

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DANILO INÁCIO**

**CONTROLE DA TEMPERATURA DE UM BIORREATOR COM  
ORDEM FRACIONÁRIA UTILIZADO NA PRODUÇÃO DE ÁLCOOL**

**DISSERTAÇÃO**

**PONTA GROSSA**

**2021**

**DANILO INÁCIO**

**CONTROLE DA TEMPERATURA DE UM BIORREATOR COM  
ORDEM FRACIONÁRIA UTILIZADO NA PRODUÇÃO DE ÁLCOOL**

**TEMPERATURE CONTROL OF A FRACTIONAL ORDER  
BIOREACTOR USED IN ALCOHOL PRODUCTION**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tuset

**PONTA GROSSA**

**2021**



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Ponta Grossa**



DANILO INACIO

**CONTROLE DA TEMPERATURA DE UM BIORREATOR COM ORDEM FRACIONÁRIA UTILIZADO NA  
PRODUÇÃO DE ÁLCOOL**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Controle E Processamento De Energia.

Data de aprovação: 28 de Outubro de 2021

Prof Angelo Marcelo Tusset, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Clivaldo De Oliveira, Doutorado - Universidade Federal da Grande Dourados (Ufgd)

Prof.a Giane Goncalves Lenzi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 28/10/2021.

## RESUMO

Diversos impactos ambientais estão associados ao alto consumo de combustíveis fósseis. A matriz energética mundial é composta em sua maioria por fontes não renováveis, essa dependência relacionada a utilização intensa e exploração desenfreada desses recursos naturais, faz com que os níveis dos reservatórios diminuam cada vez mais. Neste cenário, o álcool surge como uma fonte de energia alternativa sustentável, sendo visto como positivo nas questões ambientais, por se tratar de uma substância renovável. A forma principal utilizada na produção do álcool é fermentação pela levedura *Saccharomyces cerevisiae* em um biorreator de tanque continuamente agitado, CSTR - *Continuous Stirred-Tank Reactor*. Uma variável importante para esse microrganismo é a temperatura, sendo que seu ponto ótimo para produção de álcool é 32°C. A análise dinâmica do processo foi realizada para o sistema sem controle de temperatura do biorreator e com controle de temperatura por fluxo da água na jaqueta para o controle do fluxo do refrigerante. Além disso, propõe-se considerar a troca de calor entre o biorreator e a jaqueta por meio da condução de calor em ordem fracionária. Em malha aberta, o biorreator de fermentação demora para estabilizar seu processo, neste ponto, a temperatura de estabilização fica em aproximadamente 36°C. Dessa forma, se faz necessário um sistema de controle para manter o biorreator na temperatura ideal de fermentação. A estratégia escolhida foi o LQR – Regulador Linear Quadrático, por ser uma técnica de controle de simples construção e robusta. Após a realização das simulações do biorreator em malha fechada inserindo uma entrada oscilatória considerando uma função de temperatura variável no tempo  $T_{in}(t)$ , foi possível verificar que o biorreator apresentou um desempenho operacional satisfatório, controlando de forma rápida e eficiente a temperatura dentro da faixa aceitável de 2% a 5% em relação ao valor de *setpoint* do controlador.

**Palavras-chave:** Reator biológico. Fermentador. Etanol. Automação. Controle LQR. Sistema de controle linear.

## ABSTRACT

Several environmental impacts are associated with the high consumption of fossil fuels. The global energy matrix is composed mostly of non-renewable sources, this dependence related to the intense use and unbridled exploitation of these natural resources, causes the levels of reservoirs to decrease more and more. In this scenario, alcohol emerges as a sustainable alternative energy source, being seen as positive in environmental issues, as it is a renewable substance. The main form used in the production of alcohol is fermentation by the yeast *Saccharomyces cerevisiae* in a continuously stirred tank bioreactor, CSTR - Continuous Stirred-Tank Reactor. An important variable for this microorganism is temperature, and its optimum point for alcohol production is 32°C. The dynamic analysis of the process was performed for the system without temperature control of the bioreactor and with temperature control by water flow in the jacket to control the coolant flow. Furthermore, it is proposed to consider the heat exchange between the bioreactor and the jacket through heat conduction in fractional order. In open loop, the fermentation bioreactor takes time to stabilize its process, at this point, the stabilization temperature is approximately 36°C. Thus, a control system is needed to keep the bioreactor at the ideal fermentation temperature. The chosen strategy was the LQR – Quadratic Linear Regulator, as it is a simple and robust control technique. After performing the closed-loop bioreactor simulations by inserting an oscillatory input considering a time-varying temperature function  $T_{in}(t)$ , it was possible to verify that the bioreactor had a satisfactory operational performance, quickly and efficiently controlling the temperature within the range acceptable from 2% to 5% of controller setpoint value.

**Keywords:** Biological reactor. Fermenter. Ethanol. Automation. Control LQR. Linear control system.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Biorreator de fermentação contínua.....	16
Figura 2 - Processo em malha aberta .....	20
Figura 3 - Sistema de controle em malha fechada .....	20
Figura 4 - Diagrama de Blocos em Malha Aberta.....	23
Figura 5 - Diagrama de Blocos do Controle por Realimentação de estados .....	24
Figura 6 - Sistema por realimentação de estados .....	30
Figura 7 - Ponto estabilização do estado, $T_{in} = 25$ , $t = 500h$ , e $1 \leq Faq \leq 100$ .....	38
Figura 8 - Ponto estabilização do estado, $Faq = 73.27$ , $t = 500h$ , e $5 \leq T_{in} \leq 50$ . ...	38
Figura 9 - Concentração de microrganismo em malha aberta. ....	39
Figura 10 - Concentração de Glicose em malha aberta. ....	39
Figura 11 - Concentração de oxigênio em malha aberta.....	39
Figura 12 - Concentração de álcool em malha aberta.....	39
Figura 13 - Temperatura do biorreator em malha aberta. ....	40
Figura 14 - Temperatura da jaqueta do biorreator em malha aberta. ....	40
Figura 15 - (a) Concentração de microrganismo. (b) Concentração de Glicose.....	44
Figura 16 - (a) Concentração de álcool. (b) Concentração de oxigênio. ....	44
Figura 17 - (a) Temperatura no biorreator. (b) Temperatura da jaqueta. ....	44
Figura 18 - Vazão de fluido refrigerante. ....	45
Figura 19 - (a) Concentração de microrganismo. (b) Concentração de Glicose.....	46
Figura 20 - (a) Concentração de oxigênio. (b) Concentração de álcool. ....	46
Figura 21 - (a) Temperatura no biorreator. (b) Temperatura da jaqueta. ....	47
Figura 22 - Vazão de fluido refrigerante. ....	47
Figura 23 - Ponto estabilização dos estados, para o sistema em malha aberta. ....	50
Figura 24 - Ponto estabilização dos estados, para o sistema com controle.....	52
Figura 25 - (a) Concentração de microrganismo. (b) Concentração de Glicose.....	54
Figura 26 - (a) Concentração de oxigênio. (b) Concentração de álcool. ....	54
Figura 27 - (a) Temperatura no biorreator. (b) Temperatura da jaqueta. ....	54
Figura 28 - Vazão de fluido refrigerante.....	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Autores e suas estratégias de controle avançado.....	32
Tabela 2 - Parâmetros para simulações numéricas .....	37
Tabela 3 - Pontos de estabilização (Ordem Inteira) .....	48
Tabela 4 - Pontos de estabilização (Ordem Fracionária) .....	56
Tabela 5 - Pontos de estabilização (Malha aberta) .....	57
Tabela 6 - Pontos de estabilização (Malha fechada).....	58
Tabela 7 - Pontos de estabilização (Malha fechada com perturbação).....	58

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

IMC-PID	Controle de Modelo Interno - Proporcional-Integral-Derivativo
LMPC	Controle Preditivo de Modelo Linear
LQR	Regulador Linear Quadrático
LQG	Linear Quadrático Gaussiano
MFOIC-PID	Controle Interno de Ordem Fracionária Modificada - Proporcional-Integral-Derivativo
MPC	Controle Preditivo Modelo
NARMA	Média Móvel Autorregressiva Não Linear
NNMPC	Modelo de Rede Neural de Controle Preditivo
P	Controle Proporcional
PI	Controle Proporcional-Integral
PID	Controle Proporcional-Integral-Derivativo
SDC	Coefficiente Dependente de Estado
SDRE	Equação de Ricatti Dependente de Estado
WMFOIC-PID	Controle Interno Fracionário Modificado Otimizado para Ciclo de Água - Proporcional-Integral-Derivativo

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
1.1 OBJETIVOS .....	12
1.1.1 Objetivo Geral .....	12
1.1.2 Objetivos Específicos .....	12
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	13
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>14</b>
2.1 BIORREATOR.....	14
2.2 MODELO MATEMÁTICO DO BIORREATOR.....	15
2.3 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DE MASSA .....	16
2.4 SISTEMAS DE CONTROLE .....	19
2.5 CONTROLADORES.....	21
2.5.1 Controladores Clássicos.....	21
2.5.2 Controlador Proporcional (P).....	21
2.5.3 Controlador Proporcional-Integral (PI).....	22
2.5.4 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).....	22
2.5.5 Controle por Realimentação de Estado.....	22
2.5.6 Alocação de Polos.....	24
2.5.7 Regulador linear quadrático (LQR).....	26
2.5.8 Controle SDRE - State-Dependent Riccati Equation .....	29
2.6 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE TEMPERATURA DO BIORREATOR.....	31
2.7 DERIVADAS DE ORDEM FRACIONÁRIA .....	32
2.8 DEFINIÇÕES DE DERIVADAS E INTEGRAIS FRACIONAIS .....	33
<b>3 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>36</b>
3.1 BIORREATOR EM MALHA ABERTA.....	36
3.2 PROPOSTA DE ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE TEMPERATURA PELO CONTROLE DE LQR .....	40
3.3 PROPOSTA DE CONTROLE DE SENSIBILIDADE NA TEMPERATURA DE ENTRADA DO BIORREATOR .....	45
3.4 ANÁLISE E CONTROLE DINÂMICO DE ORDEM FRACIONAL .....	48
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>57</b>
<b>5 TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>59</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>60</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A indústria de bioprocessos vem ganhando espaço em diversas áreas de atuação como na agricultura; alimentos e bebidas; ambiental; saúde; produção têxtil; incluindo também o processo de produção de combustíveis (AMILLASTRE et al., 2012). Muitas pesquisas têm direcionado seu foco na produção de combustíveis, a partir de fontes de energia alternativas, visando aumentar a contribuição na matriz energética (BALAT, 2011). O impacto ambiental causado pela emissão de poluentes atmosféricos oriundos da utilização de combustíveis fósseis, faz com que o álcool produzido por meio da fermentação em biorreatores, ganhe espaço no mercado (ESFAHANIAN et al., 2016).

O álcool pode ser produzido utilizando biomassa lignocelulósica, oriunda de resíduos agroindustriais (ANTUNES et al., 2018). O processo de fermentação utilizado na produção de álcool é influenciada por diversos fatores, dentre eles a concentração de oxigênio, acidez do meio, temperatura e a concentração de substrato (PACHAURI; RANI; SINGH, 2017). Durante a fermentação essas variáveis do processo devem ser controladas e mantidas dentro de uma faixa estreita de condição ideal de operação (ANDRADE et al., 2007).

O processo de fermentação alcoólica é exotérmico, conseqüentemente o calor deve ser continuamente removido do sistema para manter a temperatura ideal no biorreator. A fermentação sob temperaturas fora da faixa operacional pode favorecer o aumento da produção de subprodutos indesejáveis. Desta forma, a temperatura é uma variável particularmente importante pois influencia a dinâmica dos fluidos no tanque de fermentação, afeta diretamente o metabolismo de levedura *saccharomyces cerevisiae* e participa do controle da contaminação por leveduras selvagens (NGWENYA et al., 2012). Os efeitos de condições de temperatura inadequadas incluem redução do rendimento da fermentação, mudanças na viabilidade celular e diminuição da tolerância da levedura ao álcool (AMILLASTRE et al., 2012). Portanto, um controle automático, preciso e eficaz da temperatura é necessário para a operação eficiente do processo de fermentação, de forma que opere na estreita faixa de temperatura, proporcionando um crescimento ideal de levedura que, por sua vez, aumenta a produção de álcool preservando a qualidade do produto final.

Utilizando o modelo matemático de Pachauri; Rani; Singh (2017) pode-se simular as condições de operação do biorreator no processo de fermentação

possibilitando análise do seu comportamento. A simulação e modelagem matemática por computador são ferramentas úteis para buscar entendimento relacionado ao funcionamento dos biorreatores. Essas também são importantes no estudo de aumento de escala de produção.

O processo produtivo de indústrias químicas envolve o monitoramento e controle de variáveis, como temperatura, pressão, vazão, volume, entre outros. No entanto, essas variáveis nem sempre se mantêm estáveis e em condições ótimas de operação, ou seja, as variáveis podem oscilar de forma que altere as condições operacionais do processo. Sendo assim, se faz necessário um monitoramento e controle desses sistemas, visando a otimização do processo de produção (STEPHANOPOULOS, 1984).

O monitoramento e controle das variáveis de processo em uma indústria muitas vezes é realizado em sistemas de controle centralizados que possuem todos os dispositivos em uma única sala, substituindo os painéis locais visando centralizar as informações por meio de SDCD - Sistema Digital de Controle Distribuído, constituído essencialmente por um pacote de hardware, software e rede de comunicação com recursos adaptados para cada processo. É composto por três elementos básicos: a interface com o processo, a Interface-Homem-Máquina (IHM) e a via de dados que interliga as duas primeiras. O SDCD basicamente é um sistema dedicado, utilizado no controle de processo. Em suma, o SDCD tem como principal característica um grande sistema de automação com a capacidade de supervisionar e rastrear a linha de produção de uma planta inteira (MARTINS; SILVA, 2016).

Diversos sistemas de controle foram desenvolvidos, a fim de impor limite ao funcionamento dos modelos matemáticos, para que estes obtenham uma resposta desejada (OGATA, 2010). Um sistema de controle, pode ser assim denominado, quando sua saída é ajustada para assumir um valor específico ou seguir uma determinada entrada (BOLTON, 1993). A maioria dos sistemas de controle utilizam sistemas lineares ou linearizados (OGATA, 2010), porém de acordo com (WANG; JIN; ZHANG, 2017) a maior parte dos processos industriais são, não lineares.

Uma das técnicas de controle existente utiliza o regulador quadrático linear (*LQR – Linear Quadratic Regulator*), entre as técnicas de controle mais simples (PID - Proporcional Integral e Derivativo) e as mais complexas (Preditivas), representa uma solução de controle intermediária, sob o ponto de vista de projeto e equacionamento (DELATORE, 2011).

Na teoria de controle moderno, o LQR é um controlador ótimo que minimiza a função custo (MICHURIN; SCHAGIN, 2018). Essa função custo pode ser associada à energia do controle e energia dos estados. Usualmente, os valores dos elementos das matrizes  $Q$  e  $R$  são escolhidos por método iterativo, empregando o conhecimento em relação ao sistema a ser controlado. Já o número de elementos das matrizes  $Q$  e  $R$  dependem do número de entradas e da dimensionalidade do vetor de estados. Quando os elementos são escolhidos, o ganho da lei de controle ótimo por realimentação de estados, é dado diretamente pela solução da equação de Ricatti (OGATA, 2010), podendo ser resolvido utilizando sistemas computacionais especializados, como a função LQR do *software MATLAB*.

O que motiva o uso do controle LQR são algumas características como simplicidade, facilidade de implementação, robustez, são estruturas recorrentes que possuem realimentações, e capacidade de lidar com relações complexas corrigindo variáveis ruidosas de forma eficiente, sendo muito usual e aplicável nas indústrias.

Diante do exposto, as variáveis de processo que influenciam na estabilidade do biorreator podem ser analisadas por meio da realização de modelagem matemática, permitindo assim, verificar seu comportamento em diferentes condições de operação, realizando simulações por computador, sem a necessidade de que novos ensaios em escala de bancada sejam realizados.

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é projetar um sistema de controle linear do escoamento do fluido refrigerante que passa pela jaqueta do fermentador, para manter o valor ideal de temperatura no biorreator, apresentar simulações numéricas do biorreator em malha aberta, ou seja, sem controle, a fim de verificar a estabilidade do biorreator e controlar de forma eficiente a temperatura do biorreator, para isso, utilizando simulações no *MATLAB*, projetou-se um sistema de controle considerando a técnica LQR.

Para analisar a robustez do controle proposto, foi inserida uma entrada oscilatória para ocasionar perturbações na temperatura de entrada do biorreator, considerando uma função de temperatura variável no tempo  $T_{in}(t)$ . Utilizou-se também uma função para a temperatura de entrada do mosto e uma análise e controle dinâmico de ordem fracional para temperatura do biorreator e da jaqueta. Dessa forma, foram realizadas comparações entre os erros da temperatura do biorreator e o *setpoint* especificado de 32°C ao longo do tempo para cada uma das perturbações utilizadas neste trabalho.

Cabe destacar que este trabalho contribui com a necessidade de se compreender a eficiência do controle da temperatura em um biorreator na produção de álcool utilizando a técnica de controle LQR, a fim otimizar a produção de álcool garantindo a qualidade do produto final.

A partir de uma perspectiva teórica, há muitas pesquisas encontradas de forma individual sobre controle LQR ou controle de temperatura, no entanto, a realização da pesquisa justifica-se pela constatação de poucos estudos científicos que tratem de forma conjunta o tema envolvendo o controle de temperatura utilizando o LQR em biorreator, considerando as pesquisas nas bases de dados mais relevantes na divulgação de trabalhos científicos na área da engenharia (*Web of science; Scopus; Science direct e Google scholar*), sem restrição como de idioma de origem dos artigos ou de período de publicação. Sendo assim, a elaboração desta pesquisa é importante para o enriquecimento do tema na área acadêmica e industrial.

## 1.1 OBJETIVOS

Este trabalho é estruturado sob um objetivo geral apresentado na sequência, bem como os objetivos específicos necessários para atingir o objetivo proposto.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Utilizar o LQR para projetar um sistema de controle de temperatura de um biorreator de fermentação alcoólica e analisar a robustez do controlador comparando o erro da temperatura do biorreator com o *setpoint* definido.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral foram definidos os objetivos específicos descritos a seguir:

- a) Propor o modelo matemático do sistema, a partir dos balanços de massa e energia;
- b) Simular o sistema em malha aberta para verificar o comportamento do biorreator;

- c) Aplicar o controle por realimentação de estados LQR para manter a temperatura do biorreator no *setpoint* utilizando como variável manipulada a vazão de fluido refrigerante;
- d) Simular o sistema em malha fechada e analisar a robustez do controlador LQR comparando o erro da temperatura do biorreator em relação ao *setpoint* definido.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho em questão está organizado em capítulos, seguindo a estrutura descrita abaixo:

- CAPÍTULO 1: É composto pela introdução, na qual apresenta um contexto sobre o tema, objetivo geral, objetivos específicos e a estrutura do trabalho.
- CAPÍTULO 2: Encontra-se a fundamentação teórica sobre os temas: Biorreator; Modelo matemático do biorreator; Equações de equilíbrio de massa; Simulações numéricas; Sistemas de controle; Controladores; Estratégias de controle de temperatura do biorreator; Derivadas de ordem fracionária; Definições de derivadas e integrais fracionais.
- CAPÍTULO 3: estão demonstrados os resultados das simulações do biorreator em malha aberta; a proposta de estratégia de controle de temperatura pelo controle de LQR; a proposta de controle de sensibilidade na temperatura de entrada do biorreator e a análise e controle dinâmico de ordem fracional.
- CAPÍTULO 4: apresenta as considerações finais destacando a aplicação do controle LQR visando manter a temperatura do biorreator controlada dentro das faixas ideais e a conclusão em relação aos resultados da simulação realizada.
- CAPÍTULO 5: apresenta as considerações relacionadas a necessidade de trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

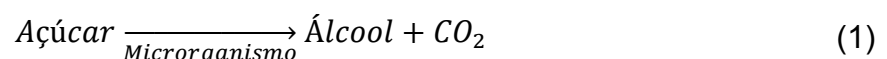
A revisão da literatura versa sobre o tema em questão, relacionando os assuntos que suportam a pesquisa, para estudo do controle da temperatura de um biorreator com ordem fracionária utilizado na produção de álcool. A revisão da literatura está dividida em seções, reunindo os principais conceitos utilizados nesta pesquisa.

### 2.1 BIORREATOR

A utilização de combustíveis fósseis pode causar graves danos ao meio ambiente e à saúde humana. Os possíveis impactos ambientais causados pela emissão dos gases do efeito estufa, agregado ao aumento na demanda por combustíveis, evidencia a necessidade de buscar fontes alternativas e viáveis de combustível renovável. Nesse contexto surge o álcool como opção, por meio da alteração de motores de combustão interna visando receber álcool ao invés de gasolina (ESFAHANIAN et al., 2016).

A fermentação da glicose encontrada em vegetais como: cereais, beterraba, mandioca e cana-de-açúcar é o processo mais antigo utilizado na fabricação de álcool (BASTOS, 2007). Outro método de obtenção do álcool é a síntese por hidratação do eteno (C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>), podendo essa ser direta ou indireta (SHREVE, 2012).

Segundo Pachauri; Rani; Singh (2017) a fermentação alcoólica é o principal processo realizado pelo microrganismo, onde as leveduras utilizam a glicose como substrato liberando o álcool e o CO<sub>2</sub>. Neste processo também são produzidos outros subprodutos, consumindo cerca de 5% da glicose, sendo o principal deles o glicerol (AMILLASTRE et al., 2012). De forma simplificada podemos definir a fermentação alcoólica como na equação (1) abaixo:



A quantidade de produto utilizado no processo, depende da concentração de microrganismos no meio. Desta forma, o consumo de glicose para a produção de álcool aumenta, de acordo com o aumento da concentração de microrganismos presente no biorreator. A taxa de crescimento das leveduras depende de outros

fatores como temperatura, quantidade de oxigênio disponível, concentração de glicose e pH (PACHAURI; RANI; SINGH, 2017).

A presença de oxigênio no biorreator facilita o crescimento de levedura *Saccharomyces cerevisiae*, estudos mostram que uma pequena aeração melhora o consumo de glicose e a eficiência da produção de álcool (THANI et al., 2016).

Segundo Amillastre et al. (2012) a temperatura é um fator importante tanto para o metabolismo, quanto para atividade dos microrganismos, sendo que existe uma temperatura ótima para o seu crescimento e outra para a produção álcool.

O biorreator de tanque continuamente agitado é caracterizado por possuir um agitador que realiza a homogeneização dos reagentes e produtos com escoamento contínuo, sem acúmulo de reagentes.

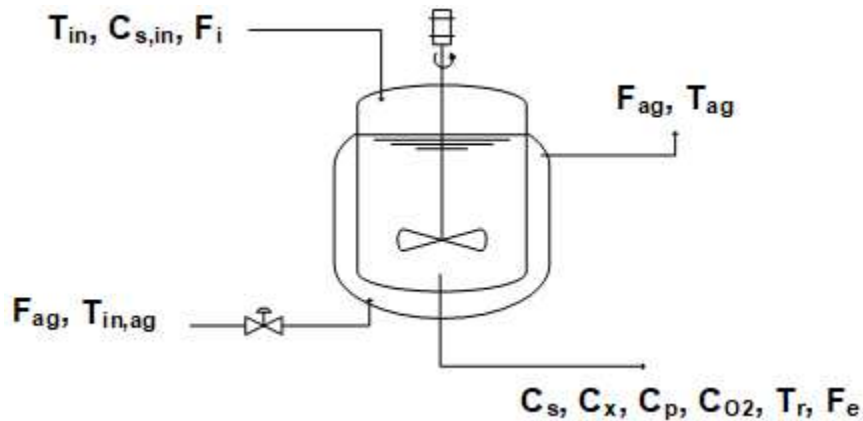
Na produção de álcool o biorreator de fermentação contínuo apresenta vantagens. Sua eficiência pode ser melhorada com o aumento da taxa de diluição e pode-se aumentar a produção de álcool elevando a concentração de glicose na entrada do biorreator.

## 2.2 MODELO MATEMÁTICO DO BIORREATOR

O modelo matemático considerado nesta pesquisa é o PRS de (PACHAURI; RANI; SINGH, 2017), pois representa a melhor dinâmica do processo de fermentação. Pois os demais modelos encontrados, não indicam em suas equações as influências da temperatura e da concentração de oxigênio no biorreator, tais como os modelos utilizados por (ESFAHANIAN et al., 2016), (ARIYAJAROENWONG et al., 2016) e (AJBAR; ALI, 2015). Sendo assim, o modelo do biorreator utilizado neste trabalho foi um biorreator CSTR - *Continuous Stirred-Tank Reactor*.

A Figura 1 representa o esquema do CSTR, biorreator de fermentação contínua de tanque agitado e a jaqueta de resfriamento, juntamente com as variáveis consideradas pelo modelo PRS.

Figura 1 - Biorreator de fermentação contínua



Fonte: BRESSAN et al. (2019)

Onde  $T_{in}$  é a temperatura de entrada do biorreator;  $C_{s,in}$  é a concentração de substrato na corrente de alimentação;  $F_i$  é o fluxo do tanque de fermentação;  $F_{ag}$  é o fluxo do fluido refrigerante,  $T_{in,ag}$  é a temperatura de entrada do fluido refrigerante,  $T_{ag}$  é a temperatura da jaqueta térmica,  $C_s$  é a concentração de glicose no biorreator,  $C_x$  concentração de biomassa,  $C_p$  é a concentração de álcool,  $C_{O_2}$  é a concentração de oxigênio na fase líquida,  $T_r$  é a temperatura do biorreator e  $F_e$  é o fluxo de saída do biorreator (PACHAURI; SINGH; RANI, 2017).

A partir dessas entradas e da quantidade de microrganismo inicial no biorreator, as leveduras se reproduzem e produzem álcool.

### 2.3 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DE MASSA

As equações que descrevem o balanço de massa do biorreator são representadas pelas equações (2) a (10) (PACHAURI; RANI; SINGH, 2017).

O balanço de massa demonstrado na equação (2) considera que a variação do crescimento dos microrganismos no biorreator depende da taxa de crescimento das leveduras e relacionada a quantidade de leveduras na saída.

$$\frac{d(C_x)}{dt} = \mu_x C_x \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} - \frac{F_e}{V} C_x \quad (2)$$

Onde  $C_x$  é a concentração de microrganismos,  $\mu_x$  é a taxa de crescimento específico ( $h^{-1}$ ),  $C_s$  é a concentração de glicose ( $gL^{-1}$ ),  $K_s$  é a constante de substrato



de crescimento ( $gL^{-1}$ ),  $K_p$  é a constante de inibição de crescimento por álcool ( $gL^{-1}$ ),  $V$  é o volume do biorreator (L) e  $F_e V^{-1}$  é a taxa de diluição do biorreator pela taxa de biomassa produzida.

As leveduras utilizam parte da glicose da alimentação no seu processo de crescimento, quando a taxa de multiplicação de leveduras é igual a quantidade de leveduras que saem do biorreator temos uma concentração constante de leveduras. A variação da concentração também depende do crescimento específico máximo  $\mu_x$ , equação (3) que varia com a temperatura:

$$\mu_x = A_1 e^{-\frac{E_{a1}}{R(T_r+273)}} - A_2 e^{-\frac{E_{a2}}{R(T_r+273)}} \quad (3)$$

Onde  $R = 8.31 [Jmol^{-1}L^{-1}]$ ,  $A_1 = 9.5 \times 10^8$ ,  $A_2 = 2.55 \times 10^{33}$ ,  $E_{a1} = 55,000 [Jmol^{-1}]$  e  $E_{a2} = 220,000 [Jmol^{-1}]$  são parâmetros fundamentais.

O crescimento específico máximo representa a taxa de reprodução e de morte de leveduras em um determinado tempo e temperatura.

A quantidade de glicose dentro do biorreator, está associada a quantidade de glicose na entrada e a taxa de consumo desse substrato pela levedura, tanto para a produção de álcool quanto para a reprodução das leveduras.

Um balanço de massa pode ser realizado, considerando a glicose que é adicionada no biorreator e sua taxa de consumo pela levedura, na qual irá produzir o álcool e aumentar a quantidade de levedura durante o processo. Portanto, a taxa de concentração de glicose é escrita na equação (4).

$$\frac{d(C_S)}{dt} = -\frac{1}{R_{SX}} \mu_x C_x \frac{C_S}{K_S + C_S} e^{-K_p C_p} - \frac{1}{R_{SP}} \mu_P C_x \frac{C_S}{K_{S1} + C_S} e^{-K_{p1} C_p} + \frac{F_i}{V} C_{S,in} - \frac{F_e}{V} C_S \quad (4)$$

As equações de balanço de massa do produto gerado devem ser obtidas com a produção de álcool no sistema. Nesse equilíbrio, o cenário ideal seria o fermento consumir toda a glicose que alimenta o biorreator. No entanto, como o sistema é contínuo, a levedura não tem tempo para fermentar toda a glicose, mantendo sempre um excesso de glicose durante o processo, que não fermenta. A concentração de álcool está relacionada à quantidade de álcool produzida e à quantidade de álcool na saída do biorreator, conforme definida na equação (5).

$$\frac{d(C_P)}{dt} = \mu_P C_x \frac{C_S}{K_{S1} + C_S} e^{-K_{P1} C_P} - \frac{F_e}{V} C_P \quad (5)$$

O oxigênio dissolvido é essencial para o crescimento da levedura em condição anaeróbia o mesmo é obtido durante o processo de fermentação da glicose na produção do álcool. De acordo com (SUN; CHENG, 2002), a produção máxima de álcool está diretamente relacionada ao nível ótimo de oxigênio dissolvido durante o processo de fermentação. A taxa de variação do oxigênio está demonstrada na equação (6).

$$\frac{d(C_{O_2})}{dt} = (k_l a)(C_{O_2}^* - C_{O_2}) - r_{O_2} \quad (6)$$

Onde  $k_l a$  é o coeficiente volumétrico de transferência de massa, equação (7), que é dependente da temperatura e o  $k_l a_0$  é o coeficiente de transferência de massa volumétrica para temperatura constante.

$$k_l a = k_l a_0 * (1,024)^{T_r - 20} \quad (7)$$

A concentração de oxigênio que se difunde é a diferença entre as concentrações de oxigênio no equilíbrio e de oxigênio no biorreator, conforme equação (8). Portanto, podemos definir a quantidade de oxigênio dissolvido no equilíbrio e a sua concentração no biorreator:

$$C_{O_2}^* = (14,6 - 0,3943T_r + 0,00714T_r^2 - 0,0000646T_r^3) * 10^{-\sum H_i I_i} \quad (8)$$

A quantidade de oxigênio em equilíbrio no biorreator depende da temperatura e do coeficiente global de forças iônicas,  $\sum H_i I_i$ , que está demonstrado na equação (9).

$$\begin{aligned} \sum H_i I_i = & 0,5H_{Na} \frac{m_{NaCl} M_{Na}}{M_{NaCl} V} + 2H_{Ca} \frac{m_{CaCO_3} M_{Ca}}{M_{CaCO_3} V} + 2H_{Mg} \frac{m_{MgCl_2} M_{Mg}}{M_{MgCl_2} V} + 0,5H_{Cl} \\ & \left( \frac{m_{NaCl}}{M_{NaCl}} + 2 \frac{m_{MgCl_2}}{M_{MgCl_2}} \right) \frac{M_{Cl}}{V} + 2H_{CO_3} \frac{m_{CaCO_3} M_{CO_3}}{M_{CaCO_3} V} + 0,5H_H 10^{-pH} + 0,5H_{OH} 10^{-(14-pH)} \end{aligned} \quad (9)$$

Como o pH e volume são constantes, o coeficiente global de forças iônicas também é constante e vale 0,1227 (valor adimensional).

No processo, ocorre o consumo de oxigênio pela levedura durante o processo de fermentação do biorreator que de acordo com o sistema estudado é definido na equação (10):

$$r_{O_2} = \mu_{O_2} * \frac{1}{Y_{O_2}} * C_x * \frac{C_{O_2}}{K_{O_2} + C_{O_2}} \quad (10)$$

Outro balanço energético considerado no modelo matemático é em relação a energia gerada e consumida pelo sistema, este balanço permite observar o comportamento da temperatura do biorreator, onde ocorre a fermentação e da jaqueta de resfriamento que utiliza água a 15°C como fluido de resfriamento. Segundo (PACHAURI; RANI; SINGH, 2017), este balanço de energia é descrito por duas equações; a primeira está relacionada à temperatura do biorreator, conforme equação (11).

$$\frac{d(T_r)}{dt} = \frac{F_i}{V} (T_{in} + 273) - \frac{F_e}{V} (T_r + 273) + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} - \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (11)$$

O valor da constante 273 é utilizado para conversão da temperatura de Celsius para Kelvin, mantendo assim, todas as variáveis nas mesmas unidades de medida, sendo o calor de reação  $\Delta H_r$  considerado constante.

A segunda equação descreve a variação da temperatura da jaqueta de resfriamento, conforme equação (12).

$$\frac{d(T_{ag})}{dt} = \frac{F_{aq}}{V_j} (T_{in,ag} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \quad (12)$$

Onde:  $V_j$  é o volume da jaqueta (L).

## 2.4 SISTEMAS DE CONTROLE

Processo é um conjunto de mudanças que ocorrem em uma entrada com o fim de transformá-las em uma saída específica, essa transformação pode acontecer de forma natural ou artificial (OGATA, 2010). A definição de processo na forma simplificada está representada na Figura 2.

Figura 2 - Processo em malha aberta



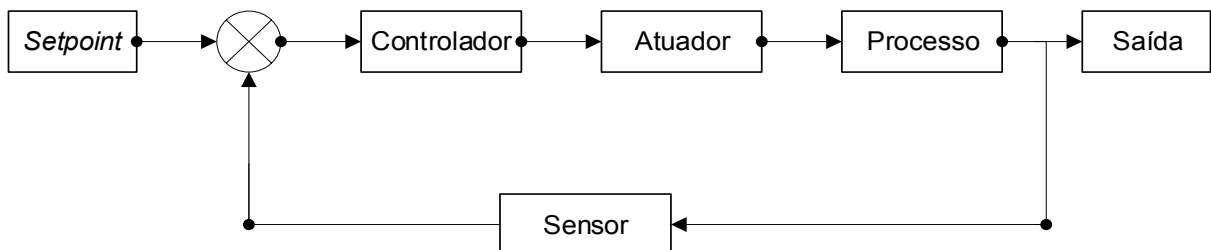
Fonte: Autoria própria.

O sistema em malha aberta apresentado na Figura 2 é um sistema onde o sinal de saída do processo não afeta a ação do controlador, assim as variáveis de saída não são medidas, ou quando não há um sistema de controle para o processo (OGATA, 2010).

Se os processos operassem em estado estacionário, ou seja, se todas as variáveis monitoradas de entrada fossem constantes, as saídas também permaneceriam constantes e os sistemas poderiam operar sem supervisão ou controle. No entanto, na prática, essa operação é influenciada por fatores externos que alteram essas condições, causando oscilações nas variáveis, logo, se faz necessário um sistema de controle para manter o processo em seu funcionamento ideal (STEPHANOPOULOS, 1984).

No sistema em malha fechada o sinal de saída é medido e comparado com o valor desejado, definido no *setpoint* do sistema, gerando assim, um erro. Esse erro gerado por essa comparação, diferença entre os sinais de entrada e saída, atua no controlador visando corrigir o valor de saída de forma a buscar igualar ao valor definido no *setpoint* (OGATA, 2010). A Figura 3 representa um sistema de controle em malha fechada.

Figura 3 - Sistema de controle em malha fechada



Fonte: Autoria própria.

## 2.5 CONTROLADORES

Os controladores são equipamentos responsáveis pelo controle de processo industrial ou parte dele, utilizando algoritmos de controle específicos. Os controladores clássicos são os mais utilizados na indústria, são controles do tipo SISO (*Single-In Single-Out*), ou seja, uma entrada e uma saída, sendo os controladores mais comuns:

- *On-off* - Liga-desliga;
- P - Proporcional;
- PI - Proporcional-Integral;
- PID - Proporcional-Integral-Derivativo.

### 2.5.1 Controladores Clássicos

O controlador *on-off*, equação (13), é um controlador de funcionamento simples, seu elemento de atuação possui duas funções: liga e desliga. Quando o erro do sistema é maior que zero (0) o atuador age de uma forma, quando o erro é menor que zero (0) o atuador age da forma inversa (OGATA, 2010).

$$U(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

### 2.5.2 Controlador Proporcional (P)

O controlador proporcional, equação (14) gera uma resposta  $U(t)$  proporcional ao erro  $e(t)$ , quanto maior for o valor do ganho proporcional  $K_p$ , maior será a sensibilidade do sinal de atuação aos erros (STEPHANOPOULOS, 1984).

$$U(t) = K_p e(t) \quad (14)$$

O controlador proporcional geralmente não atinge o valor de *setpoint* tendo uma pequena diferença chamada de *offset*. Em processos mais simples que não exigem tanta precisão, como controle de volume de um tanque essa diferença é pouco significativa (STEPHANOPOULOS, 1984).

### 2.5.3 Controlador Proporcional-Integral (PI)

O controlador Proporcional-Integral é um sistema de controle que possui um termo proporcional ao erro e outro integral (OGATA, 2010).

A resposta para esse controlador é dada pela equação (15), onde  $K_p$  representa o ganho proporcional e  $T_i$  a taxa de restabelecimento.

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (15)$$

A taxa de restabelecimento é o número de vezes por minuto em que o ganho proporcional é duplicado (OGATA, 2010).

A diferença em relação ao controle proporcional (P) é que o termo integral adicionado ao controlador corrige o *offset* que o controlador proporcional apresenta. No entanto, a resposta gerada é lenta e com um sinal de correção oscilatório, dificultando a estabilização do processo no *setpoint* (STEPHANOPOULOS, 1984).

### 2.5.4 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

A adição do termo derivativo ao controlador Proporcional-Integral (PI) gera o controlador PID, equação (16). A ação derivativa diminui a oscilação do sistema e acelera a ação do controlador atingindo o valor de *setpoint* de forma mais rápida.

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (16)$$

O termo  $T_d$  é o tempo derivativo, ele representa o intervalo de tempo em que a ação do termo derivativo avança o controlador (OGATA, 2010).

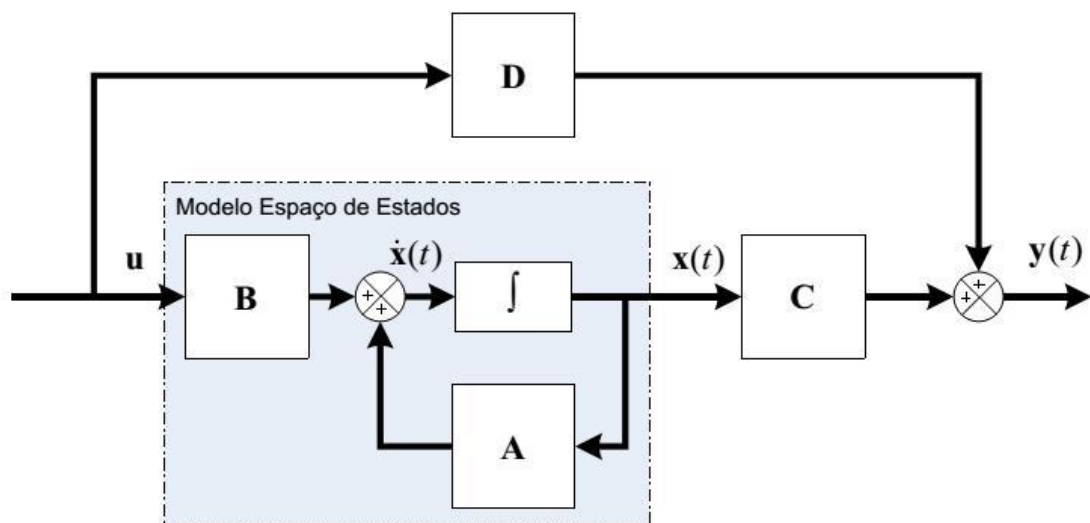
### 2.5.5 Controle por Realimentação de Estado

De acordo com (OGATA, 2011) muitos problemas de controle podem ser representados por equações em espaço de estados conforme a equação (17).

$$\begin{aligned}x &= Ax + Bu \\y &= Cx + Du\end{aligned}\quad (17)$$

Onde  $A$  é uma matriz de coeficiente  $n \times n$  (matriz de controle do processo),  $B$  é uma matriz de controle  $n \times r$ ,  $D$  e  $C$  é uma matriz resposta  $m \times n$ . A variável  $x$  representa o vetor de estados,  $u$  é um vetor de controle  $r$ -dimensional e  $y$  é um vetor resposta  $m$ -dimensional. Pode-se verificar a representativa do sistema em espaço de estados por meio de diagramas de blocos conforme Figura 4.

Figura 4 - Diagrama de Blocos em Malha Aberta



Fonte: Autoria própria.

Um sistema é dito controlável se existir um  $u$  que o leve para a origem em um tempo finito (DORF, 2011). Assim, se as matrizes  $A$  e  $B$  da equação (17) escritas na matriz representada na equação (18) e esta estiver posto igual a  $n$ , então segundo Ogata, (2010) o sistema é dito controlável.

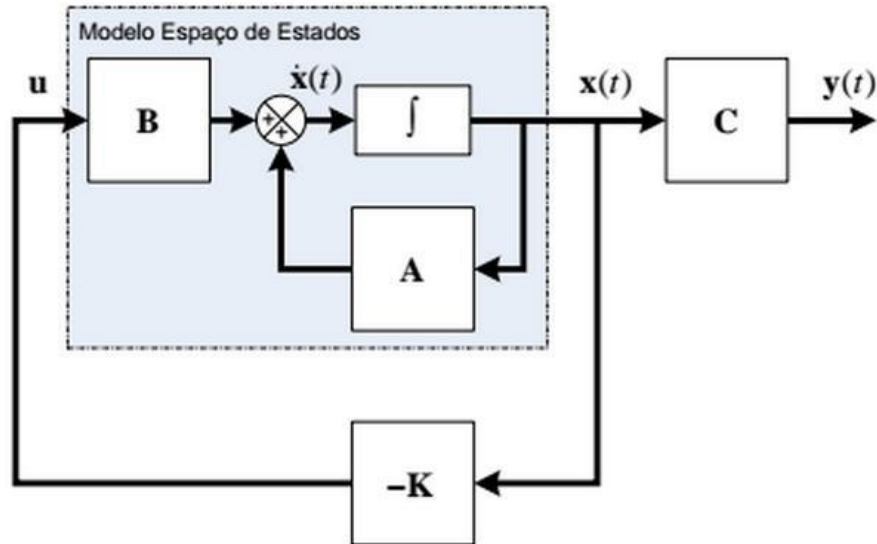
$$CO = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (18)$$

Considerando  $u = Kx$  lei de controle, onde  $K$  é a matriz de ganho de realimentação de estados e substituindo  $u = Kx$  na equação (17), obtém-se a correspondente em malha fechada conforme a equação (19).

$$x(t) = (A - BK)x(t) \quad (19)$$

A representação em diagramas de blocos do sistema com controle por realimentação de estados pode ser vista pela Figura 5.

Figura 5 - Diagrama de Blocos do Controle por Realimentação de estados



Fonte: Autoria própria.

A solução da equação (19) pode ser encontrada na equação (20)

$$x(t) = e^{(A-BK)(t)}x(0) \quad (20)$$

Sendo  $x(0)$  o estado inicial causado por distúrbios externos (OGATA, 2010).

Percebe-se pela equação (20) que as características de resposta do sistema, e critério de estabilidade, podem ser determinadas pelos autovalores de  $(A - BK)$ , sendo que para o caso de sistemas estáveis é necessário que a parte real de todos os autovalores sejam ne-gativos. Existem várias técnicas para encontrar a matriz  $K$ , e algumas destas técnicas serão demonstradas a seguir.

### 2.5.6 Alocação de Polos

Para encontrar a matriz  $K$  se utilizando da técnica de alocação de polos, primeiramente deve-se definir os polos desejados para o sistema em malha fechada, e determinar o valor da matriz  $K$  de forma a impor estes polos. De acordo com Ogata, (2010) a matriz  $K$  pode ser obtida de três formas distintas:



- Primeiro Método

Escrever o polinômio característico para o sistema com os polos desejados:

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_n s + \alpha_{n1} \quad (21)$$

Onde:  $\mu_i$  são os polos desejados.

A matriz de ganho de retroação de estado é obtida de:

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1] T^{-1} \quad (22)$$

Sendo que  $\alpha_i$  e obtido na equação (21),  $a_1$  de:

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (23)$$

$$T = MW \quad (24)$$

Onde:

$$M = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{-1}B] \quad (25)$$

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & a_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

- Segundo Método

Escrever a matriz de ganho de retroação de estados na seguinte forma, equação (27):

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] \quad (27)$$

A matriz  $K$  é obtida da seguinte igualdade:

$$|sI - A + BK| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (28)$$

onde:  $\mu_i$  são os polos desejados.

- Terceiro Método

Considerando a fórmula de Ackermann:

$$\varphi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \alpha_2 A^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I \quad (29)$$

Sendo que  $\alpha_i$  e obtido de (21). E a matriz  $K$  e obtida de:

$$K = [0 \ 0 \ \dots \ 1] M^{-1} \varphi(A) \quad (30)$$

Onde  $M$  é a matriz de controlabilidade  $[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$

### 2.5.7 Regulador linear quadrático (LQR)

Como visto em Ogata (2010), este método desempenha um papel fundamental em diversos métodos de controle moderno para sistemas MIMO. Ele está presente, como por exemplo, nos controladores LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), horizonte finito ou  $H_m$ , e principalmente o método SDRE. Formação do Problema de Controle Ótimo Quadrático. A obtenção do controle ótimo (LQR) é obtido da seguinte forma, equação (31):

Dado o sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (31)$$

Determinar a matriz  $K$  do controle ótimo, equação (32):

$$u = -Kx \quad (32)$$

De modo a minimizar o índice de desempenho, equação (33):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (33)$$

Sendo  $Q$  uma matriz hermetiana ou simétrica real definida positiva (ou semidefinida positiva), e  $R$  uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. As matrizes  $Q$  e  $R$  determinam a importância relativa do erro e do dispêndio de energia.

Em consequência, se os elementos da matriz  $K$  forem determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então  $u = Kx$  é ótimo qualquer que seja o estado inicial  $x(0)$ .

Para resolver o problema de otimização, substitui-se (32) em (31) e obtém-se a equação (34):

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (34)$$

Admitindo-se que a matriz  $A - BK$  seja estável, ou seja, que os autovalores tenham parte real negativa.

Substituindo (34) em (33), obtém-se a equação (35):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} (x^T (Q + K^T R K) x) dt \quad (35)$$

Considerando a equação (36):

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt} (x^T P x) \quad (36)$$

Onde  $P$  é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. Obtém-se, então a equação (37):

$$x^T (Q + K^T R K) x = -x^T P \dot{x} - \dot{x}^T P x = -x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] x \quad (37)$$

Comparando ambos os membros desta última equação, e se observando que ela deve ser verdadeira para qualquer  $x$ , deve-se ter a equação (38):

$$[(A - BK)^T P + P(A - BK)] = -(Q + K^T R K) \quad (38)$$

Pelo segundo método de Liapunov, se  $A - BK$  é uma matriz estável, então existe uma matriz  $P$  definida positiva que satisfaz a equação (38). Por conseguinte, o procedimento a adotar é o da determinação dos elementos de  $P$  a partir desta equação, e verificar se ela é definida positiva.

O índice de desempenho  $J$  pode ser calculado considerando-se apenas as condições iniciais do sistema  $x(0)$  da seguinte forma, equação (39):

$$J = \int_0^{\infty} x^T (Qx + K^T RK) x dt = x^T(\infty) P x(\infty) + x^T(0) P x(0) \quad (39)$$

Como se admite que todos os autovalores de  $A - BK$  têm parte real negativa, tem-se  $x(\infty) \rightarrow 0$ . Portanto, equação (40):

$$J = x^T(0) P x(0) \quad (40)$$

Assim, o índice de desempenho  $J$  pode ser obtido em termos de estado inicial  $x(0)$  e  $P$ .

Para obter a solução do problema de controle ótimo quadrático, procede-se como a seguir: supondo que  $R$  é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva, pode-se escrever  $R = T^T T$ , onde  $T$  é uma matriz não singular, então tem-se, equação (41):

$$(A^T - K^T B^T) P + P(A - BK) + Q + K^T T^T T K = 0 \quad (41)$$

Que pode ser escrita sob a forma, equação (42):

$$A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - P B R^{-1} + Q = 0 \quad (42)$$

A minimização de  $J$  com relação a  $K$  requer a minimização de equação (43) com relação a  $K$ :

$$X^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad (43)$$

Como esta expressão é não negativa, o mínimo ocorre quando ela vale zero, ou seja, quando  $TK = (T^T)^{-1} B^T P$ , assim, equação (44):

$$K - T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (44)$$

A equação (44) fornece a matriz ótima  $K$ , em consequência a lei de controle ótimo para o problema de controle ótimo quadrático, quando o índice de desempenho é dado pela equação (44), é linear e dada pela equação (45):

$$u = -Kx = R^{-1}B^T Px \quad (45)$$

A matriz  $P$  na equação 43 deve satisfazer a equação (42) ou a equação (46) reduzida:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (46)$$

A equação (46) chamada de equação matricial de Riccati é usada para encontrar a matriz  $K$  de ganho de retroação do controlador, de modo que a lei de controle, equação (45) minimiza o índice de desempenho, equação (33) sujeito à equação (31) de restrição.

#### 2.5.8 Controle SDRE - State-Dependent Riccati Equation

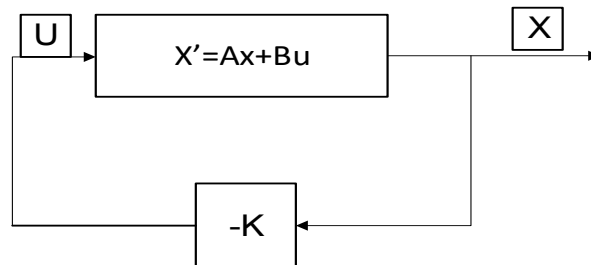
Controlador SDRE, em português Equações Dependentes de Estado de Riccati é uma estratégia de controle para sistemas não lineares, que proporciona estabilidade as incertezas dos modelos teóricos (STRANO; TERZO, 2015). O SDRE é uma alternativa aos modelos lineares tradicionais, pois utiliza um algoritmo computacional simples, sendo utilizado com sucesso no controle de sistemas matemáticos não lineares (TUSSET; PICCIRILLO; BALTHAZAR, 2016).

Segundo Çimen (2008), o método em questão implica na parametrização das variáveis em uma matriz de estados  $X(x)$ , multiplicando a matriz de funções que dependem dos próprios estados  $A(x)$  e  $B(x)$ . Ao fazer isso, o controle SDRE, captura as não linearidades do sistema trazendo assim, para um sistema linear com as matrizes de coeficientes de estado SDC (*State-Dependent Coefficient*) as matrizes  $A(x)$  e  $B(x)$ .

Resolvendo a equação de Riccati, obtém-se o sinal de controle, para matrizes de desempenho  $Q$  e custo  $R$  definidas positivas. Obter o ganho de controle utilizando a equação de Riccati garante a minimização de um índice de desempenho quadrático (ÇIMEN, 2008).

A Figura 6 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de compensação por realimentação de estados.

Figura 6 - Sistema por realimentação de estados



Fonte: Autoria própria.

Segundo Strano; Terzo (2015) a estratégia de controle SDRE é aplicada em sistemas que representam: sistemas aeroespaciais, sistemas veiculares, sistemas biológicos, entre outros.

Tusset; et al., (2016) aplicaram o sistema SDRE em método de controle de pragas predador presa, para controlar a quantidade de ácaros em macieiras.

Alves et al. (2017) estudou a aplicação do sistema SDRE para controlar a velocidade das rodas de uma bicicleta com motor de compressão a ar.

Molter; Rafikov (2011) aplicaram esse mesmo método de controle avançado para controle de pragas em um sistema com duas presas e um predador.

Molter (2008) fez uso do controlador SDRE para controlar manipuladores de sistemas rígidos e flexíveis usando manipuladores piezelétricos.

O controle SDRE também pode ser utilizado para controlar um sistema robóticos, onde um robô deve repetir as ações do outro (CHINELATO; MARTINS-FILHO, 2014). Para aplicar o sistema de controle SDRE é necessário que o sistema esteja representado na forma de equações de estado, conforme demonstrado na equação (47).

$$\dot{X} = A(x)X(x) + B(x)U(t) \quad (47)$$

O controle por realimentação  $U(t)$  do sistema (47) é dada pela equação (48):

$$U(t) = -R^{-1}B^T(x)P(x)x(t) \quad (48)$$

O índice de desempenho  $J$  a ser minimizado está representado na equação (49).

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q(x)x + u^T R(x)u) dt \quad (49)$$

Onde  $J$  representa o índice de desempenho do controlador.

Sendo que  $P$  da equação (48) pode ser obtida resolvendo-se a equação (50) de Riccati:

$$A^T(x)K + KA(x) + KB(x)R^{-1}B^T(x)K + Q = 0 \quad (50)$$

Onde  $R$  e  $Q$  são matrizes de constantes definidas positivas.

## 2.6 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE TEMPERATURA DO BIORREATOR

As estratégias utilizadas para implementação de um controlador por um método clássico utilizam controles:

- *On-off* - Liga-desliga;
- P - Proporcional;
- PI - Proporcional-Integral;
- PID - Proporcional-Integral-Derivativo.

No entanto, existem outras estratégias de controle avançado. A teoria de controle clássica que trata somente de sistemas com uma entrada e uma saída, tornou-se insuficiente para sistemas com diversas entradas e saídas. Dessa forma o sistema de controle avançado foi desenvolvido para suprir as necessidades dos modelos modernos mais complexos e atender as especificações de peso, exatidão e custos (OGATA, 2010).

Na Tabela 1 estão apresentados alguns autores e as estratégias de controle que foram aplicadas para controle do biorreator alcoólico.

Tabela 1 - Autores e suas estratégias de controle avançado

AUTOR	ESTRATÉGIA DE CONTROLE
(NAGY, 2007)	NNMPC, LMPC e PID
(BOZA-CONDORENA et al., 2011)	NNMPC
(SCHAUM; ALVAREZ; LOPEZ-ARENAS, 2012)	PID saturado
(IMTIAZ et al., 2014)	NARMA
(FONSECA et al., 2013)	FUZZY com múltiplas válvulas
(SAVRAN; KAHRAMAN, 2014)	FUZZY
(PIMENTEL et al., 2015)	MPC com observador de estados
(PACHAURI; RANI; SINGH, 2017).	IMC-PID MFOIC-PID e WMFOIC-PID
(BRESSAN et al., 2019)	Controle SDRE

Fonte: Autoria própria.

## 2.7 DERIVADAS DE ORDEM FRACIONÁRIA

Segundo Machado et al. (2010) e Podlubny (1999), os sistemas fracionários são estudados em vários campos da ciência e da engenharia. O termo fracionário também foi usado para diferentes contextos. Nesta pesquisa utilizou-se o cálculo de ordem fracionária (FOC - *fractional order calculus*), ou sistema dinâmico de ordem fracionária (FODS - *fractional order dynamic system*), significando propriedades não inteiras.

Devido às contribuições de muitos matemáticos como Euler, Liouville, Riemann e Letnikov, a teoria do FOC começa com a formulação do cálculo diferencial (MACHADO et al., 2010; PODLUBNY, 1999). Os sistemas de ordem fracionária (FO) têm sido aplicados em diversos campos, como na mecânica dos sólidos, física, química, finanças e bioengenharia (DUCHARNE et al., 2015; MACHADO et al., 2010). Em engenharia mecânica, um sistema FO pode ser aplicado para modelar o amortecimento viscoelástico, efeito de amortecimento afetado por memória como resposta de borracha ou material composto (MÜLLER et al., 2013; SMYTH; VARNEY; GREEN, 2016).

Uma aplicação interessante do FO consiste em usá-lo para propriedades viscoelásticas (ADOLFSSON; ENELUND; OLSSON, 2005; BAGLEY; TORVIK, 1983).



Propriedades dinâmicas de vigas e placas caracterizadas por múltiplos tempos de relaxação também foram modeladas pela derivada fracionária (SEREDYŃSKA; HANYGA, 2005).

Por outro lado, o estudo de problemas que envolvem acoplamentos multifísicos ou acoplamento de vários sistemas atraiu muitos pesquisadores. Mudanças nas características estruturais de máquinas e sistemas dinâmicos foram amplamente exploradas nos últimos anos (LITAK; MANOACH, 2013; LITAK; MANOACH; HALVORSEN, 2015).

## 2.8 DEFINIÇÕES DE DERIVADAS E INTEGRAIS FRACIONAIS

O desenvolvimento do cálculo fracionário tornou-se de interesse dos matemáticos, desde o início do cálculo regular de ordem inteira. O início foi com as discussões entre Leibniz e L'Hospital em 1695 preocupadas com a derivada de meia ordem (PETRÁŠ, 2008). Segundo Petráš (2011) o cálculo fracionário é uma generalização do operador de integração e / ou diferenciação  ${}_L D_t^v$ , onde  $L$  e  $t$  são os limites da memória e do tempo de operação e  $v$  é uma ordem numérica real (fracionária) do cálculo ( $v \in R$ ). Com isso, o operador diferencial integro contínuo é definido na equação (51):

$${}_L D_t^p = \begin{cases} \frac{d^p}{dt^p} & : p > 0 \\ 1 & : p = 0 \\ \int_L^t (dt)^{-p} & : p < 0 \end{cases} \quad (51)$$

Em relação a derivada não inteira considere a função contínua  $f(t)$ , então as derivadas de primeira e segunda ordem podem ser expressas como limites de quocientes de diferença com o intervalo de tempo  $h$ , conforme equações (52) e (53):

$$\frac{d}{dt} f(t) \equiv f^{(1)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h} \quad (52)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} f(t) \equiv f^{(2)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(t) - f'(t-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)}{h^2} \quad (53)$$

Continuando com esta regra, uma forma geral da derivada de ordem  $n$  da função  $f(t)$  em relação a  $t$  pode ser escrita equação (54):

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) \equiv f^{(n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f(t - jh) \quad (54)$$

Onde  $n \in \mathbb{N}$  é um inteiro, e  $\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!}$  é o coeficiente binomial.

De acordo com as equações (53)-(54), a derivada de ordem fracionária da ordem real  $p$  ( $p \in \mathbb{R}$ ) da função  $f(t)$  em relação a  $t$  é dada na equação (55):

$$D_t^p f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^p} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{p}{j} f(t - jh) \quad (55)$$

Onde  $n$  é um número inteiro escolhido em relação ao comprimento da memória do sistema.

A literatura destaca três definições mais comuns em relação a derivada de ordem fracionária geral, a saber: a Grunwald–Letnikov (GL), a Riemann–Liouville (RL) e a definição de Caputo (PODLUBNY, 1999). O GL está demonstrada na equação (56):

$$\frac{d^p f}{dt^p} \equiv {}_a D_t^p f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^p} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{p}{j} f(t - jh) \quad (56)$$

Onde  $[\cdot]$  significa a parte inteira,  $p > 0$  e os coeficientes binomiais podem ser estendidos para números reais usando a função Euler Gamma equação (57):

$$\binom{p}{j} = \frac{p!}{j!(p-j)!} = \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(p-j+1)} \quad (57)$$

A definição RL é demonstrada na equação (58):

$$\frac{d^p f}{dt^p} \equiv {}_a D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{p-n+1}} dt \quad (58)$$

Para  $(n - 1 < p < n)$  e  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama de Euler. Por outro lado, a definição de Caputo's pode ser escrita conforme equação (59):

$$\frac{d^p f}{dt^p} \equiv {}_a D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(p - n)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t - \tau)^{p-n+1}} d\tau \quad (59)$$

Para  $(n - 1 < r < n)$  as condições iniciais para as equações diferenciais de ordem fracionária com as derivadas de Caputo são da mesma forma que para as equações diferenciais de ordem inteira (MACHADO et al., 2010).

O cálculo numérico da derivada de ordem fracionária, utiliza a equação (60) derivada da definição de Grunwald-Letnikov equação (54). Esta abordagem é baseada no fato de que para uma ampla classe de funções, duas definições - GL equação (56) e RL equação (58) - são equivalentes (PETRÁŠ, 2011).

A relação para a aproximação numérica explícita da derivada  $p$ -ésima tem a seguinte forma (SYTA et al., 2014):

$${}_L D_t^p f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^p} \sum_{j=0}^{[N(t)]} (-1)^j \binom{p}{j} f(t - jh) \quad (60)$$

$$\text{Onde } N(t) = \min\left(\frac{t-L}{h}, \frac{L}{h}\right).$$

Observe que não é necessário usar as condições iniciais antes, como geralmente é necessário para outros sistemas com memória. Além disso,  $(-1)^j \binom{p}{j}$  são coeficientes binomiais  $c_j^{(p)}$  ( $j = 0, 1, \dots$ ). Para esses cálculos, pode-se usar a equação (61):

$$c_0^{(p)} = 1, c_j^{(p)} = \left(1 - \frac{1+r}{j}\right) c_{j-1}^{(p)} \quad (61)$$

O método numérico descrito é o denominado *PSE - Power Series Expansion* de uma função geradora. Observa-se que o PSE leva a uma aproximação na forma de polinômios, ou seja, o operador fracionário discretizado está na forma de um filtro FIR, que possui apenas zeros.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados da pesquisa, descrevendo a simulação do biorreator em malha aberta; a proposta de estratégia de controle de temperatura pelo controle de LQR; a proposta de controle de sensibilidade na temperatura de entrada do biorreator; e a análise e controle dinâmico de ordem fracional.

#### 3.1 BIORREATOR EM MALHA ABERTA

O modelo dinâmico utilizado na investigação do comportamento dinâmico do biorreator para fermentação e produção de álcool está representado nas equações (2), (3), (4), (5), (11) e (12).

O modelo matemático do biorreator para fermentação e produção de álcool está representado na equação (62),

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{d(C_x)}{dt} = \mu_x C_x \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} - \frac{F_e}{V} C_x \\
 \frac{d(C_s)}{dt} = -\frac{1}{R_{SX}} \mu_x C_x \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} - \frac{1}{R_{SP}} \mu_p C_x \frac{C_s}{K_{S1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} + \frac{F_i}{V} C_{S,in} - \frac{F_e}{V} C_s \\
 \frac{d(C_p)}{dt} = \mu_p C_x \frac{C_s}{K_{S1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} - \frac{F_e}{V} C_p \\
 \frac{d(C_{O_2})}{dt} = (k_{la})(C_{O_2}^* - C_{O_2}) - r_{O_2} \\
 \frac{d(T_r)}{dt} = \frac{F_i}{V} (T_{in} + 273) - \frac{F_e}{V} (T_r + 273) + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} - \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V \rho_r C_{heat,r}} \\
 \frac{d(T_{ag})}{dt} = \frac{F_{aq}}{V_j} (T_{in,ag} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}}
 \end{array} \right. \quad (62)$$

Para realização das simulações numéricas foi utilizado o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, com etapa de integração ( $h = 0,01$ ), considerando os parâmetros da Tabela 2 a seguir.

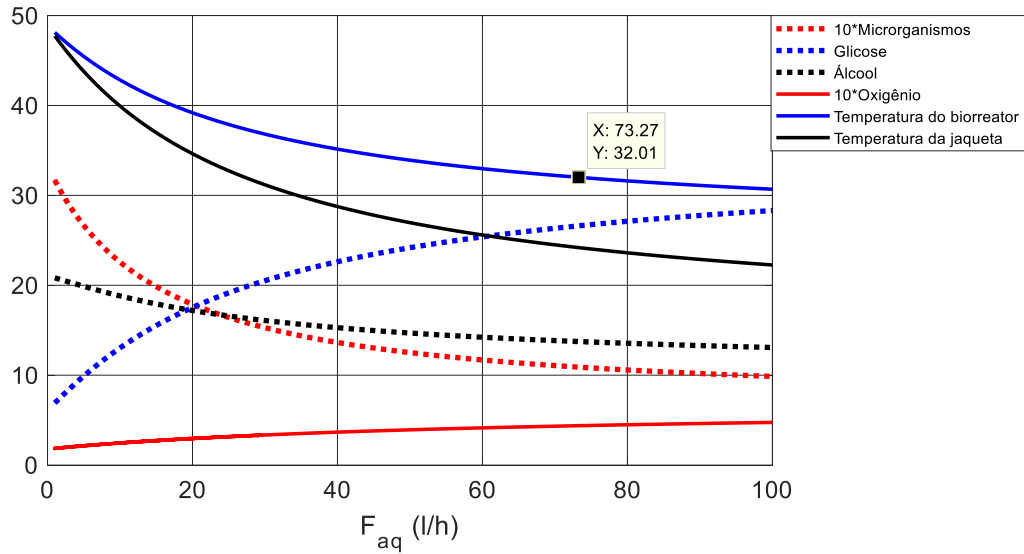
Tabela 2 - Parâmetros para simulações numéricas

CONSTANTES NUMÉRICAS	
$A_1=9.5 \times 10^8$	$H_H = -0.774$
$A_2=2.55 \times 10^{33}$	$H_{Mg} = -0.314$
$A_T=1 \text{ [m}^2\text{]}$	$H_{Na} = -0.550$
$C_{\text{heat,ag}}=4.18 \text{ [Jg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$	$H_{OH} = 0.941$
$C_{\text{heat, r}}=4.18 \text{ [Jg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$	$m_{\text{CaCO}_3}= 100 \text{ [gm]}$
$E_{a1}= 55000 \text{ [Jmol}^{-1}\text{]}$	$m_{\text{MgCl}_2}= 100 \text{ [gm]}$
$E_{a2}= 220000 \text{ [Jmol}^{-1}\text{]}$	$m_{\text{NaCl}}= 500 \text{ [gm]}$
$(k_{ia0})=38 \text{ [h}^{-1}\text{]}$	$M_{\text{Ca}}=40 \text{ [gmol}^{-1}\text{]}$
$K_s= 1.03 \text{ [gL}^{-1}\text{]}$	$M_{\text{CaCO}_3}= 90 \text{ [gmol}^{-1}\text{]}$
$K_{s1}=1.68 \text{ [gL}^{-1}\text{]}$	$M_{\text{Cl}} = 35.5 \text{ [gmol}^{-1}\text{]}$
$K_T= 3,6 \times 10^5 \text{ [Jh}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}\text{]}$	$M_{\text{CO}_3} = 60 \text{ [gmol}^{-1}\text{]}$
$R= 8.31 \text{ [Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$	$Y_{O_2}= 0.97$
$R_{SP}= 0.435$	$\Delta H_r= 518 \text{ [kJmol}^{-1}\text{O}_2^{-1}\text{]}$
$R_{sx}= 0.607$	$\mu_{O_2}= 0.5 \text{ [h}^{-1}\text{]}$
$H_{Ca}= -0.303$	$\mu_P= 1.79 \text{ [h}^{-1}\text{]}$
$H_{Cl} = 0.844$	$\rho_{ag}= 1000 \text{ [gL}^{-1}\text{]}$
$H_{\text{CO}_3} = 0.485$	$\rho_r = 1080 \text{ [gL}^{-1}\text{]}$

Fonte: PACHAURI; RANI; SINGH (2017).

A Figura 7 demonstra as variações dos estados, onde:  $(x_1)$  representa a concentração de microrganismos,  $(x_2)$  a glicose,  $(x_3)$  o álcool,  $(x_4)$  o  $O_2$ ,  $(x_5)$  a temperatura do biorreator e  $(x_6)$  a temperatura da jaqueta considerando o modelo matemático do biorreator para fermentação e produção de álcool representada pela equação (62), considerando a variação da vazão do refrigerante ( $F_{aq}$ ).

Figura 7 - Ponto estabilização do estado,  $T_{in} = 25$ ,  $t = 500h$ , e  $1 \leq F_{aq} \leq 100$ .

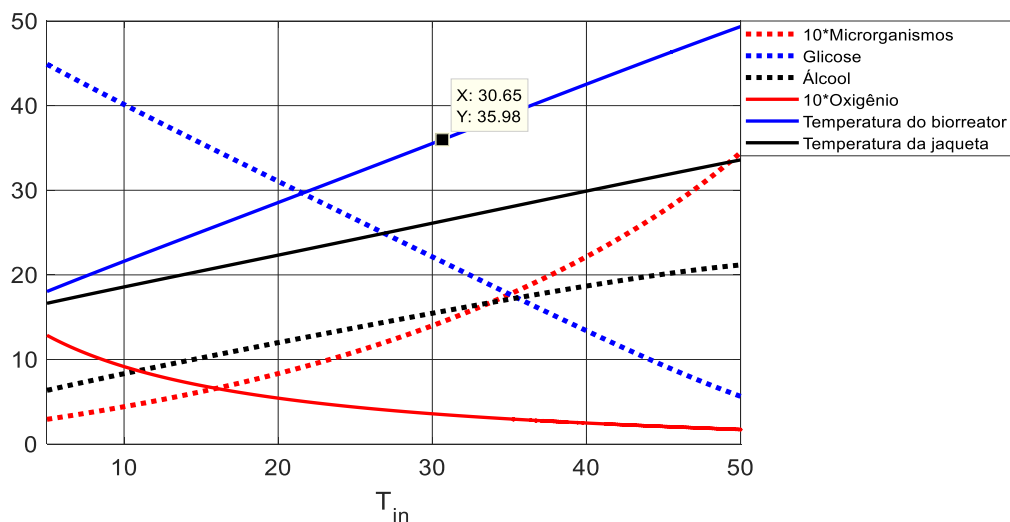


Fonte: Autoria própria.

Analisando a Figura 7 é possível verificar que a temperatura no biorreator ( $x_5$ ) é obtida para uma vazão  $F_{aq} \approx 73.27 L/h$ . Também é possível observar que a temperatura do biorreator pode ser controlada em função do controle da temperatura da jaqueta. Desta forma, a produção de álcool pode ser otimizada mantendo a temperatura do biorreator em torno de  $32^\circ C$ .

Na Figura 8, pode-se observar a variação dos estados, considerando uma vazão  $F_{aq} = 73.27$  e a temperatura de entrada do biorreator  $5 \leq T_{in} \leq 50$ .

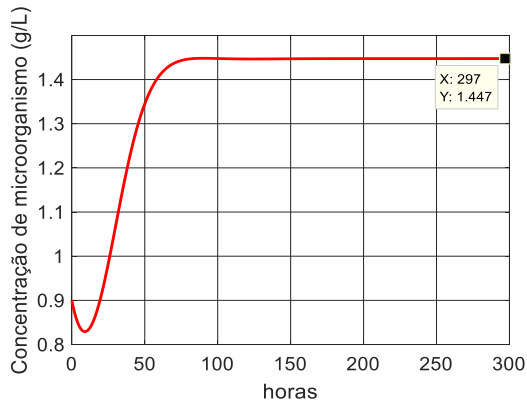
Figura 8 - Ponto estabilização do estado,  $F_{aq} = 73.27$ ,  $t = 500h$ , e  $5 \leq T_{in} \leq 50$ .



Fonte: Autoria própria.

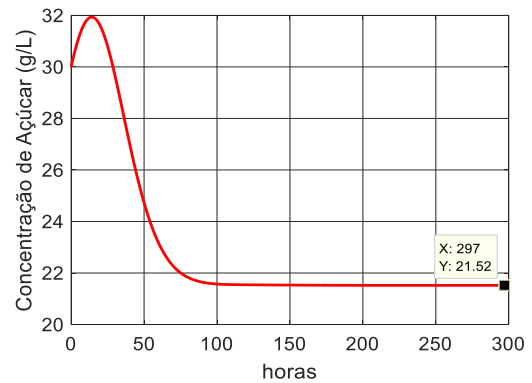
A Figura 8 demonstra que o sistema com temperatura de entrada do biorreator  $T_{in} \geq 31$ , e a temperatura no biorreator  $T_r \geq 36$ , as proteínas de levedura começam a desnaturar produzindo glicerol (AMILLASTRE et al., 2012). Os resultados do biorreator em malha aberta estão demonstrados da Figura 9 a Figura 14.

Figura 9 - Concentração de microrganismo em malha aberta.



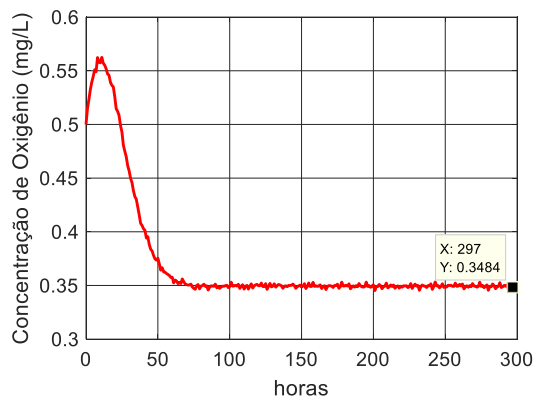
Fonte: Autoria própria.

Figura 10 - Concentração de Glicose em malha aberta.



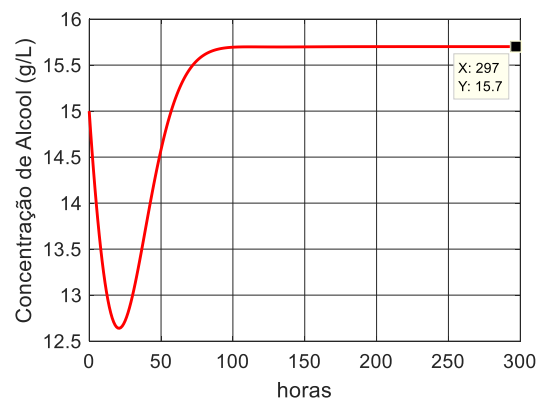
Fonte: Autoria própria.

Figura 11 - Concentração de oxigênio em malha aberta.



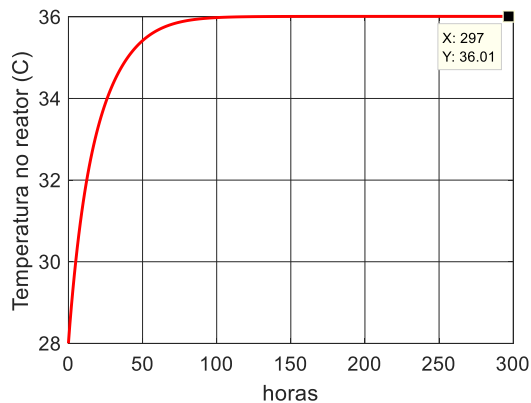
Fonte: Autoria própria.

Figura 12 - Concentração de álcool em malha aberta.



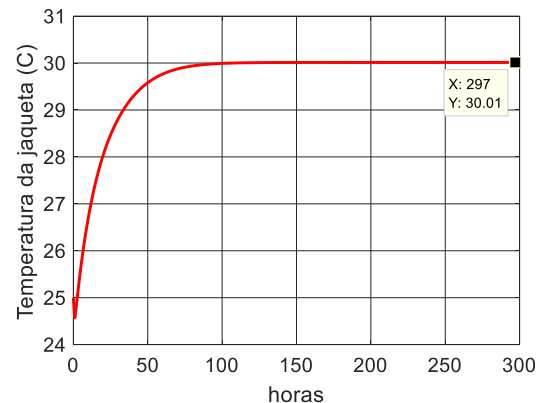
Fonte: Autoria própria.

Figura 13 - Temperatura do biorreator em malha aberta.



Fonte: Autoria própria.

Figura 14 - Temperatura da jaqueta do biorreator em malha aberta.



Fonte: Autoria própria.

Pode-se notar que a estabilização do produto mantendo uma saída constante de produto no biorreator levou aproximadamente 100h. É possível verificar também que o crescimento das leveduras e de álcool é proporcional ao consumo de glicose e de oxigênio, ou seja, quanto mais leveduras e álcool presentes no biorreator, menor a quantidade de glicose e oxigênio.

A temperatura ótima para a fermentação alcoólica de *Saccharomyces cerevisiae* é de 32°C (ESFAHANIAN et al., 2016). A temperatura de estabilização do biorreator fica próximo de 36°C e segundo (AMILLASTRE et al., 2012) a partir dos 36°C, as proteínas do *Saccharomyces cerevisiae* começam a desnaturar e para se proteger os microrganismos produzem glicerol, um subproduto indesejado.

O modelo utilizado neste trabalho não leva em consideração a produção de subprodutos, no entanto, na modelagem do sistema de controle, deve-se identificar a temperatura onde a produção de álcool é máxima e a de subprodutos mínima. Diante do apresentado, é possível constatar que em função da temperatura e do tempo utilizado até a estabilização do sistema, se faz necessário inserir um sistema de controle de temperatura.

### 3.2 PROPOSTA DE ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE TEMPERATURA PELO CONTROLE DE LQR

Considerando que o objetivo principal é controlar a temperatura do biorreator, é possível reduzir o sistema com 6 equações demonstrado na equação (62), para um



sistema com 2 equações conforme demonstrado na equação (63), considerando apenas as equações de temperatura do biorreator e da jaqueta. A estratégia escolhida é semelhante à usada com sucesso por (TUSSET et al., 2015). Sendo assim, o sistema pode ser reduzido à seguinte equação:

$$\begin{aligned} \dot{T}_r &= -\left(\frac{F_e}{V} + \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}}\right) T_r + \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} T_{ag} + \frac{F_i}{V} (T_{in} + 273) - 273 \frac{F_e}{V} + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} \\ \dot{T}_{ag} &= \frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} T_r - \frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} T_{ag} - \frac{F_{aq}}{V_j} T_{ag} + \frac{F_{aq}}{V_j} T_{in,ag} \end{aligned} \quad (63)$$

Com foco em controlar a temperatura do biorreator realizando uma troca térmica com o fluido refrigerante contido na jaqueta, como descrito anteriormente é possível utilizar um sistema de forma reduzida com duas equações, pois apenas a temperatura da jaqueta está diretamente associada ao controle de temperatura do biorreator. As demais equações relacionadas as concentrações das variáveis de processo como microrganismos, glicose, álcool e oxigênio, não estão diretamente associadas ao controle de temperatura, sendo assim, essas variáveis são consideradas apenas perturbações do sistema. Desta forma, considerando o sistema em ordem reduzida, o controlador projetado torna-se vantajoso por ser mais simples e menos sujeitos as variações dos estados.

A equação (64) pode ser representado no espaço de estado:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{T}_{ag} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\left(\frac{F_e}{V} + \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}}\right) & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \\ \frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{F_i}{V} (T_{in} + 273) - 273 \frac{F_e}{V} + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{T_{ag}}{V_j} + \frac{T_{in,ag}}{V_j} \end{bmatrix} F_{aq} \end{aligned} \quad (64)$$

O sistema demonstrado na equação (64) pode ser apresentado na seguinte forma de matriz, equação (65):

$$\dot{X} = AX + G + BU \quad (65)$$

Onde:

$$X = \begin{bmatrix} T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{F_e}{V} + \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}}\right) & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \\ \frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{T_{ag}}{V_j} + \frac{T_{in,ag}}{V_j} \end{bmatrix}, U = F_{ag} \quad (66)$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{F_i}{V} (T_{in} + 273) - 273 \frac{F_e}{V} + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Onde,  $B$  é a matriz de controle,  $A$  é a matriz de estado,  $G$  é a matriz dos termos que não podem estar na matriz de estados  $A$  (TUSSET et al., 2015). E  $U$  é o controle de feedback definido conforme equação (67):

$$U = -R^{-1} B^T P e = -K e \quad (67)$$

Onde,  $e = [X - X^*]$ ,  $X$  representa os estados do sistema e  $X^*$  os estados desejados. A função  $P$  é obtida resolvendo a equação de Ricatti definida na equação (68):

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (68)$$

A medida de desempenho quadrático para o problema de controle de feedback é dada pela equação (69):

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + U^T R U) dt \quad (69)$$

Onde  $Q$  e  $R$  são matrizes definidas positivas. Destaca-se que a matriz não pode violar a controlabilidade do sistema. A matriz de controlabilidade está demonstrada na equação (70):

$$M = [B_{n \times m} \quad A_{n \times n} B_{n \times m}] \quad (70)$$

O sistema demonstrado na equação (70) é controlável se a classificação da matriz  $M$  for  $n$ . Considerando os parâmetros da Tabela 2, as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $M$  são obtidas:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1307 & 0.0797 \\ 1.7225 & -1.7225 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1800 \end{bmatrix} \text{ e } M = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & -0.0144 \\ -0.1800 & 0.3100 \end{bmatrix} \quad (71)$$

A classificação da matriz  $M$  é dois, garantindo que o sistema da equação (64) seja controlável. Definindo  $Q = 35000 \begin{bmatrix} 655000 & 100 \\ 100 & 1 \end{bmatrix}$  e  $R = [200]$ . Considerando o sinal de controle dado pelo fluxo de água na jaqueta  $F_{ag} = U$ , e:

$$U = -k_{1,1}(T_r - T_r^*) - k_{1,2}(T_{ag} - T_{ag}^*) \quad (72)$$

Onde:  $T_r^*$  é a temperatura desejada do biorreator,  $T_{ag}^*$  é a temperatura desejada da jaqueta,  $k_{1,1}$  e  $k_{1,2}$  são os ganhos do controle, e são da ordem da equação (72). Para as simulações numéricas considera-se:  $T_r^* = 32^\circ C$  e  $T_{ag}^* = 24^\circ C$ , temperatura ótima ( $T_r$ ) para a fermentação alcoólica de *Saccharomyces cerevisiae* (ESFAHANIAN et al., 2016).

Resolvendo a equação (67) e substituindo  $T_r^* = 32^\circ C$  e  $T_{ag}^* = 24^\circ C$  na equação (72), obtém-se o sinal de controle:

$$U = -k_{1,1}(T_r - 32) - k_{1,2}(T_{ag} - 24) \quad (73)$$

As Figura 15 e Figura 17 demonstram as variações dos estados com controle LQR, destacando as concentrações dos microrganismos, glicose, oxigênio, álcool, temperatura do biorreator e temperatura da jaqueta, considera-se o modelo matemático do biorreator para fermentação e produção de álcool representado pela equação (63) e a variação da vazão do refrigerante ( $F_{aq}$ ).

Figura 15 - (a) Concentração de microrganismo. (b) Concentração de Glicose.

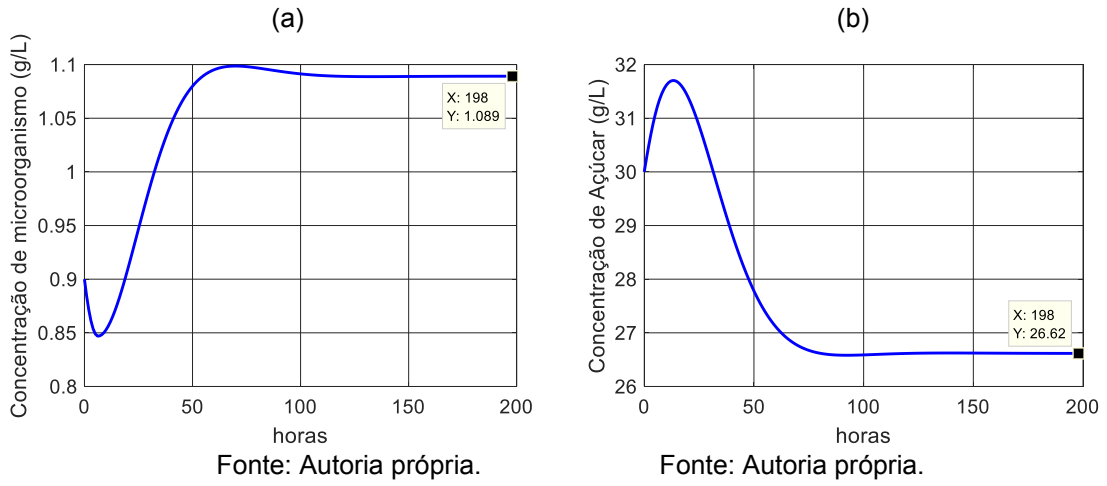


Figura 16 - (a) Concentração de álcool. (b) Concentração de oxigênio.

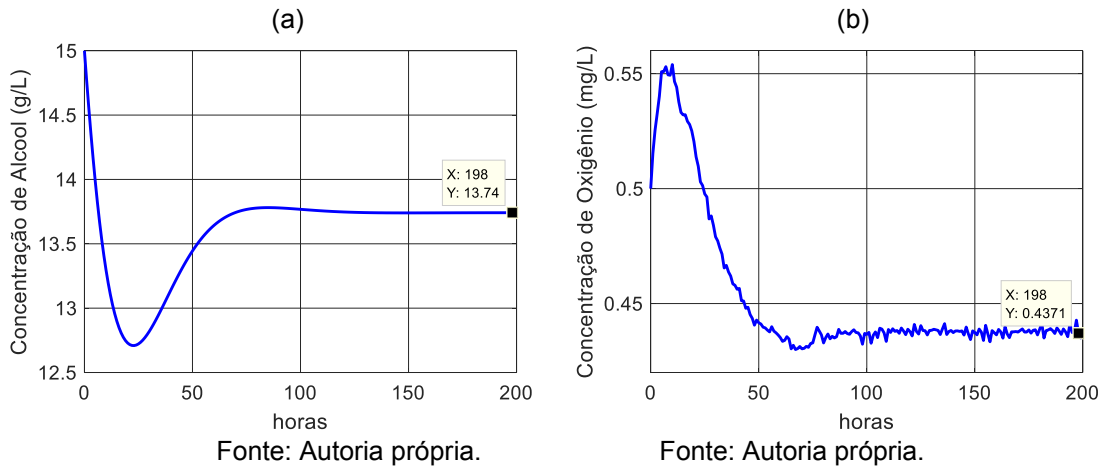
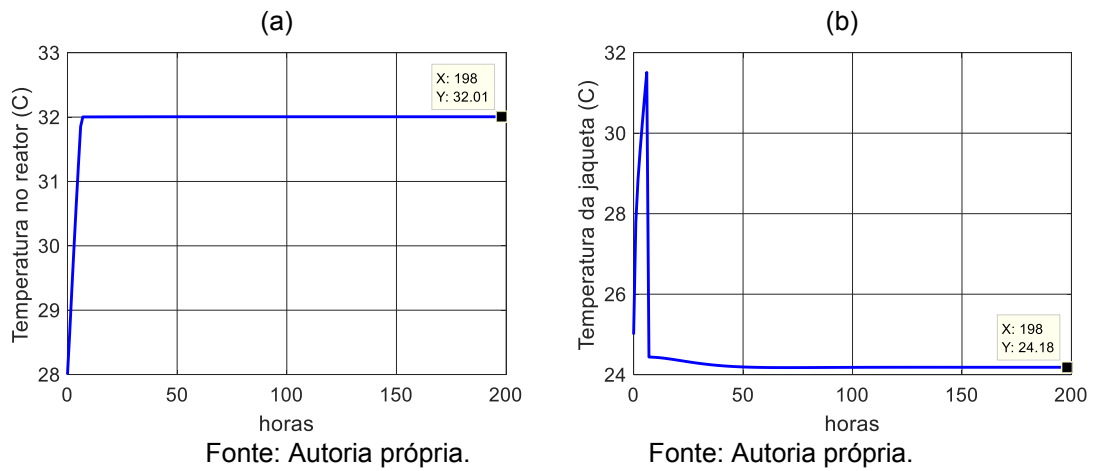


Figura 17 - (a) Temperatura no biorreator. (b) Temperatura da jaqueta.

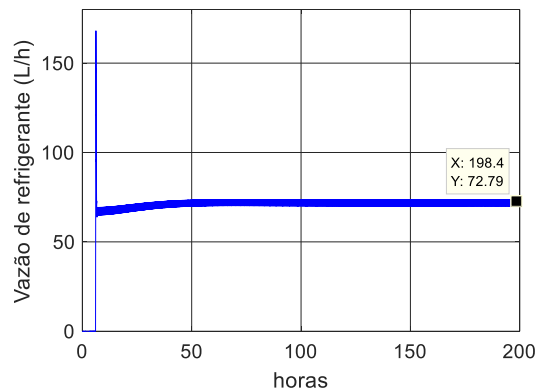


Diante das informações apresentadas verifica-se que o controle manteve a temperatura ideal em aproximadamente 32°C no biorreator, com erro inferior a 5%, variação aceita de acordo com (TUSSET et al., 2015).

Como pode ser visto, para reduzir a temperatura do biorreator, se faz necessário aumentar rapidamente o fluxo de líquido no resfriamento da jaqueta, reduzindo a temperatura da jaqueta e com isso, reduzindo a temperatura do biorreator para 32°C. Também é possível verificar que se o biorreator estiver com uma temperatura abaixo de 32°C, a vazão do líquido é zero.

A Figura 18 apresenta a vazão de fluido refrigerante para o sistema em malha fechada. A vazão de fluido refrigerante é zero no início de aquecimento do biorreator em seguida aumenta para resfriar o biorreator realizando uma troca de calor.

Figura 18 - Vazão de fluido refrigerante.



Fonte: Autoria própria.

Com a inserção do controle proposto verifica-se que foi possível controlar a temperatura do biorreator em 32°C, o que proporcionou um aumento na produtividade dos microrganismos gerando álcool (coeficiente de produtividade  $\left(\frac{C_p}{C_s}\right)$ ), consumindo menos glicose e O<sub>2</sub>.

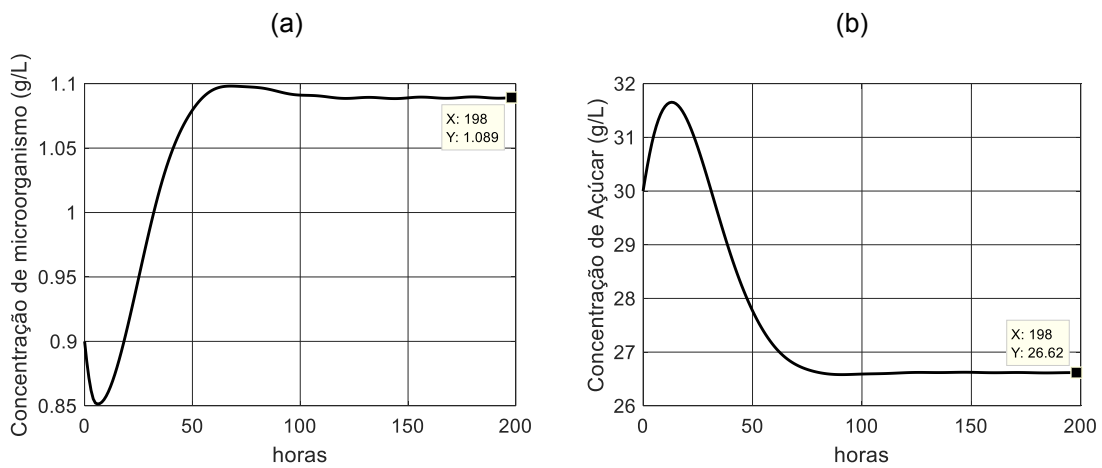
### 3.3 PROPOSTA DE CONTROLE DE SENSIBILIDADE NA TEMPERATURA DE ENTRADA DO BIORREATOR

Para análise da robustez do controle, foi considerada uma variação na temperatura de entrada do biorreator em função do tempo, para isso, insere-se uma entrada oscilatória da seguinte forma:

$$T_i(t) = 25 + \left( 5 \sin \left( \frac{\pi}{12} t \right) \right) \quad (74)$$

As Figura 19 a Figura 21 apresentam as concentrações de microrganismo, Glicose, oxigênio e álcool, apresentam também as temperaturas do biorreator e da jaqueta. Com isso, é possível observar a variação da temperatura do biorreator considerando a variação da temperatura inserida na entrada conforme a equação (74).

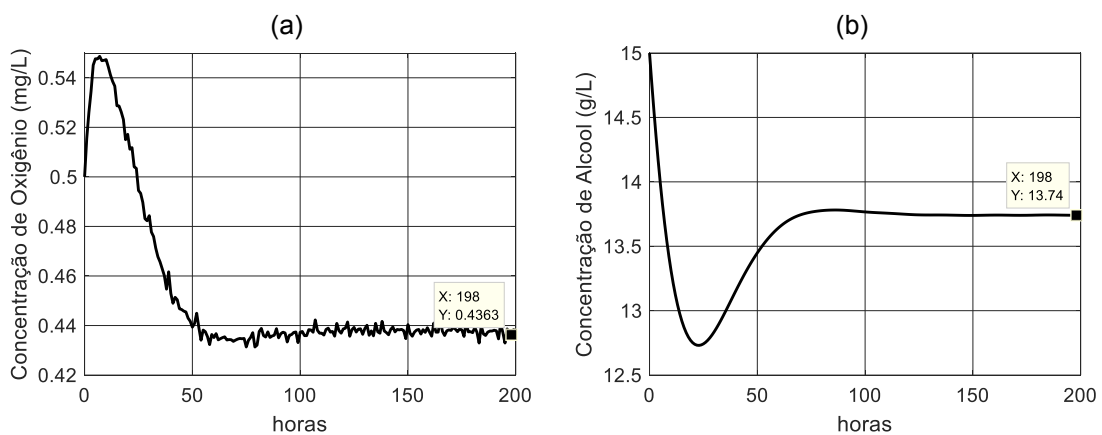
Figura 19 - (a) Concentração de microrganismo. (b) Concentração de Glicose.



Fonte: Autoria própria.

Fonte: Autoria própria.

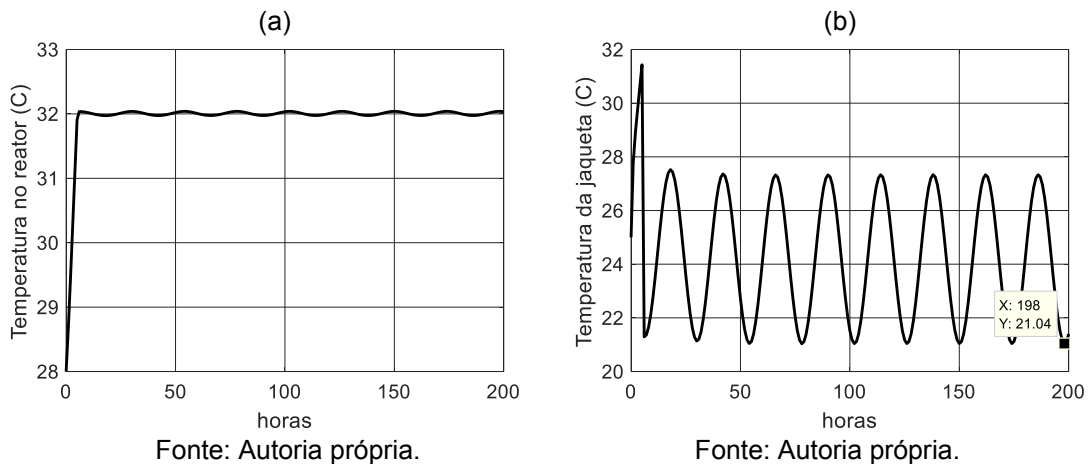
Figura 20 - (a) Concentração de oxigênio. (b) Concentração de álcool.



Fonte: Autoria própria.

Fonte: Autoria própria.

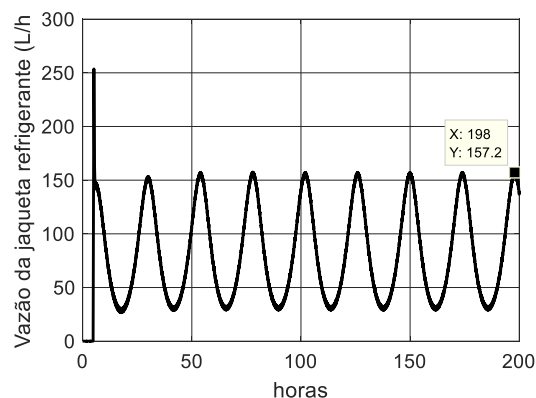
Figura 21 - (a) Temperatura no biorreator. (b) Temperatura da jaqueta.



Diante do exposto é possível verificar que o controle proposto é robusto para variações periódicas na temperatura de entrada do biorreator ( $T_{in}$ ), com erro abaixo de 0,125%. Observa-se também a variação da temperatura da jaqueta que equilibra a temperatura do biorreator próximo da desejada, sendo esta variação de 21,04°C a 27,33°C.

A Figura 22 apresenta a vazão do fluido refrigerante para o sistema em malha fechada com inserção de perturbação. Inicialmente quando o biorreator está em fase de aquecimento da temperatura, a vazão de fluido refrigerante é zero, na sequência ela aumenta em função da troca térmica que resfria o biorreator.

Figura 22 - Vazão de fluido refrigerante.



Observa-se que a vazão do refrigerante necessária para manter a temperatura do biorreator fica próxima dos 32°C desejados, com variações entre 29L/h e 157L/h, para o caso de regime permanente.

Na Tabela 3 estão apresentados os valores dos pontos de estabilização do sistema, considerando os sistemas em três fases: (1) em malha aberta; (2) malha fechada com atuação do controle LQR; e (3) em malha fechada com atuação do controle LQR considerando uma variação na temperatura de entrada do biorreator em função do tempo.

Tabela 3 - Pontos de estabilização (Ordem Inteira)

BIORREATOR	$C_x$ Concentração de microrganismo	$C_s$ Concentração de Glicose	$C_p$ Concentração de álcool	$C_{O_2}$ Concentração de oxigênio	$T_r$ Temperatura no biorreator	$T_{ag}$ Temperatura da jaqueta
Malha aberta	1,447	21,52	15,70	0,3484	36,01	30,01
Malha fechada	1,089	26,02	13,74	0,4371	32,01	24,18
Malha fechada com perturbação	1,089	26,62	13,74	0,4363	32,01	21,04

Fonte: Autoria própria.

Com a implantação do controle proposto verifica-se que foi possível controlar a temperatura do biorreator em aproximadamente 32°C, conforme valor definido em *setpoint*, mesmo com a inserção de perturbações na temperatura de entrada do biorreator. Esse controle proporcionou um aumento na produtividade dos microrganismos gerando mais álcool (coeficiente de produtividade  $\left(\frac{C_p}{C_s}\right)$ ), consumindo menos glicose e menos O<sub>2</sub>.

### 3.4 ANÁLISE E CONTROLE DINÂMICO DE ORDEM FRACIONAL

Considerando que a troca de calor entre o biorreator e a jaqueta pode ser representada em ordem fracionária, considera-se nesta seção que as equações de temperatura do biorreator e da jaqueta estão em ordem fracionária.

De acordo com (TUSSET et al., 2018, 2019, 2020), as equações diferenciais podem envolver operadores diferenciais de *Riemann-Liouville* de ordem fracionária  $q > 0$ , e geralmente são consideradas conforme equação 75 (TUSSET et al., 2012).

$$D^q x(t) = \frac{1}{\Gamma(m-q)} \int_{t_0}^t \frac{x^{(m)}(x)}{(t-x)^{q-m+1}} dx \quad (75)$$



Onde,  $m = [q]$  que representa o primeiro inteiro não menor que  $q$ . É provado que a definição é a usual de derivados quando  $q = 1$ . Quando  $0 < q < 1$  observa-se alta aplicabilidade e existem algumas aplicações para  $q > 1$ .

Semelhante aos trabalhos de (TUSSET et al., 2018, 2019, 2020), considera-se  $t_0 = 0$ , e  $0 < q < 1$ ; assim como nesta pesquisa isso é importante para a análise dinâmica. O sistema apresentado na equação (76) em ordem fracionária é descrito da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^{q_1} C_x}{d\tau^{q_1}} = \mu_x C_x \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} - \frac{F_e}{V} C_x \\ \frac{d^{q_2} C_s}{d\tau^{q_2}} = -\frac{1}{R_{SX}} \mu_x C_x \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} - \frac{1}{R_{SP}} \mu_p C_x \frac{C_s}{K_{S1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} + \frac{F_i}{V} C_{S,in} - \frac{F_e}{V} C_s \\ \frac{d^{q_3} C_p}{d\tau^{q_3}} = \mu_p C_x \frac{C_s}{K_{S1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} - \frac{F_e}{V} C_p \\ \frac{d^{q_4} C_{O_2}}{d\tau^{q_4}} = (k_{la})(C_{O_2}^* - C_{O_2}) - r_{O_2} \\ \frac{d^{q_5} T_r}{d\tau^{q_5}} = \frac{F_i}{V} (T_{in} + 273) - \frac{F_e}{V} (T_r + 273) + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32\rho_r C_{heat,r}} - \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V\rho_r C_{heat,r}} \\ \frac{d^{q_6} T_{ag}}{d\tau^{q_6}} = \frac{F_{aq}}{V_j} (T_{in,ag} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \end{array} \right. \quad (76)$$

Onde,  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1$ ,  $q_5$  e  $q_6$  representam a ordem das derivadas, e  $0 < q_{5,6} < 1$ .

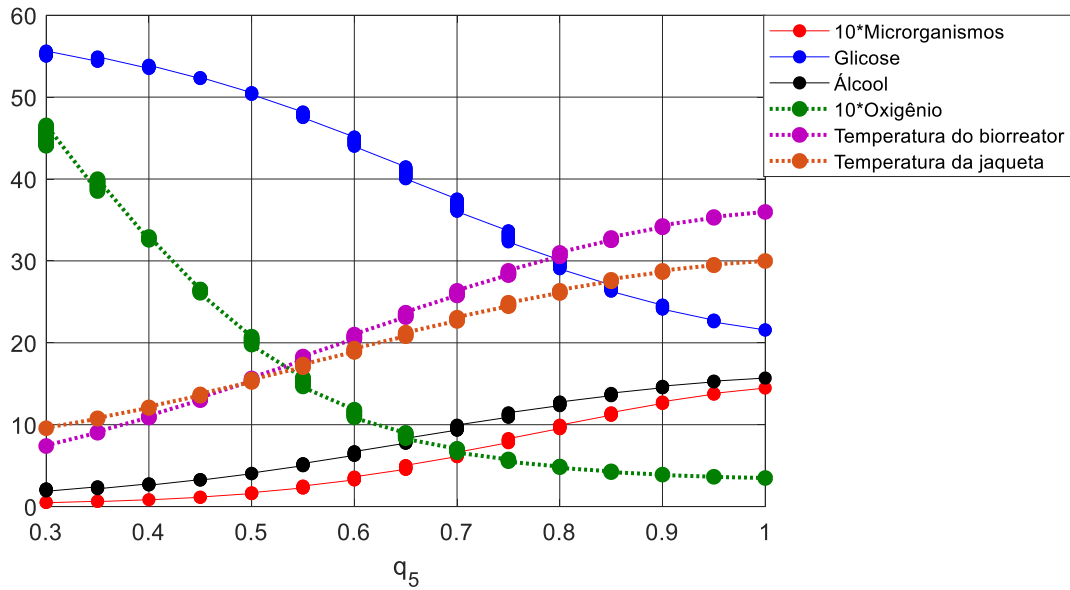
O comportamento do sistema em ordem fracionária é analisado por meio de simulações numéricas utilizando o algoritmo proposto por (PETRÁŠ, 2011).

A Figura 23 demonstra as variações dos estados: concentrações de microrganismos ( $x_1$ ), glicose ( $x_2$ ), álcool ( $x_3$ ),  $O_2$  ( $x_4$ ), temperatura do biorreator ( $x_5$ ) e temperatura da jaqueta ( $x_6$ ), considera-se o modelo matemático do biorreator para fermentação e produção de álcool representada na equação (76), considera-se também o ponto de estabilização  $t=5000h$ ,  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1$  e  $0,3 \leq q_{5,6} \leq 1$ .

Figura 23 - Ponto estabilização dos estados, para o sistema em malha aberta.

(a)

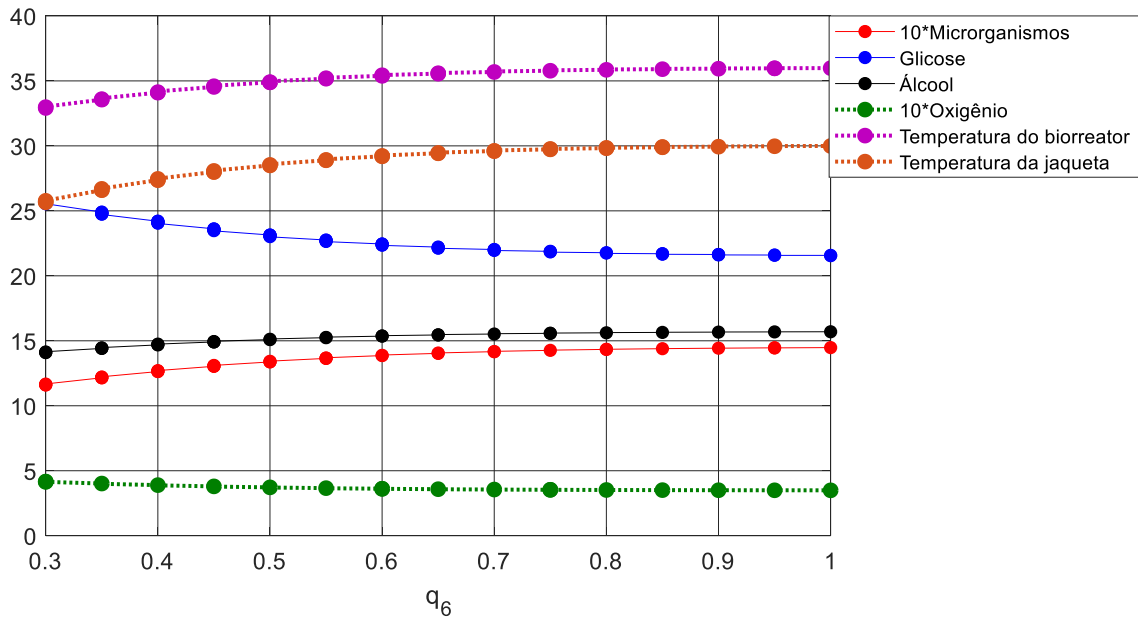
Variação da derivada fracionária apenas na equação do biorreator



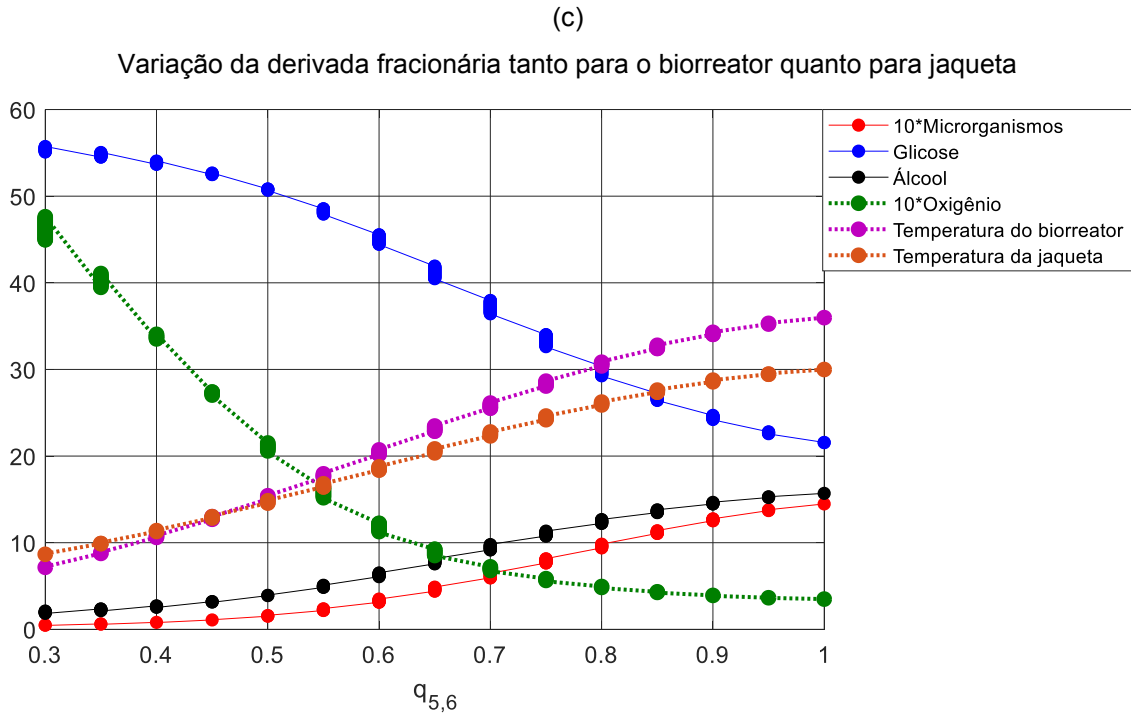
Fonte: Autoria própria.

(b)

Variação da derivada fracionária apenas na equação da jaqueta



Fonte: Autoria própria.



Fonte: Autoria própria.

Conforme demonstrado na Figura 23 a variação da derivada fracionária ( $q_5$ ), tem maior influência quando é considerada na temperatura do biorreator conforme Figura 23a, e que a influência na dinâmica do sistema não é tão significativa quando se considera a variação da temperatura fracionária derivada na jaqueta do biorreator conforme Figura 23b.

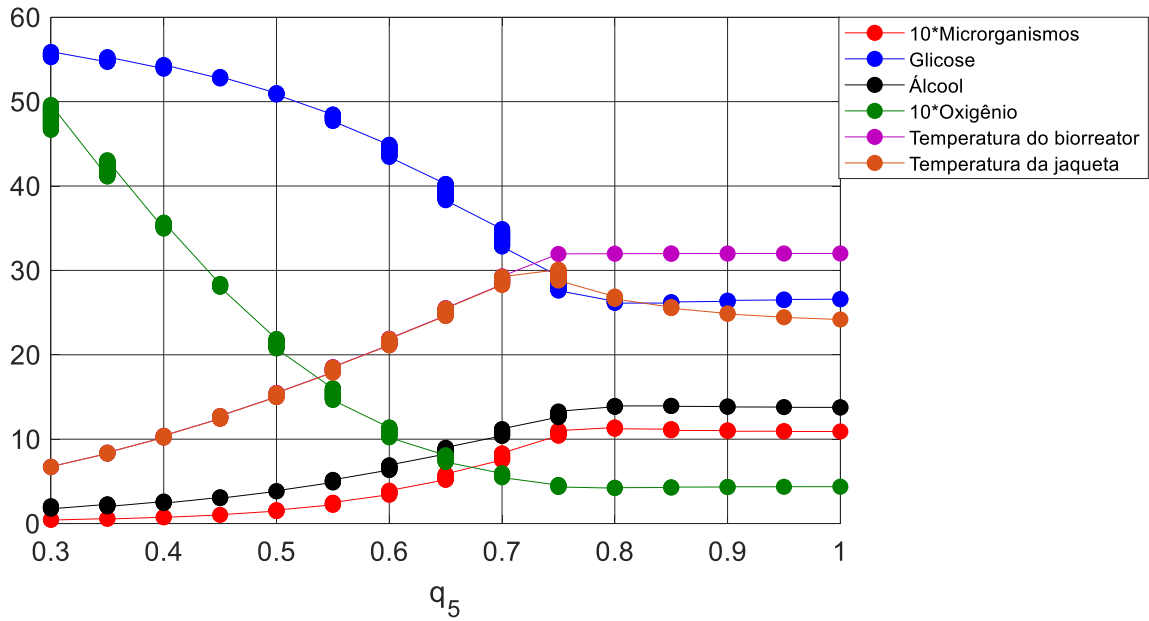
De acordo com Ahmad; Abdel-Jabbar (2006), as respostas dinâmicas para biorreator em ordem fracionária são inerentemente mais lentas do que aquelas obtidas a partir de todo o modelo de ordem e sua velocidade aumenta com a ordem do sistema.

Considerando a variação da derivada fracionária no biorreator e na jaqueta, observa-se que para ( $q_{5,6} < 0,85$ ), a temperatura do biorreator está abaixo da temperatura ideal de 32°C e para ( $q_{5,6} > 0,85$ ) a temperatura do biorreator está acima do ideal. Podemos observar também que quanto menor o valor de ( $q_{5,6}$ ), menor a temperatura no biorreator, implicando em uma redução na produção de álcool, e um aumento na concentração de glicose e no oxigênio. O sistema em ordem fracionária com a inserção do controle proposto, considerando  $t=5000h$ ,  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1$  e  $0,3 \leq q_{5,6} \leq 1$ , está demonstrado na Figura 24.

Figura 24 - Ponto estabilização dos estados, para o sistema com controle.

(a)

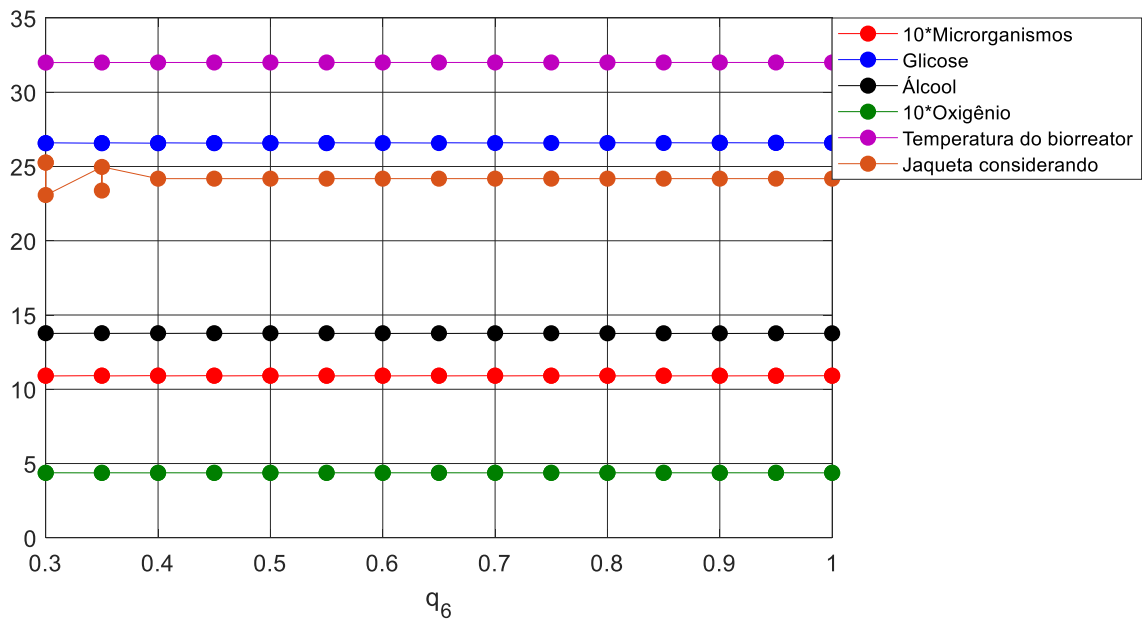
Variação da derivada fracionária apenas na equação do biorreator



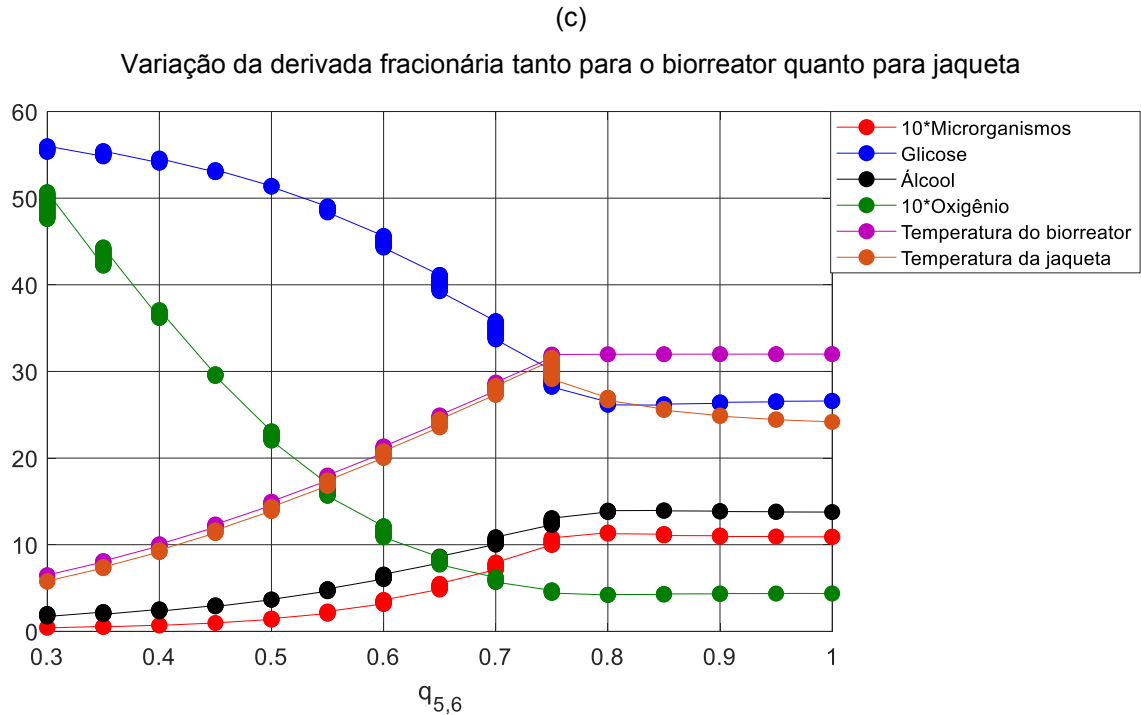
Fonte: Autoria própria.

(b)

Variação da derivada fracionária apenas na equação da jaqueta



Fonte: Autoria própria.



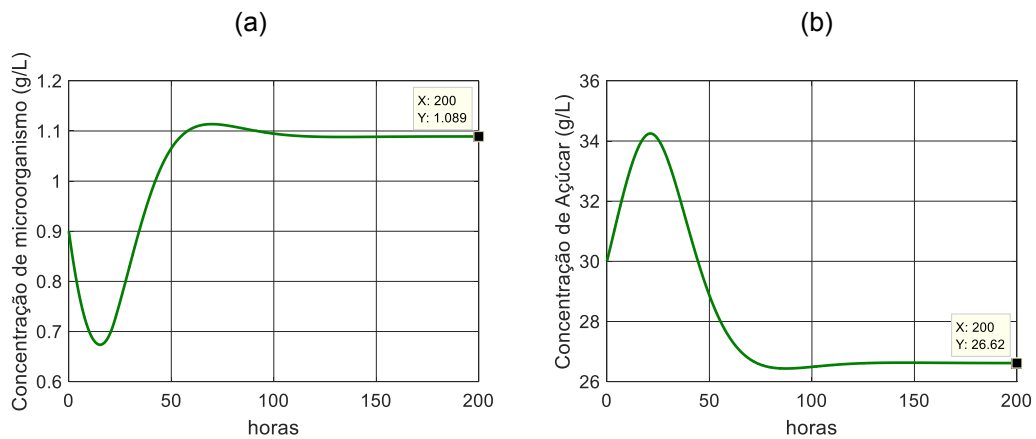
Fonte: Autoria própria.

Para temperatura do biorreator acima do considerado ideal, o controle proposto demonstra-se eficiente em trazer a temperatura para o valor de *setpoint* (32°C). Para temperatura abaixo de 32°C o controle manteve-se nulo, isso comprova que o controle da vazão do líquido na jaqueta é realizado apenas para a fase de resfriamento do biorreator.

Na Figura 24(a) verifica-se que para o caso da variação da derivada fracionária ocorrer apenas na equação do biorreator, o controle projetado atua a partir de  $q_5 = 0,75$ , e mostra-se eficiente no processo, no caso da variação da ordem ocorrer apenas na equação da jaqueta, Figura 24(b), o controle atua em toda faixa  $0,3 \leq q_{5,6} \leq 1$ , e mantém a temperatura do biorreator em 32°C, para o caso da variação de ordem fracionária ser considerada tanto para o biorreator quanto para a jaqueta, Figura 24(c), o controle atua em  $q_5 = q_6 = 0,75$ .

O sistema em ordem fracionária com o controle proposto está demonstrado entre as Figura 25 e Figura 27 aplicado no sistema da equação (76), considerando  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1$  e  $q_5 = q_6 = 0,95$ , os valores trazem a temperatura do biorreator próxima a 32°C.

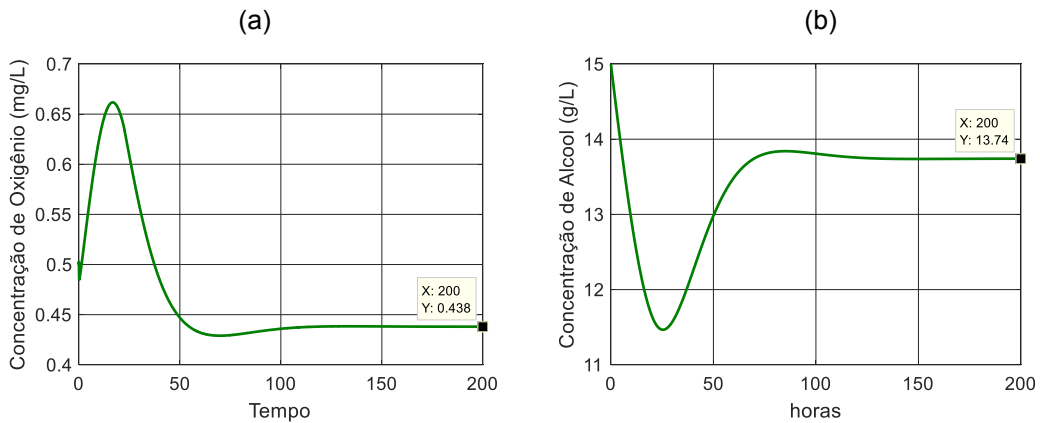
Figura 25 - (a) Concentração de microrganismo. (b) Concentração de Glicose.



Fonte: Autoria própria.

Fonte: Autoria própria.

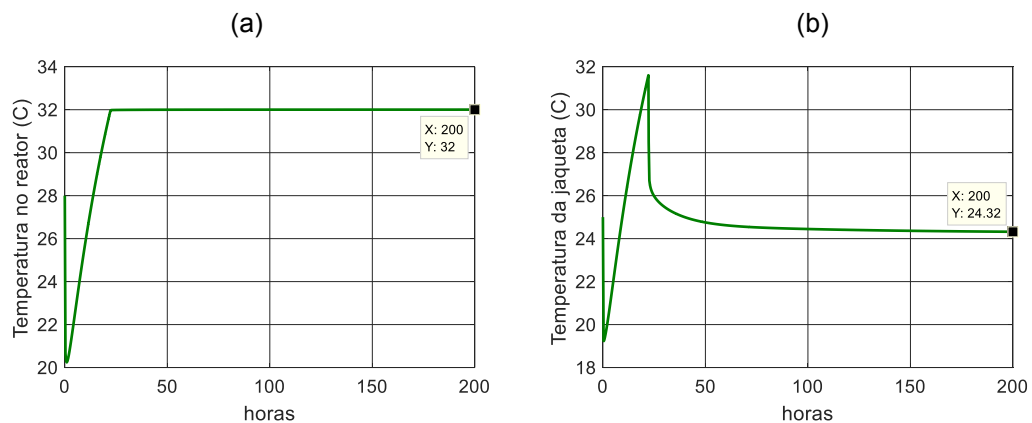
Figura 26 - (a) Concentração de oxigênio. (b) Concentração de álcool.



Fonte: Autoria própria.

Fonte: Autoria própria.

Figura 27 - (a) Temperatura no biorreator. (b) Temperatura da jaqueta.



Fonte: Autoria própria.

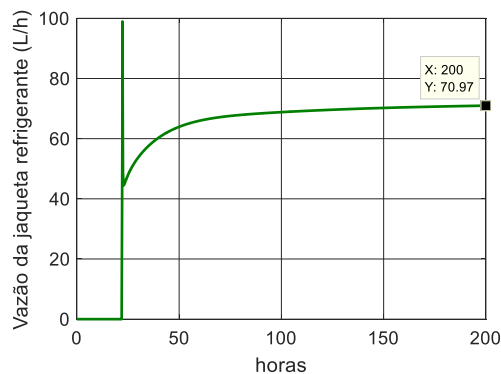
Fonte: Autoria própria.

Analisando os resultados apresentados verifica-se que o controle proposto é eficiente em trazer a temperatura do biorreator para os valores definidos de *setpoint*

(32°C), ou seja, permaneceu robusto mesmo com a variação da temperatura na entrada do biorreator ( $T_{in}$ ), mantendo a temperatura do biorreator na temperatura ideal para a produção de álcool mesmo que o sistema esteja representado em ordem fracionária, a temperatura manteve-se em regime permanente com erro abaixo de 0,125%, o mesmo observado na ordem inteira.

A Figura 28 apresenta a vazão de refrigerante para o sistema em malha fechada em ordem fracionária. Na fase de aquecimento do biorreator a vazão de fluido refrigerante é zero, em seguida o fluxo aumenta para resfriar o biorreator.

Figura 28 - Vazão de fluido refrigerante.



Fonte: Autoria própria.

Observa-se que a vazão do fluido refrigerante necessária para manter a temperatura do biorreator próxima aos 32°C definido como *setpoint*, estabilizou em aproximadamente 70,97L/h, para o caso de regime permanente.

Os resultados apresentados demonstram um controle de temperatura robusto, mesmo com sistema representado em ordem fracionária e com variações na temperatura na entrada do biorreator, pois mesmo diante de todas as perturbações inseridas, a temperatura do biorreator manteve-se controlável estabilizando em 32°C, conforme definido em *setpoint*. Em relação ao fluido refrigerante, observa-se que a variação da temperatura da jaqueta que equilibra a temperatura do biorreator é semelhante à já observada para o sistema com controle de ordem inteira.

Na Tabela 4 estão apresentados os valores dos pontos de estabilização do sistema em três fases, considerando que as equações de temperatura do biorreator e da jaqueta estão em ordem fracionária, os sistemas estão demonstrados em: (1) malha aberta; (2) malha fechada com a atuação do controle LQR; e (3) em malha

fechada com a atuação do controle LQR considerando uma variação na temperatura de entrada do biorreator em função do tempo.

Tabela 4 - Pontos de estabilização (Ordem Fracionária)

BIORREATOR	$C_x$ Concentração de microrganismo	$C_S$ Concentração de Glicose	$C_p$ Concentração de álcool	$C_{O_2}$ Concentração de oxigênio	$T_r$ Temperatura no biorreator	$T_{ag}$ Temperatura da jaqueta
Malha aberta	1,500	21,50	16,00	0,3500	36,00	30,00
Malha fechada	1,100	26,00	14,00	0,4500	32,00	24,00
Malha fechada com perturbação	1,089	26,62	13,74	0,4380	32,00	24,32

Fonte: Autoria própria.

Com a implantação do controle proposto considerando que as equações de temperatura do biorreator e da jaqueta estão em ordem fracionária, também se verifica que foi possível controlar a temperatura do biorreator em 32°C, conforme valor definido em *setpoint*, mesmo com a inserção de perturbações na temperatura de entrada do biorreator. Esse controle proporcionou um aumento na produtividade dos microrganismos gerando mais álcool (coeficiente de produtividade  $\left(\frac{C_p}{C_S}\right)$ ), consumindo menos glicose e menos O<sub>2</sub>.



## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Utilizando simulações numéricas, foi apresentado uma análise dinâmica de um modelo matemático PRS de Pachauri; Rani; Singh (2017), não linear de um biorreator de fermentação alcoólica. Um controlador por realimentação de estados foi projetado utilizando a técnica do regulador linear quadrático (LQR). O uso do controle ótimo LQR, mesmo com simplificações no modelo, permitiu obter um sistema de controle em um espaço de estado de ordem reduzida, controlando a temperatura do biorreator com utilização de água na jaqueta para resfriamento. Para analisar a não linearidade da troca de calor entre a jaqueta de resfriamento e o biorreator, foi proposto o uso de uma ordem fracionária.

Os resultados numéricos apresentados demonstraram que a estratégia de controle proposta é eficiente para controlar a temperatura interna do biorreator em 32°C, e que é robusto nos casos de variações na temperatura de entrada do biorreator, tanto para o sistema em ordem fracionária quanto em ordem inteira.

Com o sistema em malha aberta a temperatura de estabilização do biorreator ficou próximo de 36°C, tanto em ordem inteira quanto em ordem fracionária, conforme apresentado na Tabela 5, demonstrando assim, a necessidade de inserção de um sistema de controle no processo de fermentação, pois com essa temperatura de estabilização as proteínas produzem um subproduto indesejado.

Tabela 5 - Pontos de estabilização (Malha aberta)

BIORREATOR	$C_x$ Concentração de microrganismo	$C_S$ Concentração de Glicose	$C_p$ Concentração de álcool	$C_{O_2}$ Concentração de oxigênio	$T_r$ Temperatura no biorreator	$T_{ag}$ Temperatura da jaqueta
Malha aberta Ordem inteira	1,447	21,52	15,7	0,3484	36,01	30,01
Malha aberta (Ordem Fracionária)	1,500	21,50	16,00	0,3500	36,00	30,00

Fonte: Autoria própria.

As respostas do sistema em malha fechada exibiram boa qualidade, demonstrando robustez no controle para manter a temperatura do biorreator estabilizada em 32°C, tanto em ordem inteira quanto em ordem fracionária, conforme demonstrado na Tabela 6.

Tabela 6 - Pontos de estabilização (Malha fechada)

BIORREATOR	$C_x$ Concentração de microrganismo	$C_S$ Concentração de Glicose	$C_p$ Concentração de álcool	$C_{O_2}$ Concentração de oxigênio	$T_r$ Temperatura no biorreator	$T_{ag}$ Temperatura da jaqueta
Malha aberta Ordem inteira	1,089	26,02	13,74	0,4371	32,01	24,18
Malha fechada (Ordem Fracionária)	1,100	26,00	14,00	0,4500	32,00	24,00

Fonte: Autoria própria.

O sistema em malha fechada mesmo com a inserção de perturbações na temperatura de entrada do biorreator, também se demonstrou eficiente, confirmando a robustez as incertezas paramétricas, tanto em ordem inteira quanto em ordem fracionária, mantendo a temperatura do biorreator de acordo com valor definido em *setpoint*, conforme demonstrado na Tabela 7.

Tabela 7 - Pontos de estabilização (Malha fechada com perturbação)

BIORREATOR	$C_x$ Concentração de microrganismo	$C_S$ Concentração de Glicose	$C_p$ Concentração de álcool	$C_{O_2}$ Concentração de oxigênio	$T_r$ Temperatura no biorreator	$T_{ag}$ Temperatura da jaqueta
Malha fechada com perturbação (Ordem inteira)	1,089	26,62	13,74	0,4363	32,01	21,04
Malha fechada com perturbação (Ordem Fracionária)	1,089	26,62	13,74	0,4380	32,00	24,32

Fonte: Autoria própria.

Os controles inseridos tanto em ordem inteira quanto em ordem fracionária são robustos e controlaram de forma eficiente a temperatura do biorreator conforme valor definido em *setpoint* (32°C). Todas as simulações realizadas nesta pesquisa geraram resultados satisfatório mesmo diante das perturbações inseridas no sistema, permanecendo com os valores considerado por Ogata (2010), como aceitável para projetos de sistema de controle, sendo esses valores entre 2% e 5% para mais ou para menos em relação ao valor definido como *setpoint*.

Em relação a produção de álcool os resultados também permaneceram satisfatório, mantendo-se com os valores entre 13,5g/L e 14,0g/L de álcool. Mesmo com as dificuldades do modelo para implementação de um sistema de controle por realimentação de estados, os resultados obtidos foram satisfatórios. Os resultados numéricos apresentados são semelhantes aos obtidos experimentalmente na pesquisa de Sun et al., (2019), demonstrando que o controle proposto devido à sua versatilidade pode ser utilizado experimentalmente em estudos futuros.

## 5 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros sugere-se:

Aplicar o controle por realimentação de estados utilizando a técnica do regulador linear quadrático (LQR) em outros equipamentos industriais como estufas ou caldeiras.

Desenvolver outros controladores ótimos aplicáveis para este mesmo tipo de sistema, visando realizar comparações entre os diferentes tipos de controle de temperatura do biorreator de fermentação alcoólica.

Utilizar o controle LQR para controlar a temperatura do biorreator e a vazão de entrada do fluido refrigerante visando obter-se um sistema de controle mais robusto desse sistema.

Utilizar o controle LQR para controlar a temperatura do biorreator por meio de fluxo de água na jaqueta com temperatura variável, visando realizar tanto o aquecimento e quanto o resfriamento do biorreator.

## REFERÊNCIAS

ADOLFSSON, K.; ENELUND, M.; OLSSON, P. On the fractional order model of viscoelasticity. **Mechanics of Time-Dependent Materials**, v. 9, n. 1, p. 15–34, 2005.

AHMAD, W.; ABDEL-JABBAR, N. Modeling and simulation of a fractional order bioreactor system. **IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)**, v. 2, n. PART 1, p. 260–264, 2006.

AJBAR, A. H.; ALI, E. Study of advanced control of ethanol production through continuous fermentation. **Journal of King Saud University - Engineering Sciences**, v. 29, n. 1, p. 1–11, 2015.

ALVES, A. D. C. et al. SDR Control Applied to the Wheel Speed of a Compressed Air Engine with Crank-Connecting-Rod Mechanism. **Shock and Vibration**, v. 2017, 2017.

AMILLASTRE, E. et al. Dynamic model of temperature impact on cell viability and major product formation during fed-batch and continuous ethanolic fermentation in *Saccharomyces cerevisiae*. **Bioresource Technology**, v. 117, p. 242–250, 2012.

ANDRADE, R. R. DE et al. Estimation of temperature dependent parameters of a batch alcoholic fermentation process. **Applied Biochemistry and Biotechnology**, v. 137–140, n. 1–12, p. 753–763, 2007.

ANTUNES, F. A. F. et al. A novel process intensification strategy for second-generation ethanol production from sugarcane bagasse in fluidized bed reactor. **Renewable Energy**, v. 124, p. 189–196, 2018.

ARIYAJAROENWONG, P. et al. Kinetic models for batch and continuous ethanol fermentation from sweet sorghum juice by yeast immobilized on sweet sorghum stalks. **Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers**, v. 66, p. 210–216, 2016.

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity. **Journal of Rheology**, v. 27, n. 3, p. 201–210, 1983.

BALAT, M. Production of bioethanol from lignocellulosic materials via the biochemical pathway: A review. **Energy Conversion and Management**, v. 52, n. 2, p. 858–875, 2011.

BASTOS, V. D. Etanol, álcoolquímica e biorrefinarias. **BNDES Setorial**, n. 25, p. 5–38, 2007.

BOLTON, W. **Engenharia de Controle**. São Paulo: Makron Books, 1993.

BOZA-CONDORENA, E. G. et al. Non-linear Predictive Control of a Fermentor in a Continuous Reaction-separation Process. **Lecture Notes in Engineering and Computer Science**, v. 2194, n. 1, p. 663–668, 2011.

BRESSAN, D. C. et al. A note on SDRE control applied in the fermentation reactor. **International Review of Mechanical Engineering**, v. 13, n. 10, p. 576–586, 2019.

CHINELATO, C. I. G.; MARTINS-FILHO, L. S. SDRE based Leader-Follower Formation Control of Multiple Mobile Robots. **TEMA Tendências Matemática Aplicada Computacional**, v. 15, n. 2, p. 195–202, 2014.

ÇIMEN, T. State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey. **Proceedings of the 17th World Congress. The International Federation of Automatic Control.**, v. 41, n. 2, p. 3761–3775, 2008.

DELATORE, F. **Controle multivariável em redes de trocadores de calor com bypasses**. Tese de Doutorado: Universidade de São Paulo, 2011.

DORF, R. C. **Modern control systems**. 12<sup>o</sup> ed. New Jersey: Pearson., 2011.

DUCHARNE, B. et al. Dynamics of magnetic field penetration into soft ferromagnets. **Journal of Applied Physics**, v. 117, n. 24, 2015.

ESFAHANIAN, M. et al. Mathematical modeling of continuous ethanol fermentation in a membrane bioreactor by pervaporation compared to conventional system: Genetic algorithm. **Bioresource Technology**, v. 212, p. 62–71, 2016.

FONSECA, R. R. et al. A fuzzy-split range control system applied to a fermentation process. **Bioresource Technology**, v. 142, p. 475–482, 2013.

IMTIAZ, U. et al. Bioreactor profile control by a nonlinear auto regressive moving average neuro and two degree of freedom PID controllers. **Journal of Process Control**, v. 24, n. 11, p. 1761–1777, 2014.

LITAK, G.; MANOACH, E. Dynamics of composite nonlinear systems and materials for engineering applications and energy harvesting - The role of nonlinear dynamics and complexity in new developments. **European Physical Journal: Special Topics**, v. 222, n. 7, p. 1479–1482, 2013.

LITAK, G.; MANOACH, E.; HALVORSEN, E. Nonlinear and multiscale dynamics of smart materials in energy harvesting. **European Physical Journal: Special Topics**, v. 224, n. 14–15, p. 2671–2673, 2015.

MACHADO, J. A. T. et al. Some applications of fractional calculus in engineering. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2010, 2010.

MARTINS, R. I.; SILVA, G. M. DA. **Implementação de malhas de controle em SDCE** - **Yokogawa**. Disponível em: <[https://www.peteletricaufu.com/static/ceel/doc/artigos/artigos2016/ceel2016\\_artigo083\\_r01.pdf](https://www.peteletricaufu.com/static/ceel/doc/artigos/artigos2016/ceel2016_artigo083_r01.pdf)>. Acesso em: 12 ago. 2021.

MICHURIN, R. A.; SCHAGIN, A. Increase the accuracy of the DC motor control system with a linear-quadratic regulator. **Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, EIConRus 2018**, v. 2018-Janua, n. 1, p. 1746–1749, 2018.

MOLTER, A. **Controle de manipuladores robóticos flexíveis usando atuadores e sensores piezelétricos otimizados.** Dissertação Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008.

MOLTER, A.; RAFIKOV, M. Controle ótimo em agroecossistemas usando SDRE. **TEMA - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 12, n. 3, p. 221–232, 2011.

MÜLLER, S. et al. On the numerical handling of fractional viscoelastic material models in a FE analysis. **Computational Mechanics**, v. 51, n. 6, p. 999–1012, 2013.

NAGY, Z. K. Model based control of a yeast fermentation bioreactor using optimally designed artificial neural networks. **Chemical Engineering Journal**, v. 127, n. 1–3, p. 95–109, 2007.

NGWENYA, T. T. et al. An industrial perspective of factors affecting molasses fermentation by *Saccharomyces cerevisiae*. **Journal of Brewing and Distilling**, v. 3, n. 2, p. 23–28, 2012.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5<sup>o</sup> ed. São Paulo: Pearson Education, 2010.

PACHAURI, N.; RANI, A.; SINGH, V. Bioreactor temperature control using modified fractional order IMC-PID for ethanol production. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 122, p. 97–112, 2017.

PACHAURI, N.; SINGH, V.; RANI, A. Two degree of freedom PID based inferential control of continuous bioreactor for ethanol production. **ISA Transactions**, v. 68, p. 235–250, 2017.

PETRÁŠ, I. A note on the fractional-order Chua's system. **Chaos, Solitons and Fractals**, v. 38, n. 1, p. 140–147, 2008.

PETRÁŠ, I. **Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation**. Nova York: Springer Science & Business Media, 2011.

PIMENTEL, G. A. et al. An observer-based robust control strategy for overflow metabolism cultures in fed-batch bioreactors. **IFAC - Papers OnLine**, v. 28, n. 8, p. 1081–1086, 2015.

PODLUBNY, I. **Fractional differential equations**. San Diego CA: Academic Press, 1999.

SAVRAN, A.; KAHRAMAN, G. A fuzzy model based adaptive PID controller design for nonlinear and uncertain processes. **ISA Transactions**, v. 53, n. 2, p. 280–288, 2014.

SCHAUM, A.; ALVAREZ, J.; LOPEZ-ARENAS, T. Saturated PI control of continuous bioreactors with Haldane kinetics. **Chemical Engineering Science**, v. 68, n. 1, p. 520–529, 2012.

SEREDYŃSKA, M.; HANYGA, A. Nonlinear differential equations with fractional damping with applications to the 1dof and 2dof pendulum. **Acta Mechanica**, v. 176, n. 3–4, p. 169–183, 2005.

SHREVE, R. N. . B. J. J. **Indústrias de processos químicos**. 4<sup>o</sup> ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2012.

SMYTH, P. A.; VARNEY, P. A.; GREEN, I. A fractional calculus model of viscoelastic stator supports coupled with elastic rotor-stator rub. **Journal of Tribology**, v. 138, n. 4, 2016.

STEPHANOPOULOS, G. **Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice**. 1<sup>o</sup> ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, 1984.

STRANO, S.; TERZO, M. A SDRE-based tracking control for a hydraulic actuation system. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 60, p. 715–726, 2015.

SUN, X. et al. Effect of high Cu<sup>2+</sup> stress on fermentation performance and copper biosorption of *Saccharomyces cerevisiae* during wine fermentation. **Food Science and Technology**, v. 39, n. 1, p. 19–26, 2019.

SUN, Y.; CHENG, J. Hydrolysis of lignocellulosic materials for ethanol production: A review. **Bioresource Technology**, v. 83, n. 1, p. 1–11, 2002.

SYTA, A. et al. Chaotic vibrations of the duffing system with fractional damping. **Chaos**, v. 24, n. 1, p. 1–6, 2014.

THANI, A. et al. Variation of fermentation redox potential during cell-recycling continuous ethanol operation. **Journal of Biotechnology**, v. 239, p. 68–75, 2016.

TUSSET, A. M. et al. Statements on chaos control designs, including a fractional order dynamical system, applied to a “MEMS” comb-drive actuator. **Nonlinear Dynamics**, v. 69, n. 4, p. 1837–1857, 2012.

TUSSET, A. M. et al. On suppression of chaotic motions of a portal frame structure under non-ideal loading using a magneto-rheological damper. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 53, n. 3, p. 653–664, 2015.

TUSSET, A. M. et al. On an optimal control applied in MEMS oscillator with chaotic behavior including fractional order. **Complexity**, v. 2018, 2018.

TUSSET, A. M. et al. Time Delayed Feedback Control Applied in an Atomic Force Microscopy (AFM) Model in Fractional-Order. **Journal of Vibrational Engineering and Technologies**, v. 8, n. 2, p. 327–335, 2019.

TUSSET, A. M. et al. On suppression of chaotic motion of a nonlinear MEMS oscillator. **Nonlinear Dynamics**, v. 99, n. 1, p. 537–557, 2020.

TUSSET, A. M.; PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M. A note on SDRE control applied in predator-prey model: biological control of spider mite *Panonychus ulmi*.

**Journal of Biological Systems**, v. 24, n. 2–3, p. 333–344, 2016.

WANG, Y.; JIN, Q.; ZHANG, R. Improved fuzzy PID controller design using predictive functional control structure. **ISA Transactions**, v. 71, p. 354–363, 2017.