

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE MATERIAIS

ALAN LUGARINI DE SOUZA

**ARQUITETURAS DE REDES DE MICROCANAIS PARA
RESFRIAMENTO DE CHIPS ELETRÔNICOS**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2016

ALAN LUGARINI DE SOUZA

**ARQUITETURAS DE REDES DE MICROCANAIS PARA
RESFRIAMENTO DE CHIPS ELETRÔNICOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de “Mestre em Engenharia” – Área de Concentração: Engenharia Térmica.

Orientador: Prof. Dr. Admilson T. Franco

Coorientador: Prof. Marcelo R. Errera, PhD

CURITIBA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

S729a Souza, Alan Lugarini
2016 Arqiteturas de redes de microcanais para resfriamento
de chips eletrônicos / Alan Lugarini de Souza.-- 2016.
133 f.: il.; 30 cm

Texto em português, com resumo em inglês.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica
Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica e de Materiais. Área de Concentração: Engenharia
Térmica, Curitiba, 2016.

Bibliografia: p. 120-128.

1. Engenharia mecânica - Dissertações. 2. Dissipadores
de calor (Eletrônica). 3. Fractais. 4. Teoria constructal.
5. Equipamento eletrônico - Resfriamento. I. Franco,
Admilson Teixeira. II. Errera, Marcelo Risso.
III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.
IV. Título.

CDD: Ed. 22 -- 620.1

Biblioteca Ecoville da UTFPR, Câmpus Curitiba

TERMO DE APROVAÇÃO

ALAN LUGARINI DE SOUZA

ARQUITETURA DE REDES DE MICROCANAIS PARA RESFRIAMENTO DE CHIPS ELETRÔNICOS

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração em Engenharia Térmica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Paulo César Borges, Dr.
Coordenador do Programa

Banca Examinadora

Prof. Admilson Teixeira Franco, Dr.
UTFPR – Orientador

Prof. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Dr.
UTFPR

Prof. Marcelo Risso Errera, Dr.
UFPR – Co-orientador

Prof. Silvio Luiz de Mello Junqueira, Dr.
UTFPR

Prof. George Stanescu, Dr.
UFPR

Curitiba, 31 de Agosto de 2016

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de expressar minha gratidão ao Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não Newtonianos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela provisão financeira e instalações necessárias para a realização desta dissertação. Agradeço também à CAPES pelo suporte financeiro disponibilizado ao longo do curso de mestrado.

Um agradecimento especial faço ao professor Dr. Admilson T. Franco, por sua orientação entusiástica e paciente, que muito me ajudou a melhorar este projeto e fazê-lo gerar ótimos produtos tecnológicos. Eu também agradeço ao professor Dr. Marcelo R. Errera por me explicar a teoria constructal e me manter atualizado a respeito do tema.

Várias pessoas contribuíram de alguma forma para que este trabalho fosse cumprido. Ernani Kopp prestou suporte de software e hardware. Mateus Weigert e Vinicius Daroz ajudaram na fabricação de um protótipo. Nezia de Rosso deu ótimas idéias para fabricação e métodos de testes.

Aos professores da banca, Dr. Cezar O. R. Negrão, Dr. George Stanescu e Dr. Silvio L. M. Junqueira, o meu sincero agradecimento pelas sugestões de melhoria e pelas discussões que me fizeram pensar mais além.

A base de tudo é a família, que me dá tranquilidade para desempenhar o meu melhor trabalho. Obrigado Josiani, João e Igor.

“When you are a Bear of Very Little Brain, and you Think of Things, you find sometimes that a Thing which seemed very Thingish inside you is quite different when it gets out into the open and has other people looking at it.”

A.A. Milne, House at Pooh Corner

RESUMO

LUGARINI DE SOUZA, Alan. Arquiteturas de Redes de Microcanais para Resfriamento de Chips Eletrônicos. 2016. 133 f. Dissertação - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento e análise de arquiteturas de dissipadores de calor por redes de microcanais. As configurações em forma de redes são caracterizadas geometricamente por múltiplas ramificações no escoamento e variação nas escalas de comprimento e diâmetro hidráulico através de cada nível de ramificação. O momento tecnológico atual tem permitido a fabricação e a experimentação de redes de microcanais, todavia, verificou-se que as arquiteturas investigadas experimentalmente nos últimos anos têm parâmetros geométricos constantes através de seus níveis de ramificações, o que se denomina fractal. Neste trabalho utiliza-se a teoria constructal para projetar arquiteturas de redes com geometria variável e até três níveis de ramificação. Algumas hipóteses comumente empregadas no desenvolvimento de geometrias constructais em macroescala, como por exemplo, escoamento completamente desenvolvido e resistência térmica parede-fluido desprezível, são reconsideradas por se tratar de uma aplicação de microescala. Além disso, a geração de arquitetura é feita para um microchip de tamanho e razão de aspecto definidos. Como resultado, foi verificado que as redes constructais permitem uma redução significativa na queda de pressão em relação à redes fractais com mesmos níveis de ramificação. Foi demonstrado que a rede bifurcada com razão de diâmetros segundo a lei de Hess-Murray não é apropriada para dissipação de calor em dispositivos miniaturizados. Curvas de resistência térmica *versus* potência de bombeamento são mostradas para evidenciar a notória superioridade das redes constructais em relação às fractais.

Palavras-chave: resfriamento de eletrônicos, micro dissipador de calor, rede constructal, teoria constructal, fractais.

ABSTRACT

LUGARINI DE SOUZA, Alan. **Microchannel Net Architectures for Electronics Cooling**. 2016. 133 f. Dissertação - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

The present work introduces microchannel nets architectures development and analysis for heat dissipation purposes. The net configurations are geometrically characterized by multiple flow ramifications and changes in length and hydraulic diameter scales through each ramification level. The current technological state has allowed manufacturing and experimentation of microchannel nets, however, it was found that architectures investigated experimentally in the past years have constant geometric parameters through their ramification levels, which is denominated fractal. In this study constructal theory is used to design net architectures with variable geometric parameters and up to three ramification levels. Some hypothesis commonly employed in macro scale analysis, for instance, fully developed flow and negligible wall-fluid thermal resistance, are reconsidered in order to comply with micro scale applications. Moreover, the architectures design is elaborated for a chip with fixed size and shape. As a result, It was verified that constructal nets allow a significant pressure drop decrease with respect to fractal nets with same ramification levels. It was demonstrated that the bifurcated net with diameter ratio according to Hess-Murray law is not appropriated for heat dissipation in miniaturized devices. Thermal resistance *versus* pumping power curves are shown in order to evidence the notorious superiority of constructal nets compared to fractal.

Keywords: electronics cooling, micro heatsink, constructal nets, constructal theory, fractals.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Contagem de transistores em microprocessadores de 1971 a 2011. (Fonte: Wgsimon. Transistor Count and Moore's Law. Wikimedia Commons).....	21
Figura 1.2. Esquema da montagem de um dissipador de calor sobre um processador (Intel Corporation, 2014).....	22
Figura 1.3. Rede fractal de microcanais construída em um disco de aço inox (Pence, 2010).....	24
Figura 1.4. Ilustração do tipo de arquitetura investigada no presente trabalho.....	26
Figura 2.1. Ilustração de rede fractal e constructal construídas para uma cobrir uma mesma área, evidenciando que a quantidade de ramificações em cada nível é constante na rede fractal.....	29
Figura 2.2. Redes fractais retangulares com diferentes níveis de ramificação (Chen e Cheng, 2002).....	31
Figura 2.3. Rede fractal de minicanais (100 × 138 mm) fabricada por Chen et. al. (2010). As duas placas se sobrepõem para fechar o circuito, o que é chamado de wafer.....	35
Figura 2.4. Conexão em “T” de tubos circulares. Uma vazão mássica constante acessa o tubo de diâmetro D_1 e sai por dois tubos de mesmo diâmetro D_2 (Bejan et. al., 2000).....	38
Figura 2.5. Teoria constructal procede em sentido oposto a biomimética (Bejan e Lorente, 2006).....	39
Figura 2.6. Curva de desempenho para dissipadores convectivos de calor. As arquiteturas constructais evoluem no sentido da origem do gráfico (Bejan e Lorente, 2008, p.250).....	40
Figura 2.7. Configuração arbórea obtida por Bejan (1997d) para transporte de calor por condução entre uma área com geração uniforme de energia e um sumidouro.....	42

Figura 2.8. Terceiro nível constructal do dissipador de calor obtido por Bejan e Errera (2000).....	43
Figura 3.1. Experimento conceitual para definir massa específica (Panton, 2013).....	48
Figura 3.2. Fator de atrito normalizado (C^*) versus número de Reynolds (Re) encontrados na literatura até 2004 (Sharp et. al., 2005, p. 10-12).....	50
Figura 3.3. Vista da seção transversal de um microcanal gravado quimicamente em silício, mostrando o desvio em relação à geometria retangular pretendida (Steinke e Kandlikar, 2006, p. 1081).....	51
Figura 3.4. Seção transversal retangular. A razão de aspecto (α) é definida como a razão entre o menor e o maior lado do retângulo.....	53
Figura 3.5. Fator de atrito aparente para seção transversal retangular. Dados Experimentais e numéricos por Phillips (1987) e correlação de Muzychka e Yovanovich (1998) modificada.....	56
Figura 3.6. Representação de um dissipador de calor por microcanais. A face superior é normalmente tampada com um material isolante (Bello-Ochende et. al., 2010).....	57
Figura 3.7. Balanço de energia em um elemento fluido retirando calor de um duto por convecção forçada.....	58
Figura 3.8. Variação da temperatura média do fluido em um duto sujeito a fluxo de calor constante na interface parede-fluido.....	60
Figura 3.9. Número de Nusselt médio com condições de entrada TD e SD (Lee et. al., 2005).....	62
Figura 4.1. Volume elementar do problema de resfriamento de uma área retangular.....	65
Figura 4.2. Primeiro constructal do problema de resfriamento de uma área retangular.....	68
Figura 4.3. Arquitetura do dissipador com $N = 1$. O fluido acessa o microcanal de diâmetro $D_{h,1}$ e o escoamento é ramificado $n_1 = 6$ vezes no primeiro constructal.....	71

Figura 4.4. Arquitetura do dissipador com $N = 3$. O fluido acessa o microcanal de diâmetro $D_{h,3}$ e o escoamento é ramificado $n_3 = 2$ vezes no terceiro constructal, $n_2 = 4$ vezes no segundo constructal e $n_1 = 6$ vezes no primeiro constructal.....	72
Figura 4.5. Na arquitetura com $N = 1$, as $n_1/2$ frações mássicas fornecidas aos volumes elementares são denotadas por x_i	74
Figura 4.6. Frações mássicas (símbolos) e pressões (barras) nos canais. (a) Inicialização. (b) Passo intermediário. (c) Solução final.....	77
Figura 4.7. Na arquitetura com $N = 2$, as $n_1/2$ frações mássicas fornecidas aos volumes elementares são denotadas por y_i	78
Figura 4.8. Experimento de Hart e Da Silva (2011). (a) Geometria de testes. (b) Comparação entre os resultados experimentais e o modelo descrito na seção 4.3.....	81
Figura 4.9. Condições de contorno e queda de temperatura no volume elementar.....	82
Figura 4.10. Ilustração do ajuste do número de Nusselt local (Nu_x) pela correlação da Eq. 4.43 com os valores obtidos pela correlação de Lee e Garimella (2006).....	85
Figura 4.11. Fluxograma do procedimento de avaliação numérica.....	88
Figura 5.1. Ilustração da configuração da rede de microcanais com $N = 1$ sujeita ao aumento da quantidade de ramificações (n_1).....	90
Figura 5.2. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na máxima queda de temperatura (ΔT_{max}) para arquiteturas com $N = 1$ e vazão mássica de entrada constante.....	91
Figura 5.3. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na não uniformidade do escoamento (δ) para arquiteturas com $N = 1$ e vazão mássica de entrada constante.....	92
Figura 5.4. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na queda de pressão (ΔP) para arquiteturas com $N = 1$ e vazão mássica de entrada constante.....	93

Figura 5.5. Ilustração da configuração da rede de microcanais com $N = 2$ sujeita ao aumento das quantidades de ramificações (n_1 e n_2).	94
Figura 5.6. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) para arquiteturas com $N = 2$ e vazão mássica de entrada constante em: (a) ΔT_{max} . (b) δ . (c) ΔP	95
Figura 5.7. Efeito da quantidade de ramificações (n_2) e da razão entre diâmetros (κ_2) para arquiteturas com $N = 2$ e vazão mássica de entrada constante em: (a) ΔT_{max} . (b) δ . (c) ΔP	97
Figura 5.8. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na resistência térmica (R_T) de uma arquitetura com $N = 1$, para diferentes regimes operacionais.....	99
Figura 5.9. Curvas de desempenho de arquiteturas ótimas com $N = 1$ para diferentes regimes operacionais.....	100
Figura 5.10. Curvas de desempenho de arquiteturas fractais ótimas com $N = 2$ para diferentes regimes operacionais.....	102
Figura 5.11. Efeito dos parâmetros geométricos do primeiro constructal, n_1 e κ_1 , na resistência térmica de arquiteturas com $N = 2$	103
Figura 5.12. Efeito dos parâmetros geométricos do segundo constructal, n_2 e κ_2 , na resistência térmica de arquiteturas com $N = 2$	104
Figura 5.13. Curvas de desempenho das arquiteturas constructais e fractal ótima com $N = 2$	105
Figura 5.14. Curvas de desempenho de arquiteturas fractais ótimas com $N = 3$ para diferentes regimes operacionais.....	106
Figura 5.15. Efeito da quantidade de ramificações no segundo constructal (n_2) na resistência térmica de arquiteturas com $N = 3$ e demais parâmetros geométricos constantes em $n_1 = n_3 = 4$	107
Figura 5.16. Efeito da altura adimensional do volume elementar (H_0^*) e da razão de aspecto do volume elementar (H_0/L_0) na resistência térmica, com os dados da Tabela 5.1.....	109
Figura 5.17. Efeito do produtório de n_i na não uniformidade do escoamento (δ) e na resistência térmica, com os dados da Tabela 5.1.....	110

Figura 5.18. Efeito das razões entre diâmetros (κ_i) na resistência térmica de arquiteturas com $N = 3$ e quantidades de ramificações constantes em $n_1 = 2, n_2 = 8, n_3 = 6$	110
Figura 5.19. Curvas de desempenho de arquiteturas selecionadas com $N = 3$, demonstrando o procedimento seguido até a obtenção da arquitetura constructal ($n_1 = 2; n_2 = 8; n_3 = 6; \kappa_1 = 2,50; \kappa_2 = 2,00; \kappa_3 = 2,00$).....	111
Figura 5.20. Curvas de desempenho de arquiteturas fractais com diferentes quantidades de ramificações (n_f) em relação à arquitetura constructal. Todas as arquiteturas com $N = 3$	114
Figura 5.21. Temperatura de pico (T_{pico}) em função da queda de pressão (ΔP) para micro dissipadores com redes de microcanais selecionadas.....	115
Figura A.1. Domínio físico e condições de contorno da difusão bidimensional de calor no volume elementar.....	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1. Valores aproximados do coeficiente de película para alguns modos de resfriamento.....	23
Tabela 1.2. Arquiteturas utilizadas nos experimentos com redes de microcanais encontrados na revisão bibliográfica.....	25
Tabela 2.1. Alguns resultados importantes previstos pela teoria constructal para ocorrências naturais em sistemas de fluxo animados e inanimados.....	40
Tabela 5.1. Relação dos resultados obtidos para arquiteturas selecionadas com n_1 , n_2 e n_3 variáveis e $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 2,00$	109
Tabela 5.2. Relações geométricas do volume elementar das arquiteturas exibidas na Figura 5.19.....	112

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área	[m ²]
COP	Coeficiente de desempenho	[-]
c_p	Calor específico a pressão constante	[J/kg.K]
D	Diâmetro	[m]
f	Fator de atrito de Fanning	[-]
h	Coeficiente de transferência de calor ou coeficiente de película	[W/m ² .K]
H	Altura	[m]
H_d	Profundidade dos microcanais	[m]
k	Condutividade térmica	[W/m.K]
K	Queda de pressão incremental	[-]
Kn	Número de Knudsen	[-]
L	Comprimento	[m]
\dot{m}	Vazão mássica	[kg/s]
M	Massa	[kg]
n	Quantidade de ramificações	[-]
N	Nível de ramificação	[-]
N_A	Número de Avogadro	[-]
Nu	Número de Nusselt	[-]
p	Perímetro	[m]

P	Pressão	[Pa]
Po	Número de Poiseuille	[-]
Pr	Número de Prandtl	[-]
q	Taxa de transferência de calor	[W]
q''	Fluxo de calor	[W/m ²]
Q	Vazão volumétrica	[m ³ /s]
Re	Número de Reynolds	[-]
R_T	Resistência térmica global	[-]
R^2	Coefficiente de determinação	[-]
S_v	Índice de esbeltez	[-]
t	Espessura do dissipador	[m]
T	Temperatura	[K]
u	Velocidade média do fluido	[m/s]
V	Volume	[m ³]
\bar{V}	Volume molar	[m ³ /mol]
W_P	Potência de bombeamento	[W]
x, y	Direções axial e transversal do microcanal	[-]
x, y, z	Frações mássicas	[-]
ΔP	Queda de pressão	[Pa]
ΔT_{max}	Máxima queda de temperatura	[K]

Letras Gregas

α	Razão de aspecto da seção transversal retangular	[-]
δ	Não uniformidade na distribuição do escoamento	[-]
κ	Razão entre diâmetros	[-]
λ	Caminho livre médio entre moléculas	[m]
μ	Viscosidade dinâmica do fluido	[Pa.s]
ρ	Massa específica do fluido	[kg/m ³]
τ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
σ	Espaçamento reticular	[m]
ν	Viscosidade cinemática do fluido	[m ² /s]
ϕ	Fração volumétrica de dutos	[-]

Subscritos

<i>conv</i>	Convecção
<i>d</i>	Dutos
<i>f</i>	Referente ao fluido
<i>f</i>	Referente a fractal
<i>h</i>	Hidráulico
<i>i</i>	Referente a um nível de ramificação
<i>in</i>	Entrando

<i>m</i>	Média
<i>min</i>	Mínimo
<i>max</i>	Máximo
<i>out</i>	Saindo
<i>opt</i>	Ótimo
<i>S</i>	Seção transversal
<i>seg</i>	Segmento
<i>sup</i>	Referente a vazão mássica de alimentação
<i>t</i>	Transição
<i>W</i>	Interface parede-fluido
<i>0</i>	Referente a entrada do microcanal
<i>0</i>	Referente ao volume elementar
∞	Escoamento termicamente desenvolvido

Sobrescritos

'	Relativo a uma unidade de comprimento
"	Relativo a uma unidade de área
'''	Relativo a uma unidade de volume
*	Adimensional

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 Problema.....	24
1.2 Objetivos.....	26
1.3 Conteúdo do Trabalho.....	27
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	28
2.1 Dissipadores de Calor por Redes Fractais	30
2.1.1 Investigações Analíticas	30
2.1.2 Investigações Numéricas.....	33
2.1.3 Investigações Experimentais	35
2.2 Redes Constructais	36
2.2.1 Teoria Constructal	37
2.2.2 Redes Constructais para Remoção de Calor.....	41
2.3 Síntese do Capítulo.....	45
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	47
3.1 Número de Knudsen	47
3.2 Validação Experimental da Teoria do Contínuo.....	49
3.3 Fator de Atrito	52
3.3.1 Escoamento laminar completamente desenvolvido.....	54
3.3.2 Escoamento laminar em desenvolvimento	54
3.4 Número de Nusselt	57
3.4.1 Escoamento Termicamente Desenvolvido	58
3.4.2 Escoamento em Desenvolvimento Térmico.....	61
3.5 Efeitos Comuns no Escoamento em Microcanais	63
3.6 Síntese do Capítulo.....	64
4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	65
4.1 Solução Analítica de Bejan e Errera (2000)	65

4.2 Variáveis Geométricas.....	70
4.3 Solução da Queda de Pressão.....	73
4.3.1 Queda de Pressão no Primeiro Constructal.....	74
4.3.2 Queda de Pressão no Segundo ou Terceiro Constructal	77
4.3.2 Validação do Modelo Unidimensional.....	80
4.4 Solução da Queda de Temperatura	81
4.4.1 Procedimento para Determinação dos Coeficientes de Nu_x	84
4.5 Procedimento de Avaliação	85
4.6 Síntese do Capítulo.....	86
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	89
5.1 Quedas de Temperatura e Pressão	89
5.2 Curvas de Desempenho	98
5.2.1 Um Nível de Ramificação	99
5.2.2 Dois Níveis de Ramificação	101
5.2.3 Três Níveis de Ramificação	106
5.3 Constructal versus Fractal.....	112
5.4 Síntese do Capítulo.....	115
6 CONCLUSÕES.....	117
REFERÊNCIAS	120
APÊNDICE A – SOLUÇÃO ANALÍTICA DA DIFUSÃO DE CALOR NO VOLUME ELEMENTAR.....	129

chega a parecer realmente profética, mas a "lei de Moore" é na verdade uma motivação comercial. Fabricantes de chips como a Intel precisam lançar novos processadores para corresponder aos avanços em *software* e experiência de uso. A miniaturização é uma batalha econômica sobre o mercado de dispositivos eletrônicos portáteis (mercado de mais de um trilhão de dólares).

Do ponto de vista do engenheiro térmico, uma maior densidade de circuitos eletrônicos implica em uma maior taxa de geração de calor. A miniaturização impulsionou o desenvolvimento dos dissipadores de calor por microcanais. Este dispositivo consiste em um chip com dutos micrométricos para a passagem de um fluido de resfriamento, acoplado em um chip de circuitos integrados, conforme ilustra a Figura 1.2, que foi adaptada do manual dos processadores CORE™ i7-5960X e i7-59xx da Intel® (Intel Corporation, 2014). A superfície disponível para remoção de calor (*IHS*) é conectada com o dissipador através de uma membrana (*TIM*) que tem a função de proporcionar um bom contato térmico. Segundo dados do fabricante, esta família de microprocessadores dissipa aproximadamente 140 W em condições normais de utilização. A superfície disponível para remoção de calor tem 14,88 cm², o que significa um fluxo de calor médio de 9,4 W/cm². Todavia, existem relatos na literatura de demandas de até 100 W/cm² em circuitos integrados (Kadam e Kumar, 2014).

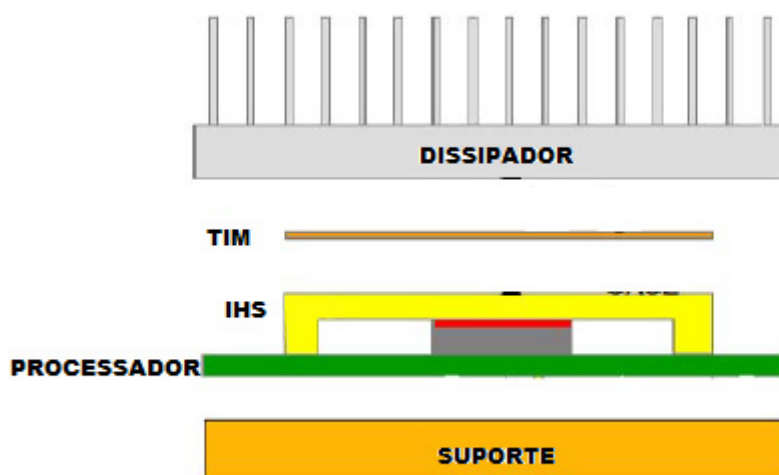


Figura 1.2. Esquema da montagem de dissipador de calor sobre um processador (Intel Corporation, 2014).

As vantagens do modo de resfriamento por convecção em microcanais são o alto coeficiente de transferência de calor ou coeficiente de película (h) e a elevada razão entre área exposta à convecção e o volume de fluido. Conforme será visto nos capítulos seguintes, o escoamento de líquidos e transferência de calor em microcanais podem ser tratados pela mecânica do contínuo, o que significa que o número de Nusselt, em função do diâmetro hidráulico, tem o mesmo valor em microcanais, minicanais e canais convencionais. O número de Nusselt (Nu) está relacionado com o coeficiente de película (h) segundo:

$$Nu = \frac{hD_h}{k_f} \quad (1)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico e k_f é a condutividade térmica do fluido. Tem-se, portanto que a baixa ordem de grandeza de D_h faz com que h atinja valores elevados. A Tabela 1.1 apresenta um comparativo dos coeficientes de película obtidos por diversos modos.

Tabela 1.1. Valores aproximados do coeficiente de película para alguns modos de resfriamento.

Modo	h [W/(m ² K)]
Convecção livre, ar	5 – 25
Convecção forçada, ar	10 – 500
Convecção forçada, água	100 – 15.000
Ebulição em piscina, água	2.500 – 35.000
Ebulição em escoamento, água	5.000 – 100.000

FONTE: Phillips (1987).

Valores de h na ordem de 10^4 são comuns em convecção forçada monofásica em microcanais, o que significa uma concorrência direta com os métodos envolvendo ebulição. Apesar da convecção bifásica apresentar maiores taxas de remoção de calor, os fenômenos com ebulição geram alguns efeitos indesejados como ruído e vibrações. Por este motivo ainda existe grande interesse na convecção sem ebulição. Alguns métodos de intensificação da transferência de calor podem fazer com que o coeficiente de convecção em escoamentos monofásicos atinja a ordem de 10^5 , como o uso de aletas alternadas em Steinke e Kandlikar (2006a), que chegou a ultrapassar 500.000 W/m²K.

1.1 Problema

É interessante notar na Figura 1.2 que o dissipador ilustrado tem configuração de canais paralelos. Neste tipo de configuração o escoamento entra em cada um dos canais (através do plano da página) e segue em uma trajetória reta até percorrer toda a extensão do dissipador. Os métodos envolvendo canais paralelos, com ou sem aletas, são os mais usados atualmente devido à sua relativa facilidade de fabricação. Esta configuração apresenta ao menos dois problemas: alta diferença de temperatura na direção do escoamento e alta potência de bombeamento necessária para manter determinado nível de remoção de calor. Para amenizar estas dificuldades, as redes de microcanais apresentam-se como uma alternativa viável.

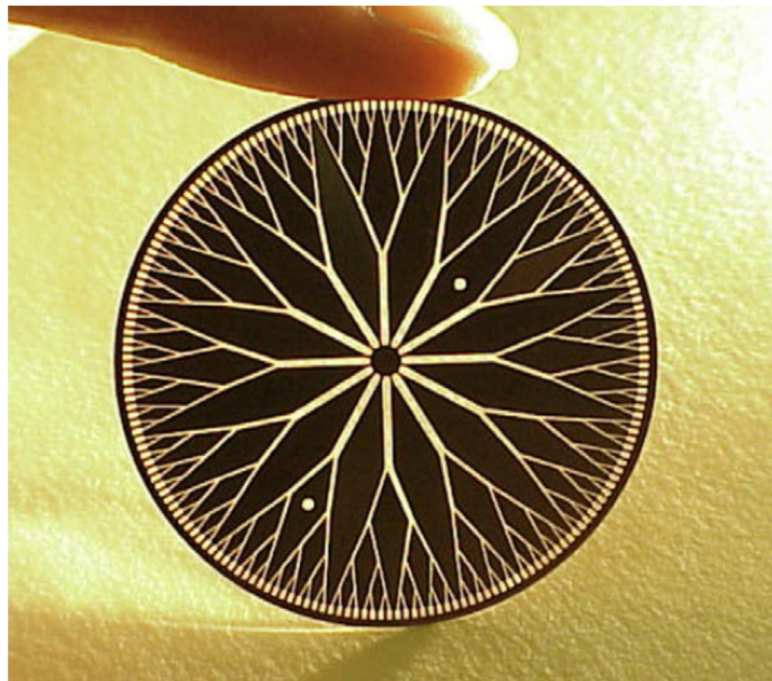


Figura 1.3. Rede fractal de microcanais construída em disco de aço inox (Pence, 2010).

Redes de microcanais são uma configuração que contém dutos de diferentes diâmetros e comprimentos, conectados através de ramificações. A Figura 1.3 mostra uma rede de microcanais construída em uma plaqueta de aço inoxidável. O fluido de resfriamento entra pelo centro do disco e percorre o caminho da rede até atingir a periferia. Os níveis de ramificação são as diferentes instâncias onde ocorrem

ramificação, por exemplo, na Figura 1.3 o escoamento é bifurcado cinco vezes, portanto são cinco níveis de ramificação.

Neste trabalho será feita uma distinção entre as redes com e sem auto semelhança. As redes com parâmetros geométricos iguais em todos os níveis de ramificação i serão chamadas de redes *fractais*. Os parâmetros geométricos são a razão entre diâmetros D_{i+1}/D_i , a razão entre comprimentos L_{i+1}/L_i e a quantidade de ramificações n_i . As redes onde estas variáveis geométricas são independentes em cada nível de ramificação serão chamadas de *constructais*.

Este tipo de configuração vem sendo investigado desde o início dos anos 2000 e diversos resultados apontam maior uniformidade térmica ao longo da área do chip e maior coeficiente de desempenho *COP* (razão entre o calor removido e a potência de bombeamento). É notório o interesse recente pela realização de experimentos com redes de microcanais. A Tabela 1.2 mostra uma relação das arquiteturas de dissipadores de calor por redes de microcanais utilizadas em experimentos recentes. Percebe-se que as redes fractais bifurcadas predominam nos experimentos realizados.

Tabela 1.2. Arquiteturas utilizadas nos experimentos com redes de microcanais encontrados na revisão bibliográfica.

Referência	Níveis de Ramificação	Fractal vs. Constructal	Quantidade de ramificações
Wang et. al., 2013	6	fractal	2
Zhang et. al., 2013	2	fractal	2
Yu et. al., 2012	2	fractal	2
Hart e Da Silva, 2011	3	fractal	2
Calame et. al., 2009	3	constructal	>2
Haller et. al., 2009	3	fractal	2

Significativos avanços foram alcançados com redes fractais de microcanais para remoção de calor. O momento é oportuno, portanto, para avaliar os benefícios de uma rede constructal de microcanais, a qual deve apresentar desempenho ainda maior, pois possui alguns graus de liberdade a mais do que a rede fractal. A teoria constructal foi introduzida por Adrian Bejan no final da década de 90, e fornece um método determinístico para obter arquiteturas que minimizam a resistência global aos

fluxos que atravessam um sistema térmico sujeito a restrições globais. Existem diversos trabalhos disponíveis na literatura a respeito de redes constructais elaboradas em macroescala. Ao considerar sistemas em microescala, algumas hipóteses comumente empregadas devem ser revistas. Além disso, deve-se considerar a situação onde a razão de aspecto da superfície de remoção de calor de um microprocessador (*IHS*) é definida pelo fabricante, obrigando o desenvolvimento da rede de microcanais a contar com esta restrição.

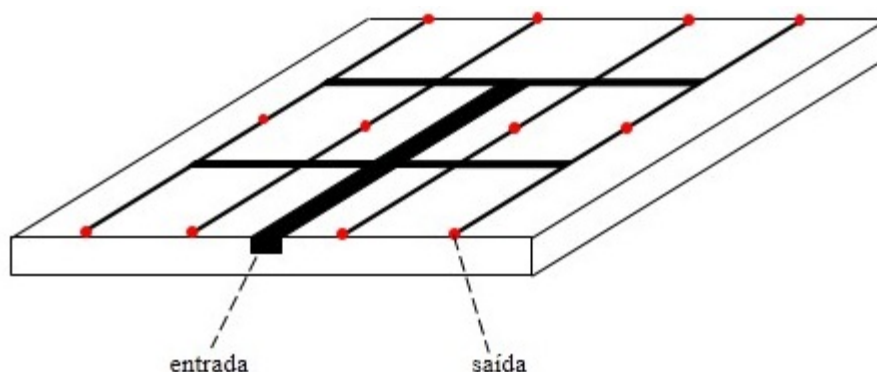


Figura 1.4. Ilustração do tipo de arquitetura investigada no presente trabalho.

1.2 Objetivos

Neste trabalho é desenvolvido um modelo matemático para prever as quedas de pressão e temperatura em redes constructais de microcanais e assim avaliar o desempenho energético das redes constructais em relação às fractais. O micro dissipador de silício contendo a rede tem dimensões fixadas em $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ na superfície de remoção de calor, e $0,2\text{ mm}$ de espessura. Os segmentos de microcanais são retos e todas as ramificações ocorrem em um ângulo de 90° , conforme se pode observar na Figura 1.4. A profundidade dos microcanais é constante em cada nível de ramificação, para facilitar uma eventual comparação experimental. Na base do dissipador é aplicado um fluxo de calor constante e as demais superfícies são isoladas. A restrição global de volume de dutos constante deve ser obedecida. O fluido de refrigeração é água em regime de escoamento monofásico. Correlações para fator de atrito e número de Nusselt são obtidas para

canais com seção transversal retangular, e as quedas de pressão e temperatura são calculadas através de uma rotina numérica. A avaliação do desempenho energético das arquiteturas é realizada através das curvas de resistência térmica *versus* potência de bombeamento (Bejan e Lorente, 2008, p.250).

1.3 Conteúdo do Trabalho

O presente trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo o de introdução. O Capítulo 2 traz a revisão bibliográfica realizada para situar o presente trabalho em relação ao estado da arte. A revisão é dividida em duas partes: redes fractais e redes constructais. No capítulo 3 é apresentada uma formulação teórica a respeito dos fenômenos de transporte em microcanais. Os efeitos de desenvolvimento térmico e hidrodinâmico em seção transversal retangular são considerados para a determinação de correlações para fator de atrito e número de Nusselt. No Capítulo 4 é descrita a metodologia de solução das quedas de pressão e temperatura em uma rede de microcanais seguindo as regras de construção estabelecidas em trabalhos prévios sobre a teoria constructal. No Capítulo 5 são apresentados os resultados e as discussões sobre o desempenho de diferentes arquiteturas. Os benefícios das redes constructais em relação às fractais são demonstrados quantitativamente. Finalmente, as conclusões são expostas no Capítulo 6.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O desenvolvimento de dissipadores de calor por microcanais foi iniciado com um grande foco na configuração de canais paralelos, devido a sua maior facilidade de fabricação. Neste tipo de configuração o calor gerado pelos *chips* semicondutores resulta em um aumento de temperatura na direção axial. Esta não uniformidade de temperatura é indesejável por ao menos duas razões. Em primeiro lugar, os gradientes térmicos podem afetar adversamente o desempenho dos dispositivos eletrônicos. Além disso, elevadas diferenças de temperatura podem produzir tensões térmicas nos chips, devido a diferenças no coeficiente de expansão térmica, e prejudicar a confiabilidade destes dispositivos. Também deve-se ressaltar que a alta potência de bombeamento necessária para manter determinada taxa de remoção de calor é outro problema relevante na configuração por canais paralelos.

Uma forma promissora de aumentar o desempenho e a uniformidade térmica dos dissipadores de calor por microcanais é a configuração por redes. Numa rede de microcanais um canal de diâmetro hidráulico $D_{h,i}$ pode se ramificar em vários canais de diâmetro $D_{h,i+1}$. As variações nas dimensões características dos canais e suas direções podem ser arranjadas de forma a aumentar a uniformidade térmica do chip. A forma de ramificação mais simples é a bifurcação, onde cada canal gera dois afluentes. A rede de microcanais pode se ramificar N vezes, onde N indica o nível de ramificação.

Os dois principais tipos de redes são as fractais (West et. al., 1997) e as constructais (Bejan, 1996). Nas redes fractais a razão entre diâmetros $D_{h,i}/D_{h,i+1}$, a razão entre comprimento dos canais L_i/L_{i+1} e a quantidade de ramificações em cada nível são constantes. O conceito é derivado da teoria matemática de fractais (Mandelbrot, 1982) onde uma geometria fundamental é identificada repetidas vezes em menor escala conforme se aumenta a resolução (*zoom in*). Na rede fractal o nível de ramificação N é resultado de um truncamento arbitrário, ou seja, a dimensão final $D_{h,N}$ é determinada quando não se pode mais aumentar a resolução.

Por outro lado, nas redes constructais as regras de escala não são constantes através de cada nível de ramificação. Nas primeiras publicações a respeito de redes constructais, uma geometria fundamental, chamada *volume elementar*, era

identificada/construída, e o primeiro nível de ramificação resultava de uma montagem de volumes elementares. O segundo nível de ramificação resultava de uma montagem de primeiros níveis e assim por diante, em uma sequência de construção da menor escala para a maior (*zoom out*). As otimizações realizadas em cada nível de ramificação tinham o objetivo de minimizar as resistências globais aos fluxos que atravessam o sistema. Atualmente o conceito de configurações constructais significa proporcionar mais graus de liberdade às arquiteturas, para assim se obter melhor desempenho.

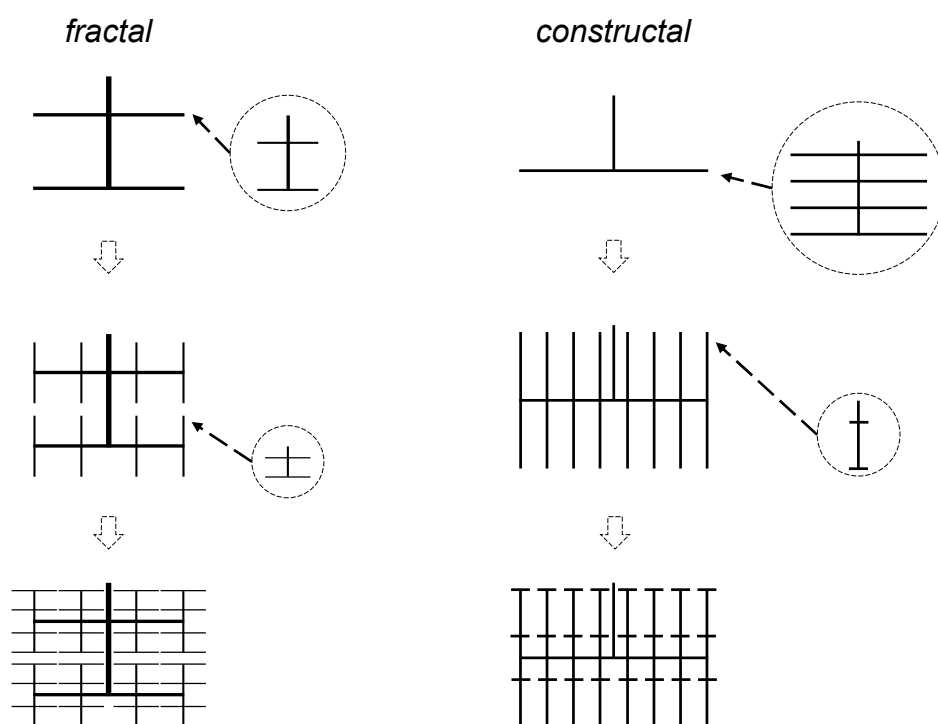


Figura 2.1. Ilustração de rede fractal e constructal construídas para uma cobrir uma mesma área, evidenciando que a quantidade de ramificações em cada nível é constante na rede fractal.

A Figura 2.1 exibe uma ilustração das geometrias fractal e constructal, segundo a quantidade de ramificações em cada nível. A configuração fractal exemplificada apresenta quatro ramificações, enquanto que a constructal possui diferentes quantidades de ramificações em cada nível. Caso a quantidade de ramificações em cada rede fosse a mesma, o aspecto visual das duas poderia ser muito parecido. Uma importante diferença entre os dois tipos é a forma como se definem as razões

$D_{h,i}/D_{h,i+1}$ e L_i/L_{i+1} . A rede fractal tem a vantagem de fornecer uma relação simples para estas razões, tornando soluções analíticas e processos de otimização computacional muito mais rápidos. A rede constructal, porém, fornece um espectro maior de formas devido ao aumento dos graus de liberdade, e deve, portanto, proporcionar a rede com o melhor desempenho.

Na sequência deste capítulo será realizada uma revisão do estado da arte em relação aos dissipadores de calor por redes de microcanais. Na primeira parte uma revisão bibliográfica sobre dissipadores de calor por redes fractais é realizada para evidenciar os avanços e descobertas na área, nos campos analítico, numérico e experimental. Em seguida a teoria constructal é brevemente explicada, ressaltando-se as contribuições na área de interesse e as hipóteses que devem ser relaxadas no estudo dos microcanais.

2.1 Dissipadores de Calor por Redes Fractais

2.1.1 Investigações Analíticas

As redes fractais oferecem uma grande vantagem na modelagem analítica, pois as relações geométricas entre níveis de ramificação (regras de escala) são constantes. Aproveitando-se deste fato, diversas investigações analíticas foram realizadas a partir do início dos anos 2000. Pence (2002) utilizou um modelo analítico-numérico unidimensional para calcular ΔT e ΔP em cada segmento reto, considerando reinicialização do desenvolvimento térmico e hidrodinâmico após cada bifurcação. Uma rede fractal de microcanais foi projetada para um chip circular. O aspecto visual desta rede é semelhante ao mostrado na Figura 1.3. A profundidade dos canais foi mantida constante para colaborar com uma possível validação experimental posterior. Os resultados obtidos foram animadores: a rede fractal gerou 60% menor queda de pressão e 30 °C menor temperatura máxima do que uma configuração de canais paralelos com a mesma área superficial. Além disso, um mesmo coeficiente de desempenho ($COP = \text{calor removido}/\text{potência de bombeamento}$) foi obtido para uma rede fractal com área superficial 50% menor, em comparação com canais paralelos.

Chen e Cheng (2002) modelaram uma rede fractal retangular de microcanais considerando escoamento completamente desenvolvido em cada segmento reto. O nível total de ramificações N e a dimensão fractal para a razão de comprimentos γ ($L_{i+1}/L_i = 2^{-1/\gamma}$) foram as variáveis investigadas. A Figura 2.2 mostra quatro configurações com $\gamma = 2$ e diferentes N . Obviamente a área superficial aumenta com N , mas isto também gera um maior comprimento total de canais ($\sum L_k$), o que aumenta a queda de pressão, para uma vazão constante.

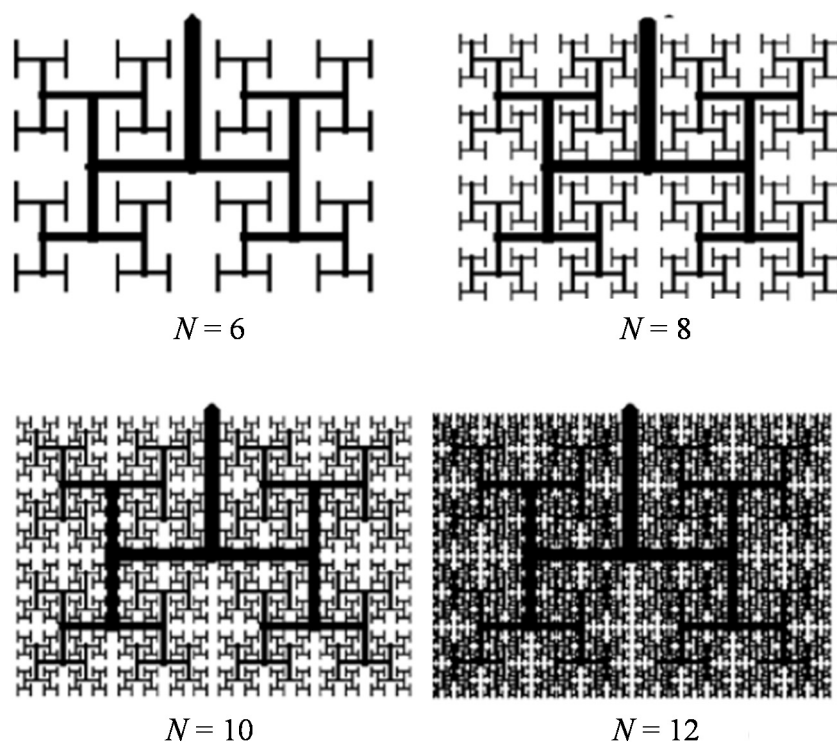


Figura 2.2. Redes fractais retangulares com diferentes níveis de ramificação (Chen e Cheng, 2002).

Os resultados de Chen e Cheng (2002), que consideraram Nu constante em todos os níveis de ramificação, mostraram um aumento da taxa de remoção de calor com N , devido ao aumento da área superficial. Mantendo a taxa de remoção de calor constante, o efeito do aumento em N foi diminuir a queda de pressão, através da menor demanda de vazão volumétrica do fluido de refrigeração. A eficiência do dissipador de calor por redes fractais (COP) foi maior do que a de um dissipador por canais paralelos com mesma área superficial.

Ghodoossi (2005) repetiu o modelo de Chen e Cheng (2002) com apenas uma alteração: empregando diversas correlações para fator de atrito e número de Nusselt.

Os resultados indicaram superioridade energética da rede fractal (em relação à configuração por canais paralelos) somente para condições muito restritas. Deve-se observar, entretanto, que quando o autor usou correlações para escala macro e escoamento laminar, as quais também se aplicam à escala micro, o desempenho da rede fractal foi seguramente superior a configuração por canais paralelos.

Uma rede fractal de microcanais foi otimizada por Escher et. al. (2009) para comparação com canais paralelos. Os modelos analíticos unidimensionais de desenvolvimento simultâneo de Muzychka e Yovanovich (1998, 2004) foram adotados. Para uma vazão constante, a configuração por canais paralelos alcançou desempenho cinco vezes maior do que a rede fractal, o que resultou em uma área superficial de 28 cm² contra 2,1 cm² da rede fractal. Foi concluído que a comparação entre diferentes configurações não faz sentido com áreas superficiais diferentes.

Processos de otimização de redes fractais de microcanais para remoção de calor continuaram a ser investigados. Um dos principais trabalhos neste tema é o de Heymann et. al., (2010) que utilizou o modelo matemático de Pence (2002) para otimizar a geometria de uma rede em chip circular, com restrições de fluxo de calor aplicado (q''), temperatura máxima do chip e raio do disco. O método da máxima descida (*steepest descent*) gerou resultados dentro de 10% do ótimo global, enquanto que o método de algoritmo genético não apresentou bom desempenho. Conforme se aumentou q'' , a otimização resultou em maior nível total de ramificação (N) e mais ramos primários, ou seja, maior complexidade da rede. Uma alternativa aos processos de otimização foi sugerida por Pence (2010), que observou que as razões de diâmetro e comprimento dos canais são fortemente restringidas por aspectos de fabricação. Sendo assim, um simples método geométrico foi desenvolvido levando em conta tais restrições geométricas de fabricação. O simples método analítico gerou redes fractais com desempenho próximo à uma rede otimizada, com desvio máximo de apenas 11%.

Uma importante validação experimental dos métodos matemáticos unidimensionais foi obtida em Zhang et. al., (2013a). Os autores utilizaram as correlações de desenvolvimento simultâneo (térmico e hidrodinâmico) para f e Nu de Phillips (1987). Usando microcanais retangulares com razões de aspecto de 1, 0,5 e 0,333, os autores demonstraram que as correlações predizem muito bem os dados

experimentais em uma ampla faixa de Re , sugerindo que os efeitos tridimensionais (vórtices e escoamento secundário) têm efeito minoritário. Ainda no mesmo trabalho, os autores mostraram que a hipótese de escoamento completamente desenvolvido é inadequada para redes de microcanais, pois a extensão do desenvolvimento hidráulico ocupou porção significativa dos dutos. Por mais que o comprimento total dos dutos seja mantido constante, as múltiplas ramificações fazem com que o comprimento dos segmentos sejam bastante encurtados.

2.1.2 Investigações Numéricas

Após o surgimento dos primeiros resultados analíticos, investigações numéricas começaram a ser realizadas a respeito das redes fractais em microcanais. Seen e Poulikakos (2004) usaram dinâmica dos fluidos computacional para simular a aplicação de uma rede fractal de microcanais para remoção de calor em células de combustível. Somente a fase fluida foi simulada, com uma condição de contorno de fluxo de calor constante nas direções axial e perimetral. O COP da rede fractal foi superior ao da configuração em serpentina com mesma área superficial. Além disso, a temperatura máxima (T_{max}) foi reduzida. Os mecanismos de escoamento secundário e vórtices foram identificados, mas não foram analisados.

Wang et. al. (2006) simularam uma rede fractal com segmentos de curva em 90° . Os resultados indicaram superioridade da rede fractal em relação a canais paralelos e serpentina, com mesma área superficial. O aumento no número de canais e níveis de ramificação diminuiu T_{max} . Os autores notaram que a configuração por redes de microcanais pode reduzir os riscos de bloqueio (entupimento). Hong et. al. (2007) simularam as fases líquida e sólida de um chip dissipador de calor por rede fractal. Um fluxo de calor constante foi aplicado em uma das faces do substrato. A relação *pressão* \times *vazão volumétrica* obtida foi levemente não linear devido aos efeitos de bifurcação e desenvolvimento do escoamento. Uma modificação foi realizada estendendo o último nível de bifurcação com uma serpentina. Um aumento de área de 150% foi obtido, o que diminuiu T_{max} de 330,9 K para 324,8 K. No mesmo trabalho os autores questionaram a restrição de volume de dutos constante, empregada em alguns processos de otimização de dissipadores de calor.

Xu et. al. (2009) resolveram numericamente uma rede fractal para chip circular com e sem *loops* (circuito fechado), sujeita a um fluxo de calor constante aplicado na base do substrato. A presença dos loops diminuiu os danos nos casos de bloqueio, mas não alterou significativamente o desempenho do dissipador em condições normais de operação.

Os efeitos da *esbeltez* de uma rede fractal e suas relações com ângulo de bifurcação e número de Reynolds foram estudados numericamente por Ghaedamini et. al. (2011). A grandeza *esbeltez*, definida como a razão entre a escala de comprimento externa e a escala de comprimento interna, refere-se à influência relativa dos efeitos locais de queda de pressão e temperatura nas conexões. Índices de esbeltez (S_v) iguais a 8, 16 e 24 foram investigados. No caso $S_v = 8$ (menos esbelto) a variação máxima encontrada nas distribuições de vazão mássica foi de 40%. Aumentando S_v para 16 e 24, a variação máxima caiu para 5% e 3%, respectivamente. As variações máximas encontradas nas distribuições da temperatura média para os índices de esbeltez 8, 16 e 24 foram 5%, 2% e 0,5%, respectivamente. De modo geral observou-se que maior uniformidade térmica e hidrodinâmica é obtida com maior S_v e menor Re . O ângulo de bifurcação de 180° foi recomendado para uso em configurações com alta esbeltez, devido ao fato de cobrir uma área retangular e gerar menores perdas locais.

Zhang et. al. (2015) utilizaram um procedimento numérico para investigar os mecanismos de escoamento secundário e vórtices em redes fractais. O modelo numérico usado foi previamente validado experimentalmente. Estes mecanismos tridimensionais, que iniciam nas conexões em “T” ou curvas em “L”, misturam o fluido de baixa velocidade próximo às paredes com um fluido de maior velocidade, causando um aumento no atrito viscoso que é refletido em uma maior queda de pressão. Enquanto isso, energia térmica adicional é transportada por convecção entre a parede do microcanal e a parte central do fluido. Portanto, apesar da queda de pressão aumentar, a taxa de remoção de calor também aumenta devido aos mesmos mecanismos de transporte, o que acaba resultando em um maior COP . Foi observado que aumentando Re ou a razão de aspecto da seção transversal retangular, a queda de pressão relativa devido a tais fenômenos aumenta.

2.1.3 Investigações Experimentais

Devido a dificuldades econômicas e tecnológicas, as investigações experimentais de dissipadores de calor por redes de microcanais ainda andam em passos lentos. Em consequência disto, o nível total de ramificações é bastante limitado na maioria dos trabalhos. Haller et. al. (2009) fabricaram microcanais com curvas e conexões em “T” em um *wafer* de silício tampado com uma camada de *Pyrex*. Em seu experimento, os autores constataram que os vórtices gerados nas curvas e conexões intensificam a transferência de calor e a queda de pressão, tendo um saldo positivo quanto ao desempenho (*COP*).

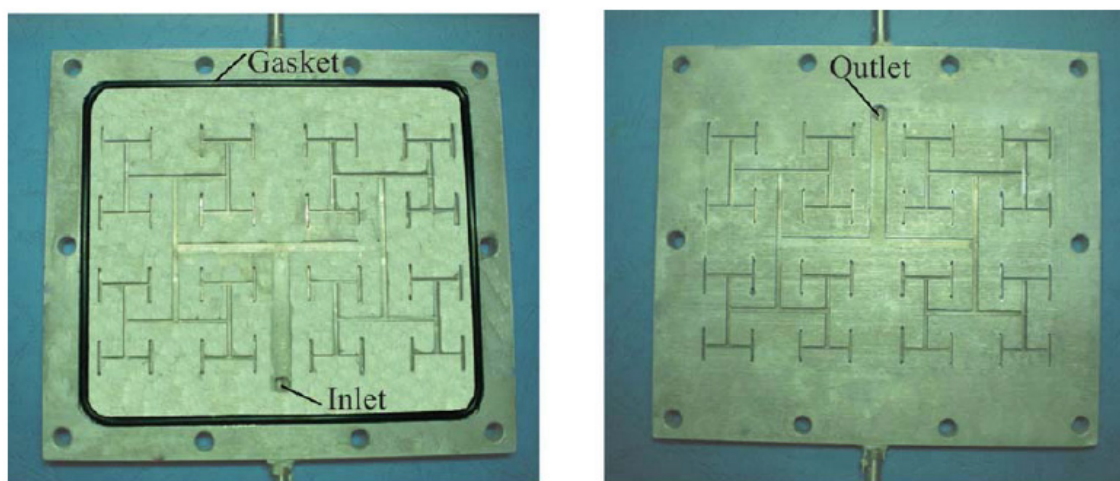


Figura 2.3. Rede fractal de minicanais (100 × 138 mm) fabricada por Chen et. al. (2010). As duas placas se sobrepõem para fechar o circuito, o que é chamado de *wafer*.

Chen et. al. (2010) realizaram uma comparação numérica entre rede fractal de microcanais e serpentina com mesma área superficial, seguido de um experimento com redes de minicanais. A rede foi usinada em placas de alumínio. Uma plaqueta inferior é unida a uma superior com a mesma arquitetura, e os últimos segmentos de cada rede são conectados verticalmente, conforme mostra a Figura 2.3. Os autores observaram que o *COP* da rede fractal é o dobro da serpentina. Além do mais, uma maior uniformidade térmica foi obtida, com 40% menor gradiente térmico. O modelo numérico implementado apresentou ótimo ajuste com os dados experimentais.

Hart e da Silva (2011) usaram litografia macia para fabricar redes fractais de microcanais em camadas de polidimetilsiloxano (PDMS). O *COP* foi medido em redes com 0 a 3 níveis de ramificação, todas com mesma área superficial, ou seja, a complexidade da configuração foi a variável investigada. Observou-se aumento do *COP* com a complexidade geométrica. Verificou-se também que o *COP* diminui com menores pressões de operação. Outra contribuição importante deste trabalho é a validação experimental das correlações de Muzychka e Yovanovich (1998, 2004) com a consideração de reinício do desenvolvimento após cada ramificação, para regimes de desenvolvimento simultâneo.

Uma investigação numérica e experimental da remoção de calor por uma rede fractal com dois níveis de ramificação foi realizada por Yu et. al. (2012). A queda de pressão e a taxa de calor removido foram medidas para diversos valores do número de Reynolds (Re) dentro do regime laminar e três razões de aspecto (α) dos canais retangulares. O ajuste entre os resultados numéricos e experimentais foi excelente. Observou-se que o *COP* aumenta com a diminuição de α , mas a razão entre o *COP* da rede fractal e o de canais paralelos é diretamente proporcional a α . Para $Re > 800$, o *COP* foi praticamente independente da razão de aspecto.

Zhang et. al. (2013b) utilizaram o mesmo método de fabricação de Haller et. al. (2009) e Yu et. al. (2012) para obter configurações fractais com e sem arredondamentos nas curvas em “L” e conexões em “T”. O arredondamento diminuiu a queda de pressão para uma taxa de remoção de calor constante, gerando portanto um maior *COP*. Observou-se também o aumento do *COP* com a diminuição da razão de aspecto na rede fractal com arredondamento.

2.2 Redes Constructais

A *lei constructal* foi originalmente enunciada em 1996 por Adrian Bejan na seguinte forma (tradução livre):

“Para que um sistema de tamanho finito persista no tempo (viver), este deve evoluir de maneira a proporcionar mais fácil acesso às correntes (globais) que através dele fluem” (Bejan, 1997d).

Em diversos contextos físicos a propriedade “acesso” pode ser interpretada como o inverso da resistência aos fluxos. Enquanto as leis pré-existentes da termodinâmica tratavam os sistemas como “caixas pretas”, a lei constructal provoca uma mudança de paradigma ao transferir interesse para os processos irreversíveis e sua relação com *geometria*. Na ciência, a origem da configuração de sistemas de fluxo foi negligenciada. Geometria foi tratada como um presente da natureza. A lei constructal é um chamado para abordar a geração de geometria (configuração, arquitetura) como matéria científica.

O conhecimento do sentido natural das mudanças de forma dos sistemas nos empodera a projetar melhor, mais rápido e com maior economia (Bejan e Errera, 2015). Diversos campos da ciência já começaram a ser tratados sob o ponto de vista constructal, como física, biologia, tecnologia e sociedade (Bejan e Lorente, 2013). Os campos de interesse neste trabalho são a transferência de calor e a mecânica dos fluidos, onde a contribuição da teoria constructal já foi mais do que evidenciada.

2.2.1 Teoria Constructal

Teoria constructal é a visão de como a arquitetura de sistemas de fluxos deve ser gerada, na natureza ou engenharia (Bejan, 2000). Nesta teoria a geração de arquitetura de fluxos é fundamentada na minimização das resistências globais aos fluxos, submetida a restrições globais de tamanho ou forma. Tomando como exemplo o problema fundamental da minimização da resistência ao escoamento de uma corrente com vazão mássica \dot{m} em uma conexão em “T”:

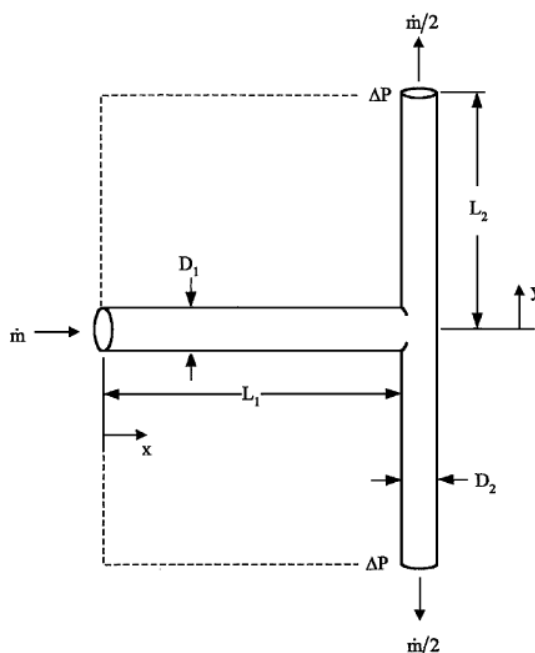


Figura 2.4. Conexão em “T” de tubos circulares. Uma vazão mássica constante acessa o tubo de diâmetro D_1 e sai por dois tubos de mesmo diâmetro D_2 (Bejan et. al., 2000).

As restrições globais são o volume de dutos $V = \pi(D_1^2 L_1 + 2D_2^2 L_2)/4$ e a área total ocupada pela estrutura planar $A = 2L_2 L_1$, as quais devem permanecer constantes. Em escoamento laminar completamente desenvolvido, a resistência ao escoamento em um segmento reto é:

$$\frac{\Delta P}{\dot{m}} = \frac{128\nu L}{\pi D^4} \quad (2.1)$$

onde ν é a viscosidade cinemática do fluido. A resistência do sistema é:

$$\frac{\Delta P_s}{\dot{m}} = \frac{128\nu}{\pi} \left(\frac{L_1}{D_1^4} + \frac{L_2}{2D_2^4} \right) \quad (2.2)$$

Pode-se demonstrar (Bejan et. al., 2000) que a minimização da Eq. (2.2) em relação aos parâmetros D_i e L_i , sujeita às restrições de V e A constantes leva às relações:

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{L_2}{L_1} = 2^{-1/3} \quad (2.3)$$

A relação $D_2/D_1 = 2^{-1/3}$ é conhecida como a lei de Hess-Murray, tendo sido inicialmente reportada por Hess (1914) e Murray (1926) em investigações sobre ramificações dos sistemas circulatório e respiratório. Por outro lado, a Eq. (2.3) foi obtida de maneira completamente teórica e determinística.

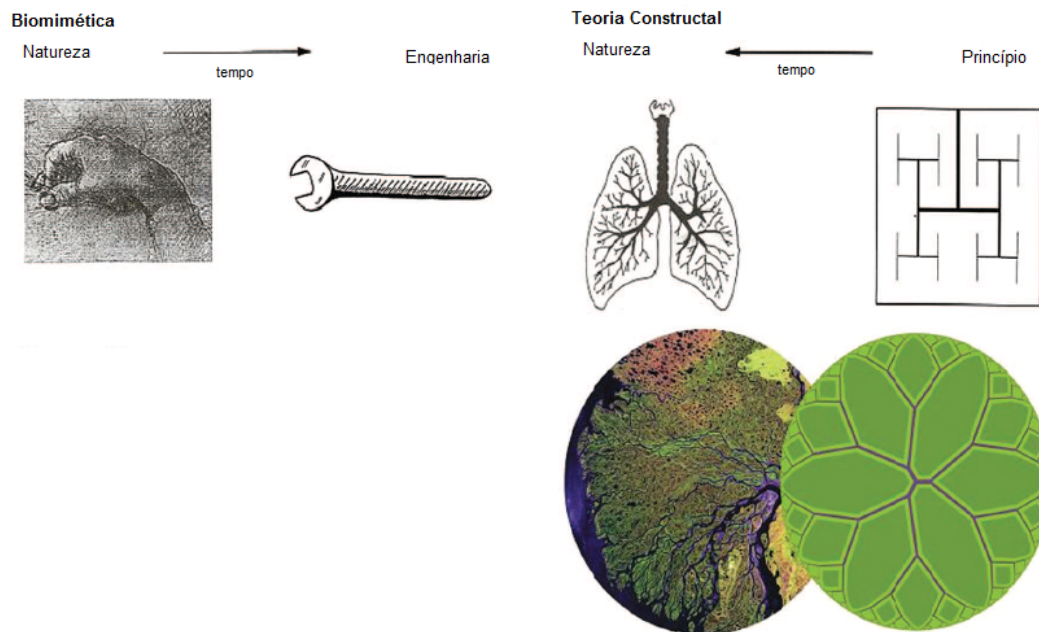


Figura 2.5. Teoria constructal procede em sentido oposto a biomimética (Bejan e Lorente, 2006).

É esta capacidade preditiva da teoria constructal que a torna oportuna para o projeto de sistemas de engenharia. Teoria constructal não é biomimética (Figura 2.5). Na biomimética a natureza é inspiração para arquitetura ou algoritmo de sistemas, enquanto que na teoria constructal os sistemas são otimizados para que progridam em sua escala evolutiva. Além da lei de Hess-Murray, outros resultados previamente conhecidos e comprovados somente por observações empíricas foram obtidos de maneira puramente teórica pela teoria constructal. Alguns destes resultados são listados na Tabela 2.1. As relações mostradas já eram conhecidas previamente por experimentos ou observação. Usando teoria constructal foi possível *determinar* tais relações para sistemas de fluxo de calor ou quantidade de movimento, ao invés de *observar*, o que corrobora o enunciado de Bejan (p.32) como princípio fundamental.

Tabela 2.1. Alguns resultados importantes previstos pela teoria constructal para ocorrências naturais em sistemas de fluxo animados e inanimados.

Fenômeno	Resultado	Referência
Seção transversal de rios	Relação entre a largura e a profundidade da seção	Bejan (1997a)
Escoamento em bacias hidrográficas	Formação de configuração arbórea	Bejan (1997b)
Proporção entre tempo de respiração e tamanho corporal	Tempo diretamente proporcional a massa elevada a 1/4	Bejan (1997c)
Número de Reynolds de transição para turbulência	Número de Reynolds de transição é da ordem de 10^2	Bejan (2000)
Proporção entre velocidade de cruzeiro e tamanho corporal	Velocidade diretamente proporcional a massa elevada a 1/6	Bejan (2000)
Proporção entre perda de calor e tamanho corporal	q diretamente proporcional ao volume elevado a 3/4	Bejan (2001)

O projeto de dissipadores de calor por convecção deve, de acordo com a teoria constructal, ter dois objetivos simultâneos: minimizar a resistência térmica global (R_T) e minimizar a potência de bombeamento (W_P). Como as duas competem entre si, a relação $R_T \times W_P$ tem a característica mostrada na Figura 2.6. No gráfico $R_T \times W_P$, cada arquitetura de escoamento é representada por uma curva. O projetista deve então transformar a arquitetura, usando o maior número de graus de liberdade possível, para obter uma curva o mais próximo possível da origem do gráfico.

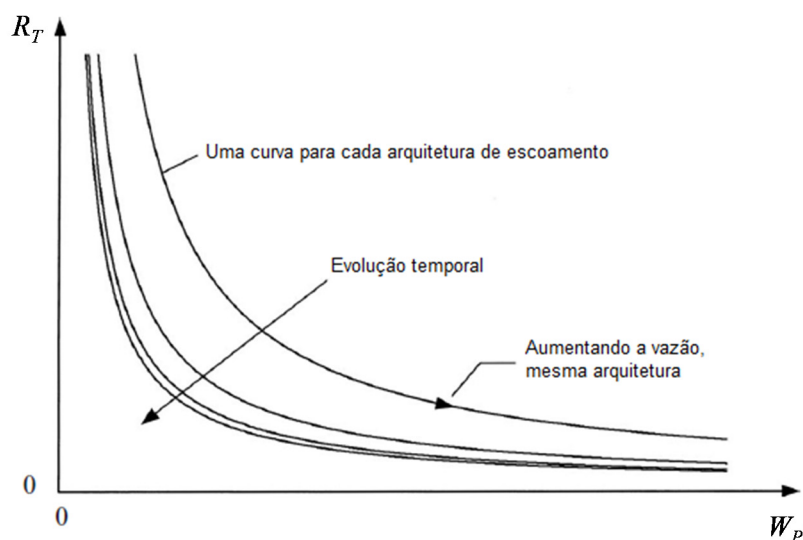


Figura 2.6. Curva de desempenho para dissipadores convectivos de calor. As arquiteturas constructais evoluem no sentido da origem do gráfico (Bejan e Lorente, 2008, p.250).

A busca por arquiteturas constructais para a remoção de calor tem levado a redes de canais ou configurações arbóreas. Na seção a seguir, uma revisão dos principais trabalhos envolvendo redes constructais será apresentada.

2.2.2 Redes Constructais para Remoção de Calor

No trabalho que originou a teoria constructal, Bejan (1996) demonstrou que a minimização da resistência térmica global no transporte de calor entre um ponto e uma área gera uma configuração arbórea. O objetivo do trabalho era distribuir uma quantidade limitada de material condutivo (k_p) para remover calor de uma área (k_0). O processo se inicia em um volume elementar, que marca a mudança no mecanismo de transporte ($k_0 \ll k_p$), sujeitando a geometria à minimização de ΔT_{max} . O volume elementar otimizado é combinado com outros semelhantes, resultando no primeiro constructal, ou primeiro nível de ramificação. Na sequência, o primeiro nível constructal é sujeito à minimização de ΔT_{max} para determinar suas propriedades ótimas, como por exemplo, o número de volumes elementares combinados. O processo de otimização segue combinando vários primeiros constructais em um nível superior, otimizando a montagem, e assim por diante. A Figura 2.7 mostra a rede obtida por Bejan (1996) com seis níveis de ramificação.

Apesar das regras de escala na rede constructal não serem constantes, a arquitetura da Figura 2.7 é parecida ao olho nu com uma rede fractal bifurcada (Figura 2.2 por exemplo). Muitos autores dos trabalhos citados na seção anterior se referiram as suas configurações como constructais, apesar de usarem regras de escala constantes, característica de fractais. Esta confusão conceitual ainda persiste em muitas publicações.

Bejan (1997b) resolveu o problema fundamental da minimização da resistência global ao escoamento ponto-volume, caracterizado pela geração volumétrica de quantidade de movimento e sumidouro em um único ponto, através da distribuição de um volume limitado de dutos em uma geometria tridimensional. Seguindo o mesmo procedimento delineado em seu trabalho anterior, demonstrou-se que a rede de dutos que minimiza a resistência viscosa tem configuração arbórea. A hipótese de

escoamento completamente desenvolvido foi adotada na solução. No volume elementar selecionado ocorria a mudança no modo de transporte de escoamento em meio poroso para escoamento em um canal saturado. Em uma solução mais genérica, Bejan e Errera (1997) resolveram o problema da distribuição ótima de fissuras de diferentes permeabilidades para maximizar o acesso em um escoamento ponto-volume em meio poroso.

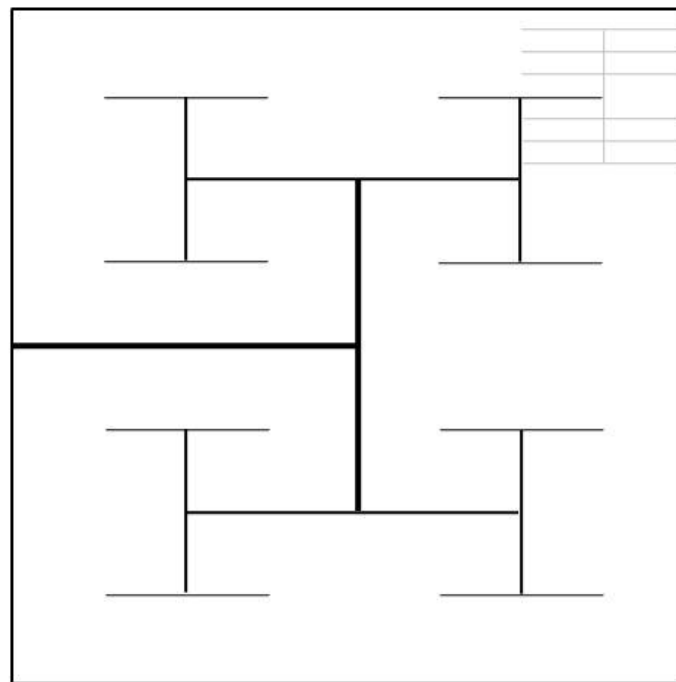


Figura 2.7. Configuração arbórea obtida por Bejan (1997d) para transporte de calor por condução entre uma área com geração uniforme de energia e um sumidouro.

Várias investigações a respeito do desempenho hidrodinâmico em ramificações foram realizadas. Em Bejan et. al. (2000) algumas conexões comuns em “T” e “Y” foram analisadas sob o ponto de vista da perda de carga distribuída. Foram encontradas as relações de escala de diâmetro e comprimento dos dutos para restrições globais de volume e área projetada dos dutos constantes. Verificou-se o ângulo ótimo de 75° para conexões em “Y” com área projetada circular. Lee et. al. (2013) investigaram a maximização do acesso em um canal com múltiplos afluentes perpendiculares, como em um pente. Foi verificado que a dupla minimização (para a razão de aspecto e a razão entre diâmetros) leva a uma menor resistência viscosa e

maior uniformidade na distribuição do escoamento, ou seja, a diferença entre a maior e a menor fração mássica nos afluentes foi reduzida. Em outras palavras, mais graus de liberdade possibilitam melhor desempenho. Cogitou-se a possibilidade de usar um canal de distribuição afunilado, o que permitiria igualar a vazão em cada afluente. Mas para o propósito de vascularização ainda não existe tecnologia de fabricação para esta configuração em microescala. Em ambos os trabalhos as perdas de carga localizadas foram desprezadas.

O problema fundamental da distribuição ótima de dutos para a remoção de calor por convecção de um corpo retangular foi resolvido por Bejan e Errera (2000). Usando canais de distribuição afunilados e montagens com reconstituição do escoamento, uma configuração arbórea foi obtida, ilustrada na Figura 2.8. Os canais em azul representam a entrada do fluido refrigerante e os canais em vermelho representam a saída do fluido aquecido. As principais hipóteses simplificadoras usadas por Bejan e Errera (2000) foram o desprezo das perdas de carga localizadas, a consideração de escoamento laminar completamente desenvolvido e o desprezo da resistência térmica parede-fluido, pois os fenômenos de transporte considerados foram correspondentes à macroescala. Como será mostrado no próximo capítulo, as últimas duas hipóteses não são adequadas para o transporte em microescala. Os procedimentos de otimização e construção resultaram em montagens esbeltas.

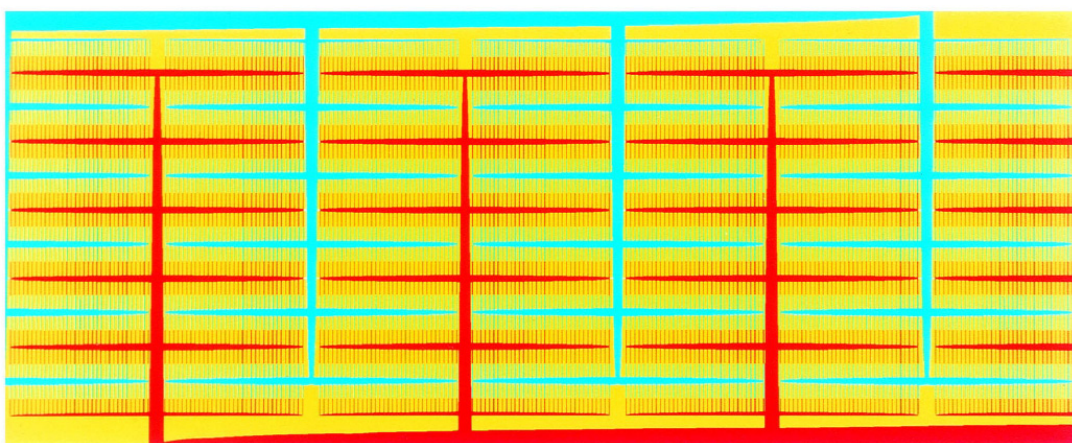


Figura 2.8. Terceiro nível constructal do dissipador de calor obtido por Bejan e Errera (2000).

Wechsato et. al. (2002) realizaram a distribuição ótima de dutos para maximizar o acesso do escoamento em uma área circular. O fator de atrito foi calculado em função do número de pontos de saída na periferia do disco e do número de canais que partem no centro (n_0), para até sete níveis de ramificação. Observou-se que conforme aumenta n_0 , os níveis de ramificação ou a complexidade, diminui a resistência global. A justificativa para o uso da restrição de volume de dutos fixo foi a relação com o problema de resfriamento de componentes eletrônicos, onde, segundo os autores, a maximização do uso do espaço é um dos objetivos. Na sequência do trabalho, Wechsato et. al. (2003) investigaram a otimização multi-objetiva: minimização simultânea da resistência térmica e da potência de bombeamento, para um disco com geração uniforme de calor. Foi observado que quando a escala de tamanho do disco diminui, a maior complexidade melhora o desempenho térmico. As hipóteses de escoamento completamente desenvolvido e a resistência térmica parede-fluido desprezível foram assumidas.

Wang et. al. (2005) forneceram um suporte às conclusões de Wechsato et. al. (2003). Eles resolveram o problema numericamente com as geometrias desenvolvidas por Wechsato et. al. (2002, 2003) e atestaram que o aumento da complexidade melhora o desempenho e uniformidade térmica em redes de microcanais. Srinivasan et. al. (2014) também apresentaram resultados numéricos a respeito de dissipadores de calor por redes constructais em um disco, e fabricaram um protótipo de minicanais com impressão 3D.

Arquiteturas de redes constructais para remoção de calor por escoamento com ebulição também têm sido investigadas. Zamfirescu e Bejan (2003) solucionaram a distribuição ótima de dutos para remoção de calor de uma área retangular. Considerando restrições globais de área e queda de pressão fixas, constataram que o número ótimo de ramificações em cada nível diminui conforme aumenta-se o tamanho e complexidade do constructal. Revellin et. al. (2009) estudaram redes constructais de microcanais para a maximização do fluxo de calor crítico (CHF) e observaram que com o aumento da potência de bombeamento maior complexidade é benéfica. Daguinet-Frick et. al. (2010) usaram correlações de f e Nu de escoamento com ebulição e notaram que a complexidade ótima da rede deve ser função da potência de bombeamento.

Caleme et. al. (2009) realizaram uma investigação experimental para averiguar o efeito dos níveis de ramificação no resfriamento de uma matriz de nitreto de gálio em carbetto de silício. Os autores usaram como base a arquitetura de Bejan e Errera (2000), mas sem manter com rigor as regras de escala. Foi observado que três níveis de ramificação foi a configuração ótima, acima da qual o desempenho diminui. Wang et. al. (2010) investigaram o efeito de ramificações deslocadas (como em folhas) no resfriamento de uma área retangular. Concluiu-se que canais deslocados aumentam o *COP* do constructal. O efeito de *loops*, também presente em alguns tipos de folhas, foi sugerido como alvo para futuros trabalhos.

Uma interessante comparação entre configuração constructal e fractal foi realizada por Queiros-Conde et. al. (2007). Em seu estudo os autores identificaram duas limitações da geometria fractal: os níveis de ramificação onde fractalidade é evidenciada são curtos e as evidências naturais apontam regras de escala que são dependentes da escala (o que seria paradoxal). Notou-se que a geometria constructal é consistente com as evidências naturais e exibe uma escala parabólica no contexto da teoria de camadas entrópicas. Uma arquitetura constructal, concebida para placa circular com escoamento de fluido entre o centro e a periferia do disco, foi comparada com uma arquitetura fractal com mesmo nível total de ramificações, a qual apresentou fator de atrito mais de três vezes maior que a constructal.

2.3 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foi realizada uma revisão do estado da arte em relação a redes fractais e constructais de microcanais para remoção de calor. Foi possível concluir que o desenvolvimento de redes fractais está avançando rapidamente devido a sua simplicidade nas regras de escala e processos de otimização. Os resultados obtidos até o momento com redes fractais proporcionaram fortes demonstrações de que o desempenho e uniformidade térmica das redes são superiores aos canais paralelos e serpentinas. Por um lado negativo, diversos trabalhos têm erroneamente usado a terminologia *constructal* para se referir às suas redes *fractais*.

Redes constructais também têm sido desenvolvidas para remoção de calor, porém não foi possível encontrar um caso onde a razão de aspecto do dissipador fosse uma restrição de projeto, ou os fenômenos de transporte em microescala tivessem sido considerados. Mesmo nos trabalhos que propõem projetar uma rede vascular ou de microcanais, as hipóteses de escoamento completamente desenvolvido e resistência térmica parede-fluido desprezível são assumidas. Há portanto uma oportunidade interessante de projetar uma rede constructal de microcanais para remoção de calor, considerando aplicações de microcanais.

Dois fatos encontrados na presente revisão bibliográfica formam a base do posicionamento do presente trabalho. Em primeiro lugar, observou-se que resultados experimentais para escoamento e convecção em microcanais se comparam muito bem à modelagem matemática correspondente a mecânica do contínuo. Este tipo de validação fornece confiança para utilização de correlações analíticas para fator de atrito e número de Nusselt. Em segundo lugar, ficou evidente que dentre as redes de microcanais empregadas para realização de experimentos, predominaram as fractais, sendo que a rede bifurcada com razão de diâmetros segundo a lei de Hess-Murray foi utilizada em quase todos os trabalhos. No presente trabalho arquiteturas de redes fractais e constructais de microcanais serão projetadas e os fenômenos de transporte serão resolvidos com a modelagem matemática baseada na mecânica do contínuo, com o objetivo de comparar o desempenho dos dois tipos de redes sujeitas às mesmas condições de contorno e restrições globais.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada uma revisão da literatura especializada a fim de levantar as correlações adequadas de fator de atrito e número de Nusselt para microcanais com seção transversal retangular, para que sejam implementadas em uma posterior modelagem analítica ou numérica. Alguns efeitos normalmente desprezados em macroescala podem ser significativos em microescala, e serão analisados neste capítulo.

3.1 Número de Knudsen

Um fluido pode ser modelado de duas maneiras: uma coleção de moléculas individuais que interagem entre si ou um meio contínuo, no qual propriedades médias podem ser atribuídas e definidas no espaço. O comportamento de todos os estados da matéria - sólido, líquido e gasoso – assim como a interação entre diferentes estados, depende das forças atuantes entre as moléculas. A natureza destas forças é bastante diversa, apesar de serem fundamentalmente e em sua maioria advindas de efeitos eletrostáticos, sendo que a complexidade matemática necessária para a modelagem molecular é um aspecto que costuma justificar a adoção de uma abordagem alternativa. Segundo Stone (1996) as forças intermoleculares podem ser classificadas em duas natureza principais: *longo-alcance*, onde a energia de interação se comporta como alguma potência inversa da distância entre moléculas, e *curto-alcance*, onde a energia diminui exponencialmente com a distância. Os principais efeitos de longo-alcance são conhecidos como eletrostático, indução, dispersão, ressonância e magnético. Os principais efeitos de curto-alcance são conhecidos como conversão, repulsão, transferência de carga, penetração e amortecimento.

Na prática da engenharia é conveniente aglomerar todos os efeitos moleculares em quantidades médias espaciais ou contínuas, como massa específica, temperatura e velocidade. Entretanto é importante determinar as limitações destas descrições contínuas. Mais especificamente, a seguinte questão é feita: em qual escala as flutuações estatísticas serão (in)significantes? Verifica-se que uma amostra

volumétrica que contém 10.000 moléculas resulta em 1% de flutuação estatística nas quantidades médias (Karniadakis et. al., 2006).

Considerando um ponto fixo no espaço e escolhendo um volume de controle de escala L que confina este ponto, se a razão entre a massa do volume de controle e seu volume puder ser medida, a quantidade M/V em função da escala L possui o aspecto da curva da Figura 3.1. Com L muito grande ($L \sim 1$ km) a medida M/V não é representativa da massa específica local. À medida que se diminui L , M/V passa a exibir uma consistência, revelando que nesta escala pode-se atribuir um valor para a massa específica do ponto de interesse. Quando a escala do volume de controle aproxima-se da escala de distância entre moléculas, a razão M/V ganha muita flutuação estatística, descaracterizando a propriedade contínua.

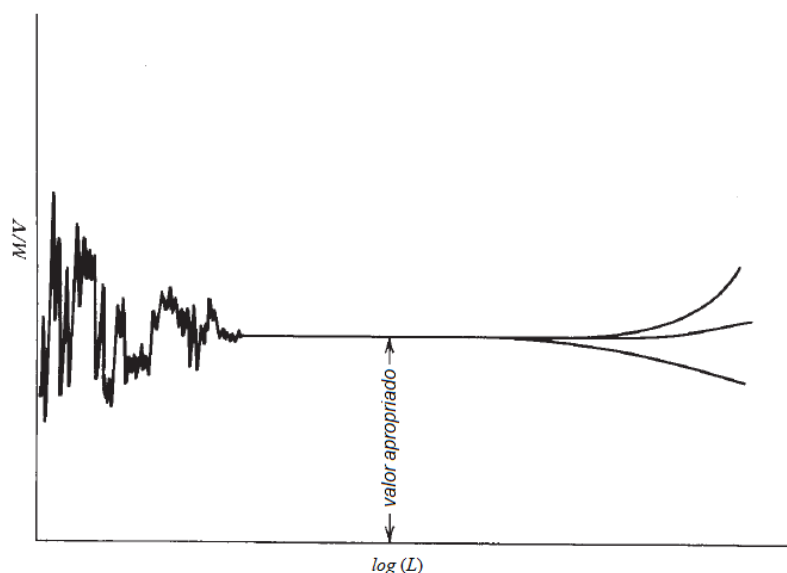


Figura 3.1. Experimento conceitual para definir massa específica (Panton, 2013).

Um parâmetro adimensional importante para escoamentos em microescala é o número de Knudsen, definido como a razão entre o caminho livre médio entre moléculas do fluido (λ) e a escala de comprimento característica:

$$Kn \equiv \frac{\lambda}{L} \quad (3.1)$$

Se o número de Knudsen é menor que 10^{-3} o escoamento de líquidos pode ser resolvido com propriedades contínuas. Condições de contorno de deslizamento

podem ser usadas com modelos contínuos para Kn entre 10^{-1} e 10^{-3} . Conforme Kn continua a crescer, as hipóteses de modelos contínuos deixam de ser aplicáveis, requerendo análises de dinâmica molecular (Sharp, 2005).

Como a massa específica de líquidos é em torno de 1000 vezes a massa específica de gases, o espaçamento entre moléculas de líquidos é aproximadamente 10 vezes menor do que o espaçamento em gases. Moléculas de líquidos não têm um caminho livre médio, mas segundo Bridgman (1923), o espaçamento reticular σ pode ser usado como uma medida similar. O espaçamento reticular σ é definido como [Probstein, 1994 apud Sharp et. al., 2005, p. 10-4]:

$$\sigma \sim \left(\frac{\bar{V}}{N_A} \right)^{1/3} \quad (3.2)$$

onde \bar{V} é o volume molar, e N_A é o número de Avogadro. Para água, este espaçamento é 0,3 nm. Em uma fenda de 1 μm o número de Knudsen equivalente é 3×10^{-4} , seguramente dentro do intervalo de validade da teoria do contínuo.

3.2 Validação Experimental da Teoria do Contínuo

Desde o trabalho pioneiro de Tuckerman e Pease (1981), onde foi demonstrado o alto coeficiente de transferência de calor em microcanais, foi iniciada uma escalada tecnológica para o desenvolvimento de dissipadores de calor por microcanais, para atender à tendência econômica de miniaturização. Segundo Kandlikar (2010) o período das décadas de 80 e 90 foi marcado por diversas investigações experimentais que revelaram uma grande dispersão de dados. Resultados experimentais de 1990 até 2004 foram compilados por Sharp et. al. (2005) através de um fator de atrito normalizado:

$$C^* = \frac{(f Re)_{\text{experimental}}}{(f Re)_{\text{teórico}}} \quad (3.3)$$

A Figura 3.2 mostra os resultados encontrados por Sharp et. al. (2005), que contemplam escoamentos em microcanais de seção transversal circular, trapezoidal e retangular (marcadores circulares, triangulares e quadrados, respectivamente).

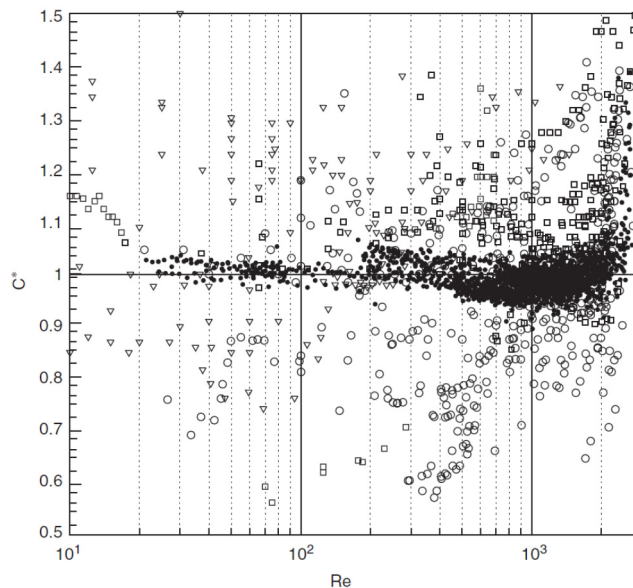


Figura 3.2. Fator de atrito normalizado (C^*) versus número de Reynolds (Re) encontrados na literatura até 2004 (Sharp et. al., 2005, p. 10-12).

Esta grande dispersão de dados é geralmente atribuída à efeitos de entrada, rugosidade superficial, incertezas experimentais e pouca precisão nas medições da geometria dos canais. Steinke e Kandlikar (2006) realizaram uma profunda investigação sobre o motivo de tamanha dispersão de dados e notaram que as incertezas experimentais em escoamentos em microcanais chegam a 40%, pois a queda de pressão é proporcional à D^{-4} , o que eleva as incertezas da medida do diâmetro do canal à quarta potência. Dependendo do método de fabricação e medição, as incertezas nas estimativas da seção transversal do canal podem ser grosseiras. A Figura 3.3 mostra uma seção transversal obtida com um microscópio eletrônico de varredura. Nota-se que o perfil real do canal desvia significativamente do perfil retangular pretendido. As paredes verticais têm uma inclinação de 5° e os cantos são arredondados.

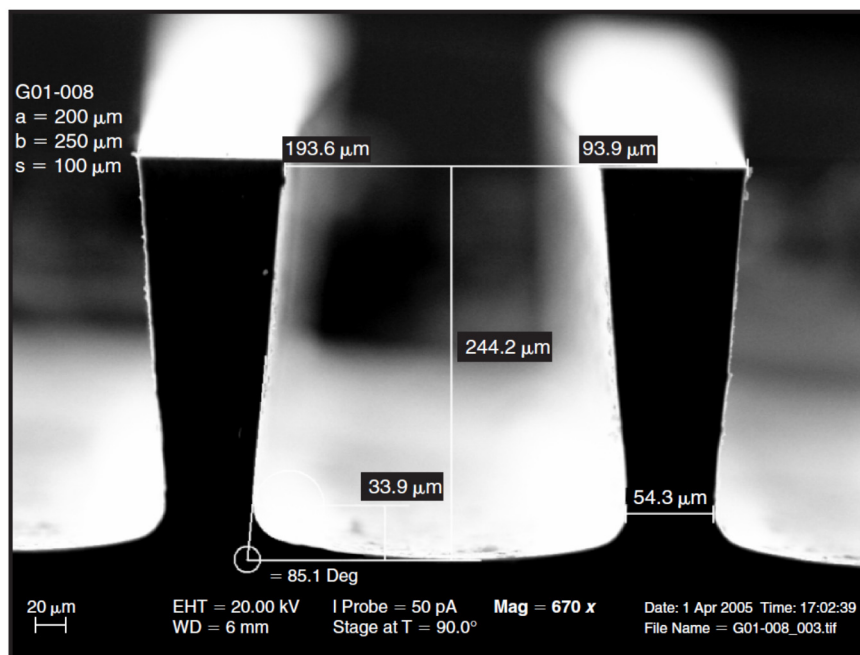


Figura 3.3. Vista da seção transversal de um microcanal gravado quimicamente em silício, mostrando o desvio em relação à geometria retangular pretendida (Steinke e Kandlikar, 2006, p. 1081).

Com padrões mais rigorosos e melhores equipamentos, as dúvidas quanto à validade dos modelos contínuos foram encerradas na metade da década de 2000. Judy et. al. (2002) reportaram o primeiro experimento de escoamento de líquidos em microcanais onde não houve desvio significativo em relação às correlações obtidas através da solução das equações de Navier-Stokes. Qu e Mudawar (2002) realizaram medições das quedas de pressão e temperatura em um microcanal de seção retangular, e obtiveram uma ótima concordância com os resultados de uma simulação numérica. Sharp e Adrian (2004) fizeram mais de 1500 medidas em microcanais circulares em sílica fundida com diâmetros de 50 a 250 μm e número de Reynolds de até 1800, e confirmaram o ajuste com o escoamento de Poiseuille com fator de atrito dentro de $\pm 2,5\%$ rms. Lee et. al. (2005) verificaram a aplicabilidade da teoria do contínuo e sugeriram que atenção especial deve ser dada à escolha das condições de contorno térmicas apropriadas. Steinke e Kandlikar (2006) também apresentaram resultados experimentais comprovando a teoria do contínuo e forneceram uma discussão sobre as fontes de erro em experimentos em microescala.

3.3 Fator de Atrito

Considerando o equilíbrio de forças em um elemento fluido incompressível de comprimento dx em um duto circular de diâmetro D , sujeito a escoamento completamente desenvolvido, tem-se que a força devido à diferença de pressão dP é balanceada pela força devido à tensão de cisalhamento τ_w na parede do duto (White, 1991, p.116):

$$\frac{\pi D^2}{4} dP = \pi D dx \tau_w \quad (3.4)$$

O gradiente de pressão e a tensão de cisalhamento estão relacionados por:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{4\tau_w}{D} \quad (3.5)$$

Para fluidos newtonianos a tensão de cisalhamento na parede é expressa em termos do gradiente de velocidade:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_w \quad (3.6)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Segundo Kandlikar et. al. (2005) o fator de atrito de Fanning é usado na literatura de transferência de calor devido a sua habilidade de representar a transferência de quantidade de movimento em um escoamento de maneira consistente com as representações de transferência de calor e massa. O fator de atrito de Fanning substitui a tensão de cisalhamento na parede e é definido como (White, 1991, p.117):

$$f = \frac{\tau_w}{(1/2)\rho u_m^2} \quad (3.7)$$

onde u_m é a velocidade média do fluido no duto. A queda de pressão sobre um comprimento L é obtida eliminando τ_w nas Equações (3.5) e (3.7):

$$\Delta P = \frac{2f \rho u_m^2 L}{D} \quad (3.8)$$

O fator de atrito f na Eq. (3.7) depende, além das propriedades do fluido, das condições do escoamento, da geometria da parede do canal e das condições da superfície:

- a) Escoamento laminar ou turbulento;
- b) Geometria da seção transversal;
- c) Escoamento completamente desenvolvido ou em desenvolvimento;
- d) Superfícies lisas ou rugosas.

Para canais não circulares, o diâmetro D na Eq. (3.8) é substituído pelo diâmetro hidráulico D_h , definido por:

$$D_h = \frac{4A_s}{p_w} \quad (3.9)$$

onde A_s é a área da seção transversal e p_w é o perímetro molhado. Para um canal retangular com lados a e b , conforme a Figura 3.4, o diâmetro hidráulico é (Kandlikar et. al., 2005a, p.91):

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b} \quad (3.10)$$

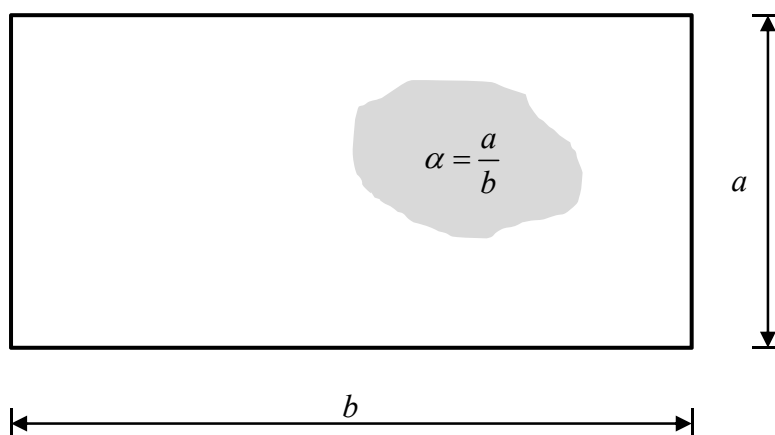


Figura 3.4. Seção transversal retangular. A razão de aspecto (α) é definida como a razão entre o menor e o maior lado do retângulo.

3.3.1 Escoamento laminar completamente desenvolvido

Em um escoamento laminar completamente desenvolvido, a tensão de cisalhamento na parede do duto pode ser calculada analiticamente com o perfil de velocidades obtido através da solução das equações de Navier-Stokes. O fator de atrito obtido a partir da tensão de cisalhamento na parede é apresentado na seguinte forma (White, 1991, p.108):

$$f = \frac{Po}{Re} \quad (3.11)$$

sendo $Re = \rho u_m D_h / \mu$ o número de Reynolds e Po o número de Poiseuille, que representa a influência da forma da seção transversal do duto no fator de atrito.

A solução analítica das equações de Navier-Stokes para uma seção retangular em função de sua razão de aspecto fornece uma expressão para velocidade média que contém um somatório infinito. Shah e London (1978) fornecem uma correlação mais amigável para o fator de atrito na região completamente desenvolvida:

$$Po = f Re = 24(1 - 1,3553\alpha + 1,9467\alpha^2 - 1,7012\alpha^3 + 0,9564\alpha^4 - 0,2537\alpha^5) \quad (3.12)$$

3.3.2 Escoamento laminar em desenvolvimento

Quando o escoamento entra em um duto, o perfil de velocidades é alterado ao longo da direção axial até que se atinja o perfil completamente desenvolvido, que passa a ser constante. Para velocidade uniforme de entrada e duto circular, o comprimento de entrada hidrodinâmico L_h é bem estimado pela relação (Kandlikar et. al., 2005a, p.93):

$$\frac{L_h}{D_h} = 0,05Re \quad (3.13)$$

Os gradientes de pressão em microcanais são relativamente elevados, fazendo com que o comprimento dos dutos sejam geralmente mantidos curtos. Em muitas aplicações, a região de desenvolvimento forma a maior porção do

comprimento do escoamento. O modo mais comum de considerar os efeitos de entrada é representar a queda de pressão em termos de um fator de atrito aparente f_{app} (Kandlikar et. al., 2005):

$$\Delta P = \frac{2f_{app}\rho u_m^2 x}{D_h} \quad (3.14)$$

A diferença entre o fator de atrito aparente sobre um comprimento x e o fator de atrito completamente desenvolvido (f) é expresso em termos da queda de pressão incremental $K(x)$:

$$K(x) = (f_{app} - f) \frac{4x}{D_h} \quad (3.15)$$

Para $x \geq L_h$ a queda de pressão incremental atinge um valor constante $K(\infty)$, conhecido como fator de Hagenbach. Nota-se que $K(x)$ é um coeficiente local de queda de pressão, enquanto que f_{app} é uma média entre o ponto de entrada e a posição considerada.

Dutos de seção retangular são de interesse no presente trabalho e são atualmente o tipo de seção transversal mais empregado em microcanais. Phillips (1987) revisou os dados disponíveis na época e compilou os resultados de fator de atrito aparente para seção transversal retangular (Figura 3.5). Pode-se notar que o escoamento completamente desenvolvido é atingido em diferentes posições axiais. Dutos com menores razões de aspecto alcançam esta condição em pontos menos afastados da entrada.

Muzychka e Yovanovich (1998) resolveram analiticamente os fatores de atrito para dutos não circulares na região em desenvolvimento, usando um método de correlação assintótica para unir a solução de camada-limite com a solução do escoamento completamente desenvolvido. A seguinte equação foi proposta:

$$f_{app} Re_\ell = \left[\left(\frac{3,44}{\sqrt{x^*}} \right)^2 + \left(8\sqrt{\pi} g(\alpha) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

onde $x^* = x / (\ell Re_\ell)$, ℓ é a escala de comprimento definida como a raiz quadrada da área da seção transversal, de modo que $Re_\ell = \rho u_m \ell / \mu$, e

$$g(\alpha) = \left[1,0870^{1-\alpha} (\alpha^{1/2} - \alpha^{3/2}) + \alpha \right]^{-1} \quad (3.17)$$

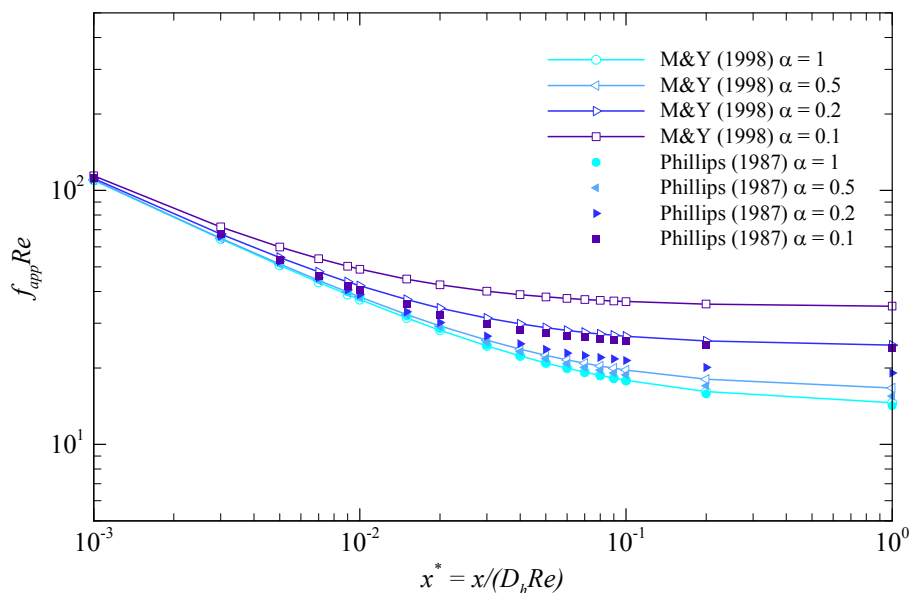


Figura 3.5. Fator de atrito aparente para seção transversal retangular. Dados Experimentais e numéricos por Phillips (1987) e correlação de Muzychka e Yovanovich (1998) modificada.

Uma modificação na correlação de Muzychka e Yovanovich é feita alterando a escala de comprimento $\sqrt{A_s}$ por D_h . Esta modificação gera um menor desvio em relação aos dados experimentais e numéricos compilados por Phillips (1987). A Figura 3.5 compara a correlação de Muzychka e Yovanovich modificada com os dados de Phillips (1987). Apesar de haver variações quantitativas no fator de atrito em $\alpha \leq 0,8$, o comportamento de $f_{app} Re$ com α e x^* é muito bem captado pela correlação adotada:

$$f_{app} Re = \left[\left(\frac{3,44}{\sqrt{x / (D_h Re)}} \right)^2 + \left(\frac{8\sqrt{\pi}}{1,0870^{1-\alpha} (\alpha^{1/2} - \alpha^{3/2}) + \alpha} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

A correlação adotada assume perfil de velocidade uniforme na entrada. Gamrat et. al. (2005) verificaram que quando o fluido entra por uma contração abrupta em

microcanais, o comprimento de desenvolvimento é muito menor do que o previsto pela Eq. (3.13) ou Figura 3.5, possivelmente devido à formação de ondas no escoamento. Entretanto, Zhang et. al. (2013a) usou os dados de Phillips (1987) para prever a queda de pressão em uma rede de microcanais, obtendo uma boa comparação com resultados experimentais. Na sequência do trabalho assume-se, portanto, que a região de entrada do escoamento em canais conectados por uma rede de distribuição não sofre efeitos de onda e o escoamento é bem representado pela correlação obtida com um perfil uniforme de entrada (Eq. (3.18)).

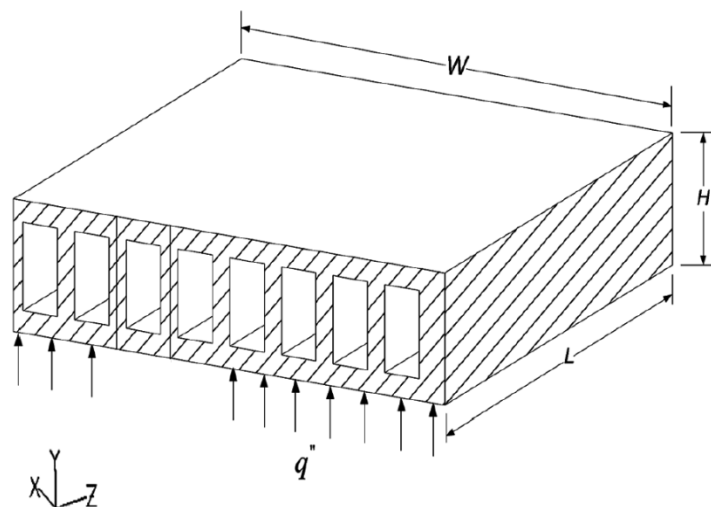


Figura 3.6. Representação de um dissipador de calor por microcanais. A face superior é normalmente tampada com um material isolante (Bello-Ochende et. al., 2010).

3.4 Número de Nusselt

Em aplicações onde trocadores de calor por microcanais são usados, uma taxa de transferência de calor uniforme é usualmente aplicada na base do substrato do dissipador, que é normalmente feito de um material condutivo como silício, cobre ou alumínio, para reduzir a resistência térmica de difusão (Figura 3.6). Transferência de calor tridimensional conjugada ocorre então no interior do trocador de calor, levando à redistribuição de fluxo de calor e temperatura ao longo das paredes dos microcanais (Lee e Garimella, 2006).

Para simplificar as análises numéricas tridimensionais, o domínio computacional é tipicamente restringido para incluir somente a fase fluida, com uma das três alternativas de condição de contorno térmica nas paredes do canal:

- T: temperatura constante, em ambas as direções: axial e perimetral;
- H1: temperatura perimetral constante e fluxo de calor axial constante;
- H2: fluxo de calor constante, em ambas as direções: axial e perimetral.

A identificação da condição de contorno adequada é importante na definição de uma correlação para o número de Nusselt empregado nas soluções analíticas ou numéricas.

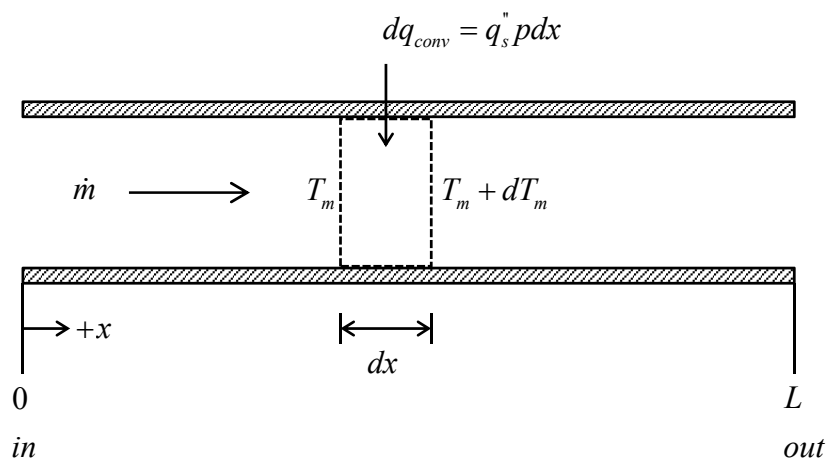


Figura 3.7. Balanço de energia em um elemento fluido retirando calor de um duto por convecção forçada.

3.4.1 escoamento Termicamente Desenvolvido

Considere o escoamento em um duto mostrado na Figura 3.7. O fluido escoava com vazão mássica \dot{m} constante e a transferência de calor do duto, presumidamente mais aquecido, para o fluido ocorre na superfície interna. Assumindo escoamento incompressível com moderadas quedas de pressão, a taxa de transferência de calor retirada pelo fluido ao longo do duto é:

$$q = \dot{m} c_p (T_{m,out} - T_{m,in}) \quad (3.19)$$

onde a temperatura média T_m é definida como (Bejan, 2013, p112):

$$T_m = \frac{\int_{A_s} \rho u c_p T dA_s}{\dot{m} c_p} = \frac{\int_{A_s} u T dA_s}{Q} \quad (3.20)$$

onde A_s é a área da seção transversal, u é a componente axial da velocidade do escoamento, T é a temperatura do fluido e Q é a vazão volumétrica (constante).

A elevação da temperatura média ao longo do duto pode ser calculada resolvendo o balanço de energia ilustrado na Figura 3.7:

$$dq_{conv} = \dot{m} c_p [(T_m + dT_m) - T_m] \quad (3.21)$$

Reconhecendo que $dq_{conv} = q_s'' p dx$, onde p é o perímetro e q_s'' é o fluxo de calor local, tem-se:

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' p}{\dot{m} c_p} \quad (3.22)$$

No caso de uma condição de contorno de fluxo de calor constante, o lado direito da Eq. (3.22) é constante, indicando que $T_m(x)$ é uma reta com inclinação $q_s'' p / \dot{m} c_p$ (Bejan, 2013, p117). Integrando a Eq. (3.22):

$$T_m(x) = T_{m,in} + \frac{q_s'' p}{\dot{m} c_p} x \quad (3.23)$$

Segundo Bejan e Errera (2015), a clássica relação entre o fluxo de calor e a diferença de temperatura parede-fluido foi originalmente concebida por Joseph Fourier (1768 - 1830):

$$q_s'' = h(T_w - T_m) \quad (3.24)$$

onde T_w é a temperatura local da interface parede-fluido e h é o coeficiente de transferência de calor. Se q_s'' é constante, então o produto $h(T_w - T_m)$ também deve ser constante. Na região termicamente desenvolvida, pode ser demonstrado que h é constante (Bejan, 2013, p116), o que indica que T_w também varia linearmente com x . Na região de entrada térmica, entretanto, o coeficiente de convecção é mais elevado.

A evolução da temperatura da interface parede-fluido ao longo do duto para uma condição de contorno de fluxo de calor constante é ilustrado na Figura 3.8:

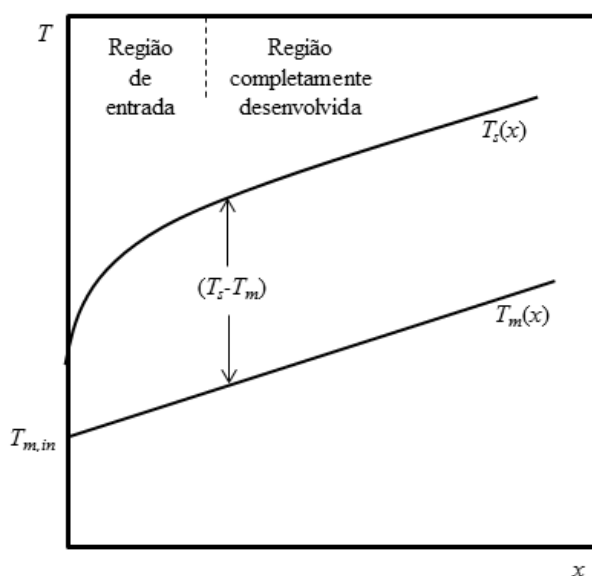


Figura 3.8. Variação da temperatura média do fluido em um duto sujeito a fluxo de calor constante na interface parede-fluido.

A Eq. (3.23) foi obtida assumindo fluxo de calor constante ao longo da parede do duto. Esta hipótese é suportada por diversos indícios experimentais de que a condição de contorno H1 é a que melhor representa numericamente os dados empíricos. Lee et. al. (2005) conduziram uma análise numérica tridimensional da transferência de calor conjugada em um dissipador de calor com microcanais sujeito a um fluxo de calor constante na base do substrato. Eles compararam os resultados com análises mais simplificadas usando as condições de contorno T, H1 e H2. Verificou-se que a condição H1 é a mais apropriada para análises simplificadas, pois resultou em uma ótima concordância, desviando menos que 1,3% da simulação completa.

O coeficiente de transferência de calor h pode ser obtido sabendo-se o número de Nusselt (Nu), definido como:

$$Nu = \frac{hD_h}{k_f} \quad (3.25)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico e k_f é a condutividade térmica do fluido.

O número de Nusselt, assim como o fator de atrito, depende das condições do escoamento, das propriedades do fluido, da geometria da seção transversal e das condições da superfície:

$$Nu = Nu(Re, Pr, geometria) \quad (3.26)$$

Na Eq. (3.26) Pr é o número de Prandtl definido como a razão entre as difusividades cinemática e térmica do fluido. Para dutos retangulares sob a condição H1 e escoamento termicamente desenvolvido, a seguinte correlação é bem aceita (Shah e London, 1979):

$$Nu_{\infty} = 8,235(1 - 2,0421\alpha + 3,0853\alpha^2 - 2,4765\alpha^3 + 1,0578\alpha^4 - 0,1861\alpha^5) \quad (3.27)$$

3.4.2 Escoamento em Desenvolvimento Térmico

O comprimento de entrada térmica em dutos, definido como a região onde o perfil de temperaturas é alterado antes de atingir a condição $\partial T / \partial x = dT_m / dx$ (q_s'' constante), é expressa na seguinte forma:

$$\frac{L_t}{D_h} = cRePr \quad (3.28)$$

onde c é uma constante. Para canais circulares $c = 0,05$, enquanto que para canais retangulares, Phillips (1987) sugere $c = 0,1$.

Lee e Garimella (2006) realizaram uma investigação numérica a fim de obter as correlações para Nu em função da razão de aspecto em canais retangulares sujeitos à condição de contorno H1 e com desenvolvimento térmico. Os autores utilizaram uma interessante conclusão de Lee et. al. (2005) segundo a qual o número de Nusselt obtido numericamente com a condição de entrada TD (termicamente em desenvolvimento e hidrodinamicamente desenvolvido) é menos custoso computacionalmente e se compara muito bem com a condição SD (desenvolvimento

simultâneo) quando água é o fluido de trabalho, além de representar até melhor os dados experimentais (ver Figura 3.9).

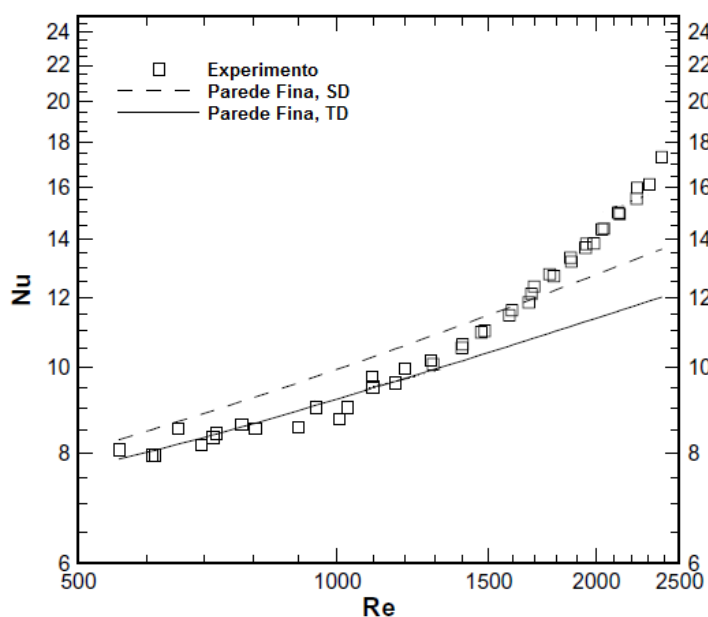


Figura 3.9. Número de Nusselt médio com condições de entrada TD e SD (Lee et. al., 2005).

A seguinte correlação para número de Nusselt local foi proposta por Lee e Garimella (2006) com $R^2 = 0,999$:

$$Nu_x = \frac{1}{C_1 (x/D_h Re Pr)^{C_2} + C_3} + C_4, \quad (3.29)$$

$$C_1 = -\frac{3,122 \cdot 10^{-3}}{\alpha^3} + \frac{2,435 \cdot 10^{-2}}{\alpha^2} + \frac{2,143 \cdot 10^{-1}}{\alpha} + 7,325$$

$$C_2 = 6,412 \cdot 10^{-1}$$

$$C_3 = \frac{1,589 \cdot 10^{-4}}{\alpha^2} - \frac{2,603 \cdot 10^{-3}}{\alpha} + 2,444 \cdot 10^{-2}$$

$$C_4 = 7,148 - 1,328 \cdot 10^1 \alpha + 1,515 \cdot 10^1 \alpha^2 - 5,936 \alpha^3$$

válida para $1 \geq \alpha \geq 0,1$ e $x^* = x/D_h Re Pr < x_i^*$, onde:

$$x_i^* = -1,275 \cdot 10^{-6} \alpha^6 + 4,709 \cdot 10^{-5} \alpha^5 - 6,902 \cdot 10^{-4} \alpha^4 + 5,014 \cdot 10^{-3} \alpha^3 - 1,769 \cdot 10^{-2} \alpha^2 + 1,845 \cdot 10^{-2} \alpha + 5,691 \cdot 10^{-2} \quad (3.30)$$

é o comprimento de desenvolvimento térmico.

Para eliminar a restrição de $x^* < x_t^*$, o que poderia causar dificuldades nos procedimentos de solução, no presente trabalho faz-se C_4 igual ao número de Nusselt termicamente desenvolvido, pois o primeiro termo da Eq. (3.29) torna-se desprezível quando $x^* \rightarrow \infty$. Com C_4 igual a Eq. (3.27) na Eq. (3.29), Nu_x sofre um pequeno desvio em baixos x^* , mas torna-se mais preciso em $x^* > 0,1$.

A correlação da Eq. (3.29) foi obtida com quatro paredes aquecidas. Para o caso de um dissipador de calor por microcanais, onde uma parede costuma estar isolada, Phillips (1987) sugere o seguinte ajuste:

$$Nu_3(x) = Nu_4(x) \frac{Nu_{3,\infty}}{Nu_{4,\infty}} \quad (3.31)$$

onde o subscrito ∞ indica escoamento termicamente desenvolvido e os subscritos 3 e 4 indicam três e quatro paredes aquecidas, respectivamente. Phillips (1987) fornece uma tabulação de valores de $Nu_{3,\infty}$, que quando comparados com a correlação de quatro paredes da Eq. (3.27) revela que a razão $Nu_{3,\infty} / Nu_{4,\infty}$ flutua de aproximadamente -2% a +9% para $0,1 \leq \alpha \leq 1$. Ou seja, a influência do aquecimento por três paredes não é severa em Nu . Diversos fatores são muito mais significativos no número de Nusselt, como razão de aspecto, rugosidade, condições de entrada, entre outros. Neste trabalho, o efeito do aquecimento por três paredes será desprezado.

3.5 Efeitos Comuns no Escoamento em Microcanais

Diversos estudos experimentais demonstraram que a rugosidade superficial e a condução axial de calor têm efeitos significativos nos fenômenos de transporte em microcanais. A alta rugosidade relativa dos microcanais fabricados por gravura química (Kandlikar et. al., 2005b) provoca elevação do fator de atrito (Dai e Li, 2014), do número de Nusselt (Lin e Kandlikar, 2012b) e transição prematura para turbulência (Brackbill e Kandlikar, 2010). Por se tratar de uma condição de fabricação, os efeitos de rugosidade superficial serão desprezados no presente trabalho.

A condução axial de calor nas paredes do canal causa uma elevação na temperatura média do fluido próximo a entrada, além do que aconteceria caso não houvesse condução axial, o que diminui a capacidade de remoção de calor por convecção. Lin e Kandlikar (2012a) mostraram que a condução axial pode ser desprezada em escoamentos com número de Reynolds moderados ($Re > 100$). Por este motivo os efeitos da condução axial de calor serão desprezados no presente trabalho.

3.6 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foi realizada uma revisão da teoria dos fundamentos de transporte em microcanais, para a determinação das correlações para fator de atrito e número de Nusselt mais adequadas para a implementação em uma modelagem analítica unidimensional.

Foi verificado que a hipótese do contínuo é válida para escoamento de líquidos em microescala. Sendo assim, diversas correlações de fator de atrito e número de Nusselt são disponíveis na literatura. Observou-se que a região de desenvolvimento térmica e hidrodinâmica deve ser muitas vezes uma porção não desprezível do escoamento. As correlações obtidas, Eqs. (3.18) e (3.29), consideram desenvolvimento térmico e hidrodinâmico em dutos de seção transversal retangular, que foram escolhidos devido às suas características de fabricação em chips de silício.

4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Neste capítulo as correlações identificadas anteriormente serão usadas para se obter a solução das quedas de pressão e temperatura no dissipador de calor. Soluções analíticas já foram propostas para o desenvolvimento de redes de canais, porém será observado que um método numérico de avaliação é o meio mais apropriado quando a razão de aspecto do dissipador é uma restrição do problema.

4.1 Solução Analítica de Bejan e Errera (2000)

O princípio da minimização da resistência global aos fluxos, proposto por Bejan (1996), gerou deduções de arquiteturas de redes de canais em problemas de transporte de calor entre uma área e um ponto. O processo construtivo inicia com a delimitação de um *volume elementar*, que é o menor volume possível de ser delimitado, onde ocorre uma mudança no modo de transporte, de alta para baixa resistência, e.g., difusão para convecção. O volume elementar é otimizado para os fluxos que os atravessa e consecutivamente arranjado com outros volumes elementares semelhantes em uma montagem, a qual também é otimizada quanto ao número de volumes elementares combinados e a razão entre os diâmetros dos canais.

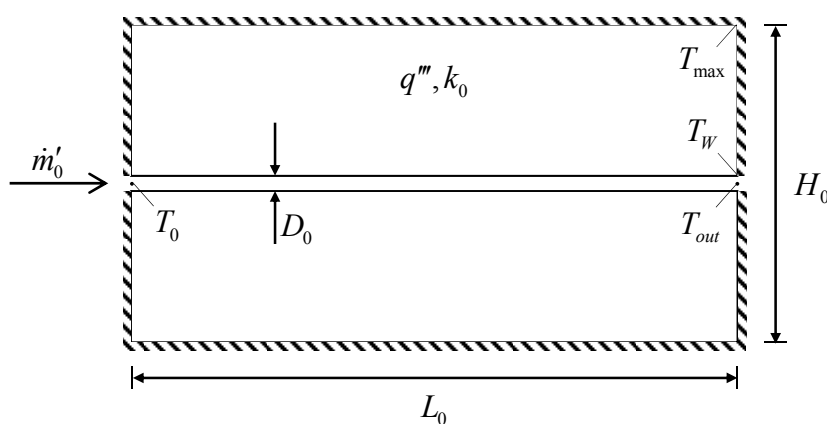


Figura 4.1. Volume elementar do problema de resfriamento de uma área retangular.

O caso do resfriamento de uma área retangular com geração de calor, através de canais por onde passa um fluido, foi investigada por Bejan e Errera (2000). Um volume elementar com comprimento L_0 e altura H_0 é delimitado de acordo com a Figura 4.1.

O fluido de refrigeração entra com temperatura T_0 em canal com espessura D_0 , e atravessa o volume longitudinalmente, saindo com temperatura média T_{out} . A temperatura da interface do canal com a corrente fluida na saída é T_W e a temperatura máxima ocorre no canto superior direito da Figura 4.1. Assumindo que a mudança no modo de transporte de calor, de condução para convecção, ocorre somente no volume elementar, tem-se que todas as superfícies do volume elementar são adiabáticas. A diferença entre a máxima temperatura do volume elementar e a temperatura do fluido na entrada é igual a:

$$\Delta T_{\max} = (T_{\max} - T_W) + (T_W - T_{out}) + (T_{out} - T_0) \quad (4.1)$$

Bejan e Errera (2000) consideraram que o volume elementar seria esbelto ($L_0 \gg H_0$). Desta forma, a diferença de temperatura no sólido é simplesmente:

$$T_{\max} - T_W = \frac{q''' H_0^2}{8k_0} \quad (4.2)$$

onde q''' é a taxa de geração volumétrica de calor e k_0 é a condutividade térmica do substrato sólido. Outra hipótese usada pelos autores foi considerar a diferença $T_W - T_{out}$ (resistência térmica parede-fluido) desprezível, o que é válido caso $T_{\max} - T_W \gg T_W - T_{out}$, o que implica na relação $D_0/H_0 \ll Nu.k_f/k_0$, onde k_f é a condutividade térmica do sólido. O lado direito desta desigualdade é da ordem de 10^{-1} para um substrato de silício e água como fluido de refrigeração.

Finalmente, fazendo $T_{out} - T_0 = q''' H_0 L_0 / \dot{m}'_0 c_p$ e desprezando $T_W - T_{out}$, a Eq. (4.1) torna-se:

$$\Delta T_{\max} = \frac{q''' H_0^2}{8k_0} + \frac{q''' H_0 L_0}{\dot{m}'_0 c_p} \quad (4.3)$$

Como a vazão mássica por unidade de área transversal \dot{m}'' foi considerada constante, fez-se $\dot{m}'_0 = H_0 \dot{m}''$ e assim a diferença adimensional de temperatura foi escrita na forma:

$$\Delta \tilde{T}_{\max} = \frac{1}{8} \left(\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0} \right) + \frac{1}{M} \left(\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0} \right)^{-1/2} \quad (4.4)$$

onde $M = \dot{m}'' A_0^{1/2} c_p / k_0$ e a adimensionalização foi feita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \left(\tilde{L}_0, \tilde{H}_0 \right) &= \frac{(L_0, H_0)}{A_0^{1/2}} \\ \Delta \tilde{T}_{\max} &= \frac{T_{\max} - T_0}{q'' A_0 / k_0} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Neste procedimento a área elementar A_0 foi fixada e a resistência térmica global (Eq.(4.4)) foi minimizada com respeito à razão de aspecto H_0/L_0 , através da obtenção da raiz da expressão derivada, o que resulta em:

$$\left(\frac{H_0}{L_0} \right)_{opt} = \left(\frac{4}{M} \right)^{2/3} \quad (4.6)$$

A hipótese de volume elementar esbelto implica na condição de $M \gg 4$.

Definidas as dimensões do volume elementar, estes são agrupados em uma montagem chamada *primeiro constructal*, ilustrado na Figura 4.2. Diversos volumes elementares são posicionados em paralelo e abastecidos por um duto com diâmetro $D_1/2$. A escolha deste diâmetro se deve ao fato de um posterior arranjo de primeiro constructais formar dutos com diâmetro D_1 . O escoamento é reconstituído por um duto com diâmetro também $D_1/2$.

O desafio agora é determinar a quantidade de ramificações n_1 , igual ao número de volumes elementares arranjados em paralelo, e as espessuras D_0 e D_1 que minimizam a queda de pressão no primeiro constructal ΔP_1 . A montagem da Figura 4.2 foi feita com um sistema de reconstituição do escoamento, ou seja, o escoamento que é dividido n_1 vezes através do primeiro constructal, é coletado e sai por uma corrente única, similar à corrente de entrada.

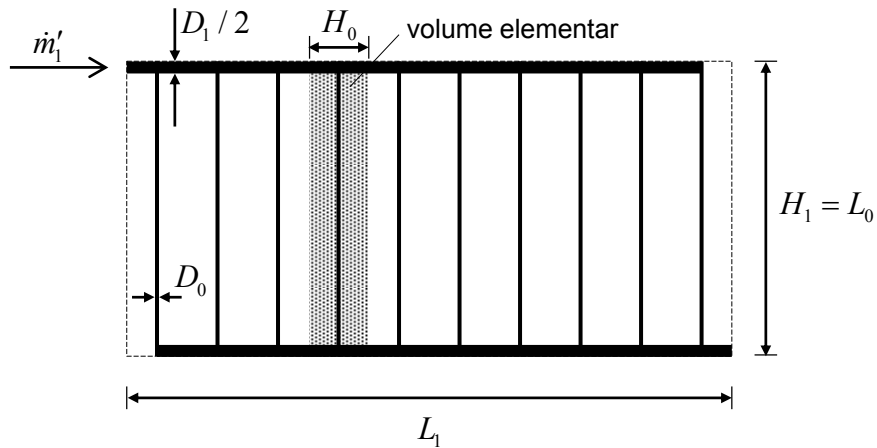


Figura 4.2. Primeiro construto do problema de resfriamento de uma área retangular.

Neste momento da solução duas hipóteses importantes foram empregadas pelos autores: escoamento uniforme na montagem com n_l canais, de modo que $\dot{m}'_1 = n_l \dot{m}'_0$, e escoamento completamente desenvolvido em todos os segmentos. Portanto, a queda de pressão é calculada por:

$$\Delta P_1 = \Delta P_{D_0} + \Delta P_{D_1/2} \quad (4.7)$$

No regime de escoamento de Hagen-Poiseuille (regime permanente, escoamento incompressível e completamente desenvolvido) para placas paralelas:

$$\begin{aligned} \Delta P_{D_0} &= 12\nu L_{0,opt} \dot{m}'_0 / D_0^3 \\ \Delta P_{D_1/2} &= 12\nu L_1 \dot{m}'_1 / D_1^3 \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde ν é a viscosidade cinemática. Fazendo $\dot{m}'_0 = \dot{m}'_1 / n_l$ e $L_1 = n_l H_0$:

$$\Delta \tilde{P}_1 = \frac{\Delta P_1}{12\nu \dot{m}'_1 / A_0} = \frac{\tilde{L}_0}{n_l \tilde{D}_0^3} + \frac{n_l \tilde{H}_0}{\tilde{D}_1^3} \quad (4.9)$$

Na Eq. (4.9) os diâmetros D_0 e D_1 são adimensionalizados por $A_0^{1/2}$, assim como na Eq. (4.5). Minimizando $\Delta \tilde{P}_1$ em relação à n_l (derivando e igualando a zero) obtém-se:

$$\Delta \tilde{P}_{1,min} = 2 \left(\frac{A_0}{D_1 D_0} \right)^{3/2} \quad (4.10)$$

$$n_{1,opt} = \left(\frac{L_0}{H_0} \right)_{opt}^{1/2} \left(\frac{D_1}{D_0} \right)^{3/2} \quad (4.11)$$

Uma segunda minimização sobre a expressão (4.10) é possível considerando que existe uma relação entre D_0 e D_1 regida pela restrição de volume de dutos constante. Sendo ϕ_1 a fração volumétrica de dutos no primeiro constructal, $\phi_1 = \tilde{H}_{0,opt} \tilde{D}_1 / 2 + \tilde{D}_0 \tilde{L}_{0,opt}$, faz-se D_1 em função de ϕ_1 e D_0 , e minimiza-se a Eq. (4.10) em relação a D_0 . Este procedimento resulta em:

$$\Delta \tilde{P}_{1,mm} = \frac{16}{\phi_1^3} \quad (4.12)$$

onde o subscrito “*mm*” indica minimização dupla. As regras de escala obtidas neste procedimento são:

$$\left(\frac{D_1}{D_0} \right)_{opt} = \left(\frac{M}{4} \right)^{2/3} \quad (4.13)$$

$$n_{1,opt} = \left(\frac{M}{4} \right)^{4/3} \quad (4.14)$$

Enquanto a área total do sistema não for contemplada, o processo construtivo continua e agrupam-se montagens de um mesmo nível para formar um nível superior. As variáveis geométricas D_2 e n_2 do nível superior são obtidas através do mesmo processo de minimização de ΔP .

A solução analítica das redes constructais fornece um valioso conhecimento acerca de tendências de formações geométricas naturais, como foi visto na seção 2.2.1. Entretanto, dois fatores sugerem que há uma ótima oportunidade para soluções alternativas. Em primeiro lugar, a alta quantidade de hipóteses simplificadoras restringe a região viável de otimização:

- Hipótese de volume elementar esbelto: restringe a razão de aspecto $H_0/L_0 \ll 1$, o que implica que $M \gg 4$;
- Hipótese de $T_W - T_{out}$ desprezível ($D_0/H_0 \ll Nu.k_f/k_0$): restringe a espessura do canal;
- Hipótese de escoamento completamente desenvolvido: restringe a relação D/L ;

- Hipótese de escoamento uniforme nas n ramificações: para tanto o formato dos canais deve ser cônico;
- Hipótese de escoamento em placas paralelas nas fissuras: restringe a razão de aspecto dos microcanais retangulares.

Além da oportunidade científica de refazer o procedimento com hipóteses menos restritivas, há também o fato de que tal procedimento não pode gerar uma arquitetura para um dissipador com razão de aspecto definida. Conforme observaram Bejan e Errera (2000), os constructais de ordem superior tendem a ser progressivamente mais esbeltos, e é preciso um procedimento numérico para resolver o problema com restrição de razão de aspecto. Uma possível restrição de razão de aspecto do dissipador, porém, faz muito sentido em aplicações de microeletrônicos, onde os microprocessadores são projetados antes de se definir o sistema de resfriamento.

Nas seções a seguir será descrita a metodologia para determinação das quedas de temperatura e pressão em um dissipador quadrado com 1 cm de aresta e 0,2 cm de espessura. As soluções dos campos de temperatura e pressão são analíticas, todavia, um procedimento numérico foi elaborado para fazer as avaliações.

4.2 Variáveis Geométricas

A Figura 4.3 mostra a arquitetura do dissipador quando o nível de ramificação é igual a um ($N = 1$). Isso significa que toda a área do dissipador é preenchida por um *primeiro constructal*. Uma vazão m_1 entra no sistema e é dividida pelos n_1 volumes elementares. A coleta e recomposição do escoamento para uma única corrente fluida, processo chamado de reconstituição do escoamento, não acontece no mesmo plano da figura. Ao invés disso, os pontos de saída do escoamento em cada volume elementar (pontos em vermelho) são conectados perpendicularmente ao plano da figura com um chip de mesma dimensão, o qual tem o único propósito de realizar a reconstituição da corrente fluida já aquecida. Esta forma de montagem é conhecida por *wafer* ou *sanduíche* (Chen e Cheng, 2002; Chen et. al., 2010) e torna mais simples os procedimentos de solução no presente trabalho.

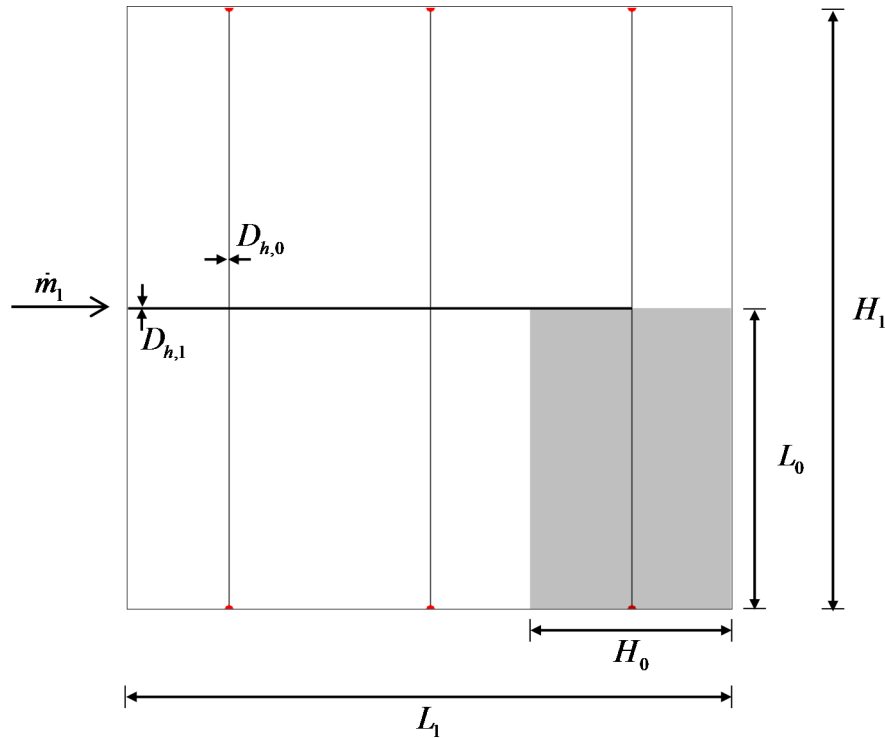


Figura 4.3. Arquitetura do dissipador com $N=1$. O fluido acessa o microcanal de diâmetro $D_{h,1}$ e o escoamento é ramificado $n_1=6$ vezes no primeiro construtoal.

Diferentemente da solução analítica vista anteriormente onde as dimensões L_0 e H_0 do volume elementar deveriam ser calculadas para depois se obter n_1 , quando a razão de aspecto do chip é fixada, as variáveis geométricas N e n_i determinam as dimensões do volume elementar. Da Figura 4.3, onde $N=1$, tem-se:

$$H_0 = \frac{2L_1}{n_1} ; L_0 = \frac{H_1}{2} \quad (4.15)$$

O volume de dutos V_d é constante por ser uma restrição do problema:

$$V_d = n_1 A(D_{h,0}) L_0 + \frac{(n_1 - 1)}{n_1} A(D_{h,1}) L_1 \quad (4.16)$$

onde $A(D_h) = H_d^2 D_h / (2H_d - D_h)$ é a área da seção transversal retangular com profundidade constante $H_d = 100 \mu\text{m}$. O valor de $D_{h,0}$ é obtido resolvendo a raiz da equação parametrizada por $\kappa_1 = D_{h,1}/D_{h,0}$ e n_1 :

$$V_d = n_1 A(D_{h,0}) (H_1 / 2) + \frac{(n_1 - 1)}{n_1} A(\kappa_1 D_{h,0}) L_1 \quad (4.17)$$

Para reforçar o fato de que as variáveis N , n_i e κ_i definem toda a geometria da rede de microcanais, ilustra-se na Figura 4.4 o caso $N = 3$, $n_1 = 6$, $n_2 = 4$ e $n_3 = 2$.

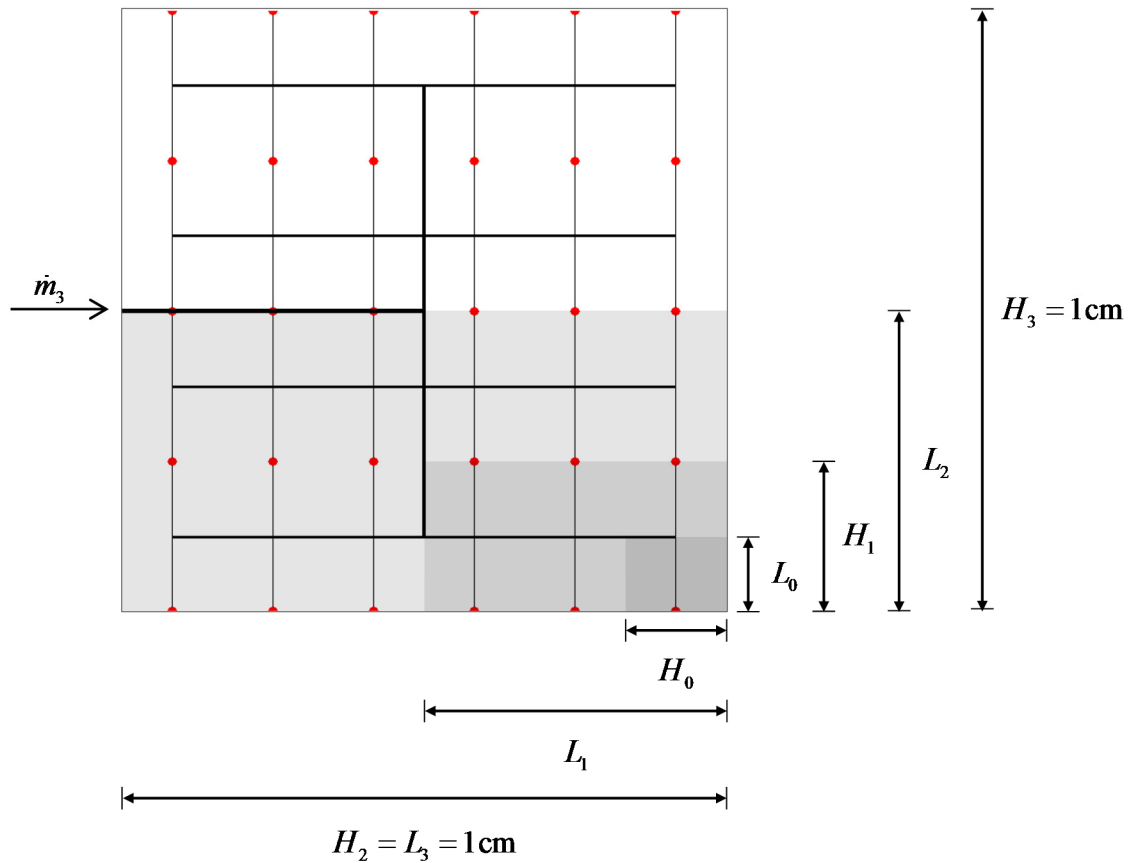


Figura 4.4. Arquitetura do dissipador com $N = 3$. O fluido acessa o microcanal de diâmetro $D_{h,3}$ e o escoamento é ramificado $n_3 = 2$ vezes no terceiro constructal, $n_2 = 4$ vezes no segundo constructal e $n_1 = 6$ vezes no primeiro constructal.

As variáveis N e n_i definem as dimensões do volume elementar (L_0 , H_0), primeiro, segundo e terceiro constructais:

$$H_0 = \frac{2L_3}{n_1 n_3} ; L_0 = \frac{H_3}{2n_3} \quad (4.18)$$

$$H_1 = \frac{H_3}{n_2} ; L_1 = \frac{L_3}{n_3} \quad (4.19)$$

$$H_2 = \frac{2L_3}{n_3} ; L_2 = \frac{H_3}{2} \quad (4.20)$$

Da mesma forma os diâmetros hidráulicos $D_{h,0}$, $D_{h,1}$, $D_{h,2}$ e $D_{h,3}$ são determinados por κ_i , n_i e N . Para $N = 3$:

$$\begin{aligned} V_d = & \underbrace{n_3 n_2 n_1 A(D_{h,0}) L_0}_{V_d(D_{h,0})} + \underbrace{n_3 n_2 A(\kappa_1 D_{h,0}) \frac{(n_1 - 1)}{n_1} L_1}_{V_d(D_{h,1})} + \\ & + \underbrace{n_3 A(\kappa_2 \kappa_1 D_{h,0}) \frac{(n_2 - 1)}{n_2} L_2}_{V_d(D_{h,2})} + \underbrace{A(\kappa_3 \kappa_2 \kappa_1 D_{h,0}) \frac{(n_3 - 1)}{n_3} L_3}_{V_d(D_{h,3})} \end{aligned} \quad (4.21)$$

As equações para determinação de $D_{h,0}$, como as Eqs. (4.17) e (4.21), são implícitas em relação à $D_{h,0}$. Sendo assim o algoritmo de Brent (1973) é usado para encontrar a raiz das equações não lineares. De acordo com as regras de construção descritas acima, ficam estabelecidas as variáveis geométricas que caracterizam cada arquitetura: N , n_i e κ_i .

4.3 Solução da Queda de Pressão

A formulação a seguir é válida para escoamento incompressível em desenvolvimento, em canais de seção transversal retangular e vazão mássica não uniforme nas ramificações da rede de microcanais. É considerado que o escoamento reinicia o desenvolvimento após cada ramificação. Adaptando a Eq. (3.14) para um segmento reto:

$$\Delta P_{seg} = \frac{2 f_{app} \rho \left(\frac{\dot{m}_{seg}}{\rho A} \right)^2 L_{seg}}{D_{h,seg}} \quad (4.22)$$

O fator de atrito aparente f_{app} é a razão entre o número de Poiseuille Po , e o número de Reynolds, Re . Sendo assim a queda de pressão adimensional é:

$$\Delta \tilde{P}_{seg} = \frac{\Delta P_{seg}}{2\nu / H_d^2} = \frac{\dot{m}_{seg} Po L_{seg} (2H_d - D_{h,seg})}{D_{h,seg}^3} \quad (4.23)$$

onde P_0 é obtido pela Eq. (3.18) e reescrito aqui por conveniência:

$$P_0 = \left[\left(\frac{3,44}{\sqrt{x/(D_h Re)}} \right)^2 + \left(\frac{8\sqrt{\pi}}{1,0870^{1-\alpha}(\alpha^{1/2} - \alpha^{3/2}) + \alpha} \right)^2 \right]^{1/2} = P_0(D_{h,seg}, L_{seg}, \dot{m}_{seg}) \quad (4.24)$$

Lembrando que a largura do canal é $w = A(D_h)/H_d$, a razão de aspecto do canal retangular é definida como a razão entre o menor e o maior lado da seção:

$$\alpha = \begin{cases} \frac{A(D_h)}{H_d^2}, & \frac{A(D_h)}{H_d^2} \leq 1 \\ \frac{H_d^2}{A(D_h)}, & \frac{A(D_h)}{H_d^2} > 1 \end{cases} \quad (4.25)$$

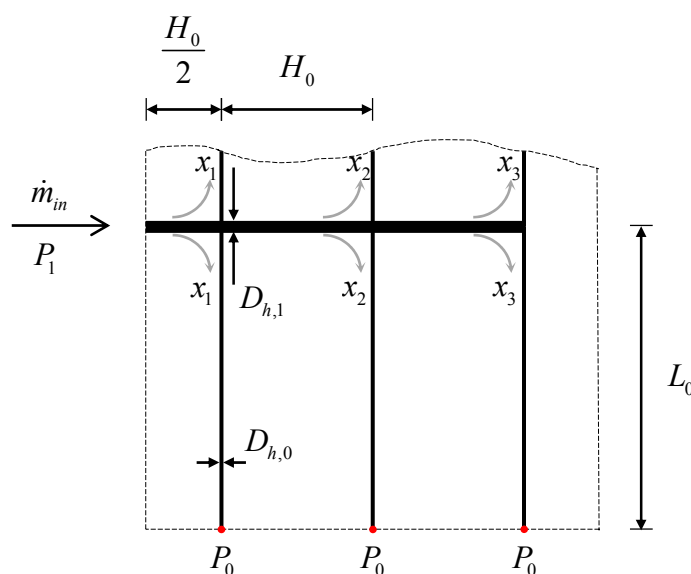


Figura 4.5. Na arquitetura com $N = 1$, as $n_l/2$ frações mássicas fornecidas aos volumes elementares são denotadas por x_i .

4.3.1 Queda de Pressão no Primeiro Constructal

Na Figura 4.5 é esquematizado o problema do cálculo de $\Delta P_l = P_l - P_0$. A arquitetura mostrada é um primeiro constructal abastecido por uma vazão \dot{m}_{in} que é dividida pelas $n_l = 6$ ramificações. Sendo o escoamento incompressível e em regime permanente, a lei da conservação da massa impõe:

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \quad (4.26)$$

onde $x_i = \dot{m}_i / \dot{m}_{in}$ é a fração mássica em cada afluente.

A condição de contorno considerada é de mesma pressão em todas as saídas (*outlets*) dos volumes elementares. No presente trabalho considera-se que o escoamento reinicia o desenvolvimento após cada ramificação, em todos os dutos por onde o escoamento segue seu curso. Usando a Eq. (4.23) para calcular as quedas de pressão em cada um dos três possíveis caminhos, obtém-se o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\Delta\tilde{P}_{0-1} = \frac{\Delta P_l}{2v\dot{m}_{in} / H_d^2} = \frac{Po(D_{h,l}, H_0 / 2, \dot{m}_{in})(H_0 / 2)(2H_d - D_{h,l})}{D_{h,l}^3} + x_1 \frac{Po(D_{h,0}, L_0, x_1 \dot{m}_{in})L_0(2H_d - D_{h,0})}{D_{h,0}^3} \quad (4.27)$$

$$\Delta\tilde{P}_{0-2} = \frac{\Delta P_l}{2v\dot{m}_{in} / H_d^2} = \frac{Po(D_{h,l}, H_0 / 2, \dot{m}_{in})(H_0 / 2)(2H_d - D_{h,l})}{D_{h,l}^3} + (1 - 2x_1) \frac{Po(D_{h,l}, H_0, (1 - 2x_1)\dot{m}_{in})H_0(2H_d - D_{h,l})}{D_{h,l}^3} + x_2 \frac{Po(D_{h,0}, L_0, x_2 \dot{m}_{in})L_0(2H_d - D_{h,0})}{D_{h,0}^3} \quad (4.28)$$

$$\Delta\tilde{P}_{0-3} = \frac{\Delta P_l}{2v\dot{m}_{in} / H_d^2} = \frac{Po(D_{h,l}, H_0 / 2, \dot{m}_{in})(H_0 / 2)(2H_d - D_{h,l})}{D_{h,l}^3} + (1 - 2x_1) \frac{Po(D_{h,l}, H_0, (1 - 2x_1)\dot{m}_{in})H_0(2H_d - D_{h,l})}{D_{h,l}^3} + (1 - 2x_1 - 2x_2) \frac{Po(D_{h,l}, H_0, (1 - 2x_1 - 2x_2)\dot{m}_{in})H_0(2H_d - D_{h,l})}{D_{h,l}^3} + x_3 \frac{Po(D_{h,0}, L_0, x_3 \dot{m}_{in})L_0(2H_d - D_{h,0})}{D_{h,0}^3} \quad (4.29)$$

Os dois termos do lado direito da Eq. (4.27) correspondem às quedas de pressão no segmento com diâmetro $D_{h,l}$ e comprimento $H_0/2$ e no volume elementar com fração mássica x_1 , respectivamente. Na Eq. (4.28) os três termos correspondem aos segmentos com diâmetro $D_{h,l}$ e comprimento $H_0/2$, diâmetro $D_{h,l}$ e comprimento H_0 , e volume elementar com fração mássica x_2 , respectivamente. De maneira similar,

na Eq. (4.29) os quatro termos correspondem aos segmentos com diâmetro $D_{h,1}$ e comprimento $H_0/2$, dois segmentos com diâmetro $D_{h,1}$ e comprimento H_0 , e volume elementar com fração mássica x_3 , respectivamente.

As Eqs. (4.26) - (4.29) formam o sistema de equações para que se determine ΔP_1 , x_1 , x_2 e x_3 . Para tanto os diâmetros hidráulicos $D_{h,0}$ e $D_{h,1}$ devem ser conhecidos. Viu-se na seção 4.2 que estas variáveis geométricas são determinadas por N , n_i e κ_i . As Eqs. (4.27) - (4.29) formam um vetor $\Delta \vec{P}_1(\vec{x})$ de três elementos, os quais devem ser idênticos caso o vetor \vec{x} contenha a solução do sistema de equações. Define-se assim um resíduo:

$$\text{res}(\vec{x}) = \frac{\max(\Delta \vec{P}_1(\vec{x})) - \min(\Delta \vec{P}_1(\vec{x}))}{\min(\Delta \vec{P}_1(\vec{x}))} \quad (4.30)$$

O seguinte problema de otimização com restrições é configurado:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{mínimo de } \text{res}(\vec{x}) \\ \text{tal que } \frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{n_i/2} x_i = 0 \end{array} \right. \quad (4.31)$$

onde a restrição de igualdade corresponde a Eq. (4.26).

O problema é inicializado com $x_1 = x_2 = x_3$, o que provoca uma não uniformidade de pressão, aumentando nos canais mais afastados da entrada (Figura 4.6.a). Conforme o processo iterativo de otimização avança para menores resíduos, as diferenças de pressão diminuem e as frações passam a ser cada vez mais não uniformes, aumentando nos canais mais próximos da entrada (Figura 4.6.b). Quando o resíduo finalmente atinge um valor satisfatório, na ordem de 10^{-6} no presente caso, as pressões ficam niveladas e as frações mássicas aparentam uma distribuição parabólica (Figura 4.6.c).

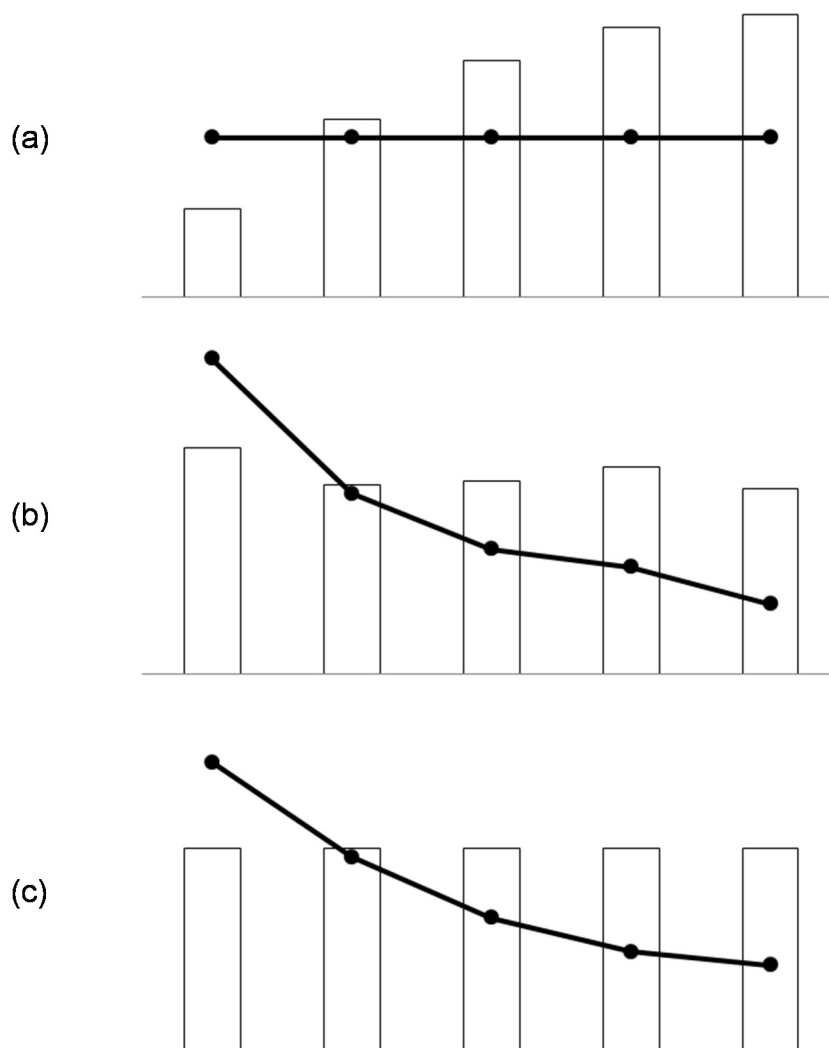


Figura 4.6. Frações mássicas (símbolos) e pressões (barras) nos canais. (a) Inicialização. (b) Passo intermediário. (c) Solução final.

4.3.2 Queda de Pressão no Segundo ou Terceiro Constructal

Seguindo os mesmos princípios do caso $N = 1$, o caso $N = 2$ da Figura 4.7 tem vazão de entrada \dot{m}_m , pressão de entrada P_2 e pressão de saída P_0 em todas as saídas. As frações mássicas do segundo constructal são x_i e as frações mássicas dos primeiros constructais são y_i . A queda de pressão da entrada até o ponto a é calculada por:

$$\begin{aligned}
\Delta\tilde{P}_{0-a} = \frac{\Delta P_2}{2\nu / H_d^2} = \dot{m}_{in} \frac{Po(D_{h,2}, L_0, \dot{m}_{in}) L_0 (2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + \\
+ x_1 \dot{m}_{in} \frac{Po(D_{h,1}, 2H_0, x_1 \dot{m}_{in}) 2H_0 (2H_d - D_{h,1})}{D_{h,1}^3} + \\
+ x_1 y_1 \dot{m}_{in} \frac{Po(D_{h,0}, L_0, x_1 y_1 \dot{m}_{in}) L_0 (2H_d - D_{h,0})}{D_{h,0}^3}
\end{aligned} \quad (4.32)$$

Reescrevendo em função da queda de pressão da entrada até o ponto b :

$$\Delta P_2 = \frac{2\nu \dot{m}_{in}}{H_d^2} \Delta\tilde{P}_{0-b} + \frac{2\nu (x_1 \dot{m}_{in})}{H_d^2} \Delta\tilde{P}_{b-out} \quad (4.33)$$

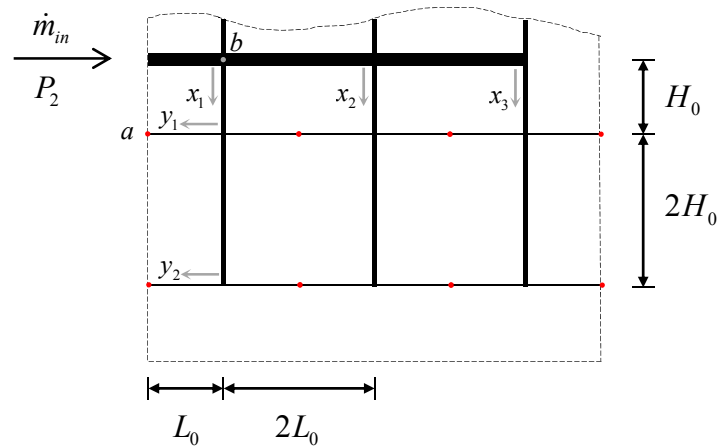


Figura 4.7. Na arquitetura com $N=2$, as $n_1/2$ frações mássicas fornecidas aos volumes elementares são denotadas por y_i .

A Eq. (4.33) estabelece que a queda de pressão no primeiro constructal é adimensionalizada por $2\nu(x_1 \dot{m}_{in}) / H_d^2$ e tem como frações mássicas o conjunto y_i , o qual obedece ao seguinte balanço de massa:

$$\frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{n_1/2} y_i = 0 \quad (4.34)$$

A queda de pressão no primeiro constructal é resolvida através do método visto na seção anterior, com uma vazão de alimentação igual a \dot{m}_{in} / n_2 . Este procedimento

resolve as variáveis y_i e $\Delta\tilde{P}_1$ (queda de pressão adimensional no primeiro constructal). A rigor $\Delta\tilde{P}_1$ é função da vazão abastecida, a qual é diferente em cada primeiro constructal, progressivamente menor quanto mais afastado da entrada. Porém, o efeito da vazão mássica no número de Poiseuille é relativamente pequeno, motivo pelo qual se considera $\Delta\tilde{P}_1$ constante.

Adimensionalizando ΔP_2 na Eq. (4.33) pela constante $2v\dot{m}_{in}/H_d^2$ e calculando para as $n_2/2$ frações mássicas:

$$\Delta\tilde{P}_{0-1} = \frac{\Delta P_2}{2v\dot{m}_{in}/H_d^2} = \frac{Po(D_{h,2}, L_0, \dot{m}_{in})L_0(2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + x_1\Delta\tilde{P}_1 \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{P}_{0-2} &= \frac{\Delta P_2}{2v\dot{m}_{in}/H_d^2} = \frac{Po(D_{h,2}, L_0, \dot{m}_{in})L_0(2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + \\ &+ (1 - 2x_1) \frac{Po(D_{h,2}, 2L_0, (1 - 2x_1)\dot{m}_{in})2L_0(2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + x_2\Delta\tilde{P}_1 \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{P}_{0-3} &= \frac{\Delta P_2}{2v\dot{m}_{in}/H_d^2} = \frac{Po(D_{h,2}, L_0, \dot{m}_{in})L_0(2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + \\ &+ (1 - 2x_1) \frac{Po(D_{h,2}, 2L_0, (1 - 2x_1)\dot{m}_{in})2L_0(2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + \\ &+ (1 - 2x_1 - 2x_2) \frac{Po(D_{h,2}, 2L_0, (1 - 2x_1 - 2x_2)\dot{m}_{in})2L_0(2H_d - D_{h,2})}{D_{h,2}^3} + \\ &+ x_3\Delta\tilde{P}_1 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Os termos de cada uma das três equações acima correspondem aos segmentos com diâmetro $D_{h,2}$ e primeiros constructais com queda de pressão adimensional igual a $x_i\Delta\tilde{P}_1$, onde i indica a posição do primeiro constructal. Além disso, a lei de conservação da massa impõe:

$$\frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{n_2/2} x_i = 0 \quad (4.38)$$

As Eqs. (4.35) - (4.38) formam o segundo sistema de equações que precisa ser resolvido pelo mesmo problema de otimização da Eq. (4.31) para se obter x_i e $\Delta\tilde{P}_2$. Quando $N \geq 3$ o procedimento descrito acima é repetido, sempre resolvendo os

níveis menores e avançando para os maiores, considerando $\Delta\tilde{P}_N$ constante, onde N indica o nível do constructal.

4.3.2 Validação do Modelo Unidimensional

Hart e Da Silva (2011) realizaram um experimento onde redes fractais de microcanais foram fabricadas em uma matriz de polidimetilsiloxano (PDMS). As redes eram bifurcadas com níveis de ramificação (N) de 0 a 3. Água foi usada como fluido de trabalho. A Figura 4.8.a mostra a arquitetura testada pelos autores. A profundidade dos canais foi mantida constante em 200 μm . A razão entre diâmetros hidráulicos $D_{h,i+1}/D_{h,i}$ foi mantida igual $2^{-1/3}$, segundo a lei de Hess-Murray, e a razão entre comprimentos L_{i+1}/L_i foi mantida igual a $2^{1/2}$.

Os autores notaram que a mensuração da pressão considerava trechos de entrada e saída do escoamento que não foram previstos no modelo analítico, por não fazerem parte das redes de microcanais em si. Para contabilizar estes efeitos, os autores somaram um termo constante de perda de carga localizada $\Delta P = K \rho u^2 / 2$. Na Figura 8.b encontra-se uma comparação entre o modelo analítico unidimensional para queda de pressão e os resultados experimentais de Hart e Da Silva (2011). Um único valor de $K = 10$ foi encontrado de modo que ficasse evidente que a queda de pressão na rede de microcanais é muito bem representada pelo modelo unidimensional. Este fato gera confiança de que o modelo hidrodinâmico desenvolvido no presente trabalho representa muito bem o escoamento com ramificações e em desenvolvimento em seções transversais retangulares, sugerindo que os efeitos tridimensionais, como escoamento secundário e vórtices relatados na seção 2.1.2, são minoritários.

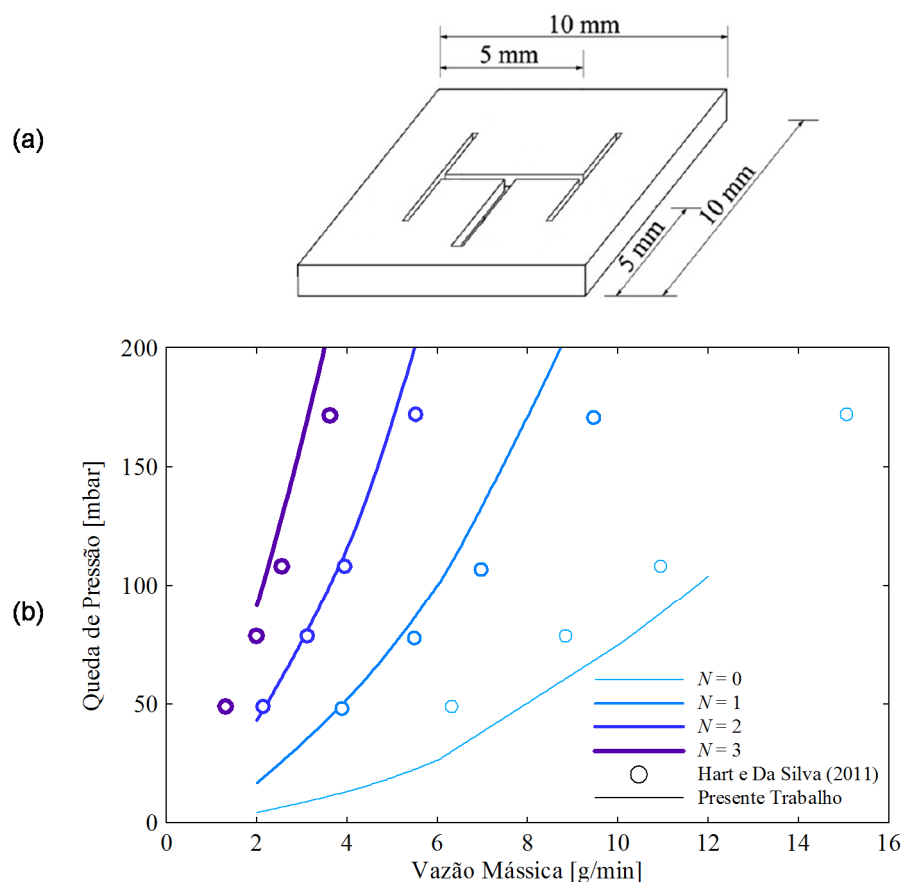


Figura 4.8. Experimento de Hart e Da Silva (2011). (a) Geometria de testes. (b) Comparação entre os resultados experimentais e o modelo descrito na seção 4.3.

4.4 Solução da Queda de Temperatura

No artigo de Bejan e Errera (2000) foi considerado que a passagem de calor por convecção da matriz sólida para a corrente fluida ocorre somente no volume elementar. Tal consideração foi inspirada em observações da teoria constructal para sistemas de fluxos naturais, onde a mudança no mecanismo de transporte ocorre na menor escala de comprimento possível. Esta consideração é mantida no presente trabalho. Mesmo que os microcanais com diâmetros maiores que $D_{h,0}$ atravessem a matriz sólida, considera-se que estes são isolados e a convecção de calor ocorre somente no volume elementar.

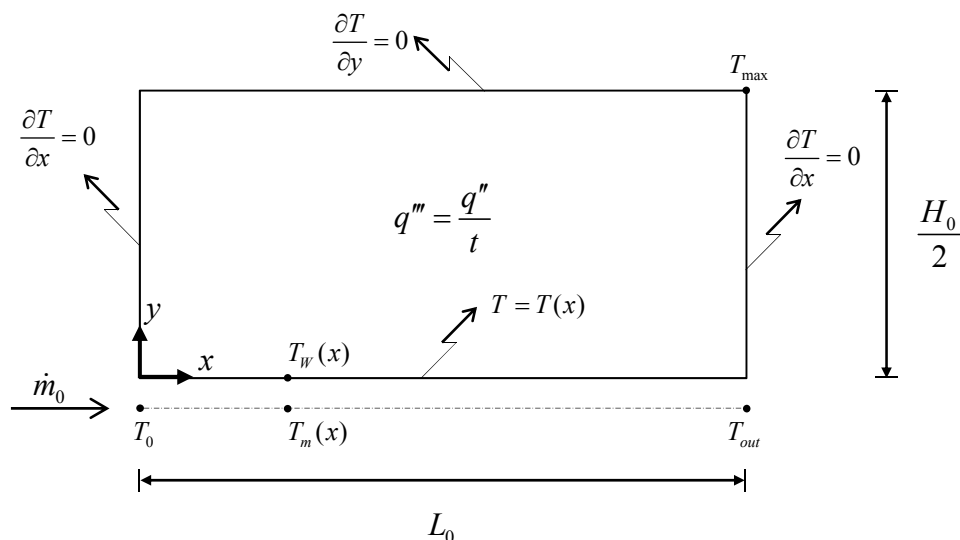


Figura 4.9. Condições de contorno e queda de temperatura no volume elementar.

A esquematização da transferência de calor no volume elementar é mostrada na Figura 4.9. O volume elementar é simplificado para um elemento bidimensional com geração de calor uniforme $q''' = q''/t$, onde q'' é o fluxo de calor constante imposto na base do dissipador e $t = 200 \mu\text{m}$ é a espessura. Na aresta não isolada ocorre transferência de calor por convecção, o que gera um perfil de temperatura $T(x)$. Aplicando a definição da Eq. (3.24), obtém-se:

$$q_s'' = h_x (T_m(x) - T_w(x)) \quad (4.39)$$

onde q_s'' é o fluxo de calor na parede do canal, T_m é a temperatura média do fluido, T_w é a temperatura da interface parede-fluido e h_x é o coeficiente local de transferência de calor. T_m é calculada usando a lei da conservação de energia assumindo escoamento incompressível com baixas quedas de pressão e temperatura. Fazendo uso da conclusão obtida por Lee et. al. (2005), segundo a qual a condição de contorno H1 (temperatura perimetral constante e fluxo de calor axial constante) é a mais apropriada em microcanais retangulares (p. 60), tem-se:

$$q_s'' p x = \dot{m}_0 c_p (T_m(x) - T_0) \quad (4.40)$$

onde p é o perímetro da seção retangular. A relação entre o fluxo de calor na base do dissipador e o fluxo de calor na parede do canal é dada pelo balanço de energia:

$$q_s'' = \frac{A_{base}}{A_{conv}} q'' = \frac{H_0 H_d}{2H_d^2 + A(D_h)} q'' \quad (4.41)$$

onde A_{base} é a área da base do micro dissipador e A_{conv} é a área sujeita a convecção forçada, considerando as duas superfícies com altura H_d e apenas uma superfície com largura $w = A(D_h)/H_d$. Combinando as Eqs. (4.39) - (4.41) e fazendo $h_x = k_f Nu_x / D_h$:

$$T_w(x) = \frac{q_s'' D_h}{k_f Nu_x} + \frac{q_s'' P}{\dot{m}_0 c_p} x + T_0 \quad (4.42)$$

O número de Nusselt local Nu_x obtido para escoamento completamente desenvolvido e termicamente em desenvolvimento, segundo a correlação de Lee e Garimella (2006) mostrada na Eq. (3.29), é demasiadamente complexo para a sequência da solução. Optou-se por representar seu valor por uma correlação mais simples, que é ajustada caso-a-caso para bem representar a correlação original:

$$Nu_x = \frac{1}{ax^* + b} \quad (4.43)$$

onde $x^* = x/D_h Re Pr$. Desta forma, a temperatura $T_w(x)$ é aproximada por um perfil linear. A equação de difusão de calor no sólido com condutividade térmica k_0 é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q''}{tk_0} = 0 \quad (4.44)$$

onde além das condições de contorno de fluxo de calor nulo em $x = 0$, $x = L_0$ e $y = H_0/2$, tem-se um perfil linear de temperatura em $y = 0$ de acordo com as Eqs. (4.42) e (4.43):

$$T_w(x) = Ax + B \quad (4.45)$$

onde

$$A = \frac{q_s'' D_h (a / D_h Re Pr)}{k_f} + \frac{q_s'' P}{\dot{m}_0 c_p} \quad (4.46)$$

e

$$B = \frac{q_s'' D_h b}{k_f} + T_0 \quad (4.47)$$

O Apêndice A mostra a solução analítica para $T(x, y)$. A diferença entre a temperatura no ponto extremo $(L_0, H_0/2)$ e a temperatura de entrada T_0 é:

$$\Delta T_{\max} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\lambda_n L_0) 2e^{-H_0 \lambda_n / 2} + \frac{q'' H_0^2}{8tk_0} - T_0 \quad (4.48)$$

onde $\lambda_n = \pi n / L_0$ e os coeficientes C_0 e C_n são:

$$C_0 = \frac{AL_0}{2} + B \quad (4.49)$$

$$C_n = \frac{2AL_0}{\pi^2} \left[\frac{\cos(\pi n) - 1}{n^2 (e^{-H_0 \lambda_n} + 1)} \right] \quad (4.50)$$

4.4.1 Procedimento para Determinação dos Coeficientes de Nu_x

A correlação da Eq. (4.43) é ajustada de modo que o valor do número de Nusselt local no comprimento máximo do canal é igual ao valor obtido pela correlação de Lee e Garimella (2006). A segunda condição imposta é que as áreas sob a curva obtida pelas duas correlações sejam as mesmas:

$$S = \int_0^{L_0^*} Nu_{x, LG} dx^* = \int_0^{L_0^*} \frac{1}{ax^* + b} dx^* \quad (4.51)$$

Resolvendo a segunda integral da equação acima:

$$e^{aS} = \frac{aL_0^*}{b} + 1 \quad (4.52)$$

onde S é calculado numericamente por integração numérica da Eq. (3.29) através do método da quadratura adaptativa global (McKeeman, 1962). A primeira condição citada impõe:

$$Nu_{x, LG}(L_0^*) = \frac{1}{aL_0^* + b} \quad (4.53)$$

Isolando b na Eq. (4.53) e substituindo na Eq. (4.52), determina-se a . Em seguida b é calculado diretamente. A Figura 4.10 ilustra o ponto de igualdade em L_0^*

e a forma aproximada da curva de Nu_x , a qual tem valores inferiores a $Nu_{x,LG}$ na região mais próxima a entrada. Porém, o valor do número de Nusselt médio das duas correlações é mesmo devido à condição de áreas iguais sob as curvas.

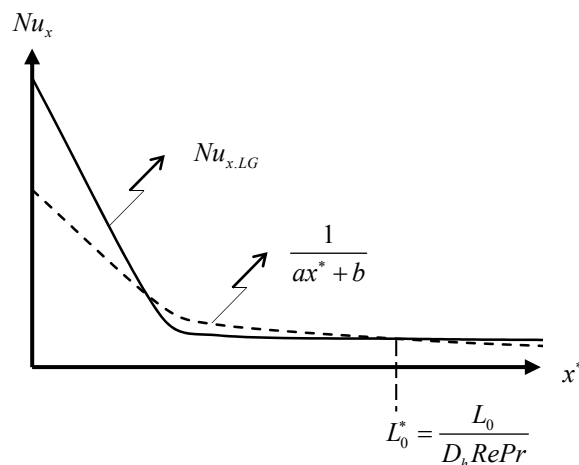


Figura 4.10. Ilustração do ajuste do número de Nusselt local (Nu_x) pela correlação da Eq. 4.43 com os valores obtidos pela correlação de Lee e Garimella (2006).

4.5 Procedimento de Avaliação

A metodologia apresentada neste capítulo revela um conjunto de soluções analíticas que requerem avaliações numéricas, devido às ocorrências de equações implícitas, sistemas de equações não lineares, integrações dispendiosas e somatório infinito. O procedimento de avaliação foi implementado no MATLAB e é esquematizado no fluxograma da Figura 4.11. Para uma dada geometria, representada pelo conjunto N , n_i e κ_i , calcula-se L_0 e H_0 através das regras exemplificadas nas Eqs. (4.15) e (4.18), e em seguida calcula-se $D_{h,0}$ através das regras exemplificadas nas Eqs. (4.17) e (4.21). Os dados de entrada são os parâmetros geométricos e a vazão de alimentação, informada diretamente ou calculada por Re , quando especificado.

A vazão de entrada \dot{m}_N pode ser especificada ou calculada para determinado valor de número de Reynolds:

$$\dot{m}_N = \frac{\mu H_d^2 Re}{2H_d - D_{h,N}} \quad (4.54)$$

Após as determinações das frações mássicas e queda de pressão no sistema, deve-se indicar a menor vazão em um volume elementar. No caso $N = 2$, por exemplo:

$$\dot{m}_{0,\min} = x_{n_2/2} y_{n_1/2} \dot{m}_2 \quad (4.55)$$

onde $x_{n_2/2}$ e $y_{n_1/2}$ são as menores frações mássicas no primeiro e segundo constructais, respectivamente. A menor vazão $\dot{m}_{0,\min}$ é usada como entrada na Eq. (4.46) para calcular a máxima queda de temperatura no sistema ΔT_{\max} .

O parâmetro de não uniformidade na distribuição do escoamento é definido como:

$$\delta = \frac{\dot{m}_{0,\max}}{\dot{m}_{0,\min}} \quad (4.56)$$

onde $\dot{m}_{0,\max}$ é calculado da mesma forma que $\dot{m}_{0,\min}$, com as frações mássicas de cada primeiro canal dos constructais, por exemplo:

$$\delta_{N=3} = \frac{x_1 y_1 z_1}{x_{n_3/2} y_{n_2/2} z_{n_1/2}} \quad (4.57)$$

onde os subscritos “1” indicam as frações mássicas dos primeiros canais de cada constructal, e os subscritos $n_i/2$ indicam as frações mássicas dos últimos canais de cada constructal.

4.6 Síntese do Capítulo

Neste capítulo a metodologia usada para solução das quedas de pressão e temperatura nas redes constructais de microcanais foi descrita. A arquitetura do dissipador foi caracterizada pelas variáveis N , n_i e κ_i , que correspondem respectivamente ao nível de ramificação, quantidade de ramificações em cada nível e razão entre diâmetros em cada nível. A primeira parte da solução envolve a determinação das frações mássicas do primeiro constructal, as quais devem satisfazer o balanço de massa e igualar todas as pressões de saída (*outlets*). Um procedimento numérico de minimização com restrições foi usado nesta etapa.

Conforme o nível de ramificação aumenta, este procedimento é repetido considerando que a queda de pressão adimensional nos constructais inferiores é constante em relação à vazão de abastecimento. Uma comparação com resultados experimentais mostrou que o modelo unidimensional para a pressão apresenta boa confiabilidade.

A menor vazão mássica obtida em todos os primeiros constructais do dissipador é usada para calcular a máxima queda de temperatura. No cálculo do campo de temperatura assumiu-se que o dissipador é delgado o bastante para desprezar a condução de calor na direção de sua espessura. A equação de conservação da energia foi resolvida para o campo (x, y) do volume elementar com o método da separação de variáveis. Um procedimento numérico de avaliação foi implementado no MATLAB para a obtenção dos resultados.

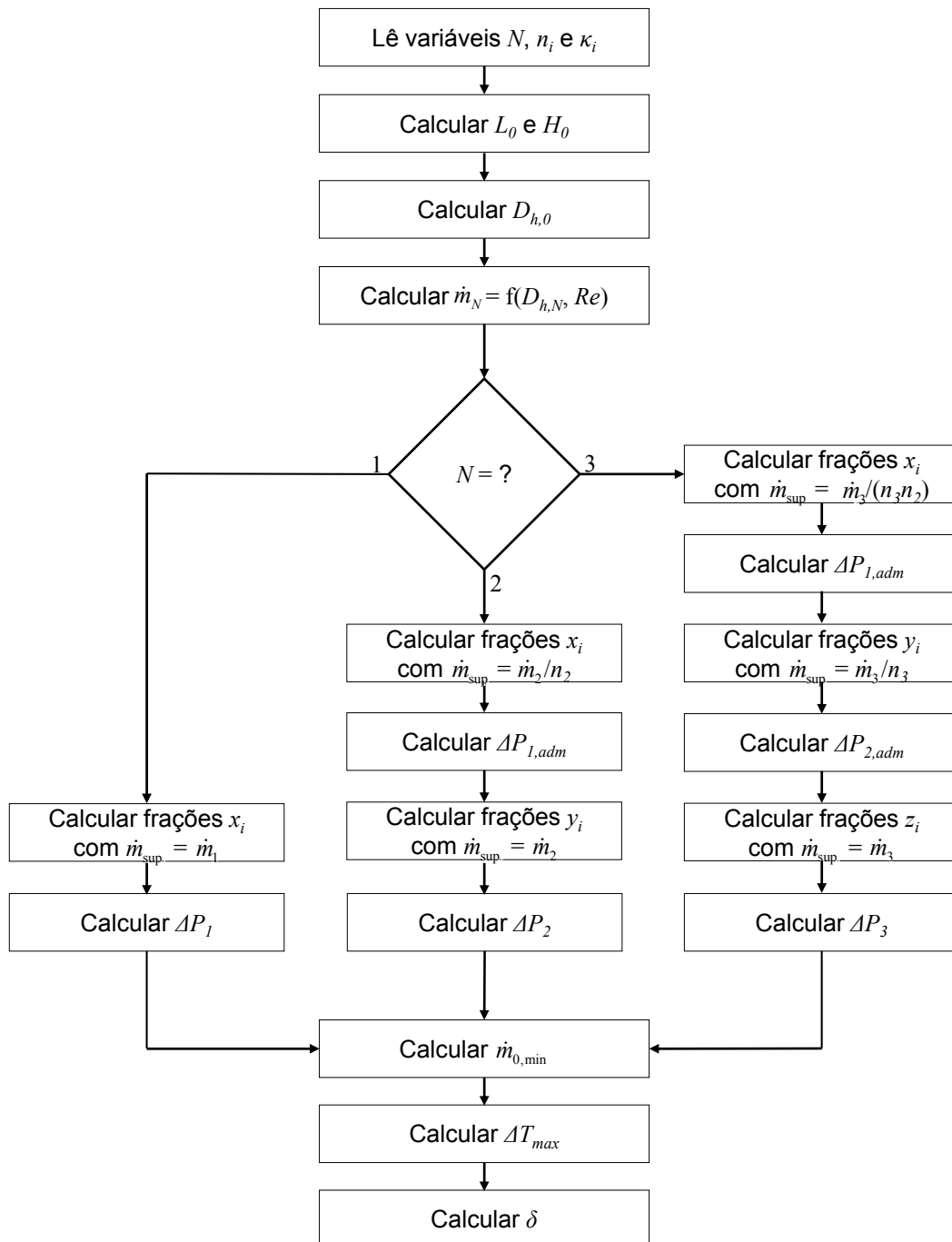


Figura 4.11. Fluxograma do procedimento de avaliação numérica.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos a partir da metodologia estabelecida anteriormente são apresentados e discutidos neste capítulo.

A discussão dos resultados é dividida em três partes. Primeiramente as quedas de temperatura e pressão em função dos parâmetros geométricos são analisadas. Alguns mecanismos competitivos são identificados e discutidos. Na segunda parte o gráfico de resistência térmica *versus* potência de bombeamento será usado como critério de avaliação do desempenho energético das arquiteturas resolvidas. O objetivo desta etapa é verificar as tendências geométricas das arquiteturas de melhor desempenho. Finalmente, na parte três as melhores arquiteturas identificadas na parte dois são analisadas e comparadas com as redes fractais de microcanais.

A metodologia desenvolvida e apresentada no capítulo anterior foi aplicada para resolver as quedas de temperatura e pressão em um micro dissipador com dimensões de 1 cm × 1 cm nos lados e 0,2 mm de espessura, volume de dutos constante igual a 2% do volume total e sujeito a um fluxo de calor constante e uniforme de 10 W/cm² em sua base. A vazão de abastecimento entra nas redes de microcanais com temperatura $T_0 = 20$ °C. As propriedades do chip de silício e da água foram consideradas constantes e computadas à temperatura de 20 °C. Considerou-se que a água não evapora, mesmo que a temperatura média da água atinja seu ponto de ebulição, pois para todos os efeitos práticos, as geometrias que atingem temperaturas tão elevadas não são apropriadas para aplicações onde água é o fluido de refrigeração.

5.1 Quedas de Temperatura e Pressão

Nesta primeira parte da solução uma vazão de abastecimento constante igual a 0,125 g/s é fornecida a todas as arquiteturas. Arquiteturas com até dois níveis de ramificação (N) foram resolvidas dentro da seguinte faixa paramétrica: quantidade de ramificações (n_i) de 2 a 14, somente valores pares; e razão entre diâmetros hidráulicos (κ_i) de 1,00 a 2,50, com passo de 0,25. O número de Reynolds, Re , no canal de entrada

varia em cada arquitetura, mas em toda a faixa paramétrica investigada não ultrapassa 2300, limite do regime laminar. O valor de Re nos canais em níveis de ramificação inferiores diminui progressivamente, ou seja, Re máximo ocorre no duto de abastecimento e diminui nos seus afluentes. Para entender os efeitos das redes de microcanais nas quedas de temperatura e pressão, convém iniciar a análise com o caso mais simples, com um único nível de ramificação ($N = 1$). Os dois parâmetros geométricos neste caso são a quantidade de ramificações n_1 e a razão entre diâmetros $D_{h,1}/D_{h,0} = \kappa_1$. Na Figura 5.1 é ilustrada a alteração da rede de microcanais com n_1 . De particular interesse é o volume elementar, que tem seu volume total reduzido conforme n_1 aumenta. Além disso, a restrição de volume de dutos constante faz com que $D_{h,0}$ diminua com o aumento de n_1 .

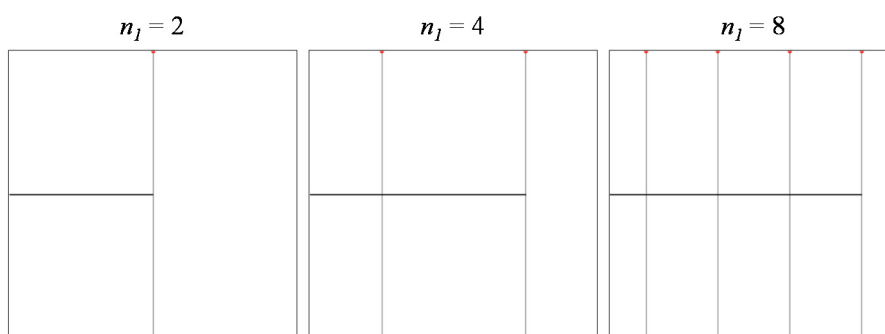


Figura 5.1. Ilustração da configuração da rede de microcanais com $N = 1$ sujeita ao aumento da quantidade de ramificações (n_1).

A Figura 5.2 apresenta a máxima queda de temperatura, ΔT_{max} , definida como a queda de temperatura no volume elementar que recebe a menor vazão mássica, para a arquitetura com $N = 1$. Nesta e em todas as figuras subsequentes as curvas são ajustadas pela interpolação de Stineman (Stineman, 1980). O caso $n_1 = 2$ não é mostrado na figura, pois gerou valores de queda de temperatura muito elevados. Em linhas gerais pode-se afirmar que ΔT_{max} é reduzido com o aumento simultâneo de n_1 e κ_1 . Em redes com κ_1 constante e menor que 1,75, existem mínimos locais em relação a n_1 . Se por um lado o aumento de n_1 diminui o volume total que cada canal com $D_{h,0}$ é responsável por resfriar, isto também causa uma queda na vazão mássica recebida por cada canal no volume elementar. Estes são os efeitos concorrentes que causam a existência de um n_1 ótimo.

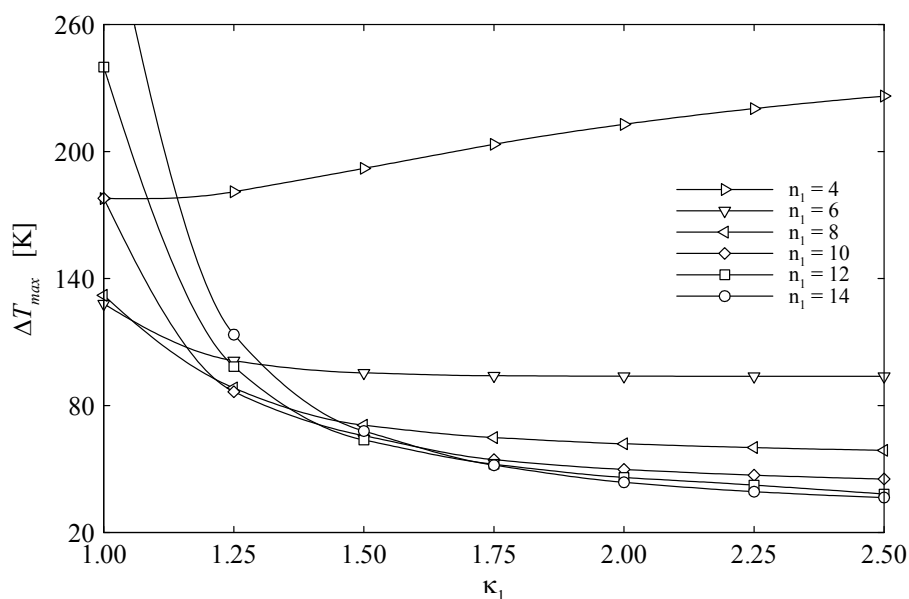


Figura 5.2. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na máxima queda de temperatura (ΔT_{max}) para arquiteturas com $N = 1$ e vazão mássica de entrada constante.

É importante ressaltar que ΔT_{max} é calculado no volume elementar que recebe a menor vazão mássica, sempre o último da série de ramificações. A não uniformidade do escoamento (Lee et. al., 2013), δ , definida na Eq. (4.56) como a razão entre a maior e a menor vazão mássica em todos os volumes elementares, é um parâmetro importante para entender as curvas de ΔT_{max} . A Figura 5.3 mostra a relação entre δ e a razão entre diâmetros κ_1 . A contribuição de κ_1 para a diminuição de ΔT_{max} (Fig. 5.2) é explicada pela distribuição do escoamento de forma mais uniforme, o que faz com que a vazão no último canal seja aumentada. Nota-se que o comportamento desejado para δ , sua diminuição, é obtido com maiores razões entre diâmetros (κ_1).

A respectiva queda de pressão ΔP na arquitetura com $N = 1$ é mostrada na Figura 5.4. Em primeiro lugar deve-se notar que existe um κ_1 ótimo que minimiza a queda de pressão para certo n_1 . O mínimo global de ΔP foi encontrado em $n_1 = 2$ e $\kappa_1 = 1,25$ com $\Delta P = 498$ mbar. Este resultado remete à chamada lei de Hess-Murray (Murray, 1926) que estabelece a razão ótima entre diâmetros sucessivos para minimizar a queda de pressão em bifurcações ($D_{i+1}/D_i = 2^{1/3} \approx 1,26$).

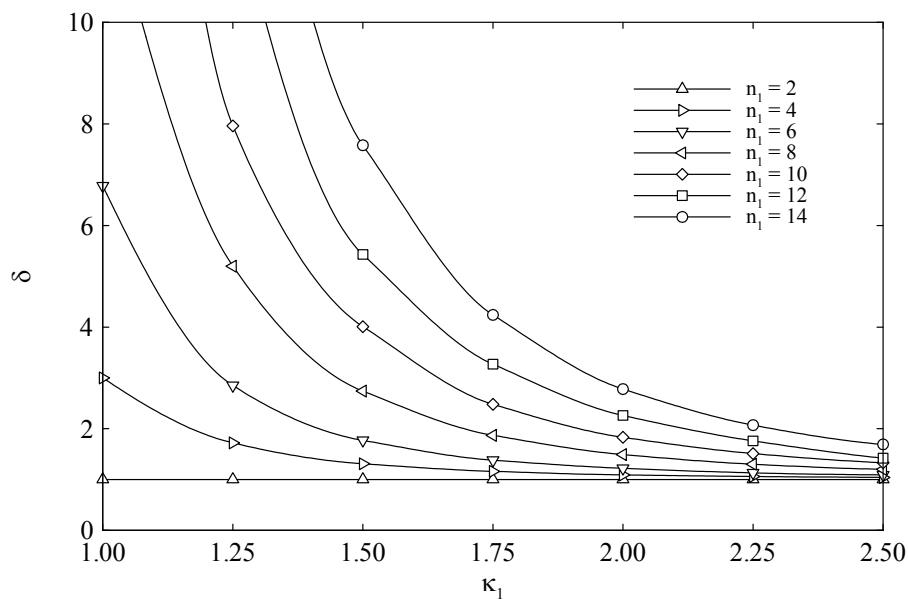


Figura 5.3. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na não uniformidade do escoamento (δ) para arquiteturas com $N = 1$ e vazão mássica de entrada constante.

A existência de um κ ótimo para certa quantidade de ramificações foi demonstrada por Lee et. al. (2013). O menor diâmetro hidráulico do canal de entrada (com $D_{h,1}$) ocorre quando κ_1 é mínimo. À medida que κ_1 aumenta $D_{h,1}$ também aumenta, reduzindo a queda de pressão no segmento com $D_{h,1}$. Porém o aumento de κ_1 também causa a diminuição de $D_{h,0}$, o que a partir de certo ponto passa a não compensar o primeiro efeito. Estes são os efeitos concorrentes que causam a existência de um κ_1 ótimo.

A quantidade de ramificações também causa efeitos concorrentes na queda de pressão, pois por um lado diminui as frações mássicas nos volumes elementares (diminui ΔP), mas por outro reduz $D_{h,0}$ (aumenta ΔP). Na Figura 5.4 percebe-se que estes efeitos só causaram pontos de mínimo locais quando $\kappa_1 \geq 1,75$, onde as curvas com n_1 constante passaram a se cruzar.

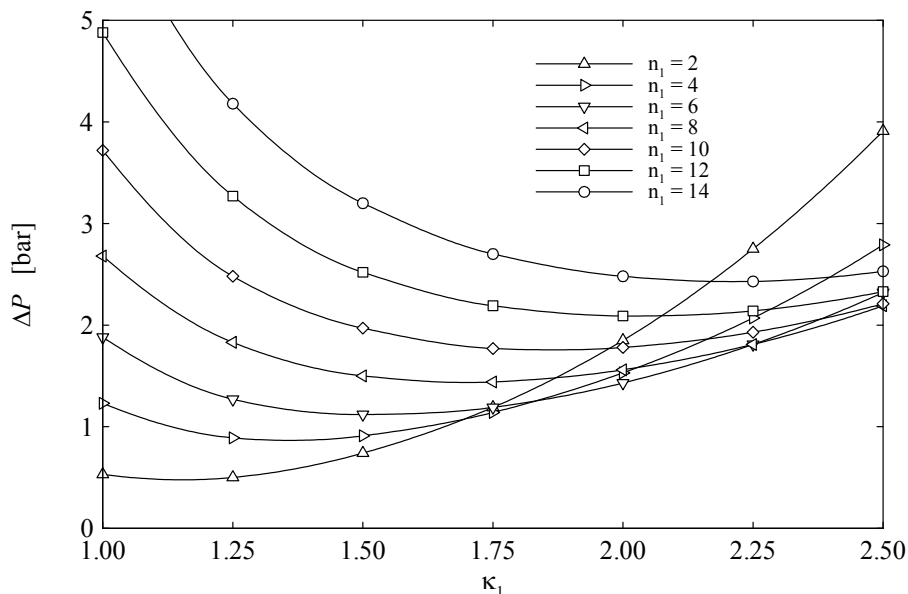


Figura 5.4. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) na queda de pressão (ΔP) para arquiteturas com $N = 1$ e vazão mássica de entrada constante.

As tendências gerais identificadas na arquitetura com $N = 1$ também ocorrem com $N = 2$. A Figura 5.5 ilustra a configuração da rede de canais com os parâmetros n_1 e n_2 correspondentes à quantidade de ramificações no primeiro e segundo constructal, respectivamente. É importante notar que n_1 está relacionado à altura H_0 do volume elementar e n_2 está relacionado ao comprimento L_0 , assim como foi mostrado no capítulo anterior nas Figuras 4.3 e 4.4. Tomando por exemplo as arquiteturas com $n_2 = 6$ (coluna esquerda da figura) tem-se que a altura de qualquer volume elementar é $H_0 = H_2/n_1$, onde H_2 é a altura do chip (1 cm). De maneira semelhante, tomando as arquiteturas com $n_1 = 6$ (coluna direita da figura) tem-se que o comprimento de qualquer volume elementar é $L_0 = L_2/n_2$, onde L_2 é o comprimento do chip (1 cm). Tem-se portanto que o comprimento do volume elementar no caso com $N = 2$ pode ser alterado parametricamente, ao contrário do que ocorreu no caso com $N = 1$, onde o comprimento L_0 era constante em todas as arquiteturas possíveis.

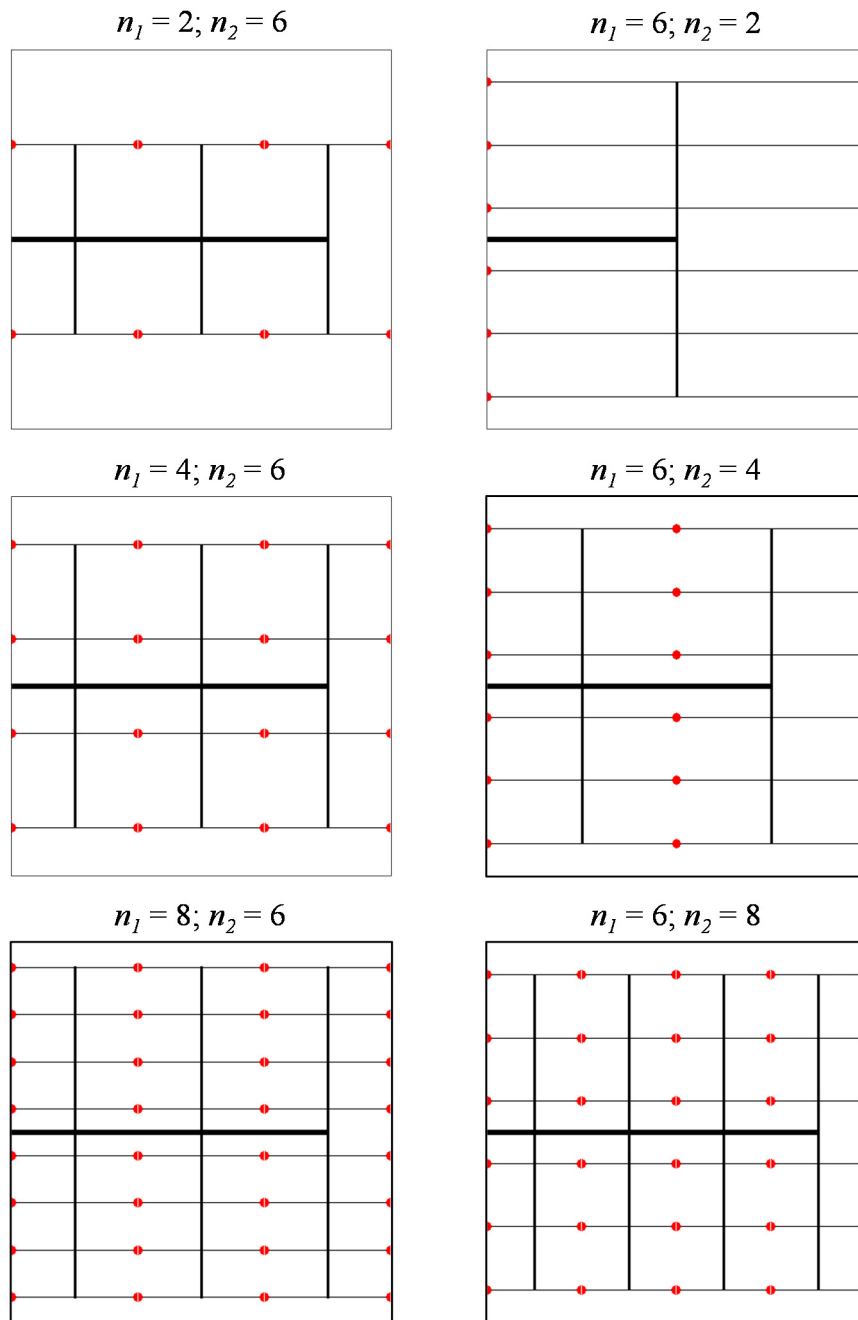


Figura 5.5. Ilustração da configuração da rede de microcanais com $N = 2$ sujeita ao aumento das quantidades de ramificações (n_1 e n_2).

A Figura 5.6 mostra ΔT_{max} , δ e ΔP para uma arquitetura com $N = 2$ e parâmetros do segundo constructal constantes em $n_2 = 6$ e $\kappa_2 = 1,75$. Na Figura 5.6 (a) observa-se que ΔT_{max} atinge valores inferiores ao caso com $N = 1$ (Figura 5.2) e o aumento de κ_1 encurta a diferença entre os pontos com diferentes n_1 . Em $\kappa_1 = 2,50$, a diferença de ΔT_{max} entre $n_1 = 6$ e $n_1 = 14$ é de apenas 5 K. Na Figura 5.6 (b) pode ser visto que a não uniformidade do escoamento foi elevada de modo geral em relação ao caso com

$N = 1$ (Figura 5.3). Ainda assim, as tendências de uniformização causadas por κ_1 e n_1 são semelhantes ao caso $N = 1$. A Figura 5.6 (c) mostra que ΔP permanece com as mesmas tendências do caso $N = 1$ porém com valores consideravelmente mais elevados. O mínimo ΔP na Figura 5.6 (c) foi 1024 mbar no ponto $n_1 = 2$ e $\kappa_1 = 1,25$.

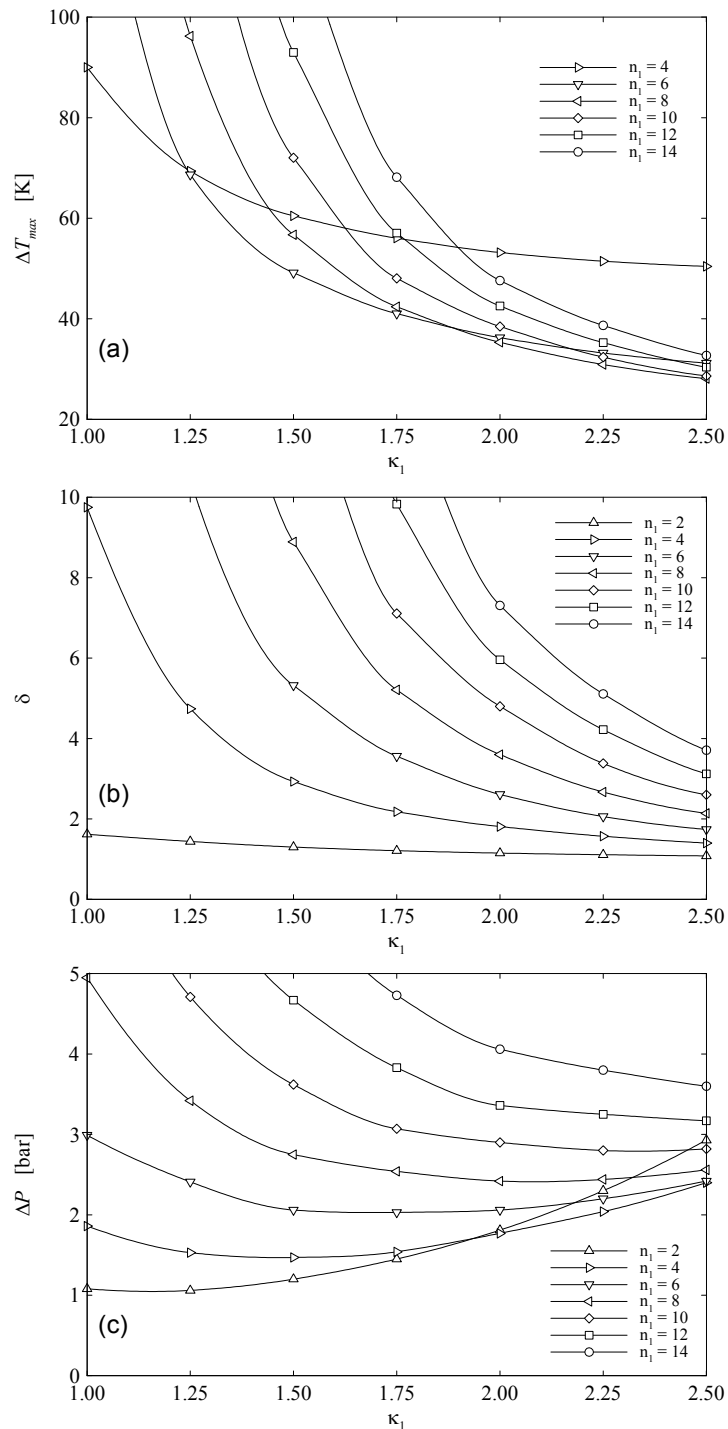


Figura 5.6. Efeito da quantidade de ramificações (n_1) e da razão entre diâmetros (κ_1) para arquiteturas com $N = 2$ e vazão mássica de entrada constante em: (a) ΔT_{max} . (b) δ . (c) ΔP .

A Figura 5.7 mostra ΔT_{max} , δ e ΔP para uma arquitetura com $N = 2$ e parâmetros do primeiro constructal constantes em $n_1 = 6$ e $\kappa_1 = 2,00$. A máxima queda de temperatura aparenta diminuir para n_2 menores, conforme visto na Figura 5.7 (a). A Figura 5.7 (b) mostra que a não uniformidade do escoamento é bem elevada nesse caso, sugerindo que n_2 tem maior influência em δ do que n_1 . A Figura 5.7 (c) apresenta a queda de pressão em função dos parâmetros do segundo constructal. Existem mínimos locais de ΔP tanto em relação a n_2 quanto a κ_2 . O menor valor observado na Figura 5.7 (c) foi $\Delta P = 1935$ mbar em $n_2 = 8$ e $\kappa_2 = 2,00$. Quanto maior for n_2 , maior deve ser κ_2 para minimizar ΔP . O mínimo da curva $n_2 = 10$ é visível no gráfico, portanto a extensão das curvas $n_2 = 12$ e 14 para valores além de $\kappa_2 = 2,50$ não deve gerar um ΔP menor do que o encontrado em $n_2 = 8$ e $\kappa_2 = 2,00$.

De modo geral, tanto para $N = 1$ quanto para $N = 2$, os resultados exibidos até aqui mostram que as arquiteturas que favorecem menores quedas de temperatura são aquelas com n_i e κ_i elevados. Em contrapartida, as arquiteturas que favorecem menores quedas de pressão são aquelas com n_i e κ_i reduzidos. Necessita-se, portanto, de um método de determinação das arquiteturas de minimizam ΔT_{max} e ΔP simultaneamente, o que será visto a seguir.

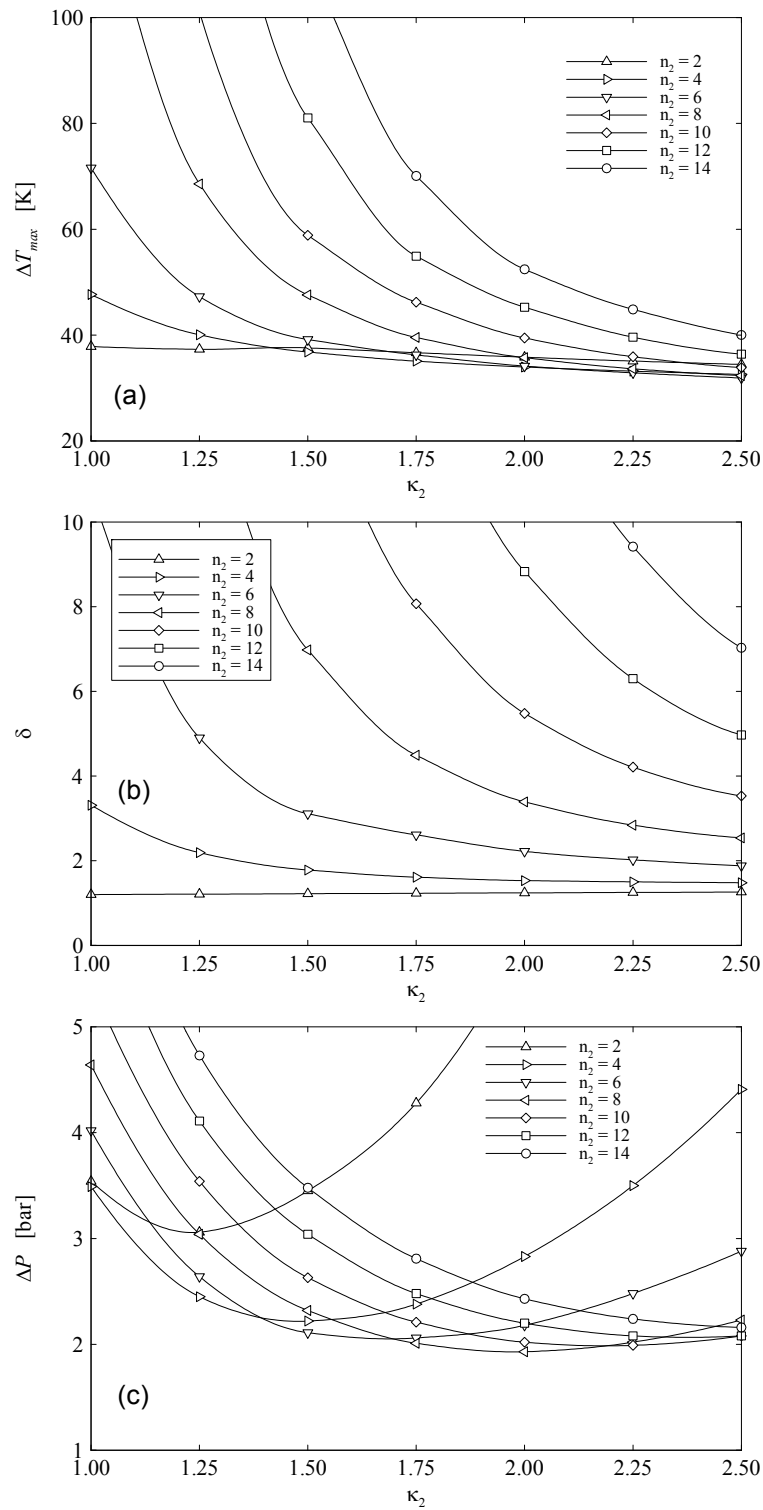


Figura 5.7. Efeito da quantidade de ramificações (n_2) e da razão entre diâmetros (κ_2) para arquiteturas com $N = 2$ e vazão mássica de entrada constante em: (a) ΔT_{max} . (b) δ . (c) ΔP .

5.2 Curvas de Desempenho

É evidente que os parâmetros geométricos que favorecem uma baixa ΔT_{max} não coincidem com aqueles que favorecem uma baixa ΔP . Em termos gerais, a queda de temperatura é favorecida por maiores quantidades de ramificações e elevadas razões entre diâmetros. Por outro lado, a queda de pressão é favorecida por menores quantidades de ramificação e pequenas razões entre diâmetros. Segundo Bejan e Lorente (2008) os fluxos de calor e quantidade de movimento “competem” entre si, e um gráfico de resistência térmica *versus* potência de bombeamento pode ser usado para avaliar o desempenho simultâneo, térmico e hidrodinâmico, de diferentes arquiteturas.

A resistência térmica global da arquitetura, R_T , é definida por (Wechsato et. al., 2003):

$$R_T = \frac{\Delta T_{max}}{q/k_0 t} \quad (5.1)$$

onde q é a taxa de transferência de calor removida, k_0 é a condutividade térmica do substrato sólido e t é a espessura do micro dissipador. Neste trabalho a potência de bombeamento $W_p = \dot{m}_in \Delta P / \rho$ é adimensionalizada da mesma forma realizada por Wechsato et. al. (2003), os quais investigaram redes de canais para dissipação de calor em uma área circular:

$$W_p^* = W_p \frac{\rho c_p^2 V_d^2}{\nu k_0^2 t^2 A^{3/2}} \quad (5.2)$$

onde V_d é o volume de dutos, A é a área total do chip, t é a espessura do chip, k_0 é a condutividade térmica do substrato de silício, e ρ , ν e c_p são as propriedades do fluido de refrigeração: massa específica, viscosidade cinemática e calor específico, respectivamente.

5.2.1 Um Nível de Ramificação

O ponto de partida da análise de desempenho é o caso mais simples onde todo o volume do micro dissipador é ocupado por um primeiro constructal. Os parâmetros geométricos n_l e κ_l formam o universo das arquiteturas possíveis com $N = 1$. O aspecto das redes com nível de ramificação, exibidas previamente na Figura 5.1, é semelhante à configuração de canais paralelos, pois os canais dos volumes elementares são relativamente longos. Para cada uma das arquiteturas investigadas, solucionaram-se as quedas de temperatura e pressão para números de Reynolds, Re , de 10 até 2000, com passo de 10. Os valores de resistência térmica, R_T , para os regimes operacionais de $W_p^* = 10^2, 10^3, 10^4$ e 10^5 foram calculados por interpolação linear. Estes quatro valores de W_p^* foram selecionados pois representam Re na faixa entre 100 e 2000. Em alguns casos $W_p^* = 10^6$ também pode ser obtido com $Re < 2300$ (escoamento laminar), porém isto não é possível de ser alcançado com todas as arquiteturas.

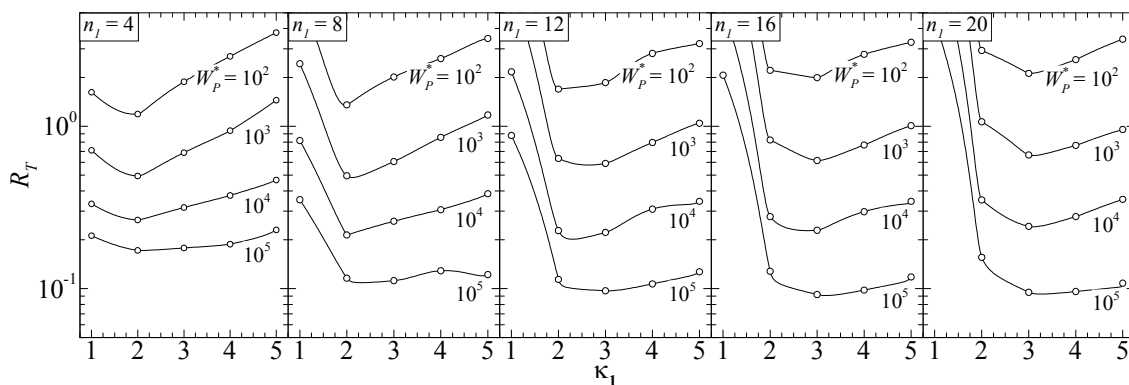


Figura 5.8. Efeito da quantidade de ramificações (n_l) e da razão entre diâmetros (κ_l) na resistência térmica (R_T) de arquiteturas com $N = 1$, para diferentes regimes operacionais.

A coleção dos resultados é exibida na Figura 5.8 para n_l e κ_l selecionados. A arquitetura que minimiza a resistência térmica para cada regime operacional, é significativamente diferente entre $W_p^* = 10^2$ e $W_p^* = 10^5$. Para $W_p^* = 10^2$ a menor R_T encontrada dentre os parâmetros mostrados na Figura 5.8 foi 1,190 para ($n_l = 4$; $\kappa_l = 2,00$). Por outro lado, a menor R_T encontrada para $W_p^* = 10^5$ foi 0,092 para ($n_l = 16$; κ_l

= 3,00). Também se observa na Figura 5.8 que os mínimos locais em relação a κ_I encontram-se na faixa $2,00 \leq \kappa_I \leq 3,00$, para todos n_I e W_p^* selecionados.

Os pontos de mínima resistência térmica da Figura 5.8 sugerem que quanto menor o regime operacional, ou seja, menor potência de bombeamento, as arquiteturas com menor n_I e κ_I (maior H_0 e maior $D_{h,0}$) são mais apropriadas para minimizar R_T , enquanto que à medida que W_p^* aumenta, as arquiteturas com maior n_I e κ_I (menores H_0 e $D_{h,0}$) são as mais apropriadas. Esta ideia foi usada como ponto de partida para identificar as arquiteturas ótimas em $W_p^* = 10^2, 10^3, 10^4$ e 10^5 para a faixa geométrica $2 \leq n_I \leq 20$ (com passo de 2) e $1,00 \leq \kappa_I \leq 4,00$ (com passo de 0,50). O total de arquiteturas possíveis neste caso é apenas 60, o que justificou uma inspeção manual.

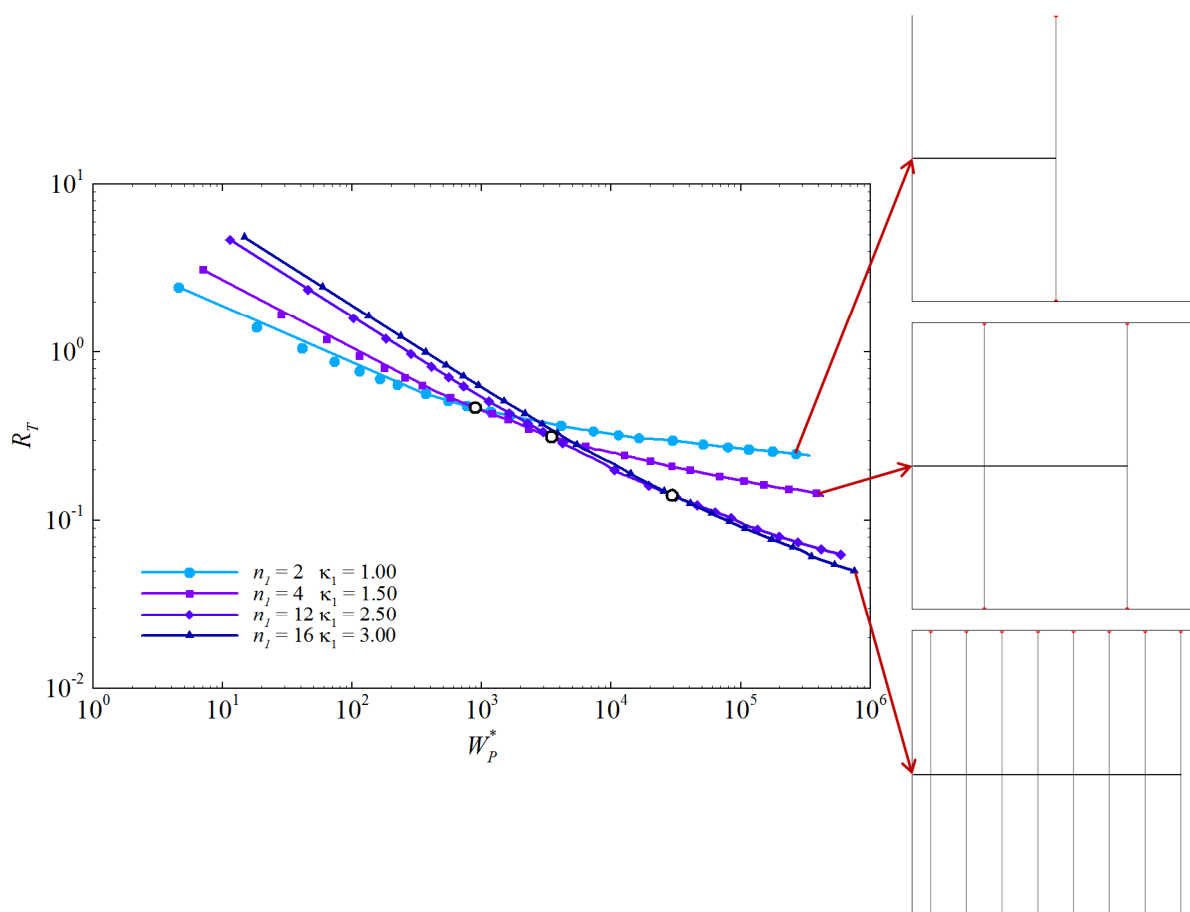


Figura 5.9. Curvas de desempenho de arquiteturas ótimas com $N = 1$ para diferentes regimes operacionais.

As curvas de desempenho das arquiteturas ótimas são mostradas na Figura 5.9. A arquitetura ($n_l = 2$; $\kappa_l = 1,00$) proporcionou a menor R_T para $W_p^* = 10^2$. O ótimo para $W_p^* = 10^5$ permaneceu o mesmo constatado anteriormente ($n_l = 16$; $\kappa_l = 3,00$). As arquiteturas ótimas em W_p^* intermediários, $W_p^* = 10^3$ e $W_p^* = 10^4$, possuem parâmetros geométricos intermediários, $2 < n_l < 20$ e $1,00 < \kappa_l < 4,00$. Considerando as regiões de mínimas quedas de temperatura e pressão mostradas nas Figuras 5.2 e 5.4, observa-se que as arquiteturas que minimizam ΔP são apropriadas para pequenas potências de bombeamento (ou alta resistência térmica), enquanto que as arquiteturas que minimizam ΔT_{max} são apropriadas para altas potências de bombeamento (ou baixa resistência térmica).

Uma conclusão semelhante foi obtida por Wechsato et. al. (2003) para dissipadores de calor com forma circular. Os autores destacaram ainda a existência de uma transição súbita entre as arquiteturas que minimizam ΔP , e as arquiteturas que minimizam ΔT . No presente caso esta transição é observada na Figura 5.9 na intersecção entre as arquiteturas ($n_l = 4$; $\kappa_l = 1,50$) e ($n_l = 12$; $\kappa_l = 2,50$). Os pontos de intersecção são identificados com círculos abertos e quando ajustados por uma lei de potência formam a correlação $R_T = 5,02 W_p^{*-0,35}$ ($R^2 = 0,9956$). Wechsato et. al. (2003) obtiveram a correlação $R_T = 3,75 W_p^{*-0,37}$ para arquiteturas que minimizam ΔT e $R_T = 5,94 W_p^{*-0,40}$ para arquiteturas que minimizam ΔP , com um nível de ramificação.

5.2.2 Dois Níveis de Ramificação

Quando o micro dissipador é ocupado por um segundo constructal, as variáveis n_1 , n_2 , κ_1 e κ_2 nas faixas $2 \leq n_l \leq 20$ (pares) e $1,00 \leq \kappa_l \leq 4,00$ (passo de 0,50) formam um total de 3600 arquiteturas possíveis. Para iniciar o procedimento de análise considerou-se somente as arquiteturas fractais, as quais $n_1 = n_2 = n_f$ e $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_f$. As curvas de desempenho para as arquiteturas ótimas em $W_p^* = 10^2$, 10^3 , 10^4 e 10^5 são exibidas na Figura 5.10. Assim como no caso $N = 1$, a arquitetura que minimiza R_T em $W_p^* = 10^2$ é uma configuração que favorece o acesso ao escoamento, *i.e.*, tende para

configurações de menor ΔP . Conforme o regime operacional transita para maiores potências de bombeamento, as arquiteturas com melhor desempenho passam a desfavorecer o acesso ao escoamento e favorecer o acesso ao fluxo de calor, *i.e.*, tendem para configurações de menor ΔT . Devido a quantidade de arquiteturas fractais possíveis ser pequena, todas as variações possíveis são inspecionadas. Por este motivo no presente trabalho as arquiteturas fractais que apresentam o melhor desempenho para dado regime operacional são ditas “ótimas”.

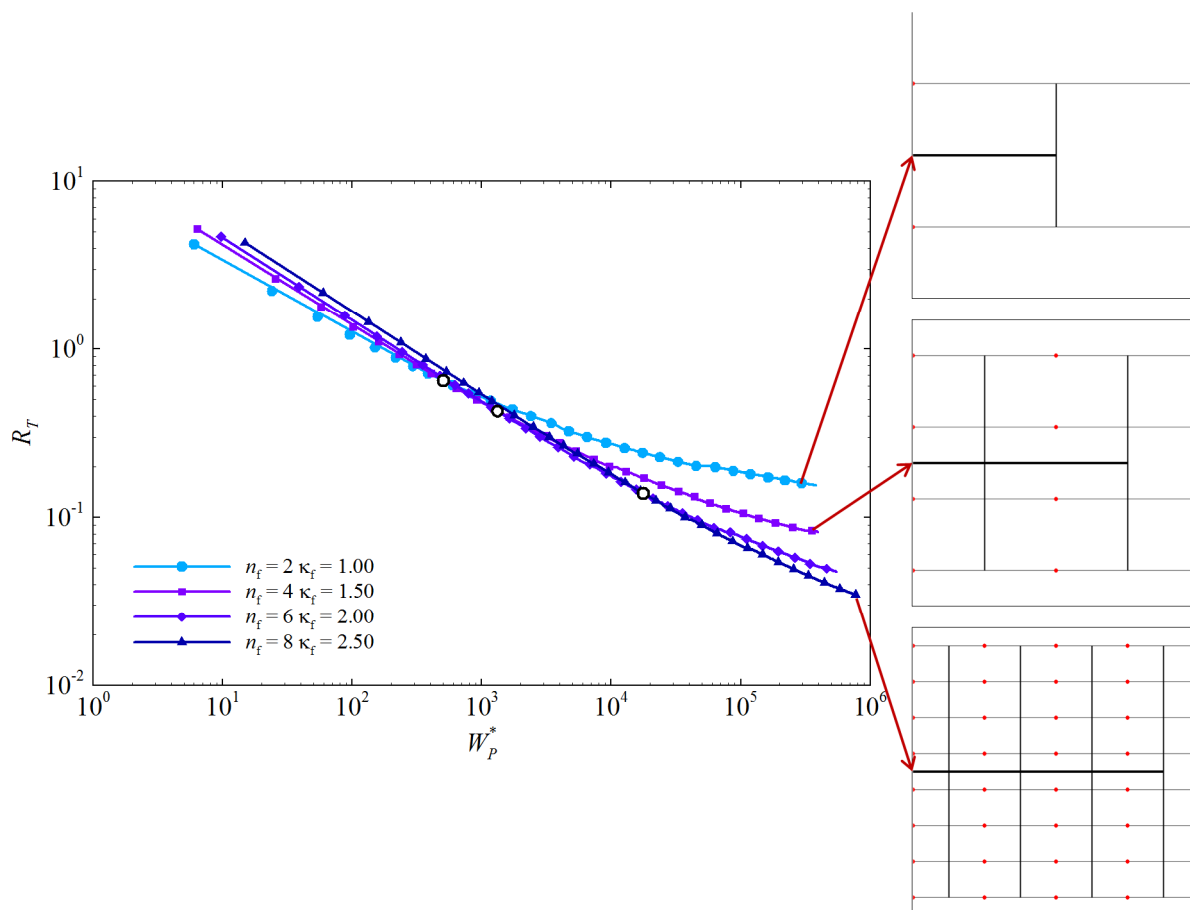


Figura 5.10. Curvas de desempenho de arquiteturas fractais ótimas com $N = 2$ para diferentes regimes operacionais.

No caso da Figura 5.10 para $N = 2$ e arquiteturas fractais, não é possível observar uma transição súbita entre arquiteturas de baixo ΔP para aquelas com baixo ΔT . A correlação obtida pelos pontos de intersecção é $R_T = 9,65 W_p^{*-0,43}$ ($R^2 = 1,000$). Wechsato et. al. (2003) obtiveram a correlação $R_T = 3,75 W_p^{*-0,37}$ para arquiteturas que minimizam ΔT e $R_T = 8,50 W_p^{*-0,43}$ para arquiteturas que minimizam ΔP , com dois níveis

de ramificação. As arquiteturas com dois níveis de ramificação proporcionam menores valores de R_T do que as com $N = 1$. A resistência térmica da arquitetura com $N = 2$ ($n_f = 8$; $\kappa_f = 2,50$) em $W_p^* = 10^5$ é 0,068, enquanto que para a arquitetura com $N = 1$ ($n_l = 16$; $\kappa_l = 3,00$) obteve-se $R_T = 0,092$.

Conhecendo o desempenho das arquiteturas fractais com $N = 2$, deseja-se agora saber o quanto as arquiteturas constructais podem melhorar o desempenho das redes de microcanais com o mesmo nível de ramificação. A partir desta etapa as inspeções foram realizadas somente para $W_p^* = 10^5$, pois a miniaturização produz densidades de geração de energia cada vez maiores, o que significa que a região de interesse nas curvas de desempenho está no sentido de menor resistência térmica. Optou-se por não realizar as inspeções para $W_p^* = 10^6$, porque algumas arquiteturas não atingem este regime operacional com escoamento laminar ($Re \leq 2300$).

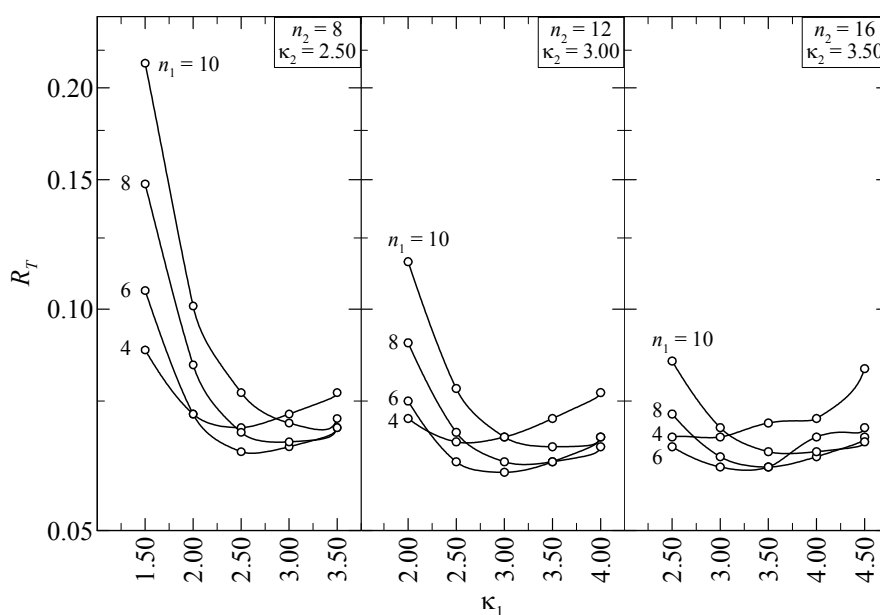


Figura 5.11. Efeito dos parâmetros geométricos do primeiro constructal, n_1 e κ_1 , na resistência térmica de arquiteturas com $N = 2$.

As arquiteturas constructais são obtidas liberando os parâmetros geométricos n_i e κ_i , gerando mais dois graus de liberdade no caso $N = 2$. A Figura 5.11 apresenta a resistência térmica em função dos parâmetros geométricos do primeiro constructal, mantendo os parâmetros do segundo constructal constantes. Nas três diferentes

configurações de segundo constructal mostradas, o mínimo local esteve na curva $n_1 = 6$. Dentre estes o menor valor foi 0,060 em $\kappa_1 = 3,00$ para o segundo constructal com parâmetros $n_2 = 12$ e $\kappa_2 = 3,00$.

A Figura 5.12 apresenta a resistência térmica em função dos parâmetros geométricos do segundo constructal, mantendo constantes os parâmetros geométricos de três primeiros constructais selecionados. Nota-se que o aspecto das curvas em função de n_2 e κ_2 é muito parecido para cada configuração de primeiro constructal mostrada. Em todas estas configurações as arquiteturas ($n_2 = 8$; $\kappa_2 = 2,50$) e ($n_2 = 12$; $\kappa_2 = 3,00$) disputaram o mínimo local. Ainda assim a arquitetura ($n_1 = 6$; $n_2 = 12$; $\kappa_1 = 3,00$; $\kappa_2 = 3,00$) identificada na Figura 5.11 não teve R_T superado por nenhuma das configurações selecionadas na Figura 5.12.

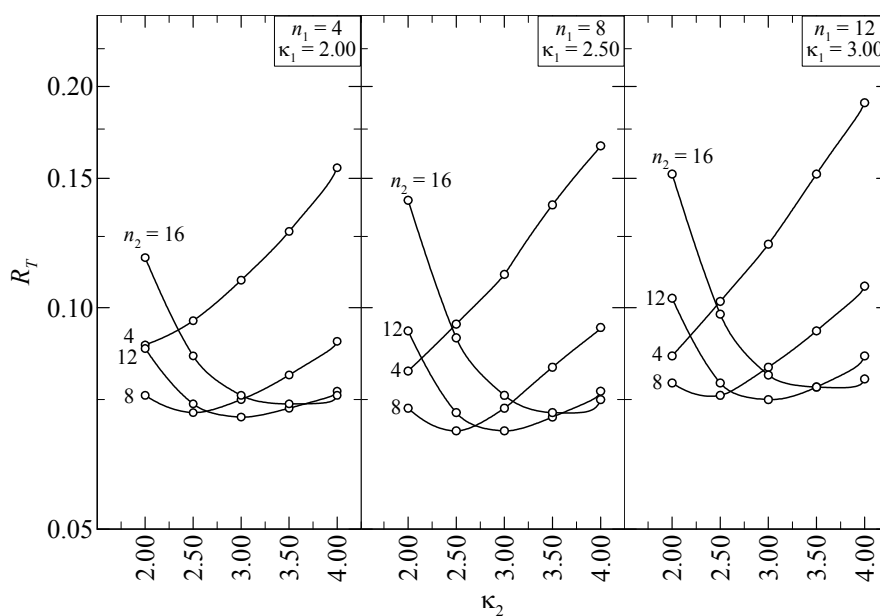


Figura 5.12. Efeito dos parâmetros geométricos do segundo constructal, n_2 e κ_2 , na resistência térmica de arquiteturas com $N = 2$.

Para melhor entender a contribuição da liberdade dos parâmetros geométricos n_i e κ_i , a obtenção da rede constructal com $N = 2$ pode ser decomposta em três etapas. Primeiramente tem-se a arquitetura fractal ótima ($n_f = 8$; $\kappa_f = 2,50$), a qual é facilmente identificada por inspeção considerando que existem apenas 60 configurações possíveis. Em seguida, relaxando os parâmetros n_i somente, tem-se que a melhor arquitetura obtida com $\kappa_1 = \kappa_2$ é ($n_1 = 6$, $n_2 = 12$; $\kappa_1 = \kappa_2 = 3,00$). Uma inspeção adicional

sobre as razões entre diâmetros revela que a arquitetura ($n_1 = 6, n_2 = 12; \kappa_1 = 3,50; \kappa_2 = 2,50$) é ligeiramente superior, fornecendo $R_T = 0,058$. A Figura 5.13 mostra as curvas de desempenho das três arquiteturas comentadas na obtenção da rede constructal ($n_1 = 6, n_2 = 12; \kappa_1 = 3,50; \kappa_2 = 2,50$), além da rede ótima para $N = 1$, exibida no gráfico para servir de referência. Considerando o regime operacional $W_p^* = 10^5$, a rede fractal ótima com $N = 2$ fornece R_T 26% menor do que a rede ótima com $N = 1$. A rede constructal com $N = 2$ fornece R_T 15% menor do que a rede fractal ótima com $N = 2$.

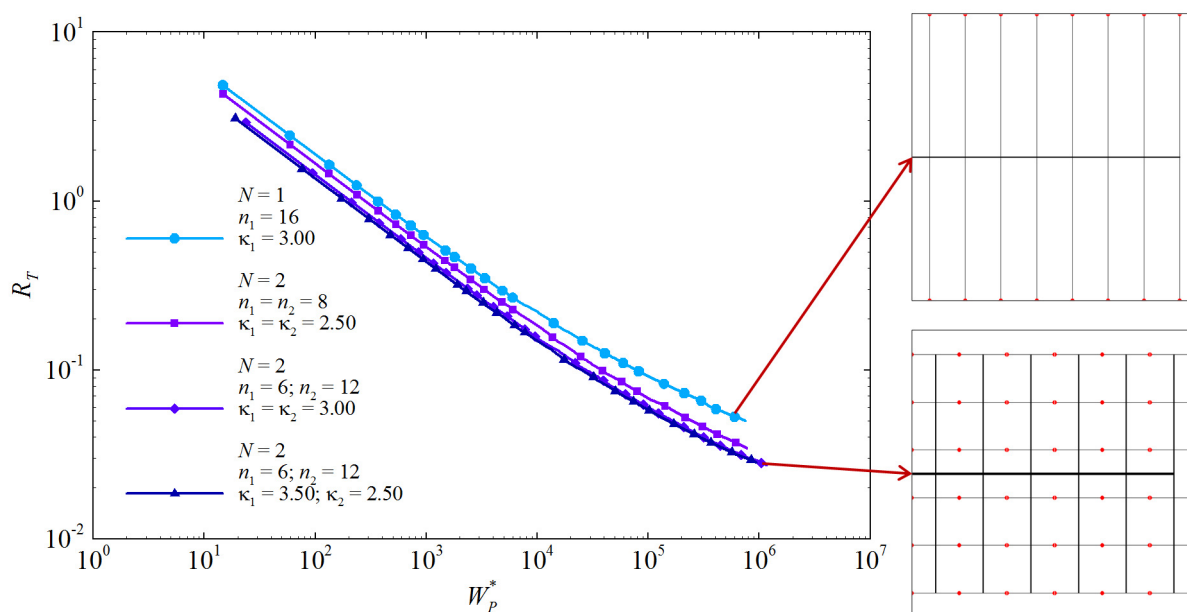


Figura 5.13. Curvas de desempenho das arquiteturas constructais e fractal ótima com $N = 2$.

A relativa proximidade entre as curvas com $n_1 = 6$ e $n_2 = 12$ na Figura 5.13 é um reflexo do conceito de robustez das arquiteturas de redes (ou arbóreas). Segundo Bejan (2000, p.64) o desempenho global dos sistemas complexos é relativamente insensível a pequenas alterações geométricas. O conceito de robustez voltará a ser discutido na seção seguinte, onde arquiteturas com três níveis de ramificação são analisadas.

5.2.3 Três Níveis de Ramificação

A mesma faixa de parâmetros geométricos utilizada para otimizar a arquitetura fractal no caso $N = 2$ foi usada para obter as arquiteturas fractais ótimas nos regimes operacionais $W_p^* = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 para o caso onde o micro dissipador é ocupado por um terceiro constructal, $N = 3$. As arquiteturas ótimas são exibidas na Figura 5.14. Coincidentemente a arquitetura ($n_f = 4; \kappa_f = 2,00$) apresentou a menor resistência térmica tanto para $W_p^* = 10^4$ quanto para $W_p^* = 10^5$, por este motivo a arquitetura ótima em $W_p^* = 10^6$ ($n_f = 6; \kappa_f = 2,50$) é exibida no gráfico, demonstrando a evolução da complexidade geométrica no sentido de menor resistência térmica. A correlação dos pontos de intersecção em lei de potência produz $R_T = 8,96 W_p^{*-0,41}$. Novamente observa-se uma súbita transição na inclinação das curvas em $W_p^* \approx 2 \times 10^3$, assim como visto no caso $N = 1$.

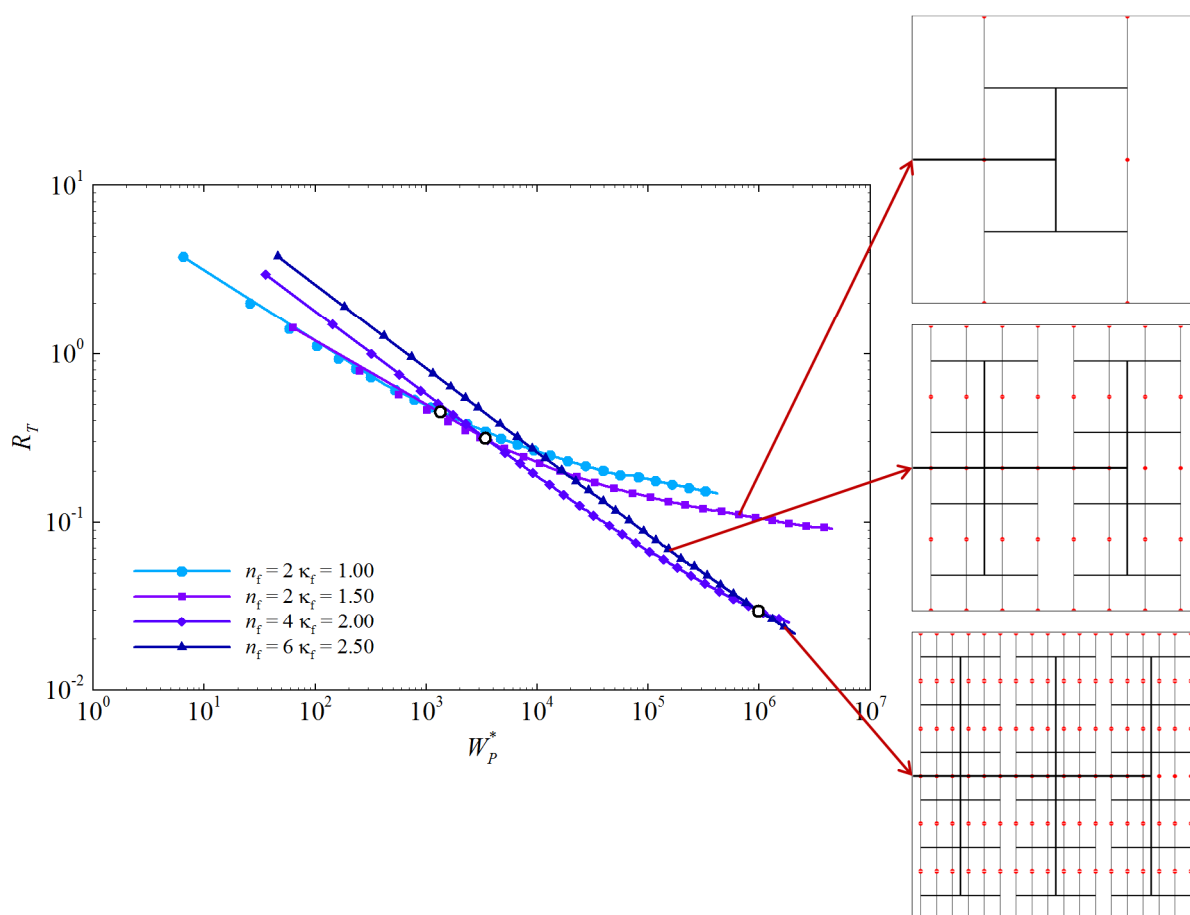


Figura 5.14. Curvas de desempenho de arquiteturas fractais ótimas com $N = 3$ para diferentes regimes operacionais.

O cálculo das dimensões do volume elementar no caso $N = 3$ foram demonstradas na Figura 4.4 e Eq. (4.18). Se a quantidade de ramificações for a mesma em cada nível tem-se que a razão de aspecto do volume elementar é $H_0/L_0 = 4/n_f$. Liberando somente o parâmetro n_2 tem-se a oportunidade de verificar para qual razão de aspecto o volume elementar se aproxima quando R_T é minimizado. A Figura 5.15 mostra a resistência térmica obtida em $W_p^* = 10^5$ em função de n_2 , para três valores de κ_f selecionados. Quanto maior a razão entre diâmetros, maior deve ser n_2 para minimizar R_T . A menor resistência térmica dentre os parâmetros selecionados ocorreu em $n_2 = 8$ e $\kappa_f = 2,00$. Com n_2 variável a razão de aspecto é calculada pela Eq. (4.18), o que para $n_1 = n_3 = 4$ e $n_2 = 8$ implica em $H_0/L_0 = 2$, o mesmo valor da arquitetura constructal com $N = 2$.

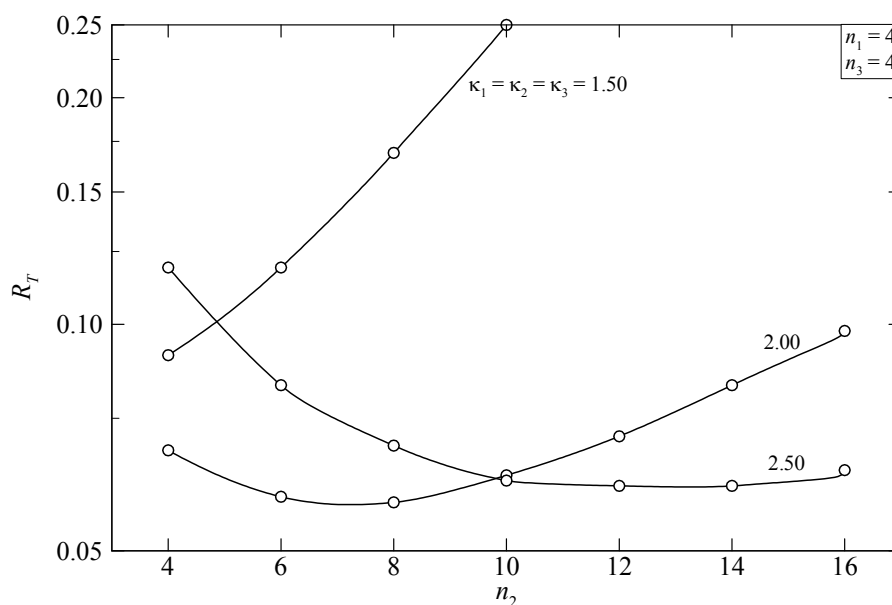


Figura 5.15. Efeito da quantidade de ramificações no segundo constructal (n_2) na resistência térmica de arquiteturas com $N = 3$ e demais parâmetros geométricos constantes em $n_1 = n_3 = 4$.

Seguindo o procedimento em três etapas citado no fim da seção anterior, a busca pelas arquiteturas constructais inicia com a relaxação dos parâmetros n_i . As quantidades de ramificações foram investigadas nas faixas $2 \leq n_1 \leq 6$, $6 \leq n_2 \leq 10$ e $2 \leq n_3 \leq 6$ no regime operacional de $W_p^* = 10^5$. A justificativa para a faixa paramétrica

reportada é que ela contém o mínimo global, e não é necessário expandir para além de tais valores. A Tabela 5.1 mostra a relação dos resultados, onde as dez configurações com menor R_T estão em negrito. As configurações investigadas fornecem uma grande variedade de razões de aspecto do volume elementar, H_0/L_0 , e altura adimensional do volume elementar $H_0^* = H_0/L$, onde $L = 1$ cm é o comprimento do micro dissipador. A Figura 5.16 apresenta uma relação entre H_0/L_0 , H_0^* e R_T obtida com os dados da Tabela 5.1. Aparentemente há um H_0^* ótimo entre 0,083 e 0,250. O volume elementar com $H_0^* = 0,167$ apresentou as menores resistências térmicas. No ponto de mínimo da Figura 5.16 a razão de aspecto do volume elementar é igual a 2,667. A hipótese de volume elementar esbelto ($H_0/L_0 \ll 1$) utilizada em vários artigos publicados sobre teoria constructal (Bejan (1997d), Bejan e Errera (2000)) não é apropriada quando a razão de aspecto global é uma restrição de projeto.

Tabela 5.1. Relação dos resultados obtidos para arquiteturas selecionadas com n_1 , n_2 e n_3 variáveis e $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 2,00$.

n_1	n_2	n_3	H_0^*	H_0/L_0	$n_1.n_2.n_3$	R_T	δ
2	6	2	0,500	6,000	24	0,114	1,148
2	6	4	0,250	3,000	48	0,062	1,250
2	6	6	0,167	2,000	72	0,052	1,370
2	8	2	0,500	8,000	32	0,108	1,333
2	8	4	0,250	4,000	64	0,059	1,466
2	8	6	0,167	2,667	96	0,050	1,779
2	10	2	0,500	10,000	40	0,107	1,573
2	10	4	0,250	5,000	80	0,059	1,851
2	10	6	0,167	3,333	120	0,050	2,269
4	6	4	0,125	1,500	96	0,059	1,973
4	6	6	0,083	1,000	144	0,063	2,191
4	8	4	0,125	2,000	128	0,058	2,749
4	8	6	0,083	1,333	192	0,064	3,383
4	10	4	0,125	2,500	160	0,063	4,174
4	10	6	0,083	1,667	240	0,069	5,071
6	6	6	0,056	0,667	216	0,085	3,250
6	8	6	0,056	0,889	288	0,097	5,569
6	10	6	0,056	1,111	360	0,114	9,337

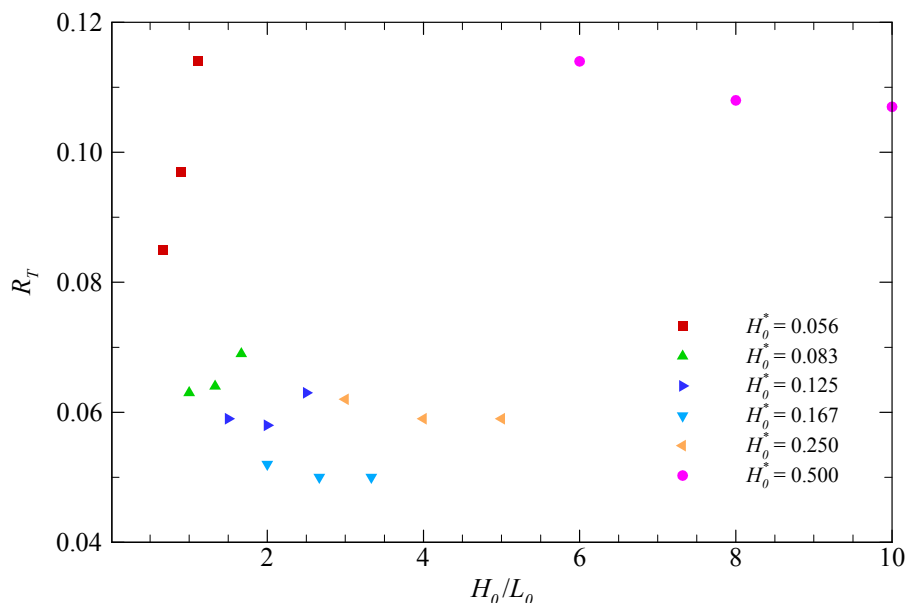


Figura 5.16. Efeito da altura adimensional do volume elementar (H_0^*) e da razão de aspecto do volume elementar (H_0/L_0) na resistência térmica, com os dados da Tabela 5.1.

O aumento em n_1 e n_3 causa uma diminuição em H_0^* e, até certo ponto, diminui R_T . A partir de certo limite, entretanto, a diminuição de H_0^* causa o efeito contrário. A Figura 5.17 mostra o efeito do produtório $n_1.n_2.n_3$, equivalente a quantidade de volumes elementares presentes em toda a arquitetura, na resistência térmica para as configurações da Tabela 5.1. Percebe-se também uma clara relação entre o produtório e a não uniformidade δ . É interessante notar como mesmo no caso com três níveis de ramificação a não uniformidade no escoamento atinge valores relativamente baixos.

De acordo com a Tabela 5.1, a melhor configuração obtida com $\kappa_f = 2,00$ foi $n_1 = 2$, $n_2 = 8$ e $n_3 = 6$, o que produziu $R_T = 0,050$. Usando esta configuração a Figura 5.18 apresenta a resistência térmica para κ_i independentes, no regime operacional $W_p^* = 10^5$. A relação entre as variáveis é bastante complexa. Porém, deve-se ressaltar que das 72 configurações selecionadas, 11% geraram $0,048 \leq R_T \leq 0,050$. Isso significa que o incremento em R_T de uma arquitetura complexa para outra é bem pequeno. A configuração $\kappa_1 = 2,50$, $\kappa_2 = 2,00$ e $\kappa_3 = 2,00$ atingiu a menor resistência térmica com $R_T = 0,048$.

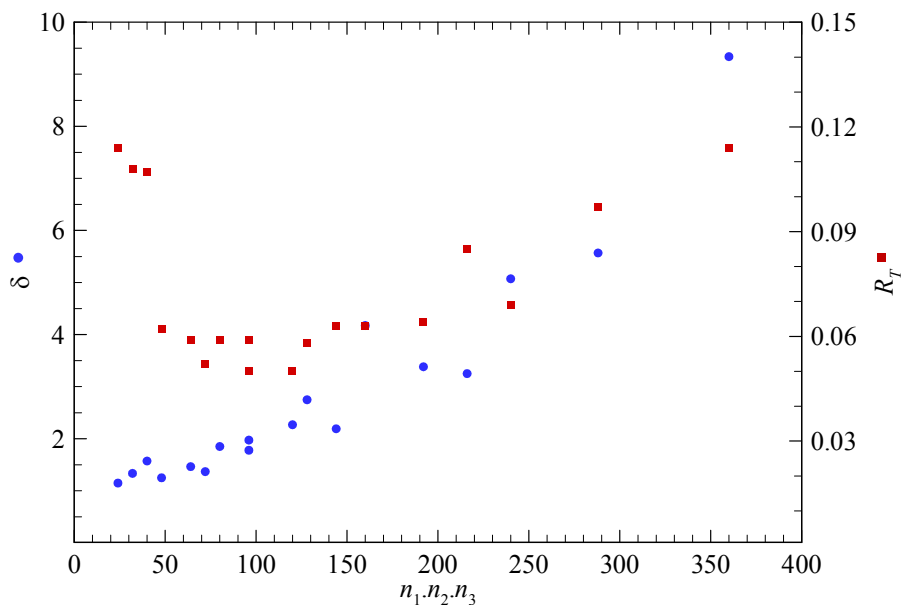


Figura 5.17. Efeito do produtório de n_i na não uniformidade do escoamento (δ) e na resistência térmica, com os dados da Tabela 5.1.

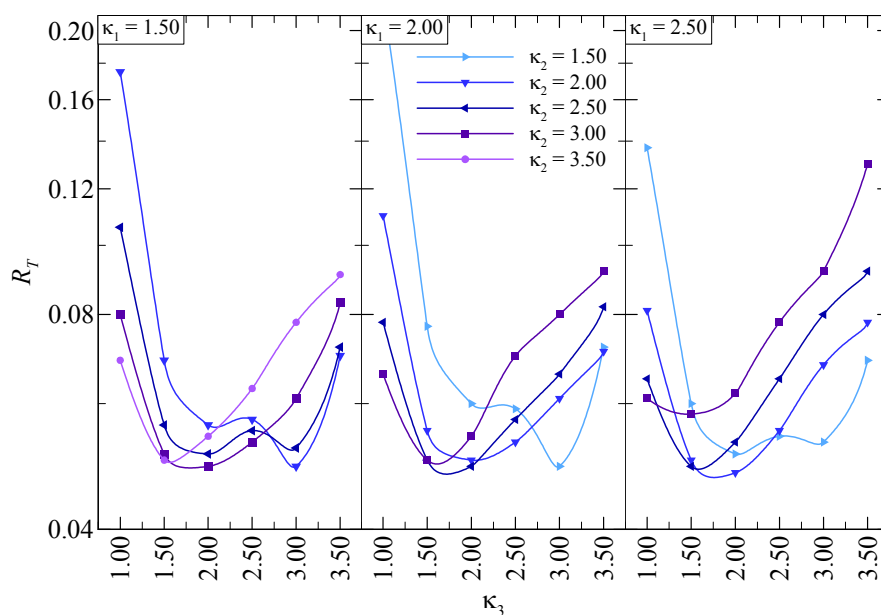


Figura 5.18. Efeito das razões entre diâmetros (κ_i) na resistência térmica de arquiteturas com $N = 3$ e quantidades de ramificações constantes em $n_1 = 2$, $n_2 = 8$, $n_3 = 6$.

A Figura 5.19 apresenta as curvas de desempenho das arquiteturas com $N = 3$ desenvolvidas até a obtenção da melhor arquitetura encontrada por inspeção: ($n_1 = 2$; $n_2 = 8$; $n_3 = 6$; $\kappa_1 = 2,50$; $\kappa_2 = 2,00$; $\kappa_3 = 2,00$). Duas arquiteturas com $N = 2$ são exibidas para servirem de referência. A arquitetura fractal ótima com $N = 3$ apresentou pior

desempenho do que as arquiteturas constructais e fractal ótima com $N = 2$. Por outro lado, a arquitetura constructal com $N = 3$ atinge R_T 16% menor do que a arquitetura constructal com $N = 2$. A Tabela 5.2 apresenta uma compilação das dimensões H_0^* , $D_{h,0}^*$ e H_0/L_0 das arquiteturas exibidas na Figura 5.19. Deve-se ressaltar que a razão $D_{h,0}/H_0$ da arquitetura constructal com $N = 3$ tem valor de aproximadamente 0,02, o que segundo a condição $D_{h,0}/H_0 \ll Nu.k_f/k_o$ (p. 66) sugerida por Bejan e Errera (2000, p. 3108) justifica a hipótese de resistência térmica parede-fluido desprezível, pois o lado direito da desigualdade é da ordem de 10^{-1} para um substrato de silício e água como fluido de refrigeração.

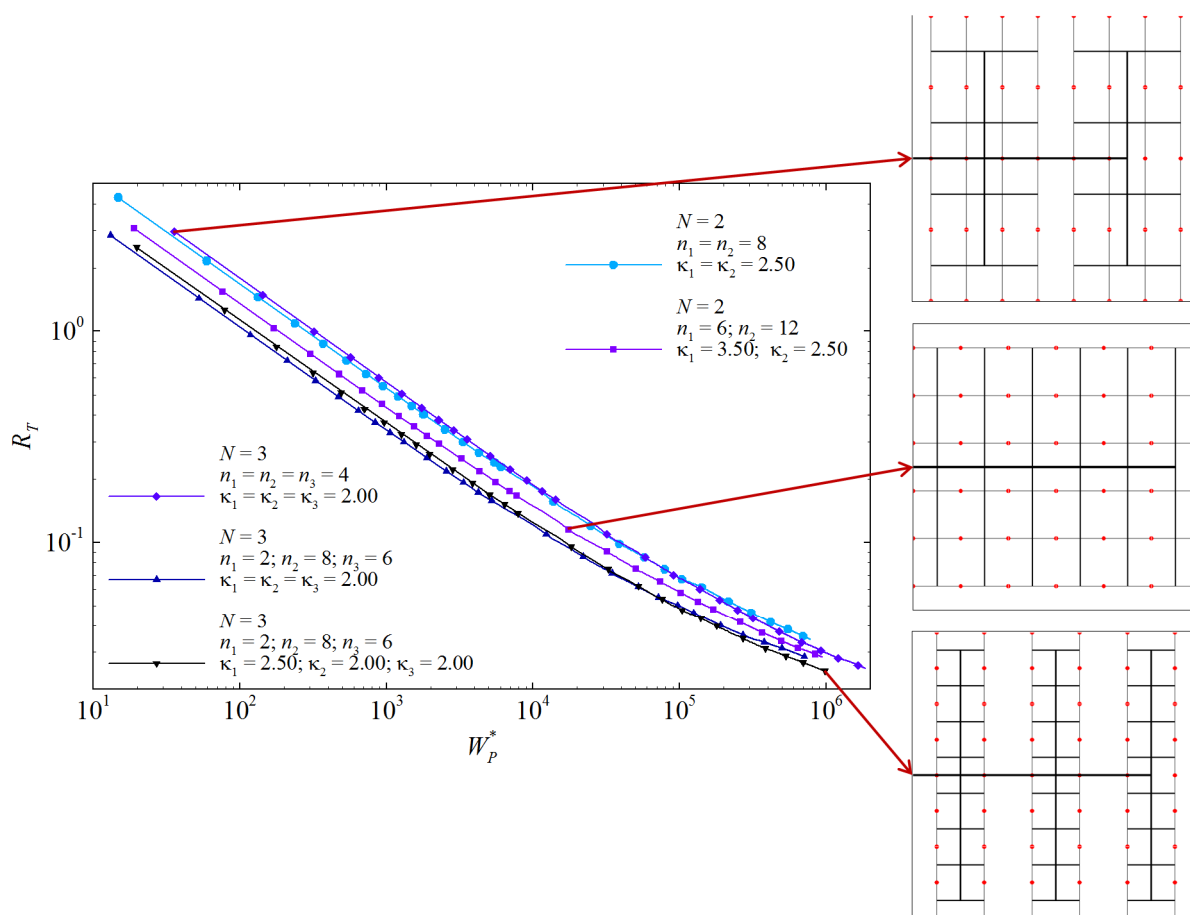


Figura 5.19. Curvas de desempenho de arquiteturas selecionadas com $N = 3$, demonstrando o procedimento seguido até a obtenção da arquitetura constructal ($n_1 = 2; n_2 = 8; n_3 = 6; \kappa_1 = 2,50; \kappa_2 = 2,00; \kappa_3 = 2,00$).

Na Figura 5.19 fica ainda mais evidente a robustez da arquitetura constructal com $N = 3$. A relaxação dos parâmetros κ_i causou uma queda de apenas 3% em R_T . Segundo Wechsato et. al. (2003), configurações complexas de escoamento otimizadas são robustas, pois uma configuração otimizada desempenha quase tão bem quanto uma configuração adjacente. Entretanto, a diminuição em R_T das arquiteturas constructais em relação às fractais foi de 15% em $N = 2$ e 29% em $N = 3$. As redes fractais possuem uma grande margem para melhoria, o que significa que não são robustas.

Tabela 5.2. Relações geométricas do volume elementar das arquiteturas exibidas na Figura 5.19.

arquitetura	$R_T (W_p^* = 10^5)$	H_0/L_0	$H_0^* = H_0 / L$	$D_{h,0}^* = D_{h,0} / L$
Fractal ($N = 3$)	0,0682	1,000	0,125	$3,700 \times 10^{-3}$
Fractal ($N = 2$)	0,0681	1,000	0,125	$2,139 \times 10^{-3}$
Constructal ($N = 2$)	0,0579	2,000	0,167	$1,497 \times 10^{-3}$
Constructal ($N = 3; \kappa_i = \kappa_i$)	0,0497	2,667	0,167	$3,472 \times 10^{-3}$
Constructal ($N = 3$)	0,0484	2,667	0,167	$3,518 \times 10^{-3}$

Considerando a arquitetura constructal ($n_1 = 2; n_2 = 8; n_3 = 6; \kappa_1 = 2,50; \kappa_2 = 2,00; \kappa_3 = 2,00$) ilustrada na Figura 5.19, uma breve análise sobre a hipótese de escoamento em desenvolvimento foi realizada. O percurso do escoamento é composto por quatro segmentos, correspondentes aos dutos com diâmetros $D_{h,3}, D_{h,2}, D_{h,1}$ e $D_{h,0}$. Constatou-se que a porção do comprimento dos dutos ocupada pela região de desenvolvimento do escoamento é de aproximadamente 63%, 22%, 9% e 3%, respectivamente, nos quatro segmentos. Considerando que o comprimento de desenvolvimento térmico é de aproximadamente dez vezes maior do que o comprimento de desenvolvimento hidrodinâmico, é seguro afirmar que as considerações de desenvolvimentos térmico e hidrodinâmico foram adequadas.

5.3 Constructal versus Fractal

Desde que os dissipadores de calor por redes de microcanais começaram a ser objetos de investigações analíticas (Pence, 2002), numéricas (Senn e Poulikakos,

2004) e experimentais (Haller et. al., 2009), os autores têm se concentrado nas redes fractais, aquelas com n_i e κ_i constantes em cada nível de ramificação. A teoria constructal, entretanto, propõe o aumento dos graus de liberdade das arquiteturas, para a geração de configurações que minimizam as resistências globais aos fluxos. Um artigo de Queiros-Conde et. al. (2007) demonstrou a superioridade das redes constructais em relação às fractais para escoamento radial em uma placa circular. A comparação entre os dois tipos de redes é particularmente importante no momento tecnológico atual, onde a fabricação e testes experimentais em redes de microcanais começam a ter viabilidade financeira e tecnológica, com enormes possibilidades de aplicações.

A Figura 5.20 apresenta uma comparação entre as curvas de desempenho da arquitetura constructal e de quatro arquiteturas fractais selecionadas, todas com $N = 3$. As razões entre diâmetros, κ_f , das arquiteturas fractais com $n_f = 4, 6$ e 8 são as ótimas para o regime operacional de $W_p^* = 10^5$. Além destas três arquiteturas, também se exhibe na Figura 5.20 a arquitetura bifurcada com razão entre diâmetros segundo a lei de Hess-Murray ($\kappa_f = D_{i+1}/D_i = 2^{1/3} \approx 1,26$). Esta arquitetura foi adotada na maioria absoluta das investigações experimentais sobre dissipadores de calor com redes de microcanais, conforme se mostrou nos Capítulos 1 e 2. Fica claro agora que esta é uma configuração que minimiza ΔP , tanto que tem desempenho superior à rede constructal para $R_T > 3 \times 10^{-1}$ ($W_p^* < 7 \times 10^2$). Porém, em aplicações com alta densidade de geração de energia deseja-se R_T muito menores do que esse. No presente trabalho, por exemplo, uma resistência térmica de 3×10^{-1} equivale a $\Delta T_{max} \approx 100$ K. A curva de desempenho da arquitetura bifurcada com $\kappa_f = 1,25$ perde inclinação muito rapidamente conforme se aumenta a potência de bombeamento. Em $W_p^* = 10^5$, esta arquitetura proporciona R_T 125% maior do que a arquitetura fractal ótima e 217% maior do que a arquitetura constructal. Portanto, se comparada às redes fractais ótimas ou constructais, a arquitetura bifurcada com κ_f segundo a lei de Hess-Murray não é uma configuração de alto desempenho para aplicações com alta densidade de geração de energia.

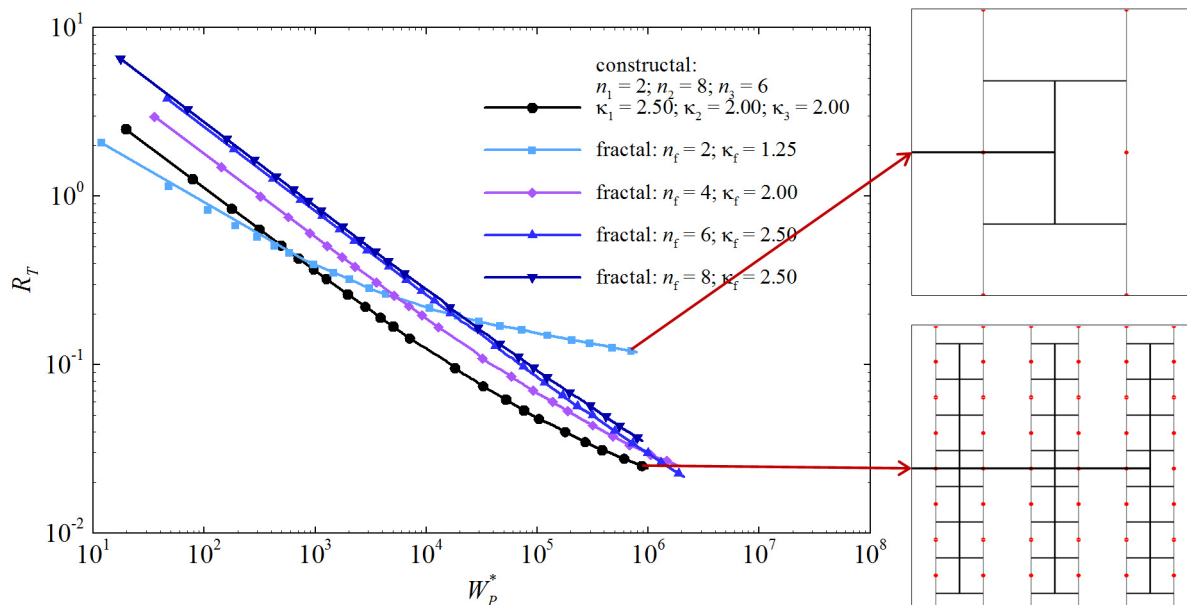


Figura 5.20. Curvas de desempenho de arquiteturas fractais com diferentes quantidades de ramificações (n_f) em relação à arquitetura constructal. Todas as arquiteturas com $N = 3$.

Uma curva dimensional de desempenho é mostrada na Figura 5.21. A temperatura de pico do dissipador, definida como $T_{pico} = T_0 + \Delta T_{max}$, em função da queda de pressão ΔP é apresentada para arquiteturas constructais com $N = 2$ e $N = 3$ e fractal ótima com $N = 3$, mostradas previamente na Figura 5.19. Além disso, exibe-se também a arquitetura ($n_l = 16; \kappa_l = 3,00$) com $N = 1$. Como medida de referência, os processadores CORE™ i7-5960X e i7-59xx da Intel® não devem ultrapassar 70 °C durante seu funcionamento para garantir a vida útil esperada do produto (Intel Corporation, 2014). Esta temperatura é atingida pela rede constructal com $N = 3$ em $\Delta P = 670$ mbar. A mesma temperatura de pico é atingida por uma rede constructal com $N = 2$ em $\Delta P = 950$ mbar. A arquitetura com $N = 1$, a qual é a mais parecida com a configuração de canais paralelos, atinge $T_{pico} = 70$ °C em 1380 mbar. O emprego da rede constructal com maior nível de ramificações permite uma economia significativa de energia.

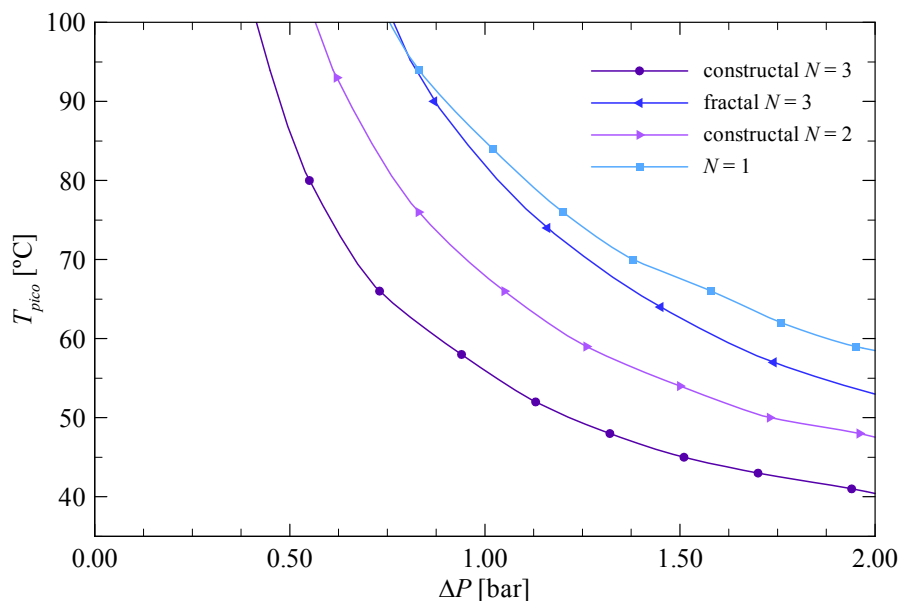


Figura 5.21. Temperatura de pico (T_{pico}) em função da queda de pressão (ΔP) para micro dissipadores com redes de microcanais selecionadas.

Mesmo que as redes fractais não sejam necessariamente robustas, ainda apresentam desempenho superior à configuração de canais paralelos, como pode ser inferido pela curva da arquitetura fractal ótima com $N = 2$ em relação à curva da arquitetura com $N = 1$ na Figura 5.21. Uma interessante oportunidade com arquiteturas fractais é sua relativa facilidade de otimização. Considerando o caso com três níveis de ramificação e parâmetros geométricos na faixa $2 \leq n_i \leq 20$, com passo de 2, e $1,00 \leq \kappa_i \leq 4,00$, com passo de 0,50, existem 110592 possíveis configurações da rede constructal contra apenas 48 da rede fractal. O fato de que a rede fractal ótima tem desempenho 30% menor do que a rede constructal abre caminho para um procedimento de determinação da arquitetura ótima sem envolver uma exaustiva busca direta, pois uma configuração fractal otimizada é uma excelente inicialização para um algoritmo heurístico de otimização da arquitetura constructal.

5.4 Síntese do Capítulo

Os resultados obtidos com a modelagem analítica-numérica desenvolvida no presente trabalho foram apresentados e discutidos neste capítulo. Ressalta-se que o custo computacional necessário para resolver o problema é relativamente baixo,

sendo da ordem de 1 segundo para cada caso, ou seja, para uma dada arquitetura e vazão mássica de entrada. A primeira parte da apresentação dos resultados foi focada na compreensão dos fundamentos da transferência de calor e do escoamento nas redes de microcanais. Observou-se uma característica de competição entre a queda de temperatura (ΔT) e a queda de pressão (ΔP), sendo que as arquiteturas que favorecem menor ΔT tendem para maiores razões entre diâmetros (κ_i), maiores quantidades de ramificação (n_i) e maiores níveis de ramificação (N). Por outro lado, as arquiteturas que favorecem menor ΔP tendem para menores κ_i , n_i e N .

O desempenho energético das arquiteturas foi analisado na segunda parte do trabalho, onde demonstrou-se que a escolha da arquitetura ideal depende do regime operacional. No sentido da miniaturização, espera-se uma condição operacional de maior densidade de geração de energia, o que corresponde a uma menor resistência térmica global (R_T). Neste caso, as arquiteturas que favorecem menor ΔT são as mais apropriadas. Na terceira parte deste capítulo foi evidenciada a superioridade de desempenho das arquiteturas constructais em relação às fractais. Embora as configurações fractais sejam mais fáceis de projetar, um decréscimo significativo de potência de bombeamento pode ser obtido pela liberdade de formas proporcionada pelas configurações constructais.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho um modelo analítico-numérico foi desenvolvido e empregado para calcular as quedas de temperatura e pressão em um dissipador de calor com redes de microcanais. As dimensões do micro dissipador são constantes, assim como o volume total dos dutos ocupados pelo fluido de refrigeração. As condições de contorno consideradas foram fluxo de calor e vazão mássica de abastecimento constantes. As variáveis geométricas investigadas na arquitetura de redes foram o nível de ramificação, a quantidade de ramificações em cada nível e a razão entre diâmetros hidráulicos em cada nível. Este estudo foi motivado pela constatação de que a grande maioria dos trabalhos experimentais sobre redes de microcanais para remoção de calor empregaram redes bifurcadas com razão de diâmetros segundo a lei de Hess-Murray.

O artigo de Bejan e Errera (2000) serviu de fundação para a análise realizada no presente trabalho. Os autores haviam previsto a necessidade de um procedimento numérico para a geração de redes na situação onde a forma do dissipador é fixada. Verificou-se no presente trabalho que a hipótese de volume elementar esbelto adotada por Bejan e Errera (2000) não produz arquiteturas com bom desempenho em regime de escoamento laminar, pois a não uniformidade do escoamento é muito elevada pela quantidade total de ramificações. Neste trabalho, a razão de aspecto do volume elementar convergiu para 2,667 em redes com três níveis de ramificação. Por outro lado a razão entre o diâmetro hidráulico e a altura do volume elementar convergiu para um valor relativamente pequeno, o que sustenta a hipótese de resistência térmica parede-fluido desprezível empregada por Bejan e Errera (2000) e Wechsato et. al. (2003).

Conforme observado por Lee et. al. (2013) a fabricação de microcanais com seções transversais cônicas ainda é uma barreira tecnológica, motivo pelo qual é importante investigar configurações que minimizam a não uniformidade do escoamento em redes de microcanais com seção transversal constante. Verificou-se neste trabalho que o aumento das razões entre diâmetros causa o desejado efeito de distribuir o escoamento com maior uniformidade. Além disso, foi observado que usando uma combinação adequada de razão entre diâmetros e quantidade de ramificações, mesmo em arquiteturas com três níveis de ramificação, a razão entre a

maior e a menor vazão mássica nos volumes elementares pode atingir valores da ordem da unidade.

As curvas de resistência térmica *versus* potência de bombeamento utilizadas na análise multi-objetiva das arquiteturas de redes revelaram uma interessante transição. Quando o regime operacional tende a potências de bombeamento menores, as arquiteturas que minimizam a queda de *pressão* fornecem melhor desempenho (menor resistência térmica). Por outro lado, quando o regime operacional tende a potências de bombeamento elevadas, as arquiteturas que minimizam a queda de *temperatura* têm melhor desempenho. Este resultado está em concordância com observações feitas por Wechsato et. al. (2003) para dissipadores de calor com forma circular. Ressalta-se que no trabalho dos autores citados, a transição entre as arquiteturas foi verificada mesmo com hipóteses de escoamento complementemente desenvolvido e resistência térmica parede-fluido desprezível.

Qualquer regime real de operação de um micro dissipador de calor está entre os limites ideais de arquiteturas que minimizam a queda de temperatura e que minimizam a queda de pressão. Nas aplicações de resfriamento de microeletrônicos, entretanto, a tendência é que as densidades de geração de energia continuem aumentando. Por este motivo foi realizado um procedimento de inspeção para identificar parâmetros geométricos que melhoram o desempenho de redes com elevada potência de bombeamento aplicada. Como já era esperado, o aumento nos graus de liberdade proporcionou arquiteturas com desempenhos cada vez melhores. O que se verificou no final deste procedimento de inspeção foi que o desempenho de uma estrutura complexa “otimizada” (por inspeção) era muito próxima de uma arquitetura adjacente, ou seja, aquela com parâmetros geométricos na vizinhança da arquitetura a qual se deseja comparar. Esta característica de robustez está documentada para diversas configurações arbóreas investigadas pela teoria constructal como redes vasculares, trocadores de calor contracorrente, e distribuição de água aquecida para uma vizinhança (Bejan e Lorente, 2008).

O principal objetivo deste trabalho foi avaliar quantitativamente o desempenho das arquiteturas constructais em relação às fractais, e assim fornecer um indicativo da viabilidade de cada uma. Ficou evidenciado que o desempenho das arquiteturas constructais é significativamente melhor do que o das fractais, com diminuição da resistência térmica em 15% para redes com dois níveis de ramificação, e 29% para

redes com três níveis de ramificação. A configuração de rede bifurcada com razão de diâmetros segundo a lei de Hess-Murray, utilizada em quase todos os trabalhos experimentais envolvendo redes de microcanais encontrados na revisão bibliográfica, apresentou uma resistência térmica global muito elevada em altas potências de bombeamento, o que a torna não indicada para aplicações com alta densidade de geração de energia. Convém destacar que uma rede fractal otimizada é uma excelente configuração de inicialização para um algoritmo heurístico de otimização de uma rede constructal.

A antecipação da chegada desta tecnologia ao mercado só pode ser conseguida com a realização e publicação de trabalhos experimentais. Dentre os objetos de estudos futuros sugere-se investigar o efeito das restrições de projeto, como o volume total de dutos e fluxo de calor dissipado, e o efeito da convecção com ebulição. Também é sugerido como trabalho futuro uma análise do efeito da remoção de calor por convecção dos dutos de abastecimento, que neste trabalho foram considerados isolados. A vascularização é um tema que pode levar a dissipação de calor em circuitos integrados a outro patamar de desempenho, através da montagem dos circuitos elétricos e hidráulicos em uma mesma matriz de silício. Neste caso seria oportuna uma investigação sobre construção de arquiteturas para a dissipação de energia em circuitos integrados com geração de calor não uniforme.

REFERÊNCIAS

- Arpaci, V. S. Conduction Heat Transfer. Boston: Addison-Wesley, 1996.
- Bahrami, M.; Yovanovich, M.; Culham, J. Pressure Drop of Fully Developed, Laminar Flow in Rough Microtubes. *Journal of Fluids Engineering*, v. 128, n. 3, p. 632, 2006.
- Bejan, A. Advanced engineering thermodynamics. 2. ed. New York: Wiley, 1997a.
- Bejan, A. Constructal tree network for fluid flow between a finite-size volume and one source or sink. *Revue Générale de Thermique*, v. 36, n. 8, p. 592-604, 1997b.
- Bejan, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 40, n. 4, p. 799-816, 1997d.
- Bejan, A. Convection heat transfer. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2013.
- Bejan, A. Shape and structure, from engineering to nature. New York: Cambridge University Press, 2000.
- Bejan, A. The tree of convective heat streams: its thermal insulation function and the predicted 3/4-power relation between body heat loss and body size. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 44, n. 4, p. 699-704, 2001.
- Bejan, A. Theory of organization in nature: pulsating physiological processes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 40, n. 9, p. 2097-2104, 1997c.
- Bejan, A.; Errera, M. Convective trees of fluid channels for volumetric cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, n. 17, p. 3105-3118, 2000.
- Bejan, A.; Errera, M. Deterministic Tree Networks for Fluid Flow: Geometry for Minimal Flow Resistance Between a Volume and One Point. *Fractals*, v. 05, n. 04, p. 685-695, 1997.
- Bejan, A.; Errera, M. Technology evolution, from the constructal law: heat transfer designs. *International Journal of Energy Research*, v. 39, n. 7, p. 919-928, 2015.

- Bejan, A.; Lorente, S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering. *J. Appl. Phys.*, v. 100, n. 4, p. 041301, 2006.
- Bejan, A.; Lorente, S. *Design with constructal theory*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 2008.
- Bejan, A.; Lorente, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. *Journal of Applied Physics*, v. 113, n. 15, p. 151301, 2013.
- Bejan, A.; Rocha, L.; Lorente, S. Thermodynamic optimization of geometry: T- and Y-shaped constructs of fluid streams. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 39, n. 9-11, p. 949-960, 2000.
- Bello-Ochende, T.; Meyer, J.; Ighalo, F. Combined Numerical Optimization and Constructal Theory for the Design of Microchannel Heat Sinks. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 58, n. 11, p. 882-899, 2010.
- Brackbill, T.; Kandlikar, S. Application of Lubrication Theory and Study of Roughness Pitch During Laminar, Transition, and Low Reynolds Number Turbulent Flow at Microscale. *Heat Transfer Engineering*, v. 31, n. 8, p. 635-645, 2010.
- Brent, R., *Algorithms for Minimization Without Derivatives*, Prentice-Hall, 1973.
- Bridgman, P. The Thermal Conductivity of Liquids under Pressure. *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, v. 59, n. 7, p. 141, 1923.
- Bucci, A.; Celata, G.P.; Cumo, M.; Serra, E.; Zummo, G. Water single-phase fluid flow and heat transfer in capillary tubes. In *ASME 2003 1st International Conference on Microchannels and Minichannels 2003 Jan 1* (pp. 319-326). American Society of Mechanical Engineers.
- Calame, J. P.; Park, D.; Bass, R.; Myers, R. E.; Safier, P. N. Investigation of hierarchically branched-microchannel coolers fabricated by deep reactive ion etching for electronics cooling applications. *Journal of Heat Transfer*, 131(5), 051401. 2009.
- Chen, Y.; Zhang, C.; Shi, M.; Yang, Y. Thermal and hydrodynamic characteristics of constructal tree-shaped minichannel heat sink. *AIChE Journal*, v. 56, n. 8, p. 2018-2029, 2010.

- Chen, Y.; Cheng, P. Heat transfer and pressure drop in fractal tree-like microchannel nets. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, n. 13, p. 2643-2648, 2002.
- Croce, G.; D'agaro, P.; Nonino, C. Three-dimensional roughness effect on microchannel heat transfer and pressure drop. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 50, n. 25-26, p. 5249-5259, 2007.
- Daguenet-Frick, X.; Bonjour, J.; Revellin, R. Constructal Microchannel Network for Flow Boiling in a Disc-Shaped Body. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, v. 33, n. 1, p. 115-126, 2010.
- Dai, B.; Li, M.; Ma, Y. Effect of surface roughness on liquid friction and transition characteristics in micro- and mini-channels. *Applied Thermal Engineering*, v. 67, n. 1-2, p. 283-293, 2014.
- Darrin, M.; Garrison, A.; Carkhuff, B.G.; Mehoke, T.S. Future trends in miniaturization for wireless applications. *Johns Hopkins APL technical digest*, v. 25, n. 4, p. 343-347, 2004.
- Escher, W.; Michel, B.; Poulikakos, D. Efficiency of optimized bifurcating tree-like and parallel microchannel networks in the cooling of electronics. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 52, n. 5-6, p. 1421-1430, 2009.
- Gamrat, G.; Favre-Marinet, M.; Asendrych, D. Numerical modelling of heat transfer in rectangular microchannels. *ASME 2004 2nd International Conference on Microchannels and Minichannels. Anais...American Society of Mechanical Engineers*, 2004. Acesso em: 10 set. 2015
- Gamrat, G.; Favre-Marinet, M.; Le Person, S. Modelling of roughness effects on heat transfer in thermally fully-developed laminar flows through microchannels. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 48, n. 12, p. 2203-2214, 2009.
- Ghaedamini, H.; Salimpour, M.; Mujumdar, A. The effect of sveltiness on the bifurcation angles role in pressure drop and flow uniformity of tree-shaped microchannels. *Applied Thermal Engineering*, v. 31, n. 5, p. 708-716, 2011.
- Ghodoossi, L. Thermal and hydrodynamic analysis of a fractal microchannel network. *Energy Conversion and Management*, v. 46, n. 5, p. 771-788, 2005.

- Haller, D.; Woias, P.; Kockmann, N. Simulation and experimental investigation of pressure loss and heat transfer in microchannel networks containing bends and T-junctions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 52, n. 11-12, p. 2678-2689, 2009.
- Hahn, D. W.; M. N. Ozisik. *Heat conduction*. 3 ed.; New Jersey: John Wiley & Sons, 2012.
- Harirchian, T.; Garimella, S. Effects of channel dimension, heat flux, and mass flux on flow boiling regimes in microchannels. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 35, n. 4, p. 349-362, 2009.
- Hart, R.; da Silva, A. Experimental thermal-hydraulic evaluation of constructal microfluidic structures under fully constrained conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 54, n. 15-16, p. 3661-3671, 2011.
- Hartnett, J.; Koh, J.; McComas, S. A Comparison of Predicted and Measured Friction Factors for Turbulent Flow Through Rectangular Ducts. *J. Heat Transfer*, v. 84, n. 1, p. 82, 1962.
- Hess, W. Das Prinzip des kleinsten Kraftverbrauches im Dienste hämodynamischer Forschung *Archiv für Anatomie und Physiologie. Physiologische Abteilung*, 1914.
- Heymann, D.; Pence, D.; Narayanan, V. Optimization of fractal-like branching microchannel heat sinks for single-phase flows. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 49, n. 8, p. 1383-1393, 2010.
- Hong, F. J.; Cheng, P.; Ge, H.; Joo, G. T. Conjugate heat transfer in fractal-shaped microchannel network heat sink for integrated microelectronic cooling application. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 50, n. 25-26, p. 4986-4998, 2007.
- Intel Corporation. Intel® Core™ i7 Processor Family for the LGA2011-3 Socket: Thermal/Mechanical Specification and Design Guide (TMSDG). 2014. 57p.
- Judy, J.; Maynes, D.; Webb, B. Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, n. 17, p. 3477-3489, 2002.
- Kandlikar, S.G.; Schmitt, D.; Carrano, A.L.; Taylor, J.B. Characterization of surface roughness effects on pressure drop in single-phase flow in minichannels. *Physics of Fluids*, v. 17, n. 10, p. 100606, 2005b.

- Kandlikar, S.; Garimella, S.; Li, D.; Colin, S.; King, M.R. Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels. Burlington: Elsevier, 2005a.
- Kandlikar, S.G.; Colin, S.; Peles, Y.; Garimella, S.; Pease, R.F.; Brandner, J.J.; Tuckerman, D.B. Heat Transfer in Microchannels - 2012 Status and Research Needs. *J. Heat Transfer*, v. 135, n. 9, p. 091001, 2013.
- Kandlikar, S. History, Advances, and Challenges in Liquid Flow and Flow Boiling Heat Transfer in Microchannels: A Critical Review. *J. Heat Transfer*, v. 134, n. 3, p. 034001, 2012.
- Kandlikar, S.; Joshi, S.; Tian, S. Effect of Surface Roughness on Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics at Low Reynolds Numbers in Small Diameter Tubes. *Heat Transfer Engineering*, v. 24, n. 3, p. 4-16, 2003.
- Karniadakis, G.; Beskok, A.; Aluru, N. *Microflows and nanoflows*. New York, NY: Springer, 2005.
- Kleinstreuer, C.; Koo, J. Computational Analysis of Wall Roughness Effects for Liquid Flow in Micro-Conduits. *Journal of Fluids Engineering*, v. 126, n. 1, p. 1, 2004.
- Lee, P.; Garimella, S. Thermally developing flow and heat transfer in rectangular microchannels of different aspect ratios. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, n. 17-18, p. 3060-3067, 2006.
- Lee, P.; Garimella, S.; Liu, D. Investigation of heat transfer in rectangular microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 9, p. 1688-1704, 2005.
- Li, Z. Experimental study on flow characteristics of liquid in circular microtubes. *Microscale Thermophysical Engineering*, v. 7, n. 3, p. 253-265, 2003.
- Lin, T.; Kandlikar, S. A Theoretical Model for Axial Heat Conduction Effects During Single-Phase Flow in Microchannels. *J. Heat Transfer*, v. 134, n. 2, p. 020902, 2012a.
- Lin, T.; Kandlikar, S. An Experimental Investigation of Structured Roughness Effect on Heat Transfer During Single-Phase Liquid Flow at Microscale. *J. Heat Transfer*, v. 134, n. 10, p. 101701, 2012b.
- Mandelbrot, B. *The fractal geometry of nature*. New York: W.H. Freeman, 1983.

- Maranzana, G.; Perry, I.; Maillet, D. Mini- and micro-channels: influence of axial conduction in the walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 47, n. 17-18, p. 3993-4004, 2004.
- McKeeman, William Marshall. Algorithm 145: Adaptive numerical integration by Simpson's rule. *Communications of the ACM*, v. 5, n. 12, p. 604, 1962.
- Mohiuddin Mala, G.; Li, D. Flow characteristics of water in microtubes. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 20, n. 2, p. 142-148, 1999.
- Moody, L. Friction factors for pipe flow. *Trans. Asme*, v. 66, n. 8, p. 671-684, 1944.
- Morimoto, C. Entendendo a Lei de Moore. Disponível em: <<http://www.hardware.com.br/artigos/lei-moore/>>. Acesso em: 10 set. 2015.
- Murray, C. The Physiological Principle of Minimum Work: I. The Vascular System and the Cost of Blood Volume. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 12, n. 3, p. 207-214, 1926.
- Muzychka, Y.; Yovanovich, M. Laminar Forced Convection Heat Transfer in the Combined Entry Region of Non-Circular Ducts. *J. Heat Transfer*, v. 126, n. 1, p. 54, 2004.
- Muzychka, Y.; Yovanovich, M. Modeling friction factors in non-circular ducts for developing laminar flow. *Theoretical Fluid Mechanics Meeting. Anais...AIAA Paper*, 1998. Acesso em: 10 set. 2015
- Narasimha, R.; Sreenivasan, K. *Advances in applied mechanics*. Amsterdam: Elsevier, 1979.
- O'Brien, C. Global gadget spending projected to hit \$1.1 trillion in 2013. Disponível em: <<http://articles.latimes.com/2013/jan/06/business/la-fi-tn-ces-global-gadget-spending-projected-to-hit-11-trillion-in-2013-maybe-20130106>>. Acesso em: 10 set. 2015.
- Panton, R. *Incompressible Flow*. 4. ed. [s.l.] Wiley, 2013. p. 772-826.
- Pence, D. Reduced pumping power and wall temperature in microchannel heat sinks with fractal-like branching channel networks. *Microscale Thermophysical Engineering*, v. 6, n. 4, p. 319-330, 2002.

- Pence, D. The simplicity of fractal-like flow networks for effective heat and mass transport. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 34, n. 4, p. 474-486, 2010.
- Phillips, R. Forced convection, liquid cooled, microchannel heat sinks. MS Thesis, [s.l.] Massachusetts Institute of Technology, 1987.
- Probstein, R. *Physicochemical hydrodynamics : an introduction*. 2. ed. New York: Wiley, 1994.
- Qu, W.; Mudawar, I. Experimental and numerical study of pressure drop and heat transfer in a single-phase micro-channel heat sink. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, n. 12, p. 2549-2565, 2002.
- Queiros-Conde, D.; Bonjour, J.; Wechsato, W.; Bejan, A. Parabolic scaling of tree-shaped constructal network. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 384, n. 2, p. 719-724, 2007.
- Revellin, R.; Thome, J.R.; Bejan, A.; Bonjour, J. Constructal tree-shaped microchannel networks for maximizing the saturated critical heat flux. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 48, n. 2, p. 342-352, 2009.
- Schmitt, D.; Kandlikar, S. Effects of Repeating Microstructures on Pressure Drop in Rectangular Minichannels. *ASME 3rd International Conference on Microchannels and Minichannels, Parts A and B*, 2005.
- Senn, S.; Poulikakos, D. Laminar mixing, heat transfer and pressure drop in tree-like microchannel nets and their application for thermal management in polymer electrolyte fuel cells. *Journal of Power Sources*, v. 130, n. 1-2, p. 178-191, 2004.
- Shah, R.; London, A. *Laminar flow forced convection in ducts*. New York: Academic Press, 1978.
- Sharp, K.; Adrian, R.J.; Santiago, J.G.; Molho, J.I. Liquid flows in microchannels. In: Gad-EI-Hak, M. *The MEMS Handbook*. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- Sharp, K.; Adrian, R. Transition from laminar to turbulent flow in liquid filled microtubes. *Exp Fluids*, v. 38, n. 1, p. 132-132, 2004.
- Srinivasan, S.; Al-Suwaidi, S.; Sadr, R. Design of a Mini Heat Sink Based on Constructal Theory for Electronic Chip Cooling. *ASME 2014 12th*

- International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels, 2014.
- Steinke, M.; Kandlikar, S. Single-phase liquid friction factors in microchannels. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 45, n. 11, p. 1073-1083, 2006b.
- Steinke, M.; Kandlikar, S. Single-Phase Liquid Heat Transfer in Plain and Enhanced Microchannels. ASME 4th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels, Parts A and B, 2006a.
- Stineman, R.W. A consistently well-behaved method of interpolation. *Creative Computing*, 54–57, 1980.
- Stone, A. J. *The Theory of Intermolecular Forces*. Cambridge: Oxford University Press, 1996.
- Tuckerman, D.; Pease, R. High-performance heat sinking for VLSI. *IEEE Electron Device Lett.*, v. 2, n. 5, p. 126-129, 1981.
- Vieira, E. A Lei de Moore é para sempre?. Disponível em: <http://www.elenilsonvieira.com.br/a-lei-de-moore-e-para-sempre/>. Acesso em: 10 set. 2015.
- Wang, X.Q.; Xu, P.; Mujumdar, A.S.; Yap, C. Flow and thermal characteristics of offset branching network. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 49, n. 2, p. 272-280, 2010.
- Wang, X.; Mujumdar, A.; Yap, C. Numerical Analysis of Blockage and Optimization of Heat Transfer Performance of Fractal-like Microchannel Nets. *Journal of Electronic Packaging*, v. 128, n. 1, p. 38, 2006.
- Wang, X.; Mujumdar, A.; Yap, C. Thermal characteristics of tree-shaped microchannel nets for cooling of a rectangular heat sink. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 45, n. 11, p. 1103-1112, 2006.
- Wechsato, W.; Lorente, S.; Bejan, A. Dendritic heat convection on a disc. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 46, n. 23, p. 4381-4391, 2003.
- Wechsato, W.; Lorente, S.; Bejan, A. Optimal tree-shaped networks for fluid flow in a disc-shaped body. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, n. 25, p. 4911-4924, 2002.

- West, G.; Brown, J.; Enquist, B. A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology. *Science*, v. 276, n. 5309, p. 122-126, 1997.
- White, F. M. *Viscous fluid flow*. 2. ed. New York: Mcgraw-hill, 1991.
- Xu, P.; Wang, X.Q.; Mujumdar, A.S.; Yap, C.; Yu, B.M. Thermal characteristics of tree-shaped microchannel nets with/without loops. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 48, n. 11, p. 2139-2147, 2009.
- Yu, X.F.; Zhang, C.P.; Teng, J.T.; Huang, S.Y.; Jin, S.P.; Lian, Y.F.; Cheng, C.H.; Xu, T.T.; Chu, J.C.; Chang, Y.J.; Dang, T. A study on the hydraulic and thermal characteristics in fractal tree-like microchannels by numerical and experimental methods. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, n. 25-26, p. 7499-7507, 2012.
- Zamfirescu, C.; Bejan, A. Constructal tree-shaped two-phase flow for cooling a surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 46, n. 15, p. 2785-2797, 2003.
- Zhang, C.P.; Lian, Y.F.; Hsu, C.H.; Teng, J.T.; Liu, S.; Chang, Y.J.; Greif, R. Investigations of thermal and flow behavior of bifurcations and bends in fractal-like microchannel networks: Secondary flow and recirculation flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 85, p. 723-731, 2015.
- Zhang, C.P.; Lian, Y.F.; Yu, X.F.; Liu, W.; Teng, J.T.; Xu, T.T.; HSU, C.H.; Chang, Y.J.; Greif, R. Numerical and experimental studies on laminar hydrodynamic and thermal characteristics in fractal-like microchannel networks. Part A: Comparisons of two numerical analysis methods on friction factor and Nusselt number. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 66, p. 930-938, 2013a.
- Zhang, C.P.; Lian, Y.F.; Yu, X.F.; Liu, W.; Teng, J.T.; Xu, T.T.; HSU, C.H.; Chang, Y.J.; Greif, R. Numerical and experimental studies on laminar hydrodynamic and thermal characteristics in fractal-like microchannel networks. Part B: Investigations on the performances of pressure drop and heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 66, p. 939-947, 2013b.

APÊNDICE A – SOLUÇÃO ANALÍTICA DA DIFUSÃO DE CALOR NO VOLUME ELEMENTAR

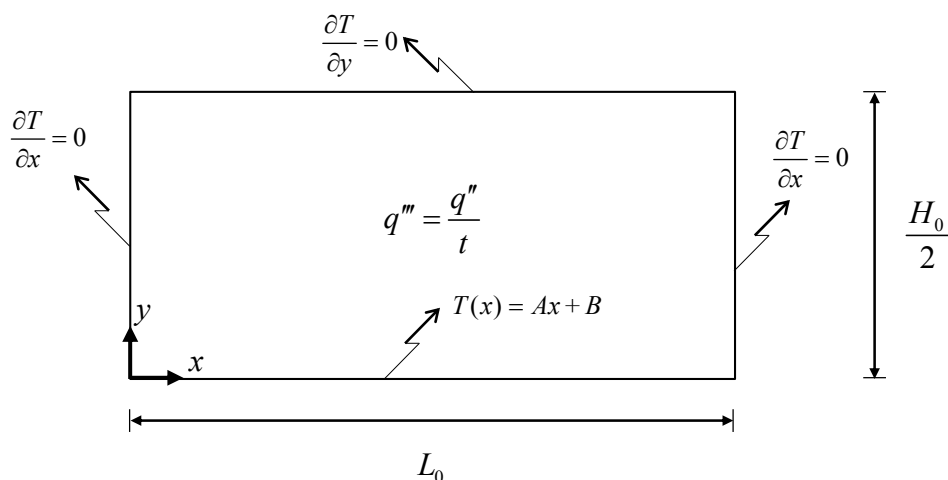


Figura A.1. Domínio físico e condições de contorno da difusão bidimensional de calor no volume elementar.

O domínio físico e as condições de contorno do problema da difusão de calor no volume elementar estão representados na Figura A.1, onde a fronteira em $y = 0$ coincide com a interface parede-fluido. Admite-se que a espessura do micro dissipador (t) é muito delgada, tal que a taxa de geração de energia (q''') é igual ao fluxo de calor na base (q'') dividido por t . A equação de difusão de calor no sólido com condutividade térmica constante k_0 é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q''}{tk_0} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Usando o método de superposição, a Eq. (A.1) é dividida em uma equação diferencial parcial (EDP) homogênea e uma equação diferencial ordinária (EDO) não homogênea (Hahn e Ozisik, 2012):

$$T(x, y) = \Psi(x, y) + \phi(y) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{q''}{tk_0} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Com as condições de contorno de fronteiras adiabáticas (exceto na fronteira em $y = 0$):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H_0/2} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_{y=H_0/2} + \underbrace{\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=H_0/2}}_{=0} = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\text{logo, } \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_{y=H_0/2} = 0 \quad (\text{I})$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0, L_0} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_{x=0} + \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_{x=L_0} = 0 \quad (\text{II}), (\text{III}) \quad (\text{A.6})$$

$$T(x, 0) = \Psi(x, 0) + \underbrace{\phi(0)}_{=0} = T(x) \quad (\text{A.7})$$

$$\text{logo, } \Psi(x, 0) = T(x) \quad (\text{IV})$$

A equação diferencial ordinária é a Eq. (A.4) e suas condições de contorno são:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=H_0/2} = \phi(0) = 0 \quad (\text{A.8})$$

Integrando duas vezes e aplicando as condições da Eq. (A.8) obtém-se:

$$\phi(y) = \frac{q'' H_0^2}{2tk_0} \left[\frac{y}{H_0} - \left(\frac{y}{H_0} \right)^2 \right] \quad (\text{A.9})$$

A equação diferencial parcial é a Eq. (A.3) e suas condições de contorno são as Eqs. (A.5) - (A.7). Separam-se as variáveis por:

$$\Psi(x, y) = X(x)Y(y) \quad (\text{A.10})$$

Substituindo na Eq. (A.3) e dividindo por XY :

$$-\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} \quad (\text{A.11})$$

Esta relação só é válida se ambos os lados da igualdade forem iguais à uma constante, por exemplo, λ^2 . Esta constante é chamada de constante de separação (Hahn e Ozisik, 2012). Começando por x :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \lambda^2 X = 0 \quad (\text{A.12})$$

A solução geral desta EDO é:

$$X(x) = C_1 \cos(\lambda x) + C_2 \sin(\lambda x) \quad (\text{A.13})$$

Sabendo que $\partial X/\partial x = 0$ em $x = 0$, tem-se que $C_2 = 0$. Sabendo que $\partial X/\partial x = 0$ em $x = L_0$:

$$-C_1 \lambda \sin(\lambda L_0) = 0 \quad (\text{A.14})$$

o que só é válido para:

$$\lambda_n = \frac{\pi n}{L_0} ; n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.15})$$

Na EDO para y :

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} - \lambda^2 Y = 0 \quad (\text{A.16})$$

A solução geral é:

$$Y(y) = C_3 e^{\lambda y} + C_4 e^{-\lambda y} \quad (\text{A.17})$$

Sabendo que $\partial Y/\partial y = 0$ em $y = H_0/2$, tem-se $C_3 = C_4 e^{-H_0 \lambda}$, fazendo com que:

$$Y(y) = C_4 \left(e^{(y-H_0)\lambda_n} + e^{-y\lambda_n} \right) \quad (\text{A.18})$$

O produto das soluções segundo a Eq. (A.10) forma:

$$\Psi(x, y) = C_n \cos(\lambda_n x) \left(e^{(y-H_0)\lambda_n} + e^{-y\lambda_n} \right) ; n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.19})$$

O somatório gerado pelos infinitos n é separado em dois termos por conveniência:

$$\Psi(x, y) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\lambda_n x) \left(e^{(y-H_0)\lambda_n} + e^{-y\lambda_n} \right) \quad (\text{A.20})$$

Os coeficientes C_0 e C_n são determinados pela condição de contorno restante $T = T(x)$ em $y = 0$.

$$\Psi(x,0) = T(x) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\lambda_n x) (e^{-H_0 \lambda_n} + 1) \quad (\text{A.21})$$

Segundo Arpaci (1966):

$$C_0 = \frac{\int_0^{L_0} T(x) dx}{\int_0^{L_0} dx} = \frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} T(x) dx \quad (\text{A.22})$$

$$(e^{-H_0 \lambda_n} + 1) C_n = \frac{\int_0^{L_0} T(x) \cos(\lambda_n x) dx}{\int_0^{L_0} \cos^2(\lambda_n x) dx} \quad (\text{A.23})$$

Conforme explicado na seção 4.4, o perfil de temperatura na fronteira em $y = 0$ é linear:

$$T(x) = Ax + B \quad (\text{A.24})$$

onde

$$A = \frac{q_s'' D_h (a / D_h Re Pr)}{k_f} + \frac{q_s'' P}{\dot{m}_0 c_p} \quad (\text{A.25})$$

e

$$B = \frac{q_s'' D_h b}{k_f} + T_0 \quad (\text{A.26})$$

Deste modo a solução das integrais das Eqs. (A.22) e (A.23) fica:

$$C_0 = \frac{AL_0}{2} + B \quad (\text{A.27})$$

e

$$C_n = \frac{2AL_0}{\pi^2} \left[\frac{\cos(\pi n) - 1}{n^2 (e^{-H_0 \lambda_n} + 1)} \right] \quad (\text{A.28})$$

Finalmente, a solução para o campo de temperatura $T(x,y)$ no sólido é:

$$T(x, y) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\lambda_n x) \left(e^{(y-H_0)\lambda_n} + e^{-y\lambda_n} \right) + \frac{q'' H_0^2}{2tk_0} \left[\frac{y}{H_0} - \left(\frac{y}{H_0} \right)^2 \right] \quad (\text{A.29})$$

A expressão resultante é usada para calcular a máxima queda de temperatura no volume elementar, que ocorre entre o ponto $(x = L_0, y = H_0/2)$ e a entrada do microcanal, onde a temperatura é T_0 .