

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JAQUELINE MARIA DE SOUZA ALBANI

**UMA CARACTERIZAÇÃO DAS PRODUÇÕES QUE ABORDAM A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O ENSINO DOS NÚMEROS
RACIONAIS: O CASO DO BOLEMA**

PATO BRANCO

2022

JAQUELINE MARIA DE SOUZA ALBANI

**UMA CARACTERIZAÇÃO DAS PRODUÇÕES QUE ABORDAM A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O ENSINO DOS NÚMEROS
RACIONAIS: O CASO DO BOLEMA**

**A characterization of productions that address the education of mathematics teachers
and the teaching of rational numbers: the case of Bolema**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientadora: Marlova Estela Caldato.

PATO BRANCO

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

JAQUELINE MARIA DE SOUZA ALBANI

**UMA CARACTERIZAÇÃO DAS PRODUÇÕES QUE ABORDAM A FORMAÇÃO
DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O ENSINO DOS NÚMEROS
RACIONAIS: O CASO DO BOLEMA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado
como requisito para obtenção do título de Licenciado em
Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do
Paraná (UTFPR).

Data de aprovação:

Marlova Estela Caldato (Presidente da Banca)
Doutora em educação para a ciência e a matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Alcione Capellin
Mestra em educação em ciências e matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Janecler Aparecida Amorin Colombo
Doutora em educação científica e tecnológica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

PATO BRANCO

2022

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

A Deus por ter me amparado nos momentos de desânimo, a minha família por ter me dado sustento para seguir em frente nos momentos de dificuldade.

A minha orientadora, Prof^a Dra. Marlova Estela Caldato, por toda paciência, suporte, correções, dedicação e sabedoria com que me guiou nesta trajetória, sem ela certamente não teria chegado até aqui.

Aos meus colegas de sala.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

RESUMO

A formação de professores desempenha um papel fundamental nos processos educacionais, uma vez que, no ambiente escolar, esses indivíduos são os responsáveis diretos por repassar o conhecimento obtido. Isso nos levou à presente investigação, cujo objetivo foi levantar e analisar as produções científicas que tratassem da formação de professores de matemática e do ensino dos números racionais simultaneamente, sendo a fonte primária dos dados os artigos publicados no periódico científico Boletim de Educação Matemática (Bolema). A opção pelo conteúdo de números racionais deu-se devido a relevância deste no âmbito escolar e pela presença desse conhecimento ao longo de, praticamente, todo o currículo escolar. Utilizamos nesta pesquisa a perspectiva metodológica de cunho bibliográfico. Onde foi analisado um *corpus* final de 13 produções científicas, pautado na perspectiva analítica qualitativa indutiva. Após a realização desta, formamos três categorias de análise: Categoria 1, titulada: Formação de Professores; Categoria 2, titulada: Caracterização matemática do conteúdo fração; Categoria 3, titulada: Ensino e Aprendizagem de Fração. A partir dessa divisão, analisamos, algumas semelhanças e discrepâncias que averiguamos entre os artigos presentes em cada categoria, o método adotado pelos autores em abordar o conjunto dos números racionais, a temática central e a metodologia utilizada. Com base nas análises realizadas, concluímos que os conhecimentos relacionados aos números racionais não foram abordados em sua integralidade no *corpus* de análise, o que significa que muitos conhecimentos que figuram na prática do professor de matemática ainda precisam ser investigados. Isso fica evidente ao verificarmos, dentre eles, que a centralidade da pesquisa contida nos artigos está no conceito e operações do objeto em estudo, em contrapartida, poucos artigos discutem os números racionais em disciplinas voltadas à formação de professores.

Palavras-chave: Análise bibliográfica; Formação de professores que ensinam matemática; Números racionais.

ABSTRACT

Teachers training plays a fundamental role in educational processes, since, in the school environment, these individuals are directly responsible for passing on the knowledge obtained. This led us to the present investigation, whose objective was to survey and analyze the scientific productions that dealt with mathematics teachers training and the teaching of rational numbers simultaneously, with the primary source of data being the articles published in the scientific journal *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*. The option for the content of rational numbers was due to its relevance in the school environment and the presence of this knowledge throughout practically the entire school curriculum. We have opted for the methodological perspective of bibliographic nature. In which a final corpus of 13 scientific productions were analyzed, based on the inductive qualitative analytical perspective. After this completion, we have formed three categories of analysis: Category 1, entitled: Teacher Training; Category 2, entitled: Mathematical characterization of fraction content; Category 3, entitled: Fraction Teaching and Learning. From this division, we have analyzed, for example, similarities and discrepancies that we have found between the articles present in each category, the method adopted by the authors in approaching the set of rational numbers, the central theme and the methodology used. Based on the analysis carried out, we have concluded that the knowledge related to rational numbers was not addressed in its entirety in the corpus of analysis, which means that much knowledge that appears in the practice of the mathematics teacher still needs to be investigated. This is evident when we verify, for example, that the centrality of the research contained in the articles is in the concept and operations of the object under study, on the other hand, few articles discuss rational numbers in disciplines aimed at teacher training.

Keywords: Bibliographic analysis; Training teachers who teach mathematics; Rational numbers.

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - TÍTULOS DOS ARTIGOS.....	12
QUADRO 2 - TÍTULO, AUTOR, ANO DE PUBLICAÇÃO E NÚMERO DA REVISTA.....	19
QUADRO 3 - DADOS DE REFERENCIAÇÃO DOS ARTIGOS CATEGORIA 1.....	22
QUADRO 4 - DADOS DE REFERENCIAÇÃO DOS ARTIGOS CATEGORIA 2.....	29
QUADRO 5 - DADOS DE REFERENCIAÇÃO DOS ARTIGOS CATEGORIA 3.....	32

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
CAPÍTULO 1 - METODOLOGIA DA PESQUISA	10
1.1 Questão Investigativa	10
1.2 Objetivos	10
1.2.1 Objetivo Geral	10
1.2.2 Objetivos Específicos	10
1.3 Fonte dos dados	10
1.4 Procedimentos de coleta, tratamento e análise dos dados	11
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA	15
CAPÍTULO 3 - APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	19
3.1 Categoria: Formação de professores	22
3.1.1 Apresentação dos artigos da categoria: Formação de professores	22
3.2 Categoria: Caracterização matemática do conteúdo fração	30
3.2.1 Apresentação dos artigos da categoria: Caracterização matemática do conteúdo fração	30
3.3 Categoria 3: Ensino e aprendizagem	33
3.3.1 Apresentação dos artigos da categoria: Ensino e aprendizagem	33
CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
REFERÊNCIAS	40

INTRODUÇÃO

A presente investigação se trata de uma pesquisa de cunho bibliográfico, cujo objetivo é levantar e analisar as produções científicas que tratem da formação de professores de matemática e do ensino dos números racionais simultaneamente, sendo a fonte primária dos dados os artigos publicados no periódico científico Boletim de Educação Matemática (Bolema).

No que se refere à aprendizagem dos números racionais (conjunto dos números racionais simbolizado por Q), embora sejam muitas as dificuldades dos alunos em relação ao tal conjunto numérico, a maioria dos estudantes “revela falta de compreensão conceitual que se estende pelas diferentes formas de representações utilizadas nos métodos atuais de ensino” (OLIVEIRA, 2016, p.2).

A relevância dos números racionais no âmbito escolar e, por conseguinte, no contexto acadêmico educacional, é corroborada pela presença desse conhecimento ao longo de, praticamente, todo o currículo escolar, conforme pode ser constatado em uma rápida análise da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na parte voltada para a matemática. Uma vez que o conjunto Q figura, direta ou indiretamente, no rol dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados desde os anos iniciais até o ensino médio.

Dentro desse cenário, e tendo em vista que a formação do professor que ensina matemática precisa ter uma ligação direta com a sua prática no ambiente escolar, conhecer os conjuntos numéricos, incluindo o conjunto Q , de modo detalhado, tanto em termos matemáticos quanto em termos pedagógicos, é fundamental, especialmente quando almeja-se uma apresentação do conteúdo aos alunos de forma clara, objetiva e que, de fato, favoreça a aprendizagem.

Nessa conjuntura, as pesquisas desenvolvidas pela comunidade acadêmica, em particular as vinculadas à Educação Matemática, tornam-se fundamentais, uma vez que investigam distintas faces que compõem os processos de ensino e aprendizagem da matemática, de modo especial, do conjunto Q (objeto dessa pesquisa). Além disso, tais pesquisas contribuem tanto para a melhoria da prática do processo formativo do professor quanto para sua prática no ambiente escolar, como é o caso, por exemplo, das publicações de Moreira e David (2004), Proença (2015) e Elias (2018).

Assim, torna-se relevante inventariarmos e caracterizarmos como essas pesquisas têm sido desenvolvidas, além dos resultados obtidos por meio delas. Nesse contexto, apresentamos essa pesquisa, que é conduzida a partir das seguintes questões investigativas: No Bolema existem publicações que abordam simultaneamente as temáticas formação dos professores de matemática e o ensino de números racionais? Se existirem, como elas se caracterizam?

CAPÍTULO 1

METODOLOGIA DA PESQUISA

Nessa seção apresentaremos a questão investigativa que norteia a pesquisa, os seus objetivos, as justificativas que embasam o seu desenvolvimento, além do percurso metodológico que adotaremos no decorrer da investigação.

1.1 Questão Investigativa

No Bolema existem publicações que abordam simultaneamente as temáticas formação dos professores de matemática e o ensino de números racionais? Como elas se caracterizam?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Identificar e analisar os artigos publicados na Revista Bolema que abordam simultaneamente a formação dos professores de matemática e o ensino de números racionais.

1.2.2 Objetivos Específicos

Identificar e levantar os artigos publicados na Revista Bolema que abordam simultaneamente a formação dos professores de matemática e o ensino de números racionais;

Caracterizar os artigos que abordam simultaneamente a formação dos professores de matemática e o ensino de números racionais;

Analisar qualitativamente os artigos de uma perspectiva indutiva buscando caracterizar a íntegra da produção publicada pelo Bolema.

1.3 Fonte dos dados

A pesquisa ora apresentada busca identificar e caracterizar artigos publicados no Bolema e que abordam simultaneamente a formação de professores de matemática e o ensino dos números racionais.

Os conjuntos numéricos são objeto de ensino direto ou indireto em âmbito escolar, tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio. Nesse sentido, pesquisas envolvendo o ensino e aprendizagem de números racionais nos mostram que a aprendizagem desse conjunto

de números, por parte dos alunos, é de difícil compreensão, por se tratar de um conjunto com inúmeras possibilidades de representações e significados. E, também, por se tratar de uma extensão de outro conjunto numérico, tal como o conjunto dos números naturais, então na tentativa de estabelecer um paralelo entre os dois conjuntos podem surgir dúvidas pertinentes para o aluno (VALERA, 2003).

O Bolema é, atualmente, o periódico científico dedicado exclusivamente para a Educação Matemática mais bem qualificado junto à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e o mais antigo editado no Brasil. Ademais, nele são publicados trabalhos tidos como de qualidade e reconhecidos pela comunidade acadêmica da área de Educação Matemática brasileira e internacional, área considerada como uma das principais responsáveis pelo desenvolvimento científico associado ao Ensino e a aprendizagem da matemática em diversos níveis de ensino. Nesse cenário, estudos que voltem-se para a produção científica disseminada pelo Bolema tornam-se relevantes, uma vez que apresentam indícios dos temas, objetos e metodologias investigativas adotadas pelos pesquisadores, e, no caso específico da formação de professores de matemática e o ensino dos números racionais, características e resultados que podem vir a favorecer o ensino dos números racionais e as práticas docentes a ele associadas.

1.4 Procedimentos de coleta, tratamento e análise dos dados

Tendo em vista o objetivo deste trabalho, ele caracteriza-se por ser de cunho bibliográfico, especificamente, caracterizando-se por propor “a revisão da literatura sobre as principais teorias que norteiam o trabalho científico. Essa revisão é o que chamamos de levantamento bibliográfico ou revisão bibliográfica, a qual pode ser realizada em livros, periódicos, artigos de jornais, sites da Internet entre outras fontes” (PIZZANI et. Al., 2012).

A pesquisa bibliográfica busca resolver um problema por meio de referências científicas baseada em teorias. O objetivo deste tipo de pesquisa é averiguar o panorama em que a pesquisa foi realizada dentro da literatura científica. Portanto, é de grande importância que o pesquisador efetue um planejamento para o desenvolvimento de sua pesquisa, apresentando todos os passos necessários desde a definição do tema até chegar ao fim da pesquisa.

Dentro desse cenário investigativo, a presente pesquisa foi organizada a partir dos seguintes momentos:

1º momento: acesso ao site onde estão disponíveis as publicações.

Neste primeiro acesso verificamos que a revista *Bolema*, desde seu lançamento no ano de 1985 até meados de 2021, teve 71 números da revista publicados, que, por sua vez, resultam em mais de 900 artigos. Contudo, como tínhamos um foco específico, definimos palavras-chave associadas ao nosso tema e passamos para o segundo momento da pesquisa.

2º momento: em seguida, foi feita a pesquisa por palavras-chave que norteiam a formação de professores e o ensino de números racionais.

Nesta fase da pesquisa, em posse dos termos-chave que definimos, a saber: formação de professores, números racionais, frações, razão, número decimal, iniciamos um processo de busca e chegamos na primeira versão do *corpus* de análise da pesquisa.

3º momento: com o resultado de cada palavra-chave pesquisada, realizou-se a análise do resumo de cada artigo, com o objetivo de verificar se os artigos satisfaziam o que estávamos buscando.

Ao longo desta busca, percebemos que o resultado poderia não ser seguro no sentido dessa busca por meio da inserção de palavras-chave no buscador, optamos por consultar manualmente todos os volumes e números da revista. Neste sentido, foi aberto cada um dos artigos e primeiramente analisado se o título satisfazia aparentemente nossa busca, em caso de que parecesse satisfatório o artigo era reservado para uma posterior análise, na qual fizemos uma leitura breve no resumo de cada artigo, procurando identificar a presença do nosso objeto investigativo - a formação de professores e o ensino dos números racionais - feito isso, identificamos 15 artigos.

De fato, nossa suspeita se concretizou, haja vista que, neste momento da pesquisa, o nosso *corpus* de análise foi ampliado, uma vez que foram inseridos artigos que não haviam sido selecionados no método de busca anterior.

4º momento: após a análise preliminar, separou-se em uma planilha no Excel os artigos classificados, por ordem alfabética de título, autor, ano de publicação, volume e número.

5º momento: o próximo passo, após o download dos artigos previamente selecionados, foi realizar uma leitura flutuante da íntegra dos artigos selecionados nos passos anteriores, buscando solidificar a seleção feita anteriormente, considerando o objetivo dessa pesquisa e, de modo particular, a presença dos nossos objetos de análise (ensino dos números racionais e formação de professores).

Após esse procedimento, delimitamos a versão final do nosso *corpus*, que passou a ser composta por um total de 13 artigos que estão expressos no quadro abaixo:

QUADRO 1 - TÍTULOS DOS ARTIGOS

Meta-análise sobre conhecimento para ensinar divisão de frações
Os números racionais na matemática acadêmica: uma discussão visando à formação matemática de professores
O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia
Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade
Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales
Conhecimento matemático para ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais
A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental
As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas
As operações com frações e o princípio da contagem
As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo
O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações
Transposição e mediação didática no ensino de frações
Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica

Fonte: autor (2022)

6º momento: realizou-se a pesquisa e leitura de artigos associados à fundamentação teórica

Foi composto pela leitura total de cada artigo, com foco principal no objetivo e na metodologia de cada pesquisa. Apesar desse momento estar organizado na sexta posição, foi o que integrou todo o decorrer da pesquisa, na medida em que ele precisava ser adequado às demandas que iam surgindo no decorrer da mesma.

7º momento: efetuou-se a leitura detalhada de todos os artigos que compõem o *corpus* de análise, buscando destacar o conteúdo de cada um deles: similaridades e discrepâncias entre as pesquisas (se e quando existirem); a temática central do artigo; a metodologia adotada; nível de ensino associado; como se deu o papel do professor de matemática no decorrer da pesquisa; como se deu a abordagem do conjunto Q no decorrer da pesquisa; e os resultados obtidos no decorrer das mesmas.

8º momento: elaborou-se, a partir da perspectiva analítica qualitativa indutiva, as categorias de análise dos elementos levantados no momento 7.

Nesta etapa, foram verificados, com base na percepção posterior à leitura, quais objetos de ensino, dentro dos números racionais, tiveram maior frequência nos artigos estudados. Nesta perspectiva, chegamos a três categorias, sendo elas: formação de professores, caracterização matemática do conteúdo matemático, ensino e aprendizagem.

9º momento: Discussão e análise das categorias elaboradas no momento 8.

Apresentamos e discutimos similaridades e discrepâncias que identificamos nos artigos que compõem cada categoria, tomando como ponto de partida, por exemplo, o método adotado pelos autores em abordar o conjunto dos números racionais, a temática central e a metodologia utilizada.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

Os estudantes do sistema escolar iniciam seu contato com os números racionais nos anos iniciais do ensino fundamental, onde são apresentadas as noções de fração, números decimais e de algumas operações, como, por exemplo, adição e subtração. Conforme destaca Bertoni (2009, p.57), considerando ainda os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), “[...] o desenvolvimento de frações até a 4ª série deve centrar-se nas idéias associadas ao número fracionário, e na leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso freqüente.”.

A grande ênfase no conjunto dos números racionais é dada nos anos finais do ensino fundamental, onde se abordam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) entre esses números, distintas formas de representação e significação (número, divisão entre dois números inteiros, relação parte-todo, medida e operador multiplicativo) e o seu emprego em problemas de naturezas distintas.

Santos (2005), fundamentando-se em Kieren (1980), apresenta um modelo teórico para que o conhecimento matemático seja construído, modelo este relacionado diretamente com os números racionais. Nesta teoria, supõe-se que existe um seguimento ideal para a formulação do conhecimento do conjunto Q , que consiste de seis etapas. Tal teoria é expandida por Santos (2005) ao apoiar-se em Behr et al. (1992), ampliando um pouco mais esse pensamento ao atrelar a ele uma etapa extra, deixando o modelo com sete etapas.

Um dos aspectos de sua teoria é a suposição da existência de uma rede ideal de conhecimento pessoal de número racional, consistindo em seis níveis. O primeiro nível contém constructos que são mais locais e próximos ao nível de fato. O segundo nível compreende constructos de partição equivalência e formação de unidades divisíveis. Os quatro constructos de números racionais, medida, quociente, número proporcional e operador formam um terceiro nível.

No quarto nível, Kieren (1988) pressupõe conhecimento de relações funcionais e escalares do qual o constructo mais formal de fração e equivalência de número racional depende. No quinto nível, Kieren sintetiza os constructos de números racionais e relaciona noções para gerar o constructo geral do campo conceitual multiplicativo. E, por fim, essa rede de estrutura de conhecimento é completada pelo conhecimento de números racionais como um elemento de um campo infinito de quocientes.

De forma mais ampla, Behr et al. (1992) propõe sete interpretações para as frações, chamadas por ele de subconstructos:

O subconstructo da medida fracionária que indica quanto há de uma quantidade relativa a uma unidade especificada daquela quantidade. Os autores citados propuseram isso como uma reformulação da noção parte-todo.

O subconstructo razão, embora os autores não esclarecem as idéias inerentes a esse subconstructo.

O subconstructo taxa que define uma nova quantidade como uma relação entre duas outras quantidades. No entanto, é necessário fazer uma distinção entre taxas e razões. Distinção essa que decorre do fato de que as primeiras são possíveis de serem somadas ou subtraídas, enquanto as razões não o são.

O subconstructo quociente, que vê o número racional como resultado de uma divisão;

O subconstructo das coordenadas lineares, que interpreta o número racional como um ponto na reta numérica, isto é, os números racionais formam um subconjunto dos números reais; as propriedades associadas à topologia métrica da reta numerada racional estão entre a densidade, distâncias e não completividades;

O subconstructo decimal, que enfatiza as propriedades associadas ao nosso sistema de numeração;

O subconstructo operador, que vê a fração como uma transformação.

Parece que estas interpretações propostas por Behr et al. (1992) é uma tentativa de contemplar e expandir as ideias proposta por Kieren (1988).

Neste contexto, outra análise importante, foi a apresentada por Ohlsson (1987) que analisa os números racionais levando em consideração quatro interpretações.

a/b é uma comparação em que a e b são quantidades em que uma é descrita em relação à outra;

a/b é uma partição em que a é uma quantidade e b um parâmetro. O numerador é operado em um caminho que é determinado pelo denominador;

a/b corresponde às ideias de operações compostas, parâmetro e quantidade. O numerador é o multiplicador, e o denominador é o divisor aplicado à mesma quantidade;

O quarto caso é parâmetro/parâmetro, que não é interpretado nessa análise. (SANTOS, 2005, p. 75)

No ensino médio, os números racionais passam a ser abordados com menor ênfase, geralmente associados à resolução de problemas provenientes de outras áreas da matemática, como geometria, por exemplo, e de outras disciplinas, como química e física. Dessa forma, pouco se retomam os aspectos conceituais e procedimentais associados ao conjunto Q nesse nível de ensino.

No que se refere à formação de professores que ensinam matemática, ela abrange um campo muito vasto e amplo, uma vez que este constitui-se como um dos principais sujeitos dos processos de ensino e aprendizagem. Para esta relação de ensino e aprendizagem se tornar sólida e eficiente, entretanto, é necessário que o processo de formação do professor seja contínuo, para melhor atender as necessidades dos alunos, e que contemple tanto conhecimentos específicos da matemática quanto os associados aos processos de ensinar e aprender tais conhecimentos.

Nesse cenário, as pesquisas têm revelado que o ensino dos números racionais é um tema de grande preocupação por parte dos professores e pesquisadores, uma vez que, principalmente nas séries iniciais do ensino fundamental, os alunos sentem dificuldades expressivas na aprendizagem das diversas especificidades associadas a esse conhecimento matemático.

Conforme destaca Bertoni (2009, p.21), alicerçado em Santos (2006), podemos ver essa situação desafiadora no dia a dia escolar: certo aluno do 5º ano, quando perguntado sobre em qual conteúdo matemático encontra maior dificuldade, cita fração. Ao explicar o porquê, afirma: “[...] Porque a gente tem que fazer umas coisas lá, aí tem que pintar, aí quando pinta, aí os resto lá eu não sei não. Por causa que pinta aí tem que ficar fazendo um bucado de número lá do de branco e do pintado”.

Por se tratar de um conjunto considerado de difícil compreensão pelos estudantes, alguns educadores chegam até mesmo a discutir a possibilidade da extinção do ensino de números racionais no currículo escolar, alegando que eles são pouco utilizados no dia a dia. Nesse sentido, volta-se também para o ensino e a aprendizagem deste conjunto, buscando-o tornar algo instigante tanto para o aluno quanto para o professor, associando-o à recursos educacionais e tecnológicos apropriados, deixando de lado o ensino tradicional, pautado num processo de aprendizagem marcado pela repetição mecânica de cálculos e procedimentos sem sentido e contexto real (VALERA, 2003).

Nesse viés, as pesquisas têm buscado elucidar e compartilhar a realidade do ambiente escolar; auxiliar e fomentar os processos de ensino e aprendizagem; investigar e discutir os êxitos e dificuldades nos processos de ensino e aprendizagem da matemática, e do conjunto Q , no caso particular da pesquisa ora apresentada; inventariar e discutir as reais demandas dos processos de ensino e aprendizagem; analisar as dificuldades e facilidades apresentadas pelos professores de matemática ao ensinarem; elaborar e analisar metodologias que favoreçam os processos de ensino e aprendizagem; e discutir e analisar as especificidades e características matemáticas dos conteúdos matemáticos em termos de ensino e de aprendizagem; se tratando de investigar o nível de compreensão do futuro professor através do conjunto Q e por meio de questões norteadoras, tais como: significado, conceito, representação simbólica e representações para explicação do conceito de razão, temos como exemplo o trabalho de Fernandes e Leite (2015); com o objetivo de mostrar de forma clara como o conhecimento de um professor pode influenciar na aprendizagem do aluno, norteadando mais a fundo o caso da multiplicação de números racionais utilizando algoritmos, temos o caso de Ribeiro (2009); como forma de ver claramente diferenças e desarticulações entre a formação dos professores versus a prática docente, temos como exemplo Moreira e David

(2004) e Elias (2018); por fim, outro quesito que pode ser notado é a utilização de resolução de problemas no ensino do conjunto Q , através do trabalho de Proença (2015).

De acordo com David e Fonseca (2005), conforme citado por Gonçalves (2013, p.16), os números racionais estão atrelados a diferentes representações, de forma que a aprendizagem e prática com esses números possibilita a expansão de estruturas cognitivas. Portanto, a aprendizagem dos números racionais nos anos iniciais do ensino fundamental é essencial para a aprendizagem das operações algébricas.

Segundo Nascimento (1997, p.56), em conformidade com David e Fonseca (2008, p.199):

Uma abordagem dos números racionais que contemple esse processo de gênese dos conceitos, em vez de ver o conteúdo matemático apenas como um produto não só prover o educador de elementos para compreender melhor o processo pelo qual o aluno assimila esse conteúdo, como também permitirá ao aluno uma percepção da intencionalidade e da dinâmica da produção de conhecimento matemático.

Assim sendo, podemos averiguar que o professor que ensina matemática deve apresentar o conjunto Q aos alunos de forma clara e objetiva, uma vez que o conjunto expressa grande dificuldade em sua abstração por parte dos estudantes. Com essas informações, a pesquisa se dará baseada no raciocínio indutivo, pois podemos notar claramente o fenômeno a ser observado e se trata de um processo de construção teórica.

CAPÍTULO 3

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os dados que compõem o nosso *corpus* analítico. Analisando cada um deles, destaca-se: similaridades e discrepâncias entre as pesquisas (se e quando existirem); a temática central do artigo; a metodologia adotada; o nível de ensino associado; como se deu o papel do professor de matemática no decorrer da pesquisa; como se deu a abordagem do conjunto Q no decorrer da pesquisa; e os resultados obtidos no decorrer das mesmas.

Conforme já mencionado na metodologia do trabalho, o *corpus* final de análise é composto por 13 artigos, todos extraídos da revista *Bolema*, tendo como objetivo de discussão o ensino dos números racionais e a formação de professores que ensinam matemática. Para efeito de iniciar a apresentação e análise dos dados, descrevemos estas informações no quadro 3 a seguir.

QUADRO 2 - TÍTULO, AUTOR, ANO DE PUBLICAÇÃO E NÚMERO DA REVISTA

Título	Autor	Ano de publicação	Nº revista
Meta-análise sobre Conhecimento para Ensinar Divisão de Frações	Jeferson Gomes Moriel; Gladys Denise Wielewski; José Carrillo Yáñez	2019	65
Os Números Racionais na Matemática Acadêmica: uma discussão visando à formação matemática de professores	Henrique Rizek Elias	2018	61
O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia	Marcelo Carlos de Proença	2015	52
Compreensão do Conceito de Razão por Futuros Educadores e Professores dos Primeiros Anos de Escolaridade	José António Fernandes; Laurinda Leite	2015	51
Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales	Nielka Rojas González; Pablo Flores Martínez; José Carrillo Yáñez	2015	51
Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais	Carlos Miguel Ribeiro	2009	34

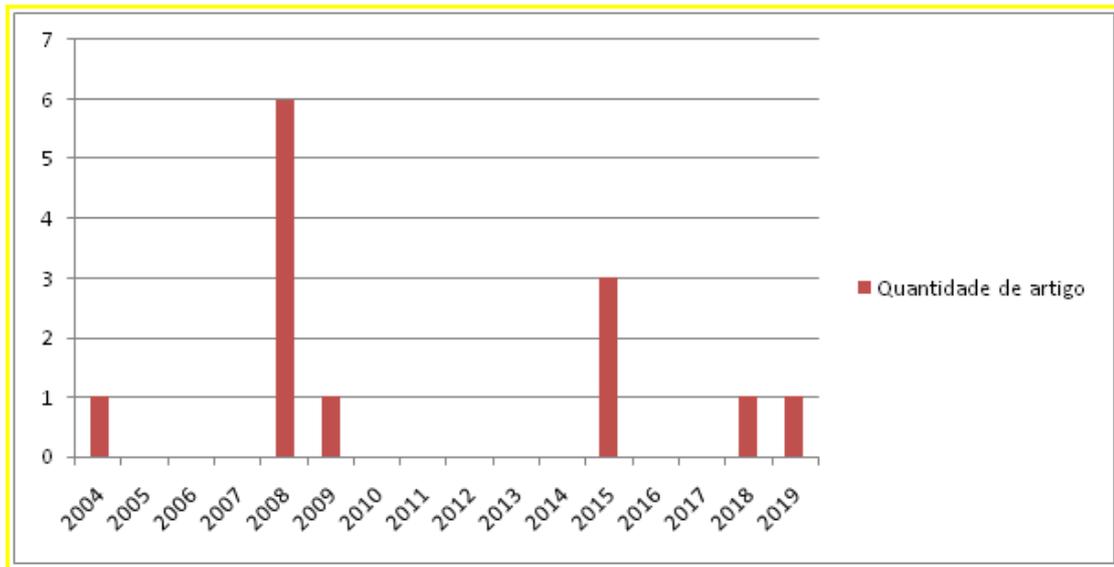
A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental	Sandra Magina; Tânia Campos	2008	31
As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas	Lourdes de la Rosa Onuchic; Norma Suely Gomes Allevato	2008	31
As Operações com Frações e o Princípio da Contagem	Renato Borges Guerra; Francisco Hermes Santos da Silva	2008	31
As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo	Maria José Ferreira da Silva; Saddo Ag Almouloud	2008	31
O Que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender Sobre Frações, Quando Tentamos lhes Ensinar Frações	Antonio José Lopes	2008	31
Transposição e Mediação Didática no Ensino de Frações	Diogo Sant' Anna; Jane Bittencourt; Sandra Olsson	2008	27
Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica	Plinio Cavalcanti Moreira; Maria Manuela Martins Soares David	2004	21

Fonte: autor (2022)

Conforme se observa, o quadro está organizado pela ordem decrescente do ano de publicação, nos casos de publicações do mesmo ano se considerou primeiramente o número da revista e posteriormente a ordem alfabética por título.

O primeiro artigo publicado no Bolema que aborda simultaneamente os temas formação de professores que ensinam matemática e os números racionais se deu somente 19 anos após o lançamento desta revista (1985-2004). Ainda considerando o ano de publicação, como pode ser notado, ocorreu uma concentração de artigos em um mesmo ano (2008) de modo especial no número 21 da revista, número temático da mesma voltado para a abordagem dos números racionais (em diversos aspectos). Também, ressalta-se que nos intervalos de anos 2005-2007, 2010-2014 e 2016-2017 ocorreu nenhuma publicação que abordasse nosso objeto de pesquisa, conforme podemos ver no gráfico 1 abaixo:

Gráfico 1 - Quantidade de artigo por ano



Fonte: autor (2022)

Outro fator destacável é o fato de que, no intervalo de análise investigado, a maioria dos trabalhos são de autoria coletiva, tendo apenas um autor que se repete, sendo este o caso de José Carrillo Yáñez. Tal informação nos permite afirmar que não se tem autor de destaque sobre este tema na revista, pois a temática se pulveriza entre vários autores.

Ademais, apenas três artigos contam com participantes estrangeiros, caso de autoria de José Carrillo Yáñez (2) e Carlos Miguel Ribeiro (1). Atrelados a isso, em sua maioria, os artigos são em português, exceto a publicação “Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales” que se apresenta na língua espanhola.

Quanto aos sujeitos envolvidos na pesquisa, das 13 pesquisas 11 delas envolvem diretamente a presença de sujeitos, em todas o professor é o sujeito ativo e principal, e somente em uma dessas 11 figura a presença do sujeito estudante (também sendo ativo e principal).

Em se tratando do nível de ensino o foco em cada artigo, temos: anos iniciais, com quatro artigos; formação continuada de professores, com três artigos; formação inicial de professores (ensino superior), com quatro artigos; além de serem analisados um artigo sobre as discussões da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e um artigo resultante de uma meta-análise em bancos de dados. Dessa forma, temos que dos 13 artigos em análise, sete

deles abordam diretamente a formação de professores, enquanto que nos demais o professor não é o foco principal da discussão desenvolvida.

Neste contexto, foram geradas categorias considerando os elementos do conteúdo fração que foram abordados no decorrer dos artigos, já que todos os artigos focaram nesse assunto.

No que se refere à abordagem do conjunto Q no decorrer do artigo, elaboramos três categorias de análise: Categoria 1, titulada: Formação de Professores; Categoria 2, titulada: Caracterização matemática do conteúdo fração; Categoria 3, titulada: Ensino e Aprendizagem de Fração.

Doravante apresentaremos e discutiremos as referidas categorias.

3.1 Categoria: Formação de professores

3.1.1 Apresentação dos artigos da categoria: Formação de professores

A categoria titulada “Formação de professores” é composta por artigos cujo objeto central é a formação de professores e o ensino dos números racionais. Tal categoria é formada pelos artigos apresentados no quadro 4, trazido a seguir:

QUADRO 3 - DADOS DE REFERENCIAÇÃO DOS ARTIGOS CATEGORIA 1

FERNANDES, J. A.; LEITE, L. Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.29, n.51, p. 241-262, 2015.
RIBEIRO, C. M.; Conhecimento matemático para ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.22, n.34, p.1-26, 2009.
GONZÁLEZ, N. R.; MARTINEZ, P. F.; YÁNEZ, J. C.; Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.29, n.51, p. 143-166, 2015.
JUNIOR, J. G. M.; WIELEWSKI, G. D.; YÁNEZ, J. C.; .Meta-análise sobre conhecimento para ensinar divisão de frações. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.33, n.65, p. 988-1026, 2019.
MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S.; Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.17, n.21, p. 1-19, 2004.
PROENÇA, M. C.; O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.29, n.52, p. 729-755, 2015.
ELIAS, H. R.; Os números racionais na matemática acadêmica: uma discussão visando à formação matemática de professores. <i>Bolema</i> , São Paulo, v.32, n.61, p. 439-458, 2018.

Fonte: autor (2022)

Na sequência, apresentamos um breve resumo dos artigos supracitados.

Iniciamos com o artigo “Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade” (FERNANDES, LEITE, 2015). O artigo é de autoria de José António Fernandes e Laurinda Leite, publicado no ano de 2015 v.29, n.51 do *Bolema*, e tem como objetivo discutir o conjunto Q com foco na compreensão que atualmente alunos, e posteriormente futuros professores dos primeiros anos de escolaridade, têm sobre o conceito de razão.

Este estudo foi desenvolvido a partir de dimensões propostas por Godino (2009) e Godino, Batanero e Font (2007), sendo elas: epistêmica, cognitiva e ecológica. O trabalho deu-se a partir da formulação de um questionário pelos próprios autores e, posteriormente, aplicado a 81 estudantes (estes com formação variada em matemática) de uma universidade portuguesa que cursavam o 2º ano do curso de licenciatura em educação básica (curso este que dá acesso a mestrados profissionalizantes). O questionário aplicado aos estudantes era composto por quatro questões que abordavam os usos do conceito de razão: a primeira relacionada ao significado, a segunda ao uso do conceito, a terceira e quarta referente a representação simbólica e representações para a explicação do conceito.

Os resultados foram analisados com base nas dimensões da análise da aprendizagem da matemática e do processo de ensino proposto por Godino (2009) conforme acima citadas. Assim sendo, constatou-se debilidades dos estudantes no conhecimento matemático, principalmente quando se tratou da definição e representações de razão, pois estes ainda apresentavam, em suas definições, falta de conexão entre o conceito do conjunto Q e o conceito de razão. Por fim, os autores salientam que apenas trabalhando o conceito de razão de maneira correta e apropriada, os estudantes se tornarão profissionais da educação ao nível designado por Schulman.

Continuando, temos o artigo “Conhecimento matemático para ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais” (RIBEIRO, 2009). O artigo é de autoria de Carlos Miguel Ribeiro, publicado no ano de 2009 v.22, n.34 do *Bolema*, e tem como objetivo discutir o conjunto Q a partir de uma análise qualitativa do conhecimento matemático profissional para o ensino da multiplicação de dois números decimais.

Essa investigação utilizou a metodologia de estudo de casos de Lecompte e Preissle (1993) e Stake (1998, 2000), pois tem como objetivo obter um conhecimento mais

aprofundado baseado em uma realidade específica. Isso se deu por meio de uma situação de um grupo de participantes do 2º ano do programa de formação continuada em matemática para professores do 1º e 2º ciclos do ensino básico. O formador foi o investigador desta análise, e deste grupo faziam parte nove professores, sendo que estes possuíam entre seis e trinta anos de experiência, e dois deles possuíam o curso de professores do 2º ciclo variante matemática e ciência. O recolhimento dos dados se deu através de sessões simultâneas de três horas cada e durante aulas assistidas, as sessões conjuntas foram gravadas em áudio e as aulas foram gravadas em áudio e vídeo, de modo que os professores pudessem refletir mais tarde. Dessa maneira, realizou-se um debate, a partir das sessões conjuntas, tendo como objetivo fazer um relato e reflexão das aulas acompanhadas pelo formador e também por aulas que os professores viveram e gostariam de compartilhar com os demais.

No final dessa análise, constatou-se que os professores têm um conhecimento limitado sobre este conteúdo, uma vez que não se fazem detentores de alternativas extras para a abordagem do mesmo, assim sendo, estes não se encontram em capacidade efetiva de apresentar o referido conteúdo aos alunos de maneira clara e compreensível.

O terceiro artigo analisado titula-se “Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales” (GONZÁLEZ, MARTINEZ, YÁNEZ, 2015). O artigo é de autoria de Niella Rojas González, Pablo Flores Martinez e José Carrillo Yánez, publicado no ano de 2015 v.29, n.51 do Bolema, e apresenta como objetivo discutir o conhecimento que um professor de matemática tem ao ensinar os números racionais na educação primária, a partir do método qualitativo.

Essa investigação utilizou a metodologia de Cohen; Manion; Morrison (2011), para selecionar o docente que se fez presente na pesquisa se utilizou alguns critérios, e, ao final desta seleção, se obteve um docente com formação como professor de educação básica especialista em matemática, que lecionava matemática a 34 anos, se tratando de um indivíduo ativo na categoria de sua formação. A forma de análise do trabalho do professor se deu através de vídeos e áudios de 21 aulas ministradas a alunos de 11 a 12 anos de idade, e, após a análise destas, ocorreu a divisão em categorias de episódios por meio de uma descrição detalhada.

Ao final da análise, notou-se que o professor ensinava o conjunto Q como sendo números fracionários, trabalhando principalmente a partir de parte-todo, operador e quociente e, quando utilizado operações, o ensino se limitava ao algoritmo. Outro fator salientado pelos

autores é devido a grande importância de ter uma relação direta entre situações presentes na sala de aula e o conhecimento do professor, onde se faz necessária a busca do senso comum entre esses dois fatores.

O quarto artigo analisado titula-se, “Meta-análise sobre conhecimento para ensinar divisão de frações” (JUNIOR, WIELEWSKI, YÁNEZ 2019). O artigo é de autoria de Glagys Denise Wielewski, Jeferson Gomes Moriel Junior e José Carrillo Yáñez, publicado no ano de 2019 v.33, n.65 do *Bolema*, e tem como objetivo discutir o conjunto Q, a partir da identificação das principais contribuições de estudos, sobre conhecimento docente a respeito da divisão de frações.

A partir de uma meta-análise qualitativa, os autores buscaram responder a seguinte questão: “Que conjunto de conhecimentos um professor precisa para ensinar e fazer aprender divisão de frações?” Com o intuito de responder a pergunta norteadora desta pesquisa, baseados em preceitos de Bicudo (2014); Fiorentini; e Lorezato (2006) e também Carrilo et al (2014); Shulman (1986), foram realizadas durante o mês de outubro de 2014 buscas em seis bancos de dados (JSTOR, ERIC, Banco de Teses da CAPES, Scielo, Base de dados da Revista do Professor de Matemática e no Google Scholar). Assim sendo, com o propósito de refinar a busca, se fez o uso das seguintes palavras chaves: divisão, division, divisão de frações, fraction division, division of fraction, division with fraction, división de fracciones, conhecimento, knowledge, conocimiento, número racional, rational, divisão de racionais, operações e operations. Ao final dessa busca, se obteve 58 estudos, entre eles teses, dissertações, livros, artigos publicados em revistas de professores, periódicos científicos, e anais de eventos. Posteriormente, esses estudos foram divididos em momentos de análise e subdivididos em categorias: 1º momento: trabalhos classificados por temática; 2º momento: perspectivas teóricas sobre o conhecimento do professor; 3º momento: principais objetivos das investigações sobre conhecimento relativo a divisão de frações; 4º momento: tipos de estudo por perspectiva teórica de conhecimento docente; 5º momento: domínios de conhecimento investigados por conteúdo matemático. O próximo passo se tratou da leitura integral, análise e discussão dos estudos, identificando quais suas contribuições dentre cinco quesitos matemáticos: definições e notações; algoritmos, suas justificativas e outros procedimentos; interpretações e problemas associados; explicações instrucionais, propostas de ensino e recursos didáticos; aspectos da aprendizagem de estudantes.

Ao final deste trabalho, conclui-se que os estudos investigados eram compreendidos dentro de uma proposta de conhecimentos que os professores devem ter ao lecionar o conteúdo de frações, e, também, que conhecer como se resolve uma divisão de frações pelo algoritmo não é o mesmo que conhecer o método de saber como criar uma situação-problema que envolva a divisão de frações.

O quinto artigo analisado titula-se “Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica” (MOREIRA, DAVID, 2004). O artigo é de autoria de Plínio Cavalcanti Moreira e Maria Manuela Martins Soares David, publicado no ano de 2015 v.17, n.21 do *Bolema*, e tem como objetivo discutir o conjunto Q a partir de uma análise do conhecimento matemático no processo de formação inicial do professor.

Os dados se referem ao curso de licenciatura em matemática da UFMG, e como forma de realizar um paralelo entre as questões que realmente são aplicadas na prática docente na escola básica foi realizada a referida investigação, onde foram utilizadas duas fundamentações principais: para os cursos de licenciatura no Brasil temos a de Pereira (2000) e para a licenciatura em matemática particularmente a de Fiorentini et al (2002). Essa investigação se deu a partir do objetivo de responder duas questões: (I) Que tipo de conhecimento matemático estaria fundamentalmente associado ao ensino e à aprendizagem dos sistemas numéricos, ao longo do processo de educação básica em matemática?; (II) Que tipo de conhecimento matemático, a respeito dos sistemas numéricos, é veiculado dentro do processo de formação matemática no curso de licenciatura em matemática? Buscando responder essas perguntas a partir do conhecimento matemático que está envolvido no ensino e aprendizagem ao longo do processo educacional, e também os fatores envolvidos ao professor em sua prática pedagógica na escola.

Ao final deste estudo os autores sugerem uma articulação mais profunda entre a formação do professor versus a prática docente, levando em conta a especificidade do destino profissional do licenciado. Devemos ressaltar, porém, que a abordagem formal-lógico-dedutiva é insuficiente, ao mesmo tempo que, muitas vezes, se mostra inadequada para a matemática escolar.

O sexto artigo analisado titula-se “O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia” (PROENÇA, 2015). O artigo é de autoria de Marcelo Carlos de Proença, publicado no ano de 2015 v.29, n.52 do *Bolema*, e tem como

objetivo discutir o conjunto Q a partir do objetivo de favorecer a compreensão do ensino de frações via resolução de problemas a futuras professoras de pedagogia.

Esta pesquisa se sucedeu de forma qualitativa a partir da disciplina de metodologia de ensino de matemática a estudantes do terceiro ano do curso de pedagogia, período noturno, no primeiro semestre de 2014, e certa universidade pública do estado do Paraná, em que se encontravam matriculadas 28 alunas, porém no dia da aplicação da citada pesquisa compareceram apenas 25 alunas, logo os resultados apresentados serão a partir deste número.

Baseada em uma sequência de investigações e experiências do próprio autor juntamente com outros autores, tais como: (PIROLA et al., 2006; PROENÇA; PROLA, 2011; PROENÇA, 2013a; PROENÇA, 2013b; PROENÇA; PIROLA, 2014), o objetivo se deu através do conteúdo de frações por meio da resolução de problemas levando em consideração como as estudantes tratariam tal conteúdo quanto professoras que ensinam matemática no ensino fundamental I. Para uma melhor análise e exploração, as aulas foram divididas em categorias gerais, a saber: conceito de fração e sua aquisição; equivalência de frações; e as quatro operações básicas. Na primeira aula, o professor apresentou problemas para as alunas, e estas, divididas em duplas ou trios, deveriam ir até a lousa e apresentar as demais a estratégia que utilizaram para resolução do mesmo. Com o objetivo de analisar possíveis dificuldades e situações atreladas a esta, no segundo dia de aula ocorreu a aplicação da avaliação base para a presente investigação, sendo esta composta por três situações: I) problema de fração equivalente a ser resolvido, II) situação em que a soma de frações foi realizada de maneira incorreta, III) descrição de condução por um professor de maneira expositiva no ensino do conceito de fração e fração equivalente. Na aula posterior, foi realizado um debate para analisar os relatos das alunas, como sequência, nas aulas seguintes, se deu normalmente a apresentação da disciplina. Ao final deste ciclo foi aplicado uma avaliação descritiva que implicaria na aprovação ou reprovação da disciplina, uma das questões consistia em uma situação cujo objetivo era analisar como as futuras professoras iriam abordar o conteúdo discutido no início e decorrer da disciplina.

Ao final dessa pesquisa, pode ser analisado a respeito do conceito do todo, uma grande dificuldade, uma vez que este serviu como conhecimento prévio para o grupo de equivalência de frações. Também se atrelando a isso, temos as quatro principais ações realizadas: problema como ponto de partida; permitir aos alunos expor suas estratégias; discutir as estratégias dos alunos; articular estratégias dos alunos ao conteúdo. Dessa forma,

nota-se que apenas 44% das licenciandas abordaram esses tópicos em sua totalidade e, ainda, cabe ressaltar que 40% não tomaram o problema como ponto de partida.

Para finalizar esta categoria temos o artigo “Os números racionais na matemática acadêmica: uma discussão visando à formação matemática de professores” (ELIAS, 2018). Este artigo é de Henrique Rizek Elias, publicado no ano de 2018 v.32, n.61 do *Bolema*, e tem como objetivo a discussão dos números racionais a partir da matemática acadêmica.

Com o intuito de favorecer um debate a respeito da formação matemática de futuros professores, foram investigados e discutidos neste artigo as concepções a seguir: aspectos conceituais dos números racionais da matemática acadêmica; formação matemática do professor juntamente com bases teóricas; e, por fim, estudo histórico a partir do século XVIII, buscando mostrar as diferenças entre a matemática acadêmica e a matemática escolar. A principal visão para esta discussão se alia com a de Moreira e David (2003; 2010; 2011), destacando que a expressão utilizada “números racionais na matemática acadêmica” se refere a disciplinas de conteúdo do ensino superior e livros didáticos deste mesmo nível de ensino, ou seja, busca evidenciar diferenças entre a matemática acadêmica e a escolar. A partir disso a principal fonte de dados se deu através de livros didáticos utilizados em disciplinas de cursos de licenciatura em matemática, salientando que não se teve um critério rigoroso para a escolha dos mesmos, uma vez que o objetivo principal era usar estes como ponto de partida para a discussão e não uma conjectura. Um fator que se apresentou na matemática escolar em grande escala foi alguns conflitos com os números racionais, no sentido do abuso de linguagem do professor e dos livros didáticos quando se referem a classe de equivalência. Enquanto na matemática escolar é considerado natural tal apresentação, na matemática acadêmica não se considera da mesma forma.

Assim se concluiu que o desenvolvimento de uma matemática lógico-formal-dedutiva se deu por uma demanda da própria matemática. A partir desta investigação, se apresentou a perspectiva de que a matemática acadêmica deve ser trabalhada a partir da matemática escolar, e que é preciso ter uma maior discussão pelos futuros professores, se atrelando a idéia em que logo serão professores, e não continuar com o pensamento limitado do que aprenderam enquanto estudantes da escola básica.

A seguir apresentaremos algumas semelhanças e discrepâncias que averiguamos entre os artigos presentes nesta categoria, tomando como ponto de partida o método adotado

pelos autores em abordar o conjunto dos números racionais, a temática central e a metodologia utilizada.

A respeito dos artigos de autoria de Junior, Wielewski e Yánez (2019), González, Martínez e Yánez (2015), e Ribeiro (2009), estes falaram explicitamente do conhecimento matemático, discutindo a formação do professor. Nesta mesma perspectiva, temos os casos de Elias (2018) e Moreira e David (2004), que além de discutir o conhecimento matemático, realizaram um paralelo entre a diferenciação da matemática acadêmica e escolar. Já nos artigos de Proença (2015), e Fernandes e Leite (2015) o foco foi propor um processo formativo com objetivo de ensinar fração para futuras pedagogas, pautado na resolução de problemas, no caso de Proença (2015).

Nos artigos de Junior, Wielewski e Yánez (2019), Elias (2018) e Moreira e David (2004), temos uma discussão que se deu de forma teórica, ao contrário dos artigos de González, Martínez e Yánez (2015), Fernandes e Leite (2015), Proença (2015), e Ribeiro (2009) em que a discussão foi feita na prática.

Tendo em vista como os números racionais são abordados, temos os casos Junior, Wielewski e Yánez (2019), e Ribeiro (2009) em que se fez presente o uso de operações, o caso de Fernandes e Leite (2015), em que utilizou-se a conceituação, e, neste mesmo sentido, temos os artigos de Moreira e David (2004), e Proença (2015) que trataram das operações e do conceito simultaneamente. Neste mesmo panorama, González, Martínez e Yánez (2015), utilizaram algumas das personalidades em que esse conjunto numérico pode ser expressado, e, por fim, Elias (2018) buscou estabelecer uma relação direta entre o conjunto dos números racionais e o dos números inteiros.

Com isso podemos ver que existe uma tendência quando se trata da forma em que a discussão é realizada ao falar em formação matemática do professor, porém, de maneira diferente, percebemos que se faz presente uma propensão dos artigos quando tratam do nível de ensino escolar analisado, pois tratam, em sua maioria, do ensino fundamental. Ademais percebemos que poucos artigos falam da formação acadêmica dos futuros professores em cursos de licenciatura, muito menos em curso específico de licenciatura em matemática, voltada ao público geral, não somente a séries iniciais. Por fim, levando em consideração a temática central, vemos uma propensão aos quesitos conceito e operação.

3.2 Categoria: Caracterização matemática do conteúdo fração

3.2.1 Apresentação dos artigos da categoria: Caracterização matemática do conteúdo fração

A categoria intitulada “Caracterização matemática do conteúdo fração” é composta por artigos cujo objeto central são os elementos que compõem a fração no meio matemático. Tal categoria é formada pelos artigos apresentados no quadro 3, trazido a seguir:

QUADRO 4 - DADOS DE REFERENCIAÇÃO DOS ARTIGOS CATEGORIA 2

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. <i>Bolema</i> , São Paulo, n.31, v.21, p. 79-102, 2008.
GUERRA, R. B.; SILVA, F. H. S.; As operações com frações e o princípio da contagem. <i>Bolema</i> , São Paulo, n.31, v.21, p.41-54, 2008.
SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. A.; As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. <i>Bolema</i> , São Paulo, n.31, v.21, p. 55-78, 2008.

Fonte: autor (2022)

Na sequência, apresentamos um breve resumo dos artigos supracitados.

Iniciamos com o artigo “As diferentes ‘personalidades’ do número racional trabalhadas através da resolução de problemas” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, grifo d). O artigo é de autoria de Lourdes de la Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato, publicado no ano de 2008 v.21, n.31 do *Bolema*, e tem como objetivo discutir o conjunto Q nas diferentes “personalidades” do número racional e o conceito de proporcionalidade.

Analisando as possibilidades de utilizar a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas, foram apresentados alguns dados desenvolvidos em um curso de formação continuada de professores. Com o auxílio de um grupo de professores desse curso, foi elaborado um roteiro para que os professores interessados nessa didática possam trabalhar nesse princípio. Assim sendo, foram abordados 8 problemas geradores para mostrar as diferentes personalidades (significados) do número racional, dentre elas: (1) ponto racional, (2) quociente, (3, 4 e 5) fração, (6) operador, (7) razão e (8) proporcionalidade. A partir desses problemas, foram apresentadas possíveis resoluções dos sujeitos enquanto alunos, supostas dificuldades encontradas pelos professores, e também prováveis empecilhos que os alunos iriam encontrar quando resolvessem os mesmos. Com isso, os autores apresentaram meios de abordagens que julgaram mais instigantes e efetivas para o processo de ensino-aprendizagem.

Dessa forma, ao final da referida análise, os autores expõem que acreditam que, utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática por meio da resolução de problemas, a construção de conhecimentos relacionados a esses conceitos seja realizada de maneira mais significativa e concreta, uma vez que, quando aplicado nas oficinas de formação de professores, se percebeu que as diferentes abordagens desse conjunto muitas vezes são inexplorado ou mal compreendidas. Ao final, os autores mencionam que estudos apontam que se leva um tempo significativo para que a construção desse conhecimento se gere, ao entender dos alunos.

Em seguida, temos o artigo “As operações com frações e o princípio da contagem” (GUERRA; SILVA, 2008). O artigo é de autoria de Renato Borges Guerra e Francisco Hermes Santos da Silva, publicado no ano de 2008 v.21, n.31 do Bolema, e tem como objetivo discutir o conjunto Q de uma proposta de ensino das operações entre frações considerando a maturidade cognitiva dos alunos, visando contribuir para a prática docente de professores não-especialistas, mas que ensinam matemática nas séries iniciais.

Para atingir a finalidade estabelecida, norteados por hipóteses da geometria grega, os autores lembram-se do princípio da contagem para a iniciação dos aprendizes sobre operações com frações. Ainda, no decorrer do artigo, os autores apresentam tópicos que norteiam as propostas que julgam necessárias e efetivas, a partir das propostas de Bergé e Sessa (2003), estes, por sua vez, apoiados diretamente pela teoria de Euclides e também por Lima (1991). Os tópicos citados são: a área do retângulo; o princípio da contagem; operações com frações (relacionado imediatamente com operações realizadas com os números inteiros e relacionado em partes com a área de um triângulo); os algoritmos da divisão, da adição e da subtração de frações (assume que duas frações podem ser vistas a partir de áreas).

Assim sendo, os autores acreditam que os procedimentos, baseados nos tópicos e relações acima citados, buscam construir uma compreensão real das operações com frações a partir de áreas de figuras geométricas.

Para finalizar esta categoria temos o artigo “As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo” (SILVA, ALMOULOU, 2008). O artigo é de autoria de Maria José Ferreira da Silva e Saddo Ag Almoulou, publicado no ano de 2008, v.21, n.31 do Bolema, e tem como objetivo discutir o conjunto Q a partir de uma reflexão a respeito das operações com números fracionários, dando maior enfoque na concepção de parte-todo.

A pesquisa se deu através de atividades envolvendo as quatro operações fundamentais, tratadas por meio de figuras planas, que possam contribuir na escola básica para prática docente. O estudo apresenta resultados eficientes de projetos de formação de professores em que os autores participaram. Nesse ínterim, no decorrer do artigo foram expostas diversas atividades, ressaltando-se que são sugestões e não uma sequência de ensino completa para aplicação em sala de aula.

Inicialmente, exibiu-se a concepção a partir da parte-todo em duas figuras, com o intuito de mostrar a representação geométrica e simbólica, e outra, onde foi solicitado a mobilização deste conceito. Posteriormente, se iniciou a análise das atividades, estas divididas entre: nove atividades de adição e subtração, oito atividades de multiplicação, e seis atividades de divisão.

Para a multiplicação, ocorreu a associação a concepções de operador e de medida, sendo que os autores julgam que, das quatro operações, a adição e subtração ser a que menos apresenta complicadores para compreensão dos alunos, e a divisão ser a que mais apresenta dificuldades na compreensão dos alunos, ainda, como acréscimo a essa informação, ressaltou-se que esse fator vem desde o conjunto dos números naturais. Por fim, os autores explicitam que acreditam que as atividades que apresentaram podem auxiliar grandemente na compreensão das regras operatórias deste conjunto, porém não é suficiente para uma concepção concreta dos números racionais, visto que, atualmente, o que se observa é a insuficiência no saber dos alunos frente a cálculos simples, logo, se quisermos que os alunos construam um conhecimento eficaz, faz-se necessário a alteração do quadro educacional atual.

A seguir, apresentaremos algumas semelhanças e discrepâncias que averiguamos entre os artigos presentes nesta categoria, tomando como ponto de partida o método adotado pelos autores em abordar o conjunto dos números racionais, a temática central e a metodologia utilizada.

Nos artigos de Guerra e Silva (2008) e Silva e Almouloud (2008) temos uma discussão que se dá de forma teórica, ao contrário de Onuchic e Allevato (2008) em que a discussão é feita a partir de dados originários de intervenção prática.

A respeito do artigo de autoria de Guerra e Silva (2008), este fala explicitamente na perspectiva de fazer uma discussão matemática dos números racionais apoiando-se em uma abordagem histórica da construção dos conceitos associados. Onuchic e Allevato (2008), por outro lado, associam a matemática a uma perspectiva formativa para ensinar na escola. Por

fim, Silva e Almouloud (2008) tratam de atividades com o intuito de contribuir para práticas docentes.

Tendo em vista como os números racionais são abordados temos os caso de Guerra e Silva (2008) que trata de operações, Silva e Almouloud (2008) da concepção e operações, já Onuchic e Allevato (2008) mostram as distintas formas de se abordar o conjunto dos números racionais. Nos casos de Onuchic e Allevato (2008) e Silva e Almouloud (2008), ambos tratam das operações relacionando-as com a parte-todo.

Com isso, nesta categoria podemos ver que os artigos concentram-se em um mesmo ano, volume e número, logo fazem parte de uma mesma edição, com isso percebemos que existe uma tendência neste período de se falar em caracterização matemática do conteúdo fração. Além disso, nota-se uma propensão dos artigos quando tratam de nível de ensino analisado, pois tratam, em sua maioria, de formação de professores. Por fim, levando em consideração a temática central, vemos uma consonância entre as abordagens feitas.

3.3 Categoria 3: Ensino e aprendizagem

3.3.1 Apresentação dos artigos da categoria: Ensino e aprendizagem

A categoria titulada “Ensino e aprendizagem” é composta por artigos cujo objeto central é o ensino e aprendizagem do conjunto dos racionais. Tal categoria é formada pelos artigos apresentados no quadro 4, trazido a seguir:

QUADRO 5 - DADOS DE REFERENCIAÇÃO DOS ARTIGOS CATEGORIA 3

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; A Fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. <i>Bolema</i> , São Paulo, n.31, v. 21, p. 23-40, 2008.
LOPES, A. J.; O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. <i>Bolema</i> , São Paulo, n.31, v.21, p.1-22, 2008.
SANT’ANNA, D.; BITTENCOURT, J.; OLSSON, S.; Transposição e mediação didática no ensino de frações. <i>Bolema</i> , São Paulo, n.27, v.20, p. 71-91, 2008.

Fonte: autor (2022)

Na sequência, apresentamos um breve resumo dos artigos supracitados.

Iniciamos com o artigo “A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental” (MAGINA, CAMPOS, 2008). O artigo é de autoria de Sandra Magina e Tânia Campos, publicado no ano de 2008, v.21 e n.31 do *Bolema*, e tem

como objetivo discutir o conjunto Q a partir do ensino e a aprendizagem do conceito de fração nas séries iniciais do ensino fundamental.

O referido estudo foi pautado na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1983; 1998; 2001), e deu-se a partir de uma pesquisa quali-quantitativa (estatística descritiva) e diagnóstica, formulada pelos autores, e aplicada a 70 professores polivalentes e 131 alunos da 3ª (65 alunos) e 4ª (66 alunos) séries do ensino fundamental de 7 escolas da rede pública de São Paulo. Aos alunos foram aplicadas 12 questões (situações-problema), algumas citadas no decorrer do texto abordavam o seguinte: relação parte-todo, significado do número racional, quociente, medida. Para os professores foram aplicadas 11 questões, baseadas em estratégias de ensino (para que eles opinassem sobre supostas respostas erradas dadas por alunos) e prognóstico de sucesso dos alunos (para que previssem os prováveis percentuais de acertos que os alunos de ambas as séries teriam).

Na análise dos resultados notam-se resquícios de que os professores tinham uma visão precipitada do real desempenho dos alunos, principalmente quando se tratou dos alunos da 4ª série. Mesmo que em sua maioria os professores conseguissem identificar e explicar erros cometidos pelos alunos, suas estratégias de ensino se mostraram muito limitadas. Desse modo, concluiu-se que nenhum dos grupos de alunos tinha compreensão real do conteúdo de fração, pois não conseguiram atingir nem ao menos 50% de acerto no teste.

Em seguida temos o artigo “O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações” (LOPES, 2008). O artigo é de Antonio José Lopes, publicado no ano de 2008 v.21, n.31 do *Bolema*, e tem como objetivo a retomada de discussões da Sociedade Brasileira de Educação Matemática pela permanência das frações no currículo escolar do ensino fundamental.

Os resultados se deram baseados em pesquisas relacionadas à área de educação matemática e em dados que o autor coletou durante sua atuação como professor. Inicialmente, o autor citou alguns posicionamentos de Hilton em um de seus artigos, o qual apontou cinco defeitos do currículo em relação às frações, sendo eles: aplicações enganosas, confusão com a função dos decimais, ausência de cuidado com definições e explicações, desonestidade de apresentação e paixão pela ortodoxia. Na sequência do artigo, fez-se um breve relato das frações no decorrer dos séculos, após isso apresentou-se a fração no dia a dia, com o intuito de mostrar que os professores, em sua grande maioria, trabalham esse conteúdo assimilando a situações cotidianas e deixando de certa forma o uso direto de lado. Porém, atrelado a esse

método de ensino, deve se ter o cuidado para que a aprendizagem de frações não se dê de formas quaisquer, baseada apenas em situações-problemas que envolvam representações pizzas e barras de chocolates, por isso, nesta visão, os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem o conceito ora analisado.

Ademais, o artigo expõe que, um dos problemas detectados no ensino de frações, é o fato de que seu ensino é restrito até o final da 6ª série. Restringir o tema em algumas séries do currículo é um erro gravíssimo, pois desconsidera o fato de que o desenvolvimento do pensamento do aluno se estende por um vasto período em níveis diferentes de complexidade. Nesse viés, os autores Hans Freudenthal e Peter Hilton salientam a importância do desenvolvimento de um senso numérico para os números racionais.

Com isso pode ser concluído que, mesmo com o fato de as frações serem trabalhadas de forma diferente no currículo, causado devido à perda de força de vista para utilidade dos números racionais, seu ensino é essencial e inegociável. Mas, mesmo assim, muitos professores e autores de livros didáticos, não conhecem de forma íntegra a história das frações e seus componentes no campo cognitivo e epistemológico.

Para finalizar esta categoria temos o artigo “Transposição e mediação didática no ensino de frações” (SANT’ANNA, BITTENCOURT, OLSSON, 2008). O artigo é de Diogo Sant’Anna, Jane Bittencourt e Sandra Olsson, publicado no ano de 2008 v.20, n.27 do Bolema, e tem como objetivo discutir o conjunto Q , a partir da análise da prática docente de professores de matemática na quinta série escolar,

A citada pesquisa é colaborativa qualitativa, e aconteceu com o auxílio de documentos curriculares e textos/ livros didáticos (estudo de caso). Para isso, se adotou a perspectiva de colaboração desenvolvida pela equipe do CIRADE da Universidade do Québec. Para a construção deste projeto, além do projeto de ensino, houve o embasamento na comparação da prática de dois professores, um iniciante e outro experiente, ambos docentes de escolas públicas.

Para uma problemática inicial, o desenvolvimento do mesmo foi dividido em três fases: I) compreender como este objeto de ensino se situa no atual currículo escolar, II) mapear possíveis dificuldades ou empecilhos epistemológicos, III) análise didática das práticas de ambos os professores. A partir destas considerações, foi selecionado a composição do material de análise: a proposta curricular do estado de São Paulo, de 1987; os parâmetros curriculares nacionais para o ensino de matemáticas; e dois livros didáticos dos anos 90 e

2000, sendo que esses livros são de editoras importantes das correspondentes décadas, de mesmo autor, e aprovados pela última avaliação do plano nacional do livro didático, de 2005.

A partir dos dados analisados, pôde-se notar que os os casos estudados exemplificam a complexidade dos processos de transposição e mediação didática, de forma que se destacam duas instâncias, a saber: as indicações curriculares são incorporadas de maneira diferenciada, com maior ou menor superficialidade, e, também, as indicações curriculares que apontam para inovações, como é o caso do discurso presente nos parâmetros curriculares.

A seguir, apresentamos algumas semelhanças e discrepâncias que averiguamos entre os artigos presentes nesta categoria, tomando como ponto de partida o método adotado pelos autores em abordar o conjunto dos números racionais, a temática central e a metodologia utilizada.

No artigo de Sant'Anna, Bittencourt e Olsson (2008) foi feita a discussão do conjunto dos números racionais a partir da análise da prática docente e da perspectiva de estudo de caso. Já Lopes (2008) retomou uma importante discussão teórica, essa com objetivo de apresentar argumentos a favor da permanência deste conteúdo no currículo escolar. Por fim, Magina e Campos (2008) utilizaram o método de diagnóstico e prognóstico entre professor e aluno. Levando em consideração que todos os artigos desta categoria trataram do ensino dos racionais no ensino fundamental, estes parecem ter uma consonância com o que ocorre na educação básica, que também enfoca este tema.

A respeito da abordagem, temos Magina e Campos (2008), que centralizam o ensino e aprendizagem à discussão do conceito dos números racionais Lopes (2008) e Sant'Anna, Bittencourt e Olsson (2008), por sua vez, fizeram uma análise geral da abordagem que era feita sobre os números racionais em livros didáticos e ações de professores. Nesta perspectiva, Magina e Campos (2008) revelaram que os professores, muitas vezes, têm uma visão precipitada do desempenho dos alunos. Já Lopes (2008) e Sant'Anna, Bittencourt e Olsson (2008) tiveram como objetivo mostrar como cada elemento do conjunto dos números racionais era abordado na prática escolar, ressaltando possíveis erros, dificuldades, empecilhos apresentados e restrição do método de ensino.

Ao final podemos concluir que um fator que o que diferencia o caso de Magina e Campos (2008) dos demais artigos é o fato de que ele pautou-se nas atividades tanto do professor quanto dos alunos em sua prática de sala de aula, ou seja, ambos são sujeitos

investigados ativamente. Ao contrário dos casos de Sant'Anna, Bittencourt e Olsson (2008) e Lopes (2008), em que percebemos uma perspectiva teórica, com ênfase no currículo escolar.

Com isso, nesta categoria, podemos ver que os artigos concentram-se em um mesmo ano, logo, percebe-se que existe uma tendência na discussão ao falar em ensino e aprendizagem neste período. Além disso, existe uma propensão dos artigos quando tratam de nível de ensino analisado, pois lidam, em sua maioria, com o ensino fundamental.

Como podemos notar a grande maioria dos artigos está voltado ao ensino dos números racionais no ensino fundamental, atrelados ao fato que esse conjunto se encontra na BNCC em fase introdutória e exploratória neste mesmo período de ensino, uma vez que em fases de ensino posteriores, apenas são admitidos resultados aprendidos anteriormente, ou seja, no ensino fundamental.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas que envolveram este trabalho, assim como produções científicas publicadas no periódico científico Boletim de Educação Matemática (Bolema), proporcionaram a reflexão sobre a qualidade da abordagem do conteúdo dos conjuntos racionais atrelados com a formação de professores. Aliás, cabe ressaltar que esse periódico é, atualmente, dedicado exclusivamente para a Educação Matemática, classificado como o mais bem qualificado junto à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e o mais antigo editado no Brasil.

Observando a trajetória da Bolema, salientou-se que esse periódico, lançado em meados de 1985, publicou o primeiro artigo que aborda simultaneamente os temas formação de professores que ensinam matemática e os números racionais apenas no ano de 2004. Sendo que, até meados de 2021, foram publicados mais de 900 artigos, conforme discutido no decorrer deste trabalho. Nesse ínterim, focamos em 13 artigos e geramos três categorias de análise que nos permitiram chegar às conclusões citadas a seguir.

Uma parcela significativa dos artigos focava especificamente na formação do professor de matemática, apresentando um enfoque na formação matemática. Contudo percebemos que poucos artigos falam da formação acadêmica dos futuros professores em cursos de licenciatura, muito menos em curso específico de licenciatura em matemática, voltada ao público geral, não somente a séries iniciais. Ainda nesses artigos, em termos de números racionais, foram abordados tanto o conceito quanto às operações associadas, sendo que, em suma, foi pautado no ensino fundamental. Levando em consideração o todo de artigos analisados, ainda nesta categoria temos a presença dos dois autores estrangeiros e também o único artigo em língua estrangeira presente nesse *corpus* de análise.

Os artigos em que a centralidade era a discussão matemática do número racional, mesmo que sendo uma pequena parte do *corpus* total, também estão associados ao ensino fundamental e à formação de professores, focando em conceito e operações novamente, porém uma voltada à ideia de resolução de problemas e a outra em uma perspectiva histórica.

Um percentual dos artigos que estão presentes na categoria ensino e aprendizagem, em que o enfoque era exatamente o processo de ensinar e aprender esses conceitos, pudemos notar uma dissonância com as demais, uma vez que esta categoria é detentora do único artigo,

dentre os 13 presentes no *corpus*, em que se apresenta a perspectiva estatística descritiva e diagnóstica entre professor e aluno.

Uma relação direta que podemos ver entre as categorias “Caracterização matemática do conteúdo fração” e “Ensino e aprendizagem” é o fato de que todos os artigos dessas categorias foram publicados no ano de 2008, em uma edição especial publicada no *Bolema*, dedicado ao tema fração.

No final desta pesquisa, a partir das categorias analisadas - formação de professores, caracterização no ensino de frações, e ensino e aprendizagem - nos deparamos com os fatos de não encontrarmos trabalhos associados ao ensino médio e poucos artigos que discutem disciplinas acadêmicas voltadas diretamente à formação de professores. Outro fator visto, é que a grande maioria dos artigos falam que os números racionais tratam de um conteúdo considerado difícil de ensinar. Finalizando essa análise, com a perspectiva do todo dos artigos analisados nesta pesquisa, relacionando com o montante de artigos publicados na revista *Bolema*, vemos que poderiam ter mais artigos focando nesta temática, uma vez que os artigos que analisamos representam menos de 1,5% do total de artigos presentes na revista. Com isso, concluímos que os conhecimentos relacionados aos números racionais não foram abordados em sua integralidade no *corpus* de análise, o que significa que muitos conhecimentos que figuram na prática do professor de matemática ainda precisam ser investigados.

REFERÊNCIAS

- BERTONI, Nilza Eigenheer. **Educação e Linguagem Matemática 4: Frações e números fracionários**. 2. ed. Brasília: PEDEaD, 2009.
- ELIAS, H. R.; Os números racionais na matemática acadêmica: uma discussão visando à formação matemática de professores. **Bolema**, São Paulo, v.32, n.61, p. 439-458, 2018.
- FERNANDES, J. A.; LEITE, L. Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade. **Bolema**, São Paulo, v.21, n.51, p. 241-262, 2015.
- GONÇALVES, M. I. S. M. **Crenças e dificuldades de futuros professores de matemática no domínio dos números racionais**. 2013. p. 16-203. Tese doutorado (Pós graduação em educação). UFMG. Belo Horizonte. 2013.
- GONZÁLEZ, N. R.; MARTINEZ, P. F.; YÁNEZ, J. C.; Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. **Bolema**, São Paulo, v.29, n.51, p. 143-166, 2015.
- GUERRA, R. B.; SILVA, F. H. S.; As operações com frações e o princípio da contagem. **Bolema**, São Paulo, n.31, v.21, p.41-54, 2008.
- JUNIOR, J. G. M.; WIELEWSKI, G. D.; YÁNEZ, J. C.; .Meta-análise sobre conhecimento para ensinar divisão de frações. **Bolema**, São Paulo, v.33, n.65, p. 988-1026, 2019.
- LOPES, A. J.; O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, São Paulo, n.31, v.21, p.1-22, 2008.
- MAGINA, S.; CAMPOS, T.; A Fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. **Bolema**, São Paulo, n.31, v. 21, p. 23-40, 2008.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasil, 2018.
Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf.
Acesso em: 30 agosto 2021.
- MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S.; Números racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica. **Bolema**, São Paulo, v.17, n.21, p. 1-19, 2004.
- OLIVEIRA, J. N.; Dificuldade na aprendizagem dos números racionais: confrontando dois níveis de escolaridade. *In*: ENEM (ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA), 11, 2016, **Anais [...]** São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-11
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Bolema**, São Paulo, n.31, v.21, p. 79-102, 2008.

PIZZANI, L. *et al.* A arte da pesquisa bibliográfica na busca do conhecimento. **RDBCI**. Campinas. v. 10, n. 1, p. 53-66. 2012.

PROENÇA, M. C.; O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema**, São Paulo, v.29, n.52, p. 729-755, 2015.

RIBEIRO, C. M.; Conhecimento matemático para ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. **Bolema**, São Paulo, v.22, n.34, p.1-26, 2009.

SANT'ANNA, D. C.; BITTENCOURT, J.; OLSSON, S.; Transposição e mediação didática no ensino de frações. **Bolema**, São Paulo, n.27, v.20, p. 71-91, 2008.

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração e seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental. 2005. p.1-203. Dissertação (Pós graduação em educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2005.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. A.; As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. **Bolema**, São Paulo, n.31, v.21, p. 55-78, 2008.

VALERA, Alcir Rojas. **Uso social e escolar dos números racionais**: representação fracionária e decimal. 2003. p. 1-164. Dissertação (Pós graduação em filosofia e ciências). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Marília-SP. 2003.

anexo A - Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



**Presidência da República
Casa Civil
Subchefia para Assuntos Jurídicos**

LEI Nº 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998¹.

Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

O PRESIDENTE DA REPÚBLICA Faço saber que o Congresso Nacional decreta e eu sanciono a seguinte Lei:

Título I - Disposições Preliminares

Art. 1º Esta Lei regula os direitos autorais, entendendo-se sob esta denominação os direitos de autor e os que lhes são conexos.

Art. 2º Os estrangeiros domiciliados no exterior gozarão da proteção assegurada nos acordos, convenções e tratados em vigor no Brasil.

Parágrafo único. Aplica-se o disposto nesta Lei aos nacionais ou pessoas domiciliadas em país que assegure aos brasileiros ou pessoas domiciliadas no Brasil a reciprocidade na proteção aos direitos autorais ou equivalentes.

Art. 3º Os direitos autorais reputam-se, para os efeitos legais, bens móveis.

Art. 4º Interpretam-se restritivamente os negócios jurídicos sobre os direitos autorais.

Art. 5º Para os efeitos desta Lei, considera-se:

I - publicação - o oferecimento de obra literária, artística ou científica ao conhecimento do público, com o consentimento do autor, ou de qualquer outro titular de direito de autor, por qualquer forma ou processo;

II - transmissão ou emissão - a difusão de sons ou de sons e imagens, por meio de ondas radioelétricas; sinais de satélite; fio, cabo ou outro condutor; meios óticos ou qualquer outro processo eletromagnético;

III - retransmissão - a emissão simultânea da transmissão de uma empresa por outra;

IV - distribuição - a colocação à disposição do público do original ou cópia de obras literárias, artísticas ou científicas, interpretações ou execuções fixadas e fonogramas, mediante a venda, locação ou qualquer outra forma de transferência de propriedade ou posse;

V - comunicação ao público - ato mediante o qual a obra é colocada ao alcance do público, por qualquer meio ou procedimento e que não consista na distribuição de exemplares;

VI - reprodução - a cópia de um ou vários exemplares de uma obra literária, artística ou científica ou de um fonograma, de qualquer forma tangível, incluindo qualquer armazenamento permanente ou temporário por meios eletrônicos ou qualquer outro meio de fixação que venha a ser desenvolvido;

VII - contrafação - a reprodução não autorizada;

VIII - obra:

a) em co-autoria - quando é criada em comum, por dois ou mais autores;

b) anônima - quando não se indica o nome do autor, por sua vontade ou por ser desconhecido;

c) pseudônima - quando o autor se oculta sob nome suposto;

d) inédita - a que não haja sido objeto de publicação;

e) póstuma - a que se publique após a morte do autor;

f) originária - a criação primígena;

g) derivada - a que, constituindo criação intelectual nova, resulta da transformação de obra originária;

h) coletiva - a criada por iniciativa, organização e responsabilidade de uma pessoa física ou jurídica, que a publica sob seu nome ou marca e que é constituída pela participação de diferentes autores, cujas contribuições se fundem numa criação autônoma;

i) audiovisual - a que resulta da fixação de imagens com ou sem som, que tenha a finalidade de criar, por meio de sua reprodução, a impressão de movimento, independentemente dos processos de sua captação, do suporte usado inicial ou posteriormente para fixá-lo, bem como dos meios utilizados para sua veiculação;

IX - fonograma - toda fixação de sons de uma execução ou interpretação ou de outros sons, ou de uma representação de sons que não seja uma fixação incluída em uma obra audiovisual;

X - editor - a pessoa física ou jurídica à qual se atribui o direito exclusivo de reprodução da obra e o dever de divulgá-la, nos limites previstos no contrato de edição;

XI - produtor - a pessoa física ou jurídica que toma a iniciativa e tem a responsabilidade econômica da primeira fixação do fonograma ou da obra audiovisual, qualquer que seja a natureza do suporte utilizado;

XII - radiodifusão - a transmissão sem fio, inclusive por satélites, de sons ou imagens e sons ou das representações desses, para recepção ao público e a transmissão de sinais codificados, quando os meios de decodificação sejam oferecidos ao público pelo organismo de radiodifusão ou com seu consentimento;

XIII - artistas intérpretes ou executantes - todos os atores, cantores, músicos, bailarinos ou outras pessoas que representem um papel, cantem, recitem, declamem, interpretem ou executem em qualquer forma obras literárias ou artísticas ou expressões do folclore.

Art. 6º Não serão de domínio da União, dos Estados, do Distrito Federal ou dos Municípios as obras por eles simplesmente subvencionadas.

¹ Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9610.htm.