

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MARIA PAULA DOS SANTOS BATISTA

**REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE ANÁLISE DOS TIPOS DE ERROS COMETIDOS
PELOS ALUNOS NO CONTEÚDO DE FUNÇÕES**

PATO BRANCO

2022

MARIAPAULADOSSANTOSBATISTA

**REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE ANÁLISE DOS TIPOS DE ERROS COMETIDOS
PELOS ALUNOS NO CONTEÚDO DE FUNÇÕES**

**SYSTEMATIC REVIEW ON ANALYSIS OF KINDS OF MISTAKES COMMITTED BY
STUDENTS ON THE SUBJECT OF FUNCTIONS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador: Waldir Silva Soares Junior.

PATO BRANCO

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

MARIAPAULADOSSANTOSBATISTA

**REVISÃO SISTEMÁTICA SOBRE ANÁLISE DOS TIPOS DE ERROS
COMETIDOS PELOS ALUNOS NO CONTEÚDO DE FUNÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Licenciado em Matemática pela Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 10/junho/2022

Presidente: Waldir Silva Soares Junior
Professor Doutor
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Membro 1: Marlova Estela Caldatto
Professora Doutora
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Membro 2: Moisés Aparecido do Nascimento
Professor Doutor
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**PATO BRANCO
2022**

Dedico este trabalho à minha filha, pelos momentos
de ausência.

AGRADECIMENTOS

Certamente as palavras escritas nesse parágrafo não serão suficientes para atender e agradecer todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas cada qual sabe que fazem parte da minha trajetória e de minha gratidão.

Primeiramente, minhas mãos erguidas para agradecer a Deus por me abençoar com fé até esse momento tão gratificante.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Waldir Silva Soares Junior e à Prof. Dra. Marlova Estela Caldato pela sabedoria, paciência e discernimento com que me guiaram nesta trajetória.

Aos professores que nos motivaram a não desistir apesar das dificuldades e pela compreensão com a corrida vida de nós acadêmicos.

Ao meu esposo, que sempre se manteve ao meu lado me apoiando e se adaptando a minha ausência, dando amor e carinho para a nossa menina.

Gostaria de deixar registrado também o meu reconhecimento à minha mãe Marilene dos Santos, ao meu irmão João Pedro e as madrinhas da minha filha, Mafalda e Adriana, que com todo o amor do mundo à acolheram enquanto minha ausência diária afetava os primeiros anos da vida dela, pois sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio.

Por fim, mas, importante tanto quanto uma mãe, a minha querida sogra, que exerceu com excelência seu papel aqui na terra, mas infelizmente teve que partir deixando saudades e muito amor para toda sua família.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta jornada.

RESUMO

O objetivo do presente estudo é realizar uma revisão sistemática de produções que abordam a análise de erros, com vistas a levantar e caracterizar os tipos de erros comumente cometidos pelos estudantes no decorrer da aprendizagem do conceito e aplicações do conteúdo de funções. Serão abordados o conceito de função, função afim e função quadrática, conteúdos estes presentes no ensino médio e ensino superior. Para esta pesquisa foram executadas as seguintes etapas: levantar e descrever as produções em cunho exploratório e em seguida relacioná-los, caracterizando e discutindo os tipos de erros encontrados a fim de compreender esses erros e as dificuldades dos alunos dentro desse conteúdo. Esse trabalho está sendo delineado a partir das seguintes questões: (1) Quais são os tipos de erros mais comuns cometidos pelos alunos quando estão aprendendo o conteúdo de funções? (2) O que poderia ser as possíveis causas desses erros? O desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso foi pensado de modo a facilitar o entendimento e comprometimento do docente ao preparar e expor suas aulas, para que seus alunos tenham melhor desempenho, sejam eles conceituais ou processuais na compreensão das conjecturas desejadas dentro do conteúdo de funções. A partir das análises realizadas concluímos que o que tange ao objetivo dessa pesquisa, com o levantamento dos tipos de erros, foi possível perceber que os erros cometidos nos trazem indícios de que a relação dos erros categorizados vem de uma lacuna nos conteúdos do Ensino fundamental comumente com a dificuldade em construir conceitos de maneira correta e não somente na forma decorativa.

Palavras-chave: Análise de erros; Tipos de erros; Funções; Erros em funções.

ABSTRACT

The objective of the following research is to perform a systematic review on productions that address the analysis of mistakes, with the ideal of defining and characterizing the kinds of mistakes that are commonly made by students while learning the concept and application of functions. It shall be addressed the concepts of function, linear function and quadratic function, contents present during the high school and college. For this research it was executed the following stages: to raise and describe the productions in an exploratory way, followed by relationating them, characterizing and discussing the mistakes found, with the objective of understanding such mistakes and the difficulties of the students on this content. This work is being tailored based on the following questions: (1) Which are the most common kinds of mistakes committed by students when learning functions? (2) What could be the cause of such mistakes? The development of this term paper was thought in a way to facilitate the understanding and commitment of the teacher in preparing and teaching their classes, so that the students can have a better performance, be them conceptual or processual in the comprehension of the desired conjectured in the functions subject. From the performed analysis, it was concluded that, in reference of the objective of this research, with the data collected on the mistakes, it was possible to note that the mistakes brings us evidence that the relation between the commonly made mistakes comes from the lack of understanding of basic mathematical content, and also the difficulty in creating concepts in a correct way, and not only in by memorizing it without actually learning.

Keywords: Mistake analysis; Kinds of mistakes; Functions; Mistakes in functions.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Gráficos referente a letra a) e b) da tarefa 9	28
Figura 2: Recorte da tarefa 1	31
Figura 3: Recorte da Atividade 1: Correspondências	31
Figura 4: Recorte da tarefa 2	32
Figura 5: Enunciado das questões 23 e 24 analisadas no Artigo VI	33
Figura 6: Exemplo de erro ao encontrar a lei de formação a partir do gráfico	35
Figura 7: Recorte do exemplo de erro	37
Figura 8: Recorte do exemplo de erro	37
Figura 9: Recorte de exemplo de erro na resolução do aluno 6	38
Figura 10: Recorte de exemplo do erro na resolução do aluno 13	38
Figura 11: Recorte de exemplo do erro na resolução do aluno 9	38
Figura 12: Recorde do exemplo de erro	39

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1. O que entendemos por “Erro”?	15
2.2. Tipos de Erros	16
2.3. Análise de Erros	17
2.4. Funções	18
2.4.1. Funções no âmbito da Educação Matemática	18
2.4.2. Função no conceito matemático	19
3. METODOLOGIA DA PESQUISA	22
3.1. Questão Investigativa	22
3.2. Objetivos	22
3.2.1. Objetivo Geral	22
3.2.2. Objetivos Específicos	22
3.3. Fonte dos dados	23
3.4. Procedimentos de coleta, tratamento e análise dos dados	23
4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS ARTIGOS	25
4.1. Apresentação dos Artigos	25
4.1.1. Souza (2014)	25
4.1.2. Ramos e Curi (2014)	27
4.1.3. Salgueiro e Savioli (2014)	28
4.1.4. Silva (2014)	31
4.1.5. Etcheverria e Santos (2016)	32
4.1.6. Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)	34
4.2. Discussão sobre os artigos	35

4.3. Caracterização dos Erros	36
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	44

1. INTRODUÇÃO

O trabalho desenvolvido é uma pesquisa qualitativa exploratória de cunho bibliográfico e tem como objetivo realizar uma revisão sistemática de produções que abordam a análise de erros, com vistas a levantar e caracterizar os tipos de erros comumente cometidos pelos estudantes na aprendizagem de funções, relatadas em pesquisas encontradas na plataforma Google Acadêmico.

O desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso foi pensado de modo a facilitar o entendimento e comprometimento do docente ao preparar e expor suas aulas para que seus alunos tenham melhor desempenho, sejam eles conceituais ou processuais na compreensão das conjecturas desejadas dentro do conteúdo de funções. Partes principais deste trabalho estão fundamentadas no livro “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos” de Helena Noranha Cury (2008).

A principal motivação em fazer um estudo em cima de pesquisas já feitas é tentar entender quais são as principais dificuldades presentes sobre o conteúdo de funções, a fim de construir uma futura pesquisa de campo para ser estudada no mestrado. Ao analisar os erros cometidos pelos alunos em atividades e avaliações, podem-se encontrar possíveis fontes de lacunas na compreensão do tema, podendo ajudar professores na elaboração de aulas e atividades que busquem suprimir tais problemas. Sabemos que o conteúdo de funções é fortemente presente na vida acadêmica e está relacionado tanto, as habilidades como a abstração, generalização e modelagem através do estudo desses objetos matemáticos, quanto sua utilização frequente em outros componentes curriculares. No Ensino Fundamental se iniciam os estudos relativos às Funções, que ainda nesse momento de escolaridade se tornam conhecimentos essenciais para o bom aproveitamento dos alunos na etapa do Ensino Médio.

As principais problemáticas decorrentes dentre as pesquisas realizadas a respeito das dificuldades que alunos e professores encontram no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de funções está sendo fundamentado a partir das seguintes questões:

(1) Quais são os tipos de erros mais comuns cometidos pelos alunos quando estão aprendendo o conteúdo de funções?

(2) O que poderia ser as possíveis causas desses erros?

Contudo, esperamos com as análises feitas nesse trabalho, ter acrescentado na vida dos docentes a ideia de uma nova visão para o modo de ensinar e avaliar, não só no conteúdo de funções, mas também nos demais conteúdos presentes na vida escolar, enfatizando sempre o conceito envolvido por trás do tema abordado em sala de aula, fazendo do erro um degrau na escada da educação.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste segmento vamos abordar os conceitos usados para fundamentar o estudo que iremos discutir sobre os relatos presentes nas pesquisas, as quais serão a respeito da notabilidade e caracterização do erro e a importância da análise desses erros para o entendimento das dificuldades que os alunos apresentam perante o conteúdo de funções abordadas neste trabalho.

2.1. O que entendemos por “Erro”?

A definição de erro no dicionário online (PRIBERAN) é dada da seguinte forma: “ato ou efeito de errar; engano ou equívoco; má compreensão. Falha ou engano que demonstra falta dos conhecimentos ou dos cuidados considerados básicos.” Podemos notar com esses significados que o erro vindo dentro da matemática pode ser associado ao engano dos passos a serem seguidos em uma determinada resolução e/ou nos mostra que a falta de conhecimentos necessários para construir a resolução levam o aluno a resultados equivocados. A má compreensão pode vir da dificuldade que o aluno tem de interpretar o problema ou o conteúdo, podendo intervir na maneira como ele desenvolve e conclui a resposta.

Cury (2008) conduz o leitor à ideia de que “o erro se constitui como um conhecimento”. Ao fazer as correções, muitas vezes o professor costuma apontar os erros cometidos pelos alunos sem levar em consideração os acertos. Mas quem garante que os acertos mostram o que os alunos sabem ou que os erros evidenciam o que eles não sabem?!

Segundo Cury (2008) citando Raffaella Borasi: “os alunos são pressionados pelo sistema escolar, os erros por eles cometidos são frustrantes, porque os fazem perder tempo e despender esforços na tentativa de evitar a reprovação”. No entanto, se a ênfase da avaliação dos estudantes se desloca do produto para o processo, há a possibilidade de que os erros cometidos venham a ser discutidos e possam ser fontes de novas aprendizagens. Propõe então ambiente de aprendizagem nos quais o potencial dos erros pode ser aproveitado.

Podemos complementar então, que o erro deveria ser analisado como um todo durante o processo de resolução e não somente olhando a resposta final. Esse erro final com certeza vem de algum equívoco durante a construção da resolução e isso significa que algum conceito ou propriedade não ficou claro para o aluno e fez

com que ele não compreendesse de maneira correta o processo do que estava sendo feito naquele momento. Como esse é um assunto fortemente presente na educação matemática torna-se tão importante discutirmos o erro, que nos leva a um assunto chamado “Análise de Erros”, servindo como base para entendermos o que acontece no processo que faz com que o aluno solucione de maneira equivocada as questões propostas. Com isso, podemos utilizar esses erros a nosso favor para reforçarmos o que o aluno não entendeu e assim melhorarmos a forma de ensino, aliando-nos a algo que deveria ser um degrau a mais na educação.

2.2. Tipos de Erros

Cury (2008) trata sobre análise de erros em questões matemáticas e cita alguns tipos de erros no âmbito geral. Ao analisarem e classificarem os erros, é citado um alerta para a possibilidade de algum desses erros serem causados pela formulação das questões feita pelo professor. Cury (2008) citando Bardin (1979, p. 119), “a categorização tem por primeiro objetivo fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos”. A partir de várias pesquisas discutidas em seu livro, ela propõe alguns tipos de erros encontrados no desenvolvimento por parte do aluno, este serão elencados abaixo.

- Erros envolvendo propriedades das operações algébricas, acarretando assim, problemas em estudos futuros e a dificuldade com produtos notáveis;
- Erro que consiste na desconexão entre a representação analítica e a gráfica de uma função;
- Números inteiros e racionais, equações e noções de perímetro e área. Note que os três primeiros erros citados podem levar o aluno a ter mais dificuldade no conteúdo de funções, se não apresentados de forma correta;
- Erro com operações básicas e cálculos de porcentagem, a maioria ocorrendo por não levarem em conta o enunciado das questões e simplesmente saírem fazendo contas com os números dados, sem entender o contexto em que eles estão inseridos;
- Encontrar as raízes de um polinômio de segundo grau usando a fórmula de Bhaskara, sendo que esse artifício não aparecia no contexto. (A autora cita que a maior incidência de erros está relacionada a uma “tendência” de aplicar a fórmula de Bhaskara sempre que surge uma expressão polinomial);

- Dificuldades em compreender e reconhecer os elementos de conjuntos numéricos;
- Operações básicas envolvendo frações;
- Erros ao manipular polinômios;
- Propriedades das operações evidenciadas durante a resolução de certo problema;
- Erros na compreensão de função acarretando esboço incorreto do gráfico e de suas propriedades;
- Não diferenciação entre intervalo aberto e fechado;
- Dificuldades em entender correspondência biunívoca entre os números reais e pontos da reta;
- Trocar domínio por imagem;
- Simbologia matemática, Cury (2008).

Todos os erros elencados aqui fazem parte da construção do conhecimento matemático utilizados para entender o conteúdo de funções com todas as suas formas e conceitos, por isso, a base do que é ensinado no ensino fundamental é de suma importância para que no ensino médio e no ensino superior o aprendizado seja válido.

2.3. Análise de Erros

Nesta seção vamos introduzir o conceito de análise de erros, que será parte fundamental do nosso estudo para que possamos entender primeiramente como funciona e para que serve. Detalhes mais aprofundados sobre este conceito podem ser encontrados em: (OZORES e VALÉRIO, 2015) e (SILVA, 2019).

Análise de erros consiste em um estudo sobre as dificuldades e equívocos cometidos por um determinado público perante a resolução de problemas, fundamentado em cima de resultados obtidos através de produções escritas pelos próprios alunos. Fazer uma análise de erros nos ajuda a encontrar onde está a maior dificuldade e fazer dela nossa aliada. O erro faz parte do processo de ensino-aprendizagem, pois se o aluno se frustrar toda vez com os próprios erros acarretará em uma maior dificuldade para prosseguir com a aprendizagem dos próximos anos. Sendo assim instigar o aluno a superar significa continuar promovendo o seu interesse pelos estudos.

Segundo Cury (2008) a análise de erros é uma abordagem de pesquisa com fundamentações teóricas empregadas quando se detecta dificuldades na aprendizagem dos alunos e quer explorá-la em sala de aula. Dessa forma o tipo de pesquisa que analisa o erro dos alunos feito uma devolutiva do próprio aluno e como ele aprendeu e desenvolveu certo conteúdo, ajuda nós professores, a tentar preencher as lacunas existentes na aprendizagem buscando novas formas de mediar o conhecimento.

Analisar as respostas produzidas pelos alunos é uma forma de auxiliá-los a construir o conhecimento básico necessário para transitar de um conteúdo para outro sem deixar lacunas no aprendizado. Dentro desses conceitos vamos estudar a análise de erros de pesquisas já publicadas e comparar seus resultados levantando e caracterizando os erros encontrados ao decorrer da análise.

2.4. Funções

Essa subdivisão tratará do ensino aprendizagem do conteúdo de funções e uma discussão matemática dos conceitos envolvidos e os tipos de funções estudadas neste trabalho. Vamos abordar a definição matemática juntamente com algumas propriedades e um pouco sobre o que diz a legislação brasileira BNCC a respeito desse assunto.

2.4.1. Funções no âmbito da Educação Matemática

Funções é um conteúdo abordado formalmente a partir do 9º ano do ensino fundamental II dentro da unidade temática Álgebra, incluindo representação numérica, algébrica e gráfica, e segue aparecendo durante o restante da vida acadêmica. A habilidade que o aluno precisa ter ao concluir o nono ano segundo a BNCC é:

- (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2018).

Logo, é necessário que as primeiras aparições desse conteúdo sejam apresentadas de forma explícita e muito clara, sempre enfatizando a sua importância

nos estudos e suas aplicações no dia-a-dia. Cury (2008) enfatiza que conhecer o conteúdo “funções” vai além de saber recitar sua definição formal. É certo que, se essa definição não for entendida de maneira correta, ocorrerão equívocos futuramente para enquadrar funções em uma situação real.

Ao concluir o ensino médio, o aluno deve ter aprendido algumas habilidades, essas podem ser encontradas na BNCC. Vamos elencar algumas que estão relacionadas com o conteúdo de funções.

- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018).
- (EM13MAT401) e (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º e 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica (BRASIL, 2018).
- (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018).
- (EM13MAT501) e (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau ou de 2º grau do tipo $y = ax^2$ (BRASIL, 2018).

2.4.2. Função no conceito matemático

A definição de função abordada nesta seção será baseada no livro de Macedo (2006).

Definição: Sejam dados dois conjuntos A e B não vazios, chama-se FUNÇÃO qualquer relação binária que associa a cada elemento de A um único elemento em B. Na notação $y = f(x)$, significa que **y está associado a x por meio da função**
f. Portanto, para que a relação de A em B seja uma função representada por f: $A \rightarrow$

B ; $y = f(x)$, é imprescindível que a cada x pertencente a A esteja associado a um único y pertencente a B . A palavra "cada" significa que nenhum elemento de A pode ficar sem um correspondente único em B . Note que nada é dito a respeito dos elementos de B , logo é possível que no conjunto B existam elementos que não mantêm relação com elementos do conjunto A . Em outras palavras, essa associação também pode ser dita como y sendo imagem de x gerada pela função f .

O **domínio**, o **contradomínio** e a **imagem** de uma função, são conjuntos importantes para definirmos o que é função e compreendermos melhor o seu comportamento. A relação de A em B citada na definição de função, é a relação existente entre os conjuntos **domínio** e **contradomínio**, sendo o domínio o conjunto A e o contradomínio sendo o conjunto B . Para cada elemento do domínio, existirá um único correspondente no contradomínio, o conjunto formado por todos esses correspondentes é conhecido como **imagem**.

Este trabalho aborda, além do conceito de função, dois tipos específicos: função afim e função quadrática. Apresentaremos as duas definições.

Função afim: A função afim trata-se de toda função polinomial do primeiro grau. Formalmente escrevemos que:

Uma função é dita função afim quando existem dois números reais a e b tais que satisfaçam a seguinte condição, $\forall x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ temos:

$$y = f(x) = ax + b$$

Onde:

- a é o coeficiente angular do gráfico de f
- b é o coeficiente linear, ou o ponto de intersecção com o eixo y
- x é a variável independente.
- y é a variável dependente.
- Se $b=0$ ainda temos uma função afim
- Se $a=0$, não temos mais uma função afim e sim uma função constante.

Função quadrática: A função quadrática trata de uma função polinomial do segundo grau, sendo expressa como: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo que os coeficientes " a , b e c " números reais e $a \neq 0$.

- Se $a=0$ então, não se trata mais de uma função quadrática e sim de uma função afim.
- O coeficiente a corresponde a amplitude do gráfico da função, ela pode ser mais aberta ou mais fechada.
- O coeficiente c indica a intersecção do gráfico com o eixo y .

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Nesta seção vamos abordar os métodos usados para compor este trabalho, formado por uma revisão sistemática qualitativa exploratória de cunho bibliográfico. Uma revisão sistemática é uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre o tema abordado, disponibilizando um resumo das evidências relacionadas, podendo apresentar resultados conflitantes e/ou coincidentes. Uma pesquisa qualitativa exploratória caracteriza-se, principalmente, examinando aspectos profundos e subjetivos do tema em estudo, que tem por objetivo conhecer a variável de estudo tal como se apresenta, seu significado e o contexto onde ela se insere. A pesquisa bibliográfica está inserida principalmente no meio acadêmico e tem a finalidade de aprimoramento e atualização do conhecimento através de uma investigação científica de obras já publicadas.

3.1. Questão Investigativa

Esse trabalho está sendo delineado a partir das seguintes questões:

- (1) Quais são os tipos de erros mais comuns cometidos pelos alunos quando estão aprendendo o conteúdo de funções?
- (2) O que poderia ser as possíveis causas desses erros?

3.2. Objetivos

3.2.1. Objetivo Geral

Realizar uma revisão sistemática de produções encontradas na plataforma Google Acadêmico que abordam a análise de erros, com vistas a levantar e caracterizar os tipos de erros comumente cometidos pelos estudantes no decorrer da aprendizagem do conceito e aplicações do conteúdo de funções.

3.2.2. Objetivos Específicos

- Levantar produções encontradas na plataforma Google Acadêmico que abordam a análise de erros cometidos pelos alunos no conteúdo de funções.
- Caracterizar os tipos de erros encontrados no decorrer da aprendizagem do conceito e aplicações do conteúdo de funções.
- Evidenciar fatores que podem ocasionar os erros.

3.3. Fonte dos dados

O tema abordado neste estudo foi desenvolvido por meio de uma revisão sistemática em trabalhos de naturezas diversas escritos na língua portuguesa encontrados na plataforma do Google Acadêmico. Essa plataforma foi escolhida, pois continha o maior número de pesquisas encontradas sobre o tema escolhido.

3.4. Procedimentos de coleta, tratamento e análise dos dados

Para tal pesquisa foi utilizado as seguintes palavras chaves: “função”, “funções”, “erros em funções”, “tipos de erros no aprendizado de funções”, “análise de erros no conteúdo de funções” e “análise de erros”.

A coleta dos dados primeiramente teve tentativas de procura sobre o assunto em questão dentro da plataforma Scielo e Domínio público, mas sem sucesso, pois não foram encontrados artigos que tratassem do assunto da forma esperada e quando encontrado algo parecido, não havia material suficiente para compor este trabalho. Após essa tentativa buscamos as palavras chaves na plataforma do Google Acadêmico, encontrando então pesquisas que supriam a nossa expectativa. Foram filtradas as pesquisas dos últimos 5 anos, encontrado apenas 1, então o período foi estendido para 10 anos, encontrando assim as pesquisas utilizadas nesse trabalho. Procuramos ver se havia mais algum trabalho entre 2010 e 2014, sem sucesso. Utilizamos então o filtro de busca entre os anos de 2014 até 2021. Depois de pesquisadas as palavras chaves, chegamos a milhares de trabalhos em cada uma das palavras procuradas, porém, já no título foi observado que a maioria não abordava o tema desejado. Sendo assim as pesquisas foram selecionadas a partir do título que condizia com o tema e foco desta pesquisa e independentemente da natureza dos trabalhos encontrados, foram escolhidas todas aquelas que continham imagens dos erros constatados durante as fases das pesquisas e tratassem de conceitos de funções, função afim e função quadrática, as quais têm primeiras aparições no conteúdo escolar. Após ler os resumos e entendermos do que se tratava a pesquisa, elas de fato eram selecionadas para a análise.

Após tais procedimentos, chegamos a um total de oito (8) pesquisas de naturezas diversas e realizamos a leitura flutuante de todos os trabalhos encontrados, descartando então dois dos trabalhos que não tratavam do assunto em questão, mas sim de sequências didáticas aplicadas em sala. Logo após, em uma

segunda leitura identificamos e destacamos os erros apontados e o que entendemos por cada um deles. Em um terceiro momento buscamos identificar elementos e pontos em comum em cada pesquisa com o objetivo de gerarmos categorias de análise.

A saber, as categorias encontradas foram:

- a) Operações numéricas e simbologias (não conhecimento dos objetos matemáticos e erros em cálculos);
- b) Interpretação do problema (não entendimento do que foi proposto no exercício);
- c) Metodologia (erros metodológicos relacionados a construção equivocada da resolução);
- d) Formas de representação (não associação dos valores presentes do gráfico com a lei de formação e falta de conhecimento sobre o plano cartesiano. Erro ao transitar entre as várias representações semióticas e a falta de associação entre elas);
- e) Conceitual (erros que, facilmente seriam corrigidos se os conceitos envolvidos tivessem bem definido para o aluno).

Em cada uma dessas categorias além de explicarmos o erro em que se enquadram, também levantamos suas possíveis causas. Assim, as etapas se dividiram em: levantar e descrever as produções em cunho exploratório e em seguida relacioná-los, caracterizando e discutindo os tipos de erros encontrados a fim de compreender as dificuldades dos alunos dentro desse conteúdo. Comparamos os resultados encontrados para tentarmos responder as perguntas que nos levam a esta pesquisa.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS ARTIGOS

Agora vamos apresentar os artigos selecionados em ordem cronológica sucedido de seus respectivos resumos e análises, descrevendo no final nossas considerações em relação às observações e características dos erros feitas durante a revisão sistemática.

4.1. Apresentação dos Artigos

Consiste em um breve resumo dos artigos que compõem este trabalho a fim de situar o leitor sobre a natureza de cada um deles, que tipo de conteúdo eles abordam, quais foram os sujeitos envolvidos e de modo geral, suas respectivas conclusões.

4.1.1. Souza (2014)

“Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros”. **Jean Carlos Fideles de Sousa**. Universidade Federal do Ceará. Centro de Ciências. Departamento da Matemática. Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional. Juazeiro do Norte, **2014**.

A dissertação de mestrado em questão trata de um estudo na área da Educação Matemática sobre a função afim, equação do primeiro grau e uma análise, a fim de apontar os principais erros cometidos pelos alunos na compreensão desses dois conceitos: equação e função. (SOUSA, 2014)

No trabalho de Sousa (2014) inicialmente é apresentado o corpo dos números reais, em sequência a função afim, a qual tem esse conjunto como domínio, e que seu gráfico é uma reta. Para fazer essa análise de erros foi aplicada uma avaliação para um grupo de 16 alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do interior do Ceará, escolhidos aleatoriamente. A turma foi escolhida, pois já haviam trabalhado sobre tais assuntos em anos anteriores, ou seja, espera-se que esse conteúdo seja bem administrado por eles.

O seguinte estudo foi feito no ano de 2014 e é composto por duas partes. A primeira parte compõe oito questões sobre função e ainda uma atividade extra onde envolve a construção do gráfico de uma função afim. As questões presentes nessa primeira parte serão elencadas abaixo.

Teste de verificação 1 – Função

1. Determine, caso exista, o zero da função $f(x) = 5x$;
2. Determine, caso exista, o zero da função $f(x) = 2x + 8$;
3. Determine, caso exista, o zero da função $f(x) = 3$;
4. Determine, caso exista, o zero da função $f(x) = 4x + 2$;
5. Sendo $f(x) = 3x + 2$, determine x para que a imagem seja -4 ;
6. Sendo $f(x) = 2x + 4$, determine x para que a imagem seja 10 ;
7. Sendo $f(x) = 4x + 2$ e $g(x) = 3x - 5$, determine x onde $f(x) = g(x)$;
8. Sendo $g(x) = 3x - 5$ e $h(x) = 2x + 8$, determine x onde $g(x) = h(x)$. (SOUSA, 2014)

Tarefa extra – Gráfico

Construa o gráfico da função () (SOUSA, 2014)

A segunda parte foi um teste envolvendo sete equações do primeiro grau, sendo elas expostas da seguinte maneira.

Teste de verificação 2 - Equação

9. Resolva a equação $3x + 2 = -4$;
10. Resolva a equação $4x + 2 = 0$;
11. Resolva a equação $2x + 4 = 2$;
12. Resolva a equação $2x + 8 = 0$;
13. Resolva a equação $4x + 2 = 3x - 5$;
14. Resolva a equação $5x = 0$;
15. Resolva a equação $3x - 5 = 2x + 8$. (SOUSA, 2014)

Sousa (2014) conclui que após a correção e análise das respostas obtidas nos testes, notou-se que mesmo se tratando das mesmas equações em contextos diferentes, ocorrem mais erros nas resoluções de questões envolvendo funções do que na resolução de equações. Isso se dá pela má compreensão das definições e propriedades que levam muitos alunos a erros de procedimentos, o que vem a acarretar erros em cálculos simples, sem contar o fato de que os alunos muitas vezes não percebem a relação entre esses dois conceitos abordados.

4.1.2. Ramos e Curi (2014)

“Modelo de Análise Didática dos Erros: um guia para analisar e tratar erros referentes à função polinomial do 2º grau”. **Maria Luisa Ramos; Edda Curi. 2014.**

No artigo Ramos e Curi (2014), “são apresentados resultados parciais de uma investigação de doutorado que tem como objetivo identificar erros cometidos por alunos do 1º ano do Ensino Médio no conteúdo de funções. A metodologia de pesquisa utilizada foi o Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE composto por categorias que fazem parte de três momentos de um procedimento sistêmico: entrada, organização e execução”. Aderente às ideias citadas, é apresentado neste artigo a pesquisa realizada com 37 alunos do curso técnico integrado de uma escola pública de Minas Gerais. Neste trabalho foram analisados os erros cometidos pelos alunos em duas questões de Matemática sobre o conteúdo de funções polinomiais do 2º grau, enumeradas como 7 e 10, que fazem parte de uma investigação maior realizada pelas autoras.

Na questão 7 foi solicitado:

“Em uma empresa que vende tratores, o lucro total em função da quantidade de tratores vendidos pode ser obtido pela expressão $() - - (-)$. Nestas condições, quais os valores de para que a empresa trabalhe sempre com lucro positivo?” (RAMOS E CURI, 2014).

O objetivo dessa questão era verificar se, ao analisar o enunciado, o aluno conseguiria identificar que se tratava de uma função polinomial do 2º grau e esquematizar o que estava sendo solicitado.

O enunciado da questão 10 dizia:

“Durante uma situação de emergência, o capitão de um barco dispara um sinalizador para avisar a guarda costeira. A trajetória que o sinal luminoso descreve é um arco de parábola. A função que descreve o movimento do sinal luminoso é dada por $() -$, sendo h a altura do sinal, em metro, e t , o tempo decorrido após o disparo, em segundo.

- a) Qual é a altura máxima que esse sinal luminoso pode atingir?
- b) Quantos segundos se passam, após o disparo, até o sinal luminoso atingir a altura máxima?

(RAMOS E CURI, 2014).

Nessa segunda questão, o objetivo foi verificar se o aluno apresenta dificuldades em esquematizar a situação problema, identificando as variáveis independente e dependente por meio dos zeros ou do ponto máximo da função.

Com o resultado de Ramos e Curi (2014), foi possível perceber que muitos alunos desenvolveram as questões sem levar em consideração as condições descritas em cada enunciado, apresentando dificuldades oriundas do Ensino Fundamental, além de dificuldades conceituais sobre função polinomial do 2º grau.

4.1.3. Salgueiro e Savioli (2014)

“Registros de Representação Semiótica de Funções: Análise de Produções Escritas de Estudantes de Ensino Médio”. Nilton Cesar Garcia Salgueiro; Angela Marta Pereira das Dores Savioli. 2014.

“Neste artigo, apresenta-se uma análise da produção escrita de estudantes do Ensino Médio em tarefas envolvendo diferentes registros de representações semióticas de funções. Investiga-se de que maneira esses estudantes lidam com o conceito de função ao se depararem com tarefas contemplando diferentes registros de representação semiótica desse objeto matemático”.

(SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

No artigo Salgueiro e Savioli (2014) nos traz que o objeto matemático função, muitas vezes, apresenta-se sem significado para estudantes de Ensino Médio, os quais não visualizam esse conteúdo nos momentos em que surge como gráfico ou como resolução de situações-problema. No intuito de propiciar um trabalho associando diferentes representações semióticas e uma ampliação no entendimento do conceito de função, neste artigo, apresenta-se uma pesquisa que investigou de que maneira estudantes de Ensino Médio de uma escola pública do interior do Paraná lidam com o conceito de função ao se depararem com tarefas contemplando diferentes registros de representação semiótica desse objeto matemático.

As tarefas apresentadas no artigo (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014) fizeram parte de uma sequência didática aplicada a 29 estudantes, participantes da pesquisa, matriculados no 2º ano do Ensino Médio, em 2010, em uma escola pública localizada no município de Rolândia, estado do Paraná. A sequência didática foi elaborada apresentando tarefas de reconhecimento, ou seja, de identificação de objetos matemáticos em diferentes registros de representação semiótica. Essa

sequência didática ainda contemplou situações de modo a gerar a incerteza no pensamento prévio de inserir o estudante na chamada “zona de desconforto”, chamando-o à busca do conhecimento. As tarefas da sequência didática foram aplicadas individualmente em seis aulas de 50 minutos. Dos 29 estudantes participantes apenas 18 realizaram todas as atividades propostas e foram indicados por A1, A2, A3, ..., A18.

As tarefas apresentadas no artigo foram:

Tarefa 8

“Construa o gráfico dos itens a e b da tarefa 01”. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

Tarefa 01, itens a) e b):

“Como visto em séries anteriores, é possível representar as funções de algumas maneiras diferentes. As funções podem ser entendidas, por exemplo, como a generalização de uma situação na resolução de situações-problema.

Desta forma, resolva as situações apresentadas abaixo, encontrando a forma geral para a resolução de cada situação.” (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

a) Um veículo sai do quilômetro 30 de uma rodovia. Sua velocidade é constante e tem o valor de 80 km/h. Assim, o veículo encontra-se no quilômetro 110, após uma hora de viagem. Com base nessas informações, responda:

a1) A localização do veículo após duas horas de viagem;

a2) A localização do veículo após três horas de viagem;

a3) A localização do veículo após t horas de viagem.” (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

“b) Um vidraceiro cobra R\$ 5,00 pela visita e mais R\$ 15,00 por vidro colocado. Com base nessas informações, responda:

b1) Quanto o vidraceiro cobrará se colocar 1 vidro em uma casa?

b2) Quanto o vidraceiro cobrará se colocar 2 vidros em uma casa?

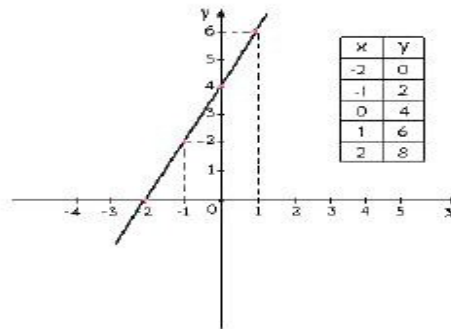
b3) Quanto o vidraceiro cobrará se colocar v vidros em uma casa?” (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

Tarefa 9

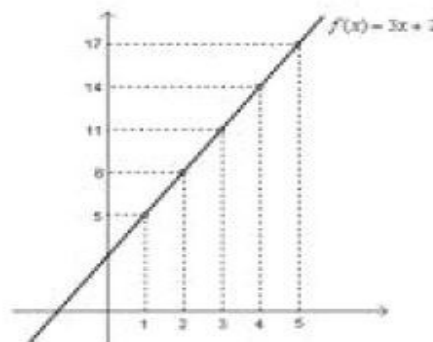
“Se uma função pode ser estudada como a generalização de uma situação problema ou um caso específico de relação entre conjuntos ou a partir da representação gráfica desta situação, então podemos transitar entre estas diferentes representações e, desta forma, podemos, nos gráficos abaixo, escrever a condição de dependência de cada um.” (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

Figura 1: Gráficos referente a letra a) e b) da tarefa 9

a)



b)



Fonte: recorte do artigo, Salgueiro, Savioli: **Registros de Representação Semiótica de Funções: Análise de Produções Escritas de Estudantes de Ensino Médio.**

Tarefa 12

“Vimos também que podemos encontrar as funções definidas por fórmulas matemáticas e, pelos motivos estudados nas atividades anteriores, há algumas definições que não representam funções.

Assim, justifique por que as definições por fórmulas apresentadas a seguir **não** podem ser consideradas funções?” (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

“a) (→)

Justificativa: Represente por intermédio do diagrama de setas esta situação para comprovar que ela não representa uma função”. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

“b) () √

Justificativa: Represente por intermédio do diagrama de setas esta situação para comprovar que ela não representa uma função”. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

Concluiu-se então que as tarefas possibilitaram aos estudantes a realização de conversões entre alguns registros de representação semiótica: registros na relação entre dois conjuntos, registro gráfico e registro algébrico do objeto função; contudo, a conversão do registro gráfico para qualquer outro registro apresentou dificuldades para os estudantes. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014)

4.1.4. Silva (2014)

“Aplicação do Geogebra no Estudo de Funções Quadráticas”. **Willian Ribeiro da Silva. 2014.**

O trabalho em questão (SILVA, 2014) tem como objetivo introduzir a informática ao estudo de funções quadráticas por meio do software GeoGebra, buscando esclarecer possíveis dúvidas geradas entre alunos do 1º ano do ensino médio durante a iniciação nesse conteúdo. Essa pesquisa aborda a dificuldade enfrentada pelos alunos no entendimento sobre o estudo de funções quadráticas, buscando ampliar o conhecimento dos alunos nesse conteúdo através de representações gráficas e o estudo do comportamento dos coeficientes da função. A pesquisa busca analisar as vantagens trazidas ao ensino matemático com a utilização do programa no estudo de funções quadráticas e também apresentar atividades desenvolvidas com cálculos manuais e com o auxílio do Geogebra, a fim de estabelecer os ganhos trazidos com sua utilização.

A análise e coleta de dados foram realizadas em uma escola da rede particular de ensino de Pará de Minas, no dia 04 de setembro de 2013, com início às 10h00 e com duração de 01h50, sendo introduzida no 1º ano do ensino médio entre alunos que iniciavam seus estudos sobre funções quadráticas. (SILVA, 2014)

A turma era constituída de 18 alunos que foram divididos em duplas (A, B, C, D, E, F, G, H, I), buscando a discussão entre ambos os integrantes, proporcionando mais riqueza de ideias às respostas. As atividades foram divididas em dois blocos. O primeiro envolvia cálculos manuais e raciocínio. O segundo foi elaborado com questões que abordavam a utilização do GeoGebra, fazendo com que os alunos trabalhassem com a identificação do comportamento da função quadrática.

Pela análise das atividades realizadas, pode-se perceber que o aluno encontra mais facilidade em trabalhar com os conceitos matemáticos quando é introduzido o GeoGebra, e mediante a junção dessa ferramenta com o apoio pedagógico do professor, é possível sanar dúvidas existentes quando se é aplicado sem o auxílio do software. (SILVA, 2014)

4.1.5. Etcheverria e Santos (2016)

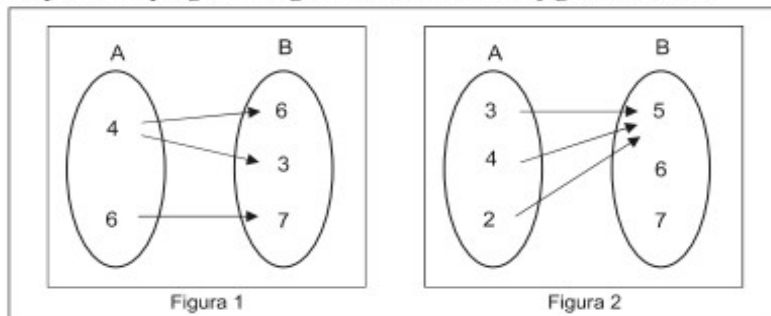
Análise de Erros no Conceito de Função: Uma Possibilidade de Aprendizagem. **Teresa Cristina Etcheverria; Wagner Ferreira Santos**. Universidade Federal de Sergipe. **2016**. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática.

O artigo Etcheverria e Santos (2016) trata de um estudo de natureza qualitativa e faz parte de uma pesquisa em andamento que se propõe a discutir a produção escrita de estudantes do 1º ano do Ensino Médio em atividades que envolvem o conceito de função. Tal estudo está fundamentado na ideia de que a análise da produção dos alunos também pode ser vista como uma metodologia de ensino (CURY, 2008). A coleta de dados foi realizada por meio de atividades aplicadas aos alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola do interior do estado de Sergipe. Neste trabalho são discutidos apenas os dados obtidos na aplicação das atividades voltadas para o conceito de função.

O ensino do conceito de função foi o primeiro tópico discutido. Após os professores abordarem o conteúdo com os alunos, foi aplicada a Tarefa 1, com o objetivo de coletar indícios que revelassem as noções relacionadas ao conceito de função aprendida pelos discentes. Essa primeira tarefa foi elaborada pelos dois professores juntamente com os coordenadores do projeto da graduanda. (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016)

Figura 2: Recorte da tarefa 1.

Tarefa 1: Responda as perguntas seguintes, analisando as figuras abaixo.



1. Quais das figuras acima representam uma função de A em B? Justifique sua resposta.
2. Escreva o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem para cada função do item 1.
3. Represente no plano cartesiano a relação apresentada na figura 2.
4. Dos diagramas do item 1, quais representam uma função de B em A, quando invertemos as flechas? Justifique sua resposta.

Fonte: recorte do artigo, Etcheverria e Santos; **Análise de Erros no Conceito de Função: Uma Possibilidade de Aprendizagem.**

Após o baixo desempenho que os alunos tiveram em relação a Tarefa , foi sugerido a retomada do conceito de função com a turma. Levando em conta os erros cometidos pelos estudantes, foi elaborado outra atividade intitulada “Correspondências”, descrita a seguir: (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016)

Figura 3: Recorte da Atividade 1: Correspondências

Atividade 1: Correspondências

Relação de A em B
Material: cartas com um número em cada lado (os números correspondem aos pares ordenados de um diagrama), cada carta corresponde a um par ordenado e as cartas têm cores diferentes de cada lado.

1. Pedir que um aluno retire uma carta e registre o par ordenado no quadro. Repetir o processo para cada carta que esteja no envelope.
2. Pedir que um aluno represente os pares ordenados em diagramas.
3. Questionar se a relação representada no diagrama representa uma função.
4. Determinar o domínio e o contradomínio da relação.
5. Pedir que outro aluno represente no quadro a relação no plano cartesiano.
6. Questionar se quando tivermos uma relação de B em A, se a relação será uma função.

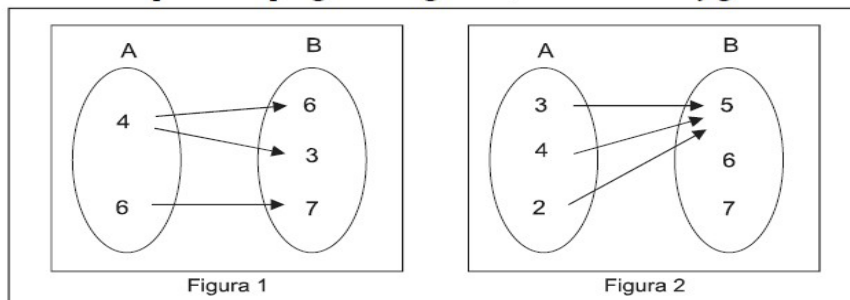
(Sugestão: Com base nos registros feitos, retomar desde a formação do par ordenado, registrar tudo novamente, mas agora com os valores de B em A.)

Fonte: recorte do artigo, Etcheverria e Santos; **Análise de Erros no Conceito de Função: Uma Possibilidade de Aprendizagem.**

Após a realização dessa atividade, foi proposta a Tarefa T2 que consistiu em promover uma reflexão, por meio de duas respostas erradas dadas por dois colegas da turma, sobre o conceito de função. O objetivo era o de investigar se após as novas explicações realizadas, havia ocorrido alguma mudança na concepção dos estudantes sobre o conceito de função.

Figura 4: Recorte da tarefa 2

Tarefa 2: Responda as perguntas seguintes, analisando as figuras abaixo.



1. Quais das figuras acima representam uma função de A em B? Justifique sua resposta. Ao observar os diagramas os estudantes deram as seguintes respostas:

1) A figura 1 não é conjunto porque o domínio não pode representar dois elementos.

2) A figura 2 não é uma função porque não pode sobrar elementos do lado B.

a) Analise as respostas apresentadas pelos estudantes e destaque os passos errados.

b) Escreva sua resolução para a questão 1.

Fonte: recorte do artigo, Etcheverria e Santos; **Análise de Erros no Conceito de Função: Uma Possibilidade de Aprendizagem.**

Os resultados revelam que poucos estudantes conseguiram destacar os erros na análise da produção escrita de colegas e que alguns reconhecem que numa função todo elemento do domínio deve corresponder a um elemento do contradomínio, e apenas um. Ainda não conseguiram se apropriar desse conceito suficientemente para justificar os processos de resolução. Além disso, os dados sinalizam que esses discentes apresentam dificuldades no uso correto da linguagem matemática presente no conceito de função, pois trocam os nomes de alguns termos. (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016)

As considerações finais do artigo (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016) enfatizam que fazer com que o aluno possa ter outra chance com aquele conteúdo que ainda não compreendeu é um ponto chave, e assim, a ênfase do ensino deixa de ser a quantidade de conteúdo que deve ser ensinado e passa a ser a qualidade de aprendizagem dos alunos quanto ao conteúdo ensinado.

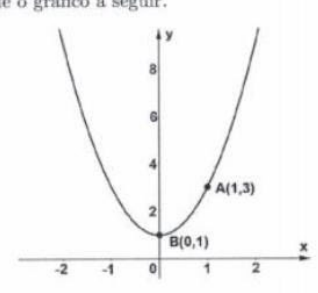
4.1.6. Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)

“Análise de Erros: Um Estudo com Ingressantes de Cursos de Graduação”.
Vivian de Paula Ribeiro; Elenilton Vieira Godoy; Emerson Rolkouski. 2019.

A pesquisa de Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019) é o resultado de projetos de iniciação científica vinculados ao PIBIC - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da Universidade Federal do Paraná e foi desenvolvido no intervalo entre setembro de 2018 a julho de 2019. O artigo teve como objetivo identificar os erros cometidos na resolução de duas questões discursivas, não obrigatórias, aplicadas a 804 estudantes que ingressaram em alguns cursos de graduação existentes na UFPR. As duas questões envolveram funções quadráticas e compostas e foram elaboradas exclusivamente para este estudo. Tais questões foram aplicadas no primeiro semestre de 2018 e fazia parte de uma avaliação diagnóstica constituída por vinte e quatro questões, sendo vinte e duas delas em caráter de múltipla escolha, as quais visavam traçar o perfil educacional, a motivação por ter escolhido o referido curso e também avaliar o conhecimento matemático de cada aluno. Nenhuma das vinte e quatro questões compunha a nota final dos alunos, pois se tratava de uma pesquisa de campo. As questões 23 e 24 em formato discursivo apareceram pela primeira vez no ano de 2018 e foram

incluídas visando a esse projeto. As questões foram elaboradas e analisadas de acordo com pressupostos da engenharia didática de Michèle Artigue (1988).

Figura 5: Enunciado das questões 23 e 24 analisadas no Artigo VI.

<p>23 - Considere a função quadrática $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida conforme o gráfico a seguir.</p>  <p>Encontre a lei de formação da função f.</p>	<p>24 - Considere os conjuntos $M = \{-3, 2, 0, \sqrt{5}\}$ e $P = \{-2, 0, 2, 7, 11\}$ e as funções $g : P \rightarrow \mathbb{R}$ e $h : M \rightarrow \mathbb{R}$, em que $h(x) = x^2 + 2$ e $g(x) = x^2 + x^4$.</p> <p>(a) Calcule $h(x)$ para cada $x \in M$ e identifique o domínio e a imagem da função h.</p> <p>(b) Esboce o gráfico de h para o seu domínio.</p> <p>(c) Calcule os possíveis valores para $g \circ h(x) = g(h(x))$.</p>
--	--

Fonte: recorte do artigo: Ribeiro; Godoy; Rolkouski “**Análise de erros: um estudo com ingressantes de cursos de graduação**”.

As questões tinham como objetivo levar os alunos a relacionarem as representações gráfica e algébrica de uma função quadrática, incluindo conceitos como domínio, imagem e contradomínio.

Foi verificado que o principal bloqueio para realizações das atividades envolvendo funções, foi a limitação do conceito de função e seus termos. Além disso, as representações e suas mudanças de contexto se tornaram um obstáculo para solução das mesmas, mostrando que a análise exploratória dos conceitos em diferentes aspectos poderia ajudá-los na compreensão e interpretação das questões.

4.2. Discussão sobre os artigos

Dos artigos em análise temos que: Dois deles (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014; ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016) discutem a conceituação de função com exemplificação de função afim, o artigo de Sousa (2014) trata de função afim, e três (RAMOS E CURI, 2014; SILVA, 2014; RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019) abordam função quadrática. Podemos notar que nenhum deles tem autores em comum, porém a maioria foi publicada no mesmo ano (2014) e dois deles em anos posteriores. Somente a pesquisa de Willian Ribeiro da Silva (2014) foi feita em uma instituição particular. Os trabalhos foram implementados no ensino médio, a salvo a

de Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019) que foi aplicada com ingressantes dos cursos de graduação da Universidade Federal do Paraná. As naturezas dessas pesquisas são: Artigo oriundo de uma pesquisa em andamento publicado na REVISEM – Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016); Artigo com resultados parciais de uma investigação de doutorado publicado no REVEMAT (RAMOS E CURI, 2014); Artigo Publicado na Revista Digital FAPAM (SILVA, 2014); Artigo publicado em VIDYA (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014); Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional (SOUSA, 2014); Artigo vinculado ao Projeto de iniciação científica (PIBIC), (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019) publicado em: Boletim online de Educação Matemática, Florianópolis, v. 8, n. 16, p. 112-133, dezembro/2020.

Quatro dos trabalhos analisados tem como referência o livro: “Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos” da autora Helena Noranha Cury (2008) que compõe parte fundamental desse trabalho de conclusão de curso.

4.3. Caracterização dos Erros

As categorias encontradas serão apresentadas a seguir com alguns exemplos dos erros cometidos. Ao elencar os tipos de erros, emergiram categorias nos artigos analisados com similaridades as categorias apresentadas no artigo de (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019), ou seja, as categorias presentes nos demais artigos estavam em sua maioria presentes no artigo citado.

Conforme parte da nossa fundamentação teórica, as habilidades citadas na BNCC precisam ser adquiridas pelos alunos para que esses tipos de erros levantados durante a análise não ocorram, é claro que para desenvolver tais habilidades é necessário que os outros conteúdos essenciais tenham sido absorvidos de maneira correta e clara. Nas categorias dos erros foram citados alguns códigos da BNCC que correspondem as habilidades faltantes durante as resoluções dos alunos. Ressaltamos que os erros apresentados podem ocorrer por conta da defasagem de conteúdos passados e não necessariamente do conteúdo específico de função.

As análises dos artigos com base na categorização encontrada estão descritas a seguir:

- **Operações numéricas e simbólicas:** esses erros consistem no não conhecimento dos objetos matemáticos e erros em cálculos. Esse tipo de erro é muito comum em todos os conteúdos, como Cury (2008) cita alguma delas, erros envolvendo propriedades das operações algébricas, erros com números inteiros, racionais e operações básicas, dificuldades em compreender e reconhecer os elementos da simbologia matemática, erro ao manipular polinômios. Veremos que esses tipos de erros apareceram durante as análises e foram exemplificados abaixo:
- Trocar a posição do coeficiente de x pela posição do termo independente na divisão – (SOUSA, 2014);
- Transformar (SOUSA, 2014);
- Operações com números reais. (SOUSA, 2014). Presente também em Ramos e Curi (2014); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019);

Observação: Neste erro foi constatado que o erro com mais índice é relacionado às propriedades relativas à existência de inversos, ou seja, operações com números inteiros negativos, ignorando o posicionamento dos números na reta numérica.

- Efetuar transposição de termo independente sem alterar o sinal. (SOUSA, 2014);
- Desrespeito às prioridades operacionais da aritmética. (RAMOS E CURI, 2014);
- Não conhecer o símbolo de pertence (\in). (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Notação incorreta de conjunto. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019).

a) Interpretação do problema: Consiste no não entendimento do que foi proposto no exercício. Vejamos os tipos de erros encontrados dentro dessa categoria:

- Não conseguir identificar o que foi solicitado na questão. (RAMOS E CURI, 2014);
- Não conseguiu interpretar que cada função tem somente uma lei de formação. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Esboço apenas do eixo das abscissas. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);

- Esboço errado no gráfico pela interpretação equivocada e análise insuficiente dos dados. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Interpretação equivocada ao calcular a imagem. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Interpretar incorretamente os possíveis valores de x . (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019).

b) Metodologia: Essa categoria de erros metodológicos estão relacionados a construção equivocada da resolução. A BNCC cita algumas habilidades necessárias para esse tipo de problemas, algumas delas estão elencadas como (EF09MA06) e (EM13MAT302).

- Calcular $f(c)$, quando o correto seria calcular x tal que $f(x) = c$. (SOUSA, 2014);

Exemplo:

Figura 7: Recorte do exemplo de erro.

$f(x) = 3x + 2$ $3(-4) + 2$ $-12 + 2$ -10	$f(x) = 2x + 4$ $2 \cdot 10 + 4$ $20 + 4$ 24	$f(x) = 2x + 8$ $f(0) = 2 \cdot 0 + 8$ $f(0) = 0 + 8$ $f(0) = 8$	$f(x) = 5x$ $f(0) = 5 \cdot 0$ $f(0) = 0$
--	---	---	---

Fonte: recorte do artigo: Souza, 2014; **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros.**

- Adicionar ao coeficiente x o termo independente. (SOUSA, 2014);

Exemplo:

Figura 8: Recorte do exemplo de erro.

$3x + 2 = -4$ $3x + 2 + 4 = 0$ $9x = 0$ $(...)$	$2x + 4 = 2$ $6x = 2$ $(...)$	$2x + 8 = 0$ $10x = 0$ $(...)$
--	-------------------------------------	--------------------------------------

Fonte: recorte do artigo: Souza, 2014; **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros.**

- Dificuldades para encontrar os zeros da função e de escrever a resposta encontrada da resolução da questão, decorrente de não realizar de forma correta o estudo de sinais. (RAMOS E CURI, 2014);

- Erros de distração relacionados à confusão e troca de números na hora da escrita. (RAMOS E CURI, 2014);
- Erros de lógica. Neste caso podemos citar os seguintes exemplos: não conseguir conectar a informação com o resultado, usar procedimentos inapropriados para o problema e encontrar resultados negativos, sendo que esses deveriam indicar a quantidades de tratores vendidos. (RAMOS E CURI, 2014);
- Utilização inadequada da linguagem matemática. (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016);
- Não conseguir identificar quando a relação entre dois conjuntos é ou não é função. (ETCHEVERRIA E SANTOS, 2016).
- Encontrou uma lei de formação para cada um dos pontos. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019).

Cury (2008) fala sobre os erros nas propriedades das operações evidenciadas durante a resolução de certo problema, erros ao manipular polinômios e a “tendência” de aplicara fórmula de Bhaskara sempre que surge uma expressão polinomial, erros esses que se encaixam na categoria metodológica exemplificada acima.

c) Formas de representação: Erro ao transitar entre as várias representações semióticas e falta de associação entre elas incluindo a não associação dos valores presentes do gráfico com a lei de formação e falta de conhecimento sobre o plano cartesiano. Alguma das habilidades faltantes dentro dessa categoria de erro segundo a BNCC já aparecem no nono ano (EF09MA06) e continua aparecendo de maneira mais ampla no ensino médio (EM13MAT401); (EM13MAT402); (EM13MAT501); (EM13MAT502).

Os erros apresentados pelos autores foram:

- Leitura incorreta do gráfico. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014) e (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Não associaram os valores encontrados em certa resolução com o gráfico proposto. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014);

- Visualizar que a parábola intercepta algum dos eixos no ponto B e concluir que a função possui raiz dupla, encontrando assim outra lei de formação. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Encontrar a lei de formação de uma função linear a partir do gráfico, por ter só dois pontos. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);

Exemplo:

Figura 6: Exemplo de erro ao encontrar a lei de formação a partir do gráfico

Encontre a lei de formação da função $f(x)$

$(0, 1)$ $(1, 3)$

$$\frac{3-1}{1-0} = m = 2$$

$(0, 1)$

$$y-1 = 2(x-0)$$

$$y = 2x + 1 //$$

Fonte: recorte do artigo: Ribeiro; Godoy; Rolkouski “**Análise de erros: um estudo com ingressantes de cursos de graduação**”.

- Trocar abscissa com ordenada. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Não visualizar que o gráfico é um conjunto de pontos. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019).
- Construção do gráfico a partir de uma função dada. (SOUSA, 2014);

Vejamos alguns exemplos dos erros encontrados dentro dessa construção.

Exemplo 1: Construiu o gráfico a partir do zero da função.

Figura 9: Recorte de exemplo de erro na resolução do aluno 6.

$F(x) = 3x - 2$

$$3x - 2 = 0$$

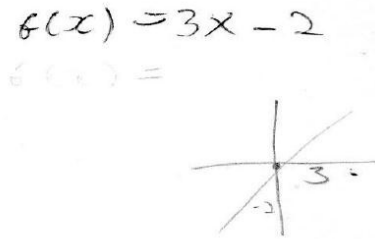
$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Fonte: recorte do artigo: Souza, 2014; **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros.**

Exemplo 2: Construiu a partir de a e b da função.

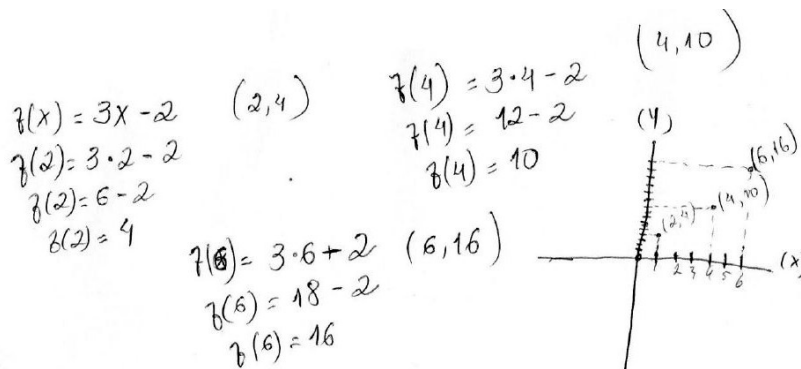
Figura 10: Recorte de exemplo do erro na resolução do aluno 13.



Fonte: recorte do artigo: Souza, 2014; **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros.**

Exemplo 3: O aluno não considerou a mesma unidade de comprimento para ambos os eixos coordenados.

Figura 11: Recorte de exemplo do erro na resolução do aluno 9.



Fonte: recorte do artigo: Souza, 2014; **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros.**

Observação: Esse erro também esteve presente dentro da pesquisa de Silva (2014) onde o aluno calculou corretamente os valores, mas, durante o esboço, tomou os valores errados.

- Conversão do registro gráfico para outro registro. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014);
- Não perceber que o gráfico é formado por um conjunto de discreto de pontos e acabar ligando pontos aleatórios. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Tentou esboçar o gráfico somente com a lei de formação, sem identificar os pontos. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019).

Os erros presentes nessa categoria são parcialmente citados pela Cury (2008) em seu livro, ressaltando que esse tipo de erro consiste na desconexão entre a representação analítica e a gráfica de uma função.

d) Conceitual: Esse erro apareceu em todos os artigos analisados. Erros que, facilmente seriam corrigidos se os conceitos envolvidos tivessem bem definido para o aluno.

- Não identificar que a função constante $f(x) = b$ para $b \neq 0$ não possui zero.

(SOUSA, 2014).

Exemplo:

Figura 12: Recorde do exemplo de erro.

$f(x) = 3$ $f(x) = 0$ $3 = 0$	$f(x) = 3 = 0$ $f(x) = 0 - 3$ $f(x) = -3$	$x + 3 = 0$ $x = -3$	$x + 3 = 0$ $x = 3 + 0$ $x = 3$	$f(x) = 3$ $x = 3$
-------------------------------------	---	-------------------------	---------------------------------------	-----------------------

Fonte: recorte do artigo: Souza, 2014; **Sobre Equações e Funções na Educação Básica, Uma Análise de Erros.**

- Não diferenciação entre as variáveis independente e dependente. (RAMOS E CURI, 2014);
- Erros relacionados com o conceito de domínio e descontinuidade. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014). Erros como esse, relacionados a conceitos de imagem, domínio e contradomínio também aparecem no artigo de Silva (2014); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019);
- Erro ao trocar o termo “função” por “conjunto” na hora de definir se um conjunto representava uma função. (SALGUEIRO E SAVIOLI, 2014);
- Não lembrou que função quadrática é par. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Calculou o determinante com dois pontos, encontrando uma reta. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Trocou o sinal do coeficiente do x^2 por achar que a concavidade é voltada para baixo ou achar que a concavidade é voltada para cima apresenta sinal negativo (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Considerar que numa função quadrática o coeficiente de x^2 é sempre 1. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Erro na forma genérica de uma função quadrática. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);

- Definição de domínio e imagem sem levar em consideração a restrição dada no enunciado. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019);
- Considerou o conceito de domínio como sendo x e isolou x na regra como solução. (RIBEIRO, GODOY E ROLKOUSKI, 2019).

Em seu livro Cury (2008) propõe alguns tipos de erros conceituais que resumem os erros encontrados nessa última categoria, a conceitual. Alguns deles são: erros na compreensão de função acarretando esboço incorreto do gráfico e de suas propriedades; não diferenciação entre intervalo aberto e fechado; dificuldades em entender correspondências biunívocas entre os números reais e pontos da reta; trocar domínio por imagem.

Apresentamos a baixo uma tabela resumo com as categorizações encontradas.

Tabela 1: Resumo das categorias encontradas.

Categorização dos erros	O que entendemos desses erros	Artigos encontrados	Quantidade de erros
Operações numéricas e simbologias	Não conhecimento dos objetos matemáticos e erros em cálculos	Sousa (2014); Ramos e Curi (2014); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)	7 tipos de erros
Interpretação do problema	Não entendimento do que foi proposto no exercício	Ramos e Curi (2014); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)	6 tipos de erros
Metodologia	Erros metodológicos relacionados a construção equivocada da resolução	Sousa (2014); Ramos e Curi (2014); Etcheverria e Santos (2016); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)	8 tipos de erros
Formas de representação	Erro ao transitar entre as várias representações semióticas e falta de associação entre elas incluindo a não associação dos valores presentes do gráfico com a lei de formação e falta de conhecimento sobre o plano cartesiano	Sousa (2014); Salgueiro e Savioli (2014); Silva (2014); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)	9 tipos de erros
Conceitual	Erros que, facilmente seriam corrigidos se os conceitos envolvidos tivessem bem definido para o aluno.	Sousa (2014); Ramos e Curi (2014); Salgueiro e Savioli (2014); Silva (2014); Etcheverria e Santos (2016); Ribeiro, Godoy e Rolkouski (2019)	11 tipos de erros

Fonte: Elaborada pela autora (2022)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho de conclusão de curso teve como objetivo realizar uma revisão sistemática de produções que abordavam a análise de erros, com vistas a levantar e caracterizar os tipos de erros comumente cometidos pelos estudantes no decorrer da aprendizagem do conceito e aplicações do conteúdo de funções. Apesar desse trabalho não se dedicar a uma pesquisa de campo visando uma intervenção para sanar essas dificuldades, cumprimos o nosso propósito a partir das questões que delineavam essa pesquisa encontrando as características dos tipos de erros elencados durante as análises, com uma ressalva para a questão dois: O que poderia ser as possíveis causas desses erros? Que por falta de informação nos artigos analisados, não conseguimos evidenciar de fato qual a causa de cada um desses erros.

No que tange ao objetivo desta pesquisa com o levantamento dos tipos de erros, o que apareceu em todos os artigos foi o "conceitual". Aparecendo somente em dois artigos foram: Leitura incorreta do gráfico e interpretação do problema. Logo é possível perceber que os erros cometidos nos trazem indícios de que a relação dos erros categorizados vem de uma lacuna nos conteúdos do Ensino fundamental juntamente com a dificuldade em construir conceitos de maneira correta e não somente na forma decorativa. Os estudantes em quase sua totalidade apresentam adversidades na conversão dos registros gráfico e algébrico, mas as evidências nos fazem acreditar que por trás das dificuldades envolvendo os vários tipos de registros sobre o conteúdo de funções, estes também estão relacionados com os conceitos, incluindo os de imagem, domínio e contradomínio. Sinalizam também que esses discentes apresentam dificuldades na expressão correta da linguagem matemática presente no conceito de função.

Compreendemos que o olhar do professor para com os erros que seus alunos apresentam no processo das resoluções e o modo com que aplicam certas regras matemáticas, é de suma importância para uma melhor compreensão dos obstáculos na construção de conceitos. Levar em consideração outras variáveis para a correção do desempenho do aluno sem se restringir somente a resposta final utilizando desse artefato para melhorar o rendimento dos alunos, se mostra uma proposta eficaz para a construção do conhecimento.

Deixamos esse estudo em aberto para uma pesquisa avançada sobre o conteúdo de funções, partindo do pressuposto de que tivemos com esse trabalho o conhecimento prévio necessário para começar uma construção adequada em um futuro mestrado.

REFERÊNCIAS

BELO HORIZONTE - MG. Revista Brasileira de Fisioterapia. **Estudos de Revisão Sistemática: Um Guia para Síntese Criteriosa da Evidência Científica**. Rev. bras. fisioter., São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007 Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbfis/a/79nG9Vk3syHhnSgY7VsB6jG/?format=pdf&lang=pt>.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - BNCC. Brasília, 2018. Versão online disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

CURY, Helena Noronha. 2008. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica.

CURY, Helena Noronha. **Restrospectiva Historica e Perspectivas Atuais da Analise de Erros em Educação Matemática**. PUC-RS. 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646879/13781>

DIAS, Cláudia Augusto. **GRUPO FOCAL**: técnica de coleta de dados em pesquisas qualitativas. Disponível em: https://www.brapci.inf.br/repositorio/2010/12/pdf_2bfd6231b_0013748.pdf.

EDUCA MAIS BRASIL. Função Quadrática. Site disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/funcao-quadratica>. Acessado em: 20/05/2022.

ETCHEVERRIA, Teresa Cristina. SANTOS, Wagner Ferreira. **Análise de Erros no Conceito de Função: Uma Possibilidade de Aprendizagem**. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática - ReviSeM, Ano 2016, N°. 1, p. 1 – 18.

INFOESCOLA: Navegando e Aprendendo. Função Afim. Site disponível em: <https://www.infoescola.com/matematica/funcao-afim/>. Acessado em: 20/05/2022.

MACEDO, Luiz Roberto Dias. CASTANHEIRA, Nelson Pereira. ROCHA, Alex, **Tópicos de Matemática Aplicada**. 20.ed. Curitiba: Paraná - Brasil, 2006.

MUNDO EDUCAÇÃO. Domínio, Contradomínio e Imagem de uma Função. Site Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/dominio-contradominio-imagem-uma-funcao.htm>. Acessado em: 20/05/2022.

OZORES, Ana Luiza Festa. VALÉRIO, Barbara Corominas. IME-USP. **A ANÁLISE DE ERROS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO**. Disponível em: https://www.ime.usp.br/caem/anais_mostra_2015/arquivos_auxiliares/posteres_mpm/Poster_MPM_Ana_Luiza_Ozores.pdf.

PRIBERAM Dicionário. Página disponível em: <https://dicionario.priberam.org/erro>. Acessado em: 15/05/2022.

RAMOS, Maria Luisa. CURI, Edda. **Modelo de Análise Didática dos Erros: um guia para analisar e tratar erros referentes à função polinomial do 2º grau**. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 27-42, 2014.

SALGUEIRO, Nilton Cesar Garcia. SAVIOLI, Angela Marta Pereira Das Dores. **Registros de Representação Semiótica de Funções: Análise de Produções Escritas de Estudantes de Ensino Médio**. VIDYA, v. 34, n. 2, p. 47-60, jul./dez., 2014 - Santa Maria, 2014. **ISSN** 2176-4603.

SILVA, Pedro Henrique Bernardes Da. Uberlândia – MG 2019. **Análise De Erros: O que Podemos Aprender com as Respostas de Ingressantes em um Curso de Matemática?** UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA FACULDADE DE MATEMÁTICA – FAMAT. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/28143/1/An%C3%A1lisedeErros.pdf>. Acessado em: 15/05/2022.

SOUSA, Angélica Silva de. OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. ALVES, Laís Hilário. **A PESQUISA BIBLIOGRÁFICA: PRINCÍPIOS E FUNDAMENTOS**. Cadernos da Fucamp, v.20, n.43, p.64-83/2021. Artigo Original. Disponível em: <file:///C:/Users/PI/Downloads/2336-Texto%20do%20Artigo-8432-1-10-20210308.pdf>.

SOUSA, Jean Carlos Fideles de. **Sobre equações e funções na educação básica, uma análise de erros.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós- Graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, 2014.

SILVA, Willian Ribeiro da. **Aplicação do Geogebra no Estudo de Funções Quadráticas.** SynThesis Revista Digital FAPAM, Pará de Minas, v.5, n.5, 160 – 185, abr. 2014.

RIBEIRO, Vivian de Paula. GODOY, Elenilton Vieira. ROLKOUSKI, Emerson. **Análise de erros: um estudo com ingressantes de cursos de graduação.** Boletim online de Educação Matemática, Florianópolis, v. 8, n. 16, p. 112-133, dezembro/2020.