido são sensíveis a segregação, apresentando um maior volume de vazios em sua composição.

A figura 9 apresenta arranjo da mistura asfáltica composta pela interação entre os agregados e o ligante asfáltico, presente no preenchimento dos vazios na composição por influência

do resultado proporcionado pelas divisões do comportamento da composição diante da sua curva de distribuição, apresentada na figura 8.

Figura 9 – Ilustração dos Tipos de Curvas de Distribuição



Fonte: Ceratti, Bernucci e Soares (2015).

Conforme Ceratti, Bernucci e Soares (2015) a mistura de granulometria densa tem tendência à apresentar um baixo índice de Volume de Agregado Mineral (VAM) no material, necessitando, assim, de um teor de ligante na ordem de 4 a 6% do material, afim de, torna-lá densa e impermeável com a presença 3 a 5% de Volume de Vazios (VV). Para misturas descontínuas, devido alta porcentagem de dimensões constantes da composição asfáltica, esse tipo apresenta um alto volume de vazios, de modo a carecer de uma proporção de ligante asfáltico superior a 6% do material. Por fim, para a curva granulometria aberta, o VAM e VV apresentam índices elevados, ao modo que, o VAM requer uma quantidade na faixa de 18 a 25% da mistura, acarretando, assim, em uma quantidade inferior de teor de ligante asfáltico, presente no intervalo de 3,5 a 4,5% do material.

Segundo Senço (2007) os agregados da composição asfáltica constituem de um conjunto de grãos minerais, os quais são classificados quanto a sua granulometria, a qual é caracterizada de acordo com a dispersão dos materiais conforme as dimensões das série de peneiras, visto no ensaio apresentado pela NBR NM 248 (2003).

Júnior *et al.* (2016) afirmam que para muitos pesquisadores a análise referente a granulometria dos agregados apresenta uma magnitude diante ao desempenho físico da estrutura do pavimento. Diante disso, Cunha (2004), complementa a valia desse ensaio, visto que a análise do desempenho do concreto asfáltico está intimamente atrelada à graduação de seus materiais, o quais influenciam nas propriedades físicas de sua composição final, como:

- Estabilidade;
- Durabilidade;
- Permeabilidade;
- Trabalhabilidade;
- Resistência à fadiga;
- Resistência a deformação.

O método de seleção dos agregados é realizado empiricamente pelo método de tentativas, afim de encontrar uma dosagem ideal dos agregados graúdos, miúdos e do material de enchimento, entretanto, esse método apresenta falhas devido a presença de variáveis que proporcionam possíveis erro diante as normas, dessa maneira, Vavrik, Pine e Carpenter (2002) reforça que devido ao fato dessa seleção não ser devidamente projetada, seguindo as restrições normativas para seu uso e não serem compactadas, adequadamente, há a presença de deformações permanentes elevadas na estrutura do pavimento flexível.

Observa-se então a relevância que a dosagem adequada dos agregados têm para assegurar o desempenho e a segurança dessa estrutura asfáltica. Ao determinar uma dosagem por meio desse método o resultado está sujeito ao não atendimento as normas de dosagem delimitada pela DNIT 031 (2006), e analogamente, a composição asfáltica não apresentará as características físicas de desempenho e segurança necessárias certificadas pela Diário Oficial da República Federativa do Brasil (2001).

Assim, como a granulometria dos agregados afetam no desempenho mecânico da estrutura do pavimento, a graduação do fíler afeta a trabalhabilidade, de modo que, quanto maior for a porcentagem de material fino passante, caracterizado como fíler, superior será a sua trabalhabilidade, o que afeta na consistência e resistência da mistura asfáltica, conforme Bardini, Klinsky e Jr (2010).

Devido a presente dificuldade de se determinar o traçado, considerado ótimo ou ideal dos agregados do CBUQ que seja regido pelos limites e pelas tolerâncias constatadas na Faixa C e, pela diferença de porcentagem passante entre peneiras consecutivas ser superior a 4% do material, descritos na DNIT 031 (2006). Estudos que buscam por alternativas quanto a otimização da dosagem dos agregados do CBUQ podem ser encontrados e implementados em todo o mundo, Sivilevičius, Podvezko e Vakrinienė (2011) desenvolveu modelos de otimização não linear restrito e irrestrito e Yan, Wu e Dong (2019) determinou por meio de um modelagem estatística, substituindo o agregado miúdo areia por areia retirada do deserto.

No Brasil, entretanto, há ausência de estudos e análises quanto à implementação computacional desse tema, regidos pelas restrições normativas apresentadas. Pimenta *et al.* (2015) desenvolveram uma modelagem em linguagem de programação *JAVA* uma aplicação computacional com base no Método dos Mínimos Quadrados, com o objetivo de determinar a dosagem ideal dos agregados, entretanto, um elemento que ficou ausente dessa abordagem proposta por estes autores, foi a análise quantitativa referente a diferença da porcentagem de material entre peneiras consecutivas ser superior a 4%, conforme a DNIT 031 (2006) reitera.

No decorrer da análise proposta por Pimenta *et al.* (2015), outras restrições que são suscetíveis ao alcance do objetivo de atingir uma dosagem ótima dos agregados ficou ausente - restrição devido a porcentagem de material retido entre peneiras consecutivas não deve ser menor que 4% do material. Uma vez que ela implica na distribuição da curva granulométrica da mistura final, fazendo com ele possa apresentar diferente divisões de curvas (curva densa, curva uniforme, cuja descontínua ou aberta) referentes ao comportamento da distribuição dos

grãos relacionados a porcentagem de material passante pelas aberturas das peneiras, assim como, o índice de vazios e a porcentagem do VAM descritos, nas tabelas 1 e 2, respectivamente.

Tabela 1 – Índice de vazios

Características	Método de Ensaio	Camada de Rolamento
% de Vazios	DNER ME 043	3 a 5
Relação Betume/Vazios		75 - 82

Fonte: DNIT 031 (2006) (Adaptada pelo autor).

A tabela 1 flexibiliza o índice de vazios mediante a execução do Ensaio Marshal, apresentada pela DNER 043 (1995) para Mistura Betuminosas A Quente, visando determinar a estabilidade da composição, por meio da medição da resistência máxima à compressão radial de corpos-de-prova e a fluência do material asfáltico, por meio da deformação total dos corpos-de-prova, quando submetidos a aplicação de carga variável, nula até a máxima. Com isso, é possível determinar o valor da variação percentual de vazios e a relação Betume/Vazios que o CBUQ deve apresentar conforme a DNIT 031 (2006) durante este ensaio.

Como alternativa proposta pela DNIT 031 (2006), a tabela 2 apresenta uma substituição, caso a variável "Betume/Vazios" não seja atingida durante o ensaio, ou seja, o material se encontre fora da faixa de 75 - 82 para camada de rolamento, apresentando uma porcentagem mínima que os agregados minerais devem apresentar para o conjunto de peneiras composto pelas sequência de abertura de tamanho nominal de 38,1 mm até 9,5 mm.

Tabela 2 – Porcentagem de Vazios do Agregado Mineral (VAM)

Tamanho Nominal Máximo	VAM Mínimo
mm	%
38,1	13,0
25,4	14,0
19,1	15,0
21,7	16,0
9,5	18,0

Fonte: DNIT 031 (2006) (Adaptada pelo autor).

Com isso, vê-se que a distribuição granulométrica e as variáveis envolvendo o volume de vazios da mistura são influentes para confecção do CBUQ, dessa forma, este trabalho visa acrescentar na iniciativa proposta por Pimenta *et al.* (2015), sob a perspectiva de outro campo da matemática, a PO por meio da implementação computacional em linguagem *Python*, afim de determinar diferentes dosagens ótimas otimizadas dos agregados graúdos e miúdos regido pela DNIT 031 (2006) no âmbito da distribuição granulométrica dos agregados, fixando uma porcentagem de material de enchimento definida pelo especialista.

Material de Enchimento

O material de enchimento apresenta grande relevância diante a elaboração e o desempenho da mistura betuminosa, devido as propriedades que ele incorpora no asfalto. Conforme

Bardini, Klinsky e Jr (2010), o fíler é responsável pelo preenchimento dos vazios deixados entre o arranjo dos grãos na mistura, além de proporcionar uma alteração nas propriedades dos ligantes asfálticos, atuando como um componente ativo do *mástique* - interação entre ligante asfáltico, material de enchimento e ar. Durante o processo de dosagem, essa substância influencia em características que são responsáveis pelo desempenho mecânico do pavimento flexível, atuando na lubrificação das partículas, contribuindo para a diminuição do índice de vazios, grau de compactação e teor do ligante ótimo.

Dentre os tipos de manifestações potológicas do asfalto, o crescimento e a aparição de microfissuras na superfície do asfalto são caracterizados como o processo de fadiga da estrutura, a sua presença é afetada devido as características do ligante asfáltico e das propriedades do fíler, bem como a interação físico-química entre eles, as quais, são alteradas devido a finura e a superfície do material de enchimento ou fíler (BARDINI; KLINSKY; JR, 2010). A rigidez e a densificação da material asfáltico estão atreladas com a porcentagem de material de enchimento passante pela peneira de nº 200, ou 0,075 mm, o qual deverá ser superior ao mínimo exigido pela DNER 367 (1997), o equivalente de 65% para peneira de abertura 0,075 mm, e 95% para peneira de 0,18 mm. O ensaio de granulometria desse material mostra a sua influencia na rigidez na mistura, pois a concentração do fíler é inversamente proporcional ao preenchimento das suas partículas, devido a sua granulometria, acarretando em um aumento de rigidez do material. (MOTTA; LEITE, 2000).

Segundo Bardini, Klinsky e Jr (2010) a rigidez do material de enchimento, definida como a propriedade de suportar os esforços atuantes sem que a estrutura sofra o processo de deformação permanente, é influenciada por um conjunto de propriedades mecânicas, apresentadas a seguir.

- Tensões atuantes na estrutura;
- Resistência ao aparecimento de microfissuras em temperatura intermediária;
- Resistência à deformação permanente;
- Resistência ao trincamento em baixas temperaturas.

A utilização de material de enchimento em misturas asfálticas é bastante vantajosa devido as melhorias e a incorporação que esse material proporciona para o desempenho do asfalto, melhorando a interação entre a união agregado e ligante asfáltico. Bardini (2013) discorre sobre os efeitos do fíler em misturas asfálticas, abordando sobre a incorporação de cal hidratada como material de enchimento no CBUQ em uma faixa de 1% a 3% de material.

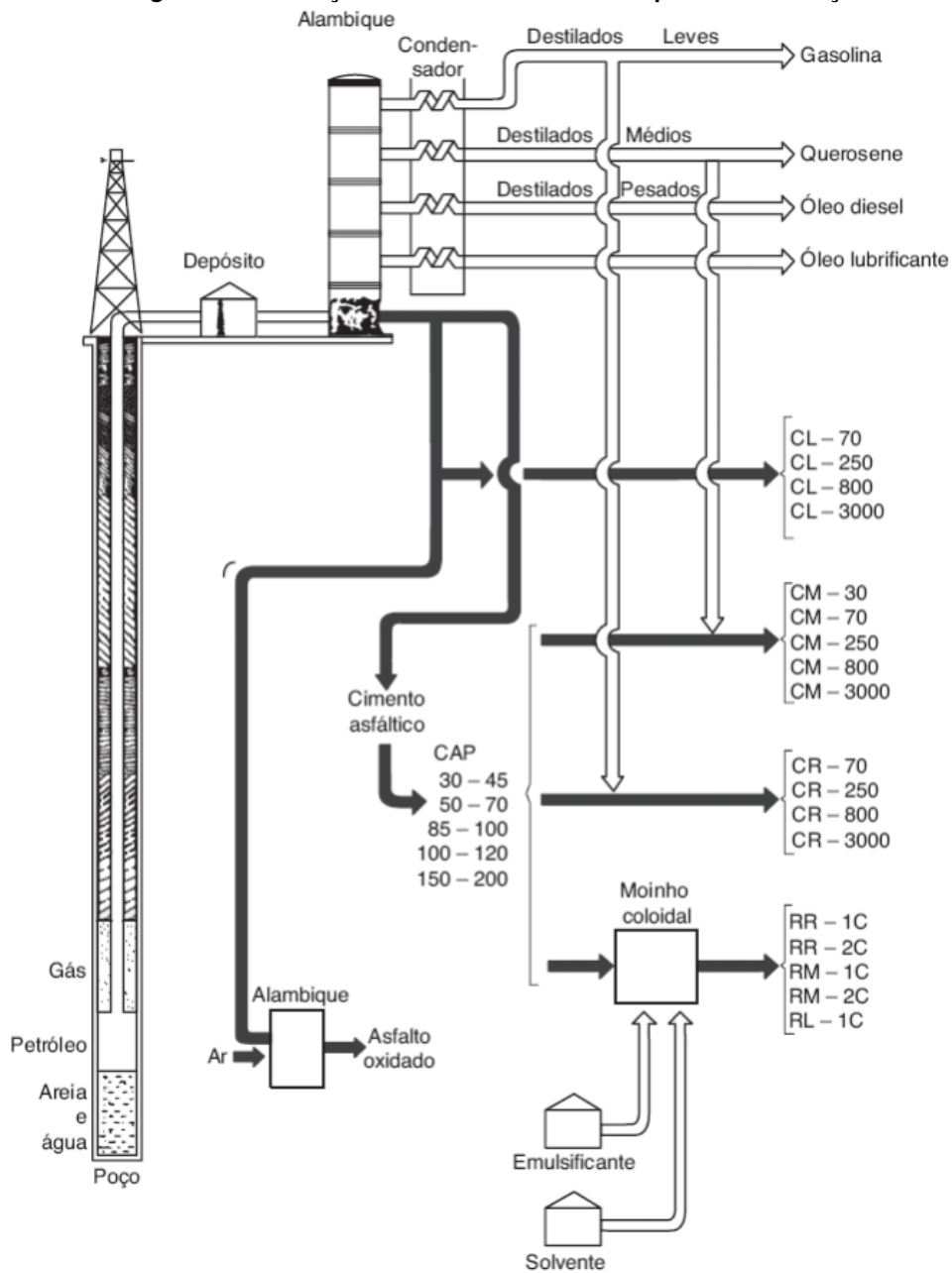
Cimento Asfáltico de Petróleo

A produção dos materiais de origem petrolífera são obtidos por meio do processo de refino e destilação do petróleo bruto, como ilustra o processo na figura 10, em que após a extração do petróleo das bacias petrolíferas, o material é direcionado para o depósito onde fica armazenado e enviado para o Alambique, onde é feito o processo de destilação do material e dispersado para as suas aplicações, seja para composições destiladas como gasolina, querosene, óleo diesel ou óleo lubrificante, ou misturas asfálticas, como o cimento asfáltico de petróleo, asfalto diluído e a emulsão asfáltica.

Essas misturas apresentam diferentes categorias em seu processo, onde o CAP é obtido por meio do cimento asfáltico e direcionados para confecção dos asfaltos diluídos dos tipos cura rápida (CR), e cura média (CM), os quais são obtidos através da interação entre o CAP e gasolina ou querosene, respectivamente; já a elaboração do asfalto diluído de cura lenta (CL), é originado pela interação do CAP com o óleo diesel, cujos índices numéricos presentes no CAP representam a dureza desse material, já referentes aos tipos de asfalto diluído, os valores interpretam a viscosidade do material. Por fim, para divisão de misturas asfálticas tem-se a emulsão asfáltica originada pelo CAP presente no processo de agitação intensa com a adição de água e asfalto aquecido, proporcionando emulsões classificadas quanto a ruptura.

A classificadas da ruptura como rápida (RR), média (RM) e lenta (RL), cujos índices numéricos representam a viscosidade e a indicação de mistura catiônica denotada na presença da letra "C" posterior ao valor da propriedade.

Figura 10 – Produção dos Materiais Asfálticos para Pavimentação.



Fonte: PINTO e PINTO (2015).

Entre os materiais betuminosos refinados ilustrados pela figura 10 o CAP apresenta, segundo PINTO e PINTO (2015) características organolépticas, referentes a sua cor, odor e estado a temperatura ambiente - um material representado por uma composição sólida ou semissólida à temperatura ambiente, coloração preta, além de não apresentar cheiro, caracterizando-se como uma composição inodora.

Além disso, Bernucci *et al.* (2008) comentam que o CAP é um material impermeável a água, pouco reativo e viscoelástico a temperatura ambiente. Na figura 11 é apresentada o CAP 30/45, em que os números representam o índice de dureza do material obtido pelo ensaio de penetração, onde quanto maior o valor de penetração menor é a sua dureza, assim, o CAP 30/45 é mais duro que o CAP 50/70.

Figura 11 – Cimento Asfáltico de Petróleo - CAP 30/45



Fonte: Novas Técnicas de Asfalto (2022).

Nogueira (2008) desenvolveu uma análise estatística estudando o comportamento mecânico do CAP 30/45 e CAP 50/70 frente ao seu desempenho e a influência no pavimento asfáltico. Os materiais foram dosados segundo o Método Marshall, consistido na compactação do solo com 25 golpes do soquete Protector, seguido da aplicação de uma carga estática de 5000 libras por um intervalo de 2 minutos, afim de nivelar a superfície do corpo-de-prova.

Conforme descreve Bernucci *et al.* (2008) nas realizações de diversos ensaios com objetivo de verificar o módulo de resiliência, resistência à tração e a deformação permanente dos corpos-de-prova, além da evolução da deflexão com auxílio de um simulador de tráfego.

- Módulo de Resiliência ou Módulo de Young

Propriedade mecânica que determinar a energia máxima de deformação de um material em estado sólido, por meio da relação entre a tensão e deformação da estrutura segundo a equação de Young.

$$\sigma = E.\varepsilon \quad (3)$$

Onde:

E : Módulo de elasticidade do material

ε : Deformação do material

σ : Tensão atuante na estrutura

- Resistência à Tração

O esforço de tração em uma estrutura é a força externa que tende a ocasionar uma expansão na estrutura, dessa forma, a resistência a esse esforço é a medida capaz de quantificar o esforço máximo que a estrutura suporta sem sofrer rompimento.

- Deformação Permanente

A deformação de uma estrutura é medida segundo a equação 3 para o regimes elástico, caso a estrutura ainda apresenta características capaz de retroceder a sua expansão sem sofrer dano. Em regime plástico ou permanente, essa deformação não retrocederá ao seu estado inicial, vide que não está mais sobre o domínio da equação 3, ocasionando uma alteração geométrica na estrutura.

- Deflexão

Deflexão ou flecha é a medida angular que um elemento sofre após a aplicação de um carregamento na estrutura entre dois ponto de análise.

Após as análises dos resultados do ensaio iniciado por Bernucci *et al.* (2008), Nogueira (2008) obteve os valores presentes na tabela 3, constatando os valores para o módulo de resistência, resistência à tração, deformação permanente, além da evolução da deflexão por meio do simulador de tráfego.

Tabela 3 – Resultados da Análise das Amostra de Pavimento

Características Da Amostra	CAP 30/45	CAP 50/70
Módulo de Resiliência (MPa)	6,572	5,528
Resistência à Tração (MPa)	2,25	1,35
Deformação Permanente (%)	5,4	6,1
Evolução da Deflexão (mm)	0,9	1,9

Fonte: Nogueira (2008) (Adaptada pelo autor).

Com base nos valores apresentados na tabela 3, o CAP 30/45 apresenta um maior módulo de resiliência, acarretando em uma estrutura capaz de suportar um maior carregamento sobre o pavimento, além de apresentar um maior valor de resistência à tração, proporcionando uma pavimento com átomos mais coesos e unidos.

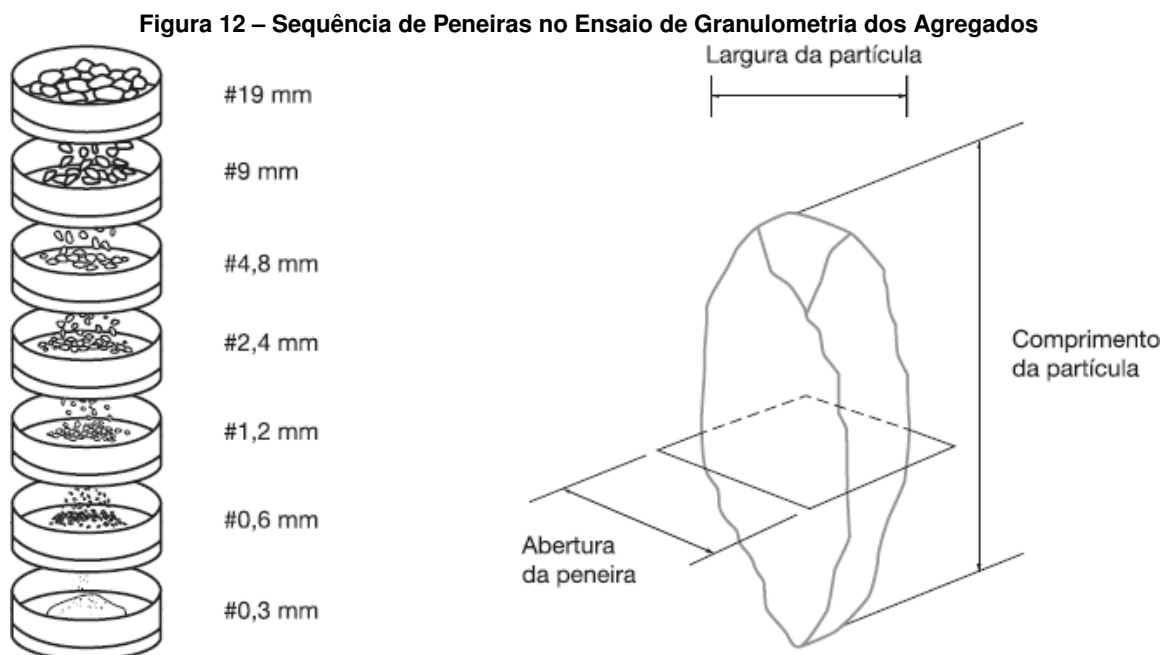
Para os resultados referentes a deformação nota-se reflexo dos valores de resistência à tração, apresentando uma deformação permanente maior para o pavimento com a menor intensidade de resistência, apresentando uma maior capacidade de se deformar. O resultado referente a deflexão sobre um carregamento, vê-se uma maior deflexão para o CAP 50/70 em comparação com o CAP 30/45. Desta forma, analisa-se que a utilização de cada um dos tipos de CAP é indicado para o objetivo determinado de cada estrutura.

2.3 Normas Técnicas Brasileiras

Os agregados e materiais utilizados para elaboração do CBUQ são regidos pelas bases dos preceitos normativos estabelecidos diante a distribuição granulométrica dos agregados pela DNIT 031 (2006) e NBR NM 248 (2003), complementadas pela DNER 054 (1997) e DNER 367 (1997) para determinação da quantidade necessária dos materiais.

NBR NM 248/2003

A NBR NM 248 (2003) descreve os procedimentos referentes ao ensaio de granulometria dos agregados graúdos e miúdos para o concreto. Segundo BAUER (2008), a granulometria não delimita, especificamente, o tamanho ou a geometria dos agregados, sendo utilizada com o objetivo de quantificar a largura desses materiais, ilustrada na figura 12, na qual é apresentado a sequência decrescente da série normal das peneiras categorizada de acordo com o diâmetro da malha de suas respectivas peneiras. Ao lado dela, é exposto uma simulação do processo de peneiramento de um agregado, discriminando as dimensões geométricas do grão, como a largura e comprimento frente a abertura da peneira.



Fonte: BAUER (2008).

Para a execução deste ensaio de granulometria dos materiais, faz-se necessário o manuseio de um conjunto de materiais e instrumentos laboratoriais a fim de realizar as medições quantitativas do peneiramento. Os materiais utilizados para a execução do ensaio descrito por esta norma são apresentados a seguir, assim como a sua metodologia de execução e métodos de cálculos baseado em seu resultado condizente com a porcentagem de material passante e retida de grãos em cada peneira.

• Materiais

- Balança de resolução de 0,10% da massa da amostra ensaiada;
- Estufa para manter o ambiente hermeticamente seco em uma temperatura de $(105 \pm 5) ^\circ\text{C}$;

- Peneiras de série normal e intermediária, com tampa de fundo;
(A numeração das peneiras são descritas na tabela 4)
- Agitador mecânico de peneira, para auxiliar na passagem do material durante o ensaio;
- Bandejas;
- Escova ou pincel de cerdas maciças, para realizar a limpeza do material;
- Fundo avulso de peneira para coleta dos agregados passante pela ultima peneira.

A tabela 4 ilustra as séries de peneiras, sendo a série normal a regida pelas restrições do ensaio da norma NBR NM 248 (2003) e conforme a figura 7, podem ser divididas de acordo com sua distribuição na curva granulométrica, entre peneiras de malha maior, intermediárias e de malha menor.

Tabela 4 – Série de Peneiras

Série Normal	Série Intermediária
75,00mm	-
-	63,00mm
-	50,00mm
37,50mm	-
-	31,50mm
-	25,00mm
19,00mm	-
-	12,50mm
9,50mm	-
-	6,30mm
4,75mm	-
2,36mm	-
1,18mm	-
600,00 μ m	-
300,00 μ m	-
150,00 μ m	-

Fonte: NBR NM 248 (2003) (Adaptada pelo autor).

Após o peneiramento do material, conhecida a variação e porcentagem de material retido e acumulado elabora-se a curva de distribuição normal dos agregados de valores de massa. BAUER (2008) confirma ainda que as especificações para o uso deles na confecção de pavimentos é estipulado um comportamento de curva granulométrica contínua, visto que esse modo proporciona um menor índice de vazios, o que acarreta em uma maior resistência e o menor consumo de ligante.

A tabela 5 mostra o resultado obtido a partir de um ensaio de um agregados descrito por BAUER (2008) com o objetivo de mensurar as informações extraídas, como massa retida, retida acumulada e passante acumulada.

Tabela 5 – Resultado do Ensaio de Peneiramento - Exemplo

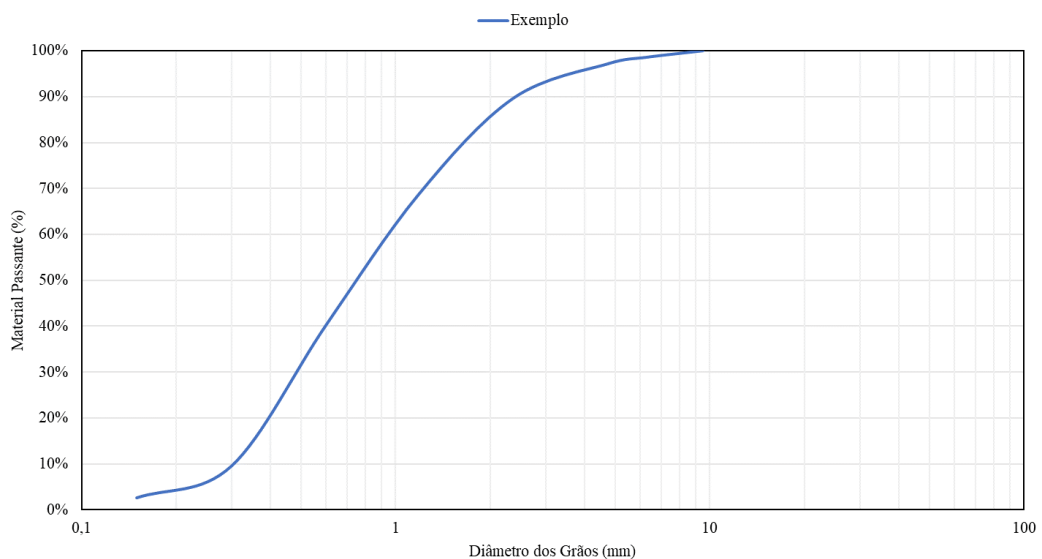
Abertura da malha (mm)	Massa Retida (g)	Massa Retida (% g/g)	Massa Retida Acumulada (% g/g)	Massa Passante (% g/g)
9,50	0,00	0,00	0,00	$(100 - 0,0) = 100,00$
6,30	6,70	$(6,7/470,9) \times 100 = 1,40$	1,40	$(100 - 1,4) = 98,60$
4,75	6,50	$(6,5/470,9) \times 100 = 1,40$	$(1,4 + 1,4) = 2,80$	$(100 - 2,8) = 97,20$
2,36	35,80	$(35,8/470,9) \times 100 = 7,60$	$(2,8 + 7,6) = 10,40$	$(100 - 10,4) = 89,60$
1,18	98,70	$(98,7/470,9) \times 100 = 21,00$	$(10,4 + 21,0) = 31,40$	$(100 - 31,4) = 68,60$
0,60	133,70	$(133,7/470,9) \times 100 = 28,40$	$(31,4 + 28,4) = 59,80$	$(100 - 59,8) = 40,20$
0,30	144,80	$(144,8/470,9) \times 100 = 30,70$	$(59,8 + 30,7) = 90,50$	$(100 - 90,5) = 9,50$
0,15	32,50	$(32,5/470,9) \times 100 = 6,90$	$(97,4 + 2,6) = 100,00$	$(100 - 97,4) = 2,60$
Fundo	12,20	$(12,2/470,9) \times 100 = 2,60$	$(97,4 + 2,6) = 100,00$	$(100 - 100,0) = 0,00$
Total	470,90	$(470,9/470,9) \times 100 = 100,00$	-	-

Fonte: BAUER (2008) (Adaptada pelo autor).

A tabela 5 expõe um exemplo do resultado do ensaio de granulometria dos agregados, em que para a peneira de abertura de 1,18mm ficou retido um total de 98,70g do material, equivalente a 21,00% da amostra, representando um massa passante de 377,20g, ou 79,00%, assim para analisar a porcentagem de massa acumulada ou retida é necessário determinar tais parâmetros nas peneiras anteriores, somando para a primeira e subtraindo para segunda.

A tabela 5 apresenta os cálculos necessários, ao passo que, na primeira peneira teremos um massa retida e retida acumulada de 0,00% e passante acumulada de 100,00% da amostra ensaiada. Esse processo se repete até fundo das peneiras, no qual deve conter uma massa acumulada retida e passante, respectivamente, de 100,00% e 0,00%, representando que todo o material utilizado, 470,90g percorreu todas as peneiras.

Com base nas colunas referentes a abertura da malha das peneiras e a porcentagem de massa passante da tabela 5 durante o ensaio, foi elaborada a curva de distribuição ilustrada na figura 13.

Figura 13 – Exemplo de Distribuição Granulométrica

Fonte: O autor.

A figura 13, possibilita a interpretação visual o comportamento da dispersão dos agregados do material ensaiado conforme o exemplo proposto por BAUER (2008), apresentando a curva de distribuição granulométrica do material presente na tabela 5.

DNIT 031/2006

A DNIT 031 (2006) delimita com base no ensaio descrito pela NBR NM 248 (2003), as faixas limites para determinada finalidade da camada de asfalto. A norma especifica ainda a quantidade de massa em porcentagem que dever ser considerada retida entre peneiras consecutivas, reafirmando a importância dessa restrição, mencionada na NBR NM 248 (2003), para a mistura final.

A tabela 6 foi extraída e adaptada da DNIT 031 (2006), informando a classificação e as porcentagens dos limites inferiores e superiores referentes a cada peneira ensaiada na NBR NM 248 (2003). Essa tabela descreve as informações permitidas pela DNIT 031 (2006) referentes ao ensaio de granulometria dos agregados conforme é descrito na NBR NM 248 (2003), de modo que umas das restrições expostas é a passagem de todo o material ensaiado pela peneira de abertura de 19,10mm, além da tolerância que permite a flexibilização dos resultados do ensaio descrito pela NBR NM 248 (2003).

Tabela 6 – Faixa de Trabalho C do DNIT 031/2006

Peneira de Malha Quadrada Série	Abertura (mm)	% em Massa Passando Faixa C		
		Inferior	Superior	Tolerância
ASTM 3/4"	19,10	-	100	±7%
1/2"	12,70	80	100	±7%
3/8"	9,50	70	90	±7%
N° 4	4,80	44	72	±5%
N° 10	2,00	22	50	±5%
N° 40	0,42	8	26	±5%
N° 80	0,18	4	16	±3%
N° 200	0,75	2	10	±2%

Fonte: DNIT 031 (2006) (Adaptada pelo autor).

Na seção 5.1.2.2 da DNIT 031 (2006) onde há a tratativa dos materiais de granulometria inferiores a 4.80 mm e superiores a 0.075mm, tem a referência da dosagem mínima referente ao agregado miúdo conforme é descrito na DNER 054 (1997). Desse modo, a norma delimita uma porcentagem mínima de um dos materiais, auxiliando no tratamento da dosagem ótima dos agregados do CBUQ.

DNER 054/1997

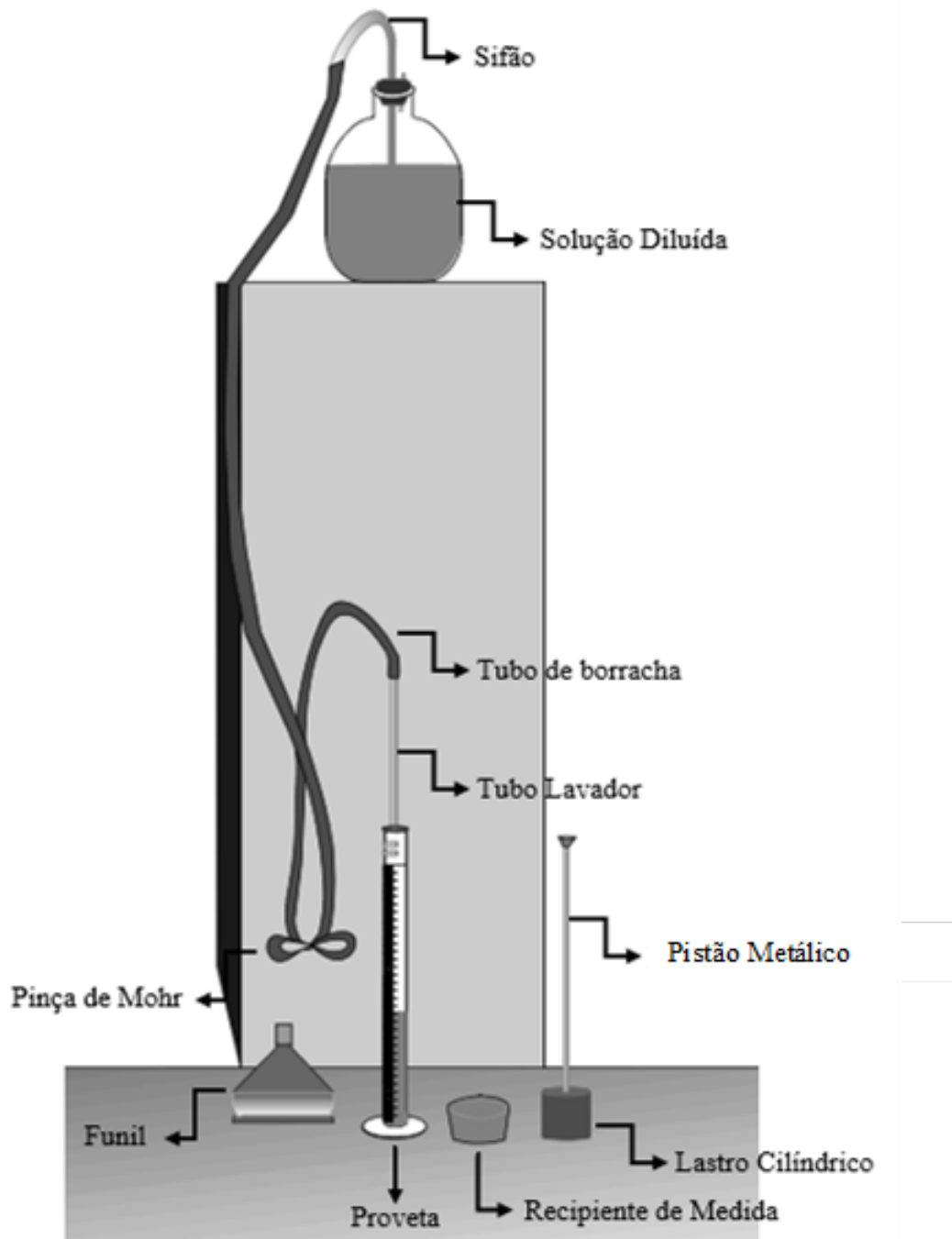
A norma elaborada pela DNER em 1997 nomeada como "Equivalente de Areia", apresenta os procedimentos para a determinação da quantidade equivalente de agregado miúdos

em uma solução a partir de um método de ensaio, descrevendo toda a metodologia e aparelhagem necessária para sua realização.

- **Materiais**

Os materiais utilizados para a execução do ensaio de determinação do Equivalente de Areia (EA) descrito pela DNER 054 (1997) são ilustrados na figura 14.

Figura 14 – Materiais do Ensaio do Equivalente de Areia



Fonte: DNER 054 (1997) (Adaptada pelo autor).

- Recipiente de medida para uma amostra de agregado miúdo, equivalente de 110 g de material fino seco;
- Proveta cilíndrica de 32 mm de diâmetro interno e 43 cm de altura, graduada de 2 em 2 mm, apresentando marcações até os 38 mm;
- Solução diluída dentro de um garrafão com capacidade de 5 litros contendo a solução diluída;
- Tubo de borracha de 5 mm de diâmetro com um dispositivo capaz de interromper o escoamento do líquido;
- Tubo lavador de 6,4 mm de diâmetro externo e com comprimento de 50 cm;
- Funil para inserção da amostra na proveta;
- Pinça de Mohr para o controle do fluxo da vazão do fluido;
- Pistão de haste metálica com 46 cm de comprimento com um lastro cilíndrico de 1 kg na extremidade inferior, para influenciar no adensamento da agregado.

• Metodologia do Ensaio

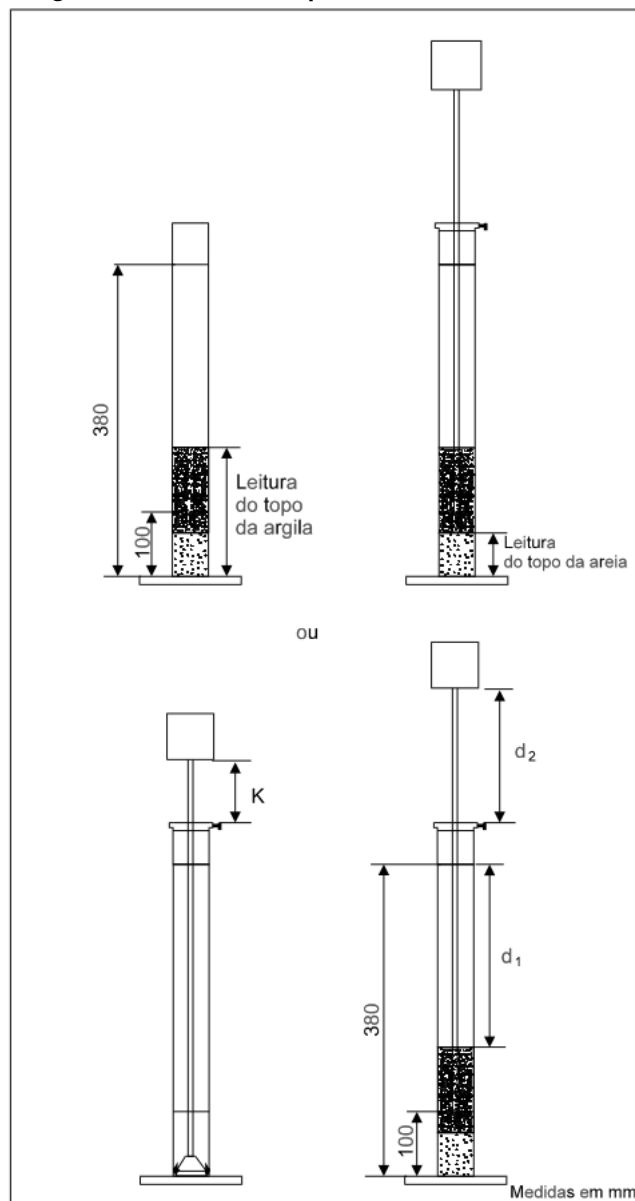
Para a realização do ensaio deve-se umedecer a amostra de solo antes do peneiramento, utilizando somente o material passante pela peneira de 4,80 mm, a fim de obter uma amostra homogenizada. A seguir insere-se o líquido por meio da pinça de Mohr do tubo de ligação preenchendo a proveta e controlando a vazão de saída até atingir a altura de 10 cm. Posteriormente, coletada a amostra de solo de 110 g seca, transfere-se o material para a proveta e realiza-se batidas na base do recipiente a fim de eliminar as partículas de ar. Após realizado esse procedimento é deixada em repouso a solução descansada por 10 minutos. Decorrido o intervalo de tempo, por meio de um agitador mecânico ou manual, realiza-se um movimento alternado na direção horizontal, de modo a executar 90 ciclos em 30 segundos.

Além de contar com este conjunto de aparelhos para o ensaio, faz-se necessário o uso de um reagente de soluções sendo permitido o uso de água de corrente limpa ou destilada, a fim de preencher a proveta até 15,5 cm de altura, uma vez que o ensaio tem como objetivo determinar a pureza do solo em relação ao material plástico presente no agregado. Bernucci *et al.* (2008) descreve que a presença desses tipos de materiais podem ocasionar em sua não utilização em revestimento asfálticos, assim, sendo necessário realizar essa limpeza no agregado miúdo. Após as etapas de execução do ensaio descritos nesta norma têm-se a seguinte situação, após a agitação, é realizada a limpeza das paredes por meio do tubo lavador e por fim, o aloca sobre o fundo da proveta de modo que a areia, por ser uma material mais denso, se deposite na base e, por meio do fluxo de escoamento os finos são direcionados para parte

superior do recipiente até atingir os 38cm, retirando-o e mantendo o fluxo constante. Decorrido o intervalo de 20 minutos de descanso da mistura, é realizada a leitura a fim de extrair as informações presentes na equação 4, determinando o EA.

A figura 15 apresenta a situação final do ensaio, na qual há as demarcações das leituras de topo de argila e do agregado utilizadas para realização do ensaio. A leitura do topo da areia poderá ser medida pela diferença entre a altura da base do lastro cilíndrico até o topo da proveta depois e antes da inserção dos materiais e da solução diluída, determinando, assim, a altura de elevação do pistão metálico após a decantação. Analogamente, a medida d_1 se dá pela subtração da altura alcançada pelo topo da argila.

Figura 15 – Ensaio do Equivalente de Areia - Medidas



Fonte: DNER 054 (1997).

$$EA = \frac{\text{Leitura no topo da Areia}}{\text{Leitura no topo da Argila}} = \frac{d_2 - k}{380 - d_1} \quad (4)$$

A DNIT 031 (2006) reforça que o valor mínimo para que o agregado miúdo tenha participação entre os materiais do concreto asfáltico usinado a quente não deverá ser inferior a 55%.

DNER 367/1997

A norma DNER 367 (1997) tem como objetivo estabelecer os requisitos mínimos e básicos de material de enchimento possam ser aplicados em mistura betuminosas, classificando o material ensaiado como aceito ou rejeitado para sua utilização. De acordo com esta norma do DNER, o material de enchimento é caracterizado como fíler aplicável à confecção da mistura asfáltica conforme a porcentagem mínima passante de 65% na peneira de malha quadrada de 0,075 mm e 95% para a de 0,18 mm.

• Condicionamento Geral

Para que se possa determinar se a condição a ser analisada pela DNER é validada pelo material de enchimento, um conjunto de premissas devem ser realizadas em conformidade com a DNER 367 (1997).

- Material utilizado deve ser homogêneo, seco e livre amontados de pequenas partículas;
- O material utilizado poderá ser:
 - * Cimento Portland;
 - * Pó Calcário;
 - * Cal Hidratada;
 - * Pó de Pedra;
 - * Cinza Volante.
- Massa específica real e aparente do material, conforme consta nas DNER-ME 085/94 e 084/95;
- Condicionamento do material deverá ser por meio de saco vedado, protegendo contra a umidade. Identificando o tipo do material, peso e o fabricante.

Como foi abordado neste trabalho sobre a definição e o quadro necessário para que um material possa ser nomeado como fíler na seção 2.2, a seguir, a tabela 7 apresenta a granulometria em que foi-se baseada a nomenclatura do material.

A tabela 7 ilustra a tolerância permitida para a caracterização de aceitação do material como fíler, devendo passar por completo pela peneira de malha quadrada 0,42 mm, com um

Tabela 7 – Granulometria do Fíler

Abertura da Peneira (mm)	% Passante
0,42	100
0,18	95 - 100
0,075	65 - 100

Fonte: DNER 367 (1997) (Adaptada pelo autor).

resultado para última peneira de 0,075 mm superior a 65%. Conforme no que foi abordado na seção 2.2, sobre a importância desse material para a elaboração, execução e melhoria nas propriedades físicas da mistura asfáltica baseadas em sua capacidade de preencher os vazios deixados entre os grãos, de modo a respeitar o limite imposta pela DNIT 031 (2006) referente ao volume de vazios.

Este vazio pode ser maximizado ou minimizado em virtude da porcentagem passante entre as peneiras, visto que a norma flexibiliza o limitante superior do material fíler de 100% nas peneiras da tabela 7 utilizadas para ensaio de granulometria, ao passo de respeitar, indiretamente, a restrição imposta pela DNIT 031 (2006) com relação ao índice de porcentagem de vazio na mistura descrito na tabela 1.

2.4 Tabelas de Precificação dos Insumos

Os orçamentos de projetos de engenharia possuem como principal indicador as tabela de precificação de insumos e serviços, que determinam o custo médio padrão de um insumo ou serviço executado. Assim, devido a grande variabilidade presente no mercado brasileiro em relação a precificação monetária dos insumos necessários para a confecção do CBUQ, este trabalho de conclusão de curso tem como princípio as tabelas de insumos Caixa Econômica Federal (2022) e Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (2022) referentes ao mês de janeiro de 2022, que apresentam em sua metodologias as principais bases para as regras estabelecidas pelo Tribunal de Contas da União (TCU) sobre orçamentos de obras e serviços para participação em licitações públicas na engenharia. Elas são elaboradas por órgãos distintos, uma vez que o Sistema Nacional de Precificação de Insumos (SINAPI) é elaborada de acordo com o banco de dados fornecidos a Caixa Econômica Federal, podendo ser utilizadas como base de preço tanto para obras públicas, quanto privadas; diferentemente, o Sistema de Custos Referenciais de Obras (SICRO) é alimentada pelo Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (DNIT), tendo seu uso, principalmente atrelado em obras de rodovias, podendo ser utilizadas do mesmo modo que à tabela anterior para quantificar os serviços e insumos de cada atividades referente às Obras de Engenharia.

Tabela SINAPI

Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (2017) classifica os insumos descrito na tabela de Sistema Nacional de Pesquisa Nacional de Insumos como sendo os elementos primordiais da construção civil, como os materiais, equipamentos e serviço de mão de obra. A base de dados utilizada pelo órgão é atualizada mensalmente, cabendo ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) coletar os preços de insumos do Banco Nacional e a Caixa Econômica Federal atualizar e definir as especificidades padrão para engenharia.

Tabela SICRO

Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (2017) explica a origem do banco de dados do DNIT, os quais são baseados no custo unitário médio do setor comercial da capital de cada estado. Ainda comenta a relevância e importância de apesar da tabela ser qualificada para o uso, somente ela, pode ser incoerente com o preço do local do serviço, sendo indicado o uso da Curva ABC para analisar o preços dos materiais locais.

3 METODOLOGIA

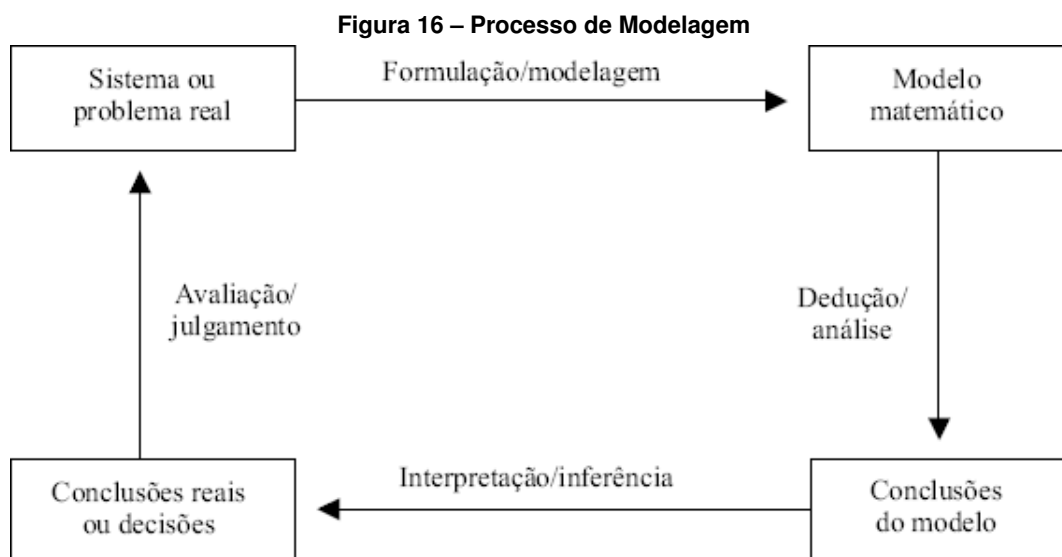
Este trabalho de conclusão de curso foi desenvolvido através da pesquisa descritiva, por meio de coleta e análise da granulometria dos agregados graúdos e miúdos, frente a elaboração da dosagem otimizada do concreto asfáltico usinado a quente. Segundo Gil (2002):

As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas estão na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistêmica.

Por meio da coleta dos dados dos materiais ensaiados, a presente pesquisa visa determinar através da geometria dos grãos dos agregados minerais pertencentes ao concreto asfáltico usinado a quente, e da abordagem quantitativa dessa característica física, modelos matemáticos para determinar uma dosagem otimizada da mistura final, além de, realizar uma análise comparativa entre os modelos desenvolvidos.

Para obter os dados necessários para o desenvolvimento desta pesquisa, foram utilizados os dados do ensaio de granulometria dos agregados descritos na NBR NM 248 (2003) fornecidos pela indústria do setor de pavimentação da construção civil, localizada na Região Sudeste do Brasil no interior do estado de São Paulo, e também, o ensaio da Região Nordeste advindo da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

A análise e o tratamento dos dados obtidos foram realizados através da submissão à abordagem do processo de modelagem da pesquisa operacional, ilustrado na figura 16. Os modelos desenvolvidos foram implementados computacionalmente na linguagem de programação de alto nível - *Python*.



Fonte: Arenales *et al.* (2015).

A DNIT 031 (2006) descreve as porcentagens de massa passantes limitantes e a tolerância flexibilizada do resultado do ensaio descrito na NBR NM 248 (2003). Desse modo, a análise dos ensaios devem ser regidos por essas premissas, afim de se obter um CBUQ em que os seus agregados sejam capazes de atender aos requisitos normativos brasileiros prescritos para a camada de rolamento pavimento flexível baseado na distribuição granulométrica dos materiais.

Com base nessas informações é possível elaborar modelos matemáticos que, com o auxílio das ferramentas da pesquisa operacional, determinem os seus respectivos objetivos. O presente trabalho visa desenvolver a aplicação de três modelos matemáticos que contemplam as seguintes características:

- Modelo Matemático 1

Determinar a dosagem dos agregados em que a diferença entre duas peneiras consecutivas seja superior ou igual a 4% de acordo com a DNIT 031 (2006).

- Modelo Matemático 2

Determinar a dosagem dos agregados em que o preço da mistura final seja mínimo, utilizando o banco de dados da tabela SINAPI da Caixa Econômica Federal e a SICRO do DNIT.

- Modelo Matemático 3

Determinar a dosagem dos agregados em que os desvios percentuais da mistura sejam o mais próximo possível da distribuição granulométrica da Faixa C, a qual será explicada com mais detalhes no capítulo 3.3.3 da descrição do modelo.

Os modelos serão implementados matematicamente por meio de programação computacional, em linguagem de programação *Python*. Após os resultados obtidos pelos três modelos será realizada uma análise estatística, referente a porcentagem e o custo monetário médio da região de acordo com o resultados dos modelos como base nas tabelas SICRO e SINAPI das suas respectivas regiões, de modo a estabelecer parâmetros, relacionados ao custo final da mistura e determinar a correlação entre a distribuição granulométrica com a dosagem ótima dos agregados.

Essa linguagem foi definida devido ao robusto pacote de bibliotecas que auxiliam e otimizam o processo de resolução de problemas de modelagem linear para as três situações apresentadas, de modo a promover um CBUQ que apresente as qualidades e propriedades que são afetadas pela dosagem dos agregados, de forma a promover uma mistura final ideal.

3.1 Processo da Pesquisa Operacional

Hillier e Lieberman (2013) afirmam que a Pesquisa Operacional tem como objetivo determinar uma solução otimizada de um problema para toda a organização e não para um grupo específico, encontrando uma solução que mais se adéqua ao seu conjunto de dados, restrições e ao objetivo da modelagem. Em complemento, Belfiore e Fávero (2013) caracteriza a PO como sendo um método científico para tomada de decisão de problema multidisciplinar, podendo ser aplicado no ramo da engenharia, estatística e negócios.

As origens da Pesquisa Operacional, de acordo com Hillier e Lieberman (2013) são datadas no início da Segunda Guerra Mundial, devido à necessidade de realocação da tropa e distribuição dos mantimentos e recursos para as operações. Assim, visto que a guerra cessou no ano de 1945, vê-se que o uso e aplicação dos conceitos da PO são recentes, e ao longo dos anos, teve uma grande evolução tanto nos campos de aplicação e nas diversas técnicas disseminadas. A implementação dos sistemas de PO contribuíram significativamente para o aumento da produtividade da economia de muitos países.

A tabela 9 apresenta o resultado gerado pela implementação da Pesquisa Operacional em algum dos processos dentro de grandes empresas.

Tabela 8 – Capital de Retorno com a Aplicação da Pesquisa Operacional

Organização	Natureza da Aplicação	Economia Anual (US\$)
AT T	Projeto e operação de <i>call centers</i>	750 milhões mais lucros
KeyCorp	Aumentar a eficiência do serviço dos caixas de banco	20 milhões
General Motors	Aumentar a eficiência do serviço das linhas de produção	90 milhões
Samsung Electronics	Desenvolver metodos de reducao de tempo de fabricacao e niveis de estoque	200 milhoes mais receita
Continental Airlines	Otimizar a realocacao de tripulacoes quando ocorrem desajustes nos horarios de voos	40 milhões

Fonte: Hillier e Lieberman (2013) (Adaptada pelo autor).

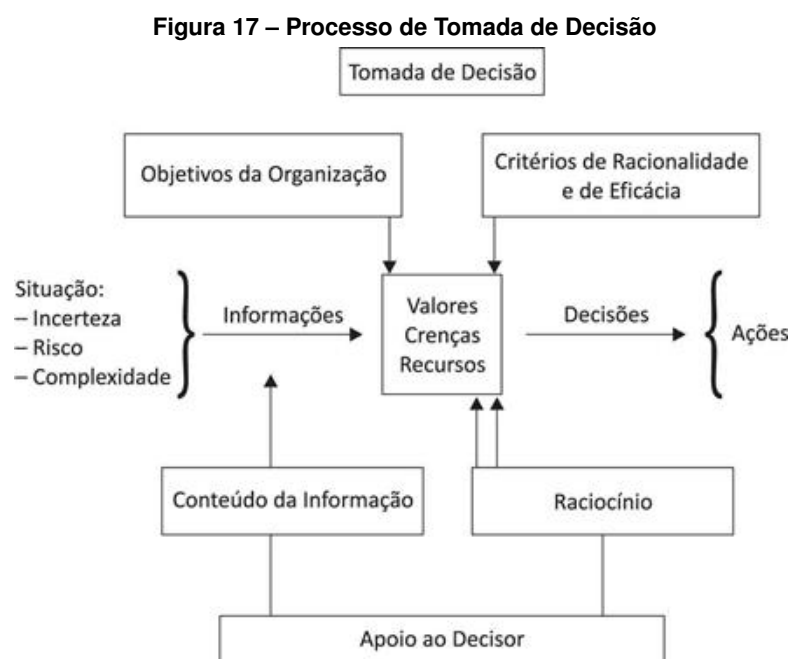
A tabela 9 apresenta os resultados significativos que a aplicação dessa ferramenta matemática proporcionou à essas empresas, e evidencia-se a diversidade do campo em que se pode implementar processo de modelagem operacional, seja nas etapas de desenvolvimento, projetos e operação das mais diversas áreas.

3.1.1 Tomada de Decisão

O processo de tomada de decisão consiste em avaliar os fatores externos e internos que podem afetar na solução do problema, como afirma Liczbinski *et al.* (2002) ao seccionar este processo em:

- Ambiente.
- Risco e incerteza.
- Custo e qualidade requerida pelo produto ou serviço.
- Agentes tomadores de decisão.
- Cultura organizacional.
- O próprio mercado.

Liczbinski *et al.* (2002) ilustra o processo de tomada de decisão na figura 17, com os principais fatores envolvidos no problema em questão, possibilitando estabelecer o processo de tomada de decisão do problema com base nos dados relacionadas diretamente ao processo.



Fonte: Liczbinski *et al.* (2002).

A figura 17 apresenta um modelo contendo os fatores internos e externos que são capazes de influenciar durante a tomada de decisão para uma ação específica, na qual todas devem ser levadas em consideração, uma vez que não adianta determinar o melhor percentual de uma material, se o produto final a ser utilizado irá aumentar o seu valor, o que poderá impactar negativamente o preço do produto frente ao mercado. Assim a tomada de decisão tem de ser executada considerando fatores externos e internos ao problema.

Conforme Liczbinski *et al.* (2002), para a modelagem do processo de tomada de decisão é necessário determinar os seguintes parâmetros:

- Variáveis de decisão

São valores desconhecidos do modelo matemático, caracterizadas como:

- Contínuas: assumem quaisquer valores dentro um intervalo real;
- Binárias: assumem os valores de 1 ou 0, tomando como base as alternativas "sim" e "não" dentro do modelo;
- Discretas: assumem valores finitos de soluções.

- Função objetivo

Função matemática que visa maximizar ou minimizar os valores que compõem as restrições do problema.

- Restrições

Conjunto de equações e/ou inequações compostas pelas variáveis que caracterizam o problema.

- Parâmetros de entrada

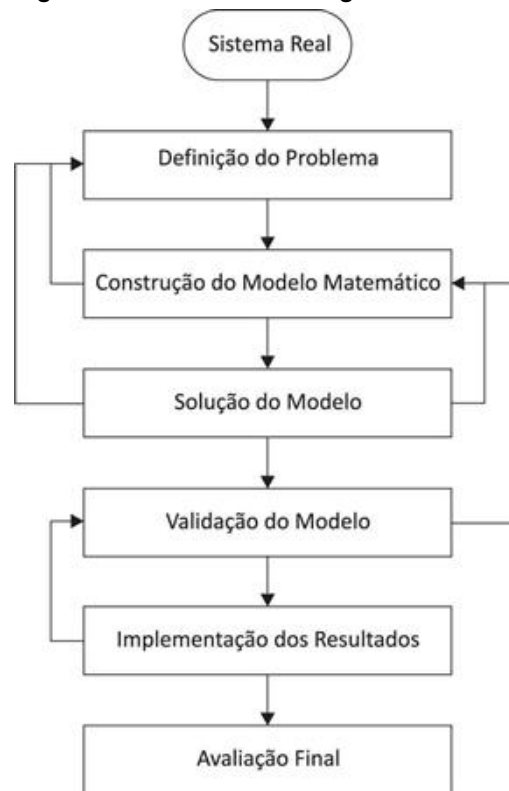
Valores que compõem a implementação do modelo matemático, afim de determinar o resultados condizentes com as condições pré-estabelecidas.

3.1.2 Processo de Modelagem

A Pesquisa Operacional é uma ferramenta matemática que auxilia no processo de tomada de decisão de um modelo. A figura 18 ilustra o fluxograma adotado por Belfiore e Fávero (2013) para descrever objetivamente o processo de modelagem matemática, representando os *loops* que ocorrem dentro das etapas até se determinar um resultado final, denominado de Valor Ótimo. Além disso, a implementação de cada uma dessas fases podem variar de acordo com o entorno e necessidades consideradas na elaboração, como condições de não negatividade e as restrições de dualidade na solução. Restrições de não negatividade são utilizadas quando não se admite valores nulos na solução, assim, incorpora-se uma restrição no modelo matemático afim de que a n -ésima variável não seja capaz de admitir um valor igual a zero para a solução factível.

Em contrapartida, conforme Hillier e Lieberman (2013) a teoria da dualidade é uma alternativa para solução de problema primal, podendo facilitar a sua aplicação, sendo uma representação canônica, realizada pela inversão de matrizes do modelo de solução primal, ao passo que o objetivo do primal se altera para o dual, ou seja, se o primeiro é de maximização o segundo será o oposto, de minimização.

Figura 18 – Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Belfiore e Fávero (2013).

Inicialmente, será abordada a definição do problema com a declaração do objetivo e da estrutura do modelo adotado primariamente. Para a construção do modelo de programação há a indexação das variáveis e restrições em um conjunto de equações e inequações, nessa etapa modela-se o problema por meio de alguns tipos de programação.

- Programação Linear

A história da programação linear teve início durante a Segunda Guerra Mundial com o criador do Método *Simplex* em 1947, George B. Dantzig, cientista do grupo *SCOOP* (*Scientific Computation of Optimum Program*) organizado pelas Forças Aéreas dos Estados Unidos da América, com o objetivo de solucionar o problema de alocação dos recursos limitados, otimizando os objetivos direcionados. (LOESCH; HEIN, 2017)

Devido a falta de conhecimento, nenhum resultado significativo foi atingido ao término da guerra. Entretanto mais tarde, com o aperfeiçoamento da metodologia do Método *SIMPLEX*, pode-se definir uma caracterização de um problema de programação linear como sendo a representação de uma função objetivo e as restrições por meio de funções lineares, a fim de obter uma solução viável para o problema, como é apresentada nas equações 5 e 6.

$$Z = F(x).x \quad (5)$$

$$g(x).x \geq , \text{ou} , \leq b \quad (6)$$

A função objetivo escrita linearmente por Z , representa o propósito do modelo, ao passo que seu valor poderá ser maximizado ou minimizado, conforme a manipulação da variável x . Sua restrição destina-se o limite máximo ou mínimo que a variável x poderá assumir pelos valores de $g(x)$ e b , resultando em uma solução ótima.

Belfiore e Fávero (2013) descreve que para problemas de Programação Linear (PL) a solução otimizada pode ser representada graficamente pelo ponto extremo de um conjunto de soluções possíveis; caso a solução possa representar qualquer valor dentro no extremo ou interior desse conjunto, define-se o modelo como a representação de uma Programação Não Linear (PNL), aumentando a complexidade do modelo e de sua implementação.

- Programação Não Linear

A modelagem de problema de PNL, assim, como a PL é representada pelo conjunto: função objetivo, restrição e variável. Entretanto, essa ferramenta apresenta um grau a mais de dificuldade, pois de acordo com Loesch e Hein (2017) esse tipo de problema é passível de restrições que apresenta derivadas de *n-ésimo* grau e, ainda, pela não existência desses elementos.

Os tipos de PNL são diversos, a seguir é apresentado, sucintamente, algumas dessas variações desse modelo de programação para se verificar a elevação do grau de complexidade quando compara ao modelos de PL.

- Otimização Irrestrita

São problemas que não apresentam restrições no modelo, de acordo com Hillier e Lieberman (2013) a condição necessária para essa condição é a função objetivo ser diferenciável, ou seja, deverá apresentar em suas derivadas parciais o valor zero para que a solução atingida seja ótima dentro do conjunto de soluções factíveis, vide equação 7.

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

Caso esse modelo não apresente uma restrição de não negatividade em sua modelagem matemática, a função objetivo do modelo deverá apresentar derivadas parciais com valores superiores ao nulo, conforme a equação 8.

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} \begin{cases} \leq 0 & \text{se } x_j = 0 \\ = 0 & \text{se } x_j > 0 \end{cases} \quad (8)$$

De modo que os valores de x_j apresentem uma solução ótima com valores de máximos ou mínimos globais da função côncava, visto que essa função apresenta somente um valor global para o seu máximo e mínimo.

– Programação Quadrática

É representando por restrições lineares em sua modelagem, entretanto a função objetivo é escrita por um polinômio de 2º grau com base em uma ou mais variáveis, como é representada nas equações 9 a 13.

$$f(x) = cx - \frac{1}{2}x^T Qx \quad (9)$$

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \quad (10)$$

$$q_{ij} x_i x_j \quad (11)$$

$$Ax \geq b \quad (12)$$

$$x \leq 0 \quad (13)$$

Onde c representa um vetor linear e A e Q são matrizes, desse modo, o símbolo T representa a transposição da matriz do vetor coluna x e b outro vetor coluna. Belfiore e Fávero (2013) complementa que para esse tipo de programação, a função $f(x)$ deverá ser convexa, ou seja, o máximo ou mínimo da função será dado como o ponto global máximo ou mínimo, de acordo com a sua implicação.

• Programação Binária

A modelagem desse tipo de programação é utilizada ao verificar que todas as variáveis envolvidas deverão apresentar um comportamento binário, ou seja, necessitarão apresentar um valor de 1 ou 0 na implementação da formulação matemática, conforme a equação 14.

$$x \in [0;1] \quad (14)$$

A modelagem é semelhante ao modelo de PL, acrescentado da restrição de que as variáveis precisam apresentar valores inteiros, caso não apresente, o modelo passa a ser de Programação Inteira Mista (PIM), Konowalenko *et al.* (2019) complementa ainda que a maioria do problemas em que são aplicados essa programação, costuma-se tra-

balhar com variáveis binárias e variáveis reais na modelagem, otimizando o processo de escolha e seu resultado.

Definida a abordagem a ser tomada, o próximo passo é obter a solução do modelo por meio de algoritmo de resolução. Tendo como exemplo de modelo determinístico a PL pelo método *Simplex*, e para Programação Inteira o algoritmo de *Gauss-Jordan-Chio*, entre outros métodos possíveis dentre as ferramentas de resolução.

A etapa de validação do modelo é onde o usuário irá utilizar o modelo e por meio dele conseguir avaliar se o modelo apresenta todas as necessidades determinadas na etapa inicial do problema. A seguir, a implementação dos resultados deve ser feita meticulosamente para averiguar os resultados quanto à excelência. Por fim, a avaliação final consiste em verificar a compatibilidade entre o resultado obtido e o objetivo do modelo desenvolvido. (BELFIORE; FÁVERO, 2013)

Resume-se que o objetivo da Pesquisa Operacional é determinar uma solução ótima ou viável para o problema estudado, e devido à existência dos *loops* no processo, faz-se uso de ferramentas computacionais capazes de automatizar a execução desses laços, devido à proporção que os problemas podem vir a ter.

3.2 Ferramentas da Pesquisa Operacional

Eom e Kim (2006) elaboraram em sua pesquisa a classificação das ferramentas da Pesquisa Operacional, enquadrando-as nas partições. A tabela 9 descreve as ferramentas de PO utilizadas para modelagem de alguns modelos determinísticos e estocásticos.

Tabela 9 – Ferramentas da Pesquisa Operacional

Modelo Determinístico	Modelo Estocástico
Programação Linear	Teoria das Filas
Programação em Redes	Teoria dos Jogos
Programação Não Linear	Programação Dinâmica Estocástica

Fonte: Eom e Kim (2006) (Adaptada pelo autor).

Os modelos determinísticos e estocásticos se diferenciam em sua modelagem matemática. À seguir é apresentando algumas das principais diferenças entre os tipos de modelos.

1. Modelo Determinístico

Esse tipo de modelo é caracterizado por conter variáveis constantes e conhecidas, de modo que o modelo reporte uma solução única do problema, podendo apresentar ou não a especificidade ótima da solução desenvolvida por um conjunto de equações e/ou restrições.

2. Modelo Estocástico

Conforme Belfiore e Fávero (2013) o modelo faz uso de variáveis aleatórias em que ao menos uma função venha a ter um tratamento probabilístico durante os processos de resolução. Com isso, é capaz de gerar mais de uma solução para diferentes panoramas frente ao objetivo, dessa forma, o modelo estocástico é capaz de proporcionar apenas um conjunto de soluções possíveis, ao passo que não se tenha um única solução ótima.

Para desenvolver os modelos apresentados nesse trabalho utilizou-se da análise por meio da modelagem determinística, devido as propriedades de suas variáveis, restrições e função objetivo, visto que o problema deverá ser capaz de proporcionar única solução ótima do modelo de PL.

Dessa maneira, o conjunto de variáveis do modelo apresenta as seguintes características restritivas e descritivas em sua modelagem matemática.

- Variáveis

As variáveis utilizadas para a modelagem matemática aplicada ao modelo de PL são restritas, uma vez que a tolerância delas variam de 0 a 1.

- Função Objetivo

A função objetivo modelada é representada por modelo de PL, assim, foi elaborada como sendo um polinômio de 1º grau.

- Restrições

Assim como a função objetivo, as restrições foram elaboradas respeitando a definição de função linear para o modelo, além de apresentar a restrição de não negatividade das variáveis pertencentes a solução.

Definido o tipo de modelagem que se utilizará para a implementação matemática, o próximo passo é estruturar o problema implementando as características das variáveis, restrições e função objetivo, assim, toma-se como base o modelo genérico proposto por Liczbinski *et al.* (2002) por meio das equações 15 a 19.

Função objetivo:

Max ou Min

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (15)$$

Sujeito a:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq, =, \geq b_1 \quad (16)$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq, =, \geq b_2 \quad (17)$$

.

.

.

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq, =, \geq b_m \quad (18)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (19)$$

Onde:

x_i : representa as variáveis de decisão.

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: função objetivo composta por n variáveis.

$g(x_1, x_2, \dots, x_m)$: restrição em relação as n variáveis de decisão.

b_m : termo independente da inequação.

Com base nessa abordagem, um problema de PL a função objetivo, definida por $f(x_n)$ e as restrições $g(x_n)$, presentes nas equações 15 a 19 são, necessariamente, representadas por funções lineares baseadas nas variáveis de decisão x_n , com isso, apenas os dados constantes e os termos são envolvidos por variáveis de primeira ordem.

3.3 Formulação Matemática

Com base na descrição de elaboração de problemas de programação linear apresentada na seção 3.1, elaborou-se os modelos 1, 2 e 3, nos quais suas respectivas funções objetivo são representadas por Ψ_1 , Ψ_2 e Ψ_3 , assim, compondo conjuntos de dados a seguir.

1. Conjuntos:

i : conjunto dos materiais que constituem a mistura

j : conjunto das peneiras ensaiadas

2. Parâmetros:

n : total de agregados da mistura

m : número de peneiras ensaiadas

P_j : refere-se a porcentagem passante de cada peneira

d_i : custo unitário por m^3 dos materiais

α_j : tolerância do material passante

c_{ij} : refere-se a porcentagem do material i passante na peneira j

3. Variáveis:

δ_j : variável de preenchimento de material

σ_j : desvio flexibilizado

x_i : refere-se a porcentagem ótima dos agregados da mistura

4. Funções Objetivos:

Ψ_1 : porcentagem passante entre as peneiras

Ψ_2 : custo monetário dos materiais

Ψ_3 : desvios permitidos

3.3.1 Modelo 1

O modelo matemático desenvolvido tem como objetivo determinar a dosagem ótima do concreto asfáltico, tendo como princípio a curva de distribuição granulométrica de seus agregados, de modo que a porcentagem de material passante nas peneiras seja maximizada, de acordo com as restrições da DNIT 031 (2006) e os dados presentes na Faixa C (tabela 6).

Função Objetivo:

Maximize

$$\Psi_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m-1} x_i \cdot (c_{ij} - c_{i(j+1)}) \quad (20)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot c_{i1} = 1 \quad (22)$$

$$P_j^- \leq \sum_{i=1}^n c_{ij} \cdot x_i \leq P_j^+ \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot (c_{ij} - c_{i(j+1)}) \geq 0,04 - \delta_j \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (24)$$

$$\delta_j \geq 0 \quad (25)$$

$$0,55 \leq x_1 \leq 1 \quad (26)$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad \text{para } i = 3 \text{ e } 4 \quad (27)$$

O modelo 1 conta com os agregados do CBUQ, agregado miúdo, material de enchimento e os agregados graúdo da composição, assim, a função objetivo 20 busca maximizar a diferença dos materiais passantes entre peneiras consecutivas na fase de mistura. A restrição 21 garante que a soma da massa ótima de cada material na mistura seja 100%. A restrição 22 estabelece que deve passar 100% dos materiais na primeira peneira. A restrição 23 fixa os valores máximos e mínimos de material passante a partir da segunda até a oitava peneira. A restrição 24 determina que a fração retida entre duas peneiras consecutivas deve ser maior que 4% da amostra, considerando a flexibilização dada por δ_j . A restrição 26 é tratada devido ao fato de a DNER 054 (1997) confirmar que a dosagem de agregado miúdo ($x_i = 1$) deva ser superior a 55% da mistura. Por fim, a restrição 27 restringe a porcentagem de cada agregado, devendo apresentar um valor entre 0% e 100% frente à composição do concreto asfáltico usinado a quente.

3.3.2 Modelo 2

O modelo 2 tem interesses restritivos análogos ao do modelo 1. Neste modelo a proposta é determinar a fração ótima entre os agregados com o objetivo de minimizar o custo monetário da composição final. Assim, este modelo é regido pelas restrições 21 a 27 e pela substituição da restrição descrita na equação 20 pela equação 28. As bases de dados utilizadas para referenciar o custo monetário de cada material são referentes às tabelas de precificação SINAPI e a SICRO apresentadas na seção 2.4.

Função Objetivo:

Minimize

$$\Psi_2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot d_i \quad (28)$$

A função objetivo 28 tem a função de minimizar o custo monetário médio dos agregados, utilizando as tabelas de precificação de custos apresentadas na seção 2.4, cujas apresentam os agregados com as unidades dos respectivos materiais, sendo necessário transformar a Cal em unidade de medida dela, em kg, para m³ afim de equalizar com os demais materiais.

3.3.3 Modelo 3

A proposta desse modelo é inserir variáveis de folga, que permitam flexibilizar a restrição da equação 23 do modelo 1 da seção 3.3.1, a qual restringe a porcentagem passante de material da mistura final por meio dos limitantes superior e inferior, apresentados na tabela 6.

Função Objetivo:*Minimize*

$$\Psi_3 = \sum_{j=1}^m \sigma_j^- + \sigma_j^+ \quad (29)$$

A função objetivo apresentada na equação 31 expõe a minimização da soma dos desvios flexibilizados permitidos pela restrição 6, na qual para a primeira peneira ($j = 1$) foi desconsiderada na implementação do modelo pois não apresenta limitante inferior, conforme a tabela 6. Dessa maneira o desvio inferior σ_j^- é inexistente devido a presença da restrição referente a porcentagem passante da primeira peneira ser 100% do material.

Inserindo os valores de tolerância descritos na DNIT 031 (2006), visto que pode haver inúmeros fontes erros de origens humanas ou mecânicas durante o ensaio de granulometria dos agregados apresentado pela NBR NM 248 (2003). A formulação do modelo 3, segue fazendo uso das equações 21, 22, 24 a 27, 30 a 32.

$$0 \leq \sigma_j^- \leq \alpha_j^- \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (30)$$

$$0 \leq \sigma_j^+ \leq \alpha_j^+ \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (31)$$

$$P_j^- - \sigma_j^- \leq \sum_{i=1}^n c_{ij} \cdot x_i \leq P_j^+ + \sigma_j^+ \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (32)$$

A restrição 30 fixa o limite inferior da tolerância permitida pela norma e a restrição 31 delimita o limite superior permitido, ambas baseadas na Faixa C da DNIT 031 (2006). A restrição 32 permite a flexibilização dos limites superiores e inferiores da mistura, de modo que a extrapolação contida na tolerância da Faixa C do DNIT 031 (2006) seja mínima, respeitando a tolerância contida na tabela 6.

3.4 Implementação Computacional

Para solucionar problemas de PO computacionalmente faz-se necessário a utilização de algumas ferramentas, o *solver* são uma alternativa capaz de automatizar os processos de cálculos iterativos necessários para determinar o melhor resultado possível, ou até, o resultado ótimo da modelagem. O *solver* utilizado para na implementação da formulação matemática desenvolvida na presente pesquisa foi o *CBC MILP* capaz de resolver problemas extensos de programação linear, além de contar com uma vasta documentação.

Dentre os modelos de desenvolvimento em que o *CBC MILP* é capaz de solucionar, o formato adotado para a implementação computacional, o qual terá de apresentar os seguintes conjuntos:

- Função objetivo
- Restrições
- Informações das variáveis - limites e tipo (inteira, binária ou mista)

A escolha pelo uso do *solver* para trabalhar no desenvolvimento dos modelos foi o fato de, além de apresentar uma documentação requintada sobre sua aplicação, é *Open source*, o que faz com que o seu uso seja acessível para o desenvolvimento e implementação dentro da linguagem *Python*. Faz-se necessário importar a biblioteca *PANDAS* para realizar a importação do dados contidos em arquivos de extensão *xls*, posteriormente, para o reconhecimento desse dados dentro do ambiente da modelagem utilizou-se da biblioteca *NUMPY* e, a seguir, o uso da *PULP* para a formulação de toda a estrutura da modelagem computacional implementada.

Além da utilização das bibliotecas apresentadas, utilizou-se também do editor de código-fonte desenvolvido pela *Microsoft*, *Visual Studio Code*, que é uma ferramenta representada como uma estrutura computacional capaz de realizar a codificação e a depuração de diversas linguagens de programação, na qual foi utilizada a linguagem *Python* e importado as bibliotecas apresentadas acima dentro de uma *Integrated Development and Learning Environment (IDLE)*.

Para realizar a implementação computacional dos modelos matemáticas apresentadas nas seções 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3, foi utilizado as seguintes ferramentas computacionais:

- *Visual Studio Code*
- *Python*
- *Solver CBC MILP*
- Bibliotecas:
 - PANDAS*
 - NUMPY*
 - PULP*

Definidos os modelos matemáticos necessários para a implementação computacional, serão tratados os resultados originados dessa codificação, por meio da interpretação dos valores pertencentes ao conjunto de solução ótima das respectivas funções objetivo, por meio do comportamento da distribuição granulométrica dos agregados presentes na confecção do CBUQ.

4 RESULTADOS

A aplicação computacional dos modelos apresentados no capítulo 3 foi capaz de obter diferentes dosagens ótimas dos agregados do CBUQ. Os dados do ensaio de peneiramento descrito pela NBR NM 248 (2003) e as tabelas de precificação dos materiais descritas na seção 2.4 utilizados para a aplicação dos modelos lineares será apresentada a seguir, na seção 4.1.

4.1 Implementação Matemática

Para a implementação dos modelos foi necessário delimitar os valores dos conjuntos apresentados na seção 3.3, com relação a porcentagem passante de cada peneira, referenciada pelas variáveis P_j^+ e P_j^- , e os valores das tolerâncias de material passante nelas, representados pelas variáveis α_j^+ e α_j^- . Este conjunto tem como referência as grandezas presentes na tabela 6 e o resultado do ensaio de granulometria, representado pelas variáveis c_{ij} dos agregados para aplicação na confecção dos agregados do CBUQ. Em complemento à essas informações, Núñez *et al.* (2007) afirma que o material cal é um elemento capaz de proporcionar uma melhoria na adesividade entre os agregados e o ligante asfáltico derivado do petróleo, além auxiliar na redução de aparição de trincas e de retardar o envelhecimento do asfalto pelo efeito de oxidação, conforme informações detalhadas na seção 2.2.

Completando a análise dos estudos de Bardini (2013), adicionada à experiência de um especialista, definiu-se a quantidade de 3% para a variável x_2 , referente a utilização da cal como material de enchimento. Em complemento, a DNER 054 (1997) determina que o agregado miúdo, representado pela variável x_1 , deve apresentar um valor igual ou superior a 55%.

A seguir é apresentado o conjunto de dados pertinentes para aplicação dos modelos de programação linear restrita, apresentados no capítulo 3.3. Essas informações são descritas através da quantidade de materiais para a determinação da dosagem do concreto asfáltico (n), quantidade de peneiras de malha quadrada (m), limitantes inferiores (P_j^-) e superiores (P_j^+), tolerâncias inferiores (α_j^-) e superiores (α_j^+), dados estes que estão presentes na DNIT 031 (2006) na tabela 6 do capítulo 2.3.

$$n = 4$$

$$m = 8$$

$$P_j^- = (1,00; 0,80; 0,70; 0,44; 0,22; 0,08; 0,04; 0,02)$$

$$P_j^+ = (1,00; 1,00; 0,90; 0,72; 0,50; 0,26; 0,16; 0,10)$$

$$\alpha_j^- = (0,07; 0,07; 0,07; 0,05; 0,05; 0,05; 0,03; 0,02)$$

$$\alpha_j^+ = (0,07; 0,07; 0,07; 0,05; 0,05; 0,05; 0,03; 0,02)$$

$$x_2 = 0,03$$

Os valores referentes à variável d_i , condizentes com o custo monetário por m³ dos materiais são descritos nas tabelas 13, 14, 26 e 27, visto que ela varia conforme a fonte regional dos dados do ensaio e seus materiais. Nos capítulos à seguir são descritos os resultados das implementações computacionais dos modelos desenvolvidos com base nos parâmetros apresentados e os dados de entrada pertencente a cada uma das regiões analisadas.

4.1.1 Região Sudeste

A empresa de pavimentação situada no interior de São Paulo forneceu o resultado do ensaio de granulometria da amostra dos agregados. A tabela 10 apresenta esses valores, os materiais utilizados e o percentual do tamanho de grãos referente a cada peneira utilizada pelo responsável. Nela observa-se que o material de enchimento utilizado pela empresa foi a cal, a qual poderá ser utilizada para a confecção da mistura asfáltica, conforme as restrições apresentadas na tabela 7 da Norma DNER 367 (1997), visto que para a peneira de número 7 a porcentagem passante de material de enchimento deverá apresentar um valor superior a 95% e para a peneira de número 8, 65%.

Tabela 10 – Porcentagem de Material Passante - Sudeste

Número Peneira	Abertura das peneiras (mm)	Agregados %			
		Areia	Cal	Pedrisco	Brita 1
1	19,10	100,00	100,00	100,00	100,00
2	12,70	100,00	100,00	99,50	41,30
3	9,50	100,00	100,00	64,60	9,60
4	4,80	100,00	100,00	8,60	1,50
5	2,00	68,60	100,00	1,90	0,50
6	0,42	21,20	100,00	1,40	0,30
7	0,18	12,00	99,90	1,20	0,20
8	0,08	8,00	88,00	1,00	0,20

Fonte: Empresa de Pavimentação do Interior do Estado de São Paulo (Adaptada pelo autor).

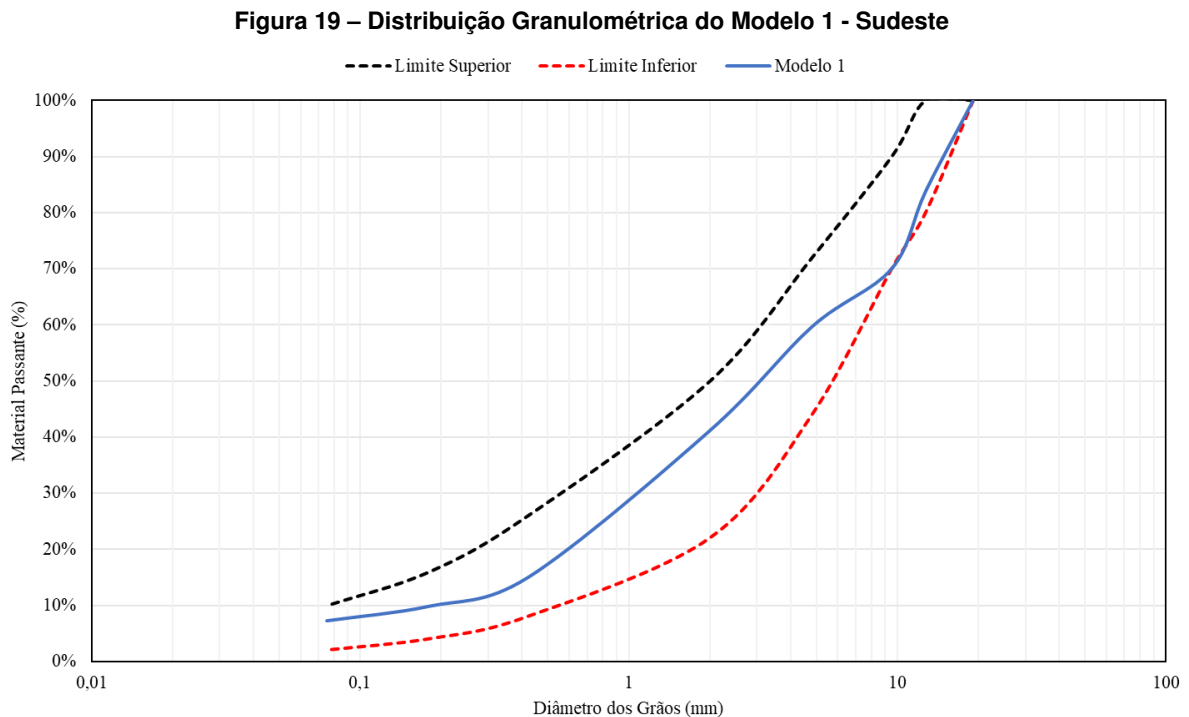
A tabela 10 representa o ensaio descrito pela NBR NM 248 (2003) no qual o fornecedor optou pela aplicação de cal como filer para a incorporação dos materiais da mistura asfáltica, a qual apresenta os requisitos normativos essenciais para a sua utilização baseado em sua caracterização conforme DNER 367 (1997) descreve.

As seções à seguir tratam do desenvolvimento e dos resultados obtidos através das implementação computacional dos modelos elaborados em *Python* para a região Sudeste do

Brasil, fazendo uso do resultado do ensaio de granulometria dos agregados descrito na tabela 10.

Implementação do Modelo 1

A implementação das informações apresentadas nesta seção em conjunto com os dados acima, resultou na distribuição granulométrica ilustrada na figura 19. Conforme o que foi apresentado sobre os tipos de curvas de granulometria, pode-se enquadrar o comportamento da curva determinada por esse modelo descrito na figura 19, como granulometria densa ou bem graduada, devido a sua continuidade que pode ser observada na distribuição, conforme é mostrado na figura 19.



Fonte: O autor.

O resultado obtido na implementação é apresentado na tabela 11, na qual é apresentada a dosagem otimizada dos agregados do CBUQ com os valores máximos de porcentagem massa passante entre duas peneiras consecutivas do ensaio.

Tabela 11 – Resultado do Modelo 1 - Sudeste

Areia	Cal	Pedrisco	Brita 1
55,00%	3,00%	14,49%	27,51%

Fonte: O autor.

Com base no resultado encontrado para o modelo 1, a tabela 11 quantifica o mínimo necessário agregado miúdo, deixando para o agregado graúdo um dosagem de 42% para o

pedrisco e brita 1, totalizando a somatória de 100% dos materiais. A tabela 12 apresenta os valores obtidos em consideração à porcentagem retida entre peneiras consecutivas.

Tabela 12 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 1 - Sudeste

Peneira Passante (<i>j</i>) mm	Porcentagem de Material		Restrição
	Peneira Retida (<i>j</i> + 1) mm	Porcentagem %	
19,1	12,7	16,22	4
12,7	9,5	13,78	4
9,5	4,8	10,34	4
4,8	2,0	18,52	4
2,0	0,42	26,20	4
0,42	0,18	5,12	4
0,18	0,08	2,59	4

Fonte: O autor.

A tabela 12 manifesta o fato de que a restrição 24 não foi atendida para todos os conjuntos de peneiras, uma vez que, a porcentagem retida para peneira 0,08mm apresentou um resultado inferior aos 4% de material retido entre peneiras consecutivas, proposto pela DNIT 031 (2006), apresentando um valor de $\delta_7 = 1,41\%$. Essa eventualidade, ocorre devido a alta porcentagem de massa passante do agregado miúdo e/ou fíler serem inferiores ao necessário para o atendimento deste critério, fazendo assim, o valor ótimo do modelo representa um valor otimizado da dosagem devido as características dos resultados do ensaio de granulometria presente na tabela 10.

Implementação do Modelo 2

Conforme os materiais descritos na tabela 10 e, analisando-os diante do custo unitário de cada um deles apresentados nas tabelas 13 e 14 da base de dados da Caixa Econômica Federal (2022) e Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (2022), respectivamente, pode-se determinar o valor parcial que cada material representa da mistura final.

Assim, a implementação do modelo 2 condizente aos custos unitários são baseadas nas informações das tabelas 10, 13 e 14, ao passo que, o resultado do implementação do modelo seja capaz de quantificar a dosagem otimizada de cada agregado do CBUQ diante do custo unitário por m³ de material presente na mistura.

Tabela 13 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável *d* - SINAPI (SP)

Código	Descrição	Unidade	Preço Unitário R\$
370	Areia Média	m ³	62,00
1106	Cal Hidratada	kg	0,60
4720	Pedrisco/ Brita 0	m ³	62,73
4721	Brita 1	m ³	54,33

Fonte: Caixa Econômica Federal (2022) (Adaptada pelo autor).

Como as tabelas apresentam unidades de medida diferentes para os materiais, a SINAPI e SICRO apresentam o material de enchimento com a unidade descrita em *kg*, desse modo, foi utilizado para a cal hidratada com massa específica média de $\rho = 1700\text{kg}/\text{m}^3$, a fim de que o modelo trabalhe com uma representação de percentuais significativos por unidade de volume dos materiais.

Tabela 14 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável *d* - SICRO (SP)

Código	Descrição	Unidade	Preço Unitário R\$
M0028	Areia Média	m ³	127,144
M0345	Cal Hidratada	kg	0,4435
M1103	Pedrisco	m ³	121,292
M0191	Brita 1	m ³	103,54

Fonte: Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (2022) (Adaptada pelo autor).

O desenvolvimento do modelo 2 faz uso dos mesmo dados apresentados para o desenvolvimento do modelo 1, o conjunto de restrições e a tabela 10. Este modelo tem como objetivo minimizar o custo monetário médio dos agregados, fazendo uso das informações do custo monetário apresentado pela SICRO e SINAPI, que apresentam os valores dos materiais e insumos de engenharia nas tabelas 13 e 14, respectivamente.

A implementação do modelo 2 forneceu a dosagem dos agregados diante os resultados descritos na tabela 15, discretizados para as tabelas SINAPI e SICRO baseadas no custo monetário médio dos materiais para o estado de São Paulo, os quais foram apresentados, anteriormente, pelas tabelas 13 e 14 para as mesmas especificações dos agregados e material de enchimento.

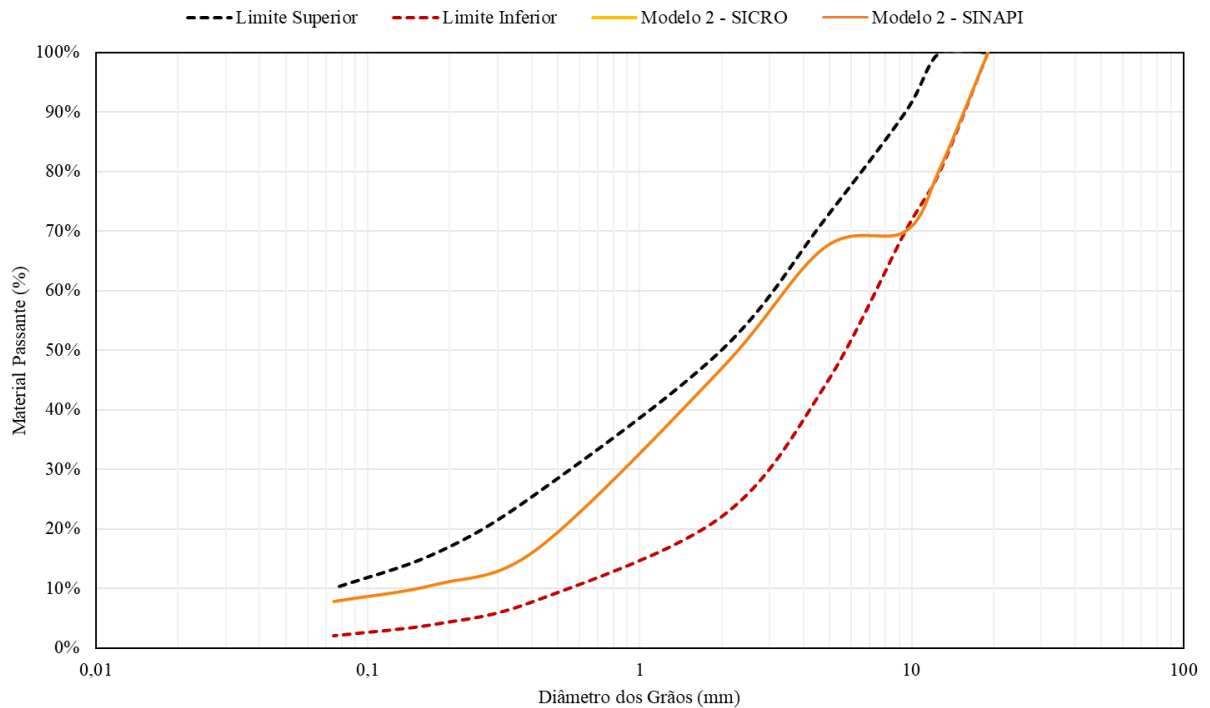
Tabela 15 – Resultado do Modelo 2 - Sudeste

Base de Dados	Areia	Cal	Pedrisco	Brita 1
SINAPI				
SICRO	63,81%	3,00%	0,00%	33,19%

Fonte: O autor.

A distribuição granulométrica proporcionada pelos resultados obtidos pela implementação computacional do modelo 2 é apresentada na figura 20 mediante aos limitantes referenciados pela Faixa C da DNIT 031 (2006), na qual nota-se que devido ao fato de a implementação dos dados da SINAPI e da SICRO apresentaram uma dosagem otimizada semelhante, vê-se na figura 20 apenas uma curva referente ao modelo 2.

Figura 20 – Distribuição Granulométrica do Modelo 2 - Sudeste



Fonte: O autor.

Na figura 20 apresenta-se uma pequena porcentagem de material abaixo do limite inferior, isso ocorre devido a forma de elaboração da curva de distribuição granulométrica, visto que o ensaio aborda algumas peneiras pertencentes a essa variação das abcissas, representando uma curvatura estimada entre as peneiras ensaiadas. Ressalta-se que os resultados obtidos na implementação do modelo 2 encontram-se dentro da Faixa C descrita pela DNIT 031 (2006).

Com base nos valores encontrado na tabela 15 é possível apresentar que apesar do custo médio do agregado miúdo ser, consideravelmente, diferente nas tabelas 13 e 14, assim como o valor da Brita 1, as porcentagens otimizadas desses materiais se mantiveram próximas para as duas aplicações. Tal feito é devido o alto custo do material de enchimento utilizado no ensaio. A tabela 16 apresenta o resultado do modelo, por meio dos valores das variável δ_j .

Analogamente ao resultado determinado através da implementação do modelo 1, o modelo 2 também não consegue atender ao mesmo conjunto de peneiras consecutivas, apresentando uma porcentagem retida de 2,69% para peneira de abertura de 4,8 mm, com a utilização dos dados da SICRO e da SINAPI, apresentando valores inferiores ao exigido pela DNIT 031 (2006) de 4% de material retido, com um valor de $\delta_3 = 1,31\%$, assim como a porcentagem retida de 2,91% referente a peneira de abertura 0,08 mm, com $\delta_3 = 1,09\%$. O valor de δ_j é a representação de uma composição complementar de material para atingir os 4% de material retido entre peneiras consecutivas.

Tabela 16 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 2 - Sudeste

Peneira Passante (j) mm	Porcentagem de Material		Restrição
	Peneira Retida ($j + 1$) mm	Porcentagem %	
19,1	12,7	19,48	4
12,7	9,5	10,52	4
9,5	4,8	2,69	4
4,8	2,0	20,37	4
2,0	0,42	30,31	4
0,42	0,18	5,91	4
0,18	0,08	2,91	4

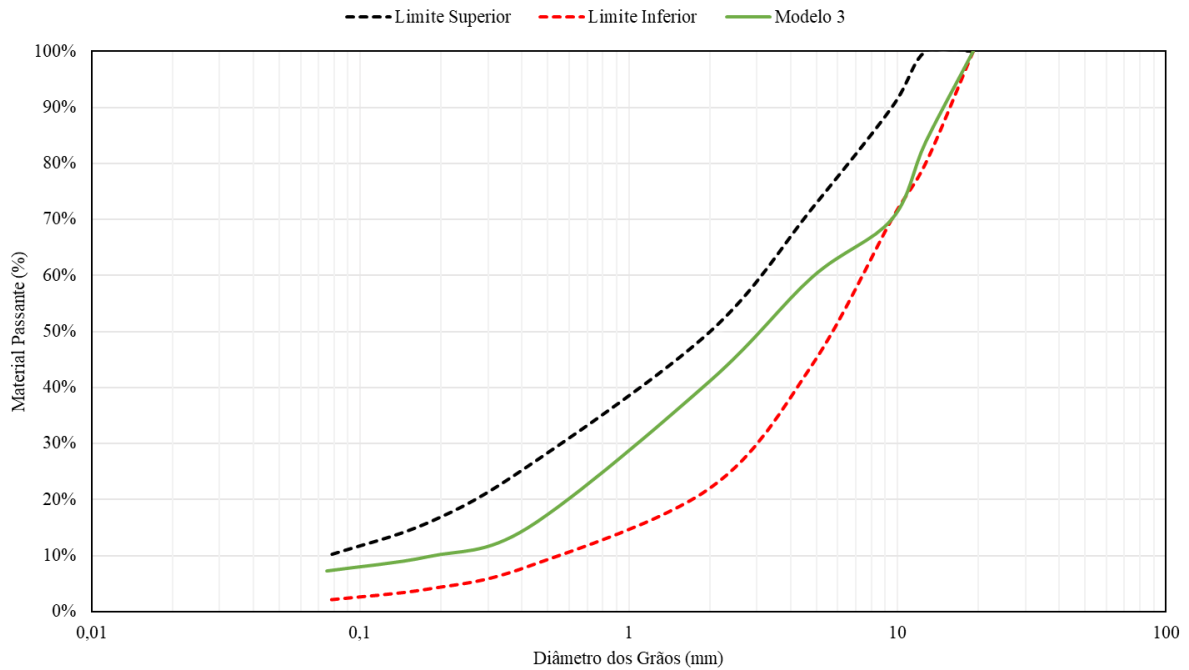
Fonte: O autor.

Desse modo, nota-se que com base no ensaio presente na tabela 10 há pouco material retido para compor a mistura final nessas peneiras, o que representa uma dificuldade no alcance dos 4% retido entre peneiras consecutivas, devido ao resultado proporcionado pelo ensaio de granulometria da empresa de pavimentação da região sudeste.

Implementação do Modelo 3

Diferentemente dos modelos anteriores em que a elaboração da função objetivo era obtida externamente à DNIT 031 (2006), a função tem como objetivo do modelo 3 visa minimizar os desvios permitidos nessa norma, fazendo uso das faixas de limite superior e inferior e a tolerância em cada peneira. A finalidade dessa análise é proporcionar uma flexibilização/relaxamento na modelagem matemática, baseada no conjunto de restrições apresentadas na seção 3.3.3, descrita pelas equações 21, 22, 24 a 27, 30 a 32.

Assim como o modelo anterior, o modelo 3 apresenta uma distribuição do tipo densa, devido a continuidade de material passante no decorrer do processo de peneiramento dos agregados. A figura 21 ilustra a distribuição da curva granulométrica dos agregados, visando a minimização dos desvios permitidos pela com base nos limites da Faixa C e as tolerâncias superiores e inferiores, com o intuito de permitir uma flexibilização no modelo.

Figura 21 – Distribuição Granulométrica do Modelo 3 - Sudeste

Fonte: O autor.

O resultado da dosagem otimizada do material obtido pela implementação do modelo 3 é exibido na tabela 17, na qual obteve-se uma porcentagem similar com a implementação do modelo 1.

Tabela 17 – Resultado do Modelo 3 - Sudeste

Areia	Cal	Pedrisco	Brita 1
55,00%	3,00%	14,49%	27,51%

Fonte: O autor.

Na análise da tabela 17, nota-se que houve uma grande diferença entre a porcentagem dos materiais de granulometrias maiores - pedrisco e brita 1, representando 42% do total. Além disso, observa-se uma concentração de agregados miúdos com mínimo requerido pela DNER 043 (1995), com somatória total dos materiais de 100%.

Tabela 18 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 3 - Sudeste

Peneira Passante (j) mm	Porcentagem de Material		Restrição
	Peneira Retida ($j + 1$) mm	Porcentagem %	
19,1	12,7	16,22	4
12,7	9,5	13,78	4
9,5	4,8	10,34	4
4,8	2,0	18,52	4
2,0	0,42	26,20	4
0,42	0,18	5,12	4
0,18	0,08	2,59	4

Fonte: O autor.

A tabela 18 apresenta os valores conforme a restrição 24 referente a porcentagem retida entre peneiras consecutivas no ensaio de granulometria. Assim como foi apresentado para os modelos 1 e 2, aplicados para a base de dados presente na tabela 10, não obteve sucesso referente a peneira de 0,08mm de abertura, conforme é exigido pela DNIT 031 (2006), devido à ausência de material retido nessas peneiras, apresentando um valor de $\delta_7 = 1,41\%$, que representa a porcentagem de material que a mistura necessita para a peneira de 0,08 mm para que a mistura seja capaz de atingir os 4% de material retido.

Comparação dos resultados dos três modelos para região sudeste

A implementação computacional dos modelos 1, 2 e 3 conferiu resultados otimizados para os problemas analisados na seções anteriores, nos quais todos os resultados da região sudeste apresentaram valores dentro dos limites propostos pela Faixa C, expostos na tabela 6. A figura 22 ilustra a distribuição granulométrica dos agregados dos três modelos e, ainda, apresenta como parâmetro de referência a média entre os limitantes permitidos da tabela 6, na qual a distribuição granulométrica fictícia apresenta os valores referenciados pela tabela 19.

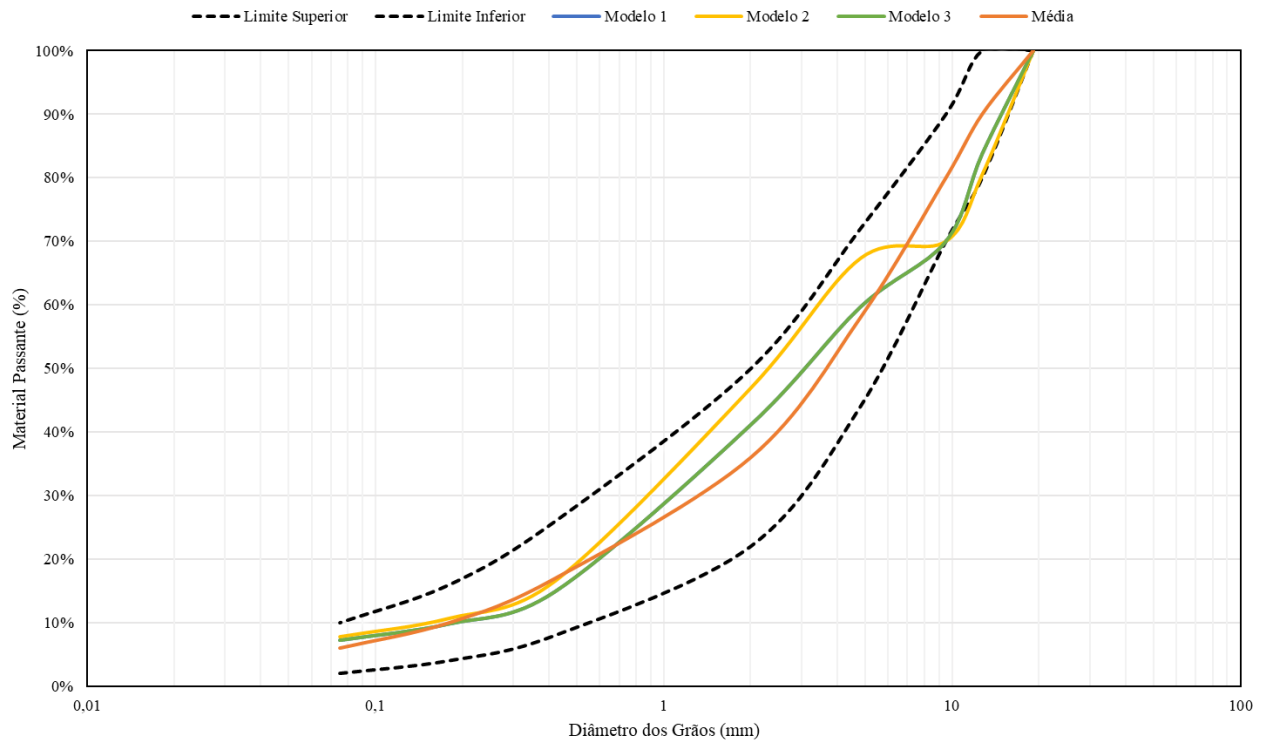
Tabela 19 – Distribuição Granulométrica Média da Faixa C

Peneira de Malha Quadrada Série ASTM	Abertura (mm)	% em Massa Passando Faixa C		
		Inferior	Superior	Média
3/4"	19,10	-	100	100
1/2"	12,70	80	100	90
3/8"	9,50	70	90	80
N° 4	4,80	44	72	58
N° 10	2,00	22	50	36
N° 40	0,42	8	26	17
N° 80	0,18	4	16	10
N°200	0,75	2	10	6

Fonte: DNIT 031 (2006) (Adaptada pelo autor).

Essa curva de distribuição foi elaborada com a finalidade de ilustrar o comportamento dos modelos com uma base em uma referência, os quais serão trados analiticamente, determinando a variação padrão amostral dos modelos para as respectivas peneiras do ensaio mencionado na NBR NM 248 (2003).

Figura 22 – Análise da Distribuição Granulométrica dos Agregados - Sudeste



Fonte: O autor.

As dosagens dos agregados obtidos pelos modelos desenvolvidos do CBUQ são vistas na tabela 20, na qual o agregado miúdo, no caso areia, apresentou uma porcentagem predominante conforme já era estimado devido à restrição da DNER 054 (1997) que fixa um valor mínimo de 55% para este material. Para o pedrisco e a brita 1 há uma variação durante os processos de implementação computacional das diferentes modelagens, visto que o pedrisco variou entre os modelos de 0 a 14,89% e a brita 1 de 27,51% a 33,19%, representando uma porcentagem de variação de 14,89% e 5,68%, respectivamente.

Tabela 20 – Análise Comparativa da Dosagem dos Agregados - Sudeste

Modelo	Areia	Cal	Pedrisco	Brita 1
Modelo 1	55,00%	3,00%	14,49%	27,51%
Modelo 2	63,81%	3,00%	0,00%	33,19%
Modelo 3	55,00%	3,00%	14,49%	27,51%

Fonte: O autor.

Aplicando os resultados do modelo 2, referente aos custo médio dos materiais granulométrico do CBUQ para a região sudeste do território brasileiro, os valores apresentados na tabela 21 representam o custo médio por m^3 do concreto asfáltico usinado a quente.

Tabela 21 – Custo por m^3 do CBUQ - Sudeste

Tabela	Agregados				Custo
	Areia	Cal	Pedrisco	Brita 1	
SINAPI	R\$ 62,00	R\$ 1020,00	R\$ 62,73	R\$ 54,33	R\$ 1199,06
SICRO	R\$ 127,144	R\$ 753,95	R\$ 121,292	R\$ 103,54	R\$ 1105,926

Fonte: O autor.

Com base nos valores encontrados referente ao custo médio dos agregados, nota-se que apesar das tabelas serem tomadas como referência para a confecção da camada de rolamento, tendo em uso as particularidades exigidas, no valor encontrado para a mesma dosagem dos agregados do CBUQ há um aumento percentual de 8,42% quando analisado o custo por m^3 da SINAPI referente a SICRO, ambas para região sudeste.

As análises voltadas às restrições externas ao domínio permitido na Faixa C, as restrições 26 e 27 presente nos modelos, nota-se que ao discriminar todas as restrições nos o modelos 1, 2 e 3, frente às respectivas de dosagens otimizadas, o *solver* tentou flexibilizar os modelos, atingindo uma solução ótima para os modelos implementados, entretanto não foi possível atingir uma porcentagem retida superior aos 4% entre duas peneiras consecutivas com os dados obtidos do resultado do ensaio de granulometria, vide tabela 10.

Neste contexto, uma possibilidade, caso seja requisito a ser seguido à risca pela empresa, um novo ensaio granulométrico dos materiais, a fim de que se obtenham uma dosagem ótima que seja restrita as restrições imposta pela DNIT 031 (2006).

4.1.2 Região Nordeste

Os dados do ensaio de granulometria dos agregados apresentados na tabela 22 foram disponibilizados pela UFPE.

Tabela 22 – Porcentagem de Material Passante nas Peneiras - Nordeste

Número Peneira	Abertura das peneiras (mm)	Pó de Pedra	Agregados %		
			Cal	Brita 0	Brita 1
1	19,10	100,00	100,00	100,00	100,00
2	12,70	100,00	100,00	100,00	100,00
3	9,50	100,00	100,00	99,60	86,70
4	4,80	97,30	100,00	78,20	12,30
5	2,00	72,30	100,00	9,90	0,30
6	0,42	25,30	100,00	1,30	0,10
7	0,18	17,70	79,90	0,50	0,10
8	0,08	7,60	68,80	0,40	0,10

Fonte: UFPE (Adaptada pelo autor).

Os resultados do ensaio da tabela 22 apresentam restrições com base na porcentagem passante do material de enchimento, visto que para o filer poder ser utilizado na mistura asfáltica a porcentagem apresentada para peneira 7 deverá ser superior a 95% da massa da cal. Assim, tomando como base a porcentagem fixa do material de enchimento que foi definida pelo

especialista, uma alternativa foi realizada para que fosse possível utilizar o ensaio disponibilizado.

A alternativa proposta para a utilização desses dados foi a substituição do resultado do ensaio de granulometria da cal fornecida pela UFPE, pelo ensaio da região sudeste da empresa de pavimentação do interior do estado de São Paulo referente ao material de enchimento, utilizando, dessa forma, a tabela 23 para a representação do resultado de granulometria dos agregados da região nordeste na qual destaca-se as informações que foram alteradas para utilização dos dados proporcionada pela instituição de ensino superior.

Tabela 23 – Porcentagem de Material Passante nas Peneiras - Nordeste (Adaptada)

Número Peneira	Abertura das peneiras (mm)	Pó de Pedra	Agregados %		
			Cal	Brita 0	Brita 1
1	19,10	100,00	100,00	100,00	100,00
2	12,70	100,00	100,00	100,00	100,00
3	9,50	100,00	100,00	99,60	86,70
4	4,80	97,30	100,00	78,20	12,30
5	2,00	72,30	100,00	9,90	0,30
6	0,42	25,30	100,00	1,30	0,10
7	0,18	17,70	99,90	0,50	0,10
8	0,08	7,60	88,80	0,40	0,10

Fonte: UFPE (Adaptada pelo autor).

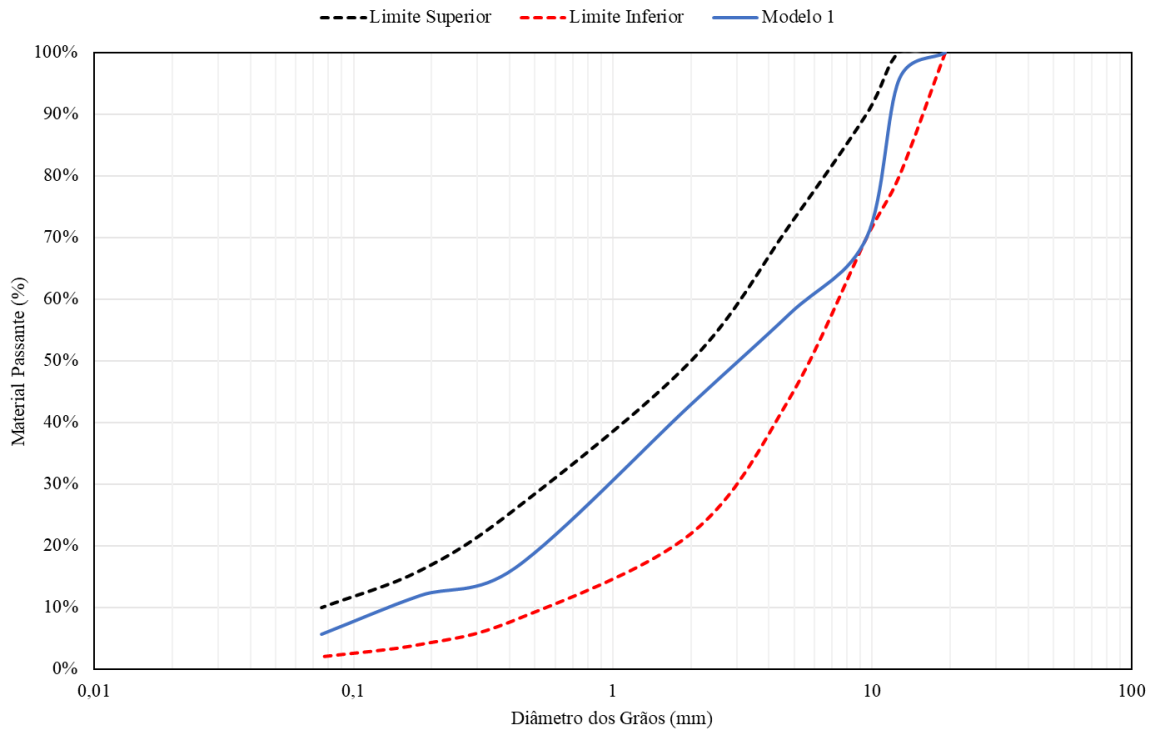
Em comparação ao ensaio anterior, foi realizada a substituição do agregado miúdo areia pelo pó de pedra e pedrisco, pelo uso de brita 0, seguindo os materiais permitidos pela Norma DNIT 031 (2006) conforme é visto na seção 2.2.

À seguir será apresentado o desenvolvimento e os resultados obtidos através das implementação computacional dos modelos elaborados em *Python* para a região Nordeste do Brasil, fazendo uso do resultado do ensaio de granulometria dos agregados descrito na tabela 23.

Implementação do Modelo 1

O desenvolvimento do modelo 1 descrito na seção 3.3.1 aplicados aos dados da tabela 23, forneceu uma dosagem otimizada dos agregados da mistura, na qual a sua curva granulométrica é apresentada na figura 23, tem-se uma distribuição densa dos materiais, apresentando, uma dispersão contínua dos agregados.

Figura 23 – Distribuição Granulométrica do Modelo 1 - Nordeste



Fonte: O autor.

Essa dosagem obtida pela implementação do modelo é apresentada na tabela 24, indicando a porcentagem ótima de cada um dos materiais ensaiados apresentados na tabela 23.

Tabela 24 – Resultado do Modelo 1 - Nordeste

Pó de Pedra	Cal	Brita 0	Brita 1
55,00%	3,00%	10,37%	31,63%

Fonte: O autor.

Para o resultado do modelo foi otimizado uma mistura na qual a dosagem de agregado miúdo fosse a mínima permitida pela DNER 367 (1997), fazendo com que o agregado graúdo englobasse 42% na composição dos materiais. A tabela 25 apresenta os valores das porcentagens passantes consecutivas obedecidas pela restrição 24 conforme a DNIT 031 (2006) determina para a dosagem do material aplicado ao CBUQ.

A tabela 25 apresenta o resultado da implementação com os dados originados da tabela 23. Nota-se que para todos os conjuntos presentes o material apresentou uma porcentagem superior ao mínimo requerido pela DNIT 031 (2006), de modo que $\delta_j = 0,0\%$ pois o ensaio já conseguiu atender as restrições normativas.

Tabela 25 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 1 - Nordeste

Peneira Passante (<i>j</i>) mm	Porcentagem de Material		Restrição
	Peneira Retida (<i>j</i> + 1) mm	Porcentagem %	
19,1	12,7	4,25	4
12,7	9,5	25,75	4
9,5	4,8	12,36	4
4,8	2,0	14,71	4
2,0	0,42	25,93	4
0,42	0,18	4,19	4
0,18	0,08	5,92	4

Fonte: O autor.

Implementação do Modelo 2

O modelo 2 apresenta a minimização do custo monetário dos materiais constituintes do CBUQ para a região nordeste do Brasil, tomando como referência o resultado do ensaio de granulometria presente na tabela 23.

O modelo 2 foi aplicado com base nas tabelas 26 e 27, as quais são compostas pelo custo monetário médio dos materiais apresentados pela SINAPI e SICRO, respectivamente para região nordeste.

Tabela 26 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável *d* - SINAPI (PE)

Código	Descrição	Unidade	Preço Unitário R\$
4741	Pó de Pedra	m ³	72,37
1106	Cal Hidratada	kg	1,20
4720	Pedrisco/Brita 0	m ³	88,45
4721	Brita 1	m ³	76,61

Fonte: Caixa Econômica Federal (2022) (Adaptada pelo autor).

A aplicação dos resultados obtidos pelo ensaio de granulometria para a região em estudo são desenvolvidos por meio da aplicação dos custos monetários médios referente ao valores condizentes dos materiais presentes na SINAPI e SICRO para região nordeste.

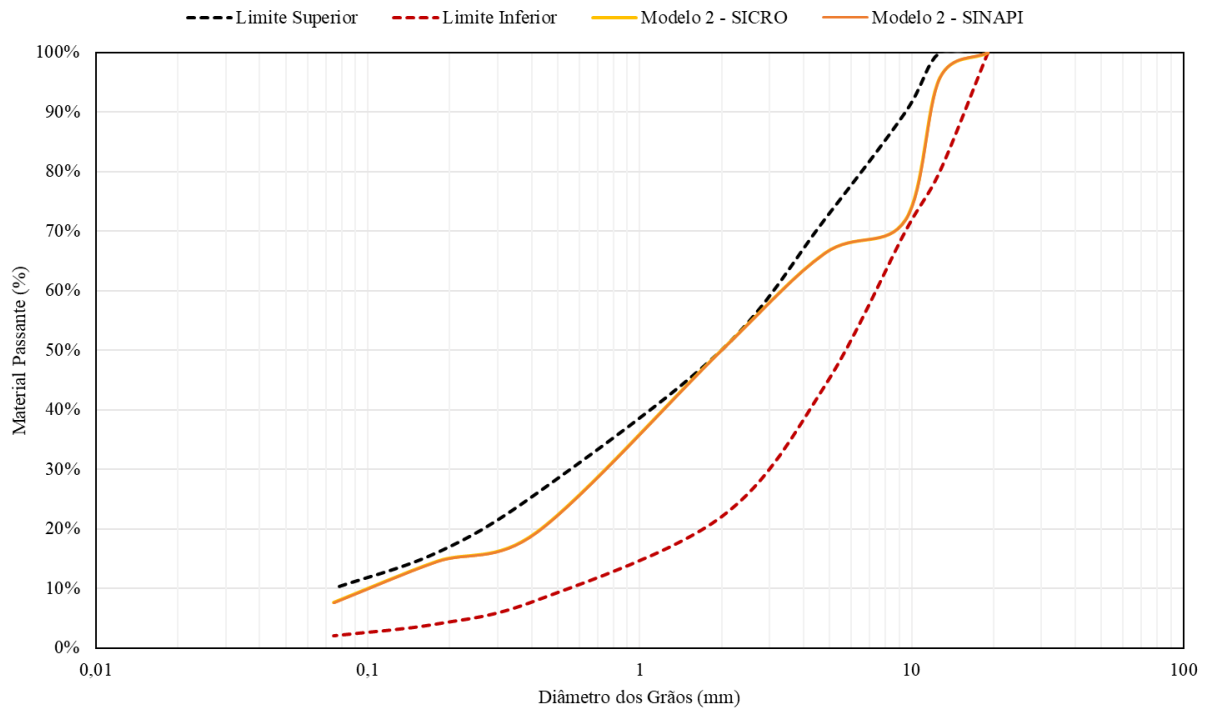
Tabela 27 – Custo Unitário dos Agregados - Dados Referentes A Variável *d* - SICRO (PE)

Código	Descrição	Unidade	Preço Unitário R\$
M1135	Pó de Pedra	m ³	64,2063
M0344	Cal Hidratada	kg	0,437
M0005	Brita 0	m ³	106,867
M0191	Brita 1	m ³	101,544

Fonte: Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte (2022) (Adaptada pelo autor).

A figura 24 apresenta a curva de distribuição granulométrica dos agregados mediante a porcentagem encontrada pela implementação computacional do modelo, na qual temos uma distribuição do tipo densa dos agregados, devido a mesmas característica apontada no modelo 1.

Figura 24 – Distribuição Granulométrica do Modelo 2 - Nordeste



Fonte: O autor.

Nota-se que para atingir as restrições do modelo foi necessário descartar a utilização do material brita 0 devido a granulometria dos outros materiais, com isso, fazendo uso dos três materiais já foi possível atender as restrições da DNIT 031 (2006) para confecção do CBUQ.

A implementação do modelo resultou para ambas bases de dados, SINAPI e SICRO, as mesmas porcentagem ótima dos materiais de modo a minimizar o custo da mistura asfáltica para cada tabela de precificação, conforme é visto na tabela 28.

Tabela 28 – Resultado do Modelo 2 - Nordeste

Tabela	Pó de Pedra	Cal	Brita 0	Brita 1
SINAPI	64,96%	3,00%	0,00%	32,04%
SICRO				

Fonte: O autor.

A tabela 29 representa, igualmente, os mesmo valores determinados para a tabela 25. Verifica-se as mesmas condicionais expostas anteriormente para essa aplicação, de modo que $\delta_j = 0,0\%$ pois o ensaio conseguiu atender às restrições.

Tabela 29 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 2 - Nordeste

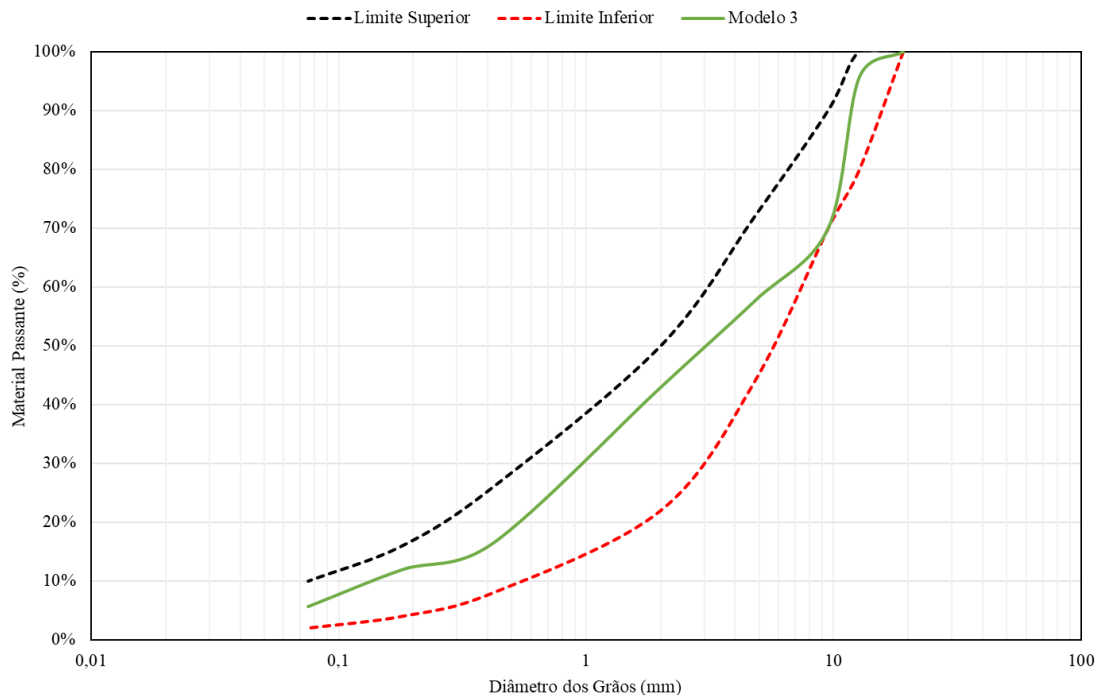
Peneira Passante (<i>j</i>) mm	Porcentagem de Material		Restrição
	Peneira Retida (<i>j</i> + 1) mm	Porcentagem %	
19,1	12,7	4,26	4
12,7	9,5	23,83	4
9,5	4,8	5,60	4
4,8	2,0	16,30	4
2,0	0,42	30,53	4
0,42	0,18	4,94	4
0,18	0,08	6,92	4

Fonte: O autor.

Assim, a implementação do modelo 2 com os dados da tabela 23 apresentou uma solução ótima e capaz de atender ao requisito normativos proposto pela DNIT 031 (2006) referente a porcentagem retida entre peneiras consecutivas não ser inferior a 4% do material.

Implementação do Modelo 3

Para a implementação computacional do modelo 3 foi possível determinar a dosagem ótima do materiais ensaiados, presentes na tabela 23. Com base nos valores determinados elaborou-se a curva de distribuição granulométrica da mistura, apresentada na figura 25. Analogamente às distribuições anteriores, com base nas similaridades do resultado de granulometria nota-se a curva de distribuição dos agregados se caracteriza como densa, com base nos valores descritos pela tabela 32, apresentando uma continuidade na granulometria dos materiais.

Figura 25 – Distribuição Granulométrica do Modelo 3 - Nordeste

Fonte: O autor.

O resultado do modelo 3 é exibido na tabela 30, indicando a dosagem ideal de acordo com a DNIT 031 (2006) para a mistura asfáltica destinada à camada de rolamento do pavimento, minimizando os desvio permitidos pela tolerância permitida na Faixa C, conforme a tabela 6.

Tabela 30 – Resultado do Modelo 3 - Nordeste

Pó de Pedra	Cal	Brita 0	Brita 1
55,00%	3,00%	10,37%	31,63%

Fonte: O autor.

O resultado desse modelo se manteve o mesmo do modelo 1, baseado no resultado do ensaio de granulometria da tabela 23. O resultado da aplicação do modelo 3, com relação a restrição imposta pela DNIT 031 (2006), é exposta na tabela 31, na qual os valores são exibidos mediante a equação 24.

Tabela 31 – Porcentagem Retida entre Peneiras Consecutivas do Modelo 3 - Nordeste

Peneira Passante (j) mm	Porcentagem de Material		Restrição
	Peneira Retida ($j + 1$) mm	Porcentagem %	
19,1	12,7	4,25	4
12,7	9,5	25,75	4
9,5	4,8	12,36	4
4,8	2,0	14,71	4
2,0	0,42	25,93	4
0,42	0,18	4,19	4
0,18	0,08	5,92	4

Fonte: O autor.

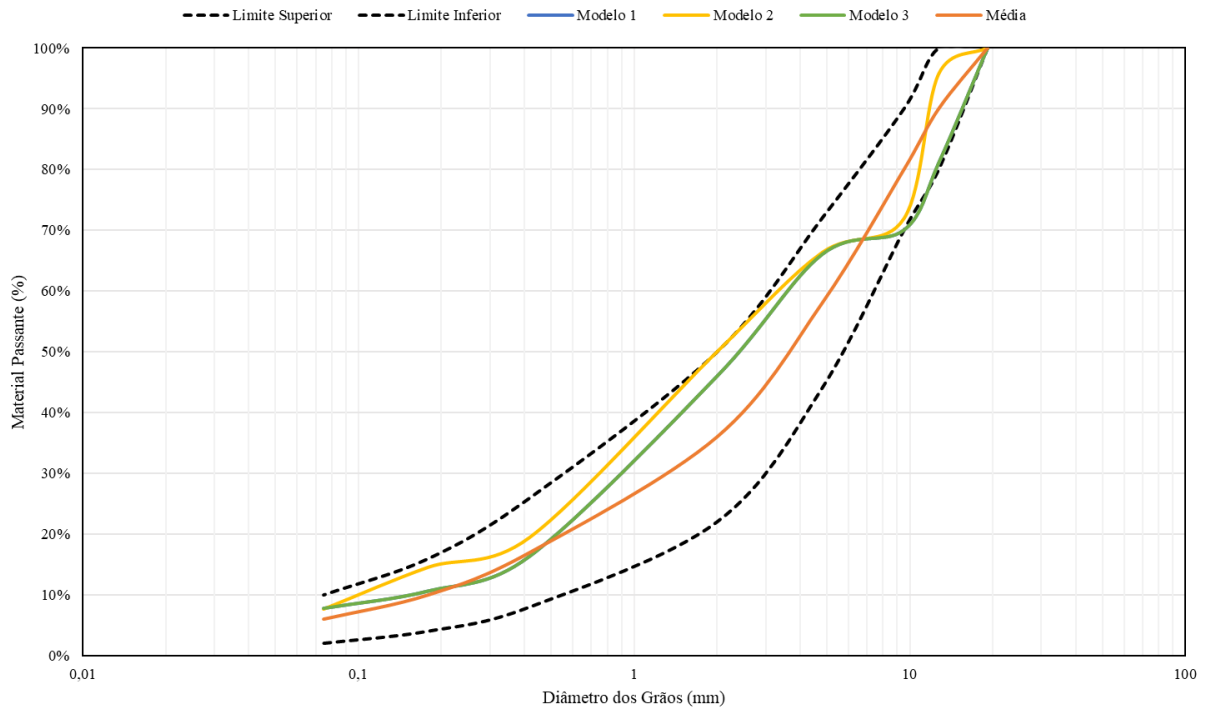
Devido ao fato dos valores das porcentagens ótimas dos materiais serem os mesmos para as aplicações desenvolvidas, é esperável obter o mesmo conjunto de satisfação com relação à porcentagem passante entre peneiras consecutivas, exigência esta imposta pela DNIT 031 (2006). Por esse motivo faz-se das considerações expostas no modelo 1 da base de dados da tabela 23 as mesmas para esse.

Comparação dos resultados dos três modelos para região nordeste

Os modelos desenvolvidos com o uso dos dados de entrada referentes à distribuição granulométrica dos agregados da região nordeste, fornecida pela UFPE obtiveram a mesma dosagem para os dois modelos aplicados - modelo 1 e modelo 3, um dos fatores em que se pode notar é a predominância da porcentagem de agregado miúdo - pó de pedra.

A seguir, a figura 26 ilustra o comportamento dos modelos desenvolvidos tendo como referência os limites da Faixa C e a sua distribuição média apresentada na tabela 19.

Figura 26 – Análise da Distribuição Granulométrica dos Agregados - Nordeste



Fonte: O autor.

A tabela 32 apresenta os resultados encontrados apresentados nos modelos do trabalho implementados computacionalmente.

Tabela 32 – Análise Comparativa da Dosagem dos Agregados - Nordeste

Modelo	Pó de Pedra	Cal	Brita 0	Brita 1
Modelo 1	55,00%	3,00%	10,37%	31,63%
Modelo 2	64,96%	3,00%	0,00%	32,04%
Modelo 3	55,00%	3,00%	10,37%	31,63%

Fonte: O autor.

Ao analisar a aplicabilidade do modelo 2, no qual visava minimizar o custo dos materiais do CBUQ, os valores são quantificados com base na tabelas 26 e 27, cujos resultados aplicados aos valores da dosagem de material da tabela 28 são representados na tabela 33.

Tabela 33 – Custo por m³ do CBUQ - Nordeste

Tabela	Pó de Pedra	Agregados			Custo
		Cal	Brita 0	Brita 1	
SINAPI	R\$ 72,37	R\$ 2040,00	R\$ 88,45	R\$ 76,61	R\$ 2277,43
SICRO	R\$ 64,21	R\$ 742,90	R\$ 106,87	R\$ 101,54	R\$ 1015,52

Fonte: O autor.

Quanto à análise da variação percentual obtida nos valores das tabelas - SINAPI e SICRO, nota-se que houve um aumento percentual de aproximadamente 55,41% do custo por m³ entre a primeira e a segunda tabela de precificação. Essa significativa disparidade de custo

é influenciada, em sua maioria, pelo valor monetário da cal, que apresenta um valor médio por kg de R\$1,20 para a tabela 26 e R\$ 0,437 para a tabela 27.

Referente às particularidades das restrições 27 e 31, observa-se que para todos os pares entre peneiras consecutivas presentes no ensaio de granulometria dos agregados apresentado na tabela 23, obtiveram valores superiores aos 4% descritos na DNIT 031 (2006). Os modelos desenvolvidos com os dados da região nordeste se mostraram eficientes e capazes de atender aos critérios impostos pela DNIT 031 (2006) e DNER 054 (1997), tanto para distribuições granulométrica pertencente a Faixa C, quanto as porcentagens de material retido entre duas peneiras consecutivas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propôs três modelos de otimização matemáticos desenvolvidos com objetivo de determinar a granulometria ideal para o CBUQ, baseado nas restrições impostas pela DNIT 031 (2006) mediante ao resultado do ensaio de granulometria dos agregados.

Os modelos desenvolvidos e apresentados reportam resultados de percentuais dos agregados do CBUQ por meio da aplicação de dados reais fornecidos pela empresa de pavimentação asfáltica situada no estado de São Paulo e pela UFPE. Obteve-se uma dosagem para os modelos aplicados com os dados das regiões sudeste nordeste, com base nos ensaio de granulometria disponibilizados pela empresa de pavimentação e pela UFPE. Desse modo, a implementação dos resultados obtidos poderão facilitar e auxiliar o especialista responsável pela fabricação e ensaios dos materiais que irão compor o CBUQ, pois, na prática, a dosagem por tentativa passa a ocupar tempo no processo produtivo da empresa. Assim, a presente pesquisa vem em apoio ao especialista para a determinação da dosagem do agregados do concreto asfáltico.

A dificuldade em obter um resultado ótimo se traduz pelo fato de que os materiais da composição, agregado miúdo, agregado graúdo e o material de enchimento - serem quantificados através de uma metodologia descrita pelo ensaio em que há uma significativa quantidade de variáveis e de incertezas determinísticas envolvidas. São elas:

- Precisão da balança
- Diâmetro da peneiras
- Rugosidade das peneiras
- Fatores climáticos
- Condições de incerteza e medições humanas

Desse modo, uma barreira encontrada para a aplicação dos modelos foi a consideração de que inúmeras das variáveis não são possíveis de serem quantificadas, apesar ainda da tolerância limitada pela DNIT 031 (2006). Na descrição da tabela 6 permite um desvio às limitações superiores e inferiores da Faixa C, além da restrição imposta pela equação 24, referente à porcentagem retida entre peneiras consecutivas não ser menor do que 4%. Com base na implementação dos algoritmos desenvolvido neste trabalho de conclusão de curso, pode-se determinar com maior precisão a dosagem dos materiais que irão contemplar a Faixa C da DNIT 031 (2006), ampliando a capacidade de performance de uma indústria no processo de confecção, fornecendo uma dosagem que atenda aos critérios normativos impostos pela DNIT 031 (2006) referente a confecção do CBUQ.

Conforme foi discutido na seção 2.2, a granulometria dos agregados influenciam no desempenho do pavimento. Com a implementação de um algoritmo que forneça a melhor do-

sagem baseada nos ensaios, acredita-se que o asfalto irá apresentar em sua estrutura uma melhoria em suas propriedades físicas, aumentando a durabilidade e a capacidade de resistir aos esforços atuantes do CBUQ, diminuindo a aparição de patologias superficiais.

Reforçar-se que a obtenção de dosagem dos agregados são mediante o resultado do ensaio de granulometria descrito na NBR NM 248 (2003). Para os métodos apresentados na seção 1, a determinação da dosagem é mediante o ensaio, dessa maneira, a dosagem ótima está sujeita ao resultado do ensaio de granulometria dos materiais para confecção do CBUQ.

Conforme a implementação dos dados da região sudeste, vide tabela 10, foi capaz de atingir a solução otimizada, entretanto, a restrição 24 não foi obedecida pelo desvio obtido ser maior que 0. Isso ocorre devido ao resultado do ensaio de granulometria da tabela 10 não permitir esse objetivo, necessitando de um novo ensaio para a validação de uma dosagem ótima, uma alternativa possível é a substituição do agregado miúdo. Apesar disso, conforme foi estruturado a modelagem matemática, pode-se determinar uma dosagem otimizada, atingidos valores próximos da região de factibilidade do modelos, com isso, verifica-se, para o ensaio da região sudeste.

Diferentemente, para região nordeste, com o uso dos dados adaptados conforme a tabela 23, foi possível a determinação de um traço que obedece às exigências da DNIT 031 (2006), determinando, assim, para os três modelos matemáticos a solução ótima, atendendo a região de factibilidade regida pelas devidas restrições.

Portanto, este trabalho propiciará para a confecção de mistura betuminosas, de modo que poderão aumentar a durabilidade da estrutura do pavimento, o qual afetará positivamente os custos diretos e indiretos presentes nas vias do Brasil. Sob a perspectiva das empresas de pavimentação, o especialista responsável pela execução dos ensaios consegue melhorar a sua produtividade, devido a automatização com implementação da análise presente neste trabalho, impactando na produtividade e no rendimento da empresa.

6 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Por meio da análise e dos resultados obtidos através dos modelos desenvolvidos para confecção do CBUQ, obtêm-se as dosagens dos agregados utilizados pelos ensaios de granulometria, aplicados no desenvolvimento da Faixa C do DNIT 031 (2006).

Baseado no estudo desenvolvido neste trabalho, sugere-se para trabalhos futuros:

- Realizar os ensaios complementares necessários para a utilização do CBUQ, verificando e validando as influências, que a dosagem ótima pode trazer para o pavimento.
- Desenvolver modelos aplicados as outras faixas pertencentes a DNIT 031 (2006), como a Faixa A e Faixa B, e posteriormente, realizar os ensaios complementares necessários para sua aplicação desses materiais *in-loco*.

Dessa maneira, essas sugestões irão se aprofundar no estudo da dosagem dos materiais com base na DNIT 031 (2006) e, por meio da análise dos efeitos que a microestrutura tem diante o desempenho do pavimentos, conforme já é referenciado por Neville (2015).

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE PETRÓLEO, GÁS E BIOCOMBUSTÍVEIS. **Painel de Dinâmico: Preço de produtores e importadores de derivados de petróleo e biodiesel**. 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/anp/pt-br/centrais-de-conteudo/paineis-dinamicos-da-anp/painel-dinamico-de-precos-de-combustiveis-e-derivados-do-petroleo>.
- ARENALES, M. *et al.* **Pesquisa Operacional: Para cursos de engenharia**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NM 248**: Agregados - determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9935**: Agregados - terminologia. Rio de Janeiro, 2011.
- BARDINI, V. S. d. S. **Influência do fíler mineral em propriedades de misturas asfálticas densas**. 2013. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.
- BARDINI, V. S. dos S.; KLINSKY, L. M. G.; JR, J. L. F. Importância do fíler para o bom desempenho de misturas asfálticas. **Minerva**, v. 7, n. 1, p. 71–78, 2010.
- BAUER, L. A. F. **Materiais de Construção, vol. 1**. [S.l.: s.n.], 2008.
- BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P. **Pesquisa Operacional para cursos de Engenharia**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2013. v. 1.
- BERNUCCI, L. B. *et al.* **Pavimentação asfáltica: formação básica para engenheiros**. [S.l.: s.n.], 2008. v. 504.
- CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil**. [S.l.], 2022. Disponível em: <https://www.caixa.gov.br/poder-publico/modernizacao-gestao/sinapi/referencias-precos-insumos/Paginas/default.aspx>.
- CERATTI, J.; BERNUCCI, L.; SOARES, J. Utilização de ligantes asfálticos em serviços de pavimentação. **Rio de Janeiro: ABEDA**, 2015.
- CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE. **Pesquisa CNT de Rodovias**. [S.l.], 2019. Disponível em: <https://pesquisarodovias.cnt.org.br/downloads/ultimaversao/gerencial.pdf>. Acesso em: 05.11.2021.
- CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE. **Transporte Rodoviário - Impacto da Qualidade do Asfalto Sobre o Transporte Rodoviário**. [S.l.], 2019. Disponível em: <https://cdn.cnt.org.br/diretorioVirtualPrd/5fc9d21e-0498-4df0-8973-acba587ee907.pdf>. Acesso em: 31.05.2022.
- CUNHA, M. B. **Avaliação do método Bailey de seleção granulométrica de agregados para misturas asfálticas**. 2004. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2004.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **DNER 043**: Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1995.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **DNER 054**: Equivalente de areia. Rio de Janeiro, 1997.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **DNER 367:** Material de enchimento para misturas betuminosas. Rio de Janeiro, 1997.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **DNIT 031:** Pavimentos flexíveis - concreto asfáltico - especificação de serviço. Rio de Janeiro, 2006.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **DNIT 172:** Solos – determinação do Índice de suporte califórnia utilizando amostras não trabalhadas – método de ensaio. Rio de Janeiro, 2016.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **DNIT: manual de custo de infraestrutura de transporte.** [S.l.], 2017.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE. **Sistema de Custos Referenciais de Obras.** [S.l.], 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/dnit/pt-br/assuntos/planejamento-e-pesquisa/custos-e-pagamentos/custos-e-pagamentos-dnit/sistemas-de-custos/sicro/sudeste/sudeste>.

DIÁRIO OFICIAL DA REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL. **Lei nº 10.233.** 2001. Disponível em: https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/prop_mostrarintegra;jsessionid=60B97D1B2BEAFD38698956CD29707802.proposicoesWebExterno2?codteor=349591&filename=LegislacaoCitada+-PL+6083/2005.

DIRETORIA DE OBRAS DE COOPERAÇÃO. **Guia de Trabalhos de Engenharia:** Concreto betuminoso usinado a quente. [S.l.], 2015.

EOM, S.; KIM, E. A survey of decision support system applications (1995–2001). **Journal of the Operational Research Society**, Springer, v. 57, n. 11, p. 1264–1278, 2006.

GIL, A. C. Como classificar as pesquisas. **Como elaborar projetos de pesquisa**, Atlas São Paulo, v. 4, p. 44–45, 2002.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional.** [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013.

JÚNIOR, P. O. B. d. A. *et al.* **Comportamento mecânico de concretos asfálticos com diferentes granulometrias, ligantes e métodos de dosagem.** 2016. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2016.

KONOWALENKO, F. *et al.* **Aplicação de programação lógica por restrições para a otimização do sequenciamento de uma rede dutoviária.** 2019. Tese (Doutorado), 2019.

LEITE, L. M. F. *et al.* **Informações básicas sobre materiais asfálticos, volume.** [S.l.: s.n.], 2020.

LICZBINSKI, C. R. *et al.* **Modelo de informações para o gerenciamento das atividades das pequenas indústrias de produtos alimentares do Rio Grande do Sul.** 2002. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2002.

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa operacional.** [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2017.

MARQUES, G. L. de O. **Notas de Aula da Disciplina de Pavimentação.** Juiz de Fora, MG, 2009.

MEDINA, J.; MOTTA, L. Análise do pulso de carga em pavimentos. **Anais da 29ª Reunião Anual de Pavimentação**, p. 418–449, 1995.

- MOTTA, L. M.; LEITE, L. F. Efeito do fíler nas características mecânicas das misturas asfálticas. In: **11º Congresso Pan-Americano de Engenharia de Trânsito e Transporte**. [S.l.: s.n.], 2000. p. 1019–1030.
- MOURA, L. S. d. **Incorporação de cinzas de algaroba geradas no APL de confecções do agreste pernambucano em concreto betuminoso usinado a quente–CBUQ**. 2017. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2017.
- NERY, C. C. Z.; SANTOS, A. G. dos. Avaliação estrutural de pavimentos com a aplicação do método medina e leituras de deflexão com fwd e viga benkelman. **TRANSPORTES**, v. 29, n. 4, 2021.
- NEVILLE, A. M. **Propriedades do Concreto-5ª Edição**. [S.l.]: Bookman Editora, 2015.
- NOGUEIRA, M. G. **Comparação do comportamento em campo de concretos asfálticos com CAP 30-45 e com CAP 50-70 para revestimentos de pavimentos**. 2008. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2008.
- NOVAS TÉCNICAS DE ASFALTO. **Cimento Asfalto de Petróleo**. 2022. Disponível em: <http://www.nta-asfaltos.com.br/cap>.
- NÚÑEZ, W. P. *et al.* Produzindo misturas asfálticas de elevado desempenho com emprego de cal hidratada. **ABPv-38a Reunião Anual de Pavimentação–Manaus**, 2007.
- PIMENTA, F. T. *et al.* **Desenvolvimento de software educacional de engenharia para dosagem de mistura de materiais**. [S.l.]: Vértices, 2015.
- PINTO, S.; PINTO, I. E. **Pavimentação asfáltica: conceitos fundamentais sobre materiais e revestimentos asfálticos**. [S.l.]: Rio de Janeiro: Grupo Editora Nacional, 2015.
- REIS, R. M. M. *et al.* **Manual Básico de Emulsões Asfálticas**. [S.l.]: ABEDA, 2010.
- SENÇO, W. de. **Manual de técnicas de pavimentação**. [S.l.]: Pini, 2007.
- SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. **SINAPI: metodologias e conceitos: Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil**. [S.l.], 2017.
- SIVILEVIČIUS, H.; PODVEZKO, V.; VAKRINIENĖ, S. The use of constrained and unconstrained optimization models in gradation design of hot mix asphalt mixture. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 25, n. 1, p. 115–122, 2011.
- VAVRIK, W. R.; PINE, W. J.; CARPENTER, S. H. Aggregate blending for asphalt mix design: Bailey method. **Transportation Research Record**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 1789, n. 1, p. 146–153, 2002.
- YAN, W.; WU, G.; DONG, Z. Optimization of the mix proportion for desert sand concrete based on a statistical model. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 226, p. 469–482, 2019.