

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
ESPECIALIZAÇÃO EM PRÁTICAS EDUCACIONAIS EM CIÊNCIAS E EM  
PLURALIDADE**

**CLAUDIONOR ALVES DA SANTA ROSA**

**EXPRESSÕES ARITMÉTICAS: DIFICULDADES ENCONTRADAS  
ENTRE ALUNOS INGRESSANTES NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO  
MÉDIO DA ESCOLA TÉCNICA GUARACY SILVEIRA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**SÃO PAULO  
2020**

**CLAUDIONOR ALVES DA SANTA ROSA**

**EXPRESSÕES ARITMÉTICAS: DIFICULDADES ENCONTRADAS  
ENTRE ALUNOS INGRESSANTES NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO  
MÉDIO DA ESCOLA TÉCNICA GUARACY SILVEIRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Especialista (Especialização em Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Dois Vizinhos.

Orientador: Prof. Me. Braian Lucas Camargo Almeida

**SÃO PAULO  
2020**



---

## FOLHA DE APROVAÇÃO (FORNECIDA PELA SECRETARIA DO CURSO)

- Não utilizar este modelo -

Elemento obrigatório nos TCCs, monografias, dissertações e teses, sendo constituída pelos seguintes elementos:

- o nome do autor do trabalho;
- título;
- subtítulo (se houver);
- natureza, objetivo, nome da instituição, área de concentração, data de aprovação, nome e titulação dos componentes da banca examinadora e instituições a que pertencem.

a) Não será aceita outra Folha de Aprovação que não a fornecida pelo Secretaria do Curso.

b) Na versão eletrônica (arquivo .pdf) a Folha de Aprovação deverá ser reproduzida igual a original e inserida no trabalho, porém as assinaturas dos membros da banca deverão ser suprimidas.

- na versão eletrônica inserir esta nota abaixo –

- A Folha de Aprovação assinada encontra-se arquivada na Secretaria Acadêmica -

Dedico este trabalho aos meus pais.

*(in memoriam)*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Prof. Me. Braian Lucas Camargo Almeida, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória.

Ao Professor Mauricio Capuzzo, da Escola Técnica Guaracy Silveira, pela relevante colaboração dada a este trabalho.

A Secretaria do Curso, pela cooperação.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná pela oportunidade.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

“Uma palavra que não representa uma ideia é uma coisa morta, da mesma forma que uma ideia não incorporada em palavras não passa de uma sombra.”

Lev Vygotsky (1896 – 1934)

## RESUMO

SANTA ROSA, Claudionor Alves da. **Expressões aritméticas: dificuldades encontradas entre alunos ingressantes no primeiro ano do ensino médio da escola técnica Guaracy Silveira**. 2020. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Especialização em Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Dois Vizinhos, 2020.

Esta pesquisa tem por objetivo identificar nos alunos ingressantes no 1º ano do Ensino Técnico Integrado ao Médio, da Escola Técnica Guaracy Silveira, as dificuldades em aproveitar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental na resolução de expressões aritméticas, aplicando o processo de desenvolvimento de competências e habilidades, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para a unidade temática “Números”. A metodologia utilizada foi por Levantamento, no qual as informações obtidas foram por instrumento de coleta de dados através de atividade individual na resolução de um único Exercício de expressões aritméticas. O Exercício foi dividido em seis fases: Fase 0 (zero), Fase 1, Fase 2, Fase 3, Fase 4 e Fase 5 e para resolvê-lo, são necessárias as competências e habilidades adquiridas ao longo do Ensino Fundamental. Apesar dos alunos ingressantes no 1º ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio da Escola Técnica Guaracy Silveira realizarem uma prova de admissão (vestibulinho), 78% dos alunos têm dificuldades na resolução de expressões aritméticas, suas relações a partir de diferentes significados, assim como a aplicação de operações básicas e fundamentais que envolvam números naturais, números racionais e procedimentos de cálculo mental e escrito, o que dificulta o desenvolvimento de habilidades e competências na resolução de situações-problema, não somente no cotidiano da sala de aula, mas também fora da escola. Uma das percepções deste trabalho, e o que se torna ainda mais preocupante, é a situação cultural e social em que os alunos, pais e responsáveis estão inseridos. Destes últimos, alguns não demonstram uma real preocupação no desenvolvimento das potencialidades de aprendizagem de seus filhos, pois o não estudar, ser promovido para o ano seguinte, sem o desenvolvimento de habilidades, está se tornando algo cultural, aceito pelos pais, se enraizando na sociedade, tornando-se um fenômeno social coletivo.

**Palavras-chave:** Ensino Médio. Expressões Aritméticas. Desenvolvimento de habilidades e competências. Má Formação no Ensino Fundamental. Guaracy Silveira.

## ABSTRACT

SANTA ROSA, Claudionor Alves da. **Expressões aritméticas: dificuldades encontradas entre alunos ingressantes no primeiro ano do ensino médio da escola técnica Guaracy Silveira**. 2020. 59 f. Work of Conclusion Course (Especialização em Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Dois Vizinhos , 2020.

This research has as objective to identify the students entering the 1st year of Technical Education Integrated to High School, from the Technical School Guaracy Silveira, the difficulties in taking advantage of the knowledge acquired in Elementary School in solving arithmetic expressions, applying the process of developing competencies and skills, of according to the National Common Curricular Base (BNCC), for the thematic unit “Numbers”. The methodology used was by Survey, in which the information obtained was a data collection instrument through individual activity in the resolution of a single Exercise of arithmetic expressions. The Exercise was divided into six phases: Phase 0 (zero), Phase 1, Phase 2, Phase 3, Phase 4 and Phase 5 and to solve it, the competences and skills acquired during Elementary School are required. Although students entering the 1st year of Technical Education Integrated to High School at Escola Técnica Guaracy Silveira take an admission test, 78% of students have difficulties in solving arithmetic expressions, their relations from different meanings, as well as the application of basic and fundamental operations involving natural numbers, rational numbers and mental and written calculation procedures, which makes it difficult to develop skills and competencies in solving problem situations, not only in the classroom, but also outside from school. One of the perceptions of this work, and what is even more worrying, is the cultural and social situation in which students, parents and guardians are inserted. Of the latter, some do not show a real concern in the development of their children's learning potential, since not studying, being promoted to the next year without developing skills is becoming something culturally accepted by parents, taking root in society, becoming a collective social phenomenon.

**Keywords:** High School. Arithmetic Expressions. Development of skills and competences. Poor training in elementary school. Guaracy Silveira.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Hierarquização das categorias numéricas .....	26
Figura 2 - Cartelas das Expressões Numéricas .....	30
Figura 3 - Jogo de Cartas dos 40 pontos .....	31
Figura 4 – Tabuleiro, 4 dados, 12 marcadores pretos e 1 marcador branco .....	32
Figura 5 – Fichas do Jogo Perdas e Ganhos .....	33
Figura 6 - Fotos dos alunos jogando .....	33
Gráfico 1 - Ideb e metas dos anos finais do Ensino Fundamental .....	25
Quadro 1 – Ideb dos anos finais do Ensino Fundamental .....	24
Quadro 2 – Habilidades necessárias para cada fase do exercício .....	42
Quadro 3 – Quadro de conteúdos do 6º ano .....	43
Quadro 4 – Quadro de conteúdos do 7º ano .....	43
Quadro 5 – Quadro de conteúdos do 8º ano .....	44
Gráfico 2 – Porcentagens de alunos que resolveram o exercício até determinada fase .....	45

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2 OBJETIVOS</b> .....	14
2.1 OBJETIVO GERAL .....	14
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	14
<b>3 JUSTIFICATIVA</b> .....	15
<b>4 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	16
4.1 BNCC E OS OBJETIVOS DO CONHECIMENTO, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES .....	16
4.2 DIFICULDADES MATEMÁTICAS DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO MÉDIO .....	19
4.3 O PROCESSO COGNITIVO DA CRIANÇA E OS NÚMEROS .....	22
4.4 EVOLUÇÃO DO APRENDIZADO EM MATEMÁTICA DOS ALUNOS NO ENSINO FUNDAMENTAL .....	24
4.5 EXPRESSÕES ARITMÉTICAS .....	26
4.6 JOGOS: ATIVIDADES LÚDICAS PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ARITMÉTICAS .....	29
4.7 USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ARITMÉTICAS .....	34
<b>5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	37
<b>6 ANÁLISE E RESULTADOS</b> .....	39
6.1 HABILIDADES E COMPETÊNCIAS ESPERADAS EM CADA FASE .....	40
6.2 CONTEÚDOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II A SEREM APLICADOS .....	42
6.3 RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DO EXERCÍCIO .....	44
<b>7 CONCLUSÕES</b> .....	48
<b>8 REFERÊNCIAS</b> .....	51
<b>ANEXO I</b> - Competências e habilidades (respectivamente) para a temática “Números” de acordo com a BNCC .....	55

## 1 INTRODUÇÃO

Para que os seres humanos se comuniquem e expressem suas ideias, há diferentes modos de linguagens: verbal, matemática, gráfica, plástica e até mesmo corporal. Entre essas linguagens, a matemática desempenha papel decisivo no cotidiano das pessoas, uma vez que permite resolver problemas da vida diária. No mundo do trabalho é aplicada e utilizada como estrutura para a edificação de conhecimentos em outras áreas curriculares, “além de interferir na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo das pessoas” (BRASIL, 1997), e de servir como instrumento para o desenvolvimento tecnológico em várias áreas das ciências.

Conforme Pea (1987), as atividades de matemática “estão se expandido de uma variedade muito significativa, com grande disponibilidade de ferramentas que simplificam cálculos numéricos, gráficos e modelagem, e muitas das operações mentais envolvidas no pensamento matemático”. Isto é observado pelos instrumentos tecnológicos atuais, como calculadoras, computadores e softwares que simulam e modela dados e gráficos, deixando o trabalho árduo de lembrar e praticar algoritmos pesados para selecionar programas de computador apropriados.

No entanto, observa-se que a matemática segue seu desenvolvimento nos meios eletrônicos e digitais, mas isso não está ocorrendo efetivamente em alguns meios acadêmicos que dariam suporte para aos alunos expressarem suas ideias a partir da matemática. Conforme INEP (2019), “68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de matemática, o mínimo para o exercício pleno da cidadania.”

É, portanto, em termos de equilíbrio que vamos descrever a evolução da criança e do adolescente. Desde ponto de vista, o desenvolvimento mental é uma construção contínua, comparável à edificação de um grande prédio que, à medida que se acrescenta algo, ficará mais sólido, ou à montagem de um mecanismo delicado, cujas fases gradativas de ajustamento conduziram a uma flexibilidade e uma mobilidade das peças tanto maiores quanto mais estável se tornasse o equilíbrio. Mas, é preciso introduzir uma importante diferença entre dois aspectos complementares deste processo de equilíbrio. Devem-se opor, desde logo, as estruturas variáveis – definindo as formas ou estados sucessivos de equilíbrio – a um certo funcionamento constante que assegura a passagem de qualquer estado para o nível seguinte. (Piaget, 1999).

Para que o aluno tenha a compreensão de novos problemas, é necessário o domínio de conhecimentos anteriores que venham a dar suporte para resolvê-los e assim adquirir novos conhecimentos e alcançar sua compreensão e domínio. Para isso, é necessário que se adquira cada vez mais novas habilidades, isto é, saber fazer o antes e na sequência o depois, e assim resolver problemas futuros, o que dará suporte ao desenvolvimento de novas habilidades.

As habilidades permitem inferir o nível em que os alunos dominam as competências cognitivas. Compreendem-se por competências cognitivas as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, o grupo de ações e operações mentais que o indivíduo usa para constituir relações com ele e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas que pretende conhecer (INEP, 2000).

As competências cognitivas exprimem o melhor que um aluno pode fazer em uma circunstância de prova ou avaliação, habilidades estas desenvolvidas durante o período do ano letivo, no cotidiano da sala de aula e segundo as diversas situações indicadas pelo Professor. São vários aspectos cognitivos em jogo: saber inferir, atribuir sentido, articular partes e o todo, excluir, comparar, observar, identificar, tomar decisões, reconhecer, fazer correspondências (SÃO PAULO, 2009).

A matemática é essencialmente uma ciência hipotético-dedutiva, ao testar teorias por meio de hipóteses, uma vez que suas demonstrações se sustentam em sistemas de axiomas. Mas, é importante considerar o papel heurístico cujo objetivo é encontrar soluções para um problema a partir das experimentações no ensino e na aprendizagem matemática; nisso, no Ensino Fundamental, por meio da articulação de seus diversos campos (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade), tem por objetivo garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real aplicadas a uma atividade matemática, em seus conceitos e propriedades, realizando induções e conjecturas. Dessa forma, espera-se que os alunos desenvolvam habilidades de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas cotidianos, aplicando conceitos, procedimentos e resultados e, assim, obter soluções e interpretá-las, estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, o objetivo é proporcionar aos estudantes a utilização de conceitos, procedimentos e estratégias

não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, assim como descrever dados, eleger modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional a partir da utilização de diferentes recursos da área (BRASIL, 2018). Portanto, não basta a existência de recursos tecnológicos que venham a “aprimorar” o ensino e desenvolver as ciências, mas as pessoas que os alimentam com dados também têm que ter essa tecnologia em mente e saber o que estão fazendo.

As expressões aritméticas envolvem diferentes operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação) de números inteiros (positivos e negativos) e multiplicação e divisão de uma fração por um número inteiro e sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), respeitando a ordem das operações e de sinais de associação.

A manipulação de expressões aritméticas tem por objetivo proporcionar às pessoas a capacidade de desenvolver, não somente as tecnologias, cuja finalidade é o desenvolvimento de grandes empresas e aumento de seus lucros, mas também o do intelecto e cognição do ser humano, ainda em tenra idade e assim levar isso para a vida adulta e progredir como pessoa. Agora, será que a escola está alcançando esse objetivo?

O domínio de um campo conceitual não ocorre em alguns meses, nem mesmo em alguns anos, ao contrário, novos problemas e novas propriedades devem ser estudados ao longo de vários anos se quisermos que os alunos progressivamente os dominem. De nada serve tentar contornar as dificuldades conceituais; elas são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, mas isso não ocorre de um só golpe, é preciso a apropriação de vários conceitos que, juntos, formarão o campo conceitual. (VERGNAUD, 1983 *apud* MOREIRA, 2002)

Neste trabalho, pretende-se identificar nos alunos ingressantes no 1º ano do ensino médio, da Escola Técnica Guaracy Silveira, suas dificuldades em relação à resolução de expressões aritméticas, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a unidade temática “Números”, assim como os conhecimentos sobre as operações básicas e a ordem de soluções adquiridas no Ensino Fundamental.

## 2 OBJETIVOS

Com este trabalho pretende-se identificar possíveis deficiências no processo de aprendizagem e conseqüentemente no desenvolvimento cognitivo dos alunos oriundos do Ensino Fundamental ao ingressarem no 1º ano do Ensino Médio, na resolução de expressões aritméticas, assim como construir significados para as quatro operações da matemática utilizando parênteses, chaves e colchetes; reconhecer no contexto diferentes significados e representações dos números e operações e identificar padrões numéricos ou princípios de contagem; resolver situações-problema envolvendo conhecimentos numéricos; ou seja, verificar autonomia na resolução de problemas, e se adquiriram as competências, habilidades e mobilização de conhecimentos e resolução de questões do cotidiano no Ensino Fundamental de acordo com a BNCC.

### 2.1 OBJETIVO GERAL

Esta pesquisa tem por objetivo geral identificar nos alunos ingressantes no 1º ano do Ensino Técnico Integrado ao Médio da Escola Técnica Guaracy Silveira, as dificuldades em aplicar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental na resolução de expressões aritméticas, aplicando os princípios de competências e habilidades, de acordo com a BNCC, para a unidade temática “Números”.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Este trabalho tem por objetivos específicos:

- Apresentar as principais dificuldades dos alunos ingressantes na resolução de expressões aritméticas;
- Avaliar as dificuldades de resolução de problemas, focando em expressões aritméticas;
- Apresentar o desempenho nas atividades de resolução de expressões aritméticas.

### 3 JUSTIFICATIVA

O processo de ensino e de aprendizagem de matemática inicia-se com os processos aritméticos. A compreensão das quatro operações matemáticas é essencial para que o aluno dê prosseguimento aos seus estudos nos anos seguintes. É quando o aluno tem a oportunidade de desencadear o seu cognitivo e assim compreender o processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

No entanto, no Brasil, a realidade é preocupante. O número de analfabetos funcionais é assustador. Conforme a ONG Ação Educativa e o Instituto Paulo Montenegro (2018), três em cada dez pessoas entre 15 a 64 anos no Brasil (29% de toda a população, equivalente a cerca de 38 milhões de pessoas) são considerados analfabetos funcionais. A taxa de brasileiros nessa situação não regride há 10 anos. Dos 29% classificados nos níveis mais baixos de proficiência em leitura e escrita, 8% são analfabetos absolutos (quem não consegue ler palavras e frases). Os outros 21% estão no nível considerado rudimentar, como não localizar informações em um calendário, resolver operações básicas que envolvam o total de uma compra ou mesmo o cálculo do troco ou valor de prestações sem juros.

A falta de conhecimento de matemática, mesmo aquela utilizada no dia a dia, contribui com o número de analfabetos funcionais no Brasil e conseqüentemente seu desenvolvimento socioeconômico e tecnológico. Vários são os fatores apontados por pesquisadores. Conforme Bessa (2007), “muitas são as dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tanto por parte dos alunos quanto por parte dos Professores.”

As deficiências nos primeiros anos vão determinar o futuro desse aluno no campo da matemática que poderá transformá-lo em um adulto que tenha autonomia cognitiva no processo matemático abstrato reflexivo ou engrossar as estatísticas de analfabetismo funcional no Brasil.

Ou seja, analisar e identificar essas deficiências antes que seja tarde é de suma importância, uma vez que o desenvolvimento pessoal do indivíduo e tecnológico do país está intimamente ligado à matemática, por ser uma ferramenta utilizada como suporte em várias outras áreas do conhecimento humano.

## 4 REFERENCIAL TEÓRICO

### 4.1 BNCC E OS OBJETIVOS DO CONHECIMENTO, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Conforme Brasil (1997), o processo de ensino e aprendizagem tinha como diretrizes estabelecidas os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) cujas finalidades do ensino de Matemática indicam, como objetivos do Ensino Fundamental, levar o aluno a:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo a sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Os PCN's foram substituídos pela BNCC, que tem como objeto o desenvolvimento de habilidades e competências a serem adquiridas pelos alunos durante os anos escolares, tanto no Ensino Infantil como no fundamental e médio.

As competências é um conjunto de habilidades e conhecimentos relacionados a serem alcançadas pelos alunos na escola por meio de ensino e aprendizagem, o que deverá possibilitar a atuação efetiva em dar solução a determinados problemas ou situações apresentadas na escola, ou mesmo em seu cotidiano ou até em sua vida profissional.

As habilidades são as qualidades que o aluno adquire na escola para realizar determinada atividade. São características que podem lhe trazer competência em atuar em sua vida pessoal, profissional e até em situações do dia a dia. Ou seja, a competência que remete à ideia de capacidade; ou seja, o conjunto de conhecimentos e habilidades adquiridas para resolução de determinado problema ou mesmo situação do dia a dia, seja na vida pessoal ou mesmo na profissional.

Conforme Brasil (2018), na BCNN as competências específicas para matemática, aplicando em expressões numéricas, pode-se destacar: desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo; compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções; utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados; e enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Quanto ao conteúdo a ser aprendido na temática “Números” (Anexo I), tem por objetivo desenvolver o pensamento numérico, o que implica conhecer as maneiras

de como quantificar atributos de objetos, julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades, desenvolvendo as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática, vem desde o Ensino Fundamental I, como desenvolvimento de habilidades, dando continuidade no Ensino Fundamental II.

Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a perspectiva é de que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a aceitabilidade dos resultados encontrados. Em relação aos cálculos, o que se espera, é que os alunos desenvolvam estratégias para a obtenção dos resultados, principalmente por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras. Nessa fase espera-se também o desenvolvimento de habilidades no que se refere à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais por meio da identificação e compreensão de características do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos. Em relação aos anos finais do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando as mais diversas estratégias, compreendendo os processos envolvidos.

Bortolanza, Goulart e Cabral (2018) enfatizam que a BNCC unifica a base curricular mínima para as escolas públicas e privadas, não levando em conta a natureza e as estruturas diferentes entre ambas, dando a impressão que a fixação de uma base nacional comum para as escolas no Brasil tem por objetivo controlar as redes de ensino, no que ensinam e como ensinam.

Analisando a BNCC (Anexo I) ao longo do Ensino Fundamental quanto à temática “Números”, observa-se uma sequência lógica de ensino da Matemática e respectivas habilidades. Portanto, a aprendizagem não deveria estar deficiente. Há algo perdido no meio do caminho no ensino e aprendizagem da Matemática. O que resta é saber onde as escolas se perderam e deixaram os alunos sem o conhecimento devido da Matemática.

Apesar de a BNCC ser um documento normativo acerca das etapas básicas de ensino, o conteúdo a ser aprendido e as habilidades a serem desenvolvidas são claras e objetivas, não havendo meio termo.

#### 4.2 DIFICULDADES MATEMÁTICAS DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO MÉDIO

Segundo Pacheco e Andreis (2018), as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem ter origem em impressões negativas nas primeiras experiências do aluno com a disciplina, incluindo a falta de incentivo no ambiente familiar, a maneira pela qual é abordada pelo Professor, as dificuldades cognitivas, a não entender as definições, a falta de estudo, entre outros fatores.

As dificuldades, como citam Goulart et al. (2018), também podem ser de limitações próprias em assimilar o ensinado, relacionadas a diferentes aspectos, já que aprender matemática exige muita atenção e alguns alunos não se concentram o suficiente para analisar e buscar maneiras de resolver problemas matemáticos, o que leva a cometer erros na procura da solução.

Santos, França e Santos (2007) relatam a vivência escolar com Professores que apresentam “a matemática precisa tornar-se fácil”, deixando a entender que ela realmente é difícil; e, outro aspecto a considerar, é o interesse dos Professores em se trabalhar somente com a parte algébrica pura, não buscando aplicações e demonstrações cotidianas, o que implica em abstrações, o que prejudica o aluno que não tem uma base em Matemática; isto, associado à desmotivação dos Professores, fato observado no cotidiano escolar, devido aos fatores de baixo salário, classes lotadas contendo, em média, 48 alunos, falta de livros ou biblioteca na escola, além dos alunos que apresentam grandes dificuldades de raciocínio matemático.

Isto tudo, com uma das realidades mais drásticas no ambiente, os pais, que se distanciam da vida escolar dos filhos, principalmente, na adolescência, pois, nessa fase, a aproximação familiar é importantíssima, até mesmo sob o aspecto da escolha profissional, porque os pais ainda são os modelos de vida dos filhos. Esse afastamento dos pais deixa o adolescente carente de convivência familiar, com tendência a não se interessar por nada, ou, ao contrário, se sente onipotente, e nesse

caso, ele procura outras formas para chamar atenção, por exemplo, o uso de bebidas, drogas, tabaco, até mesmo agressões a Professores (SANTOS, FRANÇA e SANTOS *Op.cit.*).

Resende e Mesquita (2013) apresentam dados de pesquisa, na qual a matemática é classificada por alunos de escolas públicas e particulares, da cidade de Divinópolis (MG). Os dados mostram, entre as escolas públicas e particulares, respectivamente, que 30,77% e 29,23% gostam da forma como a matemática lhe é ensinada; quanto à execução das tarefas pedidas 20,00% e 36,92%; participação ativa: 10,26% e 33,33%; consideram interessante 46,67% e 57,44%; consideram difícil 18,97% e 21,54% e consideram fácil 21,03 e 34,87% e as principais dificuldades são, interpretar enunciados de exercícios 44,10% e 42,05; fazer os cálculos das operações 23,59% e 13,33%; decorar formulas e teoremas 36,92% e 50,26% e relacionar teoria com a prática 26,67% e 38,46%.

Oliveira e Oliveira (2011) realizaram pesquisa em duas escolas públicas da rede municipal do Rio de Janeiro, uma no município de Itaguaí e outra situada na zona oeste do município, entre alunos do Ensino Fundamental II, distribuídos em turmas de 6º ao 9º, quanto ao grau de escolaridade dos pais. Quase a metade dos responsáveis apresenta baixa escolaridade, pois possui apenas o Ensino Fundamental Incompleto, o que pode contribuir para que a educação formal desses alunos fique somente sob a responsabilidade da escola, o que pode refletir de forma negativa na educação dos filhos; e pais, com melhor escolaridade, auxiliam na educação de seus filhos! Outra situação presente entre os alunos seria o hábito de somente estudar para a prova, e dessa forma, os alunos não conseguem incorporar o conteúdo escolar como algo que faria parte de seu desenvolvimento e do seu dia a dia, sendo a escola vista como uma obrigação.

Outra observação realizada por Oliveira e Oliveira *op. cit.*, em todas as séries investigadas, os alunos têm dificuldade em compreender a Matemática, com os percentuais maiores observados no 7º e 9º anos de escolaridade, conforme os próprios alunos, as dificuldades são: “ficar confuso com números e letras”, “o professor explicar de maneira que eles não entendem” e “não gostar de Matemática, por isso, não prestar atenção”. A falta de interesse e o hábito de estudar diminuem à medida

que avançam nas séries e o que contribui para essa situação é a pouca escolaridade dos pais, pois estes apresentam as mesmas dificuldades de seus filhos.

Bazani e Montagnoli (2017), na experiência adquirida durante anos de pesquisas e acompanhamento educacional nas escolas, chamam a atenção às questões familiares e sociais dos alunos. A criança cujos pais são presentes e ainda auxiliam nas tarefas em casa conseguem compreender melhor o conteúdo que está sendo ensinado e melhor, tem um bom desenvolvimento. Agora, aqueles cujos pais não são tão presentes, as crianças acabam por possuir uma lacuna em seu aprendizado. Ainda relatam a possibilidade de considerar que as dificuldades de alfabetização das crianças vão muito além daquilo que se aparenta nas salas de aula. Toda criança carrega para dentro das salas as dificuldades vivenciadas no ambiente externo, em seu contexto social. Qualquer aborrecimento, dificuldade que passe na vida, influencia em seu aprendizado e desenvolvimento.

Pateman (1987) expõe os problemas do ensino da matemática são complexos, principalmente se alguém optar por acreditar que o ensino fiduciário é mais do que garantir que os alunos sejam expostos a um conteúdo especificado e testados. Existem muitos problemas no ensino de Matemática que poderiam formar o foco de uma discussão. Como por exemplo, é possível focar em três áreas gerais: os problemas dos procedimentos instrucionais, problemas de avaliação e problemas atuais.

You put thirty kids in the same box at the same time each day with the same teacher for forty minutes at a time. They all use the same textbook, often not of the teacher's choosing, they are supposed to cover the same material at the same rate, do the same tests at the same time with the same ideal performance expected of each of them. At the end of the allotted grading period we tell some of them that they are not good enough and shrug our shoulders. (PATEMAN, 1987).

Traduzindo para o português:

"Você coloca trinta crianças na mesma caixa ao mesmo tempo, todos os dias, com o mesmo professor, durante quarenta minutos por vez. Todos eles usam o mesmo livro, muitas vezes não da escolha do professor, devem cobrir o mesmo material na mesma taxa, e os mesmos testes ao mesmo tempo com o mesmo desempenho ideal esperado para cada um deles. No final do período de classificação previsto, dizemos a alguns deles que não são bons o suficiente e fecham os ombros". (Pateman, 1987).

Portanto, o Professor deve assumir um papel de pesquisador, realizando sempre uma análise crítica de suas práticas em sala de aula, o que leva o Professor a aprender muito com o pensar de seus alunos (LUZ, 2008).

#### 4.3 O PROCESSO COGNITIVO DA CRIANÇA E OS NÚMEROS

A idade média de sete anos marca as modificações do desenvolvimento mental das crianças, em seus aspectos da vida psíquica, seja da inteligência ou da vida afetiva. As operações do pensamento, após essa idade, correspondem à intuição, ou seja, o pensamento independe de raciocínio ou mesmo de análise, o que corresponde a uma forma superior de equilíbrio que o pensamento atinge na primeira infância. A intuição relaciona-se, nesta primeira fase, as várias situações, inclusive operações lógicas, como o número de indivíduos, operações aritméticas, operações geométricas etc. Portanto, nessa idade, as operações são uma ação qualquer, como a reunião de familiares, amigos, deslocamento do carro do pai ou o que é visto na rua (PIAGET, 1999) e, estimulados pelos adultos, as crianças começam a contar com os dedos (TRACANELLA; BONANNO, 2016) e depois os objetos e brinquedos educativos. Conforme Piaget (1999) as operações de pensamento se aplicam as mais diversas realidades que cercam a criança.

Então, pergunta-se, como se constroem o próprio número e as operações aritméticas? Conforme Piaget (1999) sabe-se que, na primeira infância, são acessíveis ao sujeito somente os primeiros números, por serem números intuitivos associados a figuras perceptivas. As operações de soma e seu inverso e de multiplicação e seu inverso, assim como uma série indefinida de números, só são compreensíveis, em média, depois dos sete anos. Porque, na verdade, o número é uma composição de certas operações procedentes, tem fundamento, possui regras básicas de organização e funcionamento e supõe, em consequência, sua construção prévia. Como exemplo, um número inteiro é uma coleção de unidades iguais entre si, é uma série ordenada, uma seriação de relações de ordem com sistemas de encaixamento e de seriações lógicas. Essas relações só se tornam operativas e, portanto, só constituem operações numéricas, a partir do momento em que a criança torna-se capaz de manejar, simultaneamente, as operações de sequenciamento e de

encaixamento das partes nos todos (classes). Portanto, o pensamento infantil torna-se lógico por meio de organização de sistemas de operações, que obedecem às leis de conjuntos comuns:

1ª – Composição: duas operações de um conjunto podem-se compor entre si e dar ainda uma operação do conjunto (Exemplo  $1+1=2$ );

2ª – Reversibilidade: toda operação pode ser invertida (Exemplo:  $+1$  inverte-se em  $-1$ );

3ª – A operação direta e seu inverso dão uma operação nula ou idêntica (Exemplo:  $+1-1=0$ );

4ª – As operações podem-se associar entre si de todas as maneiras.

Normalmente a criança, ao iniciar o processo de contagem, dá a impressão de que compreende o que são números, mas apenas recita os números oralmente, o que não significa que entenda o processo de formação dos números. O processo de ordenamento é adquirido quando a criança realiza a contagem sem repetir ou pular objetos, estabelecendo a ordem e compreende que não está relacionada com a disposição física dos objetos, mas sim, com a organização mental realizada pelo indivíduo para contar. Portanto, há uma hierarquia no sequenciamento numérico, sendo necessário que o aluno compreenda a adição de 1, ou seja, que  $1 + 1 = 2$ ,  $2 + 1 = 3$ ,  $3 + 1 = 4$  etc., relacionado com a hierarquia da sequência e a conservação de quantidades representada pelos números (TRACANELLA; BONANNO, 2016).

Nesse entendimento, todo ser humano nasce com a competência de assimilar e ajustar, ao longo do tempo, os objetos externos em sua estrutura cognitiva na procura de um equilíbrio o que comporta seu crescimento a partir da evolução de sua inteligência. Assim, a criança ao conviver com novas situações, procura associá-la a conhecimentos anteriores, a partir da semelhança de eventos entre si (assimilação), mas em alguma ocasião é necessária certa adaptação (acomodação) para uma verdadeira compreensão da situação vivida (GOMES; GHESIN, 2011).

No Ensino Fundamental o Professor deverá levar os alunos a estabelecerem relações que os aproximem de alguns conceitos a partir de procedimentos simples, estabelecendo interligações entre os diferentes conteúdos da matemática, assim como perceber diferentes relações entre si a partir de situações cotidianas em que construam hipóteses sobre o significado dos números e iniciem a elaborar

conhecimentos sobre as escritas numéricas; isto de forma semelhante ao que fazem em relação à língua escrita, uma vez que grande parte dos problemas da matemática é resolvida pelas operações fundamentais (BRASIL, 1997).

#### 4.4 EVOLUÇÃO DO APRENDIZADO EM MATEMÁTICA DOS ALUNOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Para avaliar a evolução do aprendizado dos alunos no Ensino Fundamental, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), aplica testes aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, o que dá origem ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), com o objetivo coletar informações sobre o desempenho acadêmico dos alunos brasileiros (INEP, 2020b).

O Ideb, para avaliar o desempenho do sistema educacional brasileiro, é a combinação de proficiência obtida pelos estudantes em avaliações em matemática e português e a taxa de aprovação, tendo como produto a progressão dos estudantes entre etapas/anos na educação básica. Essas duas dimensões vão refletir os problemas estruturais da educação básica no Brasil.

A meta de um Ideb nacional, entre uma escala de zero a dez, é seis (INEP, 2019b). Esta meta teve como referência a qualidade dos sistemas em países da Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico (OCDE). No Quadro 1 apresenta as notas obtidas no Ideb pelos alunos do 9º ano entre os anos de 2005 e 2017.

**Quadro 1 – Ideb dos anos finais do Ensino Fundamental**

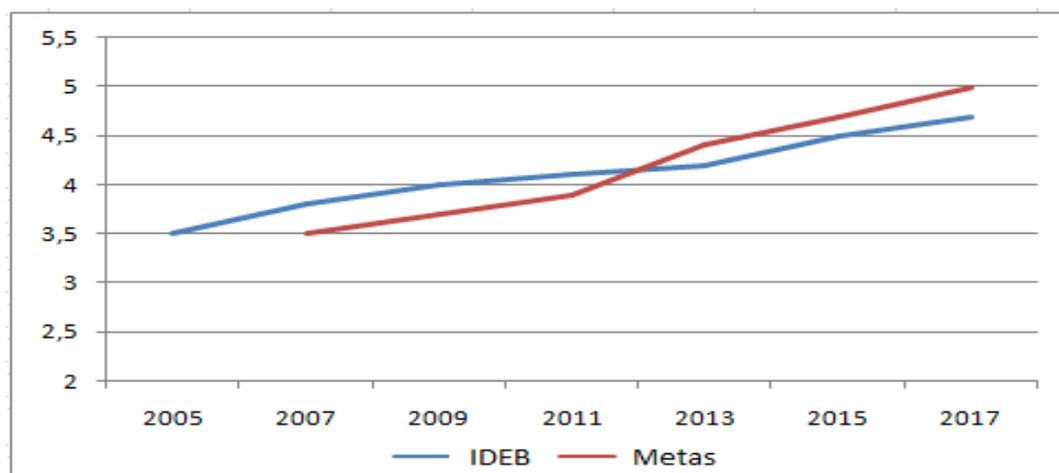
	IDEB							Metas					
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2007	2009	2011	2013	2015	2017
Total	3,5	3,8	4,0	4,1	4,2	4,5	4,7	3,5	3,7	3,9	4,4	4,7	5,0
	<b>Dependência Administrativa</b>												
Estadual	3,3	3,6	3,8	3,9	4,0	4,2	4,5	3,3	3,5	3,8	4,2	4,5	4,8
Municipal	3,1	3,4	3,6	3,8	3,8	4,1	4,3	3,1	3,3	3,5	3,9	4,3	4,6
Privada	5,8	5,8	5,9	6,0	5,9	6,1	6,4	5,8	6,0	6,2	6,5	6,8	7,0
Pública	3,2	3,5	3,7	3,9	4,0	4,2	4,4	3,3	3,4	3,7	4,1	4,5	4,7

Fonte: Fundação Lemann (2020)

No Quadro 1 observa-se que a cor verde se refere aos anos em que a meta para aquele ano foi alcançada.

No Gráfico 1, observa-se claramente a situação em que, a partir do ano de 2013, a meta do Ideb não mais foi alcançada.

**Gráfico 1 - Ideb e metas dos anos finais do Ensino Fundamental**



Fonte: Fundação Lemann (2020)

A partir de 2013 (Gráfico 1) o Ideb não mais atinge a meta proposta. Nisso, se faz necessário avaliar quais são as possíveis causas do baixo rendimento que vem se acentuando ao longo dos anos. A importância destas análises e estudos poderá permitir compreender o processo que está levando a baixos níveis de proficiência demonstrados pelos alunos do Ensino Fundamental nos testes aplicados pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

O Ideb alcançado para os anos finais do Ensino Fundamental (9º ano) em 2017, em matemática, dos 2.158.378 alunos, somente 334.568 alunos, 15% total, demonstraram o aprendizado adequado (FUNDAÇÃO LEMANN, 2020).

O compromisso do Ensino Fundamental com o desenvolvimento da matemática é definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente e desta forma favorecer o raciocínio lógico e crítico, estimulando a investigação e assim desenvolver essas habilidades, com base na análise de situações da vida cotidiana, associada a outras áreas do conhecimento e não somente a matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem são formas

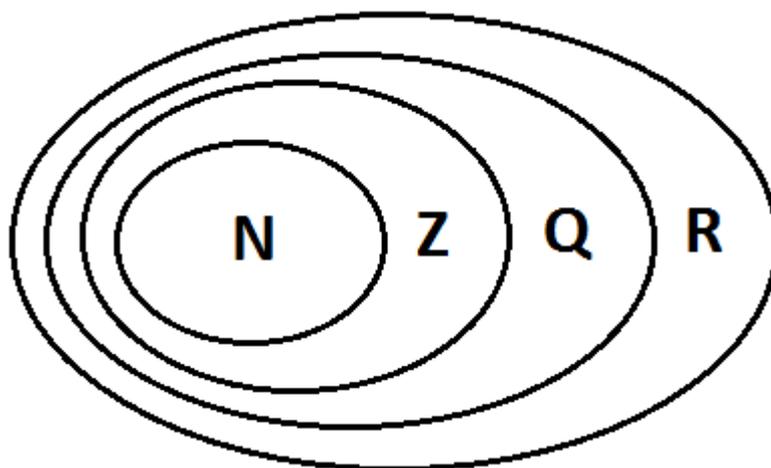
singulares da atividade matemática, motivo pelo qual são objeto e estratégia para a aprendizagem em todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são iminentemente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o saber matemático, com o desenvolvimento do raciocínio, representação, comunicação e argumentação (BRASIL, 2018).

#### 4.5 EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

Por todo o Ensino Fundamental, quando se ensina matemática, o ideal são os alunos construírem conhecimentos numéricos a partir do processo dialético, ao resolver determinados problemas aplicando na realidade de seu dia a dia, este, em constante mudança com o desenvolvimento tecnológico.

Nesse processo, o Professor leva o aluno a perceber a existência de distintas categorias numéricas geradas em função de diversos problemas que a humanidade enfrentou e enfrenta até hoje, a partir dos processos básicos, a começar pelos números naturais depois pelos números inteiros, depois pelos números racionais com representações fracionárias e em seguida os números reais (Figura 1):

**Figura 1 – Hierarquização das categorias numéricas**



Fonte: Autor (2020)

À medida que se depara com situações-problema envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão, o aluno desenvolverá seu conceito de número ao relacionar as operações, o trabalho a ser realizado, convergindo na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas analogias existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, apreciando diferentes tipos, exato e aproximado, mental e escrito (BRASIL, 1997).

O conceito de número relacionado às operações pode envolver expressões aritméticas, nas quais o aluno precisa entender os números como um conjunto; ou seja, quando o aluno quantifica atribui uma operação a cada um, e compreende cada elemento como um. Na sequência é necessário que perceba que o número envolvido na operação representa, não um, mas o grupo como um todo, e não apenas um número ou uma operação isolada. Para isso há uma sequência de operações.

As expressões numéricas, como o próprio nome diz, envolvem somente operações com números, podendo combinar operadores, os sinais, e símbolos gráficos, como parênteses, colchetes e chaves (PARAÍZO, 2017). Os operadores aritméticos definem as operações aritméticas que podem ser realizadas sobre os números inteiros e reais. Para os números inteiros, as operações aritméticas são a adição, subtração, multiplicação e resto. Para os números reais, os operadores aritméticos são a adição, subtração, multiplicação e divisão. Nas expressões com parênteses, colchetes e chaves, primeiro devem ser efetuados os cálculos que estão entre parênteses; depois, os que estão entre colchetes e, finalmente os que estão entre chaves. Isto garante que os cálculos correspondentes ao valor das expressões entre parênteses sejam calculados antes dos demais operadores. É importante destacar que os parênteses devem ocorrer em pares, assim como colchetes e chaves (COSTA, 2015).

Portanto, o que se espera do aluno ao resolver as operações aritméticas? Como exemplo pode-se dar a resolução de uma operação aritmética e sua sequência esperada de operação:

$$\begin{aligned}
6 + \{ 4 - [ 12 + ( 12 - 7 ) ] + 2 \} &= \\
6 + \{ 4 - [ 12 + 5 ] + 2 \} &= \\
6 + \{ 4 - 17 + 2 \} &= \\
6 + \{ - 11 \} &= \\
- 5 &
\end{aligned}$$

Quando o aluno tentar resolver as mais diversas situações, buscará conhecimentos anteriormente já adquiridos, porém, não significa aprendizado. É aí que se percebe a necessidade de levar o aluno ao aprendizado.

Conforme Vergnaud (1989),

- Quelles situations sont-elles d'abord comprises et maîtrisées par l'enfant? et constituent de ce fait un premier et important ancrage du sens des concepts impliqués dans ces situations?
- Comment de nouvelles classes de situations, et par conséquent de nouvelles procédures, de nouveaux aspects des concepts et de nouveaux concepts sont-ils abordés par l'enfant-élève, et progressivement maîtrisés par lui?
- quelles filiations peut-on observer entre situations, entre procédures, entre concepts ? et quelles ruptures?

Versão para o português:

- Que situações são primeiro compreendidas e dominadas pela criança? e, portanto, constituem uma primeira e importante ancoragem do significado dos conceitos envolvidos nessas situações?
- Como novas classes de situações e, conseqüentemente, novos procedimentos, novos aspectos de conceitos e novos conceitos, são abordados pela criança-aluno e gradualmente dominados por ele?
- Que filiações podem ser observadas entre situações, entre procedimentos, entre conceitos? e que rupturas?

Uma das situações em que as expressões aritméticas podem ser aplicadas obedecendo às regras de resolução, por exemplo, seria explicar a prioridade das operações, utilizando as filas de atendimento, uma vez que há prioridades a seguir (gestantes, idosos etc.) e também é fundamental mostrar a multiplicação como prioridade em relação à adição, pelo simples fato de representar adições sucessivas de um mesmo fator e a divisão como sendo subtrações sucessivas de um mesmo termo e em vários casos há a necessidade de alterar a ordem operatória e por isso

existe o uso dos sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves) que indicarão alteração na prioridade operatória (LUZ, 2008).

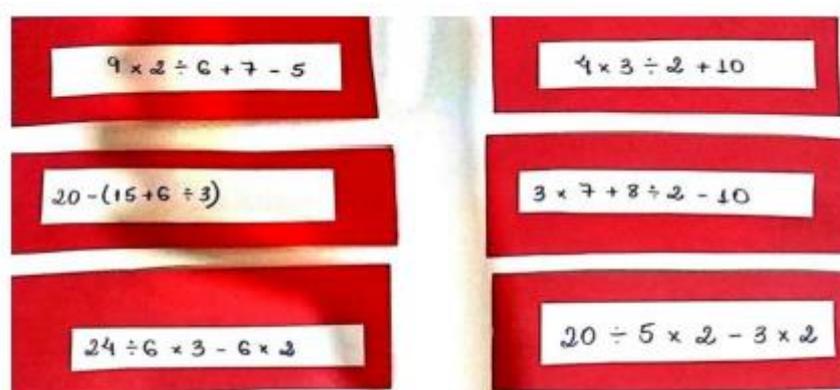
#### 4.6 JOGOS: ATIVIDADES LÚDICAS PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

Os jogos, considerados como atividades lúdicas, podem ser utilizados no ensino de expressões numéricas. Várias são as aplicações encontradas nas literaturas e artigos técnicos apresentando essa modalidade de aplicação em sala de aula. Como exemplo, serão apresentadas algumas delas.

Pereira et. al. (2019), apresenta uma proposta de uso dos jogos no ensino de matemática “com intuito de preencher as lacunas da aprendizagem de expressões numéricas” em uma classe de sétimo ano do Ensino Fundamental.

No primeiro momento ocorreu a identificação do problema, mais especificamente, para o ensino de expressões numéricas. No segundo momento, foram apresentadas aulas dialogadas sobre o conteúdo de expressões numéricas, contendo a explicação e a definição de uma expressão numérica, isto a partir de apresentação oral e escrita com o uso do livro didático, além da forma de resolução das expressões. No terceiro momento, foi realizada na sala de aula avaliação escrita e individual, sobre o conteúdo trabalhado nas aulas anteriores, verificando que havia muita dificuldade em resolver as expressões numéricas, observando a necessidade de uma proposta motivadora em que os alunos alcançassem um melhor rendimento da aprendizagem. No quarto momento, foi aplicado o “Jogo das Expressões Numéricas” consistindo em um conjunto de quarenta cartas com diferentes expressões (Figura 2).

**Figura 2 – Cartelas das Expressões Numéricas**



**Fonte: Pereira et. al. (2019)**

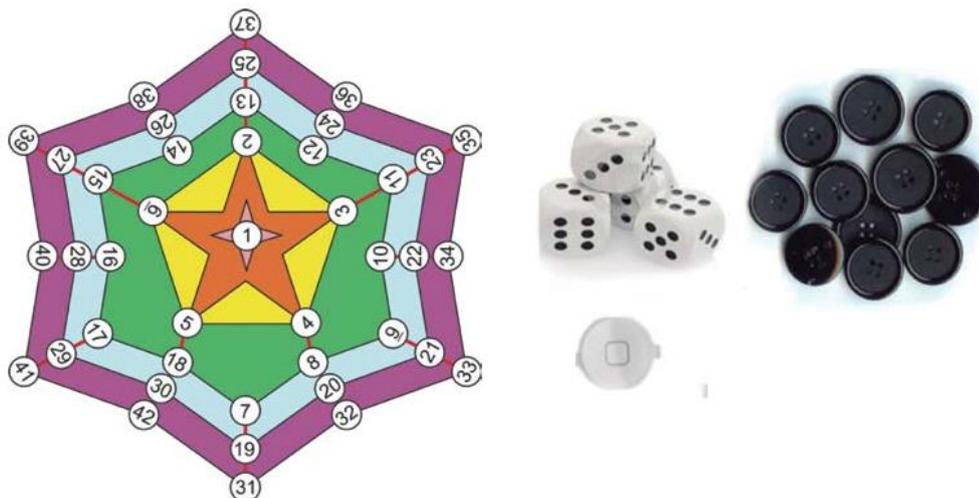
Com a turma dividida em dois grandes grupos selecionados de modo aleatório por meio de sorteio. A classe se mostrou resistente em participar do jogo e para resolver os exercícios propostos na aula, foi aplicada a seguinte regra: “caso o aluno sorteado não fosse resolver ou tentar resolver a expressão no quadro o grupo perderia um ponto, se o mesmo aceitasse tentar resolver a questão e acertasse, ganhava um ponto e, caso fosse ao quadro e errasse a resolução da expressão, continuava com a mesma pontuação já alcançada pela equipe.” Assim a atividade se desenvolveu e no final, houve a contagem da pontuação de cada grupo, no qual foi vencedor o grupo que mais alcançou pontos acumulados.

Jordão e Betini (2014) tratam da importância dos jogos como alternativa de ensino e aprendizagem das operações básicas para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental em uma escola pública no município de Almirante Tamandaré, Paraná. Entendem que os jogos matemáticos estão diretamente ligados ao desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, a partir de regras, instruções, operações, definições e deduções que podem contribuir com a organização do pensamento do aluno, podendo ser utilizado como ferramenta alternativa de aprendizagem, favorecendo a disciplina de matemática e o processo de ensino e aprendizagem, tendo como objetivo melhorar o desempenho dos alunos e desenvolver o grau de motivação e interesse dos educandos pela disciplina e consequente aprendizagem das operações básicas.

Como atividade foi proposta, conforme Figura 3, o Jogo de Cartas dos 40 pontos com a revisão do seguinte conteúdo: adição, subtração, multiplicação, divisão,



**Figura 4 – Tabuleiro, 4 dados, 12 marcadores pretos e 1 marcador branco**



**Silva Junior (2014)**

Silva Junior op. cit destaca que alunos das escolas públicas têm, em geral, fortes obstáculos a vencer, em grande parte, devido à formação deficiente e por causas socioeconômicas, “o que leva a dificuldades de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e, inclusive, de calcular mentalmente, mesmo no que se refere a operações fundamentais, como a soma, a subtração, a multiplicação e a divisão”. Ainda apresenta que, o processo é muito positivo para desenvolver o espírito de competitividade e as jogadas foram realizadas com muita atenção.

Furtunato (2012) utilizou jogo Perdas e Ganhos de Soares (2008, p. 67) como processo de ensino e aprendizagem para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, da escola da rede municipal de ensino na cidade de São Bentinho – PB.

A primeira atividade a ser trabalhada foi o jogo Perdas e Ganhos, tendo como objetivo efetuar adição e subtração com números inteiros positivos e negativos, cujo material era composto por: 10 fichas de cartolina positivas (azuis) e 10 fichas de cartolina negativas (brancas) e folha sulfite, em branco, para registro. O material para cada grupo de quatro alunos foi distribuído da seguinte forma: 12 cartões que conforme Figura 5 que ficarão sobre a mesa, empilhados virados para baixo.

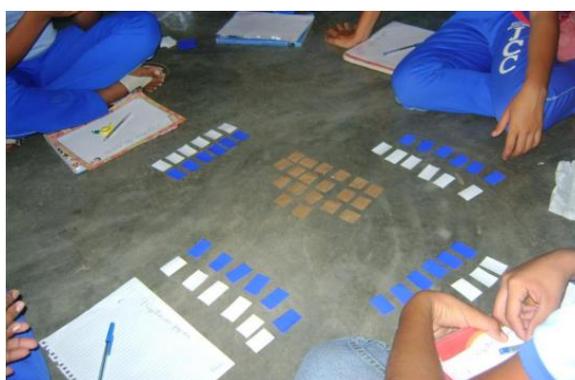
**Figura 5 – Fichas do Jogo Perdas e Ganhos**

Perde 4 negativas	Perde 4 positivas	Ganha 4 negativas	Ganha 4 positivas
Perde 3 negativas	Perde 3 positivas	Ganha 3 negativas	Ganha 3 positivas
Perde 2 negativas	Perde 2 positivas	Ganha 2 negativas	Ganha 2 positivas

**Fonte: Furtunato (2012)**

No jogo, usam-se fichas azuis e brancas e cartões conforme Figura 6. As fichas azuis são positivas: cada uma vale +1. As brancas são negativas: cada uma vale -1. Assim, uma azul e uma branca juntas, não valem nada.

**Figura 6 - Fotos dos alunos jogando**



**Fonte: Furtunato (2012)**

Furtado (2012) apresenta o seguinte exemplo: o jogador inicia o jogo com 6 fichas positivas e 6 fichas negativas, o seu primeiro registro será :  $+6 + (-6) = 0$ . Na segunda rodada, se tirar o cartão perde 3 positivas e registrará:  $0 - (+3) = -3$ . Cada jogador jogará alternadamente e o jogo terminará na décima rodada e será vencedor quem tiver como resultado o maior número. Como exemplo, se ao final de uma rodada

os alunos de um grupo tiverem os resultados -2, -3, -4 e -8, vencerá o aluno com resultado -2.

O “Jogo Perdas e Ganhos” tem por objetivo a realização de operações com adição e subtração com números inteiros positivos e negativos e cada atividade foi desenvolvida em três encontros, nos quais se percebeu que a maioria dos alunos não entendiam o significado e a ordenação dos números inteiros e da mesma forma as regras de sinais que lhes já foram ensinadas. Foi notado que não foram observadas grandes dificuldades na utilização das regras de multiplicação de sinais, mas se atrapalhavam quando se tratava de adição e subtração. Uma das questões levantadas pelos alunos foi a maneira de como registrar as jogadas do tipo:  $- (- 5)$ ;  $+(- 3)$ . O que se percebe nesta questão, é uma dificuldade dos alunos em utilizar os parênteses e relacionar os sinais das operações, superadas ao longo do desenvolvimento do jogo.

Furtado (2012, pag. 37) ainda coloca:

Ao término dos três encontros, programados para as duas atividades, percebemos que houve um crescimento na aprendizagem das operações com números inteiros, pois o jogo despertou nos sujeitos da pesquisa o interesse, a motivação, a concentração e a autoestima nas aulas de matemática. Tendo em vista, que o uso de jogos nas aulas de Matemática pode proporcionar aos alunos momentos de distração, ajudando a melhorar o seu aprendizado, além de incentivar os alunos a participarem ativamente das aulas.

#### 4.7 USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

Muito se fala em uso das tecnologias no ensino no Brasil e no mundo. Afinal, o que é tecnologia?

A palavra tecnologia tem origem no grego "*tekhne*" que significa "técnica, arte, ofício" juntamente com o sufixo "*logia*" que significa "estudo". Ou seja, tecnologia nada mais é do que “Estudo de instrumentos, métodos, técnicas e atividades que requer habilidades específicas que visam à resolução de problemas ou uma necessidade existente ou mesmo que venha a surgir na sociedade”. Portanto, a televisão, os celulares, as calculadoras e todos os utensílios utilizados na sociedade são produtos da tecnologia, ou seja, da ciência e da engenharia.

Os produtos da tecnologia para o ensino e aprendizado de matemática são vastos. Porém, qual o mais indicado? Ou melhor, o aluno sabe utilizar o produto da tecnologia em prol de seu aprendizado?

(...) “A tecnologia está cada vez mais presente entre crianças e adolescentes”. Quando se ouve essa frase, a frase de muitos “especialistas”, com certeza nunca observaram o que realmente as crianças e jovens fazem horas e horas diante de um computador ou um tablets ou mesmo um smartphone. Se nunca observaram, deveriam. (SANTA ROSA, 2018. p. 118).

Os produtos da tecnologia raramente são utilizados em sala de aula, mesmo em escolas particulares. Os cinquenta minutos, a chamada hora aula, associada à média de 40 alunos em sala de aula, torna o uso dos produtos da tecnologia impraticáveis.

Como exemplo de aplicativos de celular e software, entre tantos disponíveis, pode-se destacar:

a) PhotoMath

O PhotoMath é um aplicativo que faz as contas de matemática e mostra os resultados em questão de segundos, sem que seja necessário digitar a operação. O APP digitaliza os problemas e também reconhece números e letras manuscritos, oferecendo um passo a passo detalhado de como chegar à solução.

b) Socratic

O Socratic é uma espécie de professor particular a um toque de distância. O aplicativo é gratuito para os sistemas operacionais Android e iOS. Para utilizá-lo, é possível usar o teclado para digitar uma questão ou operação matemática, ou simplesmente tirar uma foto. O APP conta com um sistema de inteligência artificial que “lê”, entende a questão, e, em poucos segundos, apresenta a resposta, indicando passo a passo de como foi solucionada. Em algumas contas, o APP dá dicas que podem ajudar o usuário a entender melhor como se chegou ao resultado.

c) MyScrMyScript Calculator

Na prática, o aplicativo converte a caligrafia do usuário em operações matemáticas, dispensando o uso do teclado numérico e transformando a tela do celular em uma

folha de papel que resolve contas pelo usuário. O APP também permite salvar os resultados na memória, além de contar com um histórico, a partir do qual é possível recuperar todos os cálculos para reutilizar ou exportar. Porém, é pago.

d) Rei da matemática

O objetivo do APP é tornar o raciocínio matemático mais rápido, com uma proposta de fazer isso de uma forma interativa, em um aplicativo que gamifica o aprendizado. Na versão gratuita, o app oferece operações de adição, subtração e combinadas. Já na opção completa, paga, o usuário tem acesso a desafios de multiplicação, divisão, aritmética, geometria, frações, potências, estatísticas e equações. O aplicativo conta ainda com uma rede social, que possibilita aos jogadores compararem suas pontuações.

e) Wolfram Alpha

O APP ajuda a resolver questões de matemática, combina algoritmos, inteligência artificial e tem uma extensa base de dados para buscar respostas a questões relacionadas com ciência, tecnologia, sociedade, cultura, dia a dia e matemática. O APP oferece o passo a passo da resolução das operações, além de gráficos que ajudam a visualizar as informações. Porém, é pago.

f) GeoGebra

GeoGebra é um software de acesso livre. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, raízes e pontos extremos de uma função. Com isto, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto, com possibilidade de trabalhar com geometria em três dimensões.

g) Calculadora de expressão matemática

A calculadora de expressão matemática é uma poderosa ferramenta de cálculo algébrico utilizada em computadores. É capaz de analisar o tipo de expressão para calcular e usar a calculadora apropriada para determinar o resultado. A calculadora

pode, da maneira de uma calculadora convencional, manipular os diferentes operadores aritméticos (+, -, \*, :, /), mas também os operadores de comparação (=, >, <, >=, <=), ser usado com parênteses para definir as prioridades de cálculo.

O que o sistema industrial brasileiro não apresenta, e pelo que parece ignorar, é a disparidade entre educação e tecnologia no Brasil, dando a impressão de que houve fortes investimentos por parte do Estado no ensino público, valorizando e capacitando Professores para as novas tecnológicas, instalando estrutura física nas escolas, melhorando o ensino superior especialmente as licenciaturas etc. Um sonho de muitos educadores. (SANTA ROSA, 2018. p. 117).

Conforme D'Ambrósio (1989) apud Oliveira e Oliveira (2011), há programas computacionais no qual os alunos podem criar ambientes de investigação e exploração matemática, estabelecer conceitos matemáticos a partir da programação de pequenos projetos, e por meio de diferentes fenômenos geométricos, levantar hipóteses e realizar demonstrações, o que pode possibilitar ao aluno autoconfiança na sua capacidade de criar e fazer matemática.

Pode-se abordar a questão dos produtos das tecnologias para o ensino de matemática de maneiras bem diferentes, assim como imaginar abordagens que assumem o papel dominante da tecnologia como amplificador e dar aos alunos mais prático, mais rapidamente, na aplicação de algoritmos que podem ser executados pelos computadores do que de outra forma. Podem-se discutir as melhores maneiras de usar computadores para manter registros de Professores, preparar problemas para testes ou testes para avaliação, no entanto, em nenhuma dessas abordagens os computadores podem ser considerados tecnologias cognitivas (PEA 1987).

## **5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Quanto aos métodos e técnicas, enquadra-se como Levantamento, no qual as informações são obtidas com um grupo significativo de pessoas acerca do problema estudado através de interrogação direta às pessoas, no caso, através de questionários. O questionário será substituído por atividade baseada em expressões aritméticas.

Após a coleta das informações, se fez uma análise quantitativa dos dados para a obtenção dos resultados. A pesquisa pode ser definida como pesquisa quantitativa, na qual considera que tudo pode ser quantificável, traduzindo em números, opiniões e informações para dessa forma, classificá-los e analisá-los utilizando recursos e técnicas estatísticas como base dos conceitos que se pretende trabalhar.

A amostra é representada por um grupo de 164 alunos, de um universo de 200; ou seja, 82% do total de alunos ingressantes no 1º ano do Ensino Médio, entre 14 e 15 anos, da Escola Técnica Guaracy Silveira. Escola pública localizada na Capital de São Paulo, no bairro de Pinheiros.

O instrumento de coleta de dados foi por meio de atividade individual logo na primeira semana de aula do ano de 2020, com um único exercício de expressões aritméticas no qual, para resolver, foram necessárias as competências e habilidades adquiridas ao longo do Ensino Fundamental, de acordo com a BNCC, nas quais deverão ser aplicadas pelos alunos no processo de resolução do Exercício. Para isso, o Exercício foi dividido em seis fases: Fase 0 (zero), Fase 1, Fase 2, Fase 3, Fase 4 e Fase 5.

A Fase 0 compreende o processo de competências adquiridas no Ensino Fundamental para que o aluno entenda e resolva o exercício. As demais fases, de 1 a 5, compreendem os processos de habilidades adquiridas do longo do Ensino Fundamental para resolução de expressões aritméticas que serão explicitadas no próximo capítulo.

As competências utilizadas, assim como as habilidades são provenientes da BNCC para a unidade temática “Números” cujo objetivo é desenvolver o pensamento numérico, o que implica conhecer as maneiras de como quantificar atributos de objetos, julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades, desenvolvendo as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática a partir das quatro operações fundamentais.

A análise será realizada a partir da coleta de dados como: número de acertos, processo de resolução final (mesmo com resultado insatisfatório), a forma como o aluno montou e resolveu o exercício, o domínio na resolução dos exercícios e o processo de tentativas para solucionar o exercício.

Com isso será analisado o processo cognitivo no qual o aluno se insere para obtenção de resultados em exercícios que contenham expressões aritméticas e assim conhecer a realidade de nossos alunos, ou seja, como o aluno a partir das competências e habilidades decodifica a informação dada em símbolos matemáticos e resolve o Exercício.

## **6 ANÁLISE E RESULTADOS**

Este ano de 2020, a Escola Técnica Guaracy Silveira completa 70 anos de atividades educacionais, sendo destaque entre as escolas públicas estaduais, no qual seus alunos concluintes do curso técnico integrado ao médio alcançaram 11º posição de desempenho no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de 2019, no Estado de São Paulo (INEP, 2020a).

Os alunos são oriundos de várias regiões do município de São Paulo e municípios vizinhos, principalmente das regiões Oeste e Sul da Região Metropolitana de São Paulo. A migração pendular se dá devido à diferenciação de ingresso na escola e da qualidade de ensino entre as escolas públicas.

Para que os egressos do 9º ano se tornem alunos desta escola é necessário prestar “vestibulinho”, ou seja, trata-se de processo seletivo para ingresso no curso técnico nível de Ensino Médio. Estes alunos, no Ensino Fundamental, são oriundos tanto de escolas públicas como escolas particulares, de várias localidades espalhadas no município de São Paulo e outros municípios ao redor da capital. Conforme levantamento socioeconômico dos candidatos (SÃO PAULO, 2020), 78% são provenientes de escola pública e 90,13% tem renda familiar de até cinco salários mínimos.

Os trabalhos se deram a partir de um único Exercício de expressão aritmética, dividida em seis fases. Para a Fase 0 é apresentada as competências necessárias para que o aluno possa passar para a fase seguinte. Para as demais fases são apresentadas as habilidades necessárias para a resolução de cada fase até sua resolução completa. O exercício objetiva testar os conhecimentos sobre as operações básicas e a ordem de solução de expressões aritméticas e respectivas competências e habilidades adquiridas pelos alunos para sua resolução por fase.

O Exercício e suas respectivas fases se deram da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{13}{3} - \frac{3}{6} + \frac{4}{5} - \left[ \left( \frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) + \left( \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \right) \right] - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) &= && \text{Fase 0} \\ \frac{13}{3} - \frac{3}{6} + \frac{4}{5} - \left[ \left( \frac{15}{20} + \frac{16}{20} \right) + \left( \frac{4}{6} + \frac{5}{6} \right) \right] - \left( \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \right) &= && \text{Fase 1} \\ \frac{13}{3} - \frac{3}{6} + \frac{4}{5} - \left[ \frac{31}{20} + \frac{9}{6} \right] - \frac{7}{12} &= && \\ \frac{13}{3} - \frac{3}{6} + \frac{4}{5} - \left[ \frac{93}{60} + \frac{90}{60} \right] - \frac{7}{12} &= && \text{Fase 2} \\ \frac{13}{3} - \frac{3}{6} + \frac{4}{5} - \frac{183}{60} - \frac{7}{12} &= && \text{Fase 3} \\ \frac{260}{60} - \frac{30}{60} + \frac{48}{60} - \frac{183}{60} - \frac{35}{60} &= && \text{Fase 4} \\ \frac{60}{60} &= && \text{Fase 5} \\ 1 & & & \end{aligned}$$

A fase 0 é a fase em que o aluno olha o Exercício, o analisa e diz: “Eu sei fazer”, ou “Eu não sei fazer”, ou então, “Esqueci de como fazer”. Caso pense as duas últimas frases, significa que durante o processo de ensino e de aprendizagem no Ensino Fundamental, este não adquiriu as competências necessárias pra prosseguir com tal exercício e resolve-lo. Nas demais fases do Exercício é que o aluno irá colocar em prática as habilidades requeridas no problema e que tenha adquirido ao longo do Ensino Fundamental, dando origem às competências necessárias que o fará sair da Fase 0 e resolver o Exercício por completo.

## 6.1 HABILIDADES E COMPETÊNCIAS ESPERADAS EM CADA FASE

Para que o aluno passe para a fase 1 é necessário que tenha adquirido as seguintes competências (FUNDAÇÃO LEMANN, 2020):

a) Aplicar o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender o que se está propondo;

- b) Avaliar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados);
- c) Aplicar processos e ferramentas matemáticas disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, validando estratégias e resultados;
- d) Conhecer cálculos, desenvolvendo diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos;
- e) Aplicar o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades;
- f) Aplicar os processos de construção da noção de número, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem;
- g) Aplicar pré-conhecimentos da matemática para resolver problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo diferentes significados das operações, argumente e justifique os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados a encontrar;
- h) Identificar regularidades e padrões de sequências numéricas;
- i) Avaliar leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas com compreensão dos procedimentos utilizados;
- k) Aplicar os diferentes significados numéricos em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica e estabelecer a variação entre duas grandezas e suas técnicas de resolução, inclusive no plano cartesiano; e
- l) Aplicar as operações fundamentais e necessárias, na resolução de operações numéricas.

Em relação às fases 1 a 5, o Quadro 2 apresenta as habilidades necessárias em cada fase para que o aluno resolva o Exercício, conforme a BNCC (FUNDAÇÃO LEMANN, 2020).

**Quadro 2 – Habilidades necessárias para cada fase do exercício**

<b>Fases</b> <b>Código</b>	<b>Fase 1</b>	<b>Fase 2</b>	<b>Fase 3</b>	<b>Fase 4</b>	<b>Fase 5</b>
EF06MA01	x	x	x	x	x
EF06MA03	x	x	x	x	x
EF06MA05	x	x	x		
EF06MA06	x	x	x	x	x
EF06MA07	x	x	x	x	x
EF06MA09	x	x	x	x	x
EF06MA10	x	x	x	x	
EF07MA01	x	x	x		
EF07MA03	x	x	x		
EF07MA04	x	x	x	x	x
EF07MA05	x	x	x		
EF07MA08	x	x	x	x	x
EF07MA10	x	x	x	x	x
EF07MA11	x	x	x	x	x
EF07MA12	x	x	x	x	x
EF07MA14	x	x	x	x	x
EF08MA03	x	x	x	x	

**Fonte: Fundação Lemann (2020, adaptado)**

## 6.2 CONTEÚDOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II A SEREM APLICADOS

As unidades e conteúdos vistos no Ensino Fundamental II para aplicação e resolução das expressões aritméticas, cujo ensino e aprendizagem têm a finalidade de resolver exercícios que envolvam expressões aritméticas, são apresentados nos Quadros 3, 4 e 5.

**Quadro 3 – Quadro de conteúdos do 6º ano**

<b>Unidade</b>	<b>Conteúdo</b>
Números naturais	<ul style="list-style-type: none"><li>· Sequência dos números naturais</li><li>· Sucessor, antecessor, números naturais consecutivos</li><li>· Aplicações dos números naturais</li><li>· Reta numérica</li></ul>
Adição e subtração de números naturais	<ul style="list-style-type: none"><li>· Ideias da adição e da subtração</li><li>· Cálculo mental nas adições e subtrações</li><li>· Problemas envolvendo adição e subtração de números naturais</li></ul>
Multiplicação e divisão de números naturais	<ul style="list-style-type: none"><li>· As ideias da multiplicação</li><li>· Divisão – ideias e algoritmos</li><li>· Multiplicação e divisão – operações inversas</li><li>· Relação fundamental da divisão</li><li>· Expressões numéricas envolvendo as quatro operações fundamentais</li><li>· Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração</li><li>· Cálculo mental de produtos</li><li>· Resolução de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais</li></ul>
Múltiplos	<ul style="list-style-type: none"><li>· Sequência dos múltiplos de um número</li><li>· Fatores ou divisores de um número natural</li><li>· Critérios de divisibilidade</li><li>· Números primos e decomposição em fatores primos</li><li>· Mínimo múltiplo comum</li></ul>
Frações	<ul style="list-style-type: none"><li>· Frações como partes do inteiro</li><li>· Representação e leitura</li><li>· Frações de uma quantidade</li><li>· Frações equivalentes</li><li>· Simplificação de frações</li><li>· Comparação de frações</li><li>· Operações com frações</li><li>· Problemas envolvendo frações e suas aplicações</li></ul>

**Fonte: Andrini; Vasconcellos (2012, adaptado)**

**Quadro 4 – Quadro de conteúdos do 7º ano**

<b>Unidade</b>	<b>Conteúdo</b>
Números naturais	<ul style="list-style-type: none"><li>· Sequência dos números naturais, sucessor, antecessor, números consecutivos</li><li>· Representação na reta numérica</li><li>· Múltiplos - mmc</li><li>· Números primos</li></ul>

Números negativos	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Aplicações dos números negativos</li> <li>· Comparação</li> <li>· Representação na reta numérica</li> <li>· Operações com números negativos</li> <li>· Expressões numéricas envolvendo operações com números negativos</li> </ul>
-------------------	--

**Fonte: Andrini; Vasconcellos (2012, adaptado)**

**Quadro 5 – Quadro de conteúdos do 8º ano**

Unidade	Conteúdo
<b>Conjuntos numéricos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Números naturais</li> <li>· Números inteiros</li> <li>· Números racionais</li> <li>· Representação dos números racionais</li> <li>· Números irracionais</li> <li>· <math>\pi</math> – um número irracional</li> <li>· Números reais</li> <li>· Os números reais e as operações</li> </ul>

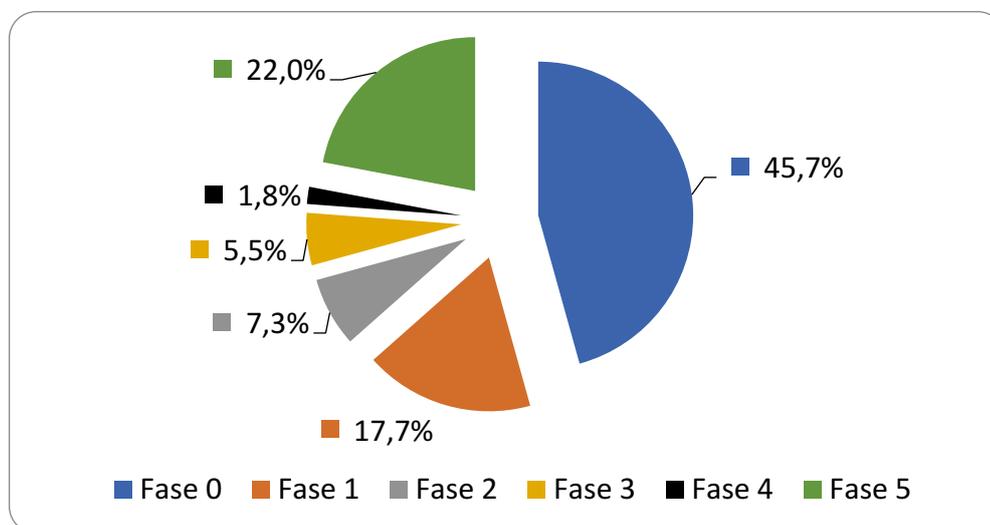
**Fonte: Andrini; Vasconcellos (2012, adaptado)**

Observa-se que não há quadro de conteúdos para o 9º ano, uma vez que, compreende-se que os conteúdos necessários para resolução de exercícios de expressões aritméticas se encerram no 8º ano do Ensino Fundamental. São conteúdos básicos de matemática, cujo ensino e aprendizagem, já se iniciam no 2º ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2019).

### 6.3 RESULTADOS NA RESOLUÇÃO DO EXERCÍCIO

No Gráfico 2 é apresentada a percentagem de alunos que chegaram em determinada fase:

**Gráfico 2 – Porcentagens de alunos que resolveram o exercício até determinada fase**



**Fonte: Autor (2020)**

Observando o Gráfico 2, nota-se que 45,7% dos alunos não saíram da fase 0 para prosseguir para a Fase 1. 17,7% chegaram até a Fase 1; 7,3% até o final da Fase 2; 5,5% até o final Fase 3; 1,8% até o final da Fase 4; e somente 22,0% concluíram o Exercício com êxito.

Portanto, 78% dos alunos que não chegaram a resolver o Exercício até o fim de forma correta, demonstram que, no Ensino Fundamental, não desenvolveram as habilidades de comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais, resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos; assim como classificar números naturais em primos e compostos, estabelecendo relações entre números, resolvendo e elaborando problemas envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, incluindo mínimo múltiplo comum; reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos na forma fracionária e cujo resultado seja um número natural, assim como resolvê-los e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração na representação fracionária e a relação entre elas e suas propriedades operatórias envolvendo a aplicação do princípio multiplicativo; e comparar e ordenar números inteiros em diferentes

contextos e associá-los a pontos da reta numérica e utilizando-os em situações que envolvam adição e subtração, durante o processo de ensino e aprendizagem.

As expressões numéricas possuem regras básicas de organização e resolução e supõe, em consequência, sua construção mental prévia. O processo de ordenamento e resolução se dá inicialmente com a organização mental realizada pelo aluno, já que já há uma hierarquia no sequenciamento numérico, sendo necessário que o aluno o siga em sua resolução.

Portanto, quando o aluno, ao tentar resolver os mais diversos problemas matemáticos e não conseguir de forma autônoma é por que não assimilou os conhecimentos ensinados, e é aí que se percebe a necessidade de rever o processo de ensino e aprendizagem e o que está influenciando esse processo, uma vez que o aluno não atinge os objetivos propostos pela escola.

No Ensino Fundamental cabe ao Professor levar os alunos a estabelecerem relações que os aproximem de alguns conceitos a partir de procedimentos simples, o que deve ser realizado a partir de interligações entre diferentes conteúdos e operações da matemática, a partir de situações em que construam hipóteses sobre o significado dos números, uma vez que, a maior parte dos problemas da matemática é resolvida pelas operações fundamentais.

O aluno nasce com a competência de assimilar e ajustar, ao longo do tempo, objetos externos em sua estrutura cognitiva. No entanto, a matemática é algo a ser aprendido, e para isso, o aluno tem que conviver com situações problemas, procurar novos conhecimentos agregando-os aos anteriores, a partir da semelhança de eventos matemáticos entre si, mas em alguma ocasião é necessário desenvolver o processo cognitivo para uma melhor compreensão de como utilizar a matemática.

Diante dos dados apresentados, vale deixar claro que essa situação não se trata de um fato isolado, pois todos os anos chegam novos alunos, e tem-se observado a deficiência na compreensão de expressões aritméticas e conceitos básicos de matemática. Cálculos simples, que levam somente as quatro operações e a montagem de um simples enunciado se torna um sacrifício sua resolução, onde acabam necessitando de grande apoio do Professor. Dá a impressão de que “fingiram” aprender matemática nos nove anos do Ensino Fundamental, independente se oriundos de escolas públicas ou privadas.

Durante o processo de resolução do Exercício foi observado um emaranhado de conteúdos, desconectados, que deixaram de ser transformado em estruturas cognitivas durante o Ensino Fundamental, o que não possibilitou o desenvolvimento esperado.

No entanto, é aqui que deverá entrar o papel do Professor do Ensino Médio para atuar na recuperação do equilíbrio que se perdeu entre as várias etapas não assimiladas do ensino de números, recuperando e procurando potencializar estes alunos; “reconstruindo-os” desde a sua base. Cabe a nós, Professores, auxiliá-los a desenvolver suas habilidades cognitivas como atenção, memória de longo prazo, memória de trabalho, raciocínio lógico e matemático, o processamento visual assim como o auditivo e a velocidade de processamento do pensamento matemático. Claro, que isso vai depender também do querer do próprio aluno.

No entanto, em sala de aula, observa-se entre os alunos, comportamento sociocultural não adaptado ao ensino e a aprendizagem. Em alguns casos, isso é observado na cultura de alguns pais. Essa percepção se deu não somente observando o comportamento dos alunos em sala de aula durante aulas presenciais, mas principalmente durante do processo da pandemia do covid-19. Alguns pais e alunos, não tendo a cultura do ensino e aprendizagem, rejeitavam atividades encaminhadas durante as aulas remotas, perdendo uma grande oportunidade dos filhos de se autogerir, melhorando sua capacidade de aprender, tendo o Professor como um orientador do processo. Alegaram que as atividades eram um exagero e por mais que se dialogavam com os pais, esses não compreendiam a necessidade dos filhos de desenvolver suas capacidades cognitivas, negando-os do processo. Para um curso técnico de três anos e integral, as atividades são as mesmas para o processo presencial. O interessante: isso somente se deu no primeiro ano do curso médio, os ingressantes na Escola Técnica Guaracy Silveira.

O desenvolvimento pode ser definido em termos das mudanças que ocorrem ao longo do tempo de maneira ordenada e relativamente duradoura e afetam as estruturas físicas e neurológicas, os processos de pensamento, as emoções, as formas de interação social e muitos outros comportamentos. (THOMPSON, 2000, p. 45)

Percebe-se que o desenvolvimento cultural e social de alguns alunos ingressantes está relacionado à cultura do “não estudar”. Acostumados às promoções

automáticas tanto na escola particular (algumas para segurar seu cliente) como na escola pública (exigência do próprio Estado ou município), estes não têm a cultura de se socializar com o conhecimento que promovem a capacidade de aprender. Percebe-se que a cultura de não estudar está se tornando, conforme frase de Prestes (2019), “um fenômeno social coletivo”.

## **7 CONCLUSÕES**

As habilidades adquiridas no período escolar permitem inferir o nível em que os estudantes dominam as competências cognitivas, cujas modalidades estruturais da inteligência ou grupo de ações e operações mentais que o indivíduo utiliza para constituir relações com ele e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas ao seu redor.

A escola tem essa função: dar às pessoas a capacidade de dominar as competências cognitivas, que incluem habilidades motoras, memória, atenção, percepção etc., ser suporte à ação sobre novos problemas; auxiliar no domínio dos conhecimentos, levando o aluno a adquirir cada vez mais habilidades para resolvê-los, assim como as mais diferentes situações e prosseguir adquirindo cada vez mais novas habilidades, alcançando novas compreensões e domínios sobre novos problemas.

A matemática é uma ciência essencial, onde um dos seus objetivos como disciplina é desenvolver o raciocínio lógico, como encontrar soluções para um problema, a partir das experimentações no ensino e na aprendizagem matemática. Diante disso, no Ensino Fundamental, por meio da articulação de seus diversos campos, tendo como primordial a noção de números, tem por objetivo garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real aplicada a uma atividade matemática, em seus conceitos e propriedades, realizando induções e conjecturas. Aplicar os processos de construção da noção de número é utilizar as habilidades necessárias e iniciais, dando origem às competências, e dar ao aluno a base para a compreensão de todo processo matemático no Ensino Fundamental e anos posteriores.

Apesar dos alunos da Escola Técnica Guaracy Silveira, para ingresso no 1º ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio, realizarem uma prova de admissão (vestibulinho), 78% dos alunos ingressantes têm dificuldades na resolução de situações-problema envolvendo expressões aritméticas, suas relações a partir de diferentes significados, assim como a aplicação de operações básicas e fundamentais que envolvam números naturais e racionais, procedimentos de cálculo mental e escrito, o que pode influenciar o aluno de forma negativa no interesse pela investigação, exploração e interpretação dos conceitos e procedimentos matemáticos, o que dificulta o desenvolvimento de novas habilidades e competências na resolução de situações-problema, não somente no cotidiano da sala de aula no Ensino Médio, mas também no dia a dia fora da escola.

E o que se torna ainda mais preocupante é a situação cultural e social em que os alunos, pais e responsáveis estão inseridos. Destes últimos, alguns não demonstram uma real preocupação no desenvolvimento das potencialidades de aprendizagem de seus filhos, pois o não estudar, ser promovido e o “passar de ano” sem o desenvolvimento das habilidades para prosseguir para os anos posteriores está se tornando algo culturalmente aceito por pais, se enraizando na sociedade, tornando-se algo comum e aceitável.

Os conhecimentos prévios que alguns alunos trazem para o Ensino Médio são precários, cujas predisposições inatas não foram desenvolvidas no período do Ensino Fundamental. Os incentivos por parte dos pais e/ou responsáveis, inicialmente no convívio familiar, são de mais alta relevância para o desenvolvimento cognitivo das crianças, o que vai refletir sobremaneira no desenvolvimento escolar futuro, inclusive no Ensino Superior.

Na prova objetiva, no caso do “vestibulinho”, o candidato apenas lê e assinala a resposta, limitado ao enunciado; pode acertar a questão sem compreender do que se trata o tema e com um simples “chute”, dá oportunidade para a sorte, desprezando as habilidades e competências que poderiam ter sido desenvolvidas durante o Ensino Fundamental, independente da BNCC.

É como se a escola direcionasse o aluno apenas aos objetos que estão somente em seu ambiente imediato, incentivando seus pensamentos a eventos concretos, observados e manipulados pela escola, não pelo aluno.

A escola não pode ser apenas um local de transmissão de conteúdos não aprendidos. É necessário ser muito mais do que isso. Tem que ser atuante no desenvolvimento cognitivo de seus educandos em um ambiente voltado para o crescimento do pensamento humano, a partir de processos de ensino e aprendizagem voltados ao desenvolvimento de modalidades estruturais da inteligência. Já o Professor, um elo entre os conteúdos não aprendidos e as habilidades cognitivas ainda não bem desenvolvidas, e a recuperação do equilíbrio entre as várias etapas não assimiladas do ensino de números, potencializando este aluno, reconstruindo a sua base, capacitando-o a aprender.

A BNCC, com a sua implantação a partir deste ano, respingada pela pandemia do covid 19, tem um grande desafio, tanto educacional como social para transpor: direcionar a educação entre Estado, família e sociedade ao determinar que a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, deverá ser promovida e incentivada com a colaboração de toda a sociedade, algo que os PCN's não atingiram.

Como sugestão para prosseguir com este trabalho, seria interessante estender este estudo para outras escolas e regiões e realizar comparações para analisar o quanto os alunos ingressantes no Ensino Médio estão desenvolvendo suas habilidades e adquirindo competências, assim como se comporta o universo social em que vivem e sua influência no comportamento escolar.

## 8 REFERÊNCIAS

AÇÃO EDUCATIVA; INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. **Indicador de analfabetismo funcional**. 2018. Disponível em: <[http://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2018/08/Inaf2018\\_Relat%C3%B3rio-Resultados-Preliminares\\_v08Ago2018.pdf](http://acaoeducativa.org.br/wp-content/uploads/2018/08/Inaf2018_Relat%C3%B3rio-Resultados-Preliminares_v08Ago2018.pdf)>. Acesso em: 21 mar. 2020.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2012. 3º ed. renovada. 394 p.

BAZANI, L. V.; MONTAGNOLI, G. A. A alfabetização na nova base nacional comum curricular. 2017. Disponível em: <http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/91/A%20ALFABETIZA%C3%87%C3%83O%20NA%20NOVA%20BASE%20NACIONAL%20COMUM.pdf>. Acesso em: 18 mai. 2020.

BESSA, K. P. **Dificuldades de aprendizagem em matemática na percepção de professores e alunos do ensino fundamental**. Universidade Católica de Brasília, 2007. Disponível em: <[http:// docplayer.com.br/12671732-Dificuldades-de-aprendizagem-em-matematica-na-percepcao-de-professores-e-alunos-do-ensino-fundamental.html](http://docplayer.com.br/12671732-Dificuldades-de-aprendizagem-em-matematica-na-percepcao-de-professores-e-alunos-do-ensino-fundamental.html) >. Acesso em: 21 mar. 2020.

BORTOLANZA, A. M. E.; GOULART, I. C. V.; CABRAL, G. R. Diferentes perspectivas de alfabetização a partir da Base Nacional Comum Curricular: concepções e desafios. **Ensino Em Re-Vista**. Uberlândia, MG. v.25. n. Especial. p. 958-983. 2018. SSN: 1983-1730

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018. 595 p. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 11 mar. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

COSTA, U. S. Algoritmo e programação de computadores.2015. Disponível em: <https://www.dimap.ufrn.br/~richard/pubs/dim0320/readings/aula05.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2020.

FUNDAÇÃO LEMANN. **Aprendizado dos alunos: Brasil**. QDuc. 2020. Disponível em: <https://www.qedu.org.br/brasil/aprendizado>. Acesso em: 11 abr. 2020.

FURTUNATO, F. S. **Os jogos e os números inteiros**. 2012. 41 f. Monografia (Licenciatura em Matemática à Distância) – Universidade Federal da Paraíba, Pombal, 2012.

GOMES, R. C. S.; GHEDIN, E. O desenvolvimento cognitivo na visão de Jean Piaget e suas implicações a educação científica. In: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, VIII. Campinas – SP, 5 e 9 de dezembro de 2011. **Anais**. Campinas, ENPEC, 2011. Disponível em: <http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiienpec/resumos/R1092-2.pdf>. Acesso em: 22 mai. de 2018.

GOULART, A. T.; PUCCI, M. O.; GODOY, N. G.; BASTOS, S. R. Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi. **Revista Científico**, Fortaleza – Ceará, v. 18, n. 37, pg. 47 a 73, jan./jun. 2018.

INEP. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Confira a consolidação das notas por escola do Enem 2019 - resultados sem redação. 2020a. Disponível em: <https://enem2019.evolucional.com.br/>. Acesso em: 29 jun. 2020.

INEP. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, **matemática e ciências no Brasil**. 03 de Dezembro de 2019. Disponível em: [http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206). Acesso em: 3 abr. 2020.

INEP. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ideb: resultados e metas. 28 janeiro 2020b. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/ideb>. Acesso em: 10 abr. 2020.

INEP. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Exame Nacional do Ensino Médio – Enem : relatório final 1999. Brasília: 2000. 233 p.

JORDÃO, H.D. C; BETINI, R. C. Ensinando através de jogos matemáticos. Governo do Estado do Paraná. Secretaria de Educação e Esportes. 2014. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospede/pdebusca/producoes\\_pde/2014/2014\\_utfpr\\_mat\\_artigo\\_helani\\_daluz\\_cumin\\_jordao.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospede/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_artigo_helani_daluz_cumin_jordao.pdf). Acesso em: 18 mai. de 2020.

LUZ, M. A. B. **Caderno pedagógico de análise de erros**. Estado do Paraná – Secretaria de Estado da Educação. Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/364-2>. Acesso em: 15 mai. 2020.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, RS – V7(1), pp. 7-29, 2002.

OLIVEIRA, E. A. C.; OLIVEIRA, M. F. A. Dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática. **Revista Práxis**. ano III, nº 5 - janeiro 2011.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, João Pessoa-PB, N ° 3 8. 2018.

PARAÍZO, Ricardo Ferreira. **Expressões matemáticas**. Fortaleza: e-Tec Brasil – Matemática Instrumental, 2017. Disponível em: [http://proedu.rnp.br/bitstream/handle/123456789/585/Aula\\_06.pdf?sequence=6&isAllowed=y](http://proedu.rnp.br/bitstream/handle/123456789/585/Aula_06.pdf?sequence=6&isAllowed=y). Acesso em: 15 mai. 2020.

PATEMAN, Neil A. Some issues in teaching secondary mathematics. In: Proceedings of the Honors Teacher Workshop of Middle Grade Mathematics. Michigan, June 21- July 17, 1987. **Anais**, Washington, D.C. National Science Foundation, 1987.

PEA, Roy D. Cognitive Technologies for Mathematics Education. A. Schoenfeld. **Cognitive science and mathematics education**, Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp.89-122, 1987. hal-00190547

PEREIRA, V. A. S.; SILVA, A. V.; Gonçalves, E. N.; CLAUDINO, D. D.; ALVES, V. S. Ensino de expressões numéricas a partir das contribuições de um jogo em turma de 7º ano do ensino fundamental. In: Congresso Nacional de Educação, VI. Fortaleza - CE de 24 a 26 de outubro de 2019. **Anais...** Fortaleza – CE. CONEDU: 2019.

PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

PRESTES, Z. R. Nós da Educação – A Teoria Histórico Cultural de Vigotski Bloco 2. 2017. Disponível em: <https://youtu.be/B1a3m4bRnG4>. Acesso em: 22 jul. 2020.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. F. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.15, n.1, pp. 199-222, 2013

SANTA ROSA, C. A. **A insustentabilidade da Educação Básica nas Escolas Públicas no Brasil e sua influência na vida de seus educandos**. 2018. 232 f. Monografia (Especialização em Ensino de Química) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2018.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. (monografia) Centro Universitário Adventista de São Paulo – Curso de Licenciatura em Matemática, Brasília, 2007.

SÃO PAULO (Estado). Etecanos estão mais jovens, indica pesquisa do vestibulinho. Secretaria de Desenvolvimento Econômico. 2020. Disponível em: <http://www.desenvolvimentoeconomico.sp.gov.br/etecanos-estao-mais-jovens-indica-pesquisa-do-vestibulinho/>. Acesso em 20 abr. 2020.

SÃO PAULO (Estado). Matrizes de referência para a avaliação: documento básico – SARESP. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. São Paulo: SEE, 2009. 174 p. ISBN: 978-85-7849-374-5.

SILVA JUNIOR, M. A. A toca da raposa. In: ENGELMANN, Jaqueline (Org.). **Jogos matemáticos: Experiências no PIBID**. Natal: IFRN, 2014. Pag. 13 a 25. ISBN 978-85-8333-090-5

SOARES, P. J. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso**. São Paulo: PUC, Dissertação de mestrado, 2008.

TRACANELLA, A. T.; BONANNO, A. L. A construção do conceito de número e suas implicações na aprendizagem das operações matemáticas. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2016.

THOMPSON, Rita. **Desenvolvimento Psicomotor e Aprendizagem**. In: Psicomotricidade da Educação Infantil à Gerontologia: Teoria e Prática. FERREIRA, C. A. (Org.) São Paulo: Editora Lovise. 2000.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1989, fascicule S6. « Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », p. 47-50. Disponível em: [http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1989\\_\\_S6\\_47\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989__S6_47_0). Acesso em: 10 mai. 2020.

## **ANEXO I - Competências e habilidades (respectivamente) para a temática “Números” de acordo com a BNCC.**

### a) Para o 6º ano do Ensino Fundamental

#### a.1) Competências

Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal;

Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais Divisão euclidiana;

Fluxograma para determinar a paridade de um número natural;

Múltiplos e divisores de um número natural;

Números primos e compostos;

Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.

Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais;

Aproximação de números para múltiplos de potências de 10;

Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”.

#### a.2) Habilidades

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

b) Para o 7º ano do Ensino Fundamental

b.1) Competências

Múltiplos e divisores de um número natural

Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações;

Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador;

Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.

b.2) Habilidades

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração  $\frac{2}{3}$  para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

c) Para o 8º ano do Ensino Fundamental

c.1) Competências

Notação científica;

Potenciação e radiciação;

O princípio multiplicativo da contagem;

Dízimas periódicas: fração geratriz.

c.2) Habilidades

(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.

(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figura não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.

(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

d) Para o 9º ano do Ensino Fundamental

d.1) Competências

Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta;

Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica;

Potências com expoentes negativos e fracionários;

Números reais: notação científica e problemas.

d.2) Habilidades

(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

# TERMO DE APROVAÇÃO



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade



**EXPRESSÕES ARITMÉTICAS: DIFICULDADES ENCONTRADAS ENTRE ALUNOS INGRESSANTES NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO DA ESCOLA TÉCNICA GUARACY SILVEIRA**

por

**CLAUDIONOR ALVES DA SANTA ROSA**

Esta monografia foi apresentada às 14:00 do 19 de setembro de 2020 como requisito parcial para a obtenção do título de **Especialista no Curso de Especialização em Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade** – Polo de Jardim Esmeralda - SP, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Dois Vizinhos. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho **APROVADO**

BRAIAN LUCAS CAMARGO ALMEIDA

CAROLINE DALL AGNOL

DIEGO MATHIAS DESANTI