

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

GUILHERME LUAN REOLON

**ESTUDO, DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO
DO TIPO PASSIVO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2021

GUILHERME LUAN REOLON

**ESTUDO, DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO
DE VIBRAÇÃO DO TIPO PASSIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Mecânica do Departamento Acadêmico de Mecânica – DAMEC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogerio Novak

PATO BRANCO

2021

FOLHA DE APROVAÇÃO

Estudo, Dimensionamento e Análise de um Absorvedor Dinâmico de Vibração do Tipo Passivo

GUILHERME LUAN REOLON

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado no dia 17/08/2021 como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Mecânico, do curso de Engenharia Mecânica do Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Pato Branco (UTFPR-PB). O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora julgou o trabalho **APROVADO**.

Prof. Dr. Giovanni Bratti
(UTFPR – Departamento de Mecânica)

Prof. Dr. Diego Rizzotto Rossetto
(UTFPR – Departamento de Mecânica)

Prof. Dr. Paulo Rogerio Novak
(UTFPR – Departamento de Mecânica)
Orientador

Prof. Dr. Bruno Bellini Medeiros
Responsável pelo TCC do Curso de Eng. Mecânica

*A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Mecânica

DEDICATÓRIA

Dedico o trabalho aqui apresentado aos meus pais, irmãos e amigos que me apoiaram nessa longa jornada dentro da universidade.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos os amigos e companheiros que fiz nessa longa jornada de estudo que tive na UTFPR. Em especial, todos aqueles que de alguma forma me apoiaram durante os momentos críticos e que sem eles certamente não chegaria aonde estou hoje.

Aos professores e também colegas que sempre me trataram com atenção e respeito, e que me ajudaram tanto com o estudo quanto com a vivência dentro da universidade.

Ao meu pai Sadi Reolon, minha mãe Isolete Mattei, que não mediram esforços para que eu pudesse estudar, assim, dedico o trabalho aqui apresentado a vocês, que sempre me apoiaram.

Em especial, gostaria de agradecer um grande companheiro de curso, Lucas Henrique Rigo. Um grande amigo que fiz na universidade e que levarei para a vida. Foram muitas as dificuldades e os trabalhos feitos, e a ajuda dele foi fundamental em vários momentos dentro e fora da universidade.

EPÍGRAFE

If money is your hope for independence, you will never have it. The only real security that a man will have in this world is a reserve of knowledge, experience and ability. (FORD, Henry).

Se o dinheiro for a sua esperança de independência, você jamais a terá. A única segurança verdadeira que um homem vai ter nesse mundo é a reserva de sabedoria, experiência e competência. (FORD, Henry).

RESUMO

REOLON, Guilherme Luan. Estudo, dimensionamento e análise de um absorvedor dinâmico de vibração do tipo passivo. 2021. 68 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2021.

Esse trabalho apresenta uma avaliação, comparação da atenuação da amplitude de vibração de uma viga modelada segundo a teoria de Euler-Bernoulli aplicando absorvedores dinâmicos de vibração passivos do tipo viga. Para tanto, a análise feita aqui foi baseada no estudo do sistema massa-mola proposto por Rao (2018), e também aplicando as equações de frequência natural. Nesse sentido, foi feita uma comparação entre os dados obtidos via teoria com o auxílio do *Matlab* e os dados das análises modais e harmônicas feitas via método de elementos finitos utilizando o programa *Ansys*. Além disso, o modelo da montagem da viga com o ADV contou com a utilização do modelo de amortecimento de Rayleigh para a visualização do amortecimento ótimo. Com isso, os resultados da aplicação dos diferentes ADV's projetados para atenuação da vibração da viga foram precisos, sendo assim, conseguiram atenuar a amplitude na primeira frequência natural da viga em estudo. O método de amortecimento de Rayleigh foi capaz de simular o efeito do amortecimento ótimo a estrutura, reduzindo assim a amplitude de vibração nas duas frequências naturais da montagem.

Palavras-chave: Absorvedores Dinâmicos de Vibração. Vibração. Controle de vibração. ADV. Passivo. Amortecimento de Rayleigh.

ABSTRACT

REOLON, Guilherme Luan. Study, modeling and analysis of a passive type of dynamic vibration absorber. 2021. 68 p. Final Project – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2021.

This work presents an evaluation, in comparison with the attenuation of the vibration amplitude of a beam modeled according to the Euler-Bernoulli theory, applying beam-type passive dynamic vibration absorbers. Therefore, an analysis carried out here was based on the study of the spring-mass system proposed by Rao (2018), and also applying the natural frequency equations. In this sense, a comparison was made between the data obtained via theory with the help of *Matlab* and the data from the modal and harmful analyzes performed via the finite element method using the *Ansys* program. In addition, the beam assembly model with the ADV relied on the use of the Rayleigh damping model to visualize the optimal damping. Thus, the results of the application of different ADV's to attenuate the beam vibration were accurate, thus, they managed to attenuate the amplitude in the first natural frequency of the beam under study. The Rayleigh damping method was able to simulate the optimal damping effect on the structure, as well as the vibration amplitude at the two natural frequencies of the assembly.

Key Words: Dynamic vibration absorbers. Vibration. Vibration control. DVA. Passive. Rayleigh damping.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Absorvedor dinâmico de vibração para linhas de transmissão elétrica.....	20
Figura 2 - Estrutura em vibração com ADV passivo acoplado.	20
Figura 3 - Efeito da aplicação de um ADV passivo em uma estrutura.	22
Figura 4 - ADV passivo amortecido aplicado a máquina.	22
Figura 5 - Efeito da aplicação de um ADV passivo amortecido.....	24
Figura 6 - Amplitudes de vibração de uma máquina com ADV passivo amortecido otimizado.....	25
Figura 7 - Pórtico de dois andares, com dois graus de liberdade (a).	26
Figura 8 - Resposta da frequência do pórtico com e sem o uso do ADV pendular. ...	26
Figura 9 - Amplitudes de vibração do pórtico na frequência de 3.5 Hz.	27
Figura 10 - Modelo de viga sem ADV.....	27
Figura 11 - Modelo com amortecimento e ADV.....	28
Figura 12 - Modelo teórico do ADV.	28
Figura 13 - (a) Modelo experimental do sistema sem ADV; (b) Modelo experimental com o ADV; (c) Modelo experimental do ADV.....	29
Figura 14 - Comparação dos resultados numéricos(a) e experimentais(b) da magnitude de vibração com e sem ADV.	29
Figura 15 - Comparação dos resultados numéricos e experimentais da amplitude de deslocamento com e sem ADV.	30
Figura 16 - Viga bi apoiada.	31
Figura 17 - ADV tipo massa-mola.	31
Figura 18 - Resultados de amplitude com e sem ADV.....	31
Figura 19 - modelo estrutural do experimento.....	32
Figura 20 - ADV tipo lâmina.	32
Figura 21 - Resultados de amplitude em diversas frequências.....	33
Figura 22 - Viga de Euler-Bernoulli.	36
Figura 23 - Esquemático da viga principal.	37
Figura 24 - Ponto de engaste da viga principal.	39
Figura 25 - Face de aplicação da força unitária.	39
Figura 26 - Ponto de análise da resposta de frequência.....	40
Figura 27 - Acoplamento do ADV a viga de Euler-Bernoulli modelada através do <i>SolidWorks</i>	42

Figura 28 - Inserção das constantes alfa e beta no Engineering Data do <i>Ansys Workbench</i>	44
Figura 29 - Variação da massa do ADV não ótimo para um sistema massa-mola sem amortecimento.....	45
Figura 30 - Variação da massa do ADV não ótimo para um sistema massa-mola com amortecimento não ótimo.	46
Figura 31 - Variação da massa do ADV ótimo para um sistema massa-mola com amortecimento ótimo.	47
Figura 32 - Montagem da viga principal + ADV's tipo viga de Euler-Bernoulli sem amortecimento.....	51
Figura 33 - Montagem da viga principal + ADV's tipo viga de Euler-Bernoulli com amortecimento não ótimo.	52
Figura 34 - Análise harmônica das montagens com ADV's ótimos e amortecimento ótimo.	55
Figura 35 - Diferença da análise harmônica para montagem 1.....	56
Figura 36 - Diferença da análise harmônica para montagem 2.....	56
Figura 37 - Diferença da análise harmônica para montagem 3.....	57
Figura 38 - Diferença da análise harmônica para montagem 4.....	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetro β e forma modal para diversas condições de contorno da viga.	34
Tabela 2 - Propriedades e dimensões da viga principal.	38
Tabela 3 - Tabela de características para uma viga engastada-livre.	38
Tabela 4 - Absorvedores dinâmicos de vibração tipo viga de Euler-Bernoulli.	41
Tabela 5 - Comparação dos resultados teóricos e de elementos finitos para as frequências naturais de uma viga de Euler Bernoulli.	48
Tabela 6 - Comparação das frequências naturais de uma viga por elementos finitos variando o tamanho da malha	49
Tabela 7 - Resultados das Dimensões dos ADV's tipo Viga de Euler-Bernoulli não ótimos.	49
Tabela 8 - Comparação dos resultados teóricos e de elementos finitos para a primeira frequência natural dos ADV's tipo viga de Euler Bernoulli não ótimos.	50
Tabela 9 - Resultados da análise modal das montagens da viga principal com os ADV's não ótimos.	50
Tabela 10 - Resultado de μ e f para cada montagem.	53
Tabela 11 - Dimensões ótimas dos ADV's tipo viga de Euler-Bernoulli.	53
Tabela 12 - Comparação dos resultados teóricos e de elementos finitos para as frequências naturais dos ADV's ótimos tipo viga de Euler Bernoulli.	54
Tabela 13 - Resultados das análises modais das montagens ótimas.	54
Tabela 14 - Valores das constantes para o amortecimento ótimo das montagens ótimas.	54

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADV	Absorvedor dinâmico de vibrações
ADV's	Absorvedores dinâmicos de vibrações
m_1	Massa principal
m_2	Massa do sistema secundário
k_1	Rigidez da mola do sistema principal
k_2	Rigidez da mola do sistema secundário
F_0	Força de excitação do sistema
x_1	Deslocamento da massa primária
x_2	Deslocamento da massa secundária
\dot{x}_1	Velocidade da massa primária
\dot{x}_2	Velocidade da massa secundária
\ddot{x}_1	Aceleração da massa primária
\ddot{x}_2	Aceleração da massa secundária
X_1	Amplitude de deslocamento do sistema primário
X_2	Amplitude de deslocamento do sistema secundário
δ_{st}	Deflexão estática
w	Frequência de excitação
w_n	Frequência natural
w_1	Frequência natural da máquina
w_2	Frequência natural do absorvedor
$w_{1,VIGA\ PRINCIPAL}$	Primeira frequência natural da viga principal
$w_{1,ADV}$	Primeira frequência natural da viga de Euler-Bernoulli
c_2	Amortecimento do ADV
μ	Razão de massa
f	Razão das frequências naturais
g	Razão de frequência forçada
ζ	Razão de amortecimento
$\zeta_{ótimo}$	Razão de amortecimento ótimo
E	Módulo de elasticidade longitudinal da viga
I	Momento de inércia da viga
ρ	Massa específica do material

A	Área da seção transversal da viga
L	Comprimento total da viga de Euler-Bernoulli
H	Altura da viga de Euler-Bernoulli
B	Largura da viga de Euler-Bernoulli
β	Frequência natural ponderada da viga
α	Constante da matriz de massa do amortecimento de Rayleigh
γ	Constante da matriz de rigidez do amortecimento de Rayleigh
C	Constante de amortecimento de Rayleigh

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.2 OBJETIVOS	16
1.2.1 Objetivo Principal	17
1.2.2 Objetivos Específicos	17
1.3 JUSTIFICATIVA	17
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1 Métodos de Controle de Vibração	19
2.1.1 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos	19
2.1.2 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivo Sem Amortecimento	20
2.1.3 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivo Com Amortecimento	22
2.2.5 Absorvedor Dinâmico de Vibração Otimizado	24
2.2 ESTUDOS RELEVANTES SOBRE ADV'S	25
2.2.1 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos do Tipo Pêndulo	25
2.2.2 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos do Tipo Massa-Mola	30
2.2.3 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos do Tipo Lâmina	32
2.3 VIGA DE EULER-BERNOULLI	33
2.4 AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH	35
3 MATERIAIS E MÉTODOS	36
3.1 SISTEMA MASSA-MOLA	36
3.2 VIGA DE EULER-BERNOULLI	37
3.2.1 Análise Modal	39
3.2.2 Análise Harmônica	39
3.2.3 Análise de Malha e Elementos	40
3.3 PROJETO DO ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO SEM AMORTECIMENTO	41

3.4 MONTAGEM DA VIGA DE EULER COM O ADV	42
3.5 AMORTECIMENTO	42
4 RESULTADOS.....	45
4.1 SISTEMA MASSA-MOLA.....	45
4.2 VIGA PRINCIPAL SEM ADV.....	48
4.2.1 Análise das Malhas de Elementos Finitos	48
4.3 ADV'S PASSIVOS TIPO VIGA NÃO AMORTECIDOS.....	49
4.4 MONTAGEM DA VIGA PRINCIPAL COM OS ADV'S NÃO ÓTIMOS	50
4.4.1 Montagem da Viga Principal Com os ADV's do Tipo Viga Com Amortecimento	52
4.5 ADV'S PASSIVOS TIPO VIGA ÓTIMOS.....	53
4.5.1 Razão de Amortecimento Ótimo Para os ADV's e Constantes de Rayleigh	54
4.6 MONTAGEM VIGA E ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO ÓTIMOS.....	55
5 CONCLUSÃO	59
REFERÊNCIAS.....	60
APÊNDICE A – VARIAÇÃO DA MASSA COM ADV NÃO ÓTIMO SEM AMORTECIMENTO	62
APÊNDICE B – VARIAÇÃO DA MASSA COM ADV NÃO ÓTIMO COM AMORTECIMENTO DE 10%	64
APÊNDICE C – VARIAÇÃO DA MASSA COM ADV ÓTIMO COM AMORTECIMENTO ÓTIMO.....	66
APÊNDICE D – CÁLCULO DA DIMENSÃO DA ALTURA DOS ADV'S TIPO VIGA DE EULER-BERNOULLI NÃO ÓTIMOS	68

1 INTRODUÇÃO

Oscilação ou vibração são quaisquer movimentos de um corpo que altera sua posição de forma repetitiva, podendo esse deslocamento ser regular ou irregular. Para fins de exemplificação pode-se citar as cordas de um violão, que ao ser excitada por ação humana começa a se deslocar com movimentos verticais repetitivos até que toda a energia de excitação seja dissipada e então a corda finalmente pare de vibrar (RAO, 2018).

Nesse sentido, pode-se notar que os fenômenos vibratórios podem ser tanto benéficos, como no exemplo do violão, porém também podem ser maléficos e danificar estruturas. Como exemplo de oscilações que afetam estruturas, pode-se destacar os deslocamentos de placas tectônicas, essas, que através de seu deslocamento geram ondas sísmicas repetitivas que virão a danificar estruturas civis como casas e prédios que não possuam nenhum sistema de atenuação ou dissipação de vibração (CHOPRA, 2007).

Portanto, o estudo de vibrações na engenharia é de extrema importância para tentar controlar ou mesmo amenizar os danos causados por essas oscilações. Diante disso, existe um ramo da engenharia mecânica que foca e aprofunda seus conhecimentos no intuito de atenuar as vibrações decorrentes de rotações de maquinários mecânicos. Devido as vibrações serem um fenômeno repetitivo, os equipamentos que apresentam altas amplitudes de vibração podem quebrar devido ao efeito da fadiga, onde ocorrerá um desgaste prematuro do material pelo qual a estrutura é composta.

É extremamente normal ocorrerem oscilações em equipamentos mecânicos, pois estes normalmente possuem motores que trabalham em faixas cíclicas e normalmente não estão perfeitamente balanceados. Com isso, nesse trabalho foi analisado um dos métodos de controle de vibrações passivos, e através do conhecimento adquirido, foi realizado uma análise computacional de elementos finitos a fim de apresentar um projeto de um absorvedor dinâmico de vibração.

1.2 OBJETIVOS

Apresentar os principais tipos de Absorvedores Dinâmicos de Vibração passivos, assim como seus parâmetros construtivos e suas principais aplicações.

Desenvolver um modelo teórico para esclarecimento do cálculo e procedimento envolvidos no projeto de um ADV passivo. Dimensionar e analisar uma estrutura do tipo viga através do *Ansys* para comparação de modelos teóricos e de elementos finitos, e ainda, aplicar um ADV passivo também do tipo viga para atenuar as amplitudes de vibração da viga primária.

1.2.1 Objetivo Principal

Dimensionar um absorvedor dinâmico de vibração passivo para atenuar as vibrações de uma viga em balanço modelada a partir da teoria de Euler-Bernoulli.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo principal os seguintes objetivos específicos devem ser alcançados:

- Caracterizar e Identificar os principais tipos de ADV passivos;
- Modelar teoricamente e simular a vibração de uma viga em balanço;
- Indicar, projetar e analisar o ADV passivo para reduzir a amplitude da primeira frequência natural da viga em balanço;
- Aplicar o amortecimento ótimo ao modelo computacional.

1.3 JUSTIFICATIVA

O trabalho está amparado na justificativa de que é essencial que haja uma estruturação e organização do método de controle de vibração através de absorvedores dinâmicos de vibração passivos. Nesse sentido, hoje existe uma larga escala de tipos de absorvedores dinâmicos de vibração passivos que podem ser produzidos, porém, esse material está separado ao longo de diversas bibliografias.

Por consequência, deve-se então, formar um trabalho que abranja e mostre os diferentes tipos e classificações existentes de ADV passivos e ainda indicar suas aplicações mais adequadas para controle de vibração.

Portanto, o trabalho proporcionará, além de um melhor entendimento acerca dos ADV's passivos, como também um exemplo para solucionar problemas de amplitudes de vibração em máquinas, visto que atualmente é muito comum encontrar

máquinas com problemas vibratórios. Assim, a solução desse tipo de problema acarreta em menos manutenção e mais segurança para os operadores daquela máquina.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho desenvolvido será dividido em três etapas envolvendo estudo teórico, simulação computacional e estudo comparativo. A primeira delas consiste em agregar conhecimento teórico acerca da teoria dos absorvedores dinâmicos de vibração passivos através da procura por artigos que apliquem experimentalmente esse tipo de ADV, listando os principais tipos de ADV passivos existentes e seu ambiente de aplicação.

A partir disso, será resolvido um problema de amplitude de vibração em uma viga, onde será necessário identificar os principais parâmetros de cálculo e também a abordagem de um método de controle de vibração. Em seguida, será construído um modelo computacional de uma viga em vibração simples utilizando do programa *Ansys*, e em seguida será aplicado o ADV passivo do tipo viga na estrutura para atenuar a vibração da viga principal.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A bibliografia envolvendo o estudo e dimensionamento de Absorvedores dinâmicos de vibração é bastante ampla. Diante disso, como no decorrer desse trabalho será abordado o conteúdo específico de ADV passivo, então nesse capítulo serão explanados diversos trabalhos realizados sobre esse tópico. Com isso, o objetivo aqui é identificar os principais parâmetros construtivos e as aplicações em que melhor se encaixam o uso dos ADV passivos baseando-se na bibliografia de diversos artigos da área.

2.1 Métodos de Controle de Vibração

Nesta seção são apresentadas as principais opções para controle de vibrações do tipo ADV's passivos existentes. Nesse sentido, partindo do pressuposto que um determinado sistema está em vibração, e que esta seja indesejada ao sistema.

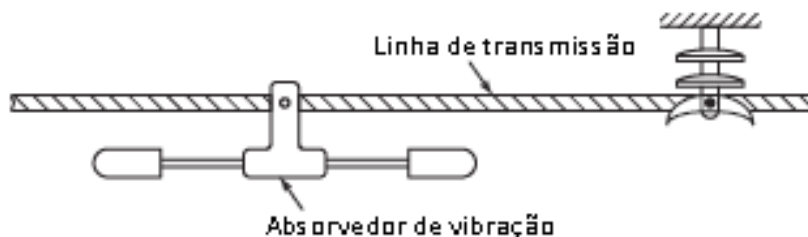
2.1.1 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos

Um absorvedor dinâmico de vibração consiste de uma massa e uma mola adicional aplicada ao sistema que apresenta grandes amplitudes de vibração, cujo objetivo é atenuá-las. Esse tipo de sistema foi inventado por Frahm em 1909.

Esse tipo de sistema, constituído pela massa adicional e a estrutura original, constitui um modelo de vibração com 2 graus de liberdade, e sendo assim, o sistema terá duas frequências naturais. Assim, os ADV's são frequentemente utilizados em maquinários que operam em uma velocidade constante, porque inevitavelmente, o ADV passivo controlará a vibração em apenas uma frequência (RAO, 2018).

Nesse sentido, o exemplo mais comum de ADV's é o utilizado em linhas elétricas de altas tensões. O objetivo desse tipo de ADV é absorver a energia de vibração formada através dos ventos sobre os cabos de energia elétrica que poderiam vir a excitar a frequência natural dessas linhas, fazendo com que elas partissem, a Figura 1 ilustra como o sistema é composto (RAO, 2018).

Figura 1 - Absorvedor dinâmico de vibração para linhas de transmissão elétrica.



Fonte: Adaptado de RAO (2018).

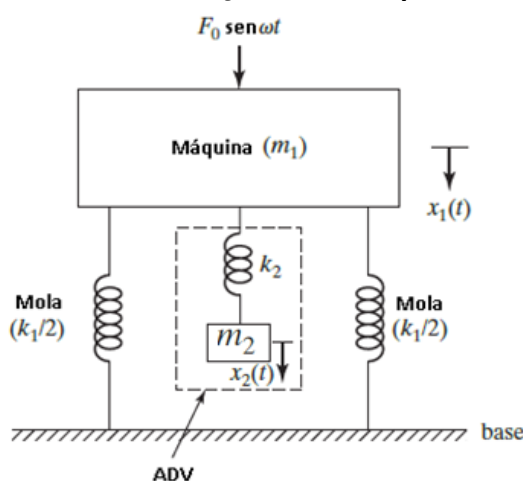
Os absorvedores dinâmicos de vibração podem ser divididos em quatro tipos, os passivos, os ativos, adaptativos ou semiativos. Cada um desses tipos apresenta uma série de vantagens quando selecionado corretamente. Nesse sentido, a seguir é apresentada uma revisão sobre os ADV's passivos.

2.1.2 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivo Sem Amortecimento

Esse é o dispositivo mais simples e barato entre todos os ADV's. Segundo Rao (2018), eles são projetados para que a frequência natural do sistema fique longe da frequência de excitação do sistema resultante. Portanto, o ADV passivo, opera de forma a alterar a frequência natural da estrutura em que está acoplado.

Seus parâmetros construtivos são os mais simples possíveis e englobam um sistema de massa e mola, que deve ser acoplado à estrutura que se deseja atenuar a amplitude de vibração. A Figura 2 apresenta um esquema de um ADV passivo.

Figura 2 - Estrutura em vibração com ADV passivo acoplado.



Fonte: Adaptado de Rao (2018).

As equações de movimento da massa m_1 e m_2 podem ser formuladas, segundo Rao (2018), conforme:

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = F_0 * \text{sen}(\omega t), \quad (1)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) = 0, \quad (2)$$

onde m_1 é a massa da máquina, \ddot{x}_1 é a aceleração da máquina, \ddot{x}_2 é a aceleração do ADV, k_1 é a constante de amortecimento da mola, x_1 é o deslocamento da máquina, k_2 é a constante de amortecimento da mola acoplada ao ADV, x_2 é o deslocamento do ADV, F_0 é a força de excitação aplicada a máquina, ω é a frequência de excitação e t refere-se ao tempo.

Com isso, as amplitudes X_1 e X_2 relativas ao deslocamento das duas massas podem ser expressas por:

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}, \quad (3)$$

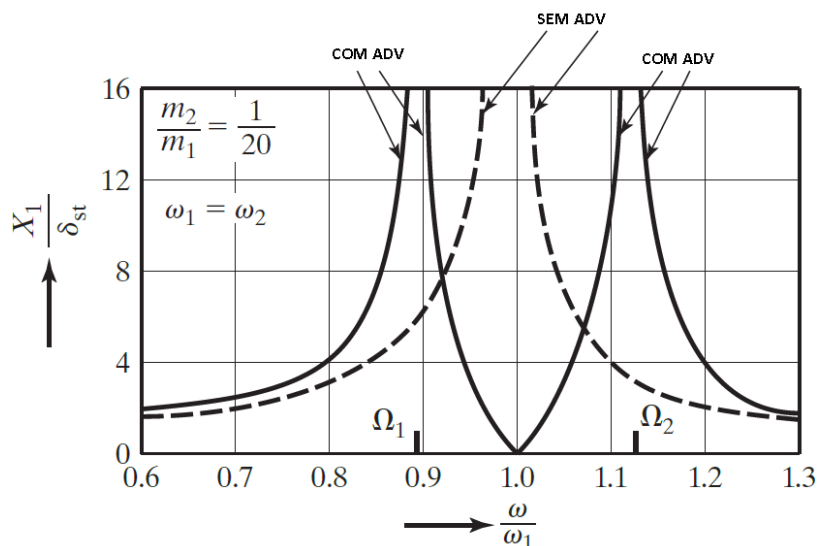
$$\frac{X_2}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}, \quad (4)$$

onde δ_{st} é a deflexão estática da estrutura, ω_1 é a primeira frequência natural da máquina e ω_2 é a primeira frequência natural do ADV, X_1 é a amplitude de deslocamento da máquina e X_2 é a amplitude de deslocamento do ADV.

A limitação desse tipo de sistema está na sua faixa de atuação. Ele é projetado para atuar sobre uma específica frequência. Assim, ao ser acoplado ao sistema, ele irá transformar o pico de amplitude de uma dada frequência em dois outros picos de frequências distintas. Deste modo, caso o problema de amplitude de vibração fosse a ressonância do sistema, onde a frequência de excitação é a mesma que a frequência natural da estrutura, essa adversidade então estaria resolvida, já que

o sistema contaria com duas novas frequências naturais diferentes da original como apresentado na Figura 3, onde a linha tracejada representa uma máquina sem ADV e a outra linha representaria a máquina com um ADV (RAO, 2018).

Figura 3 - Efeito da aplicação de um ADV passivo em uma estrutura.

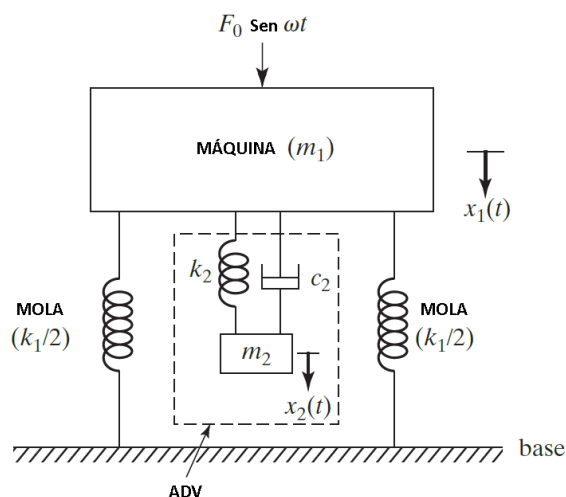


Fonte: Adaptado de Rao (2018).

2.1.3 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivo Com Amortecimento

Existe uma classificação interna dos ADV's passivos, onde eles podem ser do tipo não amortecidos, como ilustrado acima, ou em alguns casos, pode ser acoplado ao ADV um amortecedor, tornando ele um ADV passivo amortecido. A Figura 4 ilustra o modelo de um do sistema com ADV amortecido (RAO, 2018).

Figura 4 - ADV passivo amortecido aplicado a máquina.



Fonte: Adaptado de RAO (2018).

As equações de movimento da massa m_1 e m_2 podem ser formuladas para o sistema amortecido, conforme:

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_0 * \text{sen}(\omega t), \quad (5)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0. \quad (6)$$

Onde, c_2 é a constante de amortecimento do amortecedor do ADV, \dot{x}_2 é a velocidade de deslocamento do ADV e \dot{x}_1 é a velocidade de deslocamento da máquina.

Com isso, Rao (2018) determinou as amplitudes X_1 e X_2 relativas ao deslocamento das duas massas como:

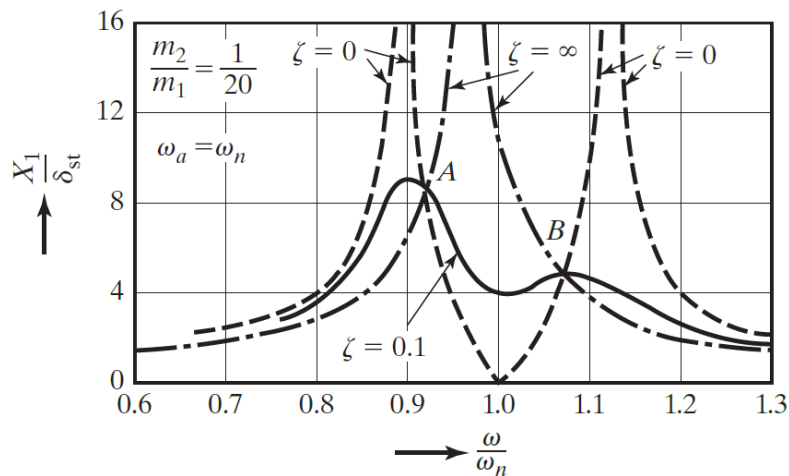
$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{1/2}, \quad (7)$$

$$\frac{X_2}{\delta_{st}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + f^4}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{1/2}, \quad (8)$$

onde ζ é a razão de amortecimento, f é a razão da frequência do ADV pela frequência da estrutura principal, g é a razão da frequência de excitação pela frequência da estrutura principal e μ é a razão da massa do ADV pela massa da estrutura principal.

Os ADV's passivos amortecidos são necessários uma vez que apesar de o ADV não amortecido atenuar a amplitude de vibração na frequência natural da estrutura, uma máquina ao ser ligada ou desligada ainda experimenta altas amplitudes de vibração que podem ser prejudiciais ao sistema. Nesse sentido, Rao (2018) mostra que ao ser acoplado um amortecedor a esse sistema, as amplitudes de vibração das duas novas frequência criadas serão reduzidas significativamente, diminuindo assim, os possíveis problemas de amplitude de vibração experimentados durante a ligação e desligamento da máquina como está ilustrado na Figura 5. Onde para $\zeta = 0$, tem-se a curva tracejada que mostra um ADV sem amortecimento e assim as duas amplitudes de vibração tendem ao infinito, já para $\zeta = 0.1$, pode-se notar que as amplitudes de vibração foram reduzidas.

Figura 5 - Efeito da aplicação de um ADV passivo amortecido.



Fonte: Adaptado de RAO (2018).

2.2.5 Absorvedor Dinâmico de Vibração Otimizado

Como ilustrado na Figura 5, é possível, segundo Rao (2018), encontrar um valor ótimo de amortecimento, que então nivelará a curva de resposta da estrutura em dois picos iguais A e B. Para atingir tal condição é necessário que o ADV atenda a seguinte condição:

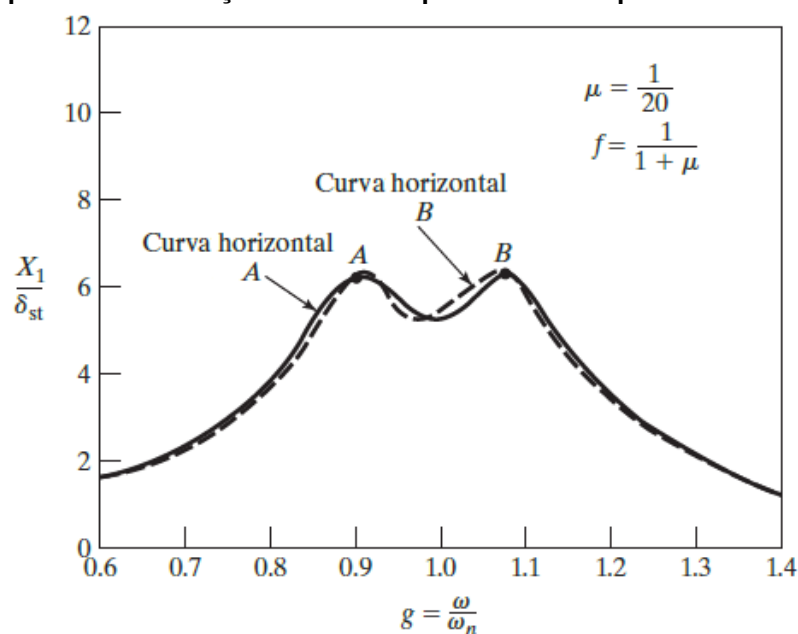
$$f = \frac{1}{1 + \mu}. \quad (9)$$

Através dessa condição, o valor ótimo da razão de amortecimento é dado por (RAO, 2018):

$$\zeta_{\text{ótimo}}^2 = \frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}. \quad (10)$$

Portanto, um ADV otimizado deve satisfazer a condição dada pela Equação 9 e com isso, seu amortecimento ótimo será calculado através da Equação 10. Desse modo tem-se um ADV onde as amplitudes de vibração terão picos baixos e equivalentes para os dois novos picos criados, a Figura 6 ilustra a amplitude de vibração para um ADV otimizado.

Figura 6 - Amplitudes de vibração de uma máquina com ADV passivo amortecido otimizado.



Fonte: Adaptado de RAO (2018).

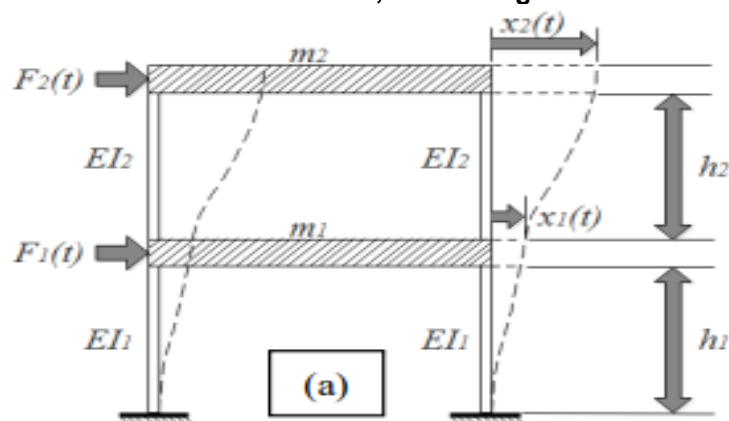
2.2 ESTUDOS RELEVANTES SOBRE ADV'S

2.2.1 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos do Tipo Pêndulo

Silva et al. (2018) apresentam em seu estudo o desenvolvimento e a análise de um ADV passivo do tipo pêndulo para reduzir da vibração tanto livre como forçada de uma estrutura do tipo pórtico constituída de dois andares. A aplicação do ADV pendular foi feita no segundo andar da estrutura, com o objetivo de reduzir a amplitude de vibração da primeira frequência natural do pórtico.

A metodologia utilizada iniciou com o apontamento de cálculos para tentar entender o comportamento da estrutura, determinando assim, a frequência natural do sistema e seus respectivos modos de vibrar. Posteriormente, através da bancada de testes para vibração foram feitos os experimentos com o pórtico para medição das frequências naturais com e sem o ADV para então fazer a estimativa de redução de vibração. Na Figura 7 pode ser verificado o modelo teórico que foi utilizado para a abordagem teórica do pórtico.

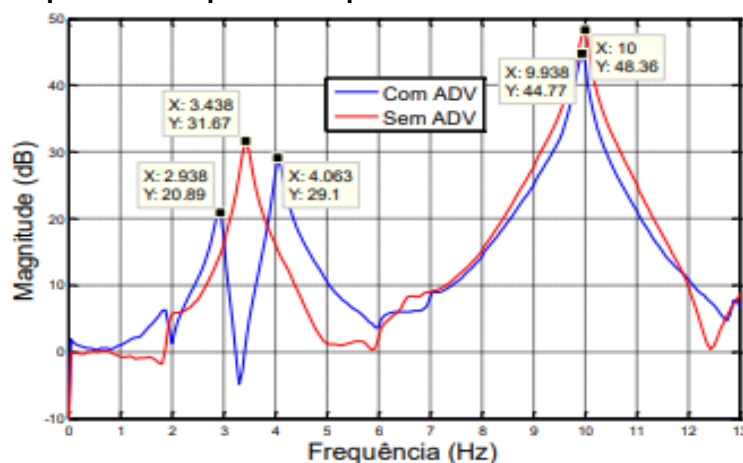
Figura 7 - Pórtico de dois andares, com dois graus de liberdade (a).



Fonte: Adaptado de Silva et al. (2018).

Como resultado, Silva et al. (2018) mostraram que o ADV pendular foi capaz de reduzir a amplitude de vibração na primeira frequência natural do pórtico. Como efeito disso, foram criados dois novos picos em frequências distintas. Na Figura 8, é apresentado a função resposta em frequência do pórtico com e sem o uso do ADV.

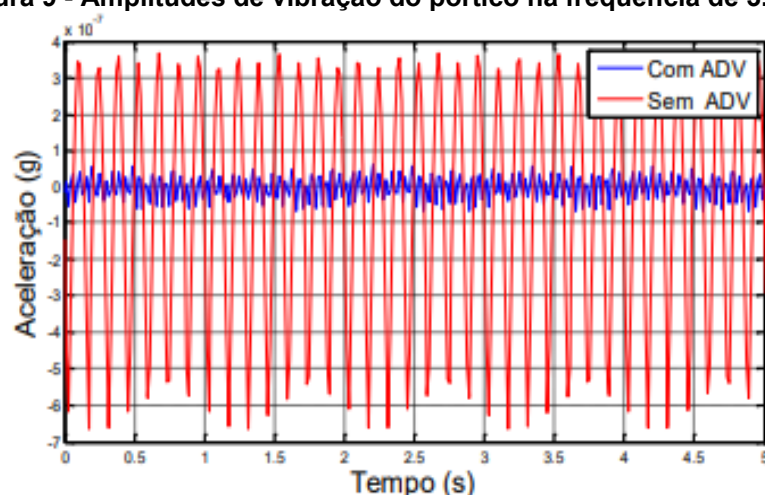
Figura 8 - Resposta da frequência do pórtico com e sem o uso do ADV pendular.



Fonte: Silva et al. (2018).

O resultado do experimento se torna ainda mais expressivo quando é comparado com a amplitude de vibração em 3,5 Hz, que é aproximadamente a frequência natural do sistema que se deseja atuar com o uso do ADV pendular. A Figura 9 apresenta a resposta temporal do pêndulo, com e sem o uso do ADV, sob uma excitação harmônica na frequência de 3,5 Hz.

Figura 9 - Amplitudes de vibração do pórtico na frequência de 3.5 Hz.

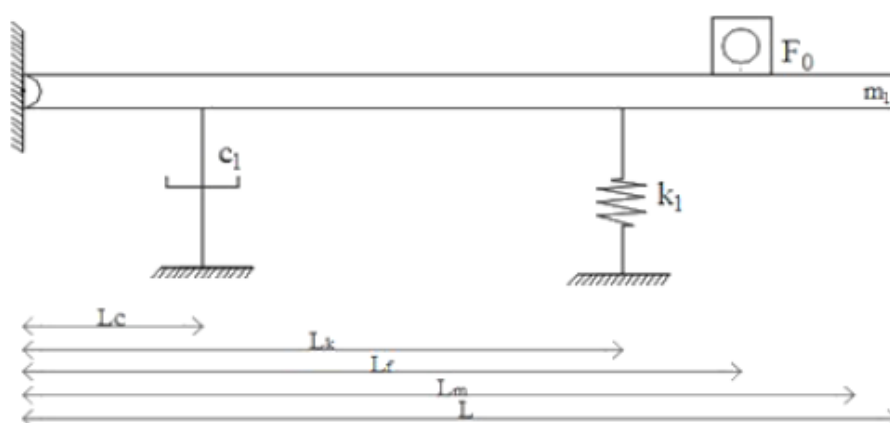


Fonte: Silva et al. (2018).

Sufiatti et al. (2019) usaram um tipo de ADV que consistia de um sistema com uma haste e uma massa concentrada em sua ponta que foi acoplado na extremidade livre de uma viga engastada. Para estudar a relevância do absorvedor dinâmico nesse sistema, a metodologia adotada consistiu de dois modelos teóricos e dois experimentos e por fim, a comparação entre as metodologias.

Nesse trabalho a viga foi sujeita a um carregamento harmônico com frequência de excitação igual a frequência natural do sistema, ou seja, em ressonância. A Figura 10 ilustra o modelo utilizado nas análises sem o ADV.

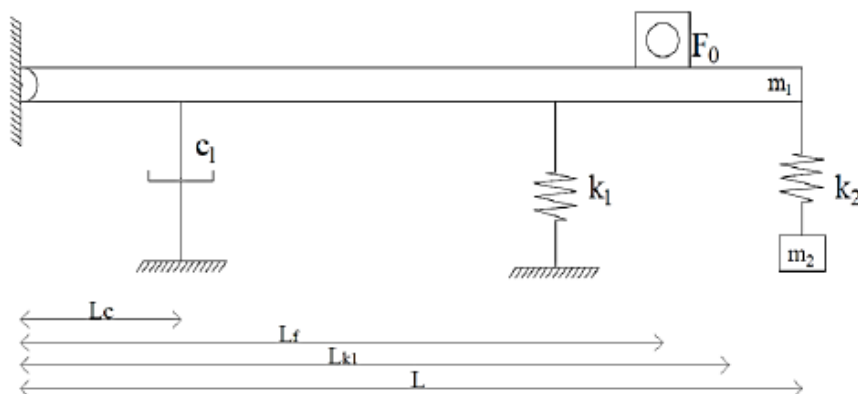
Figura 10 - Modelo de viga sem ADV.



Fonte: Sufiatti et al. (2018).

Já na Figura 11 é ilustrado o modelo do sistema com a aplicação do ADV na extremidade livre.

Figura 11 - Modelo com amortecimento e ADV.



Fonte: Sufiatti et al. (2018).

O ADV projetado para essa estrutura foi modelado como uma viga em balanço com uma massa concentrada em sua extremidade livre, de forma que a haste possua massa desprezível. A Figura 12 ilustra o ADV usado.

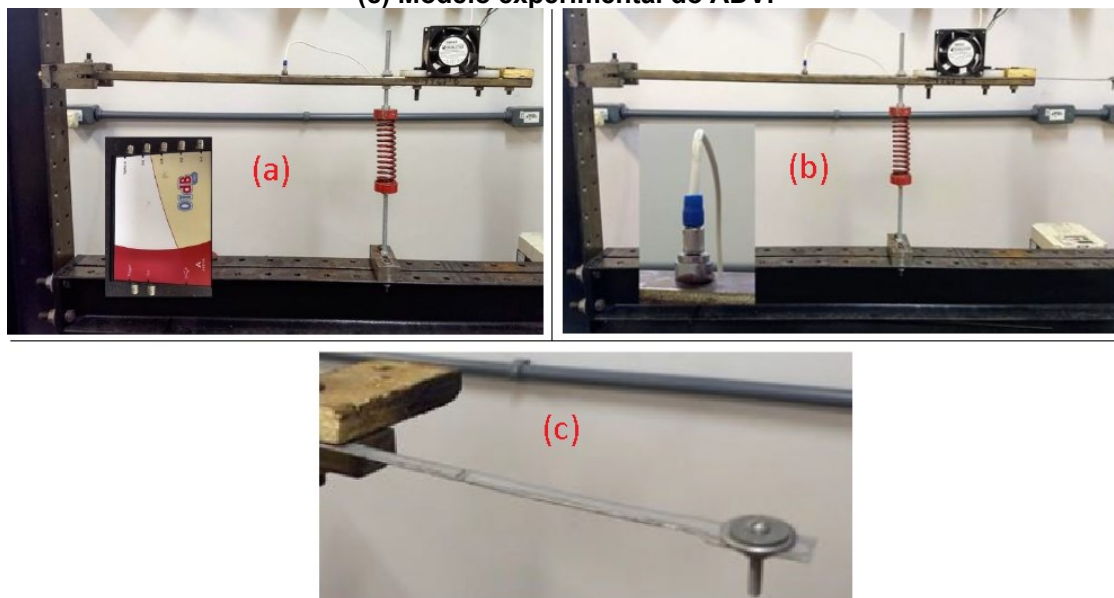
Figura 12 - Modelo teórico do ADV.



Fonte: Sufiatti et al. (2018).

Com isso, Sufiatti et al. (2018) desenvolveram o experimento de todo o sistema que foi modelado e projetado teoricamente, para posterior medição de seus valores de frequência natural e sua amplitude de deslocamento na zona de ressonância. Em seguida, foi acoplado ao sistema o ADV que foi ilustrado na Figura 12, para tentar atenuar a vibração recorrente do sistema na faixa da frequência natural. A Figura 13 ilustra as imagens do experimento montado na bancada de teste.

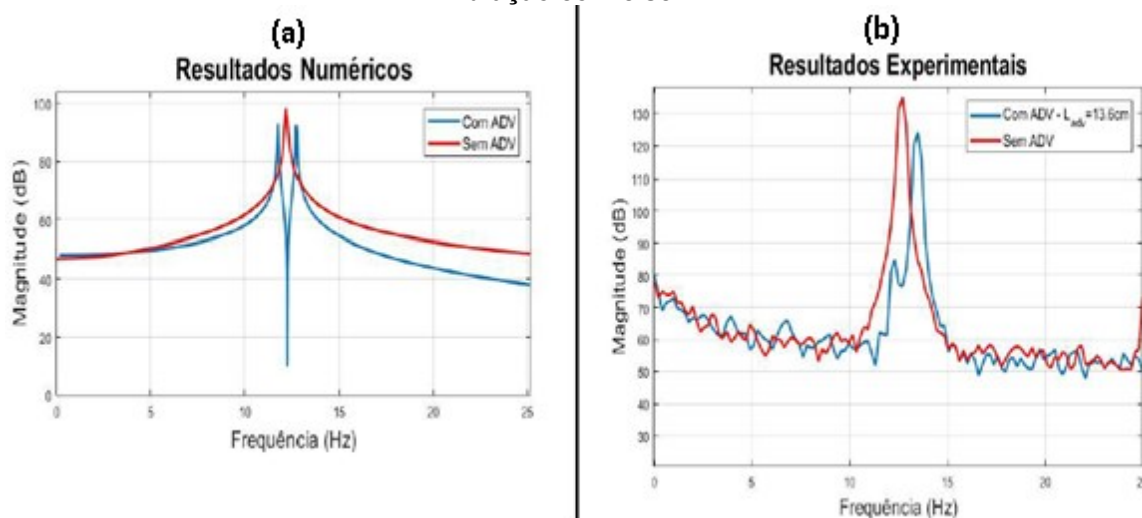
Figura 13 - (a) Modelo experimental do sistema sem ADV; (b) Modelo experimental com o ADV; (c) Modelo experimental do ADV.



Fonte: Adaptado de Sufiatti et al. (2018).

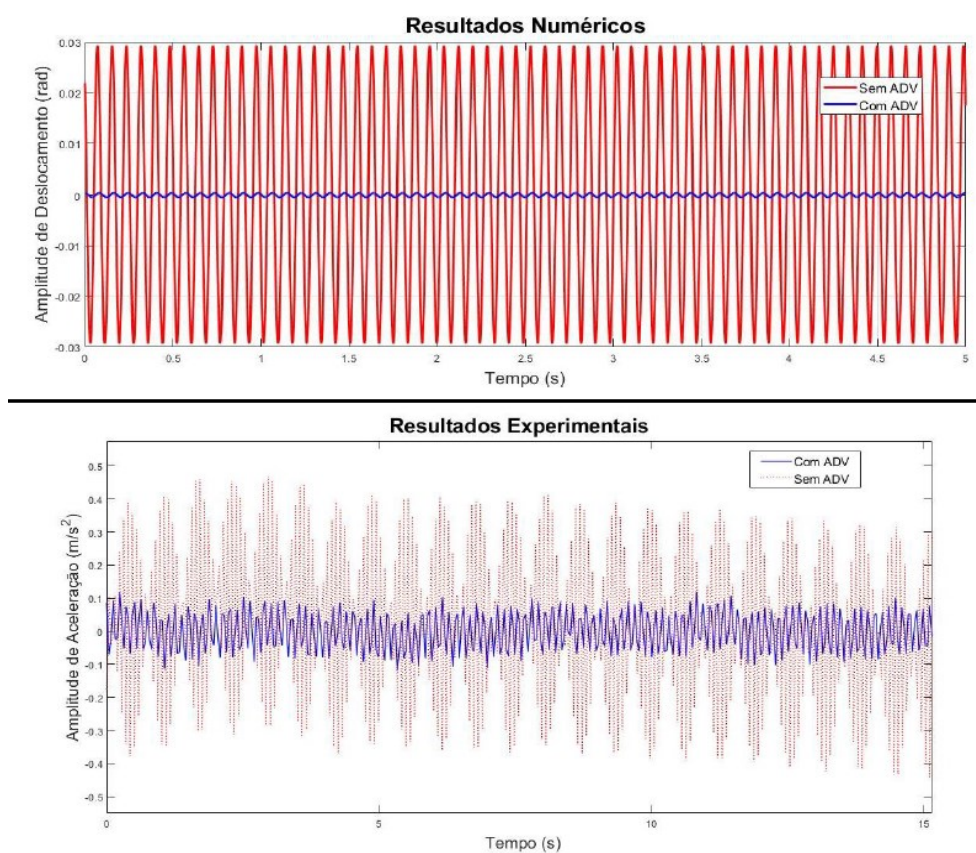
Com as propriedades do sistema todas definidas foi possível finalmente comparar o sistema teórico e experimental apresentado. Tem-se na Figura 14 os resultados de magnitude da frequência teóricos e experimentais, e logo após, a Figura 15 mostra os resultados da amplitude de deslocamento na faixa da frequência natural do sistema.

Figura 14 - Comparação dos resultados numéricos(a) e experimentais(b) da magnitude de vibração com e sem ADV.



Fonte: Adaptado de Sufiatti et al. (2018).

Figura 15 - Comparação dos resultados numéricos e experimentais da amplitude de deslocamento com e sem ADV.



Fonte: Adaptado de Sufiatti et al. (2018).

Os resultados apresentados por Sufiatti et al. (2018) apresentam uma grande atenuação na amplitude de vibração na primeira frequência natural da viga engastada. Assim, verifica-se que o modelo de ADV apesar de apresentar erros e diferenças práticas e teóricas, funcionam. Os autores ainda ressaltam que essas diferenças podem ser diminuídas através da modelagem e fabricação de um ADV mais adequado.

2.2.2 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos do Tipo Massa-Mola

Absorvedores do tipo massa-mola são os mais comuns pois seus parâmetros construtivos são bem simples e sua efetividade geralmente é muito boa. Rosa et al. (2016) apresentam a funcionalidade de um ADV para neutralizar a amplitude na frequência natural da estrutura mostrada na Figura 16.

Figura 16 - Viga bi apoiada.



Fonte: Rosa et al. (2016).

Após determinar as frequências naturais dessa estrutura, foi desenvolvido um ADV do tipo massa-mola que consistia de 2 chapas com várias molas conectadas entre elas e acoplado na estrutura, conforme ilustrado na Figura 17.

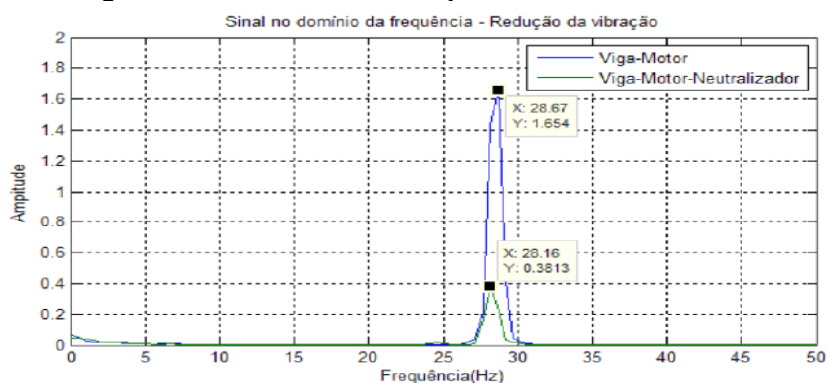
Figura 17 - ADV tipo massa-mola.



Fonte: Rosa et al. (2016).

Na Figura 18 são mostradas as respostas em frequência da estrutura com e sem o ADV.

Figura 18 - Resultados de amplitude com e sem ADV.



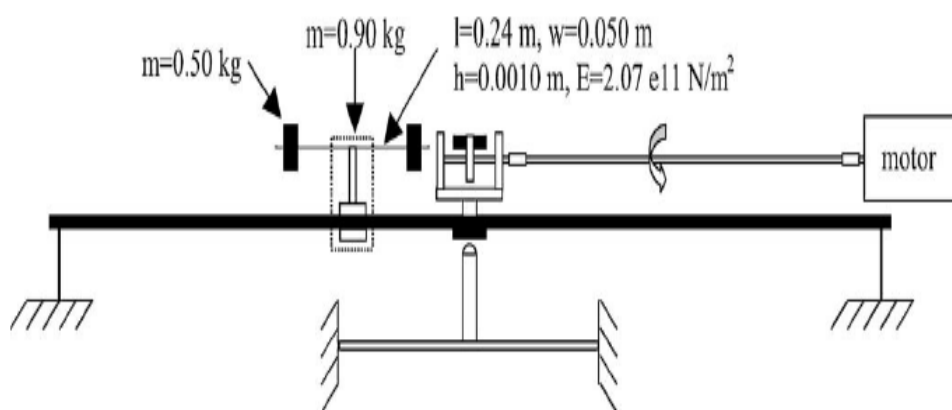
Fonte: Rosa et al. (2016).

Portanto, pode-se notar que o ADV tipo massa-mola projetado para esse sistema foi bastante efetivo na redução da amplitude na frequência natural da estrutura.

2.2.3 Absorvedores Dinâmicos de Vibração Passivos do Tipo Lâmina

Outra proposta de ADV para controle das vibrações de estruturas é o ADV do tipo lâmina. Bonsel et al. (2004) usaram esse tipo de ADV para controlar a vibração de uma viga apoiada em 3 partes, como mostra a Figura 19.

Figura 19 - modelo estrutural do experimento.



Fonte: Bonsel et al. (2004).

Através de experimentos Bonsel et al. (2004) determinaram a primeira frequência natural desse sistema, a qual ele atuou no controle de vibração. Deste modo, a fim de atenuar a amplitude na frequência natural, foi desenvolvido e acoplado à estrutura um ADV tipo lâmina com massa em cada uma das pontas como ilustra a Figura 20.

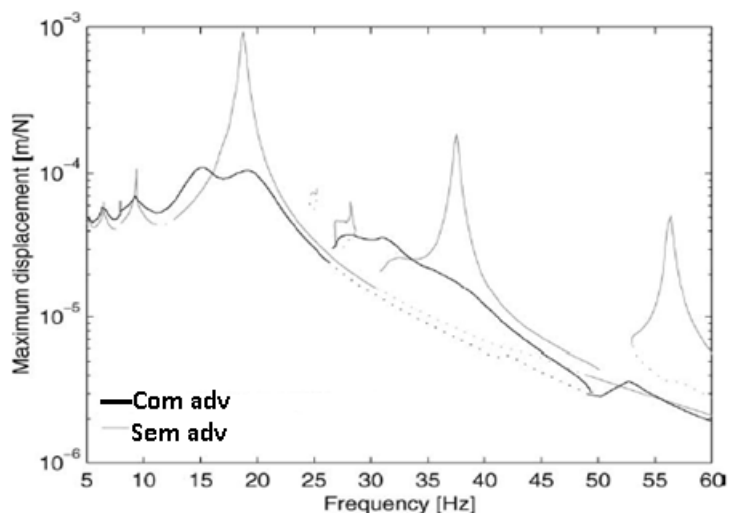
Figura 20 - ADV tipo lâmina.



Fonte: Bonsel et al. (2004).

Com isso, os resultados experimentais obtidos por Bonsel et al. (2004) foram que o ADV se mostrou bastante eficiente na redução da amplitude de vibração na frequência natural da estrutura como ilustrado na Figura 21.

Figura 21 - Resultados de amplitude em diversas frequências.



Fonte: Bonsel et al. (2004).

2.3 VIGA DE EULER-BERNOULLI

Segundo Han et al. (1999), pode-se classificar uma viga como uma viga de Euler-Bernoulli quando a mesma atende as seguintes considerações: o comprimento da viga é muito maior que a altura da viga, o efeito de Poisson é negligenciado, os planos perpendiculares ao eixo neutro permanecem perpendiculares após a deformação e a inclinação de cada seção transversal é muito menor que 1 radiano, de modo que, possam ser calculadas pela derivada da equação da linha neutra com relação ao comprimento da viga.

Inman (1994) explica que uma viga modelada através da teoria de Euler-Bernoulli deve atender as condições de que o comprimento da viga deve ser pelo menos dez vezes maior que a sua espessura. Assim, o autor demonstra o desenvolvimento das equações da viga de Euler-Bernoulli com vibração perpendicular ao seu comprimento.

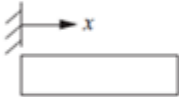
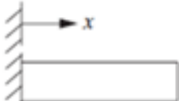
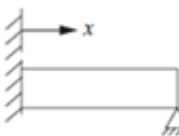
De acordo com Inman (1994) a frequência natural da viga de Euler-Bernoulli:

$$w = \beta^2 * \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad (11)$$

onde, E é o módulo de elasticidade longitudinal da viga, I é o momento de inércia seção transversal, ρ é a massa específica do material, A é a área da seção transversal da viga e β é um parâmetro relacionado com a condição de contorno da viga.

Na Tabela 1 são apresentados os valores de β para algumas condições de contorno. Assim, para calcular a frequência natural de uma viga, primeiramente seleciona-se o tipo da viga, depois utiliza-se dos valores das constantes para o sistema correspondente para encontrar a frequência natural, igualando o valor a $\beta_n l$ e assim encontra-se o valor para β que deve ser utilizado na Equação 11.

Tabela 1 - Parâmetro β e forma modal para diversas condições de contorno da viga.

Configuração	Frequência ponderada $\beta_n l$	Forma modal
 Livre	0 (corpo rígido)	$\cosh \beta_n x + \cos \beta_n x$
	4.73004074	$-\sigma_n (\sinh \beta_n x + \sin \beta_n x)^b$
	7.85320462	
	10.9956078	
	14.1371655	
	17.2787597	
	$\frac{(2n + 1)\pi}{2}$ for $n > 5$	
 Engastado-livre	$\cos \beta l \cosh \beta l = 1$	$\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x$
	1.87510407	$-\sigma_n (\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x)$
	4.69409113	
	7.85475744	
	10.99554073	
	14.13716839	
	$\frac{(2n - 1)\pi}{2}$ for $n > 5$	
 Engastado-preso	$\cos \beta l \cosh \beta l = -1$	$\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x$
	3.92660231	$-\sigma_n (\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x)$
	7.06858275	
	10.21017612	
	13.35176878	
	16.49336143	
	$\frac{(4n + 1)\pi}{4}$ for $n > 5$	
	$\tan \beta l = \tanh \beta l$	

Fonte: Adaptado de Inman (1994).

2.4 AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH

Segundo Chopra (2007), o amortecimento de uma estrutura pode ser dividido em duas matrizes principais, a matriz de massa e a matriz de rigidez. O amortecimento segundo a matriz de rigidez pode ser interpretado como a dissipação de energia devida as deformações internas da estrutura. De outra forma, o amortecimento causado pela matriz de massa é mais subjetivo, sendo interpretado pelo amortecimento devido ao ar, ao ambiente como um todo.

Chopra (2007) descreve o modelo clássico de amortecimento de Rayleigh como:

$$C = \alpha m + \gamma k, \quad (12)$$

onde, α e γ são constantes, m refere-se a massa do sistema estudado e k é a rigidez desse mesmo sistema.

As constantes α e γ são determinadas a partir das razões de amortecimentos para os diferentes modos de vibrar da estrutura. A partir de uma matriz fica então determinado o cálculo de α e γ como:

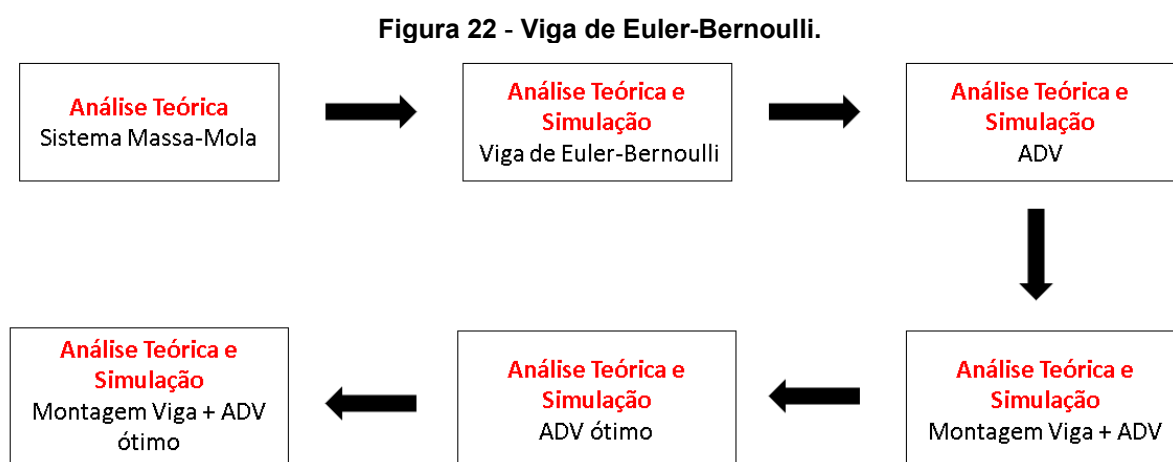
$$\alpha = \zeta \frac{2w_i w_j}{w_i + w_j}, \quad (13)$$

$$\gamma = \zeta \frac{2}{w_i + w_j}, \quad (14)$$

onde, i e j são índices que indicam diferentes modos de vibrar de uma mesma estrutura, ζ é a razão de amortecimento, w_i e w_j frequências naturais distintas de uma mesma estrutura.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O estudo foi baseado em quatro modelagens, a primeira foi a estruturação teórica do sistema massa-mola proposto por Rao (2018). Depois foram aplicadas as equações de Inman (1994) para analisar uma estrutura de viga. Logo após, foi projetado um ADV para essa estrutura a fim de reduzir a amplitude de vibração na primeira frequência natural dessa viga e feita a análise acoplando-o a viga. E por fim, foi feito a inserção do amortecimento ótimo, onde os ADV's propostos passaram por um ajuste de dimensão devido a Equação 9 proposta por Rao (2018), a Figura 22 ilustra a ordem sequencial das análises realizadas.



Fonte: Autoria própria.

Toda a análise foi feita com o auxílio de 3 programas, são eles: *Matlab*, *SolidWorks* e *Ansys Workbench*.

3.1 SISTEMA MASSA-MOLA

Para o sistema massa-mola, foi buscado entender as relações entre as variáveis propostas por Rao (2018) para a construção de um ADV. Para tanto, utilizando-se do software *Matlab* para plotar gráficos.

A ideia foi mostrar o comportamento desse tipo de sistema quando variamos a massa e o amortecimento. Nesse sentido, foi aplicado o cálculo do amortecimento ótimo, aplicando as equações 9 e 10, juntamente com a Equação 7 que descreve o comportamento desse sistema.

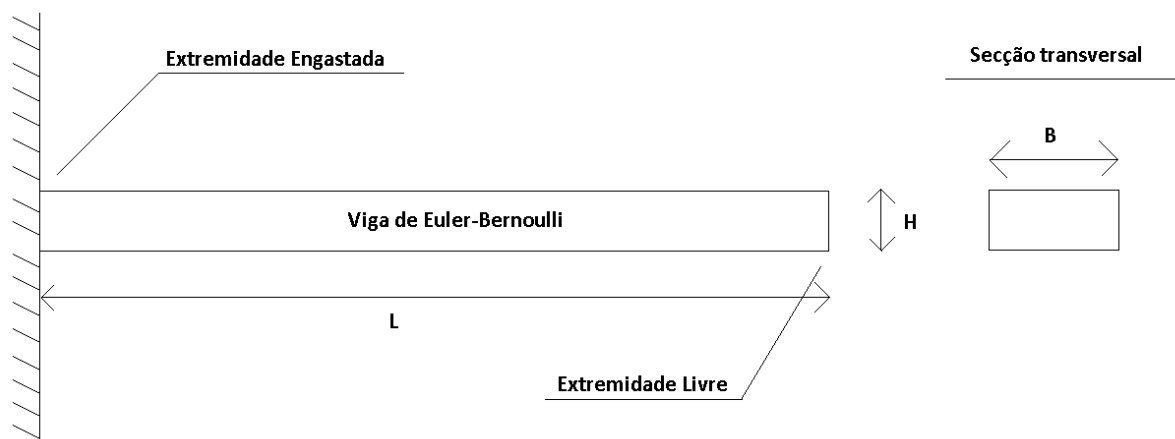
Com isso, foi verificado o comportamento do sistema massa-mola com o aumento da massa, e também amplitude de vibração quando aplicado o amortecimento ótimo.

Para tanto, as rotinas para plotar os gráficos via *Matlab* estão apresentados nos Apêndices A, B e C. O apêndice A, refere-se ao código do gráfico referente a variação da massa com um ADV não ótimo sem amortecimento. O apêndice B, refere-se ao código do gráfico referente a variação da massa com um ADV não ótimo e com uma razão de amortecimento constante de 10%. De outro modo, o apêndice C, apresenta o código para o plot do gráfico referente a variação da massa do sistema, mas com ADV ótimo, onde a razão de frequência ótima e amortecimento ótimo variam para cada massa de ADV acoplado a estrutura.

3.2 VIGA DE EULER-BERNOULLI

Foi analisado uma viga seguindo a teoria de Euler-Bernoulli, onde essa estrutura tem uma extremidade engastada e outra extremidade livre, como na representação da Figura 23.

Figura 23 - Esquemático da viga principal.



Fonte: Autoria própria.

A viga apresentada na Figura 23 foi analisada considerando sua construção em aço estrutural, cujas dimensões e propriedades estão na Tabela 2.

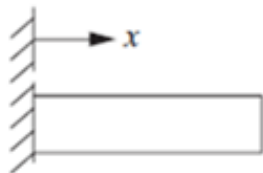
Tabela 2 - Propriedades e dimensões da viga principal.

Propriedades e Dimensões	Comprimento (L) [mm]	Largura (B) [mm]	Altura (H) [mm]	Módulo de Elasticidade (E) [GPa]	Massa Específica (ρ) [kg/m ³]
Viga Principal	2000	200	25	200	7850

Fonte: Autoria própria.

Foi utilizada a Equação 11 e as informações da Tabela 3 para determinar a primeira e a segunda frequência natural da viga na condição engastada-livre.

Tabela 3 - Tabela de características para uma viga engastada-livre.

 Engastada-livre	Frequência ponderada	
	1.87510407	$\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x$
4.69409113		
7.85475744	$-\sigma_n (\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x)$	
10.99554073		
14.13716839		
$\frac{(2n - 1)\pi}{2}$	for $n > 5$	

Fonte: Adaptado de Inman (1994).

Assim, obtendo a frequência natural da viga por métodos teóricos, esses resultados foram comparados com os resultados de elementos finitos obtidos através do programa *Ansys*.

Para calcular a primeira e a segunda frequência natural dessa viga, foi utilizado os valores de β , obtidos através de:

$$1^\circ \text{ modo de vibrar: } \beta_1 L = 1.87510407, \quad (15)$$

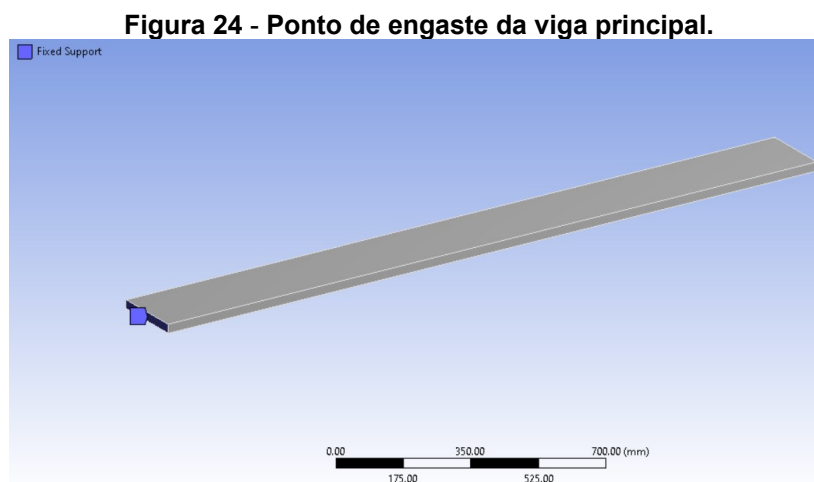
$$2^\circ \text{ modo de vibrar: } \beta_2 L = 4.69409113. \quad (16)$$

A viga foi modelada utilizando o programa *SolidWorks* e então simulada através do *Ansys*. Deste modo, as análises feitas no *Ansys Workbench* foram:

- Análise Modal;
- Análise Harmônica.

3.2.1 Análise Modal

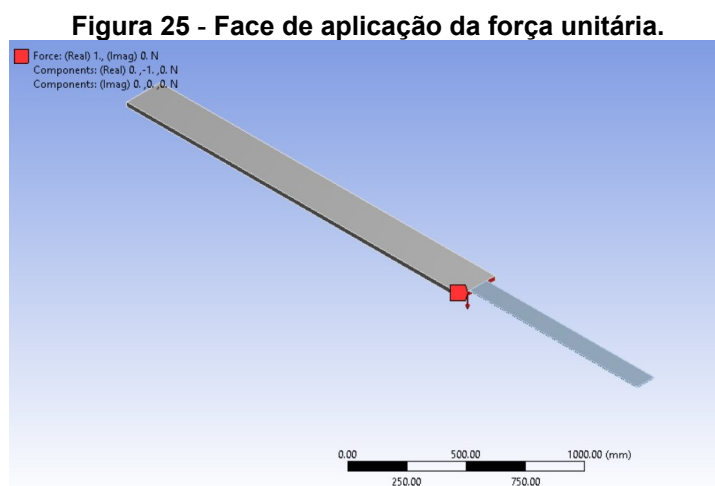
A análise modal consiste em obter os resultados de frequência natural para o sistema da viga. Para isso, é fixada uma das faces extremas da viga para representar a condição de contorno engastada-livre, conforme ilustrado na Figura 24.



Fonte: Autoria própria.

3.2.2 Análise Harmônica

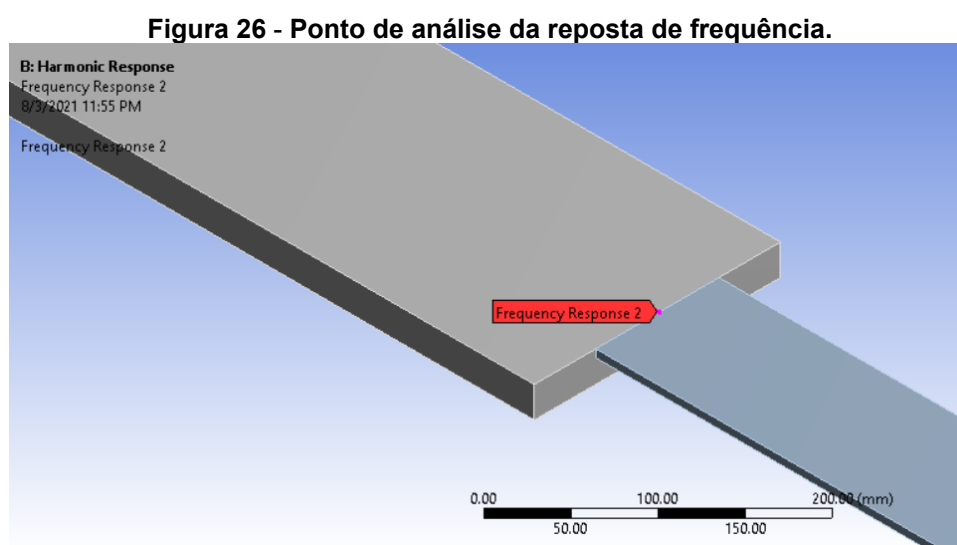
A análise harmônica, representa a análise de resposta forçada, e sendo assim, foi utilizada para simular a função resposta em frequência da estrutura. Para tanto, a condição de engaste da análise modal será carregada também para essa análise. No entanto, também foi adicionado uma força unitária de 1N na face livre da viga, como ilustrado na Figura 25.



Fonte: Autoria própria.

Além disso, o método de cálculo da solução utilizado pelo *Ansys Mechanical* foi o completo, contando com 100 pontos de análise de frequência em uma faixa de 0 a 10hz, contemplando pontos de frequência que variaram a cada 0,1 Hz.

O ponto de análise da resposta foi exatamente a extremidade livre da viga principal em seu centroide, para que não houvessem variações devido a torção. Nesse sentido, o eixo de análise foi somente o deslocamento em Y. A Figura 26 apresenta o ponto de análise da resposta.



Fonte: Autoria própria.

3.2.3 Análise de Malha e Elementos

Os resultados das frequências naturais da viga foram comparados, através da análise modal, variando o tamanho da malha no modelo de elementos finitos, a fim de ser feito o estudo do refinamento da malha, onde os elementos das malhas de comparação tinham tamanho de 20 mm, 10 mm e 5 mm. Sendo avaliado a diferença com o modelo teórico e o tempo de obtenção dos resultados para posterior padronização do tamanho da malha.

Todos os elementos sólidos foram baseados no modelo criado a partir do *SolidWorks* que então foi exportado ao *Ansys*. Assim, as condições de elementos e uniões do ADV a viga principal fora mantida nesse mesmo padrão.

3.3 PROJETO DO ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO SEM AMORTECIMENTO

A fim de reduzir a vibração da viga de Euler-Bernoulli que foi analisada, foram dimensionados ADV's do tipo passivo. Esse ADV também é uma viga, porém com dimensões diferentes da viga principal, e, portanto, foi estudado o comportamento dos 4 ADV's com dimensões conforme apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Absorvedores dinâmicos de vibração tipo viga de Euler-Bernoulli.

ADV / DIM.	B [mm]	H [mm]	L [mm]
ADV 1	100	H1	1000
ADV 2	125	H2	1250
ADV 3	150	H3	1500
ADV 4	175	H4	1750

Fonte: Autoria própria.

Foram arbitrados valores de comprimento (L) e largura (B), onde essas dimensões seguem a teoria de Euler-Bernoulli. Além disso, usando a Teoria de Euler-Bernoulli, a altura da viga pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$H = \sqrt{\frac{w_1^2 12 \rho}{\beta_1^4 E}}. \quad (17)$$

Os ADV's foram modelados partindo da teoria de Rao (2018), onde esses ADV's devem ter a mesma frequência natural da viga em estudo, conforme:

$$w_{1,VIGA\ PRINCIPAL} = w_{1,ADV}. \quad (18)$$

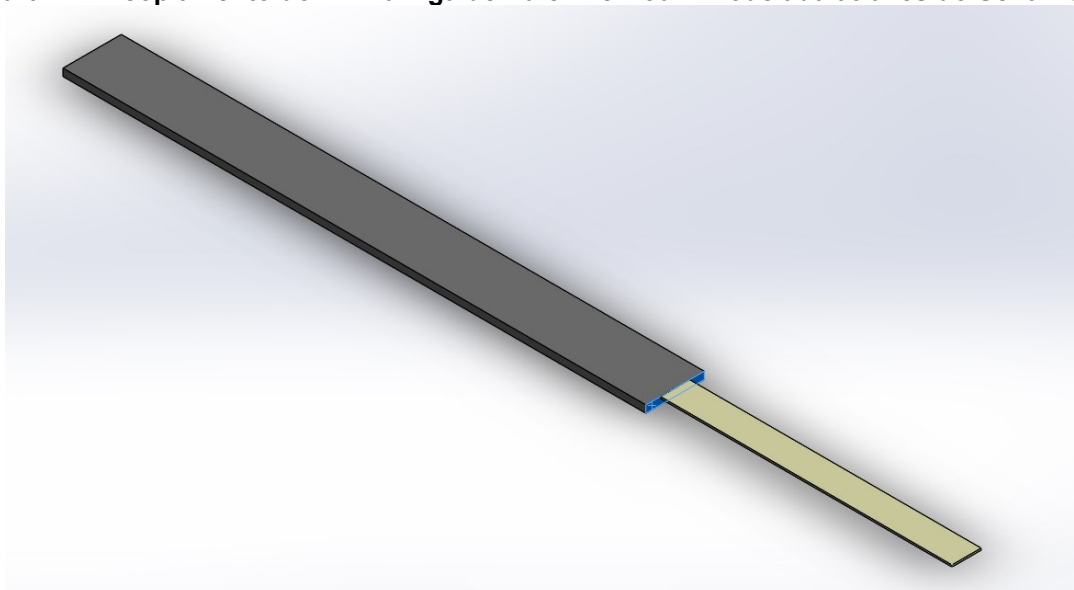
Com isso, após o cálculo teórico da altura (H) de cada um dos ADV's, então modelados no *SolidWorks* e simulados no *Ansys*, a fim de comparar a frequência encontrada via teoria e via elementos finitos.

3.4 MONTAGEM DA VIGA DE EULER COM O ADV

A principal análise foi feita acoplando cada um dos 4 ADV's na viga principal. Para isso, com o *SolidWorks* foram modeladas essas montagens. A Figura 27 ilustra a montagem da viga principal em cinza com o ADV 1 em amarelo escuro, onde o acoplamento entre as duas estruturas foi feito pelo contato entre duas faces, e a face superior do ADV e da viga são coincidentes, sendo assim, todas as demais montagens seguiram o mesmo padrão.

Logo após, com o auxílio do *Ansys*, foram feitas as análises modal e harmônica a fim de simular o efeito do ADV's, na resposta da estrutura principal (viga base).

Figura 27 - Acoplamento do ADV a viga de Euler-Bernoulli modelada através do *SolidWorks*.



Fonte: Autoria própria.

3.5 AMORTECIMENTO

O amortecimento foi um parâmetro importante da análise, onde foram demonstrados os resultados de amplitude ideais para a nossa viga. Nesse sentido, para efeitos da análise de elementos finitos, foi utilizado o amortecimento de Rayleigh juntamente da constante de amortecimento ótimo, usando as equações 13 e 14 para encontra-se α e γ .

A primeira análise de amortecimento foi feita calculando os valores das constantes de Rayleigh para uma razão de amortecimento de 0,1, ou seja 10% de

amortecimento apenas no ADV, e uma razão de amortecimento na viga principal de 0,01, ou seja, 1%.

De outro modo, para inserir o amortecimento de Rayleigh nas montagens, foram aplicadas as constantes apenas no ADV, simulando o caso do sistema massa-mola de Rao (2018), assim, para o cálculo das constantes, foi utilizado apenas das frequências naturais dos ADV's. Outra variável importante para o cálculo das constantes é a razão de amortecimento ótimo, que foi calculada através da Equação 10.

De acordo com Rao (2018) para que o ADV seja o mais eficiente, é necessário que a condição dada pela Equação 9 seja satisfeita, ou seja:

$$W_{1,ADV} = \frac{1}{1 + \mu} W_{1,VIGA\ PRINCIPAL} \cdot \quad (19)$$

Com isso, os valores de altura(H) dos ADV's foram calculados através da Equação 17, porém, com uma frequência natural conforme a Equação 19 mostrada. Logo após, os ADV foram simulados com o *Ansys* e os resultados de frequência dos novos ADV's com a análise modal foram comparados com os resultados da teoria. Esses novos ADV's receberão a nomenclatura de ADV's ótimos.

Para aplicar o amortecimento ótimo nesses ADV's ótimos na análise de elementos finitos, os valores calculados de α e β foram inseridos no software *Ansys Workbench*, na guia de Engineering Data, onde foi criado um material específico para os ADV's, que tem as mesmas características da viga principal, porém com a adição das constantes de amortecimento de Rayleigh. Do mesmo modo, foi considerado ainda, um amortecimento de 1% para a viga principal, sendo assim, foram calculadas as constantes de Rayleigh para a viga através das frequências naturais da viga e criado um material específico de mesmas características também para a viga.

A Figura 28 demonstra a aba de Engineering Data, onde foram inseridos esses valores, (a) é o valor resultante de α e (b) é o valor resultante de γ .

Figura 28 - Inserção das constantes alfa e beta no Engineering Data do Ansys Workbench.

Properties of Outline Row 4: Structural Steel - ADV				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
2	Material Field Variables	Table		<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
3	Density	7850	kg m ⁻³	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
5	Coefficient of Thermal Expansion	1.2E-05	C ⁻¹	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
6	Damping Factor (α)			<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
7	Mass-Matrix Damping Multiplier	(a)		<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
8	Damping Factor (β)			<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
9	k-Matrix Damping Multiplier	(b)		<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
10	Isotropic Elasticity			<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
11	Derive from	Young's Modulus an...		<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
12	Young's Modulus	2E+11	Pa	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
13	Poisson's Ratio	0.3		<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
14	Bulk Modulus	1.6667E+11	Pa	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
15	Shear Modulus	7.6923E+10	Pa	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

Fonte: Autoria própria.

Por fim, esses novos ADV's foram acoplados a estruturas e finalmente foi feita a análise modal e harmônica desse sistema com amortecimento ótimo, e então foi feita a comparação de amortecimento usando os valores ótimos calculados e com um amortecimento de 10% aplicado anteriormente.

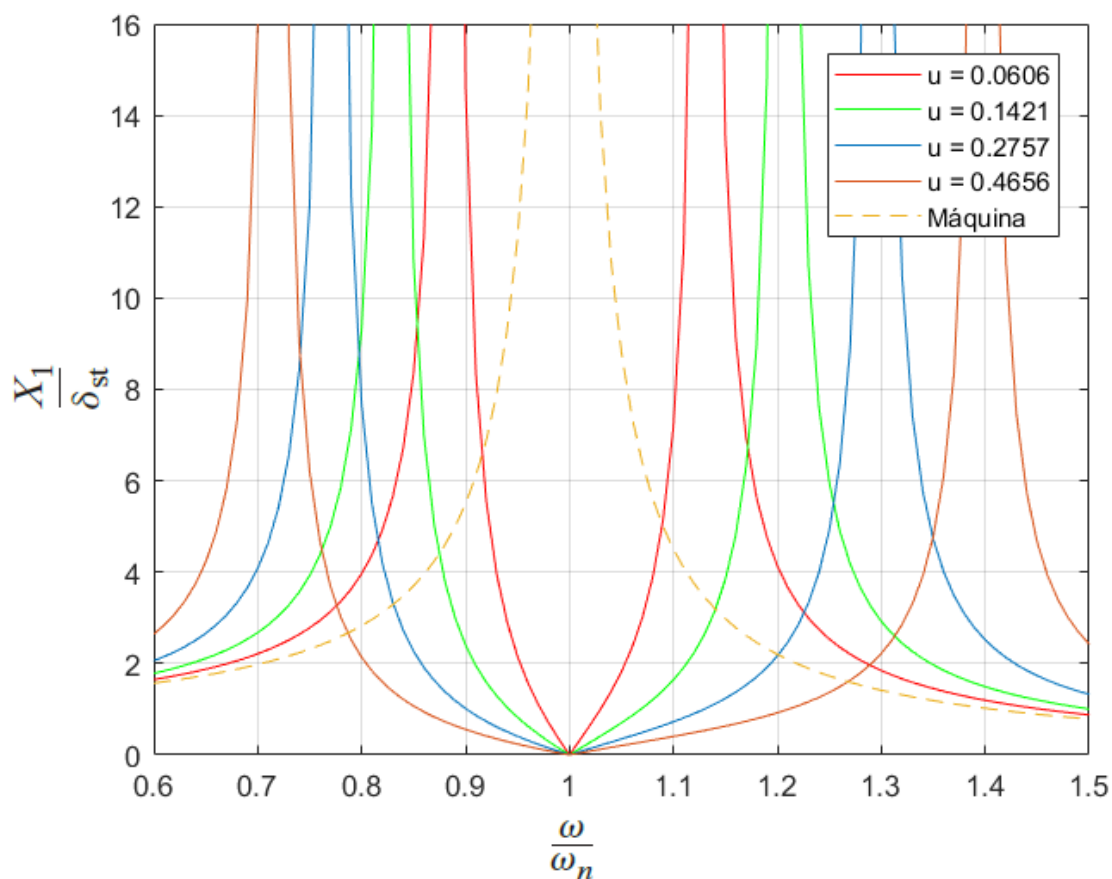
4 RESULTADOS

Nesse capítulo serão apresentados os resultados encontrados através da teoria e da simulação por elementos finitos, tanto para o sistema massa-mola quanto para a viga com o ADV acoplado.

4.1 SISTEMA MASSA-MOLA

Na Figura 29, são apresentados os resultados de um sistema massa mola com ADV não ótimo e sem amortecimento.

Figura 29 - Variação da massa do ADV não ótimo para um sistema massa-mola sem amortecimento.

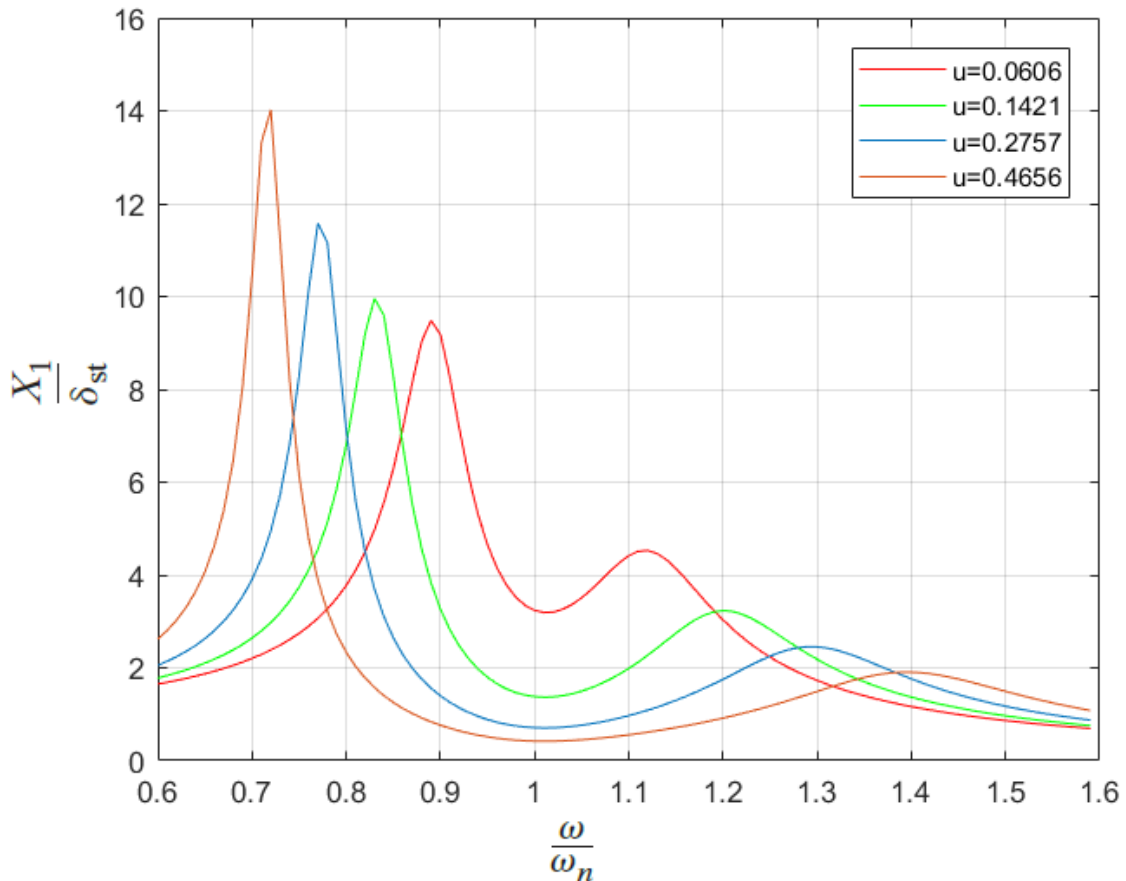


Fonte: Autoria própria.

Pode se notar que, como a estrutura com o ADV não possui amortecimento, as duas amplitudes nas faixas da frequência natural tendem ao infinito.

Através da Equação 7 proposta por Rao (2018) e com o auxílio do *Matlab* foi possível plotar os gráficos referentes a variação da massa do ADV para o mesmo sistema massa-mola com razão de amortecimento de $\zeta = 0.1$ e razão de frequência $f = 1$, a Figura 30 apresenta os resultados encontrados.

Figura 30 - Variação da massa do ADV não ótimo para um sistema massa-mola com amortecimento não ótimo.



Fonte: Autoria própria.

Pela análise da Figura 30 é possível notar que, conforme aumenta-se a massa do ADV, os espaçamentos entre os picos de frequência também vão ficando maiores. Desse modo, como os picos representam frequências naturais, então, quanto mais longe esses picos estiverem melhor, pois assim o sistema terá maior estabilidade na frequência natural quando não existia o ADV, ou seja, para $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$, e assim o sistema terá menores amplitudes de vibração.

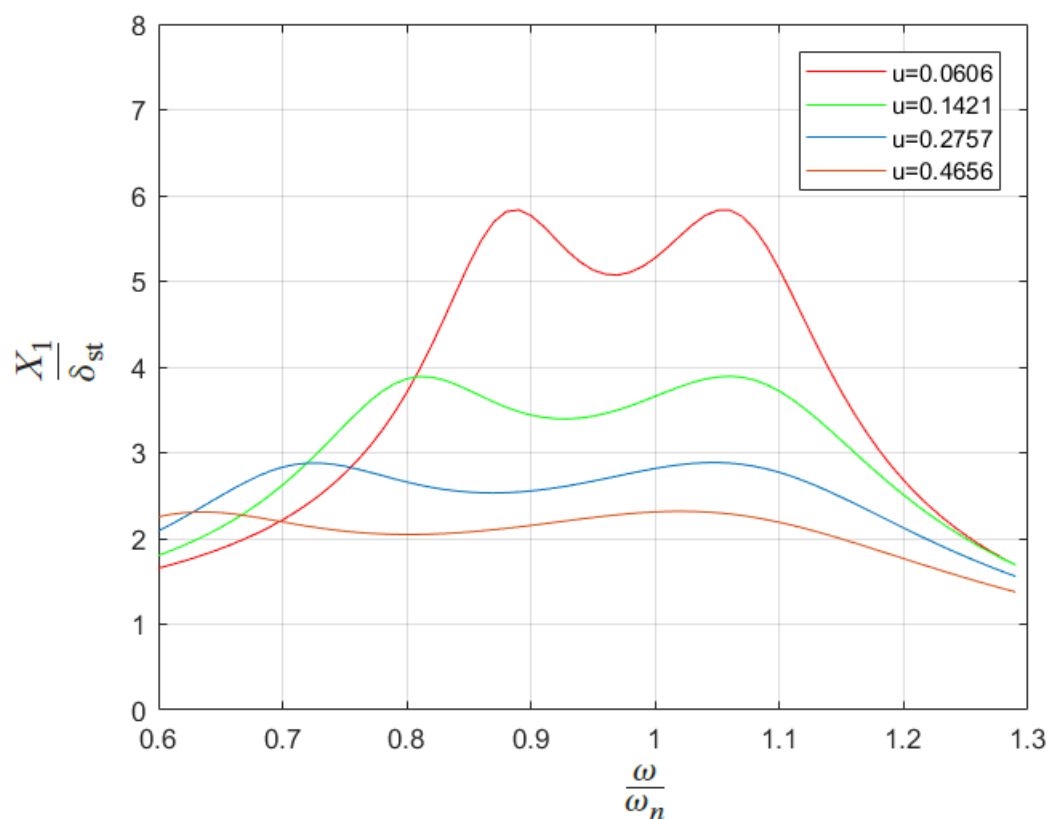
Outro ponto importante a ser observado é o efeito do amortecimento. Nesse sentido, para o sistema plotado acima, foi considerando um amortecimento de $\zeta = 0.1$ e $f = 1$ para todos, sendo assim, como ainda não está sendo aplicando o

amortecimento ótimo proposto por Rao (2018), o que acontece é que quanto maior a massa, maior é o pico de amplitude, e ainda, maior fica a diferença entre o primeiro e o segundo pico de frequência. Sendo assim, o sistema irá sofrer com fenômenos de aumento da amplitude da vibração ao passar por esses picos cada vez maiores.

Em suma, a análise da Figura 30 ilustra que, com o aumento da massa do ADV, os picos de vibração ficam maiores e mais afastados.

Na Figura 31, está apresentado o mesmo sistema, porém, com a integração do cálculo do amortecimento ótimo proposto por Rao (2018), através das equações 9 e 10.

Figura 31 - Variação da massa do ADV ótimo para um sistema massa-mola com amortecimento ótimo.



Fonte: Autoria própria.

A partir da Figura 31 pode-se verificar alguns fenômenos recorrentes da aplicação do amortecimento ótimo já debatidos por Rao (2018), como por exemplo, a equivalência entre os picos de amplitude de vibração na faixa da frequência natural para cada uma das montagens. Desta forma, a máquina vibrará menos quando passar por essas frequências.

Outro fenômeno que deve ser notado é sobre a amplitude de vibração que decai conforme aumenta-se a massa do ADV. Porém, logicamente deve-se ponderar esse aumento de massa ao espaço físico que ele ocupará, sendo assim, em um caso real, deve ser avaliado o espaço máximo que o ADV ocupará.

4.2 VIGA PRINCIPAL SEM ADV

Aplicando a Equação 11 e usando o parâmetro Beta referente a condição de contorno engastada-livre da Figura 25, pode-se determinar as 2 primeiras frequências naturais da viga engastada. A mesma viga, foi então modelada via *SolidWorks* e então analisada por elementos finitos via *Ansys*. A comparação dos resultados teóricos numéricos e da análise modal é apresentada na Tabela 5.

Tabela 5 - Comparação dos resultados teóricos e de elementos finitos para as frequências naturais de uma viga de Euler Bernoulli.

VIGA DE EULER BERNOULLI	TEÓRICO	ANSYS	DIFERENÇA
w1 [Hz]	5,0961	5,1265	0,5930%
w2 [Hz]	31,9369	32,098	0,5019%

Fonte: Autoria própria.

Como a diferença apresentada entre os dois modelos é pequena, pode-se então confirmar a validação entre o cálculo teórico e a análise de elementos finitos para a viga. Com isso, foi decidido atenuar a amplitude da primeira frequência natural da viga. Portanto, foram projetados ADV's do tipo viga os quais tivessem a mesma primeira frequência natural da nossa viga principal.

4.2.1 Análise das Malhas de Elementos Finitos

A fim de verificar a disparidade entre o refinamento da malha para o cálculo por elementos finitos pela análise modal, foram avaliados os resultados da primeira e da segunda frequência natural da viga para 3 malhas distintas, conforme os resultados da Tabela 6.

Tabela 6 - Comparação das frequências naturais de uma viga por elementos finitos variando o tamanho da malha

VIGA DE EULER BERNOULLI	Malha 1: 20mm	Malha 2: 10mm	Malha 3: 5mm
w1 [Hz]	5,1324	5,1265	5,1224
w2 [Hz]	32,1204	32,0980	32,0604
Tempo [s]	152	547	1498

Fonte: Autoria própria.

Percebe-se que as frequências naturais da viga vão diminuindo conforme foi diminuído o tamanho da malha, porém a diferença se tornou quase insignificativa e o tempo para calcular a resposta aumentou substancialmente. Portanto, para todas as demais simulações foi optado pela utilização da malha de 10mm.

4.3 ADV'S PASSIVOS TIPO VIGA NÃO AMORTECIDOS

Em um primeiro momento, foi calculado, conforme a Equação 12, a espessura para os 4 ADV's com diferentes dimensões propostos. A frequência natural desses ADV's foi projetada para ser a mesma da viga principal, sendo assim tem-se que $f = 1$. Na Tabela 7 estão as dimensões calculadas.

Tabela 7 - Resultados das Dimensões dos ADV's tipo Viga de Euler-Bernoulli não ótimos.

DIMENSÕES PARA $F = 1$	B [mm]	H [mm]	L [mm]	MASSA [kg]	u [%]
ADV - 1	100	6,2500	1000	4,9062	6,25%
ADV - 2	125	9,7656	1250	11,9781	15,26%
ADV - 3	150	14,0625	1500	24,8378	31,64%
ADV - 4	175	19,1406	1750	46,0152	58,62%

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 8 são apresentadas as comparações dos resultados da primeira frequência natural dos ADV's, tanto para o modelo teórico como os resultados das análises modais.

Tabela 8 - Comparação dos resultados teóricos e de elementos finitos para a primeira frequência natural dos ADV's tipo viga de Euler Bernoulli não ótimos.

PRIMEIRA FREQ. NATURAL	TEÓRICO	ANSYS	DIFERENÇA
ADV - 1: w1 [Hz]	5,0961	5,1751	1,5265%
ADV - 2: w1 [Hz]	5,0961	5,1502	1,0504%
ADV - 3: w1 [Hz]	5,0961	5,1424	0,9004%
ADV - 4: w1 [Hz]	5,0961	5,1169	0,4065%

Fonte: Autoria própria.

Houve uma leve diferença entre a análise modal em comparação com a teoria. Nesse sentido, o principal fator que acarreta a essa diferença entre os resultados são o número de casas decimais utilizadas para a modelagem desses ADV's. Desse modo, aqui estão sendo utilizados apenas 2 casas decimais para a dimensão da altura encontrada para criar o nosso modelo via *SolidWorks* e depois simulá-lo com o *Ansys*.

4.4 MONTAGEM DA VIGA PRINCIPAL COM OS ADV'S NÃO ÓTIMOS

Foi feita a análise modal do sistema, onde as montagens representam o acoplamento de cada um dos quatro ADV's projetados na viga principal. A Tabela 9 apresenta os resultados.

Tabela 9 - Resultados da análise modal das montagens da viga principal com os ADV's não ótimos.

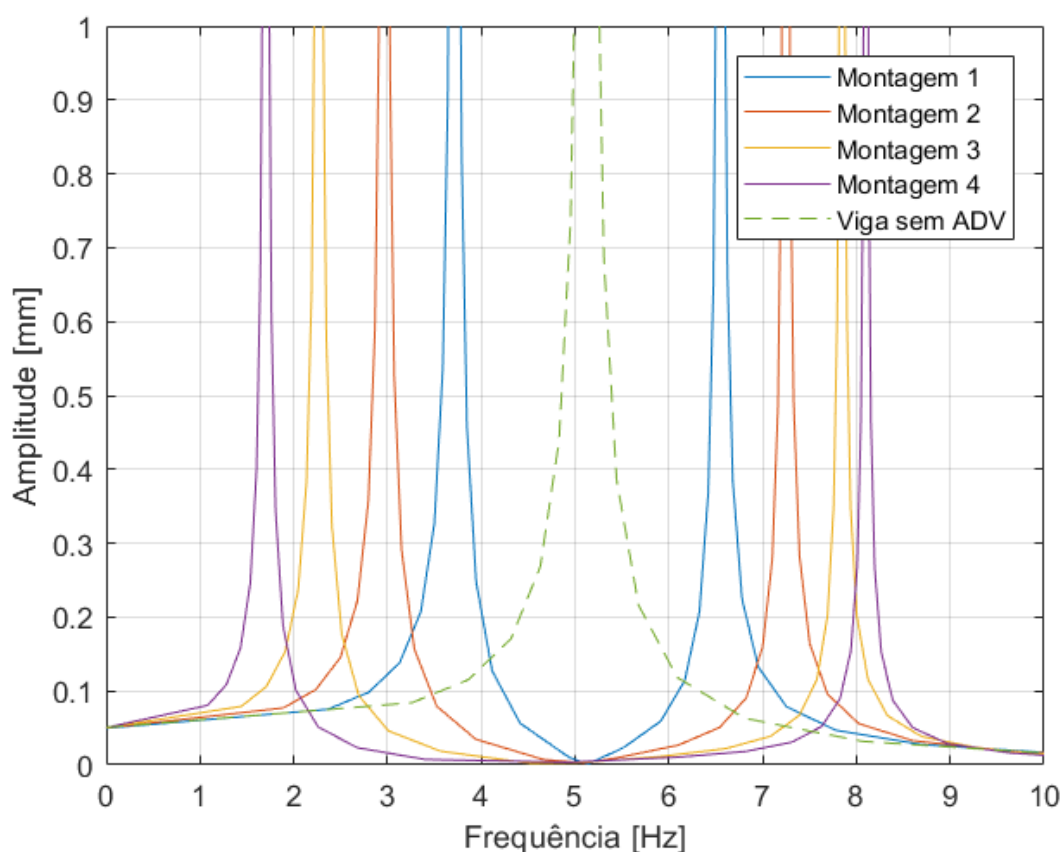
	Montagem 1	Montagem 2	Montagem 3	Montagem 4
w1 [Hz]	3,7159	2,9675	2,2678	1,7022
w2 [Hz]	6,5492	7,2465	7,8465	8,1012

Fonte: Autoria própria.

Pela análise da Tabela 9 é possível notar a diminuição da amplitude na faixa da primeira frequência natural da viga principal que é de 5.0965Hz em duas novas frequências, uma menor e outra maior. Esse é o fenômeno natural que acontece quando se acopla um ADV a nossa viga principal.

A Figura 32 apresenta os resultados das análises harmônicas feitas para cada uma das 4 montagens, no campo da amplitude e da frequência para uma força unitária no eixo Y na ponta livre da viga principal, os pontos resultantes da análise de elementos finitos foram plotados com o uso do *Matlab*.

Figura 32 - Montagem da viga principal + ADV's tipo viga de Euler-Bernoulli sem amortecimento.



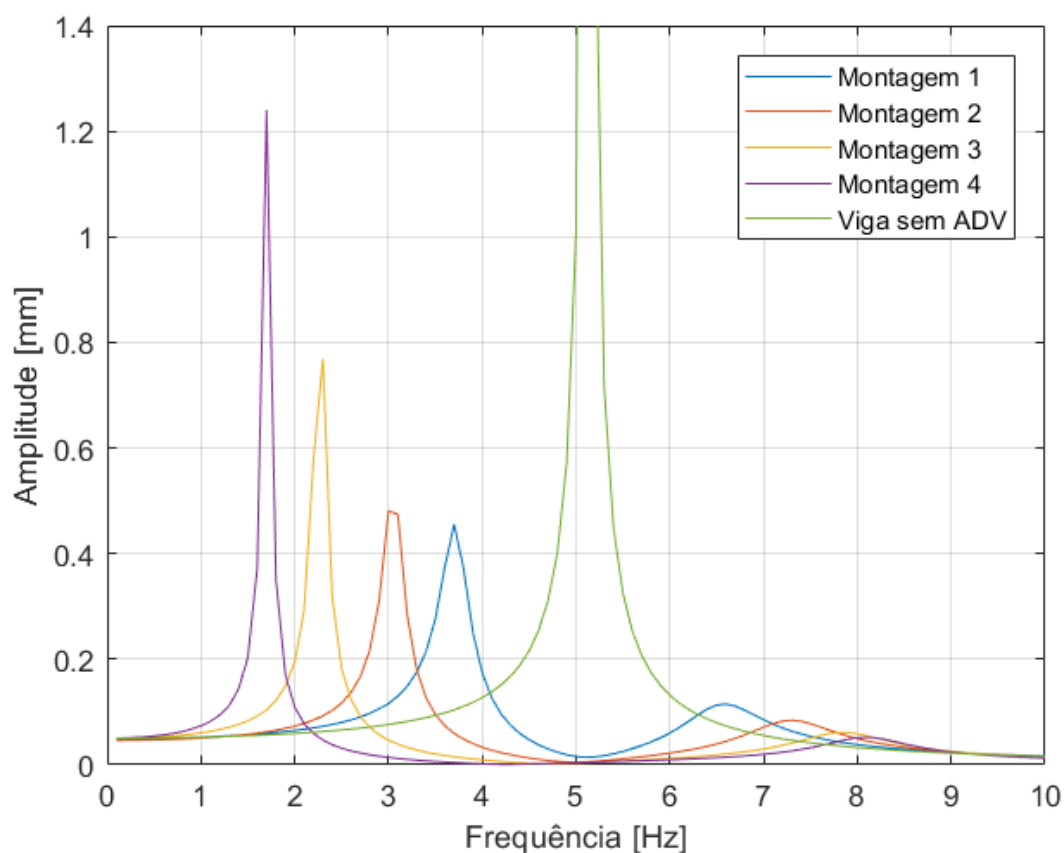
Fonte: Autoria própria.

Nesse sentido, é possível observar que as amplitudes nas faixas de frequência natural, avaliadas na Tabela 9, tendem ao infinito pois nesse sistema ainda não está sendo considerado um amortecimento. Ainda assim, é possível observar o mesmo fenômeno apresentado no sistema massa-mola de Rao (2018), onde, conforme aumenta-se a massa do ADV, ocorre um espaçamento das suas frequências naturais em relação a frequência natural da viga principal.

4.4.1 Montagem da Viga Principal Com os ADV's do Tipo Viga Com Amortecimento

Considerando uma razão de amortecimento de $\zeta = 0.1$, ou seja, 10% de amortecimento, e por conseguinte, calculando as constantes de Rayleigh para inserção no *Ansys*, os resultados de amplitude de vibração estão apresentados na Figura 33.

Figura 33 - Montagem da viga principal + ADV's tipo viga de Euler-Bernoulli com amortecimento não ótimo.



Fonte: Autoria própria.

É possível observar através da Figura 33 que, com a inserção do amortecimento ao sistema, as amplitudes já não são infinitas na faixa da frequência natural para cada uma das montagens. Porém, a amplitude de vibração na primeira frequência natural ainda é muito alta. Além disso, as montagens apresentam o mesmo fenômeno do sistema massa-mola, onde conforme aumenta-se a massa, a primeira frequência natural das montagens vai tendo uma amplitude cada vez mais alta.

4.5 ADV'S PASSIVOS TIPO VIGA ÓTIMOS

Como observado, as frequências naturais das montagens da viga principal com os ADV's são extremamente grandes caso o sistema não possua amortecimento. Deste modo, foi inserido no sistema o amortecimento ótimo.

Para tanto, primeiro deve-se modificar os ADV's, para que fiquem de acordo com as Equações 9 e 10 propostas por Rao (2018). Nesse sentido, foram calculados os valores de μ e f para cada um dos sistemas, o resultado está na Tabela 10.

Tabela 10 - Resultado de μ e f para cada montagem.

	Montagem 1	Montagem 2	Montagem 3	Montagem 4
μ	0,063	0,153	0,317	0,585
f	0,941	0,867	0,759	0,631

Fonte: Autoria própria.

Com o valor de f , voltou-se ao cálculo da dimensão da altura (H) do ADV. Porém, ao invés de ser calculado um ADV com a mesma frequência da viga principal, foi calculado um ADV conforme a Equação 19. As dimensões atualizadas dos ADV's estão na Tabela 11.

Tabela 11 - Dimensões ótimas dos ADV's tipo viga de Euler-Bernoulli.

	b [mm]	h [mm]	L [mm]	MASSA [kg]	u [%]
ADV - 1	100	5,8813	1000	4,6168	5,88%
ADV - 2	125	8,4668	1250	10,3851	13,23%
ADV - 3	150	10,6734	1500	18,8520	24,02%
ADV - 4	175	12,0777	1750	29,0356	36,99%

Fonte: Autoria própria.

Com isso, foi feita a nova modelagem dos ADV's e feita a análise modal de elementos finitos via *Ansys*. Na Tabela 12 estão as comparações dos resultados de frequência natural calculados teoricamente com os resultados obtidos nas simulações.

Tabela 12 - Comparação dos resultados teóricos e de elementos finitos para as frequências naturais dos ADV's ótimos tipo viga de Euler Bernoulli.

PRIMEIRA FREQ. NATURAL	TEÓRICO	ANSYS	DIFERENÇA
ADV - 1: w1 [Hz]	4,7955	4,8315	0,75%
ADV - 2: w1 [Hz]	4,4183	4,4501	0,71%
ADV - 3: w1 [Hz]	3,8681	3,8935	0,65%
ADV - 4: w1 [Hz]	3,2157	3,2369	0,65%

Fonte: Autoria própria.

A partir disso foi feita a análise modal do sistema com o *Ansys*, e a Tabela 13 contém os resultados.

Tabela 13 - Resultados das análises modais das montagens ótimas.

	Montagem Ótima 1	Montagem Ótima 2	Montagem Ótima 3	Montagem Ótima 4
w1 [Hz]	3,6686	2,9579	2,3401	1,8671
w2 [Hz]	6,2421	6,5239	6,4625	6,0496

Fonte: Autoria própria.

4.5.1 Razão de Amortecimento Ótimo Para os ADV's e Constantes de Rayleigh

Com isso, o cálculo da razão de amortecimento ótimo proposto por Rao (2018), segundo a Equação 10 foi realizado. Os resultados das constantes de Rayleigh estão apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 - Valores das constantes para o amortecimento ótimo das montagens ótimas.

	μ	ξ	α	γ
Montagem Ótima 1	0,0592	0,1363	7,1361	0,0014
Montagem Ótima 2	0,1322	0,1851	8,9151	0,0021
Montagem Ótima 3	0,2402	0,2172	9,1684	0,0023
Montagem Ótima 4	0,3701	0,2321	8,1483	0,0031

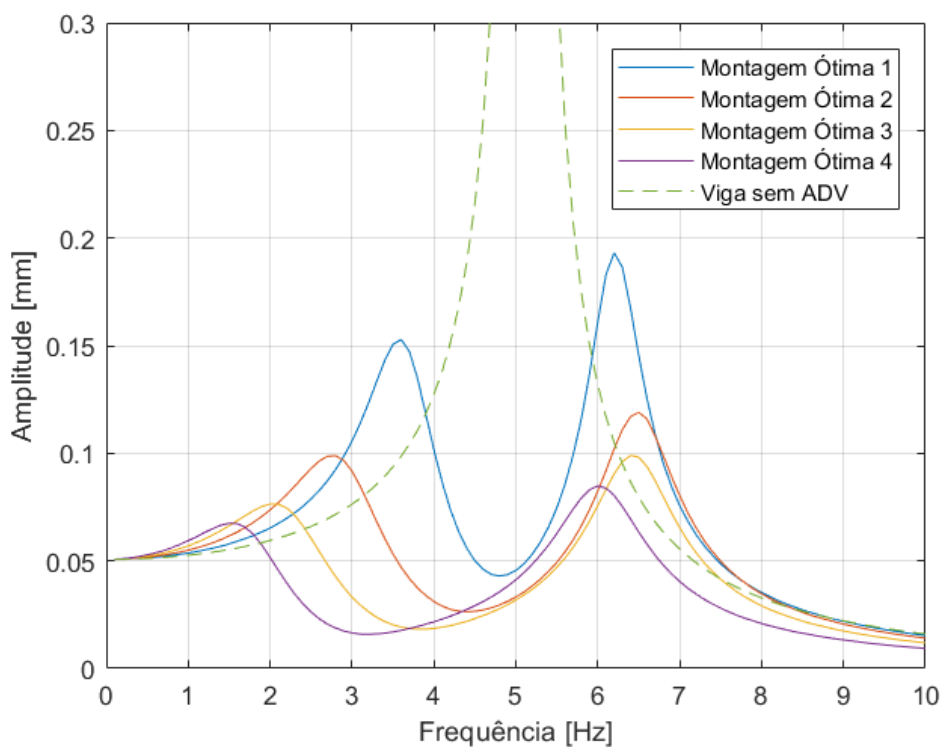
Fonte: Autoria própria.

4.6 MONTAGEM VIGA E ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO ÓTIMOS

Os resultados das constantes de Rayleigh foram inseridos no programa de análise por elementos finitos *Ansys* e então foram realizadas as análises harmônicas, já com as montagens dos ADV's na viga de Euler-Bernoulli principal.

Na Figura 34 são apresentados os resultados da análise harmônica com a inclusão das constantes de Rayleigh calculadas utilizando da razão do amortecimento ótimo.

Figura 34 - Análise harmônica das montagens com ADV's ótimos e amortecimento ótimo.

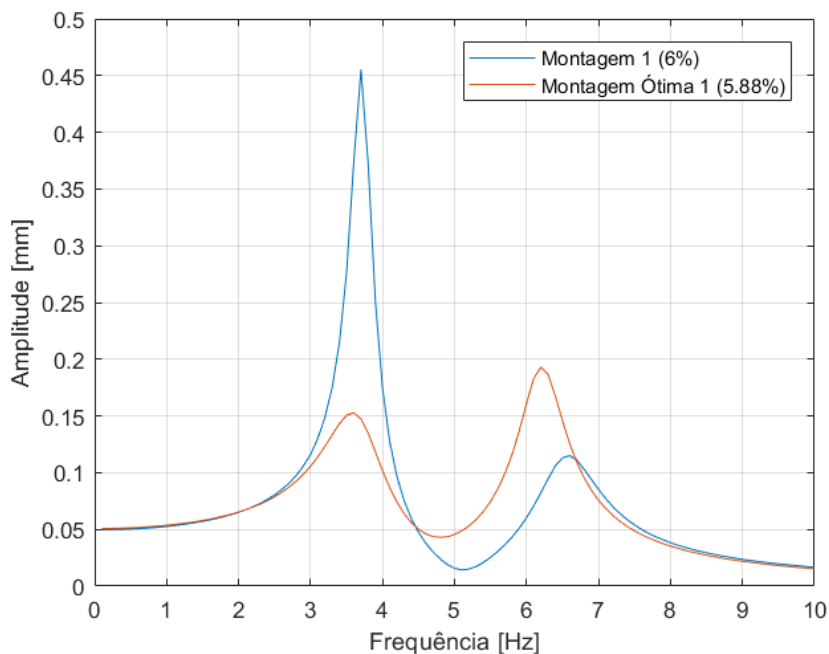


Fonte: Autoria própria.

Pela análise da Figura 34, comparando-a com a Figura 33, é possível notar um decréscimo muito grande nas amplitudes de vibração, sendo assim, fica comprovado a maior eficiência do ADV ótimo. No entanto, era esperado que os dois picos de amplitudes de vibração para cada montagem ficassem iguais, como mostrado no sistema massa-mola. Isso pode não ter acontecido devido a diferença de valores utilizados na modelagem do sistema com relação aos encontrados no *Matlab*, além de é claro, refinamento da malha da nossa montagem para as análises por elementos finitos.

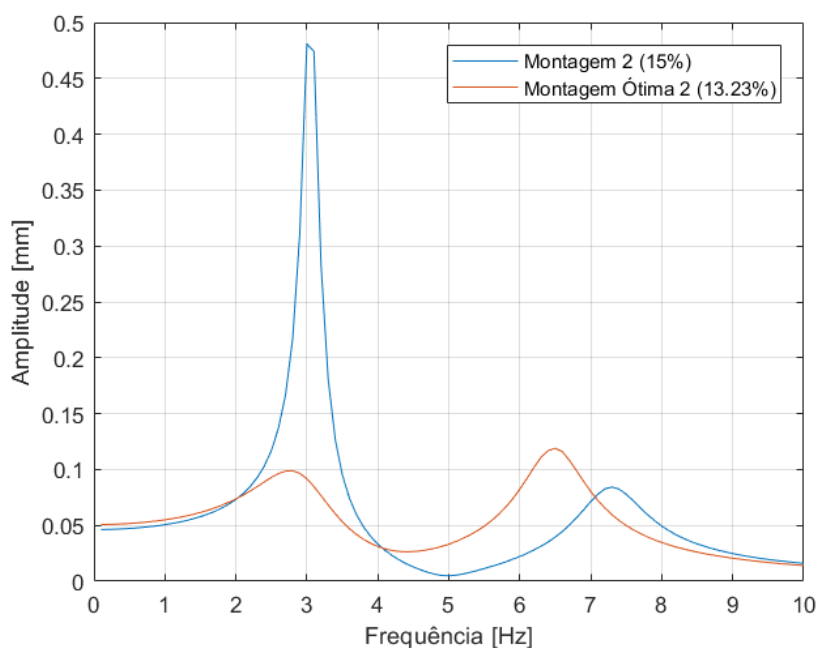
Com os resultados obtidos, é possível também fazer uma comparação de cada uma das montagens, antes com um amortecimento não ideal, e com o amortecimento ideal. As imagens comparativas de cada montagem podem ser visualizadas nas figuras 35, 36, 37 e 38.

Figura 35 - Diferença da análise harmônica para montagem 1.

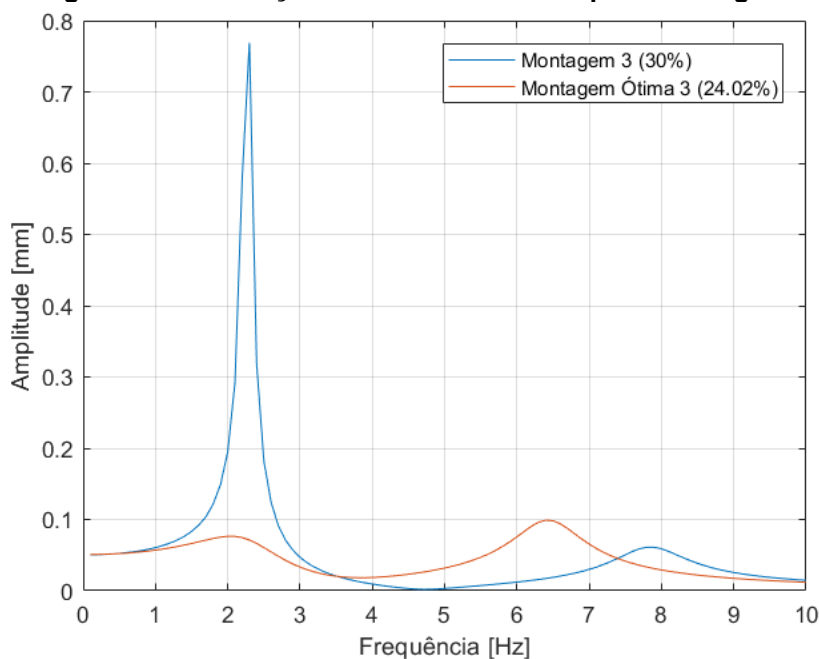


Fonte: Autoria própria.

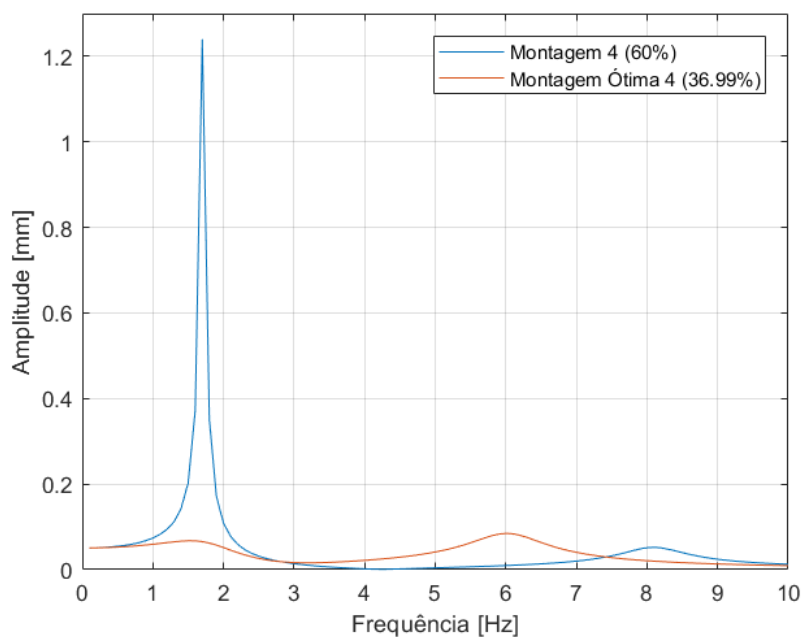
Figura 36 - Diferença da análise harmônica para montagem 2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 37 - Diferença da análise harmônica para montagem 3.

Fonte: Autoria própria.

Figura 38 - Diferença da análise harmônica para montagem 4.

Fonte: Autoria própria.

Através da análise das figuras acima, é possível notar que além de haver uma redução da massa do ADV, houve também uma diminuição muito grande nas amplitudes de vibração na faixa da primeira frequência natural.

O grande contraponto dessas novas montagens é que apesar da grande diminuição na amplitude de vibração, houve ainda assim, um aumento na amplitude

de vibração na faixa da primeira frequência natural da viga, que é de 5.0961Hz. Todavia, esse aumento não é substancial em relação ao decréscimo da amplitude de vibração na faixa da primeira frequência natural do sistema. Sendo assim, é muito relevante aplicar o amortecimento ótimo ao sistema pois as amplitudes de vibração foram diminuídas.

É possível notar que o modelo de amortecimento de Rayleigh, que prevê um amortecimento viscoso com base na matriz de massa e rigidez da estrutura, trouxe resultados de amplitude de vibração equivalente quando se analisa os dois picos de vibração que são as faixas das frequências naturais das montagens.

Ainda assim, é possível notar um desnivelamento entre as amplitudes de vibração. Nesse sentido, como já debatido, dentre os principais aspectos que podem ter gerado essa diferença, pode-se citar os seguintes: variação das dimensões calculadas teoricamente com as usadas para construção do modelo de elementos finitos, e ainda, a malha construída para as análises computacionais são de 10mm e foram utilizadas com relação ao poder computacional, porém o uso de menores malhas certamente refinaria o valor.

5 CONCLUSÃO

O estudo, análise e aplicação de um absorvedor dinâmico de vibração proposto nesse trabalho a fim de reduzir as amplitudes de vibração de uma viga de Euler-Bernoulli se mostrou coerente. Nesse sentido, comparando os resultados obtidos pelas montagens feitas com o comportamento do sistema massa-mola proposto por Rao (2018), pode-se perceber uma grande similaridade. Diante disso, é possível afirmar que os ADV's utilizados são efetivos no controle da primeira frequência natural da viga de Euler-Bernoulli principal, cumprindo com o objetivo principal do trabalho.

Para tanto, apesar de todos reduzirem a amplitude de vibração da primeira frequência natural da viga principal, pode-se notar, que para os casos de análise com a razão de amortecimento ótima, apesar do aumento significativo da massa do sistema, a amplitude de vibração sofreu pouca alteração. Desse modo, o ADV 1 ótimo sai ganhando, já que em termos de massa ele é o de menor, e mesmo assim a sua amplitude de vibração se equipara aos outros.

De outro forma, quando é analisado os resultados da análise harmônica das montagens com o amortecimento de Rayleigh, ocorre uma decréscimo na amplitude de vibração mais significativo com o aumento da massa, nesse caso, como para esse tipo de amortecimento está sendo considerando um tipo de amortecimento viscoso, com percas para o ar, é coerente que a amplitude irá diminuir mais significativamente, pois existirá mais material e o mesmo terá maior contato com o ar, pois as dimensões dos ADV's aumentam da montagem 1 para a montagem 4.

Além disso, através da análise dos gráficos das montagens com o uso do amortecimento de Rayleigh, foi possível verificar o efeito do amortecimento ótimo nas montagens, onde os picos de amplitude de vibração se igualavam, trazendo assim, mais estabilidade na estrutura, ou seja, para o caso de uma máquina, com o uso do amortecimento ótimo, os picos de amplitude não seriam tão grandes quando comparados com um amortecimento não ótimo.

REFERÊNCIAS

- BONSEL, J. H.; FEY, R. H. B.; NIJMEIJER, H. Application of a dynamic vibration absorber to a piecewise linear beam system. **Nonlinear Dynamics**, v. 37, n. 3, p. 227-243, 2004.
- BORTOLOTO, V. **Estudo de absorvedores dinâmicos do tipo massa-mola em sistemas mecânicos**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
- CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures**. Pearson Education India, 2007.
- COREIA, C. R. T. et al. **Aplicação de sistemas de absorvedores dinâmicos em estruturas**. 2018. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
- DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. Courier Corporation, 1985.
- GARBIN, N. L. S. et al. **Análise da resposta dinâmica de um sistema mecânico com amortecedor de massa passivo: um estudo experimental e numérico**. 2018. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
- HALLIDAY, D. R. R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica** vol.2: 8ª edição, 2008.
- HAN, S. M.; BENAROYA, H.; WEI, T. **Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories**. Journal of Sound and vibration, v. 225, n. 5, p. 935-988, 1999.
- INMAN, D. J.; SINGH, R. C. **Engineering vibration**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994.
- MARQUES, R. F. A. et al. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações ativos e adaptativos**. 2000.
- MARTINS, L. A. et al. **Projeto ótimo robusto de um absorvedor dinâmico de vibrações**. 2018. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 6th ed. Pearson Education 2018, 1 Lake Street, Upper Saddle River, 1291 p.

ROSA, R. C. **Redução de vibração em uma viga bi-apoiada com Neutralizador Dinâmico de Vibrações instalado.** Tecnia, v. 1, n. 1, p. 133-148, 2016.

SILVA, A. G. P. E.; DE FARIAS, W. P.; SOUTO, C. R. **Desenvolvimento de um Dispositivo Didático na Forma de Absorvedor Dinâmico de Vibrações Passivo Para uma Estrutura com 2 GDL.**

SUFIATTI, F. R.; STRESSER, J. F.; NOVAK, P. R. **Comparação Teórico Experimental da Resposta Dinâmica de um Sistema de um Grau de Liberdade Com e Sem Absorvedor Dinâmico de Vibração.** Artigo submetido ao CILAMCE 2019, Natal RN-Brasil, novembro 11-14.

APÊNDICE A – VARIAÇÃO DA MASSA COM ADV NÃO ÓTIMO SEM AMORTECIMENTO

Esse apêndice demonstra o código para o cálculo e a plotagem do gráfico referente a Figura 30 via *Matlab*:

```

clc
clear

mm = 0.0606;
f = 1;
c = 0;

for i = 1 : 150;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 - 1)*(g(i)^2 - f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y1(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.1421;
f = 1;
c = 0;

for i = 1 : 150;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 - 1)*(g(i)^2 - f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y2(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.2757;
f = 1;
c = 0;

for i = 1 : 150;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

```

```

a(i) = a1(i) + a2(i);

b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

b(i) = b1(i) + b2(i);

y3(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.4656;
f = 1;
c = 0

for i = 1 : 150;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y4(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.01
f = 1;
c = 999

for i = 1 : 150;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y5(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

plot(g,y1,'r',g,y2,'g',g,y3,g,y4,g,y5,'--');
legend('u = 0.0606','u = 0.1421','u = 0.2757','u = 0.4656','Máquina');
xlabel('w / w_n')
ylabel('X1 / Def_s')
grid
xlim([0.6 1.5]);
ylim([0 16]);

```

APÊNDICE B – VARIAÇÃO DA MASSA COM ADV NÃO ÓTIMO COM AMORTECIMENTO DE 10%

Esse apêndice demonstra o código para o cálculo e a plotagem do gráfico referente a Figura 31 via *Matlab*:

```

clc
clear

mm = 0.0606;
f = 1;
c = 0.1;

for i = 1 : 100;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 - 1)*(g(i)^2 - f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y1(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.1421;
f = 1;
c = 0.1;

for i = 1 : 100;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 - 1)*(g(i)^2 - f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y2(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.2757;
f = 1;
c = 0.1;

for i = 1 : 100;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

```



```

a(i) = a1(i) + a2(i);

b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

b(i) = b1(i) + b2(i);

y3(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.4656;
f = 1;
c = 0.1;

for i = 1 : 100;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y4(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

plot(g,y1,'r',g,y2,'g',g,y3,g,y4);
legend('u=0.0606','u=0.1421','u=0.2757','u=0.4656');

grid
xlim([0.6 1.6]);
ylim([0 16]);

```

APÊNDICE C – VARIAÇÃO DA MASSA COM ADV ÓTIMO COM AMORTECIMENTO ÓTIMO

Esse apêndice demonstra o código para o cálculo e a plotagem do gráfico referente a Figura 32 via *Matlab*:

```

clc
clear

mm = 0.0606;
f = 1 / (1 + mm);
c = sqrt ((3 * mm) / (8*((1+mm)^3)) );

for i = 1 : 70;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 - 1)*(g(i)^2 - f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y1(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.1421;
f = 1 / (1 + mm);
c = sqrt ((3 * mm) / (8*((1+mm)^3)) );

for i = 1 : 70;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 - 1)*(g(i)^2 - f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y2(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.2757;
f = 1 / (1 + mm);
c = sqrt ((3 * mm) / (8*((1+mm)^3)) );

for i = 1 : 70;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

```

```

a(i) = a1(i) + a2(i);

b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

b(i) = b1(i) + b2(i);

y3(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

mm = 0.4656;
f = 1 / (1 + mm);
c = sqrt ((3 * mm) / (8*((1+mm)^3)) );

for i = 1 : 70;
    g(i) = 0.59 + (0.01*i) ;
    a1(i) = (2*c*g(i))^2;
    a2(i) = ((g(i))^2 - f^2)^2;

    a(i) = a1(i) + a2(i);

    b1(i) = ((2*c*g(i))^2)*((g(i)^2)-1+(mm*(g(i)^2)))^2;
    b2(i) = ((mm*f^2*(g(i)^2))-((g(i)^2 -1)*(g(i)^2 -f^2)))^2;

    b(i) = b1(i) + b2(i);

    y4(i) = sqrt(a(i) / b(i))

end

plot(g,y1,'r',g,y2,'g',g,y3,g,y4);
legend('u=0.0606','u=0.1421','u=0.2757','u=0.4656');

grid
xlim([0.6 1.3]);
ylim([0 8]);

```

APÊNDICE D – CÁLCULO DA DIMENSÃO DA ALTURA DOS ADV'S TIPO VIGA DE EULER-BERNOULLI NÃO ÓTIMOS

Esse apêndice demonstra o código para o cálculo da dimensão da altura (H) através da Equação 19 via *Matlab*:

```
clc
clear
```

```
l = 2; %comprimento L é 2 metros
b = l / 10 %l / 10
h = l / 80 %l / 10;
```

```
B = 1.87510407 / (l); %B é igual a Beta, para a primeira frequência natural da tabela 6.6 Inman
```

```
E = 2 * (10^11); %E é o modulo de elasticidade e depende do material
```

```
p = 7850; %densidade do material
```

```
A = b*h; %area baseada na espessura(h) e largura(b);
```

```
I = ((b*(h^3)) / 12);
```

```
w1 = B^2 * (sqrt((E*I)/(p*A)));
```

```
w1hz = w1 / (2*pi);
```

```
m_sis = p*b*h*l
```

```
%ADV
```

```
l_adv= 1.5; %comprimento L do ADV
f=1
```

```
B1 = 1.87510407 / (l_adv);
```

```
h_adv = sqrt(((w1*f)^2 * 12 * p)/(B1^4 * E));
```

```
b_adv = l_adv / 10;
```

```
A1 = b_adv*h_adv
```

```
I1 = ((b_adv*(h_adv^3)) / 12)
```

```
w_adv = B1^2 * (sqrt((E*I1)/(p*A1)))
```

```
w_adv_hz = w_adv / (2*pi);
```

```
m_adv = p*h_adv*b_adv*l_adv
```