

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CIÊNCIAS HUMANAS - DACHS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO E TECNOLOGIA**

PATRÍCIA APARECIDA CALDANA PEREIRA

**TAREFAS PARA AS AULAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E
INTEGRAL IMPLEMENTADAS COM O GEOGEBRA NO CONTEXTO
DA CINEMÁTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO

LONDRINA

2016

PATRÍCIA APARECIDA CALDANA PEREIRA

**TAREFAS PARA AS AULAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E
INTEGRAL IMPLEMENTADAS COM O GEOGEBRA NO CONTEXTO
DA CINEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Ensino e Tecnologia, do Departamento Acadêmico de Ciências Humanas – DACHS, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Trevisan

**LONDRINA
2016**



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

Departamento Acadêmico de Ciências Humanas – DACHS
Curso de Especialização em Ensino e Tecnologia



TERMO DE APROVAÇÃO

TAREFAS PARA AS AULAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL IMPLEMENTADAS COM O GEOGEBRA NO CONTEXTO DA CINEMÁTICA

por

PATRÍCIA APARECIDA CALDANA PEREIRA

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização foi apresentado em 15 de outubro de 2016 como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Ensino e Tecnologia. O(a) candidato(a) foi arguido(a) pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. André Luis Trevisan
Prof. Orientador

Prof^a. Dra. Marcele Tavares Mendes
Membro titular

Prof. Dr. João Paulo Camargo de Lima
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso –

Dedico este trabalho com muito carinho à minha família, pela paciência e pelo incentivo ao longo de minha vida acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, pela dádiva da vida.

À minha família, que, apesar de todas as dificuldades, sempre me apoiou e incentivou a estudar.

Ao professor orientador, Prof. Dr. André Luis Trevisan, por seu apoio, paciência, dedicação, confiança e por todo o tempo que dedicou a me orientar no desenvolvimento deste trabalho.

“A Física é a poesia da natureza. A
Matemática, o idioma”.
(Antônio Gomes Lacerda)

RESUMO

PEREIRA, Patrícia Aparecida Caldana. **Tarefas para as aulas de Cálculo Diferencial e Integral implementadas com o Geogebra no contexto da cinemática.** 66 f. Monografias (Especialização em Ensino e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2016.

As Tecnologias de Informação e Comunicação vem nos possibilitando o uso de diferentes recursos didáticos que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, promovendo ao educando um conhecimento mais dinâmico e contextualizado. Neste contexto, busca-se com este trabalho, elaborar tarefas para as aulas de Cálculo Diferencial e Integral, implementadas com o Geogebra, abordando os conceitos de funções e taxas de variação, partindo de problemas oriundos da Física, mais especificamente, da cinemática. Foram elaboradas três tarefas com diferentes abordagens sobre o estudo do movimento, aplicadas na turma de calouros do curso de Engenharia de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina. Sendo as tarefas realizadas em grupo. Para a análise das resoluções dos alunos foram utilizadas as produções escritas e gravações em áudio das discussões do grupo. Com este material foi possível identificar que os alunos, em sua maioria, se mantiveram ligados ao uso do lápis e papel, utilizando de maneira superficial as ferramentas do software que poderiam facilitar a compreensão da tarefa e dos conceitos abordados.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Tarefas matemáticas. Recursos computacionais.

ABSTRACT

PEREIRA, Patrícia Aparecida Caldana. **Tasks for the Differential and Integral Calculus classes implemented with Geogebra in the context of kinematics**. 66 f. Monograph (Specialization in Education and Technology) Pos - Graduate Program in Education and Technology - Federal Technology University - Paraná. Londrina, 2016.

The Information and Communication Technologies has enabled us to use different didactic resources that can aid in the teaching and learning process, promoting to the student a more dynamic and contextualized knowledge. In this context, this work seeks to elaborate tasks for the Differential and Integral Calculus classes, implemented with Geogebra, addressing the concepts of functions and rates of variation, starting from problems arising from Physics, more specifically from kinematics. Three tasks were elaborated with different approaches about study of the movement, applied in the class of freshmen of the Course of Materials Engineering of the Federal Technology University - Paraná - Campus Londrina. Being the tasks carried out in groups. For the analysis of students' resolutions, the written productions and audio recordings of the group discussions were used. With this material, it was possible to identify that the students, mostly, remained connected to the use of pencil and paper, using in a superficial way the tools of the software that could facilitate the understanding of the task and the concepts approached.

Keywords: Mathematics Education. Differential Calculus and Integral Education. Mathematics Tasks. Computational resource.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	9
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
2.1 A TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	2
2.2 TAREFAS MATEMÁTICAS COM USO DAS TECNOLOGIAS	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	8
2.2.1 A Organização De Tarefas Matemáticas	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	9
2.2.2 Tarefas Matemáticas Com Uso Da Tecnologia	23
2.3 O DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTE- GRAL NA FÍSICA.....	25
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	
Erro! Indicador não definido.	
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	33
4.1 O PERFIL DO ALUNO	33
4.2 ANÁLISES DAS TAREFAS APLICADAS	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
4.2.1 Análises da produção escrita	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
4.2.2 Análises das gravações em áudio	55
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	
ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
REFERÊNCIAS.....	64

1 INTRODUÇÃO

No Ensino Médio, as disciplinas de Matemática e Física estão entre as que os estudantes mais frequentemente encontram dificuldades no processo de ensino e aprendizagem e, por muitas vezes, esta dificuldade acompanha o estudante até o Ensino Superior, quando este escolhe cursar uma graduação da área das Ciências Exatas e Tecnológicas. Neste contexto, o ensino destas disciplinas se tornou um desafio para os educadores do Ensino Superior que, além de apresentar novos conteúdos aos alunos, tem que lidar com a defasagem na aprendizagem que estes carregam consigo desde o Ensino Médio.

No Ensino Superior, nas áreas tecnológicas, econômicas e administrativas, não há dúvidas de que o ensino de Cálculo Diferencial e Integral é de fundamental importância para a compreensão e desenvolvimento da ciência moderna. Mas, ao iniciar seus estudos nestas áreas, os estudantes enfrentam grandes dificuldades.

Num estudo realizado no Centro Universitario Valle de Chalco, Cuevas, Martinez e Pluinage (2012), apontam diversos fatores nos quais esta universidade e, grande parte das universidades do México, tem tido pouco êxito com seus alunos ingressantes nos cursos de Cálculo. As deficiências mais notáveis observadas estão relacionadas com a defasagem nos pré-requisitos algébricos, programas de estudos obsoletos, uso inadequado das tecnologias, etc. Uma conclusão importante nestes estudos é a necessidade de se trabalhar conceitos pré-cálculo para uma compreensão adequada do cálculo no Ensino Superior.

O baixo êxito dos estudantes na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral não, acompanhado pela defasagem do ensino básico é frequente, também, nas universidades brasileiras. Máximo e Murta (2004), apontam que, na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP – MG), no período de 1996 a 2001, o índice médio de reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é de cerca de 55%. Segundo os autores, o insucesso dos estudantes na disciplina de Cálculo é uma questão polêmica que está longe de se encontrar uma solução definitiva para o problema. Este fato gera um desafio para os educadores matemáticos, a necessidade de buscar métodos que visem facilitar o entendimento do Cálculo por parte dos estudantes.

Rezende (2003) aponta que a dificuldade no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo não é algo cultural, justificado pela condição socioeconômica da sociedade brasileira, mas também ocorre em países desenvolvidos, visto pelo grande número de trabalhos que tem sido publicado sobre o assunto. Em sua pesquisa, o autor relata que mudanças no ensino de cálculo vem sendo discutidas desde à década de 80, onde já se falava sobre a introdução da tecnologia no ensino da disciplina.

Outro exemplo internacional dessa inquietação foi o movimento em prol da reforma do ensino de Cálculo, iniciado na década de 80, e que ficou conhecido como “Calculus Reform” (ou Cálculo Reformado). Tal movimento teve como elemento deflagrador um polêmico documento do famoso matemático Peter Lax, que atacava os cursos de Cálculo da época. Segundo seus precursores, o “Calculus Reform” tem como características básicas: o uso de tecnologia, isto é, software computacional e calculadoras gráficas, tanto para aprendizado de conceitos e teoremas como para resolução de problemas (REZENDE, 2003, p. 4).

Segundo o autor, o movimento “Calculus Reform” já indicava uma tendência ao uso da tecnologia no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, área que é de fundamental importância para a compreensão e desenvolvimento da ciência moderna devido à sua grande utilização na resolução de problemas em diversas áreas, entre elas, a Física. Isaac Newton utilizou do Cálculo para embasar suas teorias em Física, sendo o primeiro a escrever espaço, velocidade e aceleração como funções horárias do tempo. Aplicando o Cálculo Diferencial e Integral na área da Cinemática, temos que a velocidade deve ser compreendida como a derivada da posição em relação ao tempo, bem como a aceleração pode ser compreendida como a derivada da velocidade em relação ao tempo. Sendo estas definições frequentemente aplicadas ao estudo do movimento.

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) vem nos possibilitando o uso de sites, aplicativos e softwares como recursos pedagógicos para auxiliar no processo de ensino aprendizagem, promovendo ao educando um conhecimento mais dinâmico e contextualizado. Contudo, segundo Cuevas, Martinez e Pluinage (2012), os materiais didáticos de ensino nem sempre acompanham essa evolução tecnológica, tornando-se necessário o desenvolvimento de propostas que

proporcionem um equilíbrio destes aspectos para o ensino da Matemática. Embasados neste contexto, buscamos elaborar tarefas para as aulas de Cálculo Diferencial e Integral, implementadas com o Geogebra, abordando os conceitos de funções e taxas de variação, partindo de problemas oriundos da Física, mais especificamente, da cinemática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Vivemos uma época de constante avanço tecnológico que, a cada dia, torna mais fácil, prático e rápido o acesso à informação. Com o uso de *notebooks*, *tablets* e *smartphones*, basta apenas um clique para se ter acesso a filmes, artigos, livros e revistas digitais, sobre qualquer assunto que se tenha interesse, sem contar a grande quantidade de aplicativos e softwares que surgem na intenção de facilitar a vida dos usuários. A respeito das inovações tecnológicas, Kenski (2007) afirma que:

A evolução tecnológica não se restringe apenas aos novos usos de determinados equipamentos e produtos. Ela altera comportamentos. A ampliação e banalização do uso de determinada tecnologia impõem-se à cultura existente e transforma não apenas o comportamento individual, mas o de todo o grupo social (KENSKI, 2007, p.21).

Neste contexto, Kenski (2007), afirma ainda que o surgimento deste novo tipo de sociedade tecnológica, quando disseminadas socialmente, alteram as qualificações profissionais e a maneira como as pessoas vivem cotidianamente. Assim, com o grande avanço das tecnologias de informação e comunicação (TIC), o giz, o quadro negro, cadernos e livros já não são as únicas ferramentas que o professor tem disponível para utilizar em sala de aula, há uma infinidade de recursos tecnológicos que podem e devem ser utilizados pelo docente no processo de ensino aprendizagem.

Sobre a relação entre o uso das tecnologias e a educação, Kenski (2007) nos diz que:

Podemos também ver a relação entre educação e tecnologias de um outro ângulo, o da socialização e da inovação. Para ser assumida e utilizada pelas demais pessoas, além de seu criador, a nova descoberta precisa ser ensinada. A forma de utilização de alguma inovação, seja ela um tipo novo de processo, produto, serviço ou comportamento, precisa ser informada e aprendida. Todos nós sabemos que a simples divulgação de um produto novo pelos meios publicitários não nos mostra como o usuário deve fazer para utilizar plenamente seus recursos. Um computador, por exemplo. Não basta adquirir a máquina, é preciso aprender a utilizá-la, a descobrir as melhores

maneiras de obter da máquina auxílio nas necessidades de seu usuário. É preciso buscar informações, realizar cursos, pedir ajuda aos mais experientes, enfim, utilizar os mais diferentes meios para aprender a se relacionar com a inovação e ir além, começar a criar novas formas de uso e, daí, gerar outras utilizações. Essas novas aprendizagens, quando colocadas em prática, reorientam todos os nossos processos de descobertas, relações, valores e comportamentos (KENSKI, 2007, p.43).

Neste contexto, temos que o grande desafio da educação nos dias de hoje é que os docentes busquem formações que os preparem para buscar, no meio tecnológico, ferramentas que os auxiliem em sua prática pedagógica de maneira a gerar, nos alunos, novas descobertas que levem a construção de um novo conhecimento.

Em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), encontramos recomendações quanto ao uso das tecnologias:

É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras (BRASIL, 1998, p. 96).

Para que as tecnologias da informação e comunicação contribuam para a prática pedagógica, é necessário que o professor esteja sempre atualizado com as novas tecnologias, acompanhando sua evolução, de forma a ter um bom aproveitamento em sala de aula, formando alunos críticos, ativos e produtivos. Sobre a importância do papel da escola no processo de ensino aprendizagem como novas tecnologias, o PCN nos diz que:

O desenvolvimento das tecnologias da informação permite que a aprendizagem ocorra em diferentes lugares e por diferentes meios. Portanto, cada vez mais as capacidades para criar, inovar, imaginar, questionar, encontrar soluções e tomar decisões com autonomia assumem importância. A escola tem um importante papel a desempenhar ao contribuir para a formação de indivíduos ativos e agentes criadores de novas formas culturais (BRASIL, 1998, p. 140).

Sobre o uso da tecnologia na educação, Kesnki (2007) afirma ainda que:

Uma vez assimilada a informação sobre a inovação, nem a consideramos mais como tecnologia. Ela se incorpora ao nosso universo de conhecimentos

e habilidades e fazemos uso dela na medida de nossas possibilidades e necessidades (KENSKI, 2007, p. 44)

Desta forma, podemos dizer que, quanto mais utilizamos da tecnologia na educação, mais esse processo se torna natural e dinâmico na realidade do ensino.

Portanto, não devemos desconsiderar o importante papel do professor e da escola em se manter atualizado perante as novas tecnologias, buscando a realizações de formação continuada para manter os docentes atualizados no que diz respeito às tecnologias voltadas para o ensino.

Nos diversos níveis de formação, há muito tempo vem-se falando sobre a integração dos recursos tecnológicos ao ensino e à aprendizagem. Neste contexto, Palis (2010), traz as seguintes reflexões: “O que será que o professor precisa saber para ensinar de forma eficiente em contextos tecnológicos? Que ferramentas teóricas têm sido construídas para estudar essa questão? ”.

Nas mais diversas áreas, muitos educadores vêm tentando responder a essas perguntas. Moura e Brandão (2013), trazem algumas reflexões sobre o assunto:

Algumas manifestações surgiram por parte de governos e entidades com o propósito de criar cursos que permitissem preparar os profissionais da educação e os estudantes para interagirem com as mídias e com as TIC, adaptando o computador à dinâmica da sala de aula na tentativa de acompanhar os avanços tecnológicos e possibilitar a adequação necessária para as metodologias. No entanto os resultados não contribuíram significativamente para uma mudança na educação (MOURA; BRANDÃO, 2013, p. 2)

De acordo com Moura e Brandão (2013), o ensino nos dias de hoje necessita de uma mudança no papel dos profissionais da educação, de forma a estimular o aluno a buscar novas fontes de informação, estudando-as e recriando-as. Desta forma, o uso das tecnologias de informação e comunicação na educação deve ser visto como um aliado ao processo de ensino e aprendizagem, proporcionando novas maneiras de ensinar e aprender.

Sobre a capacitação dos professores com as novas tecnologias, Moura e Brandão (2013) afirma que:

Com o avanço tecnológico os profissionais precisam estar cada vez mais conectados com o mundo, especialmente os professores, tendo que

abandonar antigas formas de ensinar e buscar condições favoráveis ao desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem ressaltando a criatividade, com alunos inventivos e envolvidos com outras descobertas (MOURA; BRANDÃO, 2013, p. 3)

Assim, podemos dizer que, para a realidade tecnológica atual, a área educacional necessita cada vez mais de profissionais que tenham domínio sobre as ferramentas tecnológicas de maneira a explorar as competências e habilidades dos alunos no processo de ensino-aprendizagem.

Palis (2010), apresenta o que os pesquisadores definem como conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (TPACK – Technological Pedagogical Content Knowledge). Este seria definido como:

O conhecimento que os professores precisam ter para ensinar com e sobre tecnologia em suas áreas disciplinares e nível escolar de atuação. Inclui questões instrucionais e de gestão de sala de aula, relações entre tecnologia e conteúdo específico, concepções e usos pedagogicamente apropriados da tecnologia. Esse referencial procura capturar algumas das qualidades essenciais do conhecimento do professor requerido para integrar tecnologia no ensino, ao mesmo tempo em que leva em conta a natureza situada, complexa e multifacetada desse conhecimento (PALIS, 2010, p.435)

De acordo com Palis (2010), o TPACK foi apresentado como uma interação e interseção dos conhecimentos do conteúdo, pedagógico e tecnológico. Neste contexto, o conhecimento tecnológico está em constante mudança, devido ao contínuo avanço da tecnologia e, por isso, deve incluir a habilidade de aprender e adaptar-se constantemente às novas tecnologias.

No contexto do TPACK, Palis (2010) cita que há três componentes de categorização do saber docente, sendo elas: o conhecimento tecnológico do conteúdo, o conhecimento tecnológico pedagógico e o conhecimento tecnológico pedagógico e do conteúdo.

No conhecimento tecnológico do conteúdo compreende-se “o impacto de tecnologias nas práticas e conhecimentos de áreas de conteúdo específico” (Palis, 2010, p.436). E, inclui também, o conhecimento de como o conteúdo a ser ensinado pode ser modificado com o uso da tecnologia.

Por sua vez, o conhecimento tecnológico pedagógico abrange-se “as potencialidades e as limitações de uma tecnologia particular e como esta pode ser

usada no ensino e na aprendizagem” (Palis, 2010, p.436), incluindo o conhecimento de como o ensino e a aprendizagem podem ser modificados partindo do uso de determinadas tecnologias. Nele se compreendem também as particularidades de determinada tecnologia e como ela se relaciona com as estratégias pedagógicas.

Já o conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo vai além dos demais já citados, este é definido por Palis (2010) como:

É a base para um ensino efetivo com tecnologia incluindo a compreensão de representações de conceitos usando tecnologia, técnicas pedagógicas que empregam tecnologia para ensinar conteúdos, de como uma tecnologia pode ajudar a lidar com as dificuldades dos alunos (Palis, 2010, p.436).

Na realidade atual do ensino, tem-se buscado, cada vez mais, evoluir com relação ao uso das tecnologias em sala de aula. A cada dia notamos o avanço da tecnologia, mas percebemos que o desenvolvimento de estratégias para uma efetiva integração de tecnologia com o processo de ensino-aprendizagem ainda não ocorre com a mesma velocidade. Assim, deve-se buscar um desenvolvimento profissional na educação, cada vez mais dirigido ao desenvolvimento do conhecimento tecnológico voltado para a realidade do ensino. Nesta realidade, o professor deve assumir um papel de aprendiz permanente, capaz de compreender a importância da tecnologia no ensino e usá-la como meio e não como fim.

Com o avanço da tecnologia, cada vez mais se fala na importância do uso da tecnologia no ensino e da formação de alunos críticos, reflexivos e produtores do conhecimento.

Os Parâmetros curriculares nacionais citam a importância da tecnologia como fator que vem para agregar no processo de ensino aprendizagem:

A tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores (BRASIL, 1998, p. 140).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática temos que o docente da área de matemática deve pensar numa prática pedagógica que possibilite de fato a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Sendo assim, considerando a realidade atual do uso da

tecnologia na sociedade, deve-se considerar a importância de se incorporar os recursos das Tecnologias da Comunicação no ensino da Matemática.

Borba (2015) traz algumas reflexões acerca do uso das tecnologias digitais em Educação Matemática. Para ele, a rapidez com que as inovações tecnológicas acontecem é uma característica marcante de nossa sociedade que permite a exploração e o surgimento de novas alternativas para educação, principalmente para o ensino de Matemática.

Borba (2015), em suas reflexões, apresenta uma perspectiva estruturada em quatro fases do uso das tecnologias digitais da educação matemática, começando na década de oitenta, até os dias de hoje.

Na primeira fase, na década de 80, se discutia o uso de calculadores comuns e científicas nas aulas de matemática. Esta época é caracterizada pelo uso do software LOGO, por volta de 1985, onde se deu início às discussões acerca do uso de “tecnologias informáticas” (TI) na transformação de práticas pedagógicas e didáticas. Embora, nesta época, já se pesquisasse sobre tecnologia na educação matemática, o papel das tecnologias no processo de inserção não era o foco principal.

A segunda fase, com início nos anos 1990, começa a partir da acessibilidade e popularização do uso de computadores pessoais. Nesta época, pesquisadores, empresas e governo começaram a desenvolver softwares educacionais e, os professores passaram a encontrar cursos de formação continuada para que as TI fossem introduzidas na sala de aula. Mas para isso, era preciso que o professor saísse de sua zona de conforto, na busca por formas de lidar com as tecnologias nos ambientes educacionais. Nesta fase surgem softwares voltados à representação de funções (Winplot, Fun, Graphmathica) e de geometria dinâmica (Geometrics).

A terceira fase tem início com o advento da internet, por volta de 1999. Nesta fase, a internet passa a ser utilizada como forma de se obter informações ou ampliar a comunicação, por meio de chats, e-mail e fóruns de discussão. Nesta fase, devido à natureza informacional e comunicacional da internet, o antigo termo TI – tecnologias informáticas – passa a ser conhecido como TIC – tecnologias de informação e comunicação. Dentro desta fase começam a se pensar na realização de cursos à distância (online) sobre como transformar a matemática nos ambientes virtuais. Esta

fase é caracterizada pelo desenvolvimento e transformação dos softwares da segunda fase.

A quarta fase, que teve início em meados de 2004 e estamos vivenciando até hoje é marcada pela evolução da internet rápida e pela variedade de recursos tecnológicos que surgem de maneira a aprimorar e a transformar a comunicação online. Nesta fase se tornou comum o uso dos termos tecnologias digitais, caracterizada por diversos aspectos como: Geogebra (software capaz de realizar cálculos de álgebra / geometria e que possibilita a construção de gráficos), multimodalidade nos modos de comunicação, facilidade de acesso à vídeos, interatividade, tecnologias móveis, etc.

Na perspectiva de Borba (2015), uma nova fase surge quando:

Inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática; quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao pensar-com-tecnologias (BORBA, 2015, p. 37).

Neste contexto, na quarta fase ainda há um grande cenário exploratório, suscetível ao desenvolvimento de novas investigações e à realização de pesquisas.

2.2 TAREFAS MATEMÁTICAS COM O USO DAS TECNOLOGIAS

Nos últimos trinta anos, com a evolução das tecnologias de informação e comunicação, diversos tipos de tarefas matemáticas vêm sendo elaboradas com embasamento no uso de recursos tecnológicos na intenção de explorar ideias ou conceitos matemáticos.

O Geogebra, citado por Borba (2015) na quarta fase das tecnologias digitais no ensino da matemática, é um software gratuito de matemática dinâmica que abrange tópicos de geometria, álgebra e cálculo, gerando um aspecto mais dinâmico às aulas de Matemática e proporcionando ao aluno visualizar a Matemática em movimento.

O Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro, que faz parte do IGI (International GeoGebra Institutes), que tem o objetivo de interagir com profissionais interessados em utilizar o *software* como ferramenta de ensino aprendizagem, traz a seguinte definição do GeoGebra:

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para se criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS (2012)

Pelo seu caráter dinâmico e de movimento, o uso do Geogebra em atividades educacionais proporciona contribuições na atividade cognitiva relacionada à Matemática, podendo contribuir para um aumento na motivação dos alunos para a aprendizagem.

Com o recurso de um software de Geometria Dinâmica os alunos podem deixar de lado a estática do lápis e papel e realizar construções que os permitem interagir, movimentar parâmetros, variáveis e, a partir destas movimentações, analisar, investigar, levantar hipóteses. Essas interações com o software podem ser relevantes para o processo de ensino-aprendizagem.

2.2.1 A Organização De Tarefas Matemáticas

Primeiramente, devemos compreender o termo “tarefa” e qual o seu papel dentro do processo de ensino aprendizagem de matemática.

Na educação matemática, o termo “atividade” é frequentemente utilizado e, está relacionado com a ideia de que o aluno deve desempenhar um papel “ativo” dentro do processo de ensino aprendizagem. Mas, qual a diferenças entre atividade e tarefa?

De acordo com Ponte (2014), temos a seguinte definição:

Atividade e tarefa são noções que estes educadores matemáticos consideram constituírem categorias didáticas básicas. Uma atividade pode incluir a execução de numerosas tarefas. Mais importante, a atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito essencialmente ao aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto. Pelo seu lado, a tarefa representa apenas o objetivo de cada uma das ações em que a atividade se desdobra e é exterior ao aluno (embora possa ser decidida por ele). Na verdade, as tarefas são usualmente (mas não necessariamente) propostas pelo professor, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou a nenhuma atividade) (PONTE, 2014, p.15).

Desta maneira, compreendemos que, ao realizar uma tarefa, o aluno vai além da simples execução de uma atividade, seja física ou mental, ele é levado a interpretar, a refletir em determinados contextos. Assim, a construção da aprendizagem no aluno acontece pela sua atividade e reflexão, mas deve-se considerar dois elementos importantes para que a aprendizagem aconteça: a tarefa proposta e a situação didática criada pelo professor.

De acordo com Borba (2015), a elaboração de tarefas matemáticas deve buscar formar um ambiente heurístico de descobertas, de formulação de conjecturas acerca de um problema, buscando por soluções diversificadas. Portanto, o professor deve buscar explorar as potencialidades diferenciadas oferecidas pelos recursos tecnológicos, levando os alunos a refletir, criar, problematizar e explorar o caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos¹.

Com relação à elaboração de tarefas matemáticas, Ferreira (2013) propõe que estas apresentem diferentes contextos para que, ao explorá-los, o estudante seja capaz de ampliar os seus conhecimentos, pois a matemática vai além do aprender a operar dados e informações, mas deve propiciar aos alunos que estes resolvam tarefas com referência em sua realidade.

Ao elaborar tarefas matemáticas, o professor deve buscar desenvolver atividades embasadas numa Matemática significativa, que desperte interesse e proporcione novas experiências aos alunos, mostrando que se pode aprender Matemáticas de diversas maneiras e em diferentes contextos.

¹ Objeto abstrato estudado em Matemática. Alguns exemplos de objetos matemáticos são: números, conjuntos e funções.

Na perspectiva de Ponte (2014), quando o aluno se encontra envolvido em determinada atividade, realiza-se certa tarefa. Portanto, a tarefa é um objeto da atividade. Cabe então ao professor, formular tarefas adequadas que possam suscitar no aluno a realização de alguma atividade. Porém, é preciso ser coerente na condução das atividades no ambiente da sala de aula.

Ponte (2005) apresenta uma reflexão acerca das tarefas matemáticas, distinguindo as tarefas entre tarefas com baixo e alto nível de exigência cognitiva. Neste contexto, o autor apresenta uma diferenciação entre o conceito de “problema” e “exercício”. De acordo com Ponte, a questão fundamental que caracteriza essa diferenciação é saber se o aluno dispõe, ou não, de um processo imediato para a resolver. Caso o aluno conheça o processo de resolução e seja capaz de o usar, a questão será um exercício. Caso contrário, a questão será antes um problema. O nível de dificuldade da questão também é um fator relevante:

É de notar que um problema comporta sempre um grau de dificuldade apreciável. No entanto, se o problema for demasiado difícil, ele pode levar o aluno a desistir rapidamente (ou a nem lhe pegar). Se o problema for demasiado acessível, não será então um problema, mas sim um exercício. (PONTE, 2005, p.3)

Ponte (2005) propõe um quadro organizador para diferentes tipos de tarefas. O autor considera duas dimensões fundamentais das tarefas, (i) o seu grau de desafio matemático; (ii) o seu grau de estrutura. O grau de desafio matemático depende da percepção da dificuldade da questão, variando entre os polos reduzido e elevado. Por outro lado, o grau de estrutura varia entre os polos aberto e fechado. Assim, podemos dizer que uma tarefa fechada “é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas” (PONTE, 2005, p.7).

Ao cruzar estas duas dimensões, se obtêm quatro quadrantes, como pode ser observado na Figura 1, onde podemos situar quatro tipos de tarefas, que segundo Ponte (2014) é:

Um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido; Um problema é uma tarefa também fechada, mas com desafio elevado; Uma investigação é uma tarefa aberta com desafio elevado; Uma exploração é uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos (PONTE, 2014, p.21).



Figura 1: Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.

Fonte: (Ponte, 2005, p.8)

Ao analisar a Figura 1, percebemos que no 1º quadrante se encontram as tarefas relativamente abertas e fáceis, que são chamadas de tarefas de exploração. Devemos levar em consideração que, nem todas as tarefas abertas comportam um elevado grau de desafio. Quando a grau de dificuldade é alto, a tarefa deixa de ser de exploração e passa a ser uma tarefa de investigação. Portanto, entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está no grau de dificuldade apresentado por elas.

Ponte (2005), apresenta ainda, duas outras dimensões das tarefas que são de grande importância: a duração e o contexto. No que diz respeito à duração, a tarefa pode ser curta (minutos), ou longa (semanas ou meses).

Um exemplo de uma tarefa de longa duração, que partilha muitas das características das investigações, é um projeto. As tarefas de longa duração podem ser mais ricas, permitindo aprendizagens profundas e interessantes, mas comportam um elevado risco dos alunos se dispersarem pelo caminho, entrarem num impasse altamente frustrante, perderem tempo com coisas irrelevantes ou mesmo de abandonarem totalmente a tarefa (PONTE, 2005, p.9).

O cenário tecnológico atual nos permite ampliar as possibilidades de aprender em qualquer hora e lugar, não havendo limite espacial e temporal. A tecnologia se faz presente em todas as áreas, incluindo a área educacional.

No contexto educacional, a tecnologia tem o importante papel de agregar conhecimento, ampliar possibilidades, explorar potencialidades e promover novas experiências. Os softwares educacionais podem ser incorporados como recursos pedagógicos, facilitando assim a aprendizagem, promovendo o desenvolvimento de habilidades e estimulando a construção de novos conhecimentos.

Na Educação Matemática, a elaboração de tarefas que façam uso de *softwares* abre um leque de possibilidades, promovendo um ambiente heurístico. Neste sentido, por meio da exploração das potencialidades dos recursos tecnológicos, Trevisan, Elias e Aranda (2016) afirmam que:

É possível, pela adaptação/reestruturação de tarefas antes resolvidas com lápis e papel, oferecer aos estudantes possibilidades para formulação e refinamento de conjecturas, realização de testes, familiarização com notações, etc (TREVISAN; ELIAS; ARANDA, 2016, p.1909).

Sobre o planejamento das tarefas com a utilização de softwares Trevisan, Elias e Aranda (2016), apontam que:

Pensar características e potencialidades de tarefas para as aulas de Matemática durante sua formulação/adaptação, bem como os conceitos que delas podem emergir, e compreendê-las como uma importante ferramenta para a aprendizagem desta disciplina, são etapas fundamentais do planejamento do professor. Cabe a ele o papel de selecionar, modificar, criar, sequenciar, observar e avaliar as tarefas que propõe aos estudantes (TREVISAN; ELIAS; ARANDA, 2016, p.1910).

Dentro deste contexto, o Geogebra é uma ferramenta que traz ao professor de Matemática novas possibilidades de transformação em suas práticas pedagógicas. Além de ser um importante recurso que proporciona a elaboração de tarefas matemáticas, onde os conceitos podem ser apresentados por meio de um sistema dinâmico, que permite a interação do aluno, possibilitando, assim, que o aluno desenvolva seu pensamento crítico e autônomo.

2.3 O DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA FÍSICA

O Cálculo Diferencial e Integral, ou cálculo infinitesimal, foi desenvolvido na segunda metade do século XVII por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, de maneira independente.

O Cálculo Diferencial e Integral trata do estudo do movimento e de taxas de variações. Com o seu surgimento se tornou possível cálculos nas mais diversas áreas e aplicações, como calcular o movimento dos planetas e a queda dos corpos na terra, forças físicas tais como o magnetismo e a eletricidade, entre outros.

Sobre o surgimento do cálculo infinitesimal, Melchior e Soares (2013) nos diz que:

Inicialmente o cálculo foi dirigido para o estudo da física, pois muitos dos grandes matemáticos dos séculos XVII e XVIII também eram físicos. Porém, a partir de meados do século XVIII, aumentou o interesse nos aspectos teóricos da matemática, além do interesse nas suas aplicações, na medida em que se começou a compreender o enorme poder do cálculo, e diversos matemáticos deram suas contribuições no aprimoramento do cálculo diferencial e integral, o que facilitou a divulgação do cálculo no meio acadêmico e abriu caminho para novos estudos, ampliando sua gama de utilizações (MELCHIOR; SOARES, 2013, p.67).

O desenvolvimento do cálculo ocorreu de maneira diferente ao que se aprende nos meios acadêmicos, o cálculo integral surgiu muito antes que o cálculo diferencial. Somente após o século XVII é que os dois passaram a ser tratados de maneira associada.

O processo de integração, este teve sua origem em processos somatórios, ligados ao cálculo de certas áreas e certos volumes e comprimentos. Já o processo de derivação se originou teve sua origem nos problemas relativos ao traçado de tangentes a curvas e de questões que buscavam determinar máximos e mínimos de funções.

De acordo com Melchior e Soares (2013):

Atualmente, além dos usos que levaram à sua criação, nas áreas de física e astronomia, o cálculo é fundamental para as engenharias, na formulação de modelos matemáticos que permitem prever a evolução de doenças no corpo humano, efeito de medicamentos na farmacologia, a reprodução de bactérias em biologia, crescimento populacional para planejamentos de políticas sociais, acompanhamento de movimentos migratórios, entre outros tantos (MELCHIORS; SOARES, 2013, p.78).

Dentre tantas áreas de aplicação do cálculo, vamos focar, neste trabalho, nas aplicações do Cálculo Diferencial e Integral na Física, mais especificamente no estudo do movimento.

Na Cinemática busca-se interpretar fenômenos que descrevem os movimentos, sem se preocupar com as suas causas. Nesta área da Física, sempre trataremos de partículas ou corpos que se movem, assim, teremos as seguintes grandezas a serem consideradas: posição, velocidade e aceleração.

Aplicando o Cálculo Diferencial e Integral na Cinemática, temos que, ao conhecer a função em relação ao tempo que rege esse movimento, podemos derivá-la e encontrar a função que representa sua velocidade em função do tempo. Da mesma forma, ao derivar a função velocidade, encontramos a função que representa a aceleração da partícula em função do tempo.

Se realizarmos o processo inverso, partindo da função que representa a aceleração, podemos aplicar o cálculo integral nesta função e encontrar então, a função que representa a velocidade em função do tempo. Da mesma maneira, ao integrar a função velocidade, obtém-se a função que representa a posição de uma partícula em função do tempo.

No contexto do Ensino Superior da área das Ciências Exatas, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, busca-se com este trabalho, a elaboração de tarefas matemáticas de caráter investigativo e exploratório implementadas com o Geogebra, no contexto da Cinemática. Estas tarefas serão relacionadas ao estudo dos movimentos, sejam eles uniformemente variados ou não, instigando os alunos a refletir, a construir novos conhecimentos e a elaborar modelos matemáticos, partindo de um modelo físico.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo deste trabalho é a elaboração, aplicação e discussão de tarefas implementadas com o Geogebra, envolvendo Cálculo Diferencial e Integral, partindo de problemas oriundos da Física, mais especificamente da Cinemática. Tais tarefas foram propostas aos calouros da turma de Engenharia de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - câmpus Londrina, ingressantes no 2º semestre de 2016, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, sob responsabilidade do orientador deste trabalho.

Antes de dar início à aplicação das tarefas, foi enviado um e-mail aos alunos da turma em questão, solicitando que estes respondessem a um questionário, por meio da plataforma “google forms”. Este questionário (que será apresentado no capítulo seguinte – Quadro 4) teve por objetivo identificar o perfil do aluno e a sua relação com o uso da tecnologia para fins educacionais.

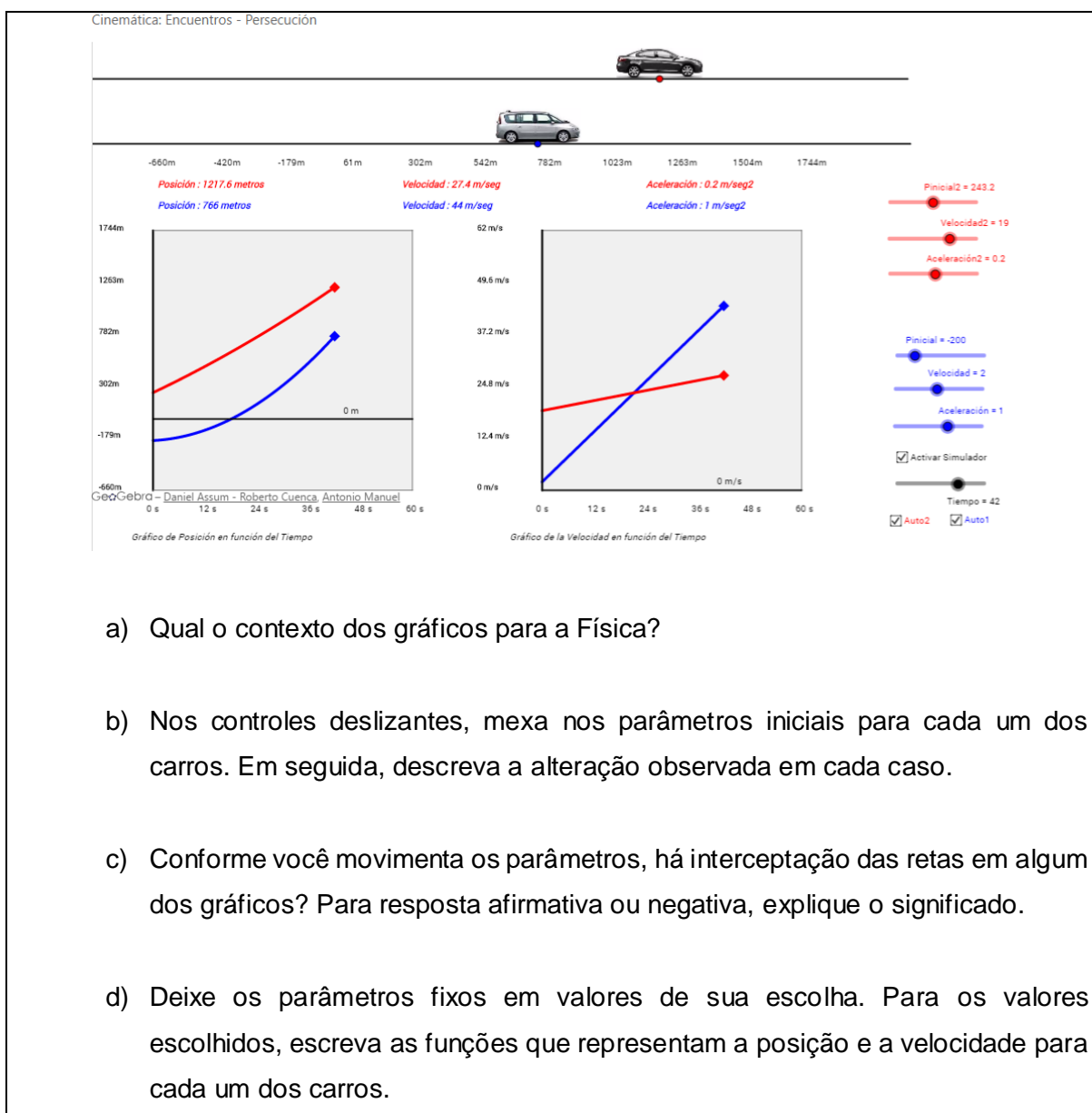
Neste trabalho elaboramos três tipos de tarefas que envolviam o uso do software Geogebra. Estas tarefas estão relacionadas à Física, ao estudo do movimento, partindo da interpretação de gráficos e funções matemáticas. As tarefas têm como objetivo principal promover nos alunos a discussão sobre conceitos matemáticos, de maneira a resultar em uma compreensão do conceito de derivada.

A aplicação das tarefas foi realizada em grupos de, ao menos 3 alunos, objetivando gerar discussões e reflexões acerca dos conteúdos abordados.

O Quadro 1 apresenta a tarefa 1, enviada por e-mail aos alunos, para resolverem em horário extraclasse.

Tarefa 1: Abra o gráfico do Geogebra tube e a partir de sua análise, responda as questões abaixo.

<http://tube.geogebra.org/m/uwZYK5PJ?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2FCinem%25C3%25A1tica>



Quadro 1: Tarefa 1, proposta em horário extraclasse.

Para a tarefa 1 foi utilizado um gráfico pronto, disponível no GeoGebra Tube (<http://tube.geogebra.org/>), que é um repositório online no qual você pode compartilhar construções, vídeos e outros materiais relacionados ao Geogebra que sejam de seu interesse. Esta tarefa teve por objetivo lembrar nos alunos alguns conceitos de matemática e física do Ensino Médio, partindo da análise do gráfico.

O gráfico em questão trata da movimentação de dois veículos ao longo de um caminho, considerando sua posição inicial, velocidade e aceleração. Na resolução

desta tarefa, esperava-se que o aluno pudesse identificar que se tratava de um movimento retilíneo uniformemente variado. E que, a partir da observação e manipulação dos parâmetros dos gráficos, os alunos fossem capazes de identificar alterações nas curvas, como concavidade, inclinação, interceptação das retas. Para o item c, a expectativa era de que os alunos compreendessem que nos momentos em que há a interceptação das retas nos gráficos a posição ou velocidade dos veículos em questão eram a mesma para aquele instante. Enquanto no item d, esperava-se que os alunos fixassem os parâmetros dos gráficos em alguma posição e, a partir daí escrevesse as funções que representavam sua posição e velocidade ao longo do tempo.

As tarefas 2 e 3, apresentadas nos Quadros 2 e 3, respectivamente, diferentemente da primeira tarefa, foram aplicadas na situação regular da sala de aula.

Antes de entregar as tarefas 2 e 3 aos alunos, foi realizado com a turma uma breve discussão da tarefa 1, comentando o que era esperado como resposta em cada um dos itens solicitados, lembrando também, alguns conceitos de física do Ensino Médio.

Tarefa 2: A função horária do movimento, em linha reta, de certo objeto, é descrita pela função $f(x) = 2 - 2x + x^2$.

- a) De acordo com os conceitos de Física, que tipo de movimento está descrito pela equação?
- b) No Geogebra, construa um esboço do gráfico da posição x tempo para esse movimento.
- c) Calcule o deslocamento sofrido pelo automóvel entre 1 e 4 segundos, descrevendo o método utilizado para o cálculo.
- d) Qual a velocidade média do automóvel entre 0 e 4 segundos, descrevendo o método utilizado para o cálculo.

e) Proponha uma estratégia para determinar a velocidade instantânea para $t=1$, $t=2$, $t=3$ e $t=4$ segundos?

Quadro 2: Tarefa 2, aplicada em sala de aula.

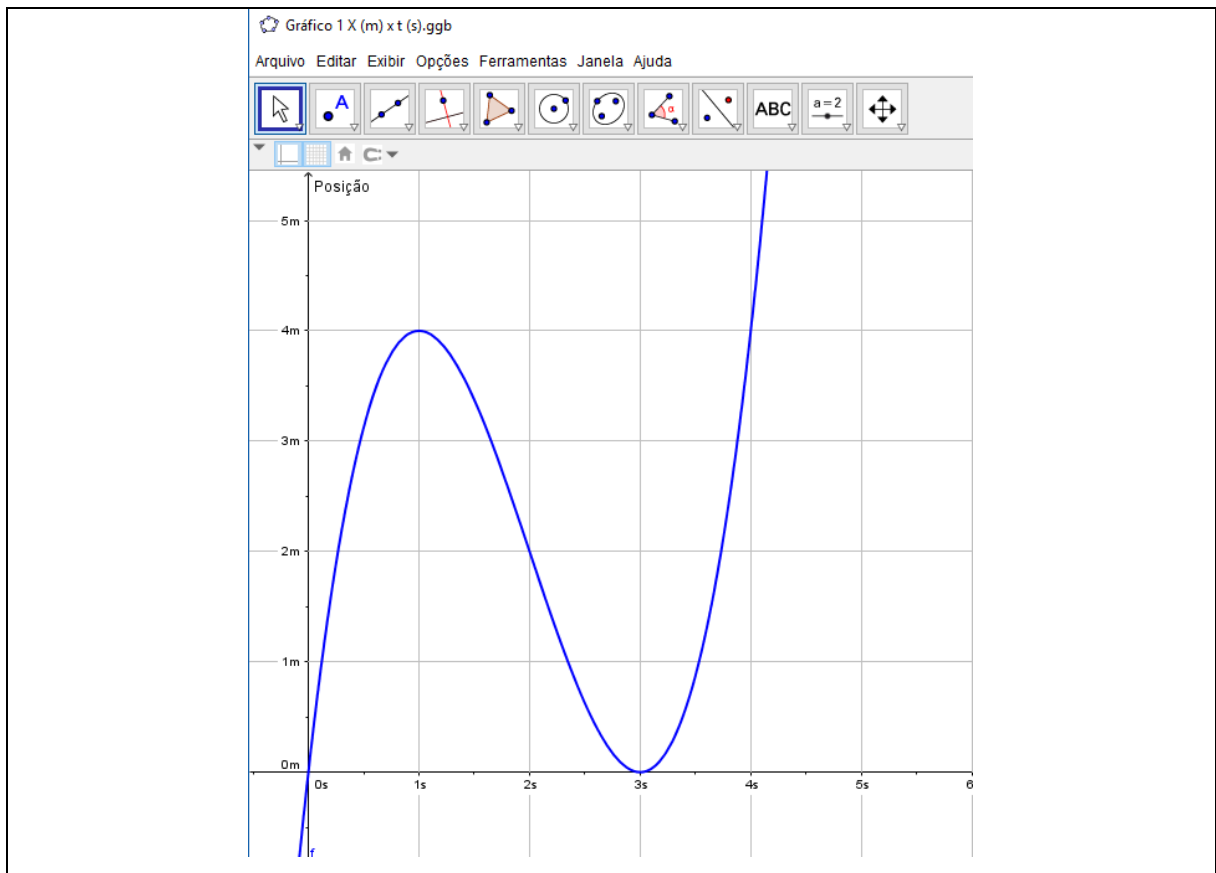
A tarefa 2, assim como a tarefa 1, trata de um movimento retilíneo uniformemente variado e, esperava-se que os alunos fossem capazes de identificar esse tipo de movimento sem dificuldades, pois era semelhante à primeira tarefa.

Diferentemente da tarefa 1, a questão não fornece ao aluno um gráfico pronto, mas pede para que ele o construa no Geogebra. Com o gráfico construído, os alunos poderiam explorá-lo, de forma a identificar as variáveis necessárias para os cálculos solicitados nos itens c e d.

Já o item e desta tarefa exigia do aluno um pouco mais de reflexão, de investigação com o grupo, pois, neste caso, a resposta não está 'óbvia' ou fácil de ser identificada. Esperava-se um estudo da taxa de variação, tentando, por meio do cálculo da velocidade média, se aproximar cada vez mais da velocidade instantânea, considerando intervalos de tempo cada vez menores.

A tarefa 3 foi aplicada para a turma em aulas regulares, em duas ocasiões diferentes. A primeira ocasião foi antes de os alunos terem assistido aulas de Cálculo que explorassem o conceito de derivada, aplicada juntamente com a tarefa 2. A segunda ocasião foi em outra aula, após os alunos terem explorado este conceito.

Tarefa 3: No instante t , a posição de um corpo que se desloca ao longo do eixo x é descrita pelo gráfico 1 em anexo de x (metros) x t (segundos). A partir do gráfico, calcule a velocidade instantânea do corpo para $t=1$, $t=2$ e $t=3$ segundos. Descreva o método utilizado para o cálculo.



Quadro 3: Tarefa 3, aplicada duas vezes, em sala de aula.

Como esta tarefa trata da análise de um gráfico já pronto, este gráfico foi enviado previamente aos alunos por e-mail, pois se faz necessário abri-lo com o *software* Geogebra, para que seja possível a investigação, manipulação de ferramentas para se tentar chegar à solução do problema.

Diferentemente das outras tarefas, este gráfico trata de uma função do terceiro grau, ou seja, não representa um movimento uniformemente variado. Assim, esta tarefa exigia um pouco mais de discussão e esforço dos alunos para se chegar a algum método de resolução.

Para a resolução das tarefas foi necessário que os alunos utilizassem de *notebooks*, *tablets* ou *smartphones*, devido à utilização do Geogebra.

Na análise das produções dos alunos levou-se em consideração a partir do que o aluno foi capaz de discutir com o grupo, de elaborar e utilizar dos conceitos

físicos e matemáticos que estavam envolvidos para se chegar à solução. Para isto, foram analisados a produção escrita e gravação de áudios das discussões em grupo.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A análise dos dados se deu por meio da verificação dos erros e acertos das tarefas aplicadas, sendo classificadas em resposta correta, parcialmente correta ou incorreta/sem resposta. Para esta análise, foi considerada a produção escrita dos alunos e gravações de áudios das discussões em grupo durante a resolução das tarefas.

4.1 O PERFIL DO ALUNO

Antes de iniciar a análise dos dados obtidos, devemos conhecer o perfil do aluno desta turma, dando importância considerável à relação dos mesmos com a tecnologia voltada para fins de aprendizagem. Para conhecer esse perfil, utilizamos um questionário composto por 15 questões. As questões buscavam identificar em que tipo de instituição os alunos cursaram o Ensino Médio, se eles realizam atividades além de estudar, como trabalhos, estágios, etc. e quais os principais recursos tecnológicos conhecidos e mais utilizados por eles para fins educativos.

1. Data de Nascimento**2. Cursou o Ensino Médio em:**

Integralmente em Escola Pública

Integralmente em Escola Privada

Parcialmente em escola pública e escola privada

3. Frequentou Curso Pré-Vestibular

Sim

Não

4. Em caso afirmativo, por quanto tempo frequentou o curso pré-vestibular?**5. Atualmente, além de estudar, você também:**

Se você desenvolver outras atividades regulares, informe no campo "Outro".

Trabalha

Faz estágio

Outro:

6. Já iniciou ou concluiu outro curso de graduação?

Sim, já iniciei

Sim, já concluí

Não

7. Em caso afirmativo, qual o curso de graduação?

8. Já ficou algum período sem estudar?

Sim

Não

9. Em caso afirmativo, por quanto tempo ficou sem estudar?

10. Você tem acesso à Internet de:

Selecione uma ou mais opções.

Celular

Casa

Universidade

Trabalho

Outro:

11. Quais das atividades abaixo você costuma fazer no computador?

Pode assinalar mais de uma alternativa

Checar/enviar e-mails

Acessar redes sociais

Se comunicar por aplicativos (whatsapp, messenger, etc)

Acessar sites de busca (google, yahoo, etc)

Fazer cursos à distância

Pagar contas e movimentar contas bancárias

Escrever relatórios e outros textos

Elaborar planilhas ou gráficos

Realizar downloads

Publicar conteúdos (textos, imagens, áudio, vídeo, animações)

Outro:

12. Você tem hábito de usar recursos tecnológicos para apoiar suas atividades de estudo?

Sim

Não

13. Em caso afirmativo, que recursos normalmente utiliza, e, com que finalidade o faz?

14. Você conhece/usa softwares relacionados à Matemática ou a outras áreas do conhecimento, que, a seu ver, dão suporte às atividades acadêmicas? *

Sim

Não

15. Em caso afirmativo, mencione quais os softwares utilizados.

Quadro 4: questionário para identificação do perfil do aluno

Este questionário foi enviado aos alunos por e-mail. De uma turma composta de 45 alunos, obtivemos 25 respostas.

Com relação ao tipo de instituição que os alunos cursaram o Ensino Médio, temos que 56% dos alunos da turma cursaram o Ensino Médio em escola privada, contra 40%, nas escolas públicas.

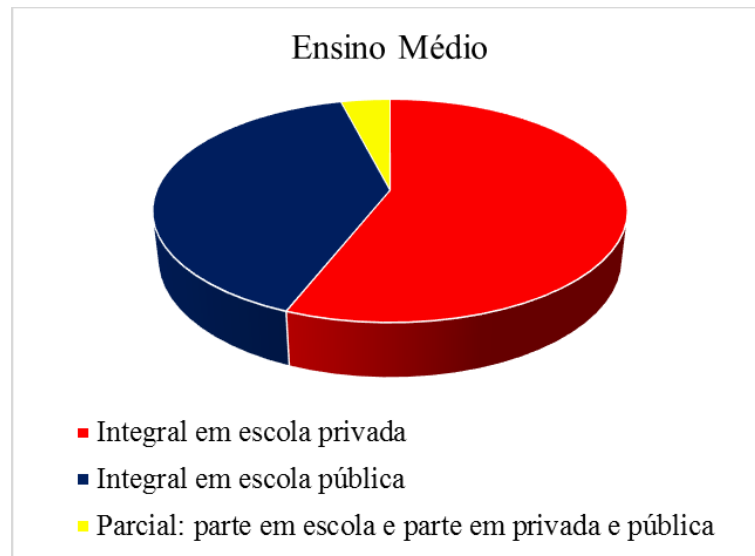


Figura 3: Gráfico da origem do tipo de instituição que o aluno cursou o Ensino Médio

Outra questão relevante a ser considerada em nossa análise, é se o aluno iniciou outro curso de graduação, antes de ingressar no curso de Engenharia de Materiais.

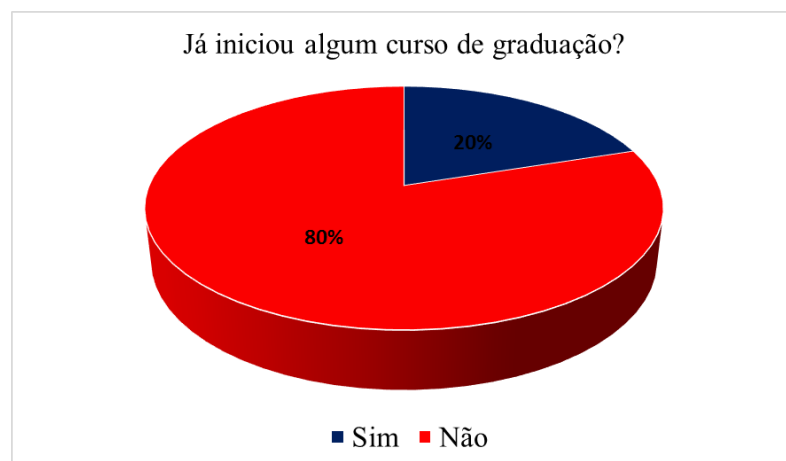


Figura 4: Gráfico sobre graduações iniciadas anteriormente.

Nesta questão, cinco alunos disseram ter iniciado outra graduação antes da atual, foram elas:

- Engenharia de Petróleo
- Engenharia Elétrica
- Engenharia de Materiais
- Tecnologia de Alimentos
- Engenharia Mecânica

Esta informação se faz relevante, pois, ingressar em cursos da área de engenharia, indica que o aluno teve algum contato, ainda que superficial, com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, foco do desenvolvimento deste trabalho.

Com relação ao acesso à internet, obtivemos o seguinte gráfico:

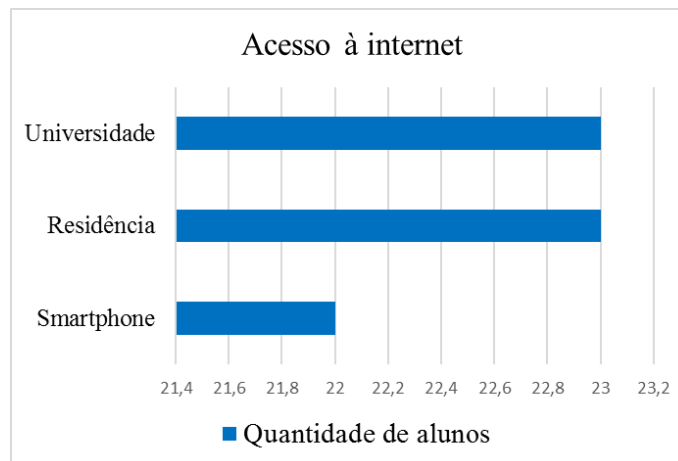


Figura 5: Representação dos locais no qual os alunos têm acesso à internet.

Com este gráfico, percebemos que dos 25 alunos que responderam o questionário, 2 alegam não ter acesso à internet por nenhum dos meios considerados. Vale destacar que a maioria dos alunos tem acesso à internet por meio de smartphones, podendo este, ser um grande aliado no desenvolvimento de atividades educacionais com o uso das tecnologias de informação e comunicação.

Com relação às atividades que o aluno desenvolve com o uso de computadores, temos que:

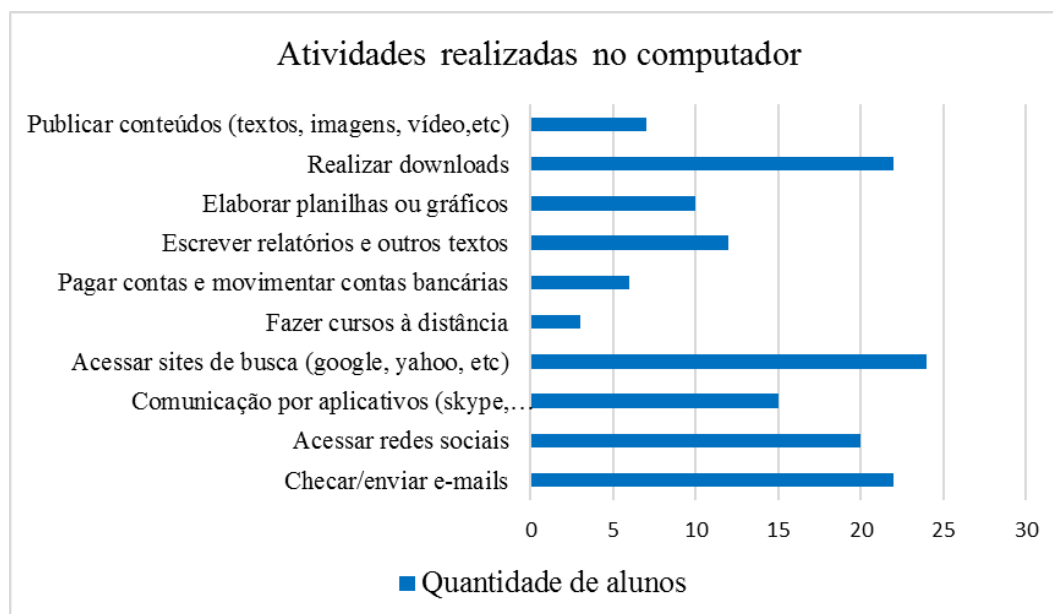


Figura 6: Atividades realizadas pelos alunos com um computador

Destes dados, podemos concluir que o maior uso dos alunos com o computador se resume a pesquisas em sites de buscas, redes sociais, downloads e checagem de e-mails. Percebe-se que, apesar da grande massa de informações, softwares, aplicativos e diversos conteúdos que podem ser utilizados para enriquecer os estudos, este ainda não é foco de utilização dos alunos. Quando se trata de atividades relacionadas à vida acadêmica, como fazer relatórios, construir gráficos e realizar cursos a distância, o número de alunos que realizam este tipo de atividade é pequeno.

Quando questionados sobre o hábito de usar recursos tecnológicos para apoiar suas atividades de estudo, 68% dos alunos afirmaram utilizar deste tipo de recurso para as finalidades apresentadas no Quadro 5.

Para entender melhor geometria e cálculo

Internet, para downloads de livros, vídeo aulas e exercícios

Notebook, pesquisas
Estudo, pesquisas, todo o material disponível
Pesquisa, busco conhecimento e tiro dúvidas
Uso de vídeo aulas e portais que auxiliam, além de softwares
Computador, trabalhos
Uso o youtube e o google para tirar alguma dúvida que fico quando estou resolvendo listas de exercícios
Acesso a internet e vídeo-aulas. Tirar dúvidas e lembrar assuntos já abordados.
Google
Uso a internet para o aumento de conhecimento sobre determinado estudo.
Youtube, vejo vídeo aulas
Computador e celular, com a finalidade de pesquisa.
Mecanismos de buscas para solucionar dúvidas, software de gráficos e planilhas.

Quadro 5: Finalidades de uso dos recursos tecnológicos

Percebe-se com o Quadro 5 que a finalidade do uso dos recursos tecnológicos para os alunos se restringe à sites de busca e a vídeo aulas. Apenas um aluno citou o uso que vai além de sites de busca, o uso softwares para elaboração de gráficos e planilhas.

Mas, esta falta de uso de softwares e aplicativos voltados para a educação matemática não acontece por falta de conhecimento. A última pergunta do questionário tratava dos softwares relacionados à área de Matemática, que possam dar suporte às suas atividades acadêmicas, na qual obtivemos que 56%, dos alunos tem conhecimento deste tipo de softwares voltado para o ensino da Matemática. Os softwares citados pelos alunos estão dispostos no gráfico apresentado na Figura 7.

Do gráfico, concluímos que, dos 25 alunos que responderam ao questionário, 14 alegam ao menos conhecer softwares matemáticos, onde 13 deles conhecem ou já utilizaram o software Geogebra, na qual foram elaboradas as tarefas aplicadas na turma.

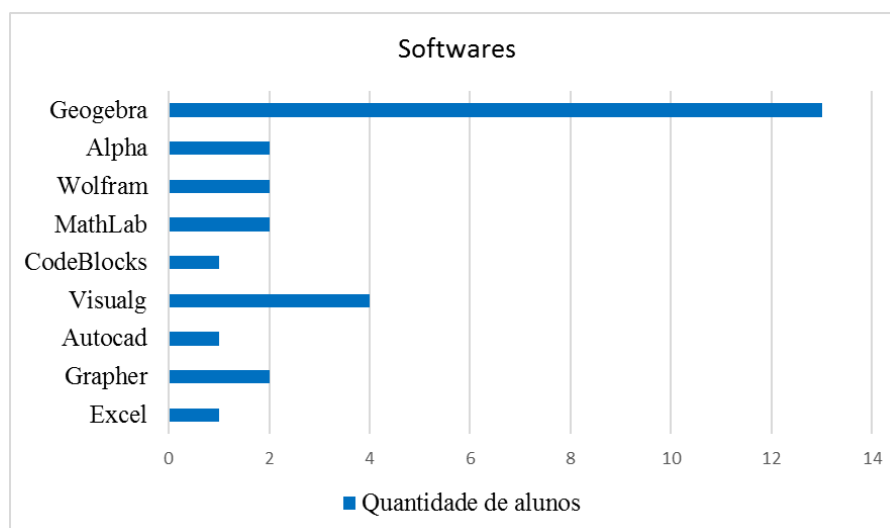


Figura 7: Softwares conhecidos e/ou utilizados pelos alunos

Analisando as respostas do questionário, podemos concluir que se trata de uma turma na qual mais de 50% da turma é proveniente do ensino privado e com fácil acesso à internet. Percebeu-se que, apesar de os alunos terem fácil acesso à internet por meio de smartphones, computadores/notebooks, a finalidade do uso para estes alunos se restringe às redes sociais e sites de busca, não sendo devidamente explorado para fins educacionais. E, apesar de mais da metade dos alunos afirmarem conhecer softwares voltados para o ensino de matemática, eles não citaram o uso deste tipo de recurso como atividade frequente com o uso de computadores.

4.2 ANÁLISES DAS TAREFAS APLICADAS

A análise das tarefas, como citada anteriormente, foi realizada por meio da análise de produção escrita e gravações de áudios das discussões em grupo realizadas pelos alunos. Todas as tarefas foram propostas para serem realizadas em grupos, de forma a gerar discussões e reflexões na busca pela solução.

Das três tarefas aplicadas, apenas a tarefa 1 não teve gravações de áudio para serem analisados, pois esta tarefa foi enviada por e-mail previamente aos alunos

pelo professor regente da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, para que ela fosse resolvida em grupo, em horário extraclasse.

4.2.1 Análises Da Produção Escrita

A tarefa 1 tinha por objetivo favorecer aos alunos a oportunidade de relembrar nos alunos alguns conceitos de matemática e física do Ensino Médio, partindo da análise de dois gráficos, de posição e velocidade em função do tempo, construído no Geogebra e disponível para acesso no Geogebra tube, onde os alunos podiam interagir com o gráfico, movimentando as variáveis e, a cada alteração, perceber diferenças ocorridas em cada um dos gráficos.

Na resolução desta tarefa, esperava-se que:

- Item a: a compreensão, a partir da função matemática do segundo grau, de que, dentro dos conceitos da Física, se tratava de um movimento retilíneo uniformemente variado;
- Item b: a observação, após alteração dos parâmetros, das alterações nas curvas dos gráficos, como concavidade, inclinação, interceptação de retas;
- Item c: a compreensão de que nos momentos em que há a interceptação das retas nos gráficos a posição ou velocidade dos veículos em questão eram a mesma para aquele instante;
- Item d: a determinação das funções que representavam o movimento dos veículos, tanto para a posição quanto para a velocidade.

Da turma de 45 alunos, apenas 24 alunos entregaram esta tarefa, e analisando a produção escrita realizada, chegamos ao Quadro 6.

	Resposta correta	Resposta parcialmente correta	Resposta incorreta	Sem resposta
Item a	6	13	5	0
Item b	7	7	10	0

Item c	1	11	11	1
Item d	4	9	7	4

Quadro 6: Respostas para a tarefa 1.

Para o item a desta tarefa, apenas 6 alunos conseguiram identificar que se tratava de um movimento retilíneo uniformemente variado. Alguns alunos identificaram que se tratava de gráficos com o objetivo de estudar o movimento de dois móveis, mas não identificaram em suas respostas de que tipo de movimento se tratava. Já os demais alunos, não foram capazes de identificar o contexto dos gráficos, respondendo apenas o que já estava explícito no gráfico, que um gráfico representava posição através do tempo enquanto o outro, a velocidade através do tempo. Na Figura 8, apresentamos um exemplo de resposta considerada correta, e outra considerada parcialmente correta, apresentada por esses alunos.

a) O exercício estabelece a relação entre tempo, distância, velocidade e aceleração entre dois veículos diferentes.
 No gráfico 1, distância x tempo.
 No gráfico 2, velocidade x tempo.
 Em relação à física, esses gráficos ajudam no entendimento e na visualização do que ocorre entre os carros em diversas situações. O nome desse fenômeno é Movimento Uniformemente Variado - MUV (Cinemática).

Resposta Correta

d) Os gráficos representam o estudo do movimento, na física é chamada de cinemática.

Resposta Parcialmente Correta

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \text{deslocamento}$$

$$\Delta t \rightarrow \text{variação de tempo}$$
 Quantidade de movimentos, deslocamentos, acelerações tempo.

Resposta incorreta

Figura 8: Exemplos de respostas para o item a da Tarefa 1

Com relação ao item b, que tratava da observação das mudanças nas curvas dos gráficos ao se alterar os parâmetros iniciais, 14 alunos conseguiram observar e analisar as mudanças na concavidade, inclinação e interceptação das retas. Alguns, descreveram com detalhes essas alterações, comparando o movimento dos dois veículos. Mas, 10 alunos que resolveram esta atividade não conseguiram explicitar essas alterações em suas respostas, se restringindo a responder que ao mudar os parâmetros iniciais, as curvas dos gráficos sofriam alterações. Exemplos de respostas são apresentadas na Figura 9.

b) Se se alterar a posição inicial dos carros, ambos os eixos se deslocam no eixo das ordenadas, que representa igualmente a posição dos veículos. Alterando a velocidade, o formato das curvas que representam a posição em função do tempo é alterado, resultando em um crescimento mais acentuado, e as retas de gráficos que representam a velocidade em função do tempo são deslocadas nos eixos. Com alteração da aceleração, há uma mudança na inclinação de ambas os gráficos, deixando o crescimento de ambas as funções mais acentuado.

Resposta correta

b). Movimentando o parâmetro de ponto inicial alteramos apenas o primeiro gráfico, mudando somente a posição dos carros no eixo y (metros).
 Movimentando o parâmetro de velocidade, notamos alterações apenas no eixo y para ambos os gráficos. Sua representação modificação em metros é supostivamente metros por segundos quadrados.
 Já o parâmetro de aceleração quando movimentado, altera também o eixo y . Porém, se é colocado em um valor negativo, a curva decresce e a imagem do carro muda de sentido.

Resposta parcialmente correta

B. A única alteração do gráfico é o deslocamento da posição da função.

Resposta incorreta

Figura 9: Exemplos de respostas para o item b da Tarefa 1

No item c (respostas na Figura 10), pode-se perceber que os alunos se confundem ao analisar a velocidade e a aceleração nos gráficos. Os 11 alunos disseram que no gráfico velocidade x tempo, quando há a interceptação das retas, a aceleração dos dois veículos era a mesma para aquele instante, quando na verdade era a velocidade que se encontrava igual para os dois veículos naquele momento.

ficou.
 c) Dependendo dos valores dos parâmetros as curvas dos gráficos se cruzam. Quando se cruzam no primeiro gráfico, significa que (no momento do cruzamento) ambos estavam na mesma posição relativa ao seu ponto de início. Em quanto que, se o cruzamento ocorrer no segundo gráfico, significa que as velocidades de ambos os carros se igualaram no momento do cruzamento das linhas no gráfico.

Resposta correta

c) Sim, em ambos os gráficos podem ocorrer interseções da reta. No 1º gráfico elas se interceptam, se sua posição em metros (m) forem iguais. Já no 2º gráfico elas se interceptam se a aceleração for igual em algum ponto do percurso.

Resposta parcialmente correta

c) No gráfico 1, a interseção das sequências depende da aceleração, que conforme o carro acelera, ou seja, aceleração aumenta, em algum momento elas não se interceptam. Já no gráfico 2 a interseção, depende da velocidade, se uma estiver constante e a outra aumentando.

Resposta incorreta

Figura 10: Exemplos de respostas para o item c da Tarefa 1

Percebe-se, pela análise do item d, que esses alunos não compreenderam muito bem a questão. Apenas 4 alunos conseguiram responder a questão corretamente, os demais, em sua maioria, escolheram parâmetros fixados no gráfico e calcularam a posição e a velocidade para determinado instante escolhidos por eles. Na Figura 11 temos exemplos de respostas apresentadas.

Veículo 2:
 gráfico 1: $y = ax + b$
 $v = a \cdot t + v_0$
 $v = 2 \cdot t + 24$

gráfico 2: $y = ax^2 + bx + c$
 $S = \frac{at^2}{2} + v_0 t + S_0$
 $S = \frac{2t^2}{2} + 24 \cdot t + 160$

Veículo 1:
 gráfico 1: $y = ax + b$
 $v = a \cdot t + v_0$
 $v = 1 \cdot t + 2$

gráfico 2: $y = ax^2 + bx + c$
 $S = \frac{at^2}{2} + v_0 t + S_0$
 $S = \frac{1 \cdot t^2}{2} + 2 \cdot t + 200$

Resposta correta

$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$

Carro 1
 $S = 36,7 + 5,2 \cdot 60 + \frac{1,7 \cdot 60^2}{2} = 3631 \text{ m}$

Carro 2
 $S = 624,4 + 20,1 \cdot 60 + \frac{1 \cdot 60^2}{2} = 3631 \text{ m}$

Resposta parcialmente correta

d) Carro Vermelho Posição: 23 Velocidade: 21,7 Aceleração: 0,8 Tempo de: 44 Posição: 1752,2 m Velocidade: 56,9 m/s	Carro Azul Posição: -8,7 Velocidade: 6 Aceleração: 2,9 Tempo de: 44 Posição: 3062,5 m Velocidade: 133,0 m/s
--	---

Resposta incorreta

Figura 11: Exemplos de respostas para o item d da Tarefa 1

As tarefas 2 e 3, diferentemente da tarefa 1, foram aplicadas em sala de aula e coletadas tanto a produção escrita dos alunos como a gravação dos áudios das discussões entre os grupos durante a aula, bem como os direcionamentos do professor orientador (regente da turma) e da autora deste trabalho, quando necessário.

Antes de iniciar a resolução destas tarefas, foi realizada uma pequena revisão de conteúdos a respeito do estudo do movimento bem como a resolução e explicação da tarefa 1, que já havia sido realizada.

A tarefa 2, diferentemente da tarefa 1, não fornecia um gráfico aos alunos para análise, mas uma função matemática do segundo grau, para que estes alunos construíssem o gráfico no Geogebra.

Para cada item da tarefa, esperava-se que:

- Item a: que os alunos identificassem, a partir da função matemática apresentada, que se tratava de um movimento retilíneo uniformemente variado;
- Item b: que o aluno conseguisse construir, sem dificuldades, o gráfico com o Geogebra;
- Item c: que o aluno compreendesse que para calcular o deslocamento da partícula em determinado intervalo de tempo, bastava substituir o tempo na função, ou que utilizasse do software para fornecer as informações solicitadas;
- Item d: que o aluno realizasse o cálculo da velocidade média a partir dos valores obtidos no gráfico ou pela função fornecida no enunciado da tarefa;
- Item e: que o aluno fosse capaz de compreender que ao diminuir a taxa de variação do tempo na equação da velocidade média, tomando intervalos de tempo cada vez menores, ele seria capaz de chegar a um valor aproximado da velocidade instantânea.

Quarenta e cinco alunos, divididos em 16 grupos, entregaram as tarefas 2 e 3. Ao analisar a produção escrita dos alunos para a tarefa 2, chegamos ao Quadro 7.

	Resposta correta	Resposta parcialmente correta	Resposta incorreta	Sem resposta
Item a	16	0	0	0
Item b	16	0	0	0
Item c	11	3	2	0
Item d	11	0	5	0
Item e	6	1	6	3

Quadro 7: Respostas para a tarefa 2.

Na tarefa 2 pode-se perceber que o índice de acertos foi maior que a tarefa 1. A revisão dos conteúdos antes do início desta tarefa pode ter contribuído para este resultado. Aqui os alunos já não apresentaram dificuldades em identificar que, como na tarefa 1, se tratava de um movimento uniformemente variado.

Com relação à construção do gráfico no Geogebra, toda a turma conseguiu realizar, sem muitas dificuldades. A dificuldade apresentada durante a construção do gráfico estava relacionada à escrita da função no software, na sequência correta dos caracteres para descrever a função.

Nos itens c e d desta tarefa ocorreram poucos erros, bastava apenas obter os valores – pelo gráfico ou pela função matemática fornecida no enunciado do problema – e realizar os cálculos solicitados. Exemplos de respostas são apresentados nas Figuras 12 e 13.

$$f(x) = 2 - 2x + x^2$$

$$f(1) = 2 - 2 \cdot 1 + 1^2$$

$$f(1) = 1 \text{ m}$$

$$f(4) = 2 - 2 \cdot 4 + 4^2$$

$$f(4) = 2 - 8 + 16$$

$$f(4) = 10$$

$$\Delta S = S - S_0$$

$$\Delta S = 10 - 1$$

$$\Delta S = 9 \text{ m}$$

Resposta correta

$$c. * S = S_0 + V_0 t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$t = 1 \Delta \quad t = 4 \Delta$$

$$S = 2 - 2 \cdot 1 + \frac{2 \cdot 1^2}{2} \quad S = 2 - 2 \cdot 4 + \frac{2 \cdot 4^2}{2}$$

$$y = 2 - 2 \cdot t + \frac{2 \cdot t^2}{2}$$

$$S = 2 - 1 + 1 \quad S = 2 - 8 + 16$$

$$S = 2 \text{ m} \quad S = 10 \text{ m}$$

$$\Delta S = 8 \text{ m}$$

Resposta incorreta

Figura 12: Exemplo de respostas para o item c da Tarefa 2

d) Qual a velocidade média do automóvel entre 0 e 4 segundos, descrevendo o método utilizado para o cálculo

$$VM = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0} = \frac{10 - 2}{4 - 0} = \frac{8}{4} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$f(0) = 2 - 2 \cdot 0 + 0^2 = 2 \quad f(4) = 2 - 2 \cdot 4 + 4^2 = 10$$

Resposta correta

$$\textcircled{d} v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad v_1 = \frac{1}{1} = 1 \text{ m/s} \quad v_2 = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/s} \quad v_3 = \frac{5}{3} = 1,6 \text{ m/s}$$

$$v_4 = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ m/s} \quad \frac{1 + 1 + 1,6 + 2,5}{4} = 1,52 \text{ m/s} \cdot 3,6 = 5,47 \text{ km/h}$$

Resposta incorreta

Figura 13: Exemplos de respostas para o item d da Tarefa 2

Já o item e, como esperado, apresentou um certo nível de dificuldade, visto que a maioria dos grupos não respondeu essa questão. Sendo um caso particular de movimento (MUV), poder-se-ia lançar mão das equações da Física do Ensino Médio para responder essa questão. No caso, na parte superior da Figura 14, apresentamos um exemplo disso. Na parte inferior da Figura 14, vemos uma estratégia que, embora incorreta, foi bastante frequente entre os alunos que responderam esse item. Trata-se de uma leitura equivocada do conceito de velocidade média (variação de posição dividida pela variação de tempo) que, quando “transladada” para o contexto do cálculo de velocidade instantânea, é tomada como a “posição [absoluta] dividida pelo tempo”.

Handwritten student solution for item e, showing correct physics equations for MUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + a t$$

$\frac{1}{2} a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{1} \cdot 2$
 $a = 2$

$t^2 = \frac{2s}{a}$
 $t = \frac{2s}{a}$

$v = (-2) + 2 \cdot t$
 $v_1 = -2 + 2 \cdot 1 \Rightarrow v_1 = 0$
 $v_2 = -2 + 2 \cdot 2 \Rightarrow v_2 = 2$
 $v_3 = -2 + 2 \cdot 3 \Rightarrow v_3 = 4$
 $v_4 = -2 + 2 \cdot 4 \Rightarrow v_4 = 6$

$s = -2t + t^2 = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Resposta correta

Handwritten student solution for item e, showing an incorrect interpretation of average velocity:

e) Baseando-se na fórmula da equação de velocidade v espaço por tempo, deu-se v em s determinado em que encontra-se a automotil no qual determinado tempo.

Para $t=1, s=1$; $t=2, s=2$; $t=3, s=5$; $t=4, s=10$
 $v=1 \text{ ms}$ $v=1 \text{ ms}$ $v=1.6 \text{ ms}$ $v=2 \text{ ms}$

Resposta incorreta

Figura 14: Exemplos de respostas para o item e da Tarefa 2

No que diz respeito à tarefa 3, esta foi aplicada em duas ocasiões diferentes. A primeira ocasião foi juntamente com a atividade 2, antes dos alunos terem participado de aulas sobre o conceito de derivada de uma função.

Para resolver esta tarefa, foi enviado previamente aos alunos, por e-mail, o gráfico necessário para a resolução da tarefa. Nela esperava-se que, ao analisar o gráfico, o aluno percebesse que não se tratava de um movimento retilíneo uniformemente variado e que, com as discussões em grupo, propusessem um método de resolução para a velocidade instantânea. As respostas apresentadas nessa tarefa são organizadas conforme o Quadro 8.

	Resposta correta	Resposta parcialmente correta	Resposta incorreta	Sem resposta
Item a	0	1	10	5

Quadro 8: Respostas para a tarefa 3.

Percebeu-se, pela análise da produção escrita, que a tarefa 3 se configurou com um nível de complexidade maior que as demais tarefas. Com vistas a fazer uma análise qualitativa dessas respostas, são feitos agrupamentos por similaridade de resolução. Os resultados são apresentados no Quadro 9.

	Método	Quantidade
1	Utilizaram a posição e o tempo que obtiveram ao observar o gráfico para tentar calcular a velocidade instantânea.	5 grupos
2	Tentaram escrever a função que representava a curva do gráfico.	1 grupo
3	Utilizaram as equações para o movimento uniformemente variado.	3 grupos

4	Utilizaram o cálculo da velocidade média como aproximação para a velocidade instantânea, considerando intervalos de tempo de 0,5 segundos.	1 grupo
5	Compreenderam que os pontos de máximo e mínimo da função representavam a velocidade igual a 0 para aquele instante. (t=1s e t=3s)	1 grupo
6	Não responderam	5 grupos

Quadro 9: Resolução para a tarefa 3.

$$V_1 = \frac{4}{1} \Rightarrow V_1 = 4 \quad V_2 = \frac{2}{2} \Rightarrow V_2 = 2 \quad V_3 = \frac{0}{3} \Rightarrow V_3 = 0$$

Método 1

$$\begin{aligned} (x+2)((x+2)^2 - 6(x+2) + 9) - (x^3 - 6x^2 - 9x) \\ (x+2)(x^2 + 2x + 4 - 6x - 6 + 9) - (x^3 - 6x^2 - 9x) \\ 2^3 + 2x^2 + x - 6x^2 - 6x + 9x + x^2 + 2x + 4 - 6x - 6 + 9 - x^3 + 6x^2 + 9x \\ 2x^2 + x^2 + x - 6x^2 + 2x - 6x + 4 + 9 - 6 \\ 3x^2 - 4x + 4 \\ 3(x+2)^2 - 9(x+2) + 4 - (3x^2 - 9x + 4) \\ 3(x^2 + 2x + 4) - 9x + 9 + 4 - 3x^2 + 9x - 4 \\ 3x^2 + 2x + 2 - 9x + 9 + 4 - 3x^2 + 9x - 4 \\ 2x + 10 \\ x + 5 \end{aligned}$$

Método 2

$$\begin{aligned} S &= v_0 t + \frac{at^2}{2} & 2 &= 4 + 8 \cdot 2 + \frac{a \cdot 2^2}{2} \\ 4 &= 0 + 0 + \frac{a \cdot 1^2}{2} & 2 &= 4 + 16 + 2a \\ a &= 8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_1 = 8 \text{ m/s} & -12 &= 2a \Rightarrow a = -6 \text{ m/s}^2 \\ & & v_2 &= 2 + (-6 \cdot 2) \\ & & v_2 &= 8 - 12 \\ & & v_2 &= -4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Método 3

$$\begin{aligned} \frac{2-4}{2-1} &= \frac{-2}{1} = -2 \text{ m/s} & \frac{3.5-4}{3.5-1} &= \frac{-0.5}{2.5} = -0.2 \text{ m/s} \\ \frac{0-2}{3-2} &= \frac{-2}{1} = -2 \end{aligned}$$

Método 4

$t_1 \Rightarrow$ por ser um ponto de máximo a velocidade de instante t_1 é 0 assim como no t_3 que é um mínimo

$$T_3 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-4}{2-1} = -2 \text{ m/s}$$

Método 5

Figura 15: Exemplos das estratégias de resolução para a Tarefa 3.

A partir do Quadro 9 e da Figura 15, podemos perceber que os alunos trazem algumas concepções errôneas sobre a velocidade instantânea, conforme discussão iniciada a partir da análise das respostas à tarefa 2. A maior parte dos que responderam a esta questão tem a concepção de que, se a velocidade média é calculada a partir da variação da posição dividida pela variação do tempo, então, para calcular a velocidade instantânea é só fazer a mesma coisa, dividir a posição pelo tempo, sem considerar a variação.

Outro erro cometido pelos alunos foi no estudo do movimento. Esta questão apresentava uma função do terceiro grau, ou seja, não se tratava de um movimento uniformemente variado. Mas muitos alunos utilizaram das equações deste tipo de movimento para tentar resolver esta tarefa.

Dois grupos que realizaram esta tarefa começaram a perceber que a partir da velocidade média pode-se obter um valor aproximado da velocidade instantânea, mas para isso era necessário considerar intervalos de tempo cada vez menores.

Apenas um dos grupos conseguiu fazer um estudo da velocidade instantânea a partir do gráfico, compreendendo que os pontos de máximo e mínimo correspondiam aos momentos em que o veículo parava, ou seja, sua velocidade para aquele instante era nula. Mas, os alunos deste grupo não conseguiram propor um método de resolução para a os outros instantes.

A segunda aplicação da tarefa 3 ocorreu em sala de aula, após os alunos terem sido apresentados ao conceito de derivada. Analisando a produção escrita desta segunda aplicação, pudemos perceber que houve mais semelhança nas respostas dos alunos, demonstrando que os alunos foram capazes de compreender que a derivada da função posição em relação ao tempo fornece a função velocidade, tornando assim, o processo para o cálculo da velocidade instantânea mais exato.

Trinta e dois alunos realizaram esta tarefa em sala de aula, divididos em 10 grupos. O Quadro 10 apresenta os tipos de respostas fornecidos pelos alunos, de acordo apenas com a produção escrita.

	Método	Quantidade
1	Encontraram a função por meio do Geogebra e calcularam a derivada	8 grupos
2	Encontraram a função posição por meio das raízes e a partir daí calculou a derivada da função para encontrar a velocidade	2 grupos
3	Além de encontrar a função e calcular a derivada, fizeram uma análise do movimento a partir do gráfico, encontrando os valores de $v=0$ para $t=1$ e $t=3$ s	1 grupo

Quadro 10: Reaplicação da tarefa 3: análise da produção escrita.

A figura 16 apresenta exemplos das três estratégias de resolução utilizados pelos alunos para a tarefa 3.

$$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$$

$$s'(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

$$v(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

$$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$$

$$s'(t) = v(t)$$

$v(1) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 9$	$v(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 9$	$v(3) = 3 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 9$
$v(1) = 3 - 12 + 9$	$v(2) = 12 - 24 + 9$	$v(3) = 27 - 36 + 9$
$v(1) = 0 \text{ m/s}$	$v(2) = -3 \text{ m/s}$	$v(3) = 0 \text{ m/s}$

Método 1

$$p(x) = (x-0)(x-3)^2$$

$$p(x) = x \cdot (x^2 - 6x + 9)$$

$$p(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

* derivando, achamos a fórmula da velocidade

$$p'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

em $t=1s$

$$p'(x) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 9$$

$$p'(x) = 0$$

em $t=2s$

$$p'(x) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 9$$

$$p'(x) = -3$$

em $t=3s$

$$p'(x) = 3 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 9$$

$$p'(x) = 0$$

Método 2

$t=1s$ $t=2s$ $t=3s$

$t=4s$

Analisando o gráfico e quepa percebeu que nos instantes 1s e 3s a velocidade é 0m/s pois neste ponto o gráfico está mudando de crescimento para decrescimento tendo que necessariamente ser 0. E também vale para $t=3$ pois neste ponto ele para de decrescer para crescer.

$t=1$	$t=1$
$\psi(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$	$\psi'(1) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 9$
$\psi'(x) = 3x^2 - 12x + 9$	$\psi'(1) = 3 - 12 + 9$
$\psi'(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 9$	$\psi'(1) = 0$
$\psi'(2) = 12 - 24 + 9$	$t=3$
$\psi'(2) = -3 \text{ m}$	$\psi'(3) = 3 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 9$
	$\psi'(3) = 27 - 36 + 9$
	$\psi'(3) = 0$

Método 3

Figura 16: Exemplos dos métodos de resolução para a Tarefa 3.

Analisando a produção escrita dos alunos para esta tarefa, pode-se perceber que a maioria seguiu o mesmo padrão de resolução, encontraram a função posição a partir da exploração de recursos no Geogebra e calcularam a derivada e obtendo, assim a função velocidade. Apenas dois grupos seguiram um caminho diferente, encontraram a função posição por meio das raízes do gráfico e, a partir daí calcularam a derivada da função para encontrar a velocidade. Vale ressaltar que um único grupo, além de realizar os cálculos solicitados, realizaram uma análise do movimento a partir do gráfico, compreendendo que nos pontos de máximo e mínimo da função, a velocidade instantânea era nula.

4.2.2 Análises Das Gravações Em Áudio

As gravações em áudio nos permitiram estabelecer relações que não são possíveis a partir, unicamente, da análise da produção escrita. A partir das gravações e áudio foi possível identificar quais foram os métodos utilizados e quais os obstáculos enfrentados pelos alunos durante as resoluções das tarefas.

As gravações em áudio foram realizadas com apenas 5 grupos durante as aulas, devido ao número de equipamentos disponíveis.

A partir dos áudios foi possível perceber que os grupos foram formados por alunos que possuíam diferentes níveis de conhecimento em relação aos conceitos abordados, alguns alunos apresentaram certo domínio dos conteúdos, enquanto outros demonstraram possuir certa dificuldade. Já com relação ao uso do *software*, poucos alunos demonstraram possuir conhecimento das ferramentas do Geogebra que facilitam o estudo dos gráficos.

Para a tarefa 2, pudemos perceber que alguns grupos observaram a semelhança da função fornecida no enunciado com a equação da posição para o cálculo do movimento uniformemente variado, a famosa fórmula do sorvetão. A partir daí, eles conseguiram obter os valores para posição inicial, velocidade inicial e aceleração do veículo. Já outros partiram da análise do gráfico para realizar o estudo do movimento.

Abaixo apresentamos o diálogo entre dois alunos do grupo que chamaremos de grupo 1. Este diálogo nos mostra que os alunos primeiramente resolveram o item b da tarefa, para a partir da análise do gráfico, obter as respostas para os demais itens.

“Aluno 1: Tá falando que o x é tempo. Uma (equação) que tem x ao quadrado é aquela do sorvetão ali.

Aluno 2: A área embaixo do gráfico é o espaço que ele andou.

Aluno 1: Como é que é? Aqui (no gráfico) é tempo? E qual área?

Aluno 2: A área embaixo da curva.

Aluno 1: Mas como assim, ele está acelerando?

Aluno 2: É. Tá vendo que sobrou 2 aqui (no gráfico), isso quer dizer que a velocidade que ele começa é 2. Ai ele acelera e começa a andar cada vez mais...e o gráfico vai subindo.

Aluno 1: X é o tempo. E a aceleração?

Aluno 2: A aceleração é 2 m/s^2 . Agora a gente tem a aceleração.

Aluno 1: Ele não saiu do 2? A posição inicial não é 2?

Aluno 2: Aqui é espaço por tempo, não é velocidade. A velocidade é a tangente”.

Aluno 1: A posição inicial é 2, a é aceleração, isso aqui é o tempo. Ali você está multiplicando a por x ao quadrado, não é assim que o professor passou.

Aluno 2: $ax^2/2$, mas isso é pra tirar a aceleração.

Aluno 1: Mas por que que ele tá pedindo pra gente analisar x ao quadrado só?

Aluno 2: Pronto, olha, agora tá igual (à formula do sorvetão). A aceleração é 2m/s^2 . A velocidade...(fazendo o gráfico no geogebra)

Aluno 1: O que é esse ponto de interseção?

Alunos 2: São dois gráficos diferentes, um é posição pelo tempo e outro é da velocidade pelo tempo.

Professor: Como é que vocês fizeram aqui o gráfico da velocidade?

Aluno 2: Já que usando aquela equação dá pra chegar que a aceleração é 2. Aí eu fiz um slider para a aceleração e uma outra função para a velocidade. Aí a gente tem a velocidade junto com a aceleração.

Professor: É, tá certo.

Na sequência, o grupo 1 efetuou os cálculos solicitados nos itens seguintes com os valores obtidos a partir do gráfico. Percebeu-se que o uso do Geogebra durante a resolução da tarefa proporcionou ao grupo uma compreensão ampla no estudo do movimento, não se restringindo apenas ao uso da função matemática. Este grupo não conseguiu propor algum método e resolução para a tarefa 3.

O segundo grupo na qual analisamos as discussões dos alunos durante a resolução da tarefa, apresentou uma maior dificuldade em compreender a função e relacioná-la com o movimento, resolvendo parcialmente a tarefa 2 e sem resposta tentativa nenhuma de resolução para a tarefa 3.

A gravação em áudio do grupo 3 nos mostrou que os alunos tiveram dificuldade em relacionar a linguagem matemática com os conceitos e teorias da Física. Ao iniciar a resolução da tarefa 2, o grupo 3 apresentou a seguinte discussão em torno do item a da tarefa, que perguntava que tipo de movimento, de acordo com a Física, estava pela equação:

“Aluno 1: De acordo com os conceitos de Física, que tipo de movimento está descrito pela equação? É uma parábola não é?”

Aluno 2: Sim.

Aluno 1: Então a resposta é uma parábola?

Aluno 3: Não é isso que ele tá perguntando. Ele tá perguntando qual o movimento. Não é a forma da equação, mas qual é o movimento descrito. Entendeu? O que está acontecendo?

Aluno 1: Está acontecendo uma curva no gráfico.

Aluno 2: Qual o movimento de uma parábola, fisicamente falando?

Aluno 1: Ele tem uma velocidade negativa, com aceleração positiva.

Aluno 2: Mas depende das unidades. Eu posso falar que isso aí é uma função para aceleração, de v por t .

Aluno 3: Não, é tempo e posição.

Aluno 1: Tem como colocar isso no Geogebra? Você consegue colocar? Eu não consigo.

Aluno 4: Eu também não consigo.

Aluno 2: Que tipo de movimento é?

Aluno 1: É um movimento uniformemente variado. Ele vai... Eu acho que é movimento uniformemente variado”.

Enquanto pensavam em como construir o gráfico no Geogebra, os alunos deste grupo foram lendo as próximas questões e identificaram que o item e, que solicitava uma proposta para o cálculo da velocidade instantânea, poderia ser resolvido com o cálculo da derivada. Isto nos indica que ao menos um dos membros deste grupo pode ter tido um contato anterior com a disciplina de cálculo diferencial e integral, que pode ter sido proporcionado pelo ingresso em outra graduação, anterior a esta, como mostra a análise do perfil do aluno.

“Aluno 3: Sabia que era derivada. Olha só o que aparece aqui, velocidade instantânea.

Aluno 2: Vai ter que usar derivada?

Aluno 3: Só que eu não tô lembrando como é que faz”.

Os alunos deste grupo conseguiram plotar o gráfico no Geogebra, mas não utilizaram deste para a resolução dos outros itens, fizeram apenas uso das equações para o movimento uniformemente variado.

Podemos perceber, com este grupo, que o conceito de velocidade média e velocidade instantânea não está muito claro para os alunos.

Para a alternativa d da tarefa o grupo realizou a seguinte discussão:

“Aluno 2: Agora ele tá pedindo a velocidade média.

Aluno 1: Faz aí, delta s e delta t.

Aluno 3: A velocidade média é distancia pelo tempo.

Aluno 2: Mas não pode. Não tem aceleração? Então vai ter que aplica ‘vovô ateu’

Aluno 3: Mas a velocidade média é a distância percorrida pelo tempo.

Aluno 2: Sim, mas para o movimento uniforme, a gente tá falando de um movimento uniformemente variado, da aceleração. A gente tem que substituir na 'vovô ateu' t_1 e t_4 .

Aluno 3: Mas a velocidade média não precisa da aceleração. A velocidade média é qual a média da velocidade, desconsidera a aceleração.

Aluno 2: Não precisa de aceleração. Mas pra mim eu não posso misturar movimento uniforme com movimento uniformemente variado.”

Para a alternativa e da tarefa o grupo demonstrou possuir algumas dúvidas sobre o que é a velocidade instantânea.

“Aluno 1: Eu acho que ele quer o valor certinho da velocidade. Em 1 segundo, qual a velocidade vai ter certinho.

Aluno 3: A e é a derivada.

Aluno 2: Ele quer o valor fixo, tipo, qual vai ser o valor em um segundo?

Aluno 3: É mais ou menos isso”.

Com relação à tarefa 3, houve uma tentativa de resolução, mas esta foi realizada erroneamente com a utilização das equações para o movimento uniformemente variado.

Ao analisar o áudio das gravações dos grupos 4 e 5, percebemos similaridades no modo de resolução com o grupo 3 e 1, respectivamente. O grupo 4 manteve sua linha de raciocínio nas discussões em torno das equações do movimento, enquanto o grupo 5 buscou explorar o Geogebra, descobrindo ferramentas que facilitassem os cálculos solicitados.

O ponto em comum entre os grupos 4 e 5 foi com relação a tarefa 3, os dois grupos trataram o problema como as equações do movimento retilíneo uniformemente variado.

Com relação à reaplicação da tarefa 3, pudemos perceber que, antes de chegar à conclusão que a derivada da função posição, fornece a posição velocidade para qualquer instante, os alunos discutiram diversos pontos de vista.

Primeiramente, os alunos se depararam com um gráfico de posição através do tempo, na qual a função que representava o movimento não era exibida. O primeiro obstáculo então, foi descobrir qual a função descrevia esse movimento e qual a melhor forma para se calcular a velocidade instantânea.

A princípio, os alunos, em sua maioria, não sabiam como exibir essa função no Geogebra, mas ao explorar o software, conseguiram encontrar a função correspondente.

Após encontrar a função, surgiram novas dúvidas, pois se tratava de uma função do terceiro grau, ou seja, não tínhamos um movimento uniformemente variado em questão. Mas alguns alunos, inicialmente, ainda seguiram o raciocínio matemático para encontrar a velocidade como se tratando de um movimento uniformemente variado.

Assim como no item e, da tarefa 2, aqui também os alunos apresentaram conflitos na compreensão do conceito de velocidade instantânea. Alguns alunos ainda não compreenderam a diferença de velocidade média e velocidade instantânea, tratando as duas, matematicamente, da mesma forma.

Para esta tarefa, um grupo de alunos levou em consideração uma análise prévia do gráfico, antes de efetuarem os cálculos matemáticos. Em suas discussões eles perceberam que os pontos de máximo e mínimo no gráfico correspondiam à velocidade nula, para os instantes 1 e 3, restando apenas ser realizado o cálculo para o instante.

Na produção escrita desta tarefa, os grupos entregaram, em sua maioria, o mesmo método de cálculo, derivando a função posição para encontrar a função velocidade. Mas, ao analisar os áudios, pode-se perceber que essa aplicação da derivada ainda não era conhecida por todos, foram necessários alguns direcionamentos do professor no decorrer da tarefa, para que os alunos chegassem à essa conclusão.

Com relação ao uso do *software* Geogebra, pudemos perceber que, apesar da grande quantidade de ferramentas que possibilitam uma melhor exploração e compreensão de conteúdos matemáticos e físicos, os alunos ainda não tem conhecimento de como utilizar essas ferramentas, o que resultou num uso mais superficial do *software*.

O Geogebra possui ferramentas que permite ao aluno obter valores ou coordenadas sem que seja necessário que o aluno realize cálculos matemáticos. Mas, no desenvolvimento das tarefas, os alunos não tiveram a curiosidade de explorar o software, se mantiveram ligados a todo momento às equações matemáticas.

Um dos grandes obstáculos do uso do Geogebra na realização das tarefas, foi, certamente, a falta de conhecimento dos alunos com relação às ferramentas do software e as potencialidades que ele apresenta para o ensino de Física e Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi elaborar tarefas para as aulas de Cálculo Diferencial e Integral, implementadas no software Geogebra, que levassem os alunos a explorar conceitos matemáticos, partindo de problemas oriundos da Física. Partindo da definição de Ponte (2005) para o termo ‘tarefa’, concluímos que as atividades elaboradas se enquadram na definição de ‘tarefa’, pois ao realizá-las, os alunos tiveram que ir além da simples execução de uma atividade, sendo levados a interpretar, discutir e refletir para se chegar à uma solução.

Ponte (2005) classifica as tarefas de acordo com o nível de complexidade e exigência cognitiva, diferenciando as tarefas entre “problema” e “exercício”, que está relacionado diretamente ao fato do aluno dispor, ou não, de um processo imediato para a resolver. Assim, a partir da análise da produção escrita dos alunos e dos áudios, podemos concluir que as tarefas aplicadas se enquadram na condição de problema, pois os alunos não conseguiram resolver as tarefas de imediato, apresentando certas dificuldades, sendo necessário, em alguns momentos, explicações e direcionamentos do professor.

Com o desenvolvimento das tarefas foi possível levar o aluno a perceber que a Física usa da linguagem matemática para expressar seus cálculos e que, apesar de parecerem conteúdos diferentes – equações do movimento e funções matemáticas – elas podem, em alguns contextos, representar a mesma coisa.

No que diz respeito à área da Matemática e do Cálculo Diferencial e Integral, as tarefas possibilitaram aos alunos uma análise de funções matemáticas a partir dos gráficos executados no Geogebra, gerando discussões e reflexões que levaram à introdução do conceito de derivada.

O Geogebra é um *software* que nos permite trabalhar com os alunos a importância de diferentes parâmetros, variáveis e constantes ao estudar um sistema físico, seja para levantar dados ou simplesmente para pensar neles. Seu uso pode nos proporcionar maior rapidez para levantamento de hipóteses e comparação de resultados, levando a uma maior compreensão dos conceitos e fenômenos, além da facilidade do uso por meio dos dispositivos eletrônicos como *tablets*, *smartphones*,

notebooks. Mas, com a realização das tarefas pudemos perceber que, em muitos momentos, os alunos não utilizaram o software para levantamento de hipóteses ou comparação de dados, apesar dos incentivos do professor, eles mantiveram um uso superficial do software. Os alunos se prenderam, na maior parte do tempo, às expressões matemáticas e seus respectivos cálculos, deixando de explorar um recurso tecnológico que poderia os auxiliar de maneira rápida e dinâmica.

A pesquisa do perfil do aluno nos indicou que os alunos frequentemente utilizam sites de busca, assistem vídeo aulas para auxiliar em seus estudos. Mas, por algum motivo, durante a realização das tarefas, nos momentos de dúvida com relação aos conceitos abordados ou ao uso do Geogebra, em nenhum momento os alunos utilizaram destes recursos, mesmo tendo acesso à internet durante todo o tempo da aula. Pode-se perceber que os alunos ainda estão habituados ao ensino tradicional, onde recebem atividades do tipo ‘calcule’, ‘efetue’, ‘faça’ e, quando se deparam com questões na qual eles devem propor um método de resolução, sentem certa estranheza, sem saber por onde e como começar.

Apesar de toda a tecnologia que vem sendo desenvolvida ao longo dos últimos anos, com aplicações voltadas à área educacional, percebemos que os alunos não estão habituados a utilizar de recursos tecnológicos na realidade da sala de aula, se restringindo, muitas vezes, ao uso de papel e caneta.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed.; reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF, 1998.

CUEVAS, A., MARTINEZ, M. PLUVINAGE, F. Promoviendo el pensamiento funcional en la enseñanza del cálculo: un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. IREM de Strasbourg, Strasbourg, v. 17, p. 137-168, 2012.

FERREIRA, P. E. A. **Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**, 2013. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro. Disponível em: < <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/> > Acesso em: 12 jul. 2016.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MÁXIMO, G. C. MURTA, J. L. Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia da UFOP: Estratégias e Desafios no Ensino Aprendizagem. XXXII COBENGE: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. **Anais...** Cobenge, 32. Brasília, DF, 2004.

MELCHIORS, A. SOARES, M. História do cálculo diferencial e integral. **Revista Maiêutica - Curso de Matemática**, UNIASSELVI – Centro Universitário Leonardo da Vinci, v. 1, n. 1, p. 67-79, 2013.

MOURA, E. BRANDÃO, E. O uso das tecnologias digitais na modificação da prática educativa escolar. **Revista Científica Fazer**, Erechim, n. 129, p. 1-17, 2013.

PALIS, G. R. O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n.3, p. 432-451, 2010.

PONTE, J. P. (org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. – (Encontros de educação).

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM. p. 11-34, 2005.

TREVISAN, A. L., ELIAS, H. R., ARANDA, V. Um estudo de tarefas de Cálculo Diferencial e Integral com auxílio de recursos computacionais. In: VII Congresso Mundial de estilos de aprendizagem, Bragança – Portugal. **Anais...** CMEA, 7. Bragança: Biblioteca Digital do IPB, 2016, v. 1, p. 1908-1916.