

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COECI - COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

MAYRA BRANCO

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS
BIDIMENSIONAIS PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO

2017

MAYRA BRANCO

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS
BIDIMENSIONAIS PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel, do curso de Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rodnny Jesus Mendoza
Fakhye

TOLEDO

2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Toledo
Coordenação do Curso de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso de Nº 102

Análise e dimensionamento de estruturas bidimensionais pelo método de bielas e tirantes

por

Mayra Branco

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 10h20 do dia **14 de novembro de 2017** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Civil**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Prof. Dr. Gustavo Savaris
(UTFPR-TD)

Prof. Dr. Lucas Boabaid Ibrahim
(UTFPR- TD)

Prof. Dr. Rodnny Jesus Mendoza Fakhye
(UTFPR-TD)
Orientador

Visto da Coordenação
Prof. Dr. Fúlvio Natércio Feiber
Coordenador da COECI

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pelas diversas e imensas oportunidades conferidas, as quais culminaram na realização deste trabalho e na conclusão deste curso.

À minha família, pelo estímulo e apoio concebidos durante todos esses anos.

Ao orientador deste trabalho, Prof. Dr. Rodnny Jesus Mendoza Fakhye, pelo tempo disponibilizado a tirar dúvidas, realizar correções e ao incentivo prestado.

Ao Prof. Dr. Gustavo Savaris pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas desta universidade, por compartilharem momentos tanto positivos quanto árduos, mas sempre mantendo o bom humor.

À universidade, ao corpo docente e todos os demais funcionários, por permitirem que a instituição de ensino possua tamanha qualidade e que esteja sempre progredindo no cenário acadêmico.

Aos demais que auxiliaram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.

RESUMO

BRANCO, Mayra. Análise e dimensionamento de estruturas bidimensionais pelo método de bielas e tirantes. 2017. 90 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2017.

As estruturas de concreto armado apresentam, em geral, um comportamento linear de tensões e deformações ao longo de suas seções transversais que é regido pelas hipóteses de Bernoulli. Porém, há determinadas regiões nos elementos que não possuem tal linearidade. São estruturas que apresentam descontinuidades estáticas ou geométricas e que seguem o princípio de Saint Venant. Nestes casos, não é ideal que o método de dimensionamento utilizado para regiões contínuas seja aplicado, ou ainda, que o projeto destas regiões seja realizado com base na experiência do engenheiro. Para tanto, o método de bielas e tirantes surge para proporcionar um dimensionamento objetivo de elementos estruturais descontínuos e evitar um projeto baseado em critérios empíricos. Assim sendo, o presente trabalho tem como objetivo dimensionar vigas-parede por meio do método de bielas e tirantes e analisar a sua aplicabilidade. Para o primeiro modelo de viga-parede, foram realizados dimensionamentos fundamentados em quatro referências no assunto, sendo estas Schlaich *et al.* (1987), a norma americana ACI 318 (ACI, 2011), a norma europeia CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014). A segunda viga-parede, por sua vez, teve seu dimensionamento e demais verificações realizados de acordo com a norma brasileira. Através da comparação entre resultados, observou-se que a norma americana se caracteriza como uma fonte mais completa do tema, ao passo que Schlaich *et al.* (1987) apresentam critérios já não mais recomendados e as normas europeia e brasileira, por sua vez, tratam do assunto de maneira mais simplificada. Em geral, notou-se uma facilidade de aplicação e visualização intuitiva do método, reafirmando suas vantagens e importância de utilização no dimensionamento de elementos com descontinuidade.

Palavras-chave: Concreto armado. Método de bielas e tirantes. Vigas-parede.

ABSTRACT

BRANCO, Mayra. Analysis and design of two-dimensional structures by strut-and-tie method. 2017. 90 p. Monograph (Working Completion of Civil Engineering) – Federal Technological University of Paraná. Toledo, 2017.

Reinforced concrete structures have, in general, a linear behavior of stress and strain through cross-section, which are governed by Bernoulli's hypothesis. However, there are certain elements' regions where this linearity does not operate. These structures have static and geometric discontinuities and are governed by Saint-Venant's principle. In these cases, it is not recommended to design them based on empirical criteria. In this regard, the strut-and-tie method offers more accuracy to the project of structure elements with discontinuity. Therefore, this work aims to design deep beams by the strut-and-tie method, analyzing its applicability. The first deep beam model was designed based on four sources, which are Schlaich *et al.* (1987), American code ACI 318 (ACI, 2011), European code CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) and Brazilian code NBR 6118 (ABNT, 2014). The second deep beam analyzed was designed using the Brazilian code only. With the results comparison, it was observed that the American code is a more complete source of strut-and-tie models, Schlaich *et al.* (1987) have some overpast recommendations, and Brazilian and European codes mention the method in more simplified ways. In general, the application simplicity of strut-and-tie models was noticed, confirming its advantages and importance for the design of elements with discontinuity.

Keywords: Reinforced concrete. Strut-and-tie method. Deep beams.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Bielas, tirantes e regiões nodais do modelo de bielas e tirantes de uma viga-parede.....	21
Figura 2 – Modelo de uma treliça clássica de Morsch aplicada a uma viga	22
Figura 3 – Regiões D (áreas sombreadas) encontradas em elementos estruturais distintos.....	25
Figura 4 – Configurações de bielas. (a) Prismática; (b) Em leque; (c) Em garrafa.....	27
Figura 5 – Biela em formato de garrafa. (a) Fissuração; (b) Modelo de bielas e tirantes.	27
Figura 6 – Ábaco de verificação de bielas em garrafa	28
Figura 7 – Situações em que os diferentes tipos de biela são encontrados	29
Figura 8 – Tipos de nós. (a) C-C-C; (b) C-C-T; (c) C-T-T; (d) T-T-T.	31
Figura 9 – Exemplos de nós C-C-C. (a) Em concentrações de carregamento; (b) Em apoios de vigas contínuas.	31
Figura 10 – Nós singulares e contínuos em um modelo de bielas e tirantes	32
Figura 11 – Subdivisões de uma região nodal. (a) Zona nodal em sua configuração original; (b) Zona nodal subdividida em duas partes.	33
Figura 12 – Fluxograma de procedimento de cálculo de modelos de bielas e tirantes	35
Figura 13 – Modelos de bielas e tirantes para uma mesma estrutura	37
Figura 14 – Tipos de nós conforme o campo de tensões. (a) Nó hidrostático; (b) Nó não hidrostático.....	40
Figura 15 – Diferentes distribuições do tirante. (a) Com menores diâmetros e maior quantidade de camadas de barras; (b) Com maiores diâmetros e menor quantidade de camadas de barras.....	41
Figura 16 – Nó hidrostático. (a) Geometria do nó; (b) Força de tração ancorada com placa; (c) Força de tração ancorada por ligação.....	49
Figura 17 – Modelo de viga-parede A dimensionado pelo método de bielas e tirantes.....	51
Figura 18 – Modelo de viga-parede B dimensionado pelo método de bielas e tirantes	52
Figura 19 – Análise do fluxo de tensões internas do modelo de viga-parede A no <i>software</i> Abaqus, em N/m^2	55
Figura 20 – Modelo de bielas e tirantes inicial para a viga-parede A	56
Figura 21 – Modelo de viga-parede A modificado.....	57
Figura 22 – Análise do fluxo de tensões do modelo modificado de viga-parede A no <i>software</i> Abaqus, em N/m^2	57

Figura 23 – Modelo final da viga-parede A, calculada segundo Schlaich <i>et al.</i> (1987).....	60
Figura 24 – Comprimento de ancoragem das barras disponível	62
Figura 25 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo Schlaich <i>et al.</i> (1987)	63
Figura 26 – Modelo de bielas e tirantes final da viga-parede A, determinada segundo ACI (2011).....	66
Figura 27 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo ACI (2011)	68
Figura 28 – Modelo de bielas e tirantes final da viga-parede A, determinada segundo Fib (2012).....	69
Figura 29 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo Fib (2012).....	72
Figura 30 – Modelo refinado da viga-parede A	73
Figura 31 – Modelo final da viga-parede A, calculada segundo ABNT (2014)	74
Figura 32 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo ABNT (2014)	76
Figura 33 – Análise do fluxo de tensões do modelo de viga-parede B no <i>software</i> Abaqus, em N/m^2	80
Figura 34 – Modelo de bielas e tirantes inicial para a viga-parede B	80
Figura 35 – Modelo final da viga-parede B, calculada segundo ABNT (2014).....	82
Figura 36 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede B, obtido com dimensionamento segundo ABNT (2014)	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Intervalo de ângulos entre bielas e tirantes de um nó conforme as diferentes referências.....	37
Tabela 2 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo final da viga-parede A, determinados segundo Schlaich <i>et al.</i> (1987).....	59
Tabela 3 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo inicial da viga-parede A, determinados segundo ACI (2011).....	64
Tabela 4 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede A, segundo ACI (2011)	66
Tabela 5 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede A, determinadas de acordo com Fib (2012)	69
Tabela 6 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede A, calculados segundo ABNT (2014)	74
Tabela 7 – Comparação dos valores obtidos no dimensionamento da viga-parede A por métodos diferentes.....	77
Tabela 8 – Comparação dos coeficientes de redução da resistência à compressão utilizados no dimensionamento da viga-parede A por meio de diferentes fontes.....	78
Tabela 9 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede B, calculados segundo ABNT (2014)	82

LISTA DE SIGLAS

AASHTO	American Association of State Highway and Transportation Officials
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
CEB	Comite Euro-International du Beton
CSA	Canadian Standards Association
EHE	Instrucción Española del Hormigón Estructural
FIB	Fédération Internationale du Béton
FIP	Fédération Internationale de La Précontrainte
MBT	Método das Bielas e Tirantes
NZS	New Zealand Standards
STM	Strut-and-Tie Models

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto latino

a	Menor largura da biela em garrafa
a_1	Largura do lado da região nodal equivalente ao apoio
a_3	Largura do lado vertical da região nodal, correspondente ao tirante
A_{cs}	Área da seção transversal em uma das extremidades da biela
A_{nz}	Menor área da seção transversal dos campos de tensão atuantes na zona nodal
A_s	Seção transversal de armadura necessária
A_{si}	Área total da armadura que atravessa a biela em garrafa
A_{ts}	Área de armadura não protendida no tirante
b	Maior largura da biela em garrafa
b_s	Largura da biela
C_1, C_2	Forças em bielas
C_c	Bielas de concreto
f'_c	Resistência à compressão específica do concreto
f^*_{cd}	Resistência à compressão efetiva do concreto
f_{cd}	Resistência à compressão de projeto do concreto
f_{ce}	Menor resistência à compressão efetiva obtida entre bielas e zonas nodais
f_{ck}	Resistência à compressão característica do concreto
f_y	Resistência específica ao escoamento do aço
f_{yd}	Resistência ao escoamento de projeto do aço não protendido
f_{yk}	Resistência ao escoamento característica do aço não protendido
F_i	Força na biela ou no tirante i
F_n	Força resistente nominal da biela, tirante ou região nodal
F_{nn}	Força máxima resistente à compressão nominal na zona nodal
F_{ns}	Força máxima resistente à compressão nominal da biela
F_{nt}	Força normal nominal no tirante
F_u	Força na biela, tirante ou face da região nodal
G_A	Soma das ações permanentes no elemento A
G_B	Soma das ações permanentes no elemento B

k_c	Fator de redução da resistência à compressão do concreto
l_i	Comprimento do membro i
p_a	Tensão atuante na menor seção da biela em garrafa
Q_A	Soma das ações variáveis no elemento A
Q_B	Soma das ações variáveis no elemento B
R	Reação de apoio total
R_1, R_2	Parcelas de reação de apoio
R_{st}	Força no tirante
s_i	Espaçamento entre barras que atravessam a biela em garrafa
T_c	Tirante de concreto
T_s	Tirantes armados
$V_{u,A}$	Carregamento aplicado no modelo A
$V_{u,B}$	Carregamento aplicado no modelo B
w_t	Largura do tirante
$w_{t,máx}$	Largura máxima do tirante

Alfabeto grego

α_i	Ângulo formado entre as barras da armadura e o eixo da biela em garrafa
α_{v2}	Fator de redução da resistência de bielas e zonas nodais
β_n	Fator de eficiência da zona nodal
β_s	Fator de eficiência da biela
γ_c	Fator de segurança parcial do concreto sob compressão
γ_s	Coefficiente de minoração da resistência ao escoamento do aço não protendido
ε_{mi}	Deformação específica média do membro i
η_{fc}	Parâmetro de redução da resistência à compressão do concreto
θ	Ângulo entre biela e tirante de um nó
ν	Fator de eficiência ou fator de redução da resistência do concreto
σ_1	Tensão normal no lado da região nodal equivalente ao apoio
σ_2	Tensão normal na biela concomitante à região nodal
ϕ	Fator de redução de força resistente da biela, tirante ou região nodal
φ	Ângulo formado entre α_3 e o eixo da biela concomitante à região nodal
ω	Taxa de armadura transversal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 OBJETIVOS	14
1.1.1 Objetivo geral	14
1.1.2 Objetivos específicos	14
1.2 JUSTIFICATIVA.....	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 CONCRETO ARMADO	16
2.2 ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO	17
2.2.1 Elementos lineares	18
2.2.2 Elementos de superfície	18
2.3 DIMENSIONAMENTO DE ARMADURA	19
2.4 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES	20
2.4.1 Histórico	21
2.4.2 Regiões B e D	24
2.4.3 Elementos da treliça.....	26
2.4.3.1 Bielas.....	26
2.4.3.2 Tirantes.....	29
2.4.3.3 Nós	30
2.4.4 Processo de cálculo e definição geométrica de modelos de bielas e tirantes	33
2.4.4.1 Otimização de modelos de bielas e tirantes	36
2.4.4.2 Inclinação de bielas e tirantes	37
2.4.5 Dimensionamento de bielas, tirantes e regiões nodais	38
2.4.5.1 Resistência efetiva de bielas e regiões nodais.....	43
2.4.5.1.1 Segundo Schlaich <i>et al.</i> (1987)	43
2.4.5.1.2 Segundo Apêndice A do ACI 318 – ACI (2011)	44
2.4.5.1.3 Segundo CEB-FIP Model Code 2010 – Fib (2012)	46
2.4.5.1.4 Segundo NBR 6118 – ABNT (2014).....	48
2.4.5.2 Ancoragem de armaduras.....	49
3 METODOLOGIA	51
4 DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS DE VIGA-PAREDE PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES	55
4.1 MODELO DE VIGA-PAREDE A	55
4.1.1 Segundo Schlaich <i>et al.</i> (1987).....	56
4.1.2 Segundo Apêndice A do ACI 318 – ACI (2011).....	63
4.1.3 Segundo CEB-FIP Model Code 2010 – Fib (2012).....	68
4.1.4 Segundo NBR 6118 – ABNT (2014)	72
4.1.5 Análise e comparação dos resultados	76
4.2 MODELO DE VIGA-PAREDE B.....	79
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
6 REFERÊNCIAS	87

1 INTRODUÇÃO

Apesar da existência e aplicação do concreto armado serem datadas desde, aproximadamente, a metade do século XIX, soluções de maior aproximação para cálculo de regiões descontínuas de elementos estruturais constituídos pelo material foram conhecidas somente nas últimas décadas. Elementos estruturais bidimensionais com regiões de descontinuidade estática (conhecidas pela presença de apoios discretos e carregamentos concentrados) ou geométrica (mudanças na geometria da seção transversal do elemento) são reconhecidos na comunidade científica como elementos que necessitam de dimensionamentos realizados com base em análises distintas às de regiões contínuas.

Regiões sem descontinuidades possuem comportamento regido pela hipótese de Bernoulli, seus esforços internos podem ser determinados através de métodos seccionais e são conhecidas como regiões B. Já as regiões D, remetentes às com presença de descontinuidade, seguem o princípio de Saint Venant e apresentam um comportamento não linear de deformações.

Além disso, os elementos bidimensionais são aqueles que apresentam uma dimensão significativamente inferior às demais, geralmente relacionada à espessura. Tal característica impede que estes sejam observados através de análises convencionais como os diagramas de força normal, cortante e de momento, que são aplicados aos elementos lineares, ou de forma tridimensional, se fazendo necessária uma análise de forças e comportamento da estrutura que seja também em plano.

Os elementos bidimensionais, em especial as suas regiões de descontinuidade, em alguns casos, ainda são projetados com critérios empíricos e não consagrados cientificamente, baseando-se na experiência do projetista e podendo gerar um comportamento diferente ao projetado nas estruturas. Para tanto, o método de bielas e tirantes surge como solução a estes casos e tem sido tema de muitas pesquisas nos últimos anos. Apesar de seu ainda crescente estudo e definição de critérios, o método já é estabelecido por diversas normas como solução para o dimensionamento estrutural de regiões D, que apresentam os seus respectivos aspectos e parâmetros de projeto adotados. Como vantagens da aplicação do método estão a sua generalidade de utilização nos elementos, a visualização físico-intuitiva do comportamento estrutural e a identificação facilitada das regiões críticas da estrutura (PANTOJA, 2012; SANTOS, 2006).

O presente trabalho realiza uma revisão de alguns autores e normas sobre o assunto para basear sua revisão bibliográfica. Com relação aos parâmetros de dimensionamento do método, as principais fontes do tema foram selecionadas para servir de base na aplicação do método ao dimensionamento de vigas-parede, sendo estas a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014), o trabalho de Schlaich *et al.* (1987), o Apêndice A da norma americana ACI 318 (ACI, 2011) e o código europeu CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Aplicar o método de bielas e tirantes a modelos de viga-parede e analisar a aplicabilidade da utilização daquele no cálculo da armadura de estruturas bidimensionais.

1.1.2 Objetivos específicos

Realizar uma revisão da fundamentação teórica do método de bielas e tirantes presente nas normas nacionais e internacionais e discutida pelos principais autores no assunto;

Aplicar o método ao projeto de vigas-parede, realizando o dimensionamento da armadura do elemento;

Comparar os resultados obtidos entre si e com exemplos da literatura;

Avaliar a aplicabilidade do método em estruturas bidimensionais, apontando os pontos de maior dificuldade na concepção do mesmo e seus aspectos críticos.

1.2 JUSTIFICATIVA

Os elementos com descontinuidade estão presentes em grande parte dos sistemas estruturais hoje utilizados. As vigas-parede são exemplos destes elementos e podem ser encontradas em reservatórios elevados, estruturas em alto-mar, como elementos de contenção em subsolos ou garagens e em estruturas de centrais nucleares. Observando-se a ampla utilização das vigas-parede e sua importância estrutural, compreende-se a necessidade de um critério seguro de dimensionamento destes elementos (SANTOS, 1999).

O método de bielas e tirantes se apresenta como uma ferramenta de cálculo para elementos estruturais de concreto armado, a fim de evitar projetos inseguros destes elementos e realizados através de empirismo (NEPOMUCENO, 2012). Santos e Giongo (2008) comentam que o modelo de bielas e tirantes se constitui como uma das maiores ideias de análise estrutural do século XX e da própria história do concreto. Estudos como o de Shah *et al.* (2011) apontam para viabilidade do método na análise e projeto das regiões descontínuas, além de reforçar a ideia de que novos estudos sobre o tema sejam desenvolvidos.

Além disso, Pantoja (2012) revela que a utilização do método em escritórios de projeto é, ainda, significativamente reduzida. Sendo assim, o presente trabalho é realizado em vista a estes problemas, objetivando-se analisar a funcionalidade da aplicação do método de bielas e tirantes e o procedimento de dimensionamento de armaduras em estruturas bidimensionais pelo método, através de pesquisa bibliográfica e aplicação do mesmo a modelos de viga-parede. Além disso, são observadas as dificuldades no processo. A comparação dos resultados obtidos com o dimensionamento baseado nas principais fontes é realizada para análise das diferenças causadas pelos parâmetros utilizados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCRETO ARMADO

Segundo a norma NBR 12655 (ABNT, 2015), o concreto de cimento Portland é definido como um material composto pela mistura de cimento, agregados miúdos e graúdos e água, com a incorporação opcional de componentes minoritários como aditivos químicos e adições. Pedroso (2009) compara o material com uma pedra artificial que toma a forma necessária para uma determinada construção: quando ainda em estado fresco, possui consistência plástica, a qual permite criar elementos construtivos de diferentes formas; no estado endurecido, adquire resistência mecânica próxima à das rochas naturais. Aliado a isso, o concreto possui maior resistência à deterioração em exposição à água em comparação ao aço e à madeira, apresentando baixo custo e grande disponibilidade de materiais. Por esses e outros motivos, o concreto possui utilização abundante, se constituindo como o material construtivo mais empregado no mundo.

Uma das primeiras aplicações do cimento que se tem conhecimento foram em argamassas de alvenarias realizadas pelos egípcios em 2500 a.C. Nos últimos séculos antes de Cristo, os romanos descobriram uma cinza pozolânica que, acrescentada à argamassa de cal, conferia ao material características próximas às do cimento. Tal tecnologia foi empregada na construção de aquedutos, estradas e outras obras romanas, fornecendo impermeabilidade, estanqueidade e até mesmo resistência às construções. Essa última propriedade era encontrada em uma mistura próxima ao concreto atual, utilizado na construção da cúpula do Panteão, em Roma, e em diversas estradas da época. O cimento Portland surgiu somente no ano de 1824, por meio de uma patente realizada por Joseph Aspdin na Inglaterra. O material recebeu tal nome devido à semelhança com as rochas calcárias de cor branco-acinzentada da península de Portland, no sul do país. Sua primeira utilização foi em um túnel construído sob o rio Tâmis (CARVALHO, 2008).

O concreto armado, por sua vez, é definido pelo *American Concrete Institute* (ACI) como o concreto estrutural armado com quantidade de aço protendido ou não protendido superior ao mínimo especificado em normas (ACI, 2013). Fernandes (2000) afirma que o desempenho do concreto armado está associado à eficiência da ligação aço-concreto. Isso

porque é a aderência que permite que a deformação sofrida pela armadura seja recebida de forma equivalente pela região do concreto no entorno das barras.

Os romanos também foram um dos pioneiros na utilização de concreto reforçado com barras metálicas, aplicando a tecnologia em estradas, pontes, aquedutos e docas. Por se tratar de uma tecnologia nova, o desempenho obtido com o reforço de barras de bronze não foi satisfatório na época, devido à grande diferença de propriedades térmicas entre as barras e o concreto. O uso de uma tecnologia semelhante ao concreto armado só foi datada novamente em 1849, quando um agricultor francês chamado Joseph-Louis Lambot construiu um barco de argamassa armada. Este fato chamou a atenção de Joseph Monier, um comerciante da época que, a partir de então, deu início à fabricação de diversos artefatos com o material (CARVALHO, 2008).

Em 1873, Monier construiu pontes e passarelas de concreto armado. Somente em 1878, o material foi aplicado a vigas. Anos depois, diversos profissionais como o engenheiro alemão Gustav Adolf Wayss, o inventor Thaddeus Hyatt e o engenheiro químico François Coignet executaram diversas obras em concreto armado, difundindo a tecnologia nos países europeus e, conseqüentemente, para o restante do mundo (CARVALHO, 2008).

Com relação à viabilidade econômica do concreto armado, este apresenta uma alta relação de custo-benefício, já que tanto os materiais constituintes do concreto quanto as matérias-primas para a produção do aço são encontrados em abundância em quase todas as regiões do mundo. A indústria do cimento está instalada em quase todos os países, tendo uma produção mundial de 3,3 bilhões de toneladas anuais datadas do ano de 2010. O Brasil é um dos maiores produtores do aglomerante: em 2012 registrou um número de 68,8 milhões de toneladas anuais, revelando a sua ampla utilização e importância na construção civil nacional (SNIC, 2013). Nos anos recentes, o concreto armado tem sido utilizado em residências, pontes, rodovias, edifícios de grandes alturas, usinas hidrelétricas e nucleares, plataformas de extração de petróleo, obras de saneamento, entre outras aplicações.

2.2 ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

Os elementos estruturais podem ser classificados conforme suas formas geométricas e funções estruturais. A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece duas classificações gerais: os elementos lineares e os de superfície, também conhecidos como bidimensionais.

2.2.1 Elementos lineares

Os elementos lineares são aqueles que possuem comprimento longitudinal superior a três vezes a maior dimensão da sua seção transversal. Estes elementos também são denominados barras e podem ser vigas, pilares, tirantes ou arcos. As vigas são elementos em que a flexão se apresenta significativamente. Já os pilares são elementos com eixo geralmente vertical e em que as forças de compressão são usuais. Os tirantes, por sua vez, se apresentam em sua grande maioria em situação de tração. Por fim, os arcos são elementos curvos com grande presença de forças de compressão e, simultaneamente ou não, esforços de flexão (ABNT, 2014).

2.2.2 Elementos de superfície

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) descreve os elementos bidimensionais ou de superfície como elementos que apresentam uma dimensão significativamente inferior às demais (dimensão esta considerada como a espessura). Dentro desta descrição, surgem os termos placa, chapa, casca e pilares-parede.

As placas se referem a elementos com superfícies planas que estão sujeitos a solicitações normais ao plano e correspondem, em sua maioria, às lajes. As chapas também se caracterizam por elementos de superfície plana, entretanto, as solicitações estão localizadas em seu plano. A norma estabelece que as chapas de concreto que possuem vão inferior a três vezes a maior dimensão da sua seção transversal podem ser denominadas vigas-parede. As cascas, por sua vez, são elementos com superfície não plana e por fim, a norma descreve os pilares-parede como elementos planos ou cascas cilíndricas, em geral, submetidos a esforços predominantes de compressão e dispostos na vertical, apresentando a sua menor dimensão de seção transversal inferior a 1/5 em relação à maior (ABNT, 2014).

A norma americana ACI 318 (ACI, 2011) define vigas-parede como elementos que possuem carregamentos em uma face e apoios na sua face oposta, de forma que as bielas de compressão se desenvolvam entre as duas superfícies. Diferentemente da norma brasileira, o ACI determina que as vigas-parede apresentam vãos iguais ou inferiores a quatro vezes a sua altura h ou regiões de vigas com carregamentos concentrados a uma distância de até $2h$ do

apoio. Estes elementos devem ser dimensionados considerando-se distribuição não linear de tensões ou através do método de bielas e tirantes. O presente trabalho abordará, predominantemente, os elementos de chapa para dimensionamento de armaduras através do método de bielas e tirantes.

Ainda segundo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), o dimensionamento de vigas-parede no estado limite último deve ser realizado por meio de modelos de bielas e tirantes. Na concepção destes modelos, um comportamento adequado em serviço é garantido com um modelo de treliças em que as forças nos tirantes estejam o mais próximo possível das analisadas em um modelo plano elástico linear.

2.3 DIMENSIONAMENTO DE ARMADURA

O concreto é um material conhecido por resistir bem a esforços à compressão e apresentar baixa resistência à tração. A associação do material a uma armadura de aço confere ao conjunto elevada resistência tanto a forças de compressão quanto à tração, possibilitando a utilização de elementos que são solicitados por ambos os esforços em uma mesma seção.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), o concreto e o aço apresentam coeficientes de dilatação térmica próximos. Além do aço se constituir como um material mais deformável, o que confere um melhor comportamento do material sob esforços de tração, o concreto armado possui forças de aderência entre a superfície do aço e do concreto, fatos estes que fazem os materiais trabalharem bem em conjunto. O autor afirma também que o concreto se apresenta como uma proteção satisfatória à armadura, pois envolve todo o volume de aço, evitando a oxidação e danos causados por elevadas temperaturas ao material.

A *Instrucción Española del Hormigón Estructural* (EHE) especifica que uma estrutura deve ser projetada para que tenha a capacidade de suportar todas as ações possíveis de acontecerem durante sua construção e período de vida útil previstas em projeto com uma segurança aceitável (CPH, 1999).

Segundo Carvalho Filho *et al.* (2015), o dimensionamento de elementos estruturais, principalmente vigas, é realizado considerando-se o estado limite de serviço e o estado limite último, sendo o primeiro referente à durabilidade, condições de conforto e aparência do elemento e, o segundo, com relação à sua resistência mecânica máxima, a qual determina sua ruína. De acordo com os autores, uma estrutura de concreto armado deve possuir ductilidade,

isto é, o elemento deve apresentar deformações até a ocorrência de sua ruptura em casos de solicitações superiores às consideradas no projeto, evitando-se ruptura frágil. Para isto acontecer, a quantidade, disposição e área de armadura presente no elemento não deve ultrapassar o limite de ductilidade, sendo necessário extremo cuidado em seu projeto.

Além disso, Weber (2014) afirma que a armadura apresenta tal importância no sistema de concreto armado que patologias associadas ao aço na estrutura podem levar a mesma ao colapso. Os aspectos apresentados mostram a relevância das funções desempenhadas em uma estrutura de concreto armado e do seu correto dimensionamento e execução.

2.4 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

O método das bielas e tirantes (MBT), ou *Strut-and-Tie Models* (STM), consiste basicamente na representação de uma estrutura real de concreto armado através de um modelo de treliça discretizado em barras solicitadas à compressão (bielas), barras solicitadas à tração (tirantes) e nós que unem tais barras (Figura 1). Além disso, esses nós recebem as forças aplicadas no elemento, sendo que as regiões de concreto que os envolvem realizam a mudança de direção das forças dentro do volume de concreto (regiões nodais). As bielas são representadas em um modelo de bielas e tirantes através de linhas tracejadas e, os tirantes, por linhas contínuas (SILVA, 1991).

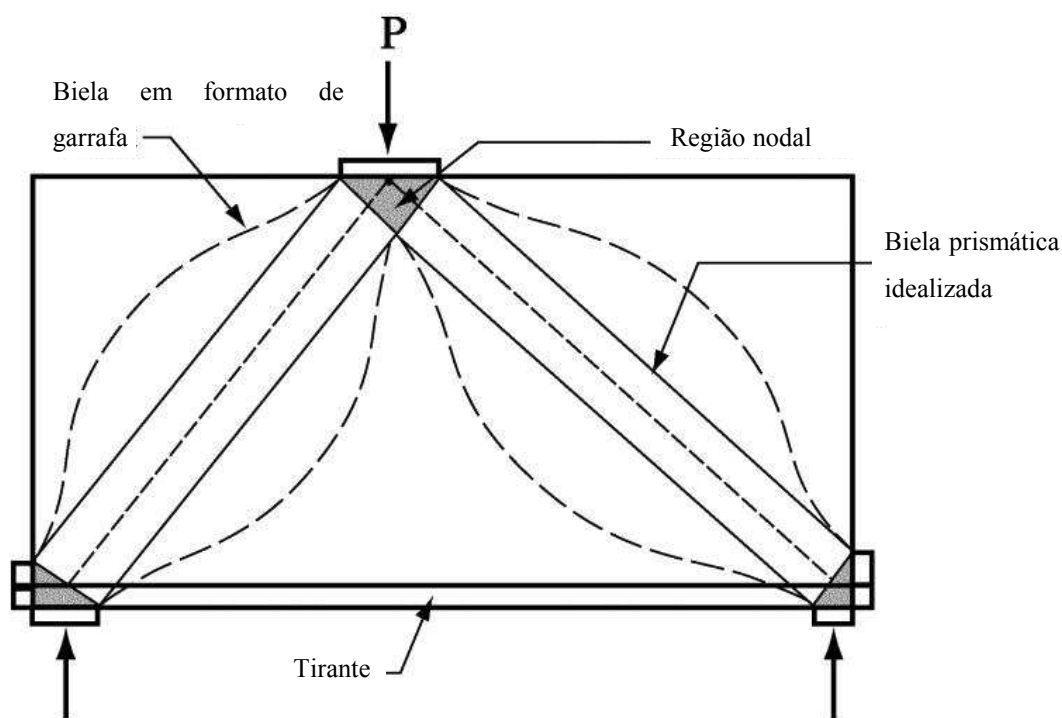


Figura 1 – Bielas, tirantes e regiões nodais do modelo de bielas e tirantes de uma viga-parede
 Fonte: Adaptado de ACI (2002, p. 372).

Pantoja (2012) ressalta que uma grande vantagem associada ao método de bielas e tirantes é a possibilidade de sua aplicação a diversos elementos estruturais de concreto armado e protendido. As representações dos elementos através do método são realizadas de forma aproximada, mas também realista e sistemática, o que permite ao engenheiro a obtenção de uma visualização físico-intuitiva do comportamento das estruturas.

2.4.1 Histórico

O método das bielas e tirantes possui como base a teoria da analogia clássica da treliça. Esta foi proposta inicialmente por Wilhelm Ritter, em 1899, e analisada experimentalmente por Emil Mörsch, em 1909, consistindo na utilização do modelo de treliça para projeto de estruturas de concreto. Tendo sido primeiramente aplicada no dimensionamento a cisalhamento de vigas submetidas à flexão, a analogia da treliça considera que uma carga aplicada em um ponto qualquer de uma viga de concreto armado percorre um trajeto em formato de treliça no interior do concreto até que atinja os apoios do elemento

(PANTOJA, 2012). A Figura 2 apresenta o esboço de um modelo de treliça clássica de Morsch aplicada a vigas e as regiões de compressão e tração no interior da estrutura.

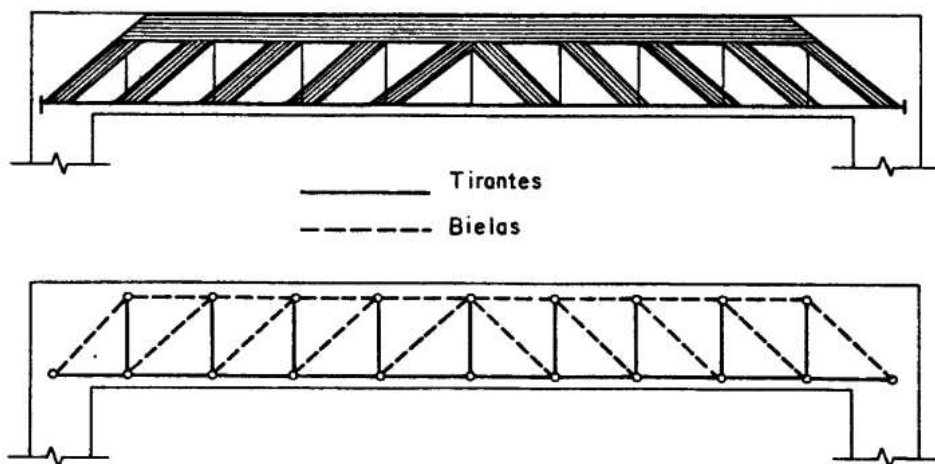


Figura 2 – Modelo de uma treliça clássica de Morsch aplicada a uma viga
 Fonte: Adaptado de Silva (1991, p. 3-2).

A partir desta proposta diversas pesquisas foram realizadas sobre o tema, com apenas algumas alterações no modelo, entretanto, sem modificação das hipóteses básicas de Morsch. Santos (2006) descreve que ensaios relacionados ao assunto foram realizados e apontaram para a adoção de inclinações formadas entre as bielas e os eixos das vigas conforme os modelos obtidos nos ensaios, gerando a “treliça de Morsch generalizada” (SANTOS, 2006; SILVA, 1991). Contribuições de autores para o tema abordaram a relação do teorema do limite inferior da teoria da plasticidade à proposta e a derivação do método para aplicações de cisalhamento e torção (SCHLAICH *et al.*, 1987).

Schlaich *et al.* (1987) afirmavam, na década de 80, que o modelo de treliça era considerado por pesquisadores e profissionais como um meio racional e adequado para o projeto de vigas fissuradas de concreto armado submetidas a esforços de flexão, cisalhamento e torção. Entretanto, esta aplicação não abordava todas as regiões das estruturas: descontinuidades estáticas e geométricas como regiões com cargas pontuais, consolos, extremidades, vãos e aberturas de elementos não poderiam ser inclusas nesta analogia. Para contornar esse problema, os autores apresentaram uma generalização do modelo de treliça, sendo possível, a partir de então, a aplicação da teoria a diversos elementos estruturais. Essa generalização foi denominada modelo de bielas e tirantes (PANTOJA, 2012; SANTOS, 2006).

Diversos códigos normativos passaram a incluir o método em suas publicações. De acordo com Santos (2006), a associação CEB-FIP (união da *Fédération Internationale de la Précontrainte* e do *Comité Européen du Béton*) mencionou o método de bielas e tirantes em seu boletim *Model Code* publicado em 1978. Entretanto, somente em 1991, a associação abordou o método de forma detalhada no *Model Code 90*, o qual passou a servir de referência no assunto (CEB, 1993). Em 1999, FIP publicou o boletim '*FIP Recommendations*', também apresentando o método (FIP, 1999).

Além disso, outras associações introduziram o assunto em seus códigos e boletins. Em 2004, a *Canadian Standards Association* (CSA) abordou o método no código canadense A23.3 ('*Design of concrete structures*') (CSA, 2004). Em 1991, a norma espanhola '*Instrucción de Hormigón Estructural*' (EHE) dedicou um capítulo completo às definições e parâmetros do tema, apresentando o conteúdo também na norma EHE-08 de 2008 (CPH, 2008). Segundo Brown *et al.* (2006), o método também foi comentado pela norma neozelandesa NZS 3101 nas versões de 1995 e 2006, denominada '*Concrete Structures Standard*'.

O *American Concrete Institute* (ACI), por sua vez, comentou sobre o tema em seu código ACI 318 de 1995 ('*Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*'), somente apresentando especificações do método no Apêndice A da versão de 2002 da norma (ACI, 1995; ACI, 2002). As versões de 2005 e 2011 do código comentam o conteúdo com maior abrangência de informações (ACI, 2005; ACI, 2011).

Já em 2004, o código europeu '*Eurocode 2: Design of concrete structures*' lançou sua versão 1992-1-1, com grandes referências ao método das bielas e tirantes (CEN, 2004). O método também é citado pela *American Association of State Highway and Transportation Officials* (AASHTO) em sua norma '*AASHTO LRFD Bridge – Design Specifications*' de 2012, para aplicação em pontes e elementos estruturais em geral (AASHTO, 2012). Com relação às normas brasileiras, o tema é citado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) na NBR 6118 de 2003 e abordado de forma mais profunda em sua versão corrigida de 2014 (ABNT, 2004; ABNT, 2014). Tais códigos se constituem como algumas das principais referências sobre o assunto para dimensionamento de armaduras de elementos estruturais por meio do método de bielas e tirantes.

2.4.2 Regiões B e D

Elementos estruturais apresentam regiões com comportamentos distintos entre si. Tais comportamentos exigem a adoção de métodos adequados para o dimensionamento de armaduras em cada região. Em geral, duas regiões do concreto podem ser identificadas: B e D.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as regiões B possuem um comportamento que segue as hipóteses de seção plana ou de Bernoulli, ou seja, as deformações ao longo da sua seção transversal seguem uma distribuição linear a partir do carregamento até a ruptura do elemento. Schlaich *et al.* (1987) afirmam que estas recebem o nome “B” devido a Bernoulli e *beam* (viga, em inglês), e que seus projetos são geralmente realizados com precisão, já que seus estados internos de tensões podem ser facilmente determinados através das forças em suas seções (forças axiais e de cisalhamento, momentos fletores e torçores).

Isso se aplica enquanto a seção não se encontra fissurada. Quando ocorre a fissuração do elemento, o modelo de treliças e seus derivados podem ser, então, aplicados. Em resumo, as regiões B estão associadas a peças lineares em que as solicitações normais e de flexão são predominantes em comparação aos esforços cortantes, como vigas e pilares (SANTOS, 2006; SCHLAICH *et al.*, 1987).

As regiões D, entretanto, possuem deformações de comportamento não linear através das suas seções transversais, sendo constituídas através do princípio de Saint Venant. Segundo Hibbeler (2010), tal princípio estabelece que deformações localizadas ocorrem em regiões de aplicação de cargas e de reações de apoio dos elementos e estes efeitos tendem a serem reduzidos conforme a distância dos pontos citados. Estas regiões recebem tal nome devido a descontinuidades geométricas e/ou estáticas, *disturbance* (perturbação, em inglês) e detalhe, sendo também denominadas regiões de Saint Venant (PANTOJA, 2012). As regiões D são usualmente encontradas próximas a carregamentos concentrados, extremidades de elementos, aberturas e outras descontinuidades, como pode ser observado na Figura 3 (SCHLAICH *et al.*, 1987).

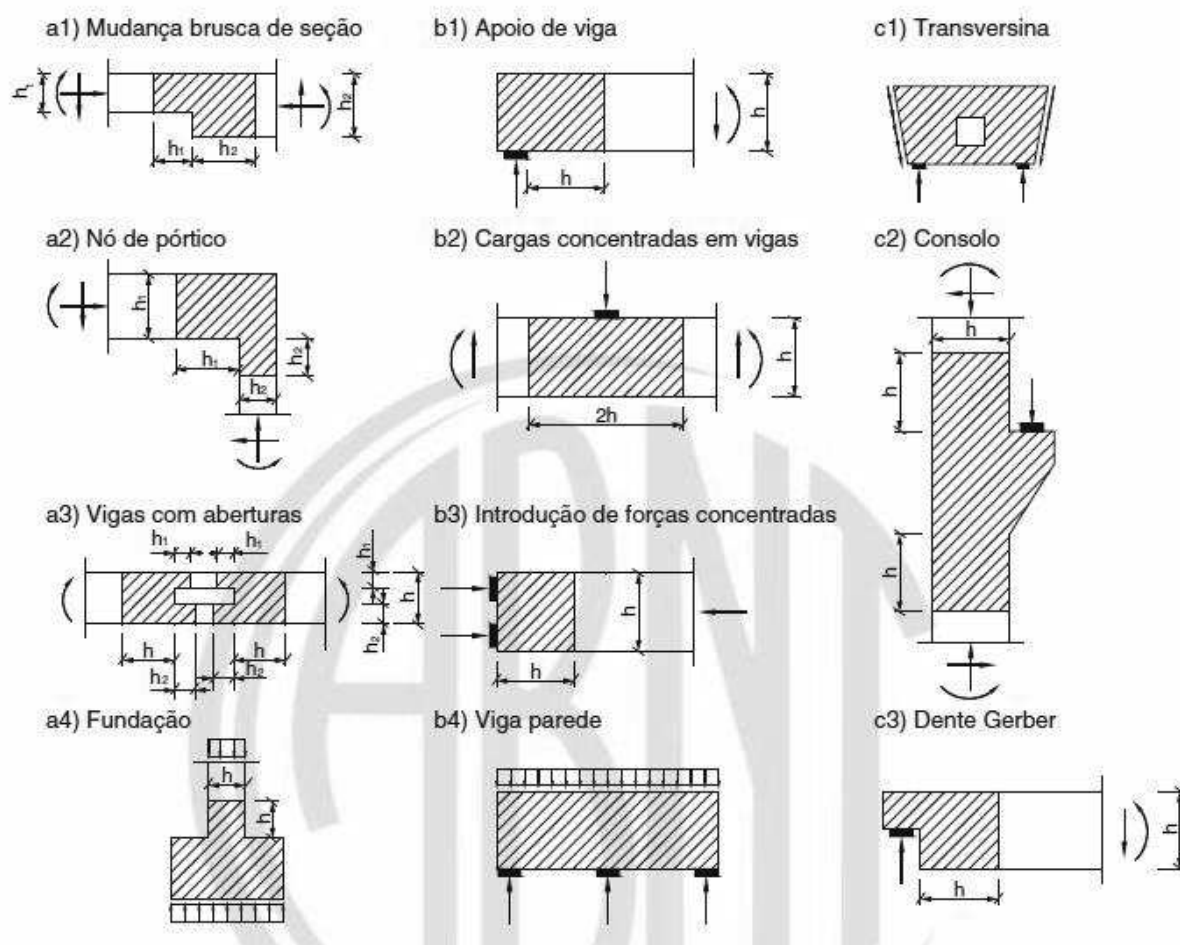


Figura 3 – Regiões D (áreas sombreadas) encontradas em elementos estruturais distintos
Fonte: ABNT (2014, p. 180).

Pantoja (2012) menciona que alguns exemplos de regiões com descontinuidades estáticas são aquelas com forças atuantes concentradas e reações de apoio, enquanto que as descontinuidades geométricas remetem a mudanças bruscas de geometria e aberturas em vigas.

Schlaich *et al.* (1987) apontaram que o tratamento de regiões D com base na experiência do engenheiro e em métodos empíricos consistiu em um dos motivos para um comportamento indesejável de estruturas, causando até mesmo suas rupturas. Para tanto, os autores apresentam o modelo de bielas e tirantes como solução a estes casos, incluindo as regiões B analisadas através de modelos de treliças como casos especiais do método.

Os autores também explicitam que um passo importante para a aplicação do método em estruturas é a divisão das mesmas em regiões B e D. As trajetórias das tensões nas regiões B são suaves em comparação aos padrões turbulentos encontrados próximos às descontinuidades. A intensidade das tensões no interior do elemento é reduzida significativamente conforme a distância à concentração da tensão aplicada aumenta, o que

auxilia na identificação e delimitação das regiões (SCHLAICH *et al.*, 1987). Seguindo esta lógica, a norma brasileira define que a delimitação das regiões D pode ser considerada, em geral, a uma distância h equivalente à altura da seção transversal do elemento a partir da seção efetiva da descontinuidade, como observado na Figura 3 (ABNT, 2014).

2.4.3 Elementos da treliça

2.4.3.1 Bielas

As bielas são regiões de um modelo de bielas e tirantes que representam a resultante das tensões de compressão de uma estrutura, limitadas por duas fissuras no concreto. Segundo a hipótese considerada pelo método, a mudança de direção da trajetória das forças internas na estrutura está concentrada nos nós e, portanto, as bielas são sempre constituídas por diagonais (SCHLAICH *et al.*, 1987; NEPOMUCENO, 2012).

Simão (2014) explana que os campos de compressão podem se desenvolver de diferentes formas, de acordo com as ações concentradas e com as reações do elemento estrutural. Com isso, há três configurações de biela possíveis: prismática, em leque e em garrafa.

A configuração prismática apresenta uma distribuição uniforme de tensões, sem tensões transversais de tração e é comum em regiões B, conforme a Figura 4 (a) (NEPOMUCENO, 2012).

Já o formato em leque é um campo de tensão que apresenta curvatura desprezível e também não possui tensões transversais de tração (Figura 4 (b)). Tal tipo de distribuição de tensões é usualmente encontrado em regiões D em que forças concentradas são aplicadas no elemento e propagadas de forma suave (NEPOMUCENO, 2012; SILVA, 1991).

Por fim, a biela em garrafa possui linhas de formato curvilíneo, com afunilamento da seção, e pode ser observada na Figura 4 (c). Esse tipo apresenta tensões transversais de tração que, em conjunto com as tensões longitudinais de compressão, podem causar fissuração e ruptura prematura do concreto (NEPOMUCENO, 2012).

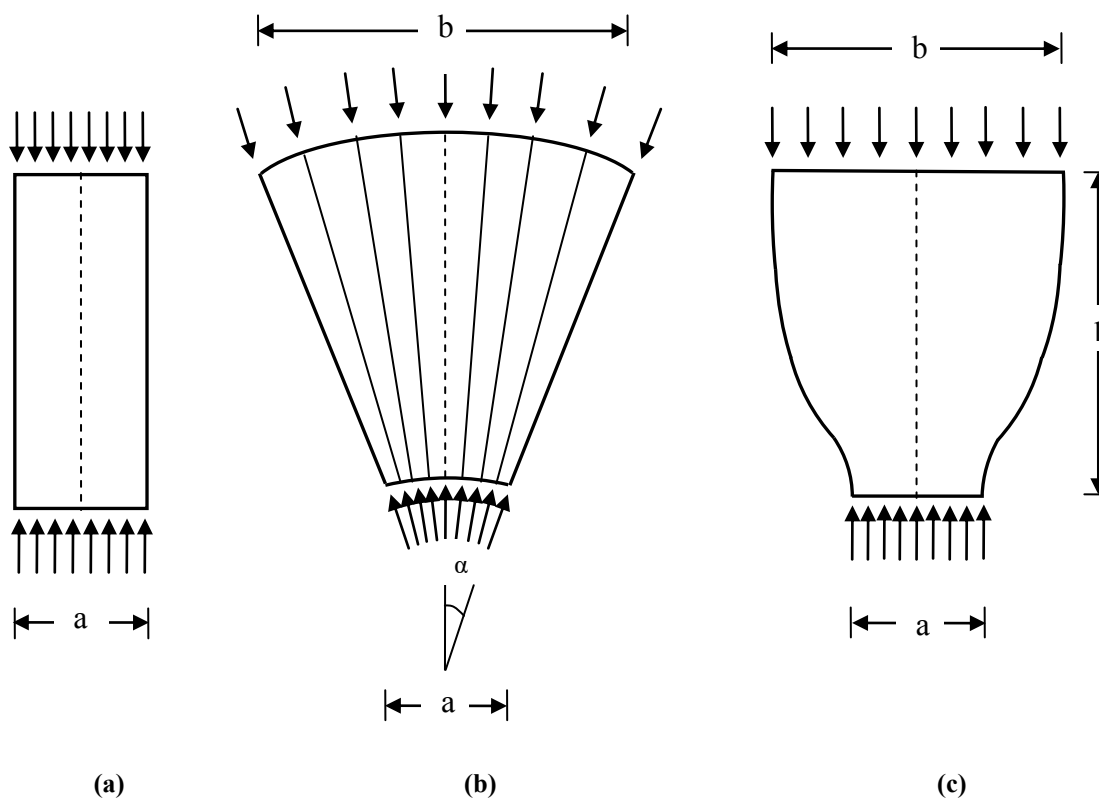


Figura 4 – Configurações de bielas. (a) Prismática; (b) Em leque; (c) Em garrafa.
Fonte: Adaptado de Schlaich *et al.* (1987, p. 102).

De acordo com Silva (1991) e Souza (2004), como a resistência à tração do concreto é baixa, é usual reforçar este campo de tensão de bielas em garrafa determinando uma armadura transversal por meio de um modelo de bielas e tirantes próprio da biela. A Figura 5 apresenta o esquema de fissuração e o modelo de bielas e tirantes para uma biela em formato de garrafa.

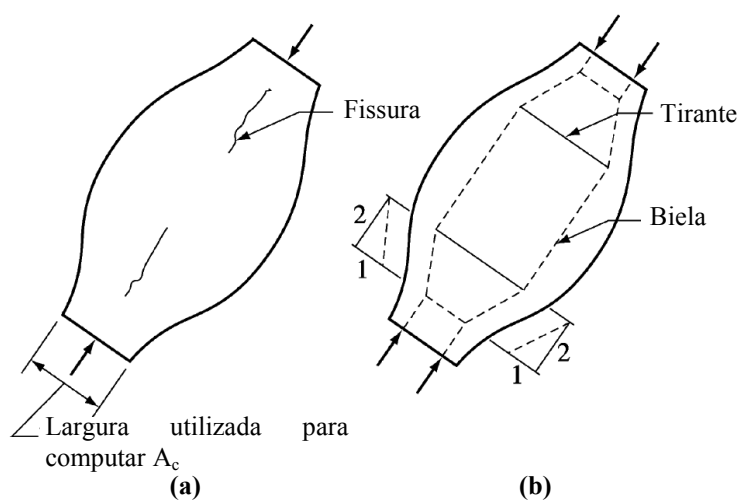


Figura 5 – Biela em formato de garrafa. (a) Fissuração; (b) Modelo de bielas e tirantes.
Fonte: ACI (2011, p. 393).

A norma americana ACI 318 (ACI, 2011) explica que a biela em garrafa é localizada na região de um elemento em que a largura do volume de concreto em compressão na metade da biela pode ser propagada lateralmente. Para simplificar o seu dimensionamento, as bielas em garrafa podem ser representadas no modelo como prismáticas ou em formato de leque.

Através da Figura 5 (b), é possível observar que a propagação das forças de compressão pode ser representada com uma inclinação de proporção de 1:2 com relação ao eixo inicial da biela. A norma americana também determina que, para a área transversal A_c de uma biela em formato de garrafa, adota-se a menor área entre as seções transversais das duas extremidades da biela (ACI, 2011).

Além disso, Schlaich *et al.* (1987) propõem uma verificação de bielas em garrafa utilizando-se as relações entre tensão atuante na biela e resistência à compressão de projeto do concreto, e maior e menor largura da biela. O ábaco que esboça estas relações está na Figura 6. As curvas apresentadas correspondem à taxa ω de armadura transversal disposta na região central da biela em garrafa em concreto fissurado.

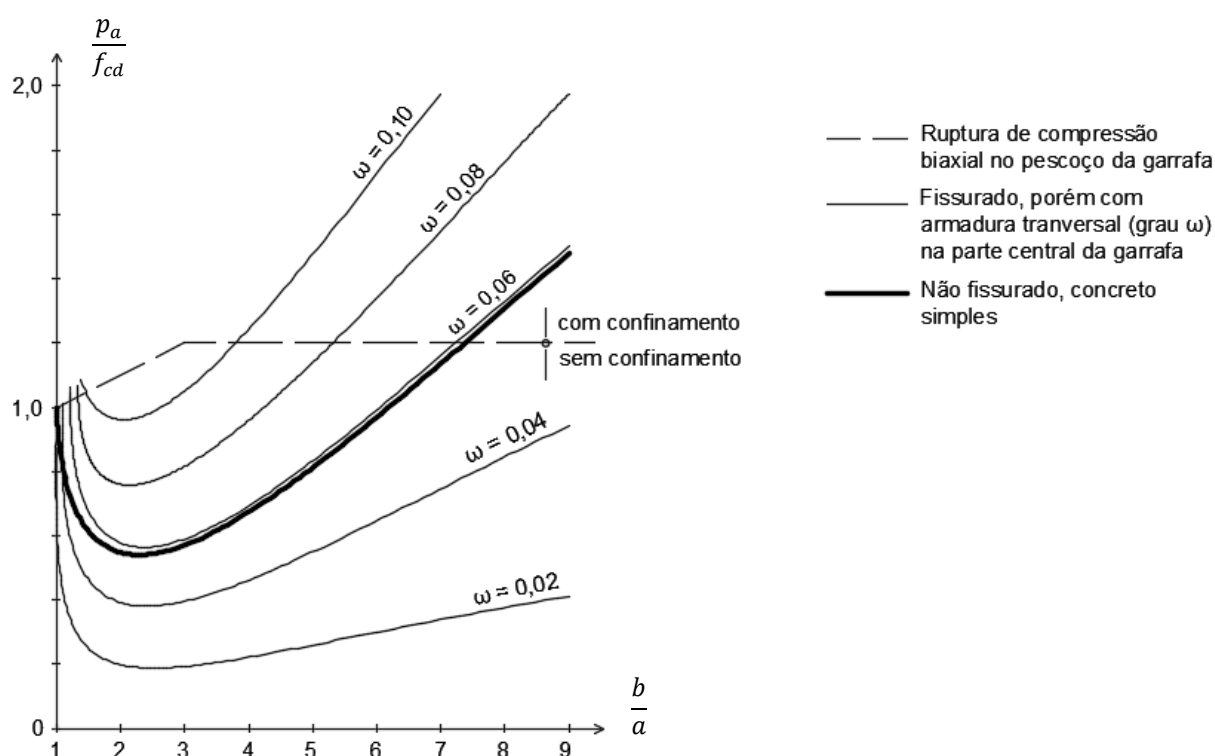


Figura 6 – Ábaco de verificação de bielas em garrafa
 Fonte: Adaptado de Schlaich *et al.* (1987, p. 106).

A Figura 7 conta com exemplos gráficos de situações em que os diferentes tipos de biela são encontrados em estruturas bidimensionais.

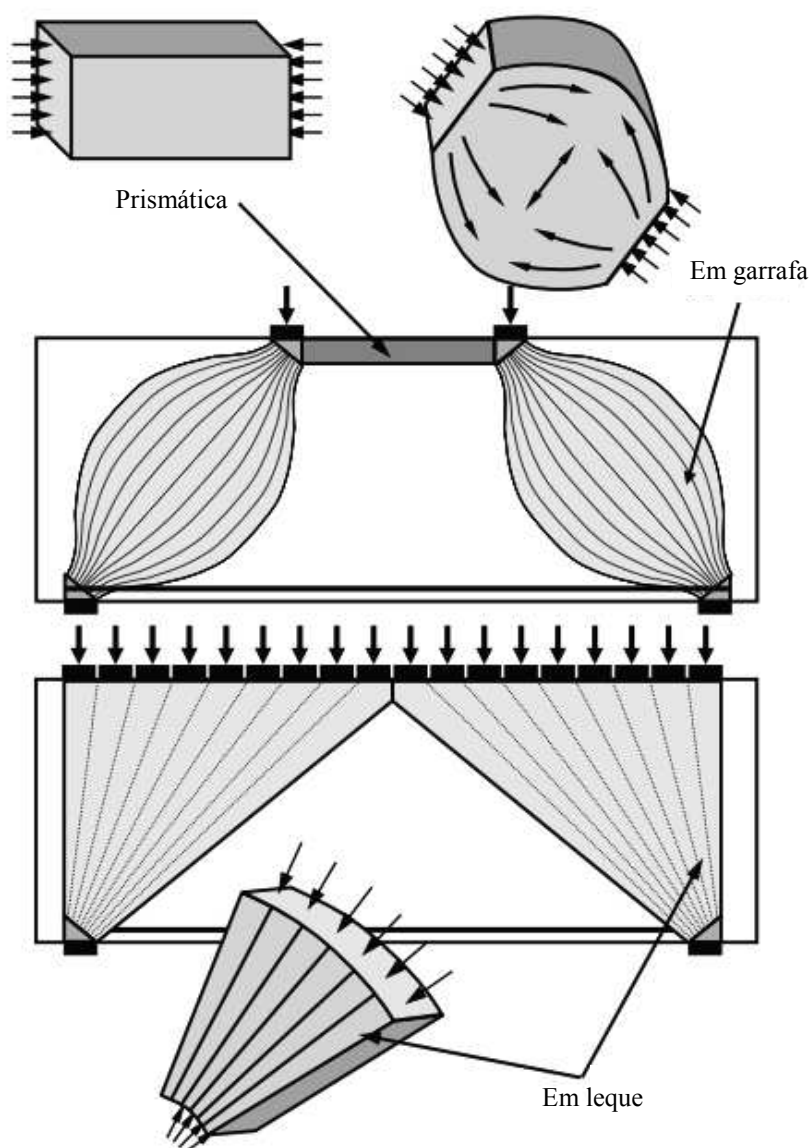


Figura 7 – Situações em que os diferentes tipos de biela são encontrados

Fonte: Adaptado de Brown *et al.* (2006, p. 7).

2.4.3.2 Tirantes

Os tirantes são, em um modelo de bielas e tirantes, as regiões em que as forças de tração são absorvidas, usualmente, por barras de aço. A norma ACI 318 (ACI, 2011) define que a região de um tirante abrange as barras de aço aplicadas para absorção das tensões de tração no elemento, bem como uma porção do volume de concreto concêntrica com o eixo do tirante. Essa região de concreto é considerada para definir a zona em que ocorre a ancoragem

das forças nas bielas e tirantes. Apesar da resistência à tração do concreto não ser considerada para contrapor as forças tracionadas nos tirantes nestes casos, esta porção é importante para reduzir o alongamento dessas regiões.

Em geral, há três tipos de bielas e tirantes a serem dimensionadas. As bielas de concreto sob compressão são denominadas C_c . Já os tirantes de concreto, ou seja, que não contam com armadura, são identificados como T_c . Por fim, os tirantes com armadura protendida ou não protendida são chamados de T_s . Enquanto os tirantes T_s são elementos entre essencialmente lineares (unidimensionais) formados entre dois nós, as bielas C_c e os tirantes T_c são campos de tensão bidimensionais ou, até mesmo, tridimensionais (SCHLAICH *et al.*, 1987).

Segundo Nepomuceno (2012) e Souza (2004), há situações em que pode haver necessidade de tirantes de concreto, como o caso da biela em formato de garrafa não armada transversalmente, trechos de barras dobradas e lajes sem estribos. Simão (2014) cita que para esses casos em geral, em que não é possível a utilização de armadura por razões construtivas, utiliza-se a resistência à tração do concreto no equilíbrio das forças somente quando se espera uma ruptura frágil ou zonas de ruptura local.

De acordo com MacGregor (2002) e ACI (2011), tirantes podem cruzar bielas ou outros tirantes. Entretanto, não é permitido que bielas se cruzem ou se sobreponham, devido à sobrecarga gerada nas regiões de sobreposição que pode superar a resistência à compressão efetiva do concreto.

Ainda de acordo com Nepomuceno (2012), uma grande dificuldade associada aos tirantes corresponde à ancoragem da armadura. A autora recomenda a utilização de barras de diâmetros menores e dispostas em uma maior quantidade de camadas para que haja distribuição de armadura em uma maior área, evitando-se o esmagamento das regiões nodais.

2.4.3.3 Nós

Os nós, ou regiões nodais, são idealizações de zonas de concreto em que há mudanças bruscas nas direções das forças, sejam oriundas das bielas, dos tirantes, de forças de ancoragem ou até mesmo de forças externas (cargas concentradas e reações de apoio). Apesar da mudança na direção das tensões ser idealizada pontualmente, essa ocorre, na verdade, ao longo de um determinado comprimento e determinada largura do elemento (SANTOS, 2006).

Os nós podem ser classificados de acordo com os sinais das forças exercidas nos mesmos. Os tipos de nós podem ser C-C-C (em que o nó resiste a três forças de compressão), C-C-T (com duas forças de compressão e uma de tração), C-T-T (que possui uma força de compressão e duas de tração) e T-T-T (com três forças de tração), conforme representado na Figura 8 (ACI, 2011).

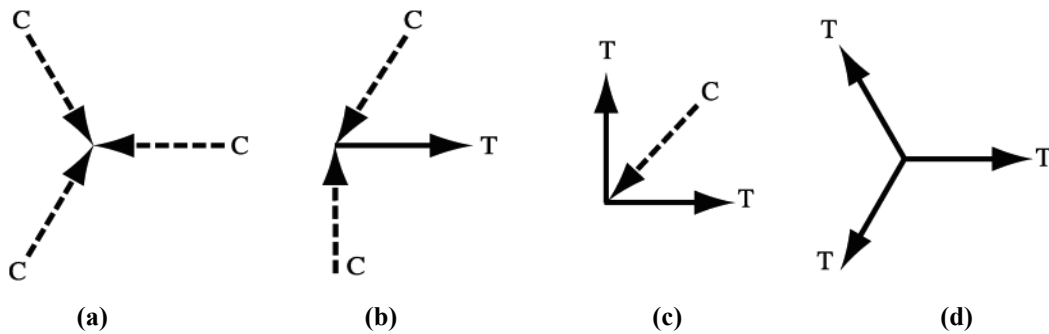


Figura 8 – Tipos de nós. (a) C-C-C; (b) C-C-T; (c) C-T-T; (d) T-T-T.
Fonte: ACI (2011, p. 392).

Os nós do tipo C-C-C podem ocorrer, por exemplo, sob carregamentos concentrados ou sobre apoios de vigas contínuas, conforme a Figura 9 (CEB, 1993). No modelo de bielas e tirantes, os nós devem sempre estar alinhados às linhas de força das cargas concentradas e das reações de apoio.

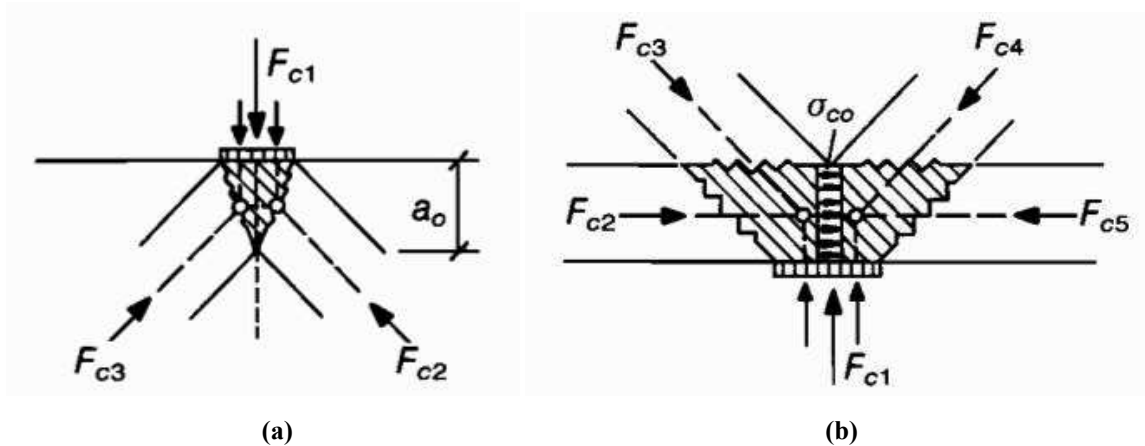


Figura 9 – Exemplos de nós C-C-C. (a) Em concentrações de carregamento; (b) Em apoios de vigas contínuas.

Fonte: Adaptado de CEB (1993, p. 222).

Brown (2006) afirma que os nós C-C-C usualmente apresentam uma maior resistência em comparação com os demais tipos, devido ao efeito de confinamento do concreto e pela possibilidade das tensões de tração causarem fissuras nos nós que possuem tirantes, reduzindo sua resistência.

Ainda, os nós podem ser divididos em singulares e contínuos. Os nós singulares, ou concentrados, se caracterizam pelo recebimento de forças concentradas e pelo desvio das mesmas ocorrer localizadamente. São nós críticos, que exigem que suas tensões sejam verificadas e que equilibrem as forças provenientes das bielas e dos tirantes sem deformações excessivas. Já nos nós contínuos o desvio das forças acontece em comprimentos satisfatórios e a ancoragem das armaduras pode ser realizada mais facilmente. Em geral, não são críticos e, portanto, não exigem outras verificações além da relacionada à ancoragem (SANTOS, 2006). A Figura 10 apresenta as localizações de um nó singular e um nó contínuo dentro de um mesmo elemento estrutural.

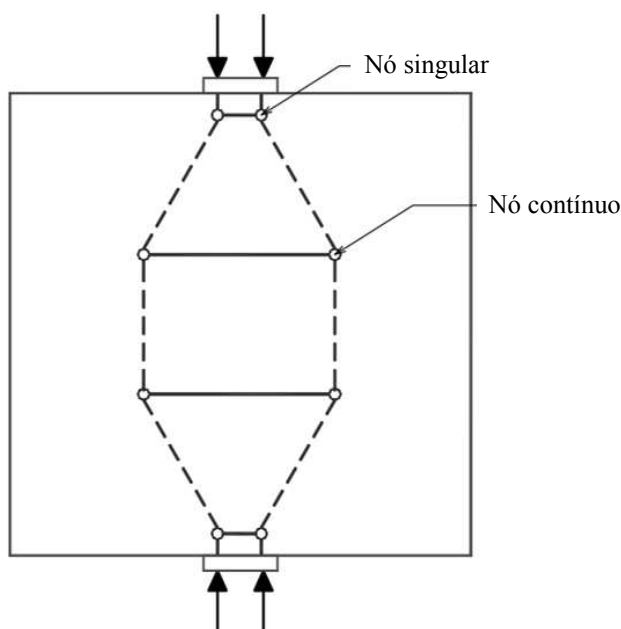


Figura 10 – Nós singulares e contínuos em um modelo de bielas e tirantes
 Fonte: Adaptado de Santos (2006, p. 37).

O boletim FIP *Recommendations* de setembro de 1999 especifica que os nós devem ter, além da ancoragem dos tirantes verificada, tensão de compressão máxima inferior à resistência efetiva de compressão (FIP, 1999). Ou seja, o dimensionamento realizado deve garantir que a zona nodal resista ao estado de tensões em que se encontra e que a armadura resista à força de tração imposta (SANTOS, 2006).

A norma americana ACI 318 (ACI, 2011) comenta sobre possíveis subdivisões das regiões nodais. Na Figura 11 (a) é possível observar que a reação R equilibra as componentes verticais das forças C_1 e C_2 . Entretanto, há situações em que os cálculos se tornam mais simples com a divisão da reação de apoio R em R_1 , a qual equilibra a

componente vertical da força C_1 , e R_2 , correspondente à C_2 , conforme a Figura 11 (b). Esta subdivisão da região nodal também pode ser observada na Figura 9.

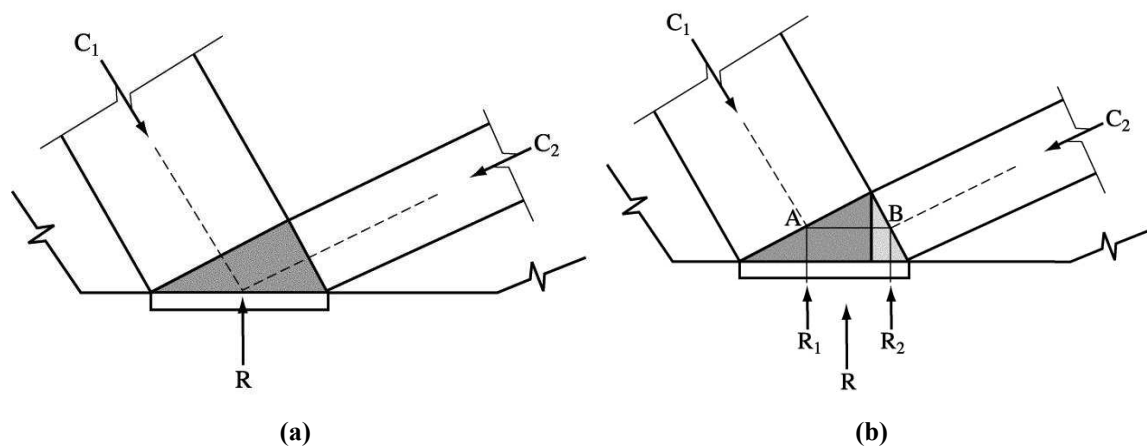


Figura 11 – Subdivisões de uma região nodal. (a) Zona nodal em sua configuração original; (b) Zona nodal subdividida em duas partes.

Fonte: Adaptado de ACI (2011, p. 392).

2.4.4 Processo de cálculo e definição geométrica de modelos de bielas e tirantes

Santos (2006) afirma que a definição do modelo de bielas e tirantes deve considerar fatores como o tipo e área de aplicação das ações e reações na estrutura, bem como os ângulos formados entre as bielas e tirantes. De acordo com Shah *et al.* (2011), a idealização de modelos de bielas e tirantes depende da experiência do projetista, o qual possui a liberdade de escolha do formato da treliça de acordo com algumas orientações e restrições do processo. Para tanto, o profissional deve ter cuidado adicional na seleção de um modelo adequado e na aplicação de especificações normativas sobre o método.

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) define que a treliça do método de bielas e tirantes deve ser isostática. Em seus nós devem estar aplicadas as forças externas as quais o elemento está submetido e as reações de apoio, tornando a treliça um sistema autoequilibrado. Os valores das reações devem ser obtidos antecipadamente por meio de análise linear ou não linear.

O procedimento de determinação do modelo de bielas e tirantes é especificado por Schlaich *et al.* (1987) e pela norma ACI 318 (ACI, 2011). Inicialmente, determinam-se e isolam-se as regiões D, conforme os critérios apresentados na seção 2.4.2 do presente

trabalho. Em seguida, devem ser encontradas as forças resultantes nos contornos das regiões D. Estas forças podem ser os carregamentos externos aplicados ao elemento, os quais tangenciam as respectivas regiões, como também resultantes do fluxo interno de tensões oriundas das regiões B. Segundo Pantoja (2012), nestes casos as tensões resultantes calculadas entre as tais regiões podem ser consideradas como forças pontuais equivalentes. As forças resultantes das regiões vizinhas podem ser determinadas por uma análise da estrutura em geral (ACI, 2011).

Então, analisa-se o fluxo de tensões no interior da região D, que pode ser obtido por meio do processo de caminho de carga, de análises elásticas obtidas por meio do Método dos Elementos Finitos, análises não lineares, modelos padronizados disponíveis em códigos normativos, ensaios experimentais e entre outras maneiras (NEPOMUCENO, 2012). A partir desta análise, determina-se um modelo de treliça para transferir as forças resultantes ao longo da região D analisada. Os eixos das bielas e dos tirantes devem ser dispostos de forma aproximada aos eixos das regiões de compressão e de tração do elemento, respectivamente, e a concentrar suas curvaturas nos nós do modelo (ACI, 2011; SCHLAICH *et al.*, 1987).

Com os eixos já determinados, calculam-se as forças internas das bielas e tirantes, de maneira a satisfazer o equilíbrio da treliça. As larguras efetivas de bielas e zonas nodais são determinadas, considerando as forças atuantes calculadas nestas regiões e a resistência efetiva do concreto. Se necessário, ajustes da geometria e novos cálculos dos esforços internos do modelo de treliça devem ser realizados. Em seguida, as seções de armaduras dos tirantes são calculadas conforme a resistência do aço utilizado e as armaduras são detalhadas de maneira a garantir a ancoragem necessária. Por fim, realiza-se uma verificação final das tensões nas bielas e regiões nodais e uma definição satisfatória da armadura de pele mínima para controle da fissuração no elemento (SILVA, 1991; ACI, 2011; PANTOJA, 2012).

Schlaich *et al.* (1987) observam que o processo de cálculo do modelo de bielas e tirantes é iterativo, por exigir do projetista verificações da validade do modelo após a realização do seu detalhamento e suas possíveis correções.

A Figura 12 expõe um fluxograma com o processo de cálculo dos modelos de bielas e tirantes.

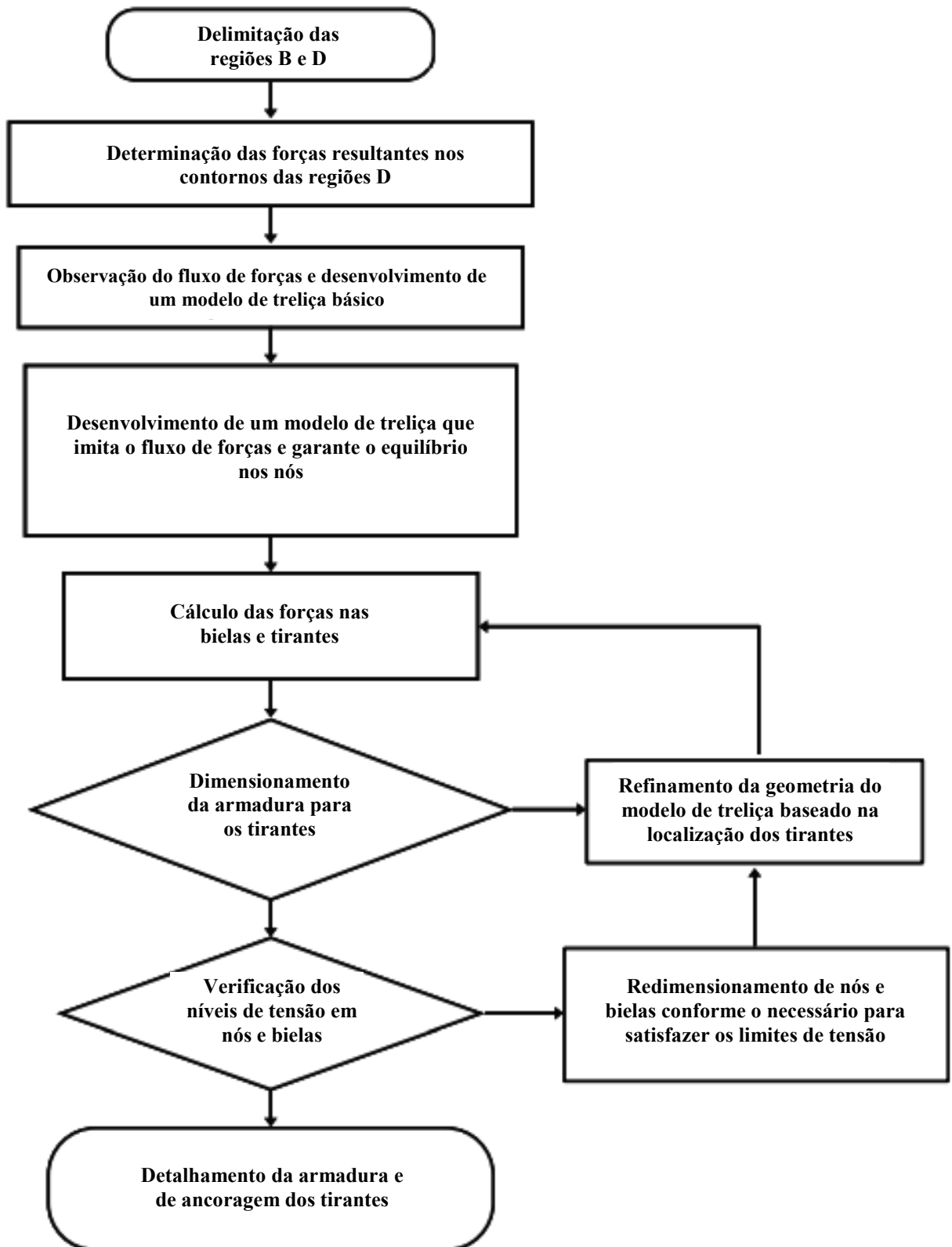


Figura 12 – Fluxograma de procedimento de cálculo de modelos de bielas e tirantes
 Fonte: Adaptado de Brown *et al.* (2006, p. 28).

2.4.4.1 Otimização de modelos de bielas e tirantes

Como o método permite a formulação de diferentes modelos de bielas e tirantes para uma mesma estrutura, é importante que uma análise de otimização do modelo seja realizada. Apesar do discernimento para a escolha de um modelo ótimo exija conhecimento e experiência do projetista, Schlaich *et al.* (1987) determinam que as forças no interior de uma estrutura tendem a percorrer um trajeto com menos forças e deformações possível. Ou seja, como os tirantes em um modelo são mais deformáveis do que as bielas, modelos com menores áreas de tirantes são mais recomendados. Este critério pode ser expresso matematicamente através da Equação (1).

$$\sum F_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (1)$$

Em que:

F_i equivale à força na biela ou no tirante i ;

l_i , o comprimento do membro i ;

ε_{mi} , a deformação específica média do membro i .

A Figura 13 apresenta dois modelos de bielas e tirantes para o mesmo elemento estrutural, em que a Figura 13 (a) se caracteriza como um modelo preferencial à Figura 13 (b), já que possui tirantes com menores comprimentos.

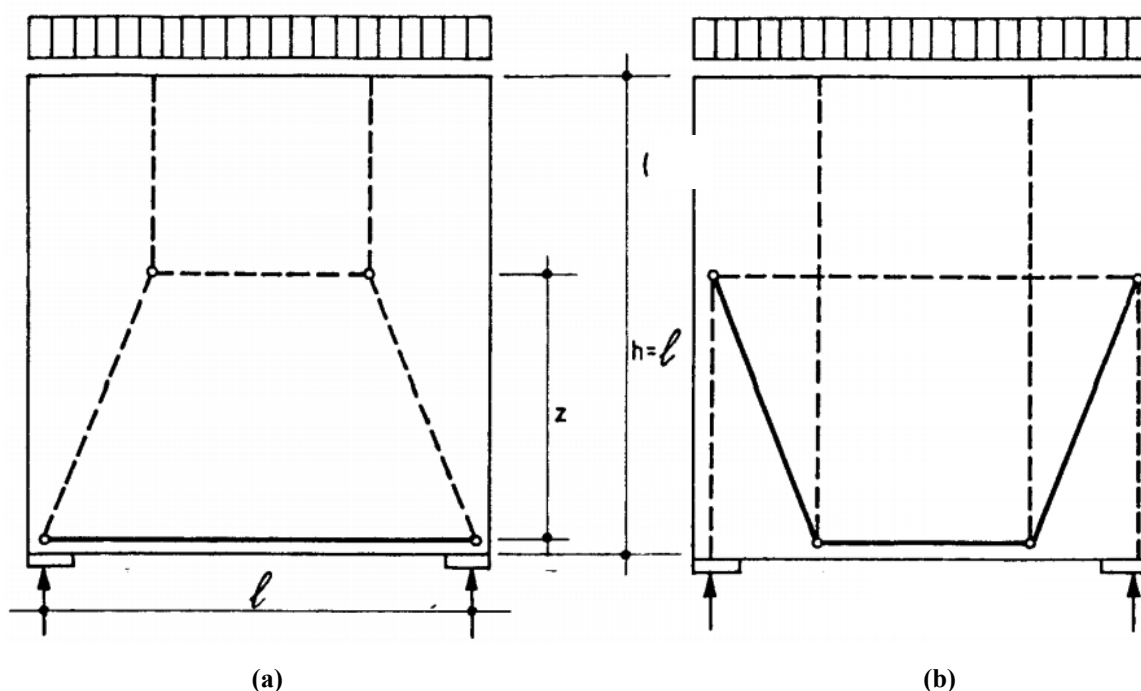


Figura 13 – Modelos de bielas e tirantes para uma mesma estrutura
Fonte: Silva (1991, p. 2-13).

2.4.4.2 Inclinação de bielas e tirantes

Souza (2004) afirma que o ângulo formado entre uma biela e um tirante que chegam em um mesmo nó não deve ser pequeno, devido ao fato de que quanto menor esta angulação, menor é a resistência à compressão de uma biela inclinada. Neste sentido, autores e códigos normativos estabelecem diferentes limites superiores e inferiores para os ângulos de um modelo. Alguns destes intervalos podem ser observados na Tabela 1.

Tabela 1 – Intervalo de ângulos entre bielas e tirantes de um nó conforme as diferentes referências

Fonte	Intervalo de ângulos entre bielas e tirantes de um nó
Schlaich <i>et al.</i> (1987)	$\theta \geq 45^\circ$
ACI 318 - ACI (2011)	$\theta \geq 25^\circ$
CEB-FIP <i>Model Code</i> 2010 – Fib (2012)	-
NBR 6118 - ABNT (2014)	$30^\circ \leq \theta \leq 63^\circ$

Para Silva (1991), em zonas nodais altamente tensionadas, como as regiões que se encontram próximas a apoios e forças concentradas, os ângulos formados entre as bielas

principais e os tirantes do modelo devem ser próximos de 60° e superiores a 45° . Schlaich *et al.* (1987) também propõem um ângulo mínimo de 45° , entretanto o limite de 60° só é apresentado pelos autores no trabalho realizado por Schäfer e Schlaich (1988, apud SOUZA, 2004, p. 151).

2.4.5 Dimensionamento de bielas, tirantes e regiões nodais

O dimensionamento de bielas e tirantes depende de fatores como a definição da seção necessária para que a absorção das forças atuantes ocorra e a garantia da transferência destas entre os campos de tensão por meio da verificação das regiões nodais. A resistência nessas regiões depende do detalhamento adotado para o nó já que sua geometria afeta o fluxo de tensões, o que implica na revisão do dimensionamento dessas regiões sempre que seu detalhamento seja alterado (SILVA, 1991).

Os modelos de bielas e tirantes se baseiam no Teorema Inferior da Teoria da Plasticidade, requisito para um projeto estrutural estaticamente admissível e seguro. Com isso, é possível afirmar que a carga de ruptura calculada através do modelo de bielas e tirantes subestima a carga real, desde que a estrutura tenha ductilidade suficiente para permitir qualquer redistribuição de forças que se faça necessária (MACGREGOR, 2002).

Além disso, é desejável que elementos apresentem um comportamento dúctil frente ao estado limite último. Para tanto, deve-se garantir que o escoamento das armaduras de aço ocorra antes que o concreto das bielas e regiões nodais atinja a ruína por compressão, através da imposição de limites de tensão para as regiões de discretização do modelo (SOUZA, 2004).

Souza (2004) ainda afirma que, usualmente, a resistência à compressão das bielas é inferior à resistência observada em ensaios de compressão uniaxial em corpos de prova de concreto. Isto ocorre devido aos efeitos da tração exercida pelas armaduras que atravessam as bielas. Nesse sentido, autores e códigos normativos sugerem uma redução da resistência à compressão de bielas e zonas nodais e uma simples minoração da resistência à tração do aço.

A ideia é reforçada por Nepomuceno (2012), que comenta sobre a importância de uma estimativa conservadora da resistência à compressão do concreto nas bielas e zonas nodais, de forma que garanta a segurança estrutural e evite, assim, rupturas bruscas. Para tanto, vários estudiosos têm determinado valores de redução da resistência à compressão do

concreto, resultando em uma resistência efetiva cuja representação geral está exposta na Equação (2). Souza (2004) ainda cita que a resistência efetiva é tida como uma parcela da resistência à compressão observada em ensaio uniaxial.

$$f_{cd}^* = \nu f_{cd} \quad (2)$$

Em que:

f_{cd}^* é a resistência à compressão efetiva do concreto;

ν , o fator de eficiência ou fator de redução da resistência do concreto;

f_{cd} , a resistência à compressão de projeto do concreto.

Brown *et al.* (2006) explica que os nós devem possuir faces perpendiculares às tensões recebidas e as larguras das bielas devem ser adotadas de maneira que estas apresentem a mesma magnitude de tensão nas faces da zona nodal, configurando, assim, um estado de tensão pseudo-hidrostático na região nodal. Assim, a verificação da segurança se resumirá na análise das bielas que concorrem no mesmo nó (SANTOS, 2006). Nepomuceno (2012) complementa que a ausência de cisalhamento nestes nós se caracteriza como uma vantagem, porém, há também a dificuldade de dimensionamento das faces dentro das limitações de angulação.

Entretanto, há situações em que a idealização da zona nodal como hidrostática pode ser muito trabalhosa, como o caso de nós formados pelo encontro de mais de três elementos. Para tanto, nós não hidrostáticos podem ser aplicados nestes casos, devido à resistência ao cisalhamento inerente do concreto (BROWN *et al.*, 2006). Schlaich *et al.* (1987) propõem que em nós não hidrostáticos a razão entre a tensão máxima e a tensão mínima aplicada não excedam o valor de 2,0, a fim de limitar o cisalhamento. Um esquema de nós hidrostáticos e não hidrostáticos pode ser observado na Figura 14.

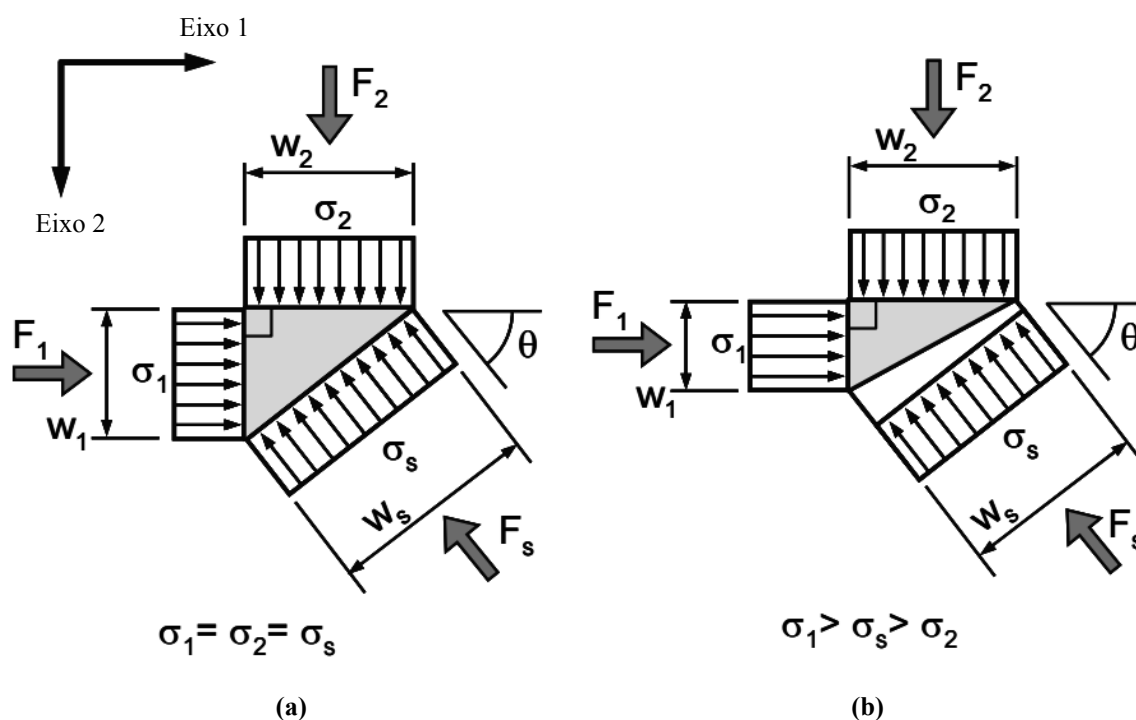


Figura 14 – Tipos de nós conforme o campo de tensões. (a) Nó hidrostático; (b) Nó não hidrostático.

Fonte: Adaptado de Thompson (2002, p. 130).

De acordo com Thompson (2002), muitos fatores influenciam no dimensionamento de tirantes em vigas e vigas-parede de concreto armado e em suas ancoragens. Quando há um espaço limitado disponível para o desenvolvimento do comprimento das barras, um maior número de camadas com barras de diâmetros menores é utilizado. Aliado a isso, muitos códigos normativos recomendam a utilização de uma maior largura de distribuição de barras de forma a distribuir melhor as tensões de ancoragem nas zonas nodais.

Percebe-se uma discordância de recomendações entre autores com relação à distribuição de barras no tirante. Thompson (2002) contrapõe a ideia apresentada por Nepomuceno (2012) e discutida na seção 2.4.3.2, afirmando que é desejável que esta largura seja menor e que as barras possuam diâmetros maiores, assim, a força resultante do tirante se encontra mais próxima à superfície inferior do elemento estrutural e, conseqüentemente, torna o tirante mais eficiente por se encontrar mais próximo à área com os maiores valores de tensão de tração no concreto. Esta lógica pode ser analisada na Figura 15, em que o centróide do tirante representado em Figura 15 (b) se encontra a uma distância à superfície do concreto inferior ao disposto na Figura 15 (a).

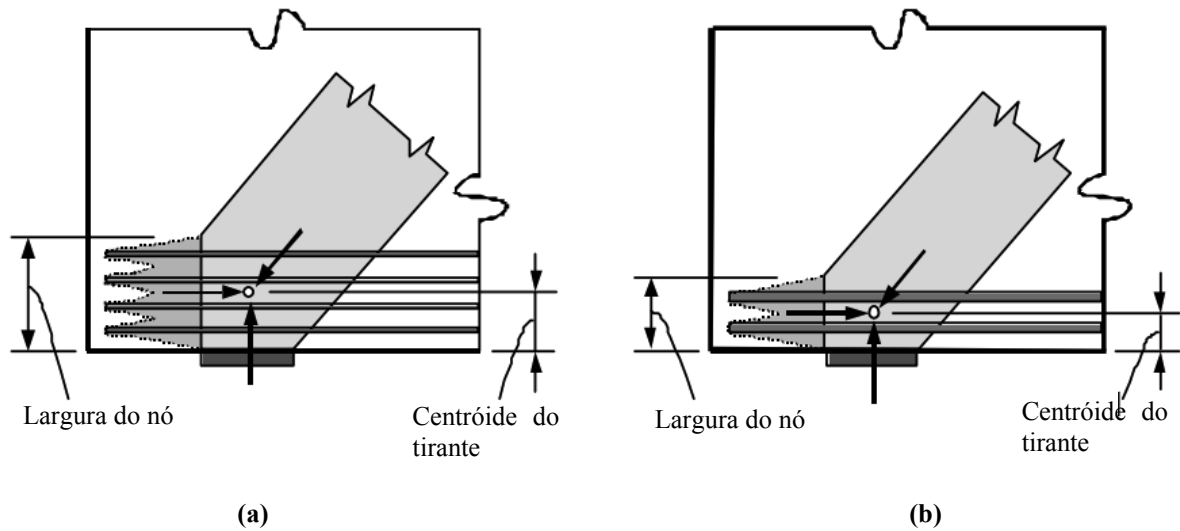


Figura 15 – Diferentes distribuições do tirante. (a) Com menores diâmetros e maior quantidade de camadas de barras; (b) Com maiores diâmetros e menor quantidade de camadas de barras.
Fonte: Adaptado de Thompson (2002, p. 126).

Schlaich *et al.* (1987) sugerem o dimensionamento de regiões nodais do tipo C-C-T com tirantes de várias barras através da Equação (3).

$$\sigma_1 = \sigma_2 \left(1 + \frac{a_3}{a_1} \tan \varphi \right) \cos^2 \varphi \quad (3)$$

Em que:

σ_1 é a tensão normal no lado da região nodal equivalente ao apoio, em MPa;

σ_2 , a tensão normal na biela, em MPa;

a_3 , a largura do lado vertical da região nodal, em mm;

a_1 , a largura do lado da região nodal equivalente ao apoio, em mm;

φ , o ângulo formado entre a_3 e o eixo da biela.

Para a correlação entre os valores de resistência à compressão específica do concreto (f'_c) e resistência à compressão característica do concreto (f_{ck}), utilizadas por normas nacionais e internacionais, utiliza-se a Equação (4), apresentada por Souza e Bittencourt (2003). Os autores não limitam a respectiva equação a faixas de resistência à compressão do concreto.

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad (4)$$

Sendo:

f'_c , a resistência à compressão específica do concreto;

f_{ck} , a resistência à compressão característica do concreto.

A minoração da resistência do aço comentada anteriormente caracteriza a resistência efetiva dos tirantes e pode ser determinada pela Equação (5), destinada a aços não protendidos (NEPOMUCENO, 2012).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (5)$$

Em que:

f_{yd} é a resistência ao escoamento de projeto do aço não protendido;

f_{yk} , a resistência ao escoamento característica do aço não protendido;

γ_s , o coeficiente de minoração da resistência ao escoamento do aço não protendido.

Para Schlaich *et al.* (1987), A_s pode ser determinada pela Equação (6).

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \quad (6)$$

Sendo:

A_s , a seção transversal de armadura necessária;

R_{st} , a força no tirante, obtida pelo método de bielas e tirantes.

A norma ACI 318 (ACI, 2011) propõe que a força de um tirante seja definida matematicamente pela Equação (7).

$$F_{nt} = A_{ts} f_y \quad (7)$$

Sendo:

F_{nt} , a força no tirante;

A_{ts} , a área de armadura não protendida no tirante;

f_y , a resistência específica ao escoamento do aço.

Diversos códigos normativos e autores estabelecem parâmetros de resistência para dimensionamento das bielas e regiões nodais. No presente trabalho serão abordados os parâmetros apresentados pelas principais fontes no assunto, sendo essas Schlaich *et al.* (1987), Apêndice A do ACI 318 (ACI, 2011), CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.4.5.1 Resistência efetiva de bielas e regiões nodais

2.4.5.1.1 Segundo Schlaich *et al.* (1987)

Os autores propõem a redução da resistência à compressão do concreto (através do fator ν) para o dimensionamento de bielas e regiões nodais. Para casos em que os nós não apresentam perturbação e as bielas se encontram em estado de compressão uniaxial, como representado na Figura 4 (a) do item 2.4.3.1 do presente trabalho, ν pode ser considerado como 1,0. Quando as regiões nodais possuem barras de aço atravessadas ou ancoradas, ou ainda quando há deformações de tração na direção transversal ou na armadura de tração transversal que podem gerar fissuras paralelas à biela com espessuras normais, utiliza-se $\nu = 0,8$. Já para bielas e regiões nodais que apresentem fissuras ou estribos inclinados, tem-se que $\nu = 0,6$. Por fim, aplica-se $\nu = 0,4$ para casos em que bielas e regiões nodais possuem fissuras inclinadas com grandes aberturas (SCHLAICH *et al.*, 1987; NEPOMUCENO, 2012).

Schlaich *et al.* (1987) ainda sugerem o uso da Equação (8) para determinação da resistência à compressão de projeto do concreto.

$$f_{cd} = \frac{0,85 f'_c}{\gamma_c} \quad (8)$$

Sendo:

f_{cd} , a resistência à compressão de projeto do concreto;

f'_c , a resistência à compressão específica do concreto;

γ_c , o fator de segurança parcial do concreto sob compressão.

Os autores especificam, ainda, que γ_c pode ser considerado como 1,5 e que o valor de 0,85 remete a carregamentos de longa duração (SCHLAICH *et al.*, 1987).

2.4.5.1.2 Segundo Apêndice A do ACI 318 – ACI (2011)

O código ACI 318 (ACI, 2011) propõe que o projeto de bielas, tirantes e regiões nodais sejam baseados na Equação (9).

$$\phi F_n \geq F_u \quad (9)$$

Onde:

ϕ é o fator de redução de resistência;

F_n , a força resistente nominal da biela, tirante ou região nodal;

F_u , força atuante na biela, tirante ou face da região nodal.

A norma americana estabelece que para modelos de bielas e tirantes o fator de redução ϕ deve ser de 0,75. No Apêndice C da mesma norma, é apresentado um fator de redução alternativo de 0,85 para o método (ACI, 2011).

A resistência à compressão nominal de uma biela sem armadura transversal deve ser o menor valor encontrado pela Equação (10) em suas duas extremidades.

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad (10)$$

Em que:

F_{ns} representa a força máxima resistente à compressão nominal da biela;

f_{ce} , a menor resistência à compressão efetiva obtida entre as Equações (11) – remetente às bielas – e (12) – equivalente às zonas nodais;

A_{cs} , a área da seção transversal em uma das extremidades da biela.

A Equação (11) é utilizada no cálculo da resistência à compressão efetiva da biela.

$$f_{ce} = 0,85 \beta_s f'_c \quad (11)$$

Sendo:

β_s , o fator de eficiência da biela.

Para bielas que possuem seção transversal uniforme ao longo de seu comprimento, β_s pode ser considerado como 1,0. Já para bielas em forma de garrafa que estão reforçadas satisfatoriamente, este valor pode ser de 0,75. Para bielas em formato de garrafa reforçadas de forma inadequada, o fator β_s deve ser de 0,60 (para concretos com peso específico convencional). Em relação a bielas em membros tensionados ou em regiões de flanges, este valor é reduzido para 0,40. Por fim, para demais casos, β_s equivale a 0,60 (ACI, 2011).

Para a zona nodal, a tensão de compressão efetiva em uma de suas faces não deve exceder a Equação (12).

$$f_{ce} = 0,85 \beta_n f'_c \quad (12)$$

Em que:

β_n , o fator de eficiência da zona nodal.

O valor de β_n deve ser de 1,0 para regiões nodais envoltas por bielas ou áreas de apoios (nós do tipo C-C-C), 0,80 em regiões nodais com ancoragem de somente um tirante (nós do tipo C-C-T) e 0,60 para ancoragem de dois ou mais tirantes (nós do tipo C-T-T e T-T-T) (ACI, 2011; NEPOMUCENO, 2012).

A resistência à compressão nominal de uma zona nodal é determinada pela Equação (13).

$$F_{nn} = f_{ce} A_{nz} \quad (13)$$

Em que:

F_{nn} é a maior força resistente à compressão nominal na zona nodal;

f_{ce} , a resistência à compressão efetiva da região nodal;

A_{nz} , a menor área da seção transversal dos campos de tensão atuantes na zona nodal.

O código ACI 318 (ACI, 2011) propõe uma largura máxima de tirantes com várias camadas de barras de aço, calculada a partir da Equação (14).

$$w_{t,máx} = \frac{F_{nt}}{f_{ce} \cdot b_s} \quad (14)$$

Sendo:

$w_{t,máx}$, a largura máxima do tirante;

F_{nt} , a força normal nominal no tirante;

f_{ce} , a resistência efetiva à compressão na região nodal;

b_s , a largura da biela adjacente.

A norma estabelece que o valor de 0,75 de β_s para bielas em formato de garrafa deve ser usado somente se a Equação (15) for satisfeita (ACI, 2011).

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_s \cdot s_i} \cdot \text{sen } \alpha_i \geq 0,003 \quad (15)$$

Em que:

A_{s_i} é a área total da armadura que atravessa a biela;

s_i , o espaçamento entre barras;

α_i , o ângulo formado entre as barras da armadura e o eixo da biela.

2.4.5.1.3 Segundo CEB-FIP Model Code 2010 – Fib (2012)

Fib (2012) estabelece que, para o dimensionamento de bielas e regiões nodais, a resistência à compressão reduzida do concreto deve ser calculada pela Equação (16).

$$f_{ce} = \frac{k_c \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad (16)$$

Em que:

k_c é o fator de redução da resistência;

f_{ck} , a resistência à compressão característica do concreto;
 γ_c , fator de segurança parcial para o concreto.

O código estabelece um valor de 1,5 para o fator γ_c . Já k_c pode ser determinado através da Equação (17), para casos em que a compressão da biela é uniaxial, em regiões com compressão transversal e em zonas nodais sem tirantes ancorados (FIB, 2012).

$$k_c = 1,0 \cdot \eta_{fc} \quad (17)$$

Onde:

η_{fc} é o parâmetro calculado por meio da Equação (18).

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \leq 1,0 \quad (18)$$

Sendo:

f_{ck} , a resistência à compressão característica do concreto em MPa.

Para bielas ou regiões com fissuras paralelas à direção da compressão e armadura perpendicular a esta, ou ainda para zonas nodais com tirantes em uma ou duas direções, o fator de redução k_c é determinado pela Equação (19) (FIB, 2012).

$$k_c = 0,75 \cdot \eta_{fc} \quad (19)$$

Já para bielas ou regiões com armadura com disposição oblíqua à direção da compressão – com ângulos inferiores a 65° –, k_c é calculado conforme apresentado na Equação (20) (FIB, 2012).

$$k_c = 0,55 \cdot \eta_{fc} \quad (20)$$

Para bielas com compressão biaxial ou que possuem todos os ângulos formados com os tirantes superiores ou iguais a 45° – tirantes estes que possuem distribuição de armadura

em múltiplas camadas –, a resistência à compressão do concreto pode ser aumentada em 10% (FIB, 2012).

Para zonas nodais com compressão biaxial, a Equação (21) pode ser utilizada para majorar a resistência nestas regiões (FIB, 2012).

$$k_c = 1,1 \cdot \eta_{fc} \quad (21)$$

2.4.5.1.4 Segundo NBR 6118 – ABNT (2014)

A norma brasileira estabelece a Equação (22) para verificação das tensões de compressão máximas nas bielas e zonas nodais.

$$f_{cd}^* = v \alpha_{v2} f_{cd} \quad (22)$$

Em que:

α_{v2} é obtido pela Equação (23).

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (23)$$

Sendo:

f_{ck} a resistência à compressão característica do concreto e expressa em megapascal (MPa).

Os valores de v recomendados pela norma são de 0,85 para bielas prismáticas e nós do tipo C-C-C; 0,60 para bielas atravessadas por mais de um tirante, ou para nós C-T-T e T-T-T; e 0,72 para bielas atravessadas por um único tirante e nós do tipo C-C-T (ABNT, 2014).

2.4.5.2 Ancoragem de armaduras

A ancoragem das armaduras nas extremidades das regiões nodais é um procedimento importante no detalhamento de armaduras de elementos estruturais calculadas pelo método de bielas e tirantes.

Souza (2004) define que uma ancoragem segura é possível a partir da disponibilização de um volume satisfatório de concreto que envolve as armaduras ou da utilização de laços adicionais. O autor também estabelece que a ancoragem se inicia no ponto em que o caminho das tensões de compressão interseccionam o centro de gravidade do tirante.

Há casos em que o comprimento disponível no interior do nó não é suficiente para garantir a ancoragem necessária e, portanto, a barra é prolongada além do nó. Quando esta região ainda não é suficiente para a correta ancoragem da armadura, é possível utilizar barras dobradas em forma de grampo (SOUZA, 2004). A norma ACI 318 (ACI, 2011) estabelece que a ancoragem em um nó pode ser realizada também através de uma placa, conforme a Figura 16.

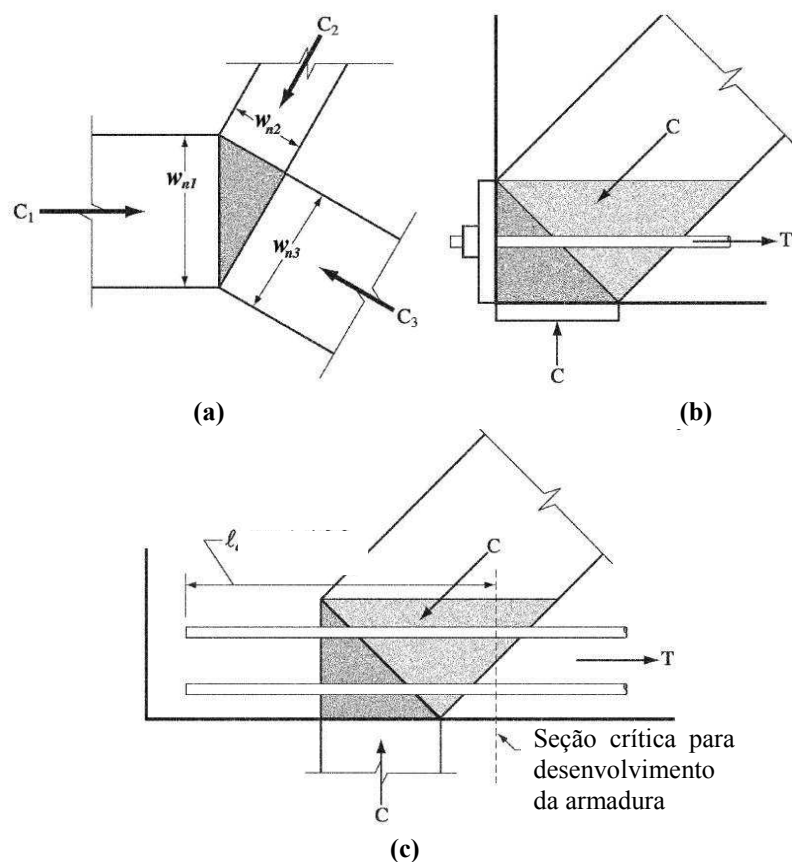


Figura 16 – Nó hidrostático. (a) Geometria do nó; (b) Força de tração ancorada com placa; (c) Força de tração ancorada por ligação.
 Fonte: Adaptado de ACI (2011, p. 390).

Nepomuceno (2012) também comenta sobre a ancoragem tipo placa, afirmando que é ideal para nós do tipo C-C-T e que funciona transferindo a força por detrás do nó, gerando uma compressão na região nodal e aumentando a resistência desta.

3 METODOLOGIA

O trabalho aborda a análise da metodologia dos modelos de bielas e tirantes segundo fontes no assunto, a observação dos diferentes parâmetros de resistência e dimensionamento propostos pelas normas e autores apresentados na seção 2.4.5.1 e a aplicação do método a vigas-parede com os referidos parâmetros. Além disso, realizou-se um comparativo entre os resultados obtidos pelos parâmetros, bem como uma análise comparativa entre os resultados do presente trabalho com os encontrados pela referência do modelo de viga-parede. O procedimento geral da aplicação do método foi baseado no fluxograma da Figura 12 da seção 2.4.4.

O modelo de viga-parede A, dimensionado por meio do método de bielas e tirantes, está apresentado na Figura 17, proposto e analisado por Tjhin e Kuchma (2002).

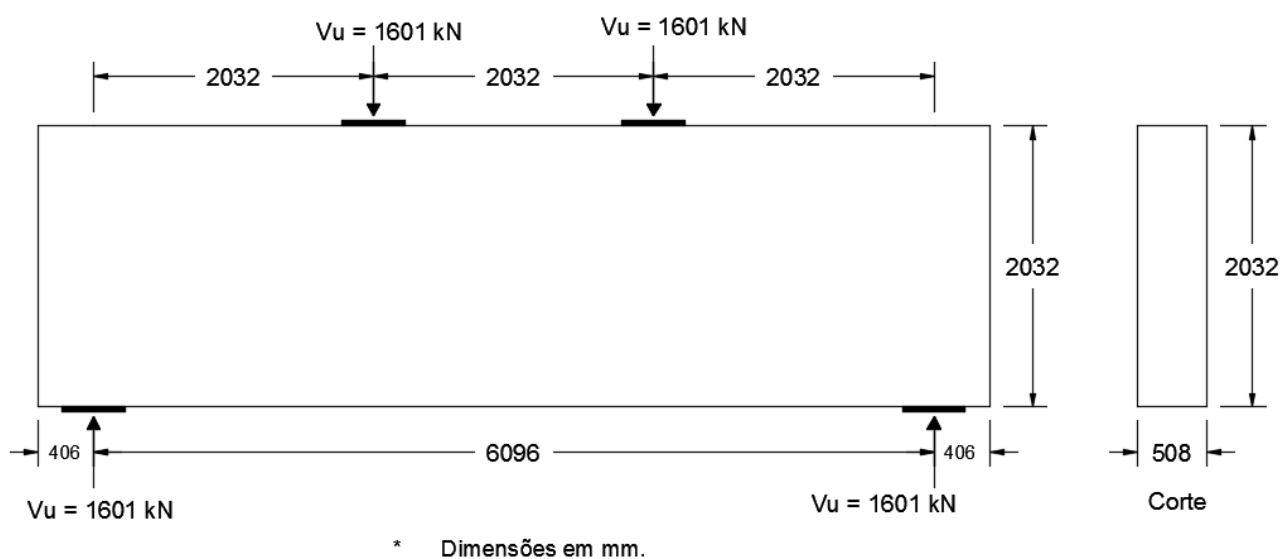


Figura 17 – Modelo de viga-parede A dimensionado pelo método de bielas e tirantes
Fonte: Adaptado de Tjhin e Kuchma (2002, p. 82).

Esta viga-parede possui um vão de 6096 mm, altura de 2032 mm e largura de 508 mm. Dois carregamentos concentrados estão aplicados no elemento, com valores de 1601 kN cada – já apresentados em seus valores majorados – e distam dos apoios adjacentes em 2032 mm. Os valores dos carregamentos foram determinados conforme a Equação (24), considerando os coeficientes de majoração de ações permanentes e variáveis como 1,2 e 1,6, respectivamente. Tais coeficientes são apresentados por ACI (2011).

$$V_{u,A} = 1,2 \cdot G_A + 1,6 \cdot Q_A \quad (24)$$

Sendo:

$V_{u,A}$, o carregamento aplicado no modelo A;

G_A , a soma das ações permanentes no elemento A;

Q_A , a soma das ações variáveis no elemento A.

O carregamento devido ao peso próprio do elemento não foi considerado por ser significativamente inferior ao carregamento já presente no mesmo. As placas de apoio consideradas possuem dimensões de 457 x 508 mm.

Tjhin e Kuchma (2002) propõem uma resistência específica à compressão do concreto de 27,6 MPa e uma resistência específica ao escoamento do aço de 414 MPa para a situação em questão.

O modelo de viga-parede B, também dimensionado pelo método de bielas e tirantes, está disposto na Figura 18.

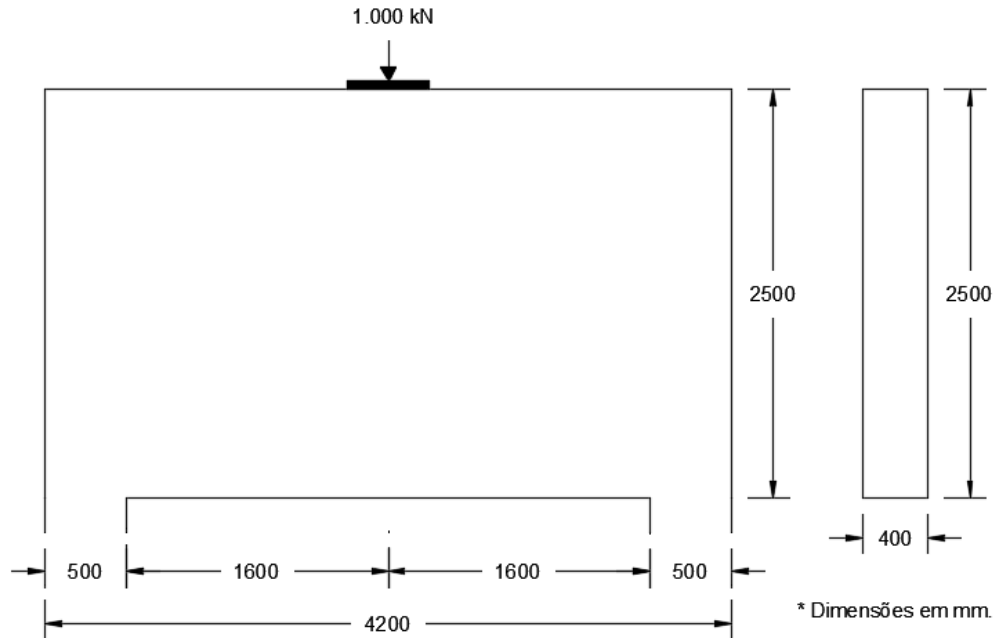


Figura 18 – Modelo de viga-parede B dimensionado pelo método de bielas e tirantes

A viga-parede B possui 4200 mm de comprimento, 2500 mm de altura e 400 mm de largura. Um carregamento concentrado de 1.000 kN está aplicado no centro da parte superior

da viga-parede e foi determinado através da Equação (25), considerando o coeficiente de majoração de ações permanentes e variáveis apresentado por ABNT (2014) como 1,4.

$$V_{u,B} = 1,4 \cdot G_B + 1,4 \cdot Q_B \quad (25)$$

Em que:

$V_{u,B}$, o carregamento aplicado no modelo B;

G_B , a soma das ações permanentes no elemento B;

Q_B , a soma das ações variáveis no elemento B.

A placa de carregamento possui dimensões de 500 x 400 mm e os apoios possuem largura de 500 mm. O peso próprio do elemento está considerado no valor do carregamento $V_{u,B}$. A resistência característica à compressão do concreto utilizada é de 25 MPa e a resistência característica ao escoamento do aço é de 500 MPa.

Nestes casos, não se faz necessária a análise e divisão de regiões B e D, devido ao fato das vigas-parede serem consideradas regiões que seguem o princípio de Saint Venant em toda a sua geometria. Os valores das reações de apoio da viga-parede A foram considerados, racionalmente, equivalentes às cargas concentradas aplicadas no elemento estrutural. Isto porque a distribuição das duas cargas na viga-parede é simétrica, gerando reações de apoio de mesma intensidade entre si. Já para a viga-parede B, devido ao posicionamento simétrico da carga única, as forças de reação equivalem à metade do carregamento aplicado.

Inicialmente foi realizada uma análise do fluxo interno de tensões através do Método dos Elementos Finitos, pelo *software* Abaqus Edition 2016 (Edição estudantil) em cada elemento estrutural. O esboço dos modelos de bielas e tirantes foi realizado com base nas análises feitas pelo procedimento anterior. A inclinação, dimensões e geometria das bielas e tirantes foram inicialmente determinadas com base nas normas e fontes referenciadas no trabalho. Em seguida, as forças nas bielas e tirantes dos modelos de treliça adotados foram determinadas.

Foram dimensionadas as armaduras dos tirantes, propondo-se os ajustes necessários aos modelos. Recalcularam-se as forças até que os modelos estivessem em conformidade com as recomendações das referências. Após, foi observado se as tensões nas bielas ultrapassavam as respectivas resistências efetivas à compressão do concreto e as regiões nodais foram dimensionadas e verificadas de forma análoga. Para casos em que as condições de resistência

não tenham sido respeitadas, as zonas nodais e bielas foram redimensionadas de forma a cumprir tais requisitos de segurança. Por fim, detalhou-se a armadura e a ancoragem dos tirantes.

Além disso, armadura vertical e armadura de pele foram detalhadas conforme as especificações da norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

As resistências efetivas de bielas, tirantes e zonas nodais do modelo de viga-parede A foram calculadas conforme as metodologias apresentadas por Schlaich *et al.* (1987), Apêndice A da norma americana ACI 318 (ACI, 2011), código europeu CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014), realizando-se um comparativo entre os resultados obtidos no modelo analisado com as diferentes fontes abordadas e com as dispostas na literatura. Para o modelo de viga-parede B, a referência utilizada para seu dimensionamento foi a norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

4 DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS DE VIGA-PAREDE PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES

4.1 MODELO DE VIGA-PAREDE A

Como mencionado no tópico 3 do presente trabalho, não foi necessária a divisão do modelo de viga-parede A em regiões B e D, já que todo o elemento possui comportamento regido pelo princípio de Saint Venant. Além disso, no mesmo tópico já são apresentados os valores das reações de apoio do elemento.

Para a análise do fluxo de tensões do elemento, utilizou-se o *software* Abaqus Edition 2016 (Edição estudantil), como apresentado na Figura 19. Os valores de módulo de elasticidade secante e coeficiente de Poisson do concreto utilizados na análise foram de 31.954,1 MPa e 0,2, respectivamente, e determinados conforme os itens 8.2.8 e 8.2.9 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

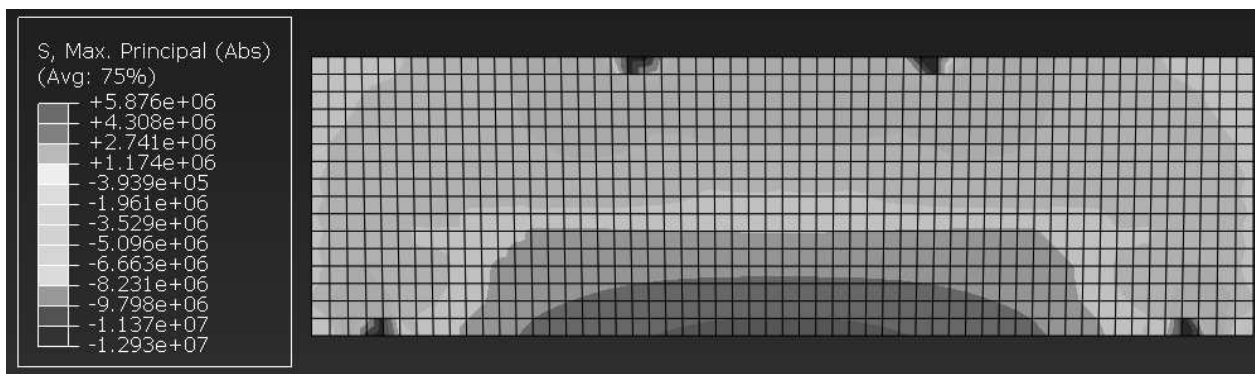


Figura 19 – Análise do fluxo de tensões internas do modelo de viga-parede A no *software* Abaqus, em N/m²

Como a versão do *software* é educacional, há um limite de discretização de 1.000 nós a serem analisados. Para tanto, o modelo da Figura 19 foi discretizado em 896 elementos finitos do tipo S4R. Este elemento possui formato quadrilateral com 4 nós e utiliza integração reduzida – artifício aplicado no cálculo da matriz de rigidez que reduz significativamente o tempo de execução da análise, sem alterar a precisão dos resultados (CUNHA, 2005). Além disso, a viga-parede foi esboçada como elemento de casca bidimensional (*shell*) no programa e cada nó apresenta 6 graus de liberdade. A Figura 19 apresenta as tensões máximas no plano principal no elemento. Observa-se que os valores positivos, regiões de cores alaranjadas e

vermelhas, correspondem às tensões de tração; ao passo que os valores positivos e referentes às cores verdes e azuis são as tensões de compressão no elemento. A partir dele, foi possível obter, então, o modelo de bielas e tirantes para a viga-parede analisada (Figura 20).

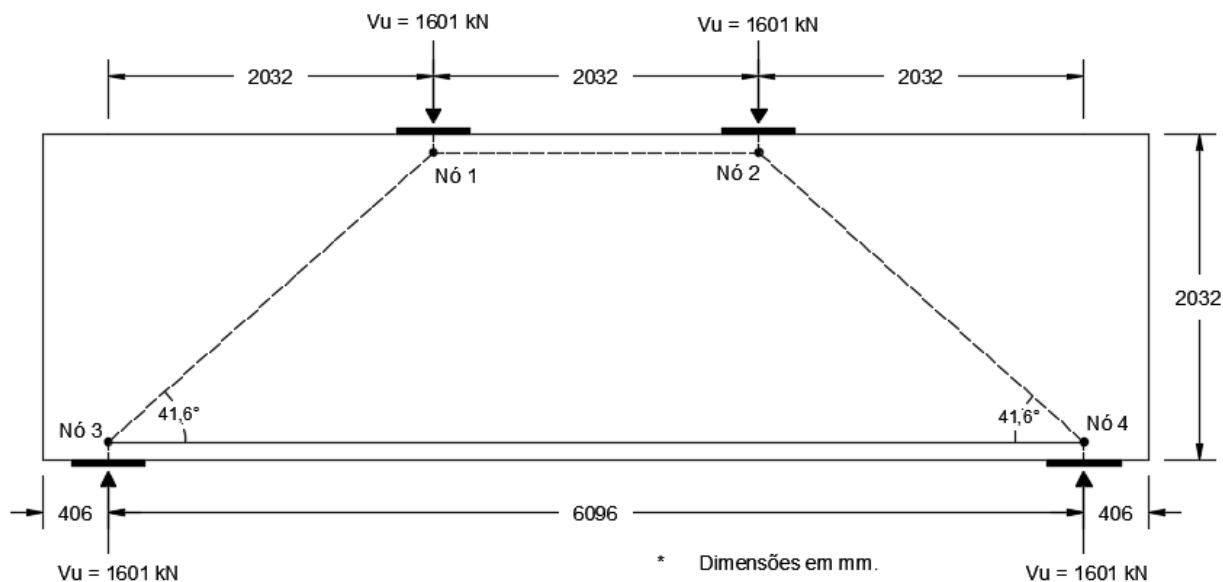


Figura 20 – Modelo de bielas e tirantes inicial para a viga-parede A

O ângulo entre as bielas e tirantes do modelo inicial é de, aproximadamente, $41,6^\circ$. Nos tópicos a seguir, são calculadas as bielas, tirantes e regiões nodais conforme as respectivas referências.

4.1.1 Segundo Schlaich *et al.* (1987)

Observa-se que o ângulo entre bielas e tirantes não está de acordo com as recomendações de Schlaich *et al.* (1987), que sugerem um limite inferior de 45° para este parâmetro. Uma solução a este caso seria determinar outro modelo de bielas e tirantes que atenda aos requisitos dos autores, entretanto, optou-se por modificar o modelo da viga-parede aumentando-se a distância entre as placas do carregamento superior de 2032 mm para 3606 mm, a fim de gerar ângulos entre bielas e tirantes superiores ao mínimo proposto e inferiores a 60° , como apresentado por Schäfer e Schlaich (1988, apud SOUZA, 2004, p. 151). O modelo para a viga-parede A modificado está apresentado na Figura 21.

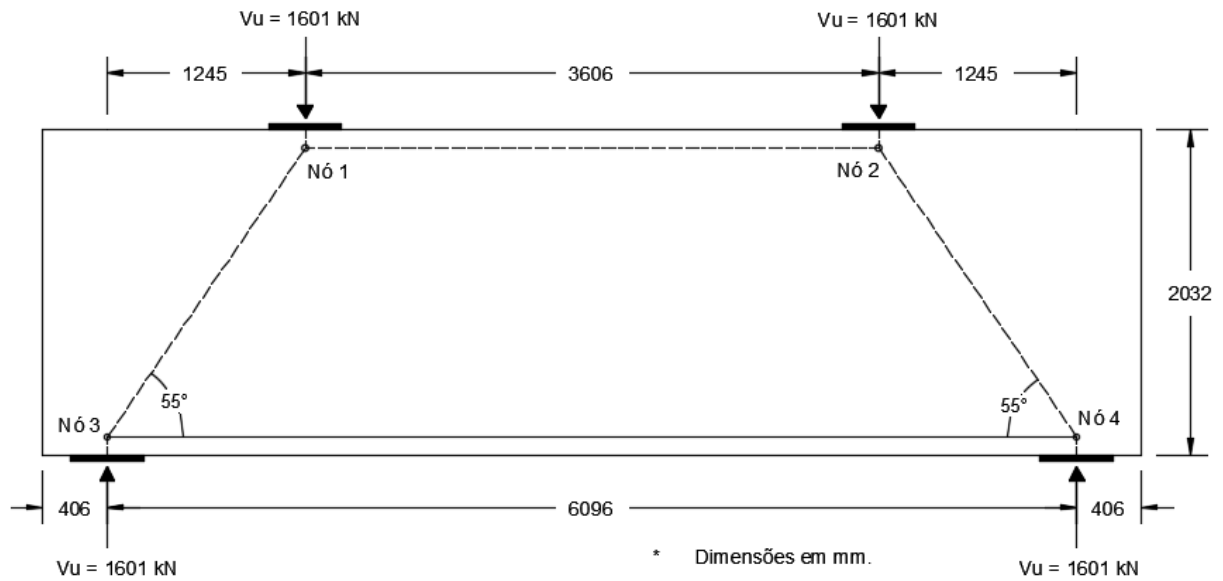


Figura 21 – Modelo de viga-parede A modificado

Realizando-se nova análise de esforços internos na viga-parede por meio do *software* Abaqus Edition 2016, foi possível verificar que o modelo proposto está em conformidade com a distribuição de tensões observada (Figura 22).

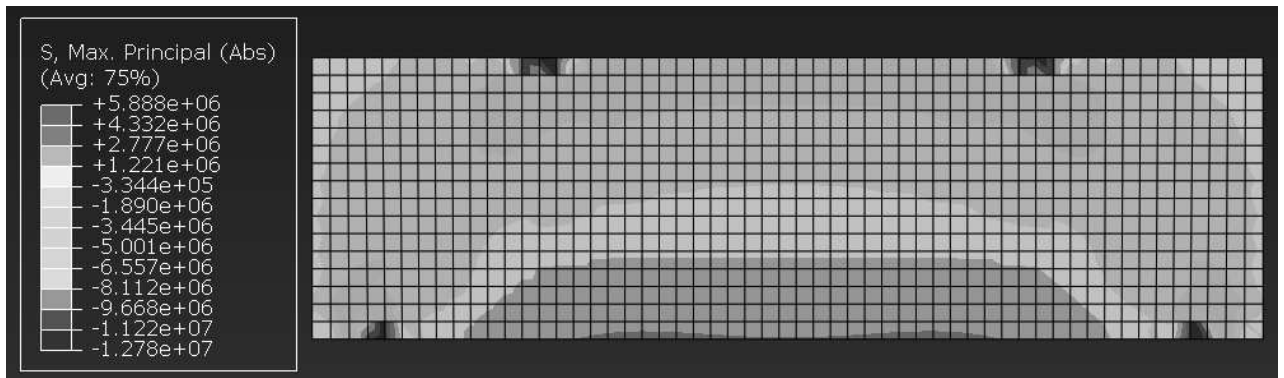


Figura 22 – Análise do fluxo de tensões do modelo modificado de viga-parede A no *software* Abaqus, em N/m^2

Para nós do tipo C-C-T com várias camadas de barras, os autores recomendam que a distribuição da armadura longitudinal principal se dê a uma altura máxima de $0,2 h$ a partir da face inferior do elemento, sendo h a altura total da viga-parede. Como a altura do elemento analisado é de 2032 mm, tem-se, inicialmente, um valor máximo de 406 mm para a altura de armadura e, conseqüentemente, a dimensão dos lados verticais dos nós 3 e 4.

Para o dimensionamento dos tirantes segundo os autores, é necessário redefinir o modelo de bielas e tirantes considerando-se as bielas diagonais idealizadas como prismáticas – porém, são em formato de garrafa –, realizando novo cálculo das forças nas bielas e tirantes.

Assim, é possível utilizar a Equação (3) para determinar a tensão nas bielas dos nós inferiores do modelo (tipo C-C-T). Também, observa-se se as tensões calculadas são inferiores a $0,8 \cdot f_{cd}$.

Em seguida, Schlaich *et al.* (1987) propõe que deve-se analisar as tensões no concreto sob as placas com carregamento e sobre as placas de apoio. Para tanto, calcula-se o valor de f_{cd} através da Equação (8).

$$f_{cd} = \frac{0,85 f'_c}{\gamma_c} = \frac{0,85 \cdot 27,6}{1,5} = 15,6 \text{ MPa}$$

A tensão sob as placas com carregamento é determinada.

$$\sigma_{pc} = \frac{1601 \cdot 10^3}{457 \cdot 508} = 6,9 \text{ MPa} < 1,2 \cdot f_{cd} = 1,2 \cdot 15,6 = 18,8 \text{ MPa}$$

Também, calcula-se a tensão sobre as placas de apoio.

$$\sigma_{pa} = \frac{1601 \cdot 10^3}{457 \cdot 508} = 6,9 \text{ MPa} < 0,8 \cdot f_{cd} = 0,8 \cdot 15,6 = 12,5 \text{ MPa}$$

Como as tensões calculadas estão dentro dos limites de $1,2 \cdot f_{cd}$ e $0,8 \cdot f_{cd}$ para regiões com compressão biaxial e bielas atravessadas por tirantes, respectivamente, podem ser analisadas as regiões nodais do elemento (SCHLAICH *et al.*, 1987).

Para o dimensionamento dos nós, Schlaich *et al.* (1987) recomendam que, se possível, os tipos C-C-C sejam hidrostáticos e que seus lados sejam assumidamente perpendiculares às resultantes das forças envolvidas. Assim, os lados dos nós 1 e 2 foram alterados – aplicando-se, conseqüentemente, as mesmas medidas para os nós 3 e 4, de maneira a manter as bielas no formato prismático – e foram recalculados os ângulos e forças normais nas barras, de forma iterativa, a fim de que um modelo refinado de bielas e tirantes com nós hidrostáticos fosse elaborado para a respectiva viga-parede.

Na Tabela 2 estão apresentadas as forças normais nas barras do modelo de treliça final, calculadas a partir do ângulo entre bielas e tirantes equivalente a $53,6^\circ$.

Tabela 2 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo final da viga-parede A, determinados segundo Schlaich *et al.* (1987)

Força	Valor (kN)
Biela F_{12}	-1.180,4
Biela F_{13}	-1.989,1
Biela F_{24}	-1.989,1
Tirante F_{34}	+1.180,4

Para a verificação dos nós, a resistência efetiva à compressão do concreto é calculada através da Equação (2), utilizando-se o fator de eficiência ν de 1,2 e 0,8 para regiões nodais com compressão biaxial e barras de aço transversais, respectivamente.

$$f^*_{cd_{CCC}} = \nu f_{cd} = 1,2 \cdot 15,6 = 18,8 \text{ MPa}$$

$$f^*_{cd_{CCT}} = \nu f_{cd} = 0,8 \cdot 15,6 = 12,5 \text{ MPa}$$

Como as tensões nas regiões nodais, equivalentes a 6,9 MPa, são inferiores aos valores da resistência efetiva à compressão do concreto, realiza-se a verificação da resistência nas bielas. Utilizando-se novamente a Equação (2), com um fator ν equivalente a 1,0 para bielas com compressão uniaxial e a 0,8 para bielas com possíveis fissuras paralelas aos seus eixos, tem-se os valores de 15,6 e 12,5 MPa para a resistência efetiva. Sabendo-se também que as bielas possuem tensões normais de 6,9 MPa, é possível inferir que as bielas respeitam tal limite de segurança.

Além disso, para as bielas em garrafa, os autores sugerem realizar uma verificação da relação entre as larguras destes campos de tensão, a tensão normal atuante nestes e a resistência à compressão de projeto do concreto. O valor máximo para estas relações pode ser obtido através da Figura 6 apresentada no tópico 2.4.3.1.

Esboçando-se as bielas em garrafa com as formas próximas às identificadas na análise da Figura 22, encontra-se uma largura do centro de biela (b) equivalente a 1432 mm. As larguras no pescoço da mesma (a) são de 567 mm. Com isso, calcula-se a relação entre os valores.

$$\frac{b}{a} = \frac{1432}{567} = 2,5$$

A tensão atuante nas bielas é de 6,9 MPa. Também, tem-se um valor de 15,6 para f_{cd} . Calcula-se a segunda relação para aplicação no ábaco.

$$\frac{p_a}{f_{cd}} = \frac{6,9}{15,6} = 0,4$$

Utilizando-se a Figura 6, para concreto simples não fissurado, tem-se que o limite da relação entre tensão e resistência é de 0,55. Assim, compreende-se que as bielas em formato de garrafa não necessitam de armadura transversal específica.

A Figura 23 apresenta o modelo final da viga-parede A, calculada segundo Schlaich *et al.* (1987).

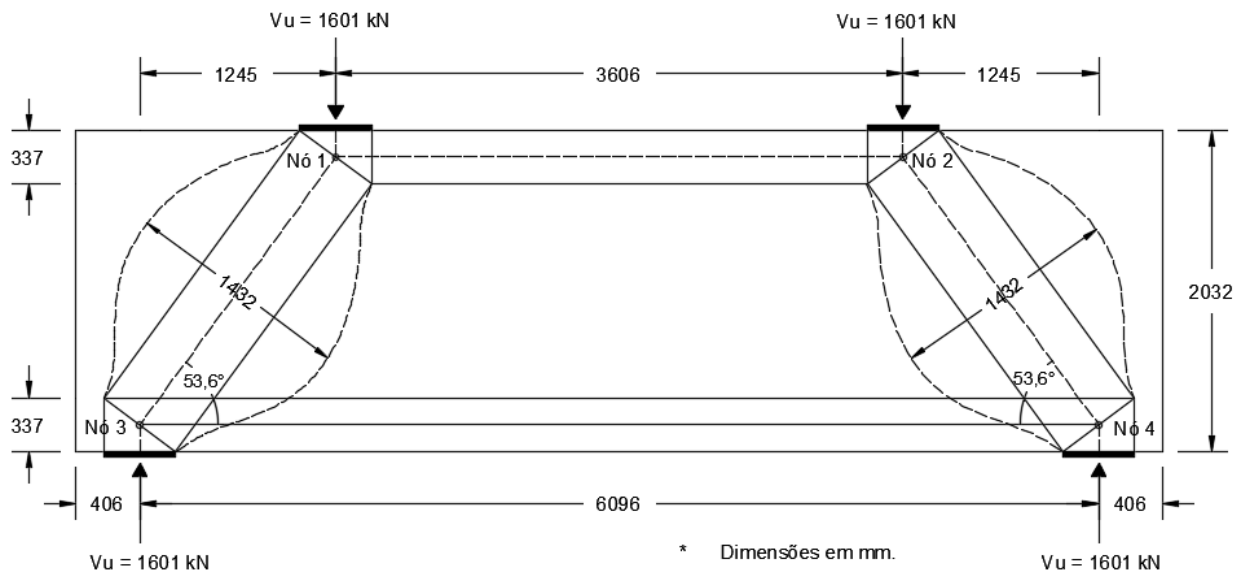


Figura 23 – Modelo final da viga-parede A, calculada segundo Schlaich *et al.* (1987)

Por fim, é realizado o dimensionamento e detalhamento da armadura disposta no tirante. A resistência característica ao escoamento do aço de 414 MPa, sugerida por Tjhin e Kuchma (2002), deve ser reduzida através da Equação (5) apresentada no tópico 2.4.5. Como Schlaich *et al.* (1987) não menciona coeficientes de minoração da resistência do aço (γ_s), utiliza-se 1,15, valor estabelecido por CEB (1993) – código lançado na mesma época do trabalho analisado e comitê utilizado como referência pelo mesmo.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{414}{1,15} = 360 \text{ MPa}$$

No mesmo tópico, é exposta a Equação (6), originalmente apresentada por Schlaich *et al.* (1987). A partir dela é possível determinar a área de aço necessária para o tirante.

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1.180,4 \cdot 10^3}{360 \cdot 10^6} = 0,00328 \text{ m}^2 = 32,8 \text{ cm}^2$$

Para o detalhamento da armadura, utiliza-se como principal referência a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014). Por meio desta, adotando-se uma classe de agressividade ambiental II, obtém-se um cobrimento nominal para a viga-parede de 30 mm. Também, considera-se para a dimensão máxima característica do agregado graúdo um valor de 25 mm e que as barras utilizadas são nervuradas. Como a altura final do tirante é de 337 mm, é possível distribuir 6 barras de aço de 20,0 mm em duas colunas com espaçamento vertical de 29 mm e espaçamento horizontal de 398 mm entre barras. Ainda segundo a norma, o espaçamento vertical mínimo calculado é de 20 mm e, o horizontal, de 30 mm – valores inferiores aos obtidos com a respectiva distribuição da armadura na viga-parede.

Como ancoragem, analisou-se o prolongamento retilíneo das barras. Schlaich *et al.* (1987) definem que a ancoragem começa a partir do ponto em que a trajetória de compressão das bielas intercepta o centróide das barras de aço no tirante e são desviadas às placas de apoio. Além disso, os autores determinam que a ancoragem deve atravessar os respectivos nós e que este comprimento deve ser calculado conforme as normas vigentes. Souza (2004) especifica que deve ser evitada a ancoragem com ganchos verticais nos tirantes, devido ao fato das tensões transversais de tração causadas por este tipo de ancoragem reduzirem a resistência da zona nodal.

A partir disto, realizando-se uma distribuição visual das barras no tirante, conforme a Figura 24, é possível obter o valor de 727 mm para o comprimento de ancoragem disponível, respeitando-se o valor do cobrimento considerado.

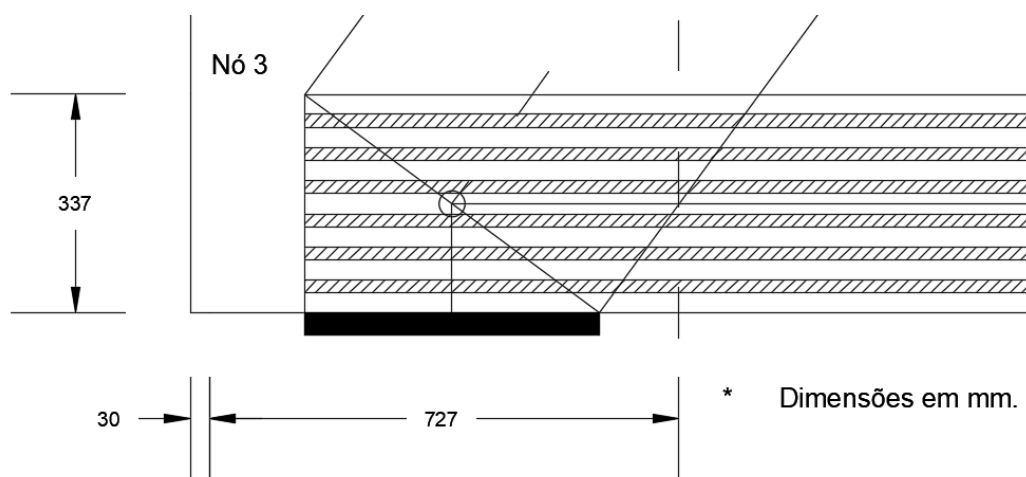


Figura 24 – Comprimento de ancoragem das barras disponível

Por meio dos itens 9.3.2.1, 9.4.2.4 e 9.4.2.5 da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), determinou-se os valores de comprimento de ancoragem básico, mínimo e necessário, correspondendo aos valores de 558, 200 e 484 mm, respectivamente. Analisando os dados, observa-se que o comprimento disponível é suficiente para desenvolvimento da ancoragem retilínea do tirante. Entretanto, a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) especifica que a armadura de flexão positiva para vigas-parede deve ser ancorada preferencialmente por laços ou grampos na horizontal. Com isto, adotou-se a ancoragem por grampos horizontais da armadura principal.

Para a armadura de pele, a área necessária calculada foi de $10,3 \text{ cm}^2$ por face, determinada conforme os itens 17.3.5.2.3 e 18.3.5 da norma brasileira. Como esta norma estabelece um máximo de $5 \text{ cm}^2/\text{m}$, o valor máximo a ser aplicado para cada face do elemento é de $10,2 \text{ cm}^2$. Assim, o detalhamento se deu por 9 camadas de 2 barras de diâmetro 12,5 mm a cada 19 cm.

Já a área de armadura vertical calculada foi de $0,038 \text{ cm}^2/\text{m}$ por face, determinada pelo item 22.4.4.3 da norma brasileira. Sendo assim, determinou-se um número de 37 barras de diâmetro 5,0 mm a cada 19 cm.

A Figura 25 apresenta o detalhamento realizado para a viga-parede A.

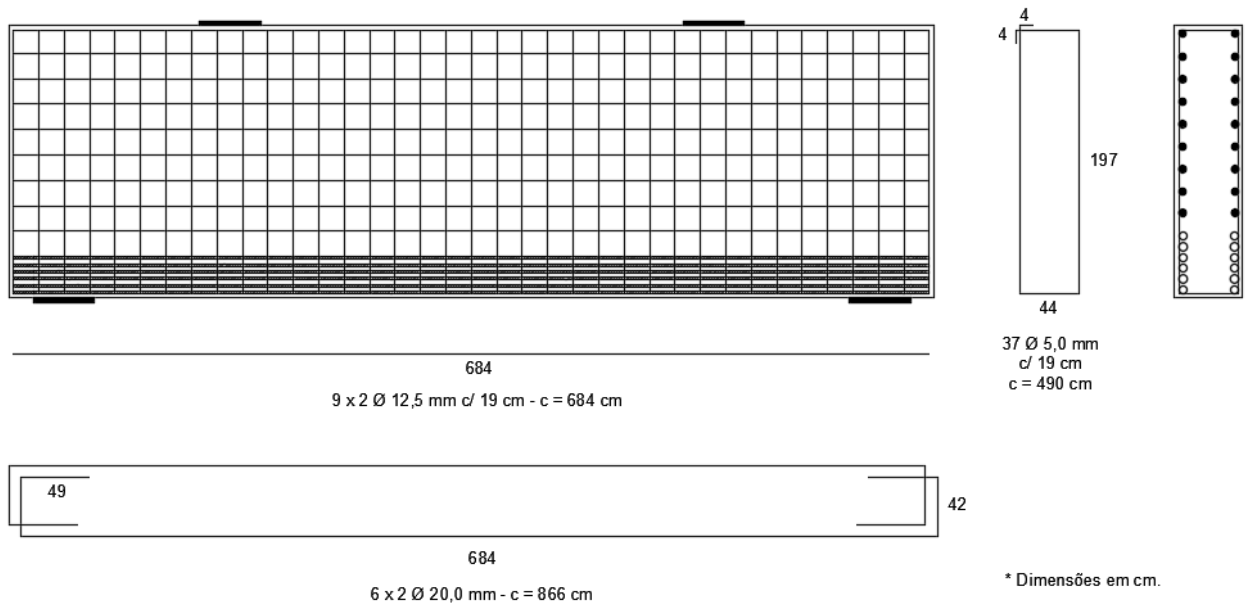


Figura 25 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo Schlaich *et al.* (1987)

4.1.2 Segundo Apêndice A do ACI 318 – ACI (2011)

Para o dimensionamento da viga-parede A conforme a norma americana ACI 318 (ACI, 2011), partiu-se do modelo de bielas e tirantes apresentado na Figura 20. O ângulo entre bielas e tirantes deste modelo é superior ao mínimo proposto pela norma e, portanto, o modelo se torna válido para dimensionamento baseado em tal referência.

Anteriormente à elaboração do modelo de bielas e tirantes para a viga-parede, Tjhin e Kuchma (2002) propõem uma verificação das tensões nos pontos de carga e de apoio. Isto se dá pela necessidade dos carregamentos aplicados serem suportados nas regiões do elemento imediatamente próximas a estes. Caso esta condição não seja atendida, o modelo de viga-parede deve ser revisto.

$$\sigma_p = \frac{V_u}{A_c} = \frac{1601 \cdot 1000}{457 \cdot 508} \frac{N}{mm^2} = 6,9 \text{ MPa}$$

Para o cálculo das resistências do concreto em nós C-C-C e C-C-T, utilizam-se os fatores de eficiência β_n de 1,0 e 0,8, respectivamente, na Equação (12).

$$f_{ce_{CCC}} = 0,85 \beta_n f'_c = 0,85 \cdot 1,0 \cdot 27,6 = 23,5 \text{ MPa}$$

$$f_{ce_{CCT}} = 0,85 \beta_n f'_c = 0,85 \cdot 0,8 \cdot 27,6 = 18,8 \text{ MPa}$$

Assim, é possível substituir a resistência na Equação (9) e utilizar o fator de redução ϕ de 0,75 para modelo de bielas e tirantes, comparando-se com a tensão calculada nos pontos de aplicação de carga ou apoio.

$$\phi F_{n_{CCC}} = 0,75 \cdot 23,5 = 17,6 \text{ MPa} \geq 6,9 \text{ MPa}$$

$$\phi F_{n_{CCT}} = 0,75 \cdot 18,8 = 14,1 \text{ MPa} \geq 6,9 \text{ MPa}$$

Como as tensões nas regiões observadas são inferiores às resistências efetivas à compressão do concreto, pode-se realizar o dimensionamento do elemento submetido a tais carregamentos. As forças normais nas barras do modelo de treliça inicial estão dispostas na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo inicial da viga-parede A, determinados segundo ACI (2011)

Força	Valor (kN)
Biela F_{12}	-1.802,9
Biela F_{13}	-2.411,2
Biela F_{24}	-2.411,2
Tirante F_{34}	+1.802,9

A norma ACI 318 (ACI, 2011) estabelece que as larguras efetivas de bielas e zonas nodais sejam determinadas através das forças das barras e das resistências efetivas à compressão do concreto. Também, Tjhin e Kuchma (2002) propõem que as bielas diagonais sejam consideradas com formato de garrafa, devido à propagação das tensões de compressão nas partes centrais das bielas.

Para determinar a resistência à compressão efetiva do concreto nas bielas, considerando o valor de 1,0 e 0,75 para β_s (bielas prismáticas e em garrafa, respectivamente), utiliza-se a Equação (11).

$$f_{ce_{1-2}} = 0,85 \beta_s f'_c = 0,85 \cdot 1,0 \cdot 27,6 = 23,5 \text{ MPa}$$

$$f_{ce_{1-3}} = f_{ce_{2-4}} = 0,85 \beta_s f'_c = 0,85 \cdot 0,75 \cdot 27,6 = 17,6 \text{ MPa}$$

Substituindo-se a Equação (10) na Equação (9) e isolando-se a largura das bielas, é possível determinar o menor valor destas.

$$w_{1-2} \geq \frac{F_{u_{1-2}}}{w_{db} \phi f_{ce}} = \frac{1.802,9 \cdot 10^3}{508 \cdot 0,75 \cdot 23,5} = 202 \text{ mm}$$

$$w_{1-3} = w_{2-4} \geq \frac{F_{u_{1-3}}}{w_{db} \phi f_{ce}} = \frac{2.411,2 \cdot 10^3}{508 \cdot 0,75 \cdot 17,6} = 360 \text{ mm}$$

O mesmo procedimento é aplicado para determinação das larguras mínimas das regiões nodais.

$$w_{CCC_1} \geq \frac{F_{u_{1-2}}}{w_{db} \phi f_{ce}} = \frac{1.802,9 \cdot 10^3}{508 \cdot 0,75 \cdot 23,5} = 202 \text{ mm}$$

$$w_{CCC_2} \geq \frac{F_{u_{1-3}}}{w_{db} \phi f_{ce}} = \frac{2.411,2 \cdot 10^3}{508 \cdot 0,75 \cdot 23,5} = 270 \text{ mm}$$

$$w_{CCT} \geq \frac{F_{u_{1-3}}}{w_{db} \phi f_{ce}} = \frac{2.411,2 \cdot 10^3}{508 \cdot 0,75 \cdot 18,8} = 337 \text{ mm}$$

A partir disto, esboça-se um modelo de bielas e tirantes refinado, considerando os valores mínimos das larguras dos campos de tensão. Realiza-se novo cálculo de forças nas barras da treliça. Assim, a largura máxima do tirante pode ser calculada através da Equação (14), proposta por ACI (2011).

$$w_{t,m\acute{a}x} = \frac{F_{nt}}{f_{ce} \cdot b_s} = \frac{1.778,2 \cdot 10^3}{18,8 \cdot 456} = 207 \text{ mm}$$

Em seguida, refina-se o modelo considerando um valor de 207 mm para a largura do tirante. Com isso, têm-se novos valores de forças, apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede A, segundo ACI (2011)

Força	Valor (kN)
Biela F_{12}	-1.780,2
Biela F_{13}	-2.394,2
Biela F_{24}	-2.394,2
Tirante F_{34}	+1.780,2

O ângulo formado entre bielas e tirantes é de $42,0^\circ$. Após o refinamento do modelo, realiza-se novo cálculo da largura máxima do tirante para verificação da largura atual.

$$w_{t,máx} = \frac{F_{nt}}{f_{ce} \cdot b_s} = \frac{1.780,2 \cdot 10^3}{18,8 \cdot 458} = 207 \text{ mm}$$

O novo valor encontrado para a largura máxima do tirante é equivalente ao adotado no último refinamento do modelo. Portanto, infere-se que a determinação das larguras dos campos de tensão no elemento está de acordo com as recomendações da norma ACI 318 (ACI, 2011). O modelo de bielas e tirantes atualizado está exposto na Figura 26.

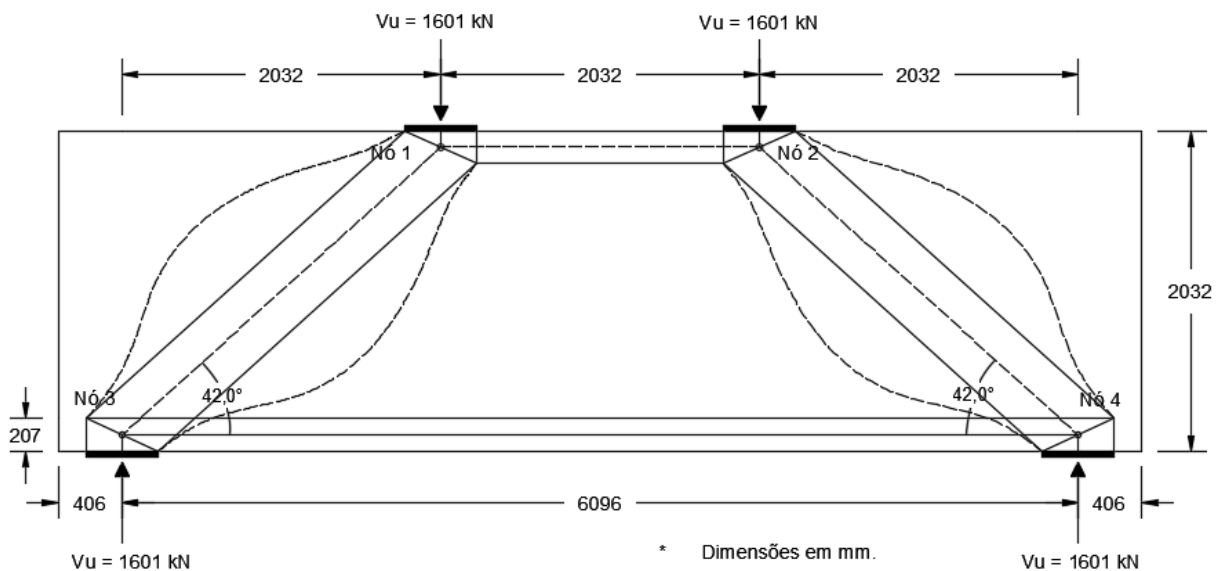


Figura 26 – Modelo de bielas e tirantes final da viga-parede A, determinada segundo ACI (2011)

A área de armadura necessária nos tirantes é determinada pelas Equações (7) e (9).

$$A_{ts} = \frac{F_{u3-4}}{\phi \cdot f_y} = \frac{1.780,2 \cdot 10^3}{0,75 \cdot 414} = 5733 \text{ mm}^2 = 57,3 \text{ cm}^2$$

A armadura principal é distribuída em 4 colunas de 3 barras de 25 mm, espaçadas verticalmente em 31 mm e horizontalmente em 112 mm. Os valores mínimos de espaçamento definidos pela norma brasileira para este caso são de 25 e 30 mm, respectivamente.

Realizando as mesmas considerações do detalhamento anterior, o comprimento de ancoragem necessário da armadura principal, determinado através da norma brasileira, equivale a 666 mm e é disposto em grampos horizontais.

A área necessária de armadura de pele também é de 10,2 cm² por face. O detalhamento corresponde a 10 camadas de 2 barras de diâmetro 12,5 mm a cada 19 cm. A armadura vertical tem área necessária de 0,038 cm²/m por face e é distribuída por 37 barras de diâmetro 5,0 mm a cada 19 cm.

ACI 318 (ACI, 2011) estabelece que para utilizar o valor de β_s como 0,75 para bielas em garrafa, a armadura utilizada deve satisfazer a relação apresentada na Equação (15).

$$\sum \frac{A_{si}}{b_s \cdot s_i} \cdot \text{sen } \alpha_i \geq 0,003$$

$$\frac{10,2}{45,8 \cdot 19} \cdot \text{sen } 42,0^\circ + \frac{0,3}{45,8 \cdot 19} \cdot \text{sen } 48,0^\circ = 0,008 > 0,003$$

Como a condição é satisfeita, a armadura detalhada é suficiente para evitar a fissuração das bielas em garrafa. O respectivo detalhamento está apresentado na Figura 27.

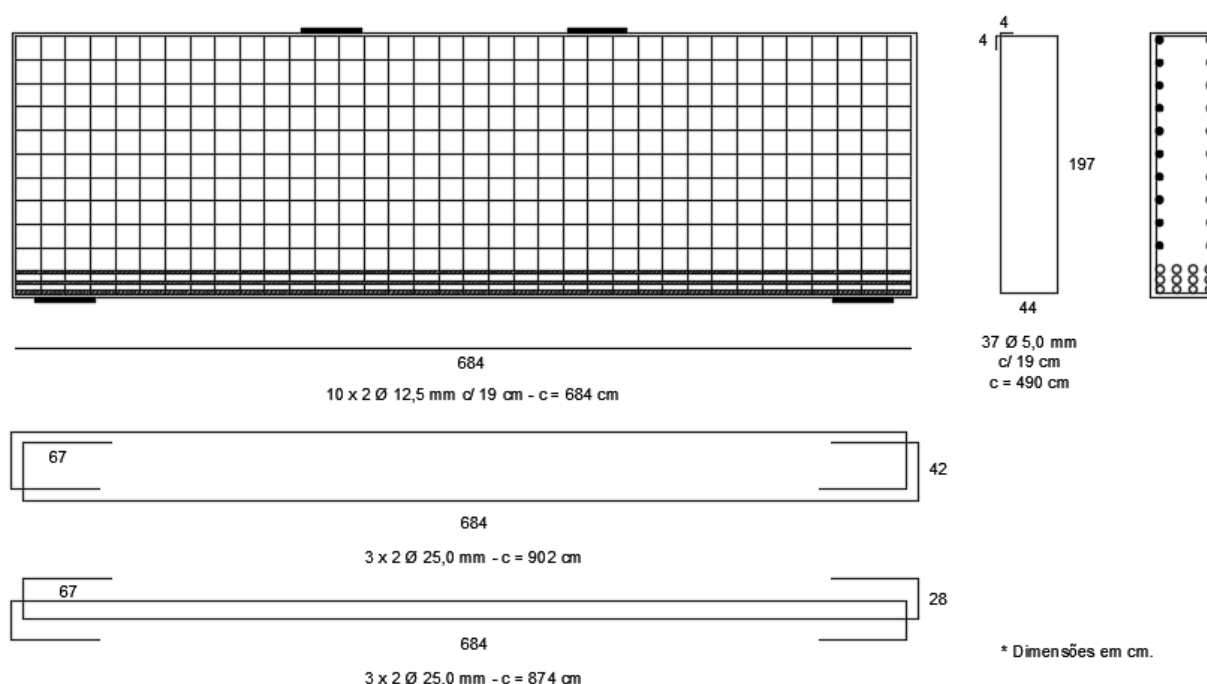


Figura 27 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo ACI (2011)

4.1.3 Segundo CEB-FIP *Model Code* 2010 – Fib (2012)

O código estabelece um processo de cálculo que inicia com a divisão das regiões B e D e, em seguida, propõe a esquematização de um primeiro modelo de bielas e tirantes, no qual as bielas devem ser posicionadas de forma mais próxima possível às trajetórias das tensões de compressão do elemento (FIB, 2012). Segundo a norma, isto se dá a fim de minimizar os efeitos da redistribuição das forças no elemento.

Como um primeiro modelo de bielas e tirantes já foi elaborado, exposto na Figura 20, é possível observar que as bielas coincidem com os caminhos de tensão de compressão apresentados na Figura 19. Além disso, como o código não estabelece limites inferiores ou superiores de ângulos entre bielas e tirantes, infere-se que o modelo em questão está adequado às condições de cálculo (FIB, 2012).

Para vigas-parede simplesmente apoiadas, CEB (1993) recomenda que a distribuição da armadura longitudinal principal se dê a uma altura de $0,12 h$ a partir da face inferior do elemento, sendo h a altura total da viga-parede. Tendo-se uma altura total do elemento de 2032 mm, a largura inicial do tirante se dá por 244 mm. Também, adotou-se uma largura de

228 mm para a biela 1-2, de forma a manter o seu eixo na localização original da Figura 20. As bielas 1-3 e 2-4 foram adotadas com formato em garrafa.

Assim, obteve-se o modelo de bielas e tirantes refinado (Figura 28) e, em seguida, calcularam-se as forças em cada barra do mesmo (Tabela 5).

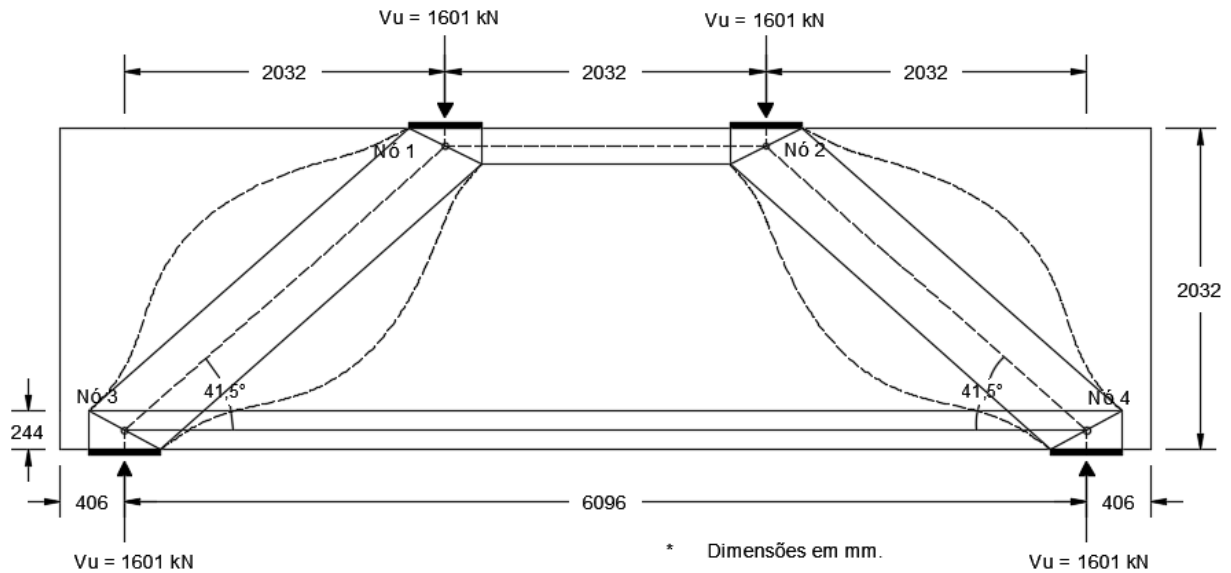


Figura 28 – Modelo de bielas e tirantes final da viga-parede A, determinada segundo Fib (2012)

Tabela 5 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede A, determinadas de acordo com Fib (2012)

Força	Valor (kN)
Biela F_{12}	-1.811,4
Biela F_{13}	-2.417,5
Biela F_{24}	-2.417,5
Tirante F_{34}	+1.811,4

Antes de analisar a resistência, é necessário converter o valor de f'_c fornecido por Tjhin e Kuchma (2002) para f_{ck} , através da Equação (4).

$$f'_c = f_{ck} - 2,04$$

$$f_{ck} = f'_c + 2,04 = 27,6 + 2,04 = 29,6 \text{ MPa}$$

Para o cálculo da resistência à compressão reduzida do concreto, utiliza-se, primeiramente, a Equação (18).

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} = \left(\frac{30}{29,6}\right)^{1/3} = 1,004 \leq 1,0$$

Como o valor calculado de η_{fc} é superior a 1,0, adota-se 1. Considerando que os nós 1 e 2 correspondem à Equação (17) – tipo C-C-C – e, os nós 3 e 4, à Equação (19) – tipo C-C-T –, tem-se os respectivos valores de k_c .

$$k_{c_{CCC}} = 1,0 \cdot \eta_{fc} = 1,0$$

$$k_{c_{CCT}} = 0,75 \cdot \eta_{fc} = 0,75$$

Assim, determinam-se as resistências à compressão reduzidas para os dois tipos de nós.

$$f_{ce_{CCC}} = \frac{k_c \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{1,0 \cdot 29,6}{1,5} = 19,7 \text{ MPa}$$

$$f_{ce_{CCT}} = \frac{k_c \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,75 \cdot 29,6}{1,5} = 14,8 \text{ MPa}$$

Analisa-se, então, a tensão sob as placas de carga e apoio.

$$\sigma_p = \frac{V_u}{A_p} = \frac{1.601 \cdot 10^3}{457 \cdot 508} = 6,9 \text{ MPa}$$

Observa-se que a tensão calculada é inferior às resistências obtidas.

Os nós C-C-C (1 e 2) apresentaram tensões concomitantes de valores 15,6 e 10,1 MPa. Para os nós C-C-T (3 e 4), a tensões calculada foi de 9,8 MPa. Assim, verifica-se que os valores estão de acordo com os limites considerados.

Com relação às bielas, tem-se que 1-2 é prismática; 1-3 e 2-4 são em garrafa. Assim, k_c equivale a 1,0 para a primeira e a 0,75 para as demais. Conseqüentemente, a resistência à compressão reduzida das mesmas também é de 19,7 e 14,8 MPa, respectivamente. Para o cálculo da maior tensão de compressão atuante nas bielas 1-3 e 2-4, considera-se a menor área das mesmas. Com isto, tem-se os valores de 10,1 para estas e de 15,6 MPa para a biela 1-2, também inferiores aos limites mencionados.

Calcula-se, então, a resistência ao escoamento de projeto do aço pela Equação (5). Utiliza-se o valor da resistência característica ao escoamento do aço (f_{yk}) equivalente à resistência específica ao escoamento (f_y) fornecida por Tjhin e Kuchma (2002).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{414}{1,15} = 360 \text{ MPa}$$

Em seguida, determina-se a área de aço dos tirantes por meio da Equação (6).

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1.811,4 \cdot 10^3}{360 \cdot 10^6} = 0,00503 \text{ m}^2 = 50,3 \text{ cm}^2$$

Distribui-se a armadura principal em 4 colunas de 3 barras de diâmetro 25 mm. O espaçamento vertical entre elas é de 49 mm e, horizontal, de 112 mm. O mínimo preconizado pela norma brasileira para tais valores são de 25 e 30 mm, respectivamente.

Realizando a ancoragem por grampos horizontais, tem-se que o comprimento de ancoragem necessário é de 585 mm.

A armadura de pele corresponde a 9 camadas de 2 barras de diâmetro 12,5 mm dispostas a cada 20 cm de distância. Já a armadura vertical é equivalente às realizadas nos dimensionamentos anteriores, sendo distribuída por 37 barras de diâmetro 5,0 mm a cada 19 cm.

A Figura 29 apresenta o detalhamento realizado.

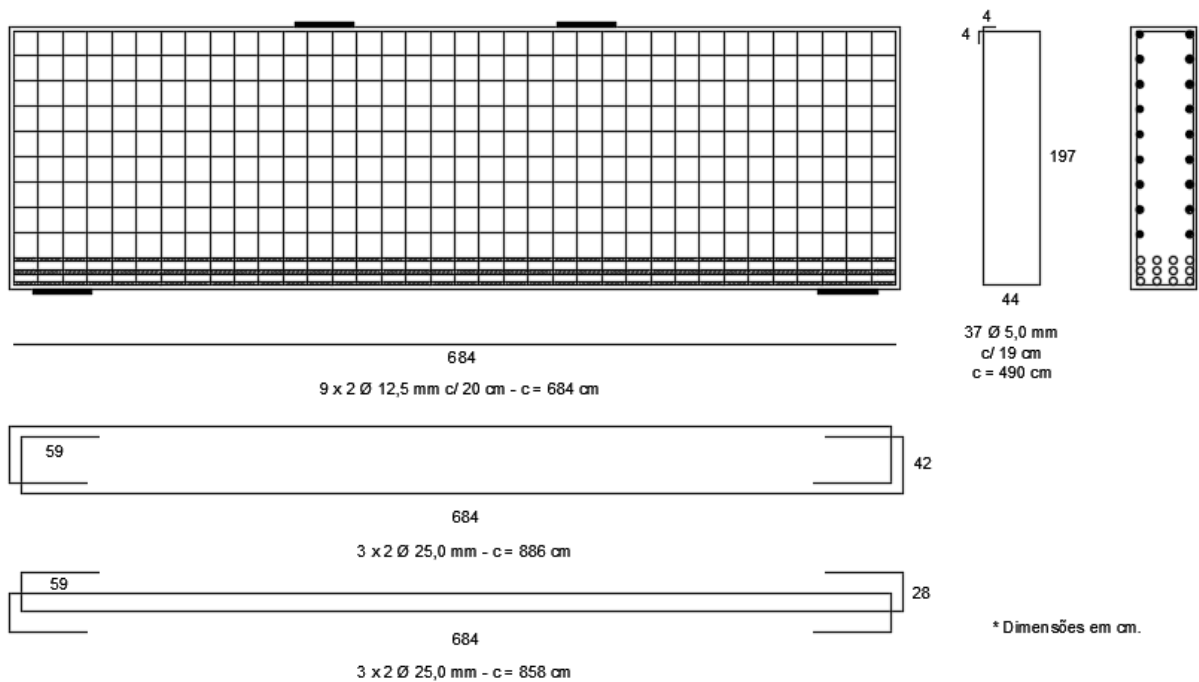


Figura 29 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo Fib (2012)

4.1.4 Segundo NBR 6118 – ABNT (2014)

Partindo-se do modelo de bielas e tirantes apresentado na Figura 20, é determinada a largura do tirante 3-4 e então refinado o modelo com base na localização daquele. A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que para as vigas-parede a armadura de flexão deve ser distribuída em uma altura aproximada equivalente a $0,15 h$. Para a viga-parede em questão, este valor é de 305 mm.

Mantendo-se a biela 1-2 em sua localização exposta no item anterior, tem-se o modelo refinado de bielas e tirantes do elemento na Figura 30.

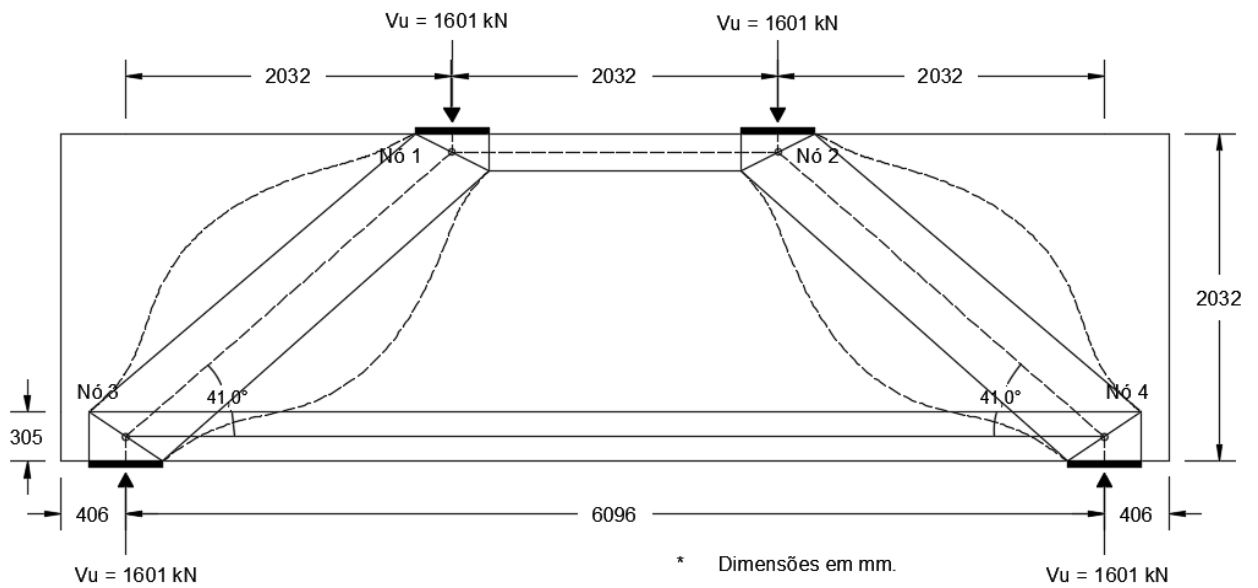


Figura 30 – Modelo refinado da viga-parede A

A norma sugere valores para o ângulo entre bielas e tirantes entre 30° e 63° , portanto, o ângulo do modelo observado se encontra na faixa admissível. Em seguida, são calculadas as resistências à compressão para os nós. Para isso, primeiramente calcula-se o fator α_{v2} da Equação (23), utilizando-se o valor de f_{ck} calculado na seção 4.1.3.

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{29,6}{250} = 0,9$$

Então, substitui-se o valor na Equação (22), considerando valores de ν de 0,85 para nós C-C-C e 0,72 para nós C-C-T.

$$f_{cd_{CCC}}^* = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{29,6}{1,4} = 15,4 \text{ MPa}$$

$$f_{cd_{CCT}}^* = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,72 \cdot 0,9 \cdot \frac{29,6}{1,4} = 13,4 \text{ MPa}$$

Calculam-se, então, as tensões de compressão sob as placas de carga e sobre as placas de apoio, nas quais as forças estão aplicadas.

$$\sigma_p = \frac{V_u}{A_p} = \frac{1.601 \cdot 10^3}{457 \cdot 508} = 6,9 \text{ MPa}$$

Comparando-se os valores de tensão nas placas e as resistências calculadas nos respectivos nós, compreende-se que os primeiros são admissíveis.

As tensões nas fronteiras dos nós possuem valores de 15,9 e 10,2 MPa para os nós 1 e 2 (tipo C-C-C), e de 9,1 MPa para os nós 3 e 4 (tipo C-C-T). Como uma das tensões supera a resistência à compressão considerada para os nós 1 e 2, deve-se redimensionar o modelo de bielas e tirantes a fim de que estes valores se tornem aceitáveis. Isto pode ser obtido aumentando-se as larguras das bielas.

Na Figura 31, está exposto o modelo de bielas e tirantes após aumento da largura da biela 1-2 de 228 para 240 mm. As novas tensões atuantes nas fronteiras das regiões nodais do tipo C-C-C são de 15,2 e 10,0 MPa.

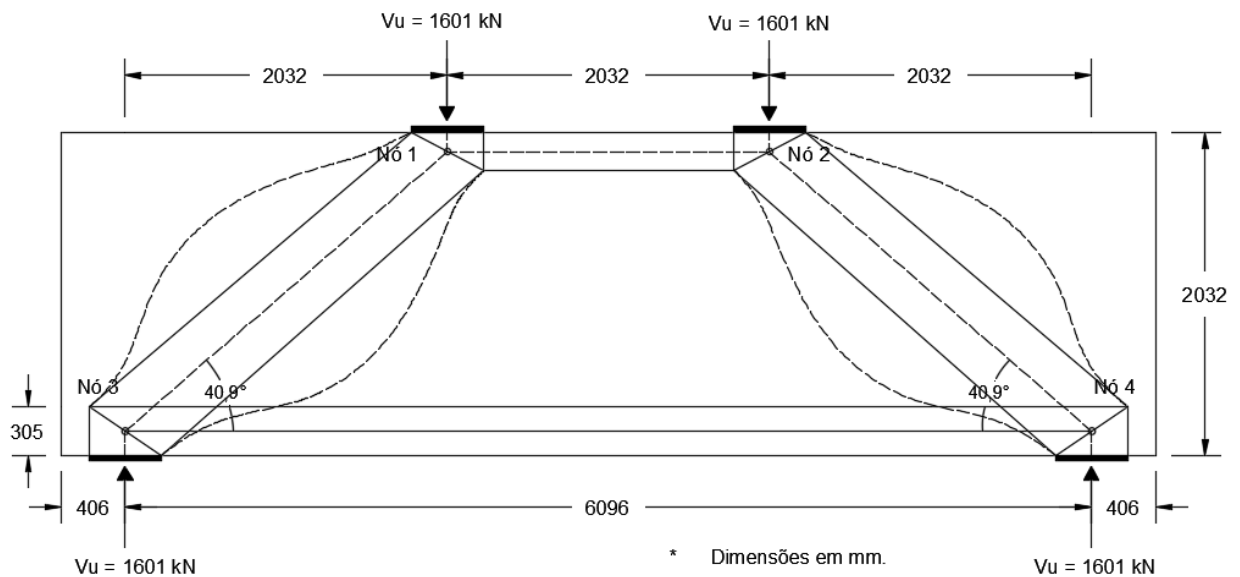


Figura 31 – Modelo final da viga-parede A, calculada segundo ABNT (2014)

As forças nas barras da treliça estão dispostas na Tabela 6.

Tabela 6 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede A, calculados segundo ABNT (2014)

Força	Valor (kN)
Biela F_{12}	-1.849,0
Biela F_{13}	-2.445,8
Biela F_{24}	-2.445,8
Tirante F_{34}	+1.849,0

Além disso, as tensões nas bielas, equivalentes às tensões concomitantes aos nós 1 e 2, devem ser verificadas. Como a norma não se refere a fatores de redução de resistência de bielas em garrafa, adota-se, por segurança, o pior caso dentre os apresentados no tópico 2.3.2.

$$f^*_{cd_{1-2}} = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{29,6}{1,4} = 15,8 \text{ MPa}$$

$$f^*_{cd_{1-3}} = f^*_{cd_{2-4}} = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,60 \cdot 0,9 \cdot \frac{29,6}{1,4} = 11,2 \text{ MPa}$$

As tensões encontradas nas bielas (15,2 MPa para a biela 1-2 e 10,0 MPa para as bielas 1-3 e 2-4) estão abaixo dos limites obtidos.

Para o cálculo da área de armadura necessária, determina-se a resistência ao escoamento de projeto do aço pela Equação (5).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{414}{1,15} = 360 \text{ MPa}$$

Assim, calcula-se a área de aço dos tirantes, através da Equação (6).

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1.849,0 \cdot 10^3}{360 \cdot 10^6} = 0,00514 \text{ m}^2 = 51,4 \text{ cm}^2$$

A armadura dos tirantes é disposta em 3 colunas de 4 barras com diâmetro de 25 mm, obtendo-se um espaçamento vertical entre barras de 45 mm e, horizontal, de 181 mm. Estes valores, segundo a norma brasileira, devem ser iguais ou superiores a 25 e 30 mm, respectivamente. O comprimento de ancoragem necessário é de 597 mm e disposto em grampos horizontais nas barras.

A distribuição da armadura de pele se dá por meio de 9 camadas de 2 barras de 12,5 mm a cada 20 cm de distância. A armadura vertical está distribuída em 37 barras de 5,0 mm de diâmetro a cada 19 cm.

O respectivo detalhamento está exposto na Figura 32.

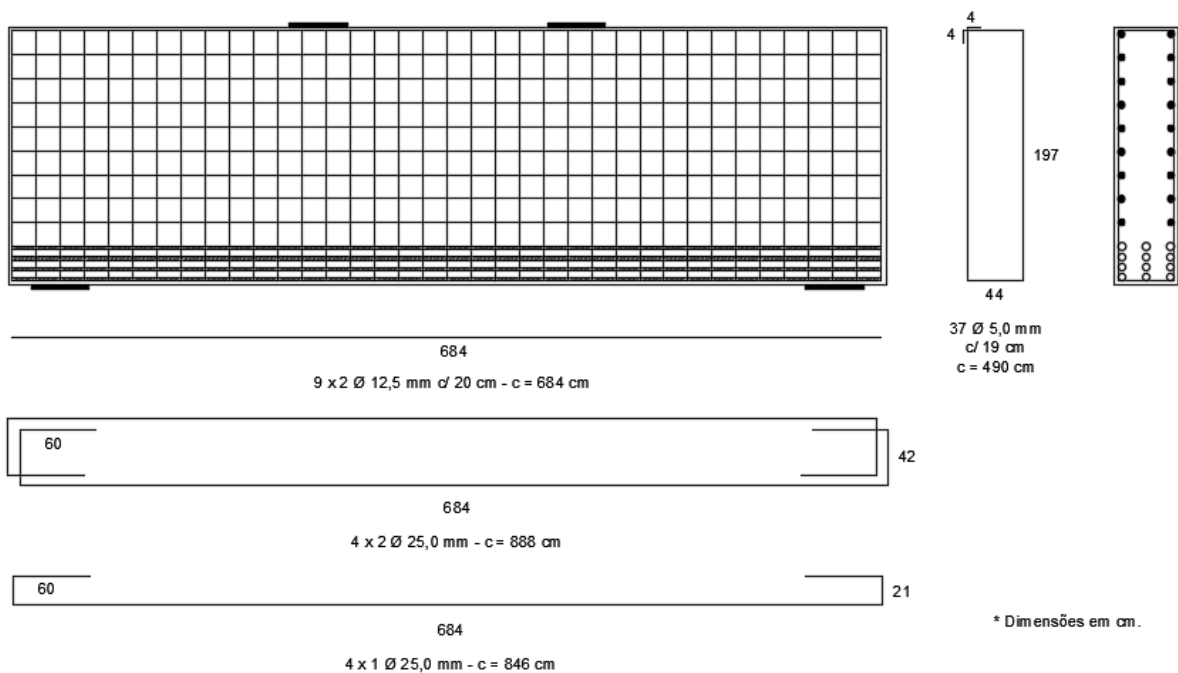


Figura 32 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede A, obtido com dimensionamento segundo ABNT (2014)

4.1.5 Análise e comparação dos resultados

Em primeiro momento, é possível observar que as referências utilizadas apresentam critérios díspares relacionados aos ângulos mínimos e máximos entre bielas e tirantes. Schlaich *et al.* (1987) propõem intervalos mais rígidos aos ângulos, sendo o mínimo de 45° . Devido a este fato, o modelo de viga-parede A não se enquadrava nas recomendações dos autores e passou por alterações geométricas. A norma brasileira apresenta um intervalo maior para a variável, entretanto são as normas ACI 318 (ACI, 2011) e CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) que se apresentam como mais flexíveis. A norma americana ainda estabelece um limite inferior para o ângulo, ao passo que a europeia não impõe restrições a este aspecto. Os ângulos dos modelos de bielas e tirantes finais para cada dimensionamento, bem como demais variáveis, estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação dos valores obtidos no dimensionamento da viga-parede A por métodos diferentes

Referência	θ (°)	f_{cd} (MPa)	A_s (cm ²)	w_t (mm)
Schlaich <i>et al.</i> (1987)	53,6	15,6	32,8*	337*
ACI 318 (ACI, 2011)	42,0	17,6	57,3**	207**
CEB-FIP <i>Model Code</i> 2010 (FIB, 2012)	41,5	19,7	50,3	244
NBR 6118 (ABNT, 2014)	40,9	18,6	51,4	305

* Valores calculados para o modelo modificado da viga-parede A

** Valores calculados utilizando resistências específicas à compressão do concreto e ao escoamento do aço, com base em ACI (2011)

Com relação às referências que utilizam em cálculo a resistência específica à compressão do concreto (f'_c), pode-se notar que as fórmulas para cálculo da resistência à compressão de projeto do concreto (f_{cd}) – em que não há inclusão de fatores de redução conforme tipos de bielas ou nós – apresentam coeficientes de redução fixos da resistência diferentes. Schlaich *et al.* (1987) fornecem um coeficiente de $\frac{0,85}{1,5}$, o qual resulta em um valor de aproximadamente 0,57; ao passo que a norma americana ACI 318 (ACI, 2011) utiliza o valor de $0,85 \cdot 0,75$ para redução geral da resistência – gerando um fator de aproximadamente 0,64. É importante notar que o dimensionamento realizado por meio das recomendações de Schlaich *et al.* (1987) gera resultados mais conservadores em relação à resistência à compressão do concreto.

Já as normas CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e NBR 6118 (ABNT, 2014) utilizam a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}). Para a primeira, o coeficiente geral de redução da resistência é de $\frac{\eta_{fc}}{1,5}$ – no qual η_{fc} corresponde a um fator calculado a partir de f_{ck} e tende a reduzir conforme aumento deste. Para a norma brasileira, este coeficiente corresponde a $\frac{\alpha_{v2}}{1,4}$, sendo α_{v2} também determinado através de f_{ck} . Devido a estas variáveis, não é possível comparar os fatores de redução de resistência e, conseqüentemente, o grau de liberdade de projeto oferecido pelas normas no cálculo de tensões máximas de compressão.

Dentre as quatro referências analisadas, para o respectivo caso de viga-parede, obteve-se menor valor de resistência à compressão de projeto do concreto (f_{cd}) com Schlaich *et al.* (1987) e, o maior, com CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012). Os demais valores podem ser observados na Tabela 7.

Para a resistência ao escoamento de projeto do aço, como as normas e autores utilizam valores diferentes para cálculo – sendo a norma americana usuária do valor específico da resistência e , as demais fontes, do característico – e o modelo de viga-parede é alterado para uma destas, é possível realizar adequada comparação somente entre duas referências neste aspecto. O dimensionamento por CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) resultou em uma área de armadura principal (A_s) de $50,3 \text{ cm}^2$ e, pela NBR 6118 (ABNT, 2014), de $51,4 \text{ cm}^2$, como disposto na Tabela 7.

Como a redução da resistência do aço é a mesma para as duas normas, pode-se atribuir a diferença entre áreas de armadura às forças internas calculadas para bielas e tirantes. O cálculo destes valores foi ditado pela altura ideal de distribuição da armadura, sendo esta, portanto, a responsável pela diferença de *valores de área* entre referências.

Os coeficientes de redução da resistência à compressão do concreto utilizados nos nós 1 e 2 (tipo C-C-C), nós 3 e 4 (tipo C-C-T), biela 1-2 (prismática) e bielas 1-3 e 2-4 (formato em garrafa) estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Comparação dos coeficientes de redução da resistência à compressão utilizados no dimensionamento da viga-parede A por meio de diferentes fontes

Referência	Nós C-C-C	Nós C-C-T	Biela prismática	Bielas em garrafa
Schlaich <i>et al.</i> (1987)	1,20	0,80	1,00	0,80
ACI 318 (ACI, 2011)	1,00	0,80	1,00	0,75
CEB-FIP <i>Model Code</i> 2010 (FIB, 2012)	1,00	0,75	1,00	0,75
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,85	0,72	0,85	0,60*

* Valor levantado como pior caso para biela em garrafa, devido ao fato da norma brasileira não apresentar fatores específicos a este tipo de biela

Analisando os coeficientes da Tabela 8 isolados dos fatores fixos de redução da resistência à compressão, é possível notar que os valores apresentados pela norma brasileira são mais conservadores. Entretanto, ao mesmo tempo que Schlaich *et al.* (1987) apresenta valores menores de resistência de projeto à compressão do concreto, possui coeficientes de redução que se caracterizam por serem superiores aos demais.

Com relação às larguras dos campos de tensão, ressalta-se que as recomendações de Schlaich *et al.* (1987) envolvem a realização de nós hidrostáticos, consideração esta não recomendada por ACI 318 (ACI, 2011) e não comentada por CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e NBR 6118 (ABNT, 2014).

Além disso, CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e NBR 6118 (ABNT, 2014) não abordam requisitos para realização de bielas em formato de garrafa. Schlaich *et al.* (1987) propõem uma verificação de relações entre dimensões da biela, tensões atuantes e resistência à compressão considerada, enquanto ACI 318 (ACI, 2011) dispõe de um requisito de armadura e espaçamento mínimo para evitar fissuração nestes campos de tensão.

Por fim, observa-se que os critérios utilizados por Tjhin e Kuchma (2002) para dimensionamento do elemento, baseados na versão de 2002 de ACI 318 (ACI, 2002), diferem das recomendações da versão de 2011. O ACI 318 (ACI, 2011) apresenta equação para largura máxima do tirante, dimensão esta não determinada no dimensionamento original. Também, realizam ancoragem da armadura principal através de ganchos verticais, o que não é recomendado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e por Souza (2004).

4.2 MODELO DE VIGA-PAREDE B

O modelo de viga-parede B foi dimensionado utilizando somente uma das quatro referências aplicadas ao modelo A, fonte esta escolhida com base na análise realizada em 4.1.5. A norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta limites superiores e inferiores para os ângulos entre bielas e tirantes e estes não se constituem um intervalo rígido. Além disso, a norma se caracteriza pelo código normativo do assunto que se encontra em vigor no país. Por estes motivos, tal norma foi utilizada para o dimensionamento do modelo B.

Submetendo-se o modelo de viga-parede B para análise no *software* Abaqus – com um módulo de elasticidade secante do concreto de 28.980,0 MPa e um coeficiente de Poisson de 0,2 –, obtém-se o fluxo interno de tensões apresentado na Figura 33. A viga-parede foi esboçada no programa como elemento de casca bidimensional (*shell*) e discretizada em 920 elementos quadriláteros com 4 nós cada.

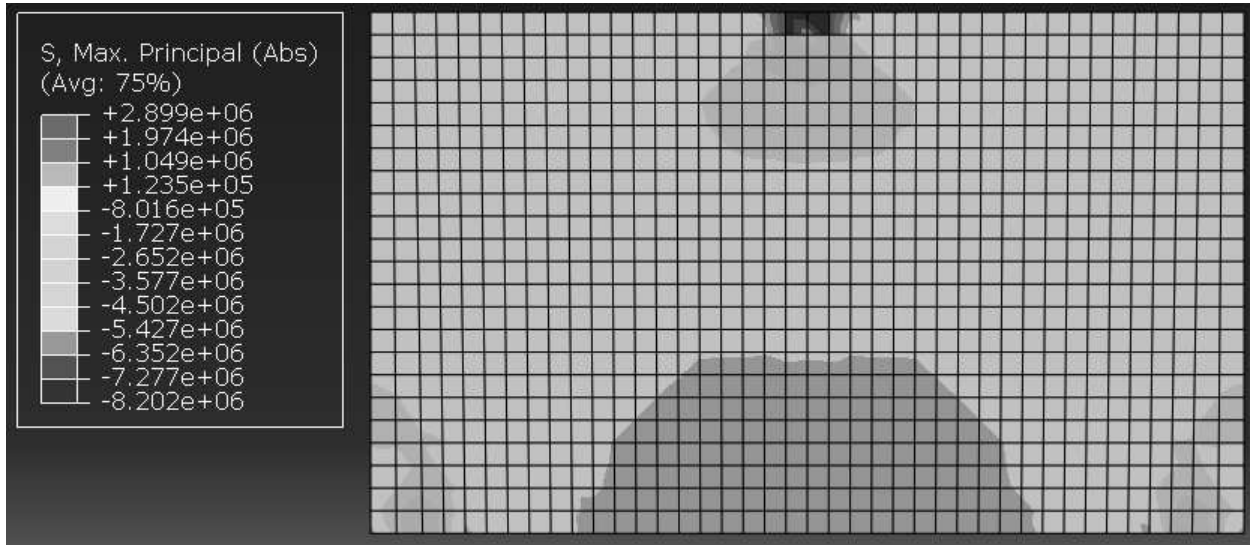


Figura 33 – Análise do fluxo de tensões do modelo de viga-parede B no *software* Abaqus, em N/m^2

O modelo de bielas e tirantes, com base na análise realizada, está disposto na Figura 34.

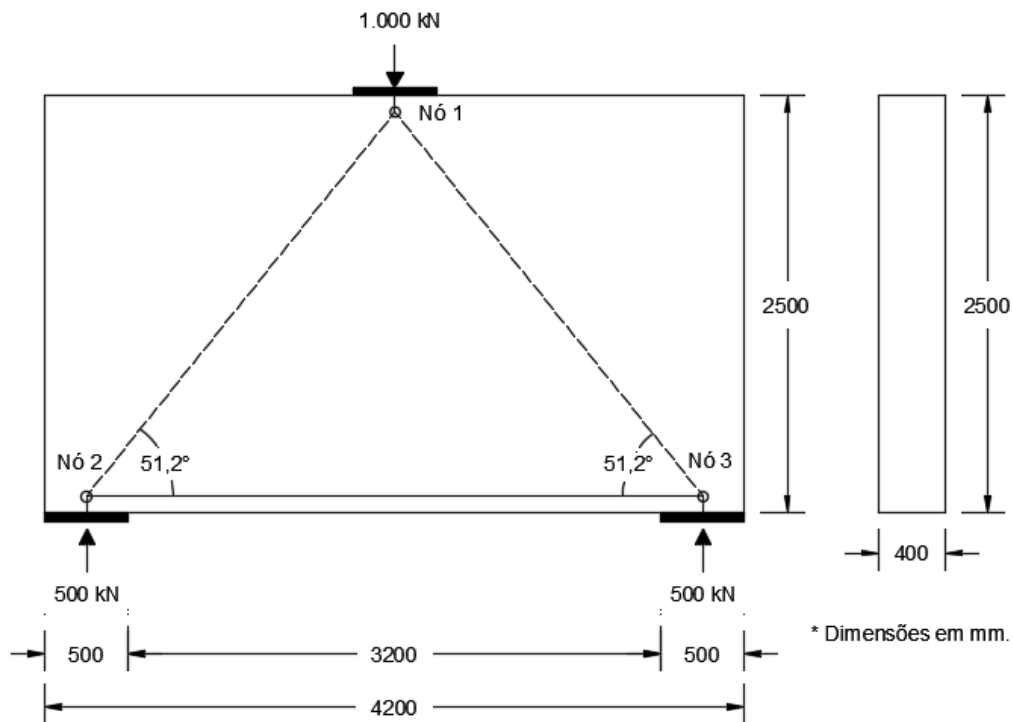


Figura 34 – Modelo de bielas e tirantes inicial para a viga-parede B

Com base na comparação entre referências realizada no item 4.1.5, o modelo de viga-parede B é dimensionado pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Apesar da norma brasileira não estabelecer requisitos para bielas em garrafa, proporciona limites inferiores e

superiores para os ângulos entre bielas e tirantes e se caracteriza pela referência normativa no assunto que está em vigor no país.

Os ângulos entre bielas e tirantes do modelo apresentado na Figura 34 estão dentro do intervalo fornecido pela norma. Inicialmente, analisam-se as tensões próximas aos pontos de carga e apoio.

$$\sigma_c = \frac{V_u}{A_p} = \frac{1000 \cdot 10^3}{500 \cdot 400} = 5,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{V_u}{A_p} = \frac{500 \cdot 10^3}{500 \cdot 400} = 2,5 \text{ MPa}$$

Calcula-se o fator α_{v2} com base na resistência característica à compressão do concreto de 25 MPa, através da Equação (23).

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

Com a Equação (22), têm-se os valores de resistência à compressão do concreto. Considera-se ν como 0,85 para o nó C-C-C e 0,72 para os nós C-C-T.

$$f^*_{cd_{CCC}} = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} = 13,7 \text{ MPa}$$

$$f^*_{cd_{CCT}} = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,72 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} = 11,6 \text{ MPa}$$

Como as tensões calculadas são inferiores aos limites determinados, pode-se prosseguir com o dimensionamento do elemento com as respectivas distribuições de forças.

Como a altura ideal de distribuição da armadura principal da referência é de 15% da altura total do elemento, tem-se uma largura do tirante equivalente a 380 mm para o modelo de viga-parede B (ABNT, 2014). A partir disto, refina-se o modelo de bielas e tirantes, obtendo-se também as larguras das bielas 1-2 e 1-3 (Figura 35).

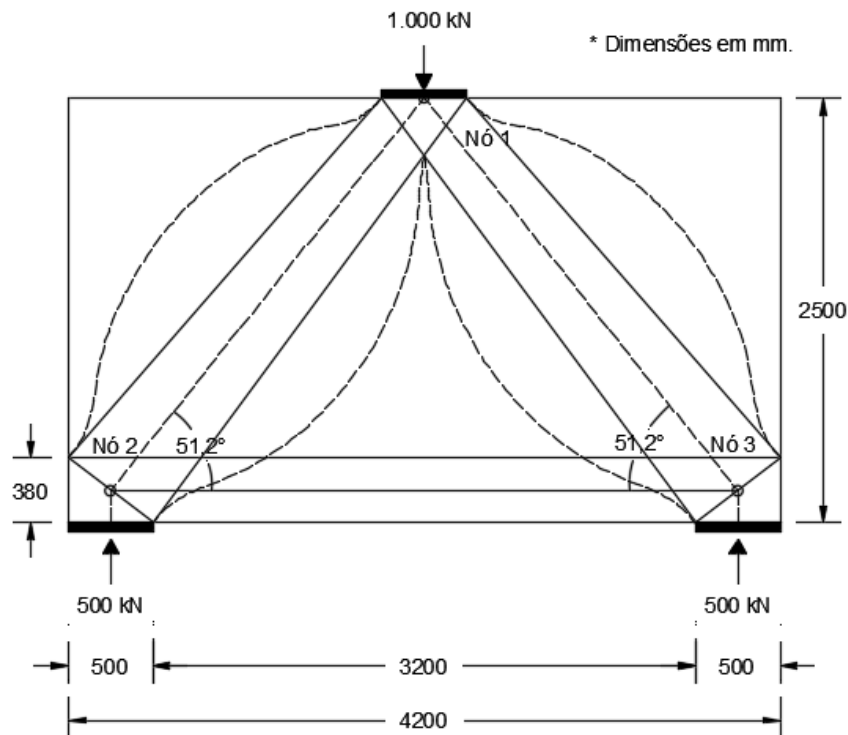


Figura 35 – Modelo final da viga-parede B, calculada segundo ABNT (2014)

As forças nas barras da treliça idealizada estão dispostas na Tabela 9.

Tabela 9 – Valores das forças nas bielas e tirantes do modelo refinado da viga-parede B, calculados segundo ABNT (2014)

Força	Valor (kN)
Biela F_{12}	-641,7
Biela F_{13}	-641,7
Tirante F_{23}	+402,2

As tensões concomitantes das bielas no nó 1 (tipo C-C-C) equivalem a 4,0 MPa. Para os nós 2 e 3 (tipo C-C-T), esse valor é de 2,6 MPa. Como estes valores são inferiores aos limites calculados, compreende-se que as regiões nodais suportam as tensões adjacentes.

Para a verificação das bielas em garrafa, como a norma brasileira não especifica o fator a aplicar nestes tipos de campo de tensão, por segurança adota-se o menor coeficiente ν apresentado pelo código (0,60). Assim, é possível determinar a resistência à compressão efetiva destes campos de tensão.

$$f^*_{cd_{1-2}} = f^*_{cd_{1-3}} = \nu \alpha_{v2} f_{cd} = 0,60 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,4} = 9,6 \text{ MPa}$$

A maior tensão encontrada nas bielas 1-2 e 1-3, referentes à região de menor área dos campos, é de 4,0 MPa. Verifica-se, portanto, a adequação das bielas aos limites de compressão.

Para o cálculo da armadura do tirante, encontra-se, primeiramente, a resistência ao escoamento de projeto do aço pela Equação (5).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ MPa}$$

Em seguida, a área de armadura necessária é determinada pela Equação (6).

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{402,2 \cdot 10^3}{434,8 \cdot 10^6} = 0,00093 \text{ m}^2 = 9,3 \text{ cm}^2$$

A armadura dos tirantes pode ser disposta em 2 colunas de 4 barras de 12,5 mm. Considerando um cobrimento de armadura de 30 mm (classe de agressividade ambiental II), as barras estão espaçadas verticalmente em 86 mm e, horizontalmente, em 305 mm. Os valores mínimos de espaçamento determinados através da norma brasileira são de, respectivamente, 20 e 30 mm.

Para a determinação da ancoragem, adota-se a dimensão máxima característica do agregado graúdo como 25 mm e barras nervuradas para a armadura. O comprimento de ancoragem necessário resulta em 436 mm e disposto em grampos horizontais.

A área de armadura de pele necessária é de 10,0 cm² por face. Para tanto, são distribuídas 12 camadas de 2 barras de diâmetro 12,5 mm a cada 18 cm de altura da viga-parede. Já a área de armadura vertical necessária é de 0,03 cm²/m por face, o que corresponde a 23 barras de diâmetro 5,0 mm a cada 19 cm.

O detalhamento do modelo de viga-parede B está apresentado na Figura 36.

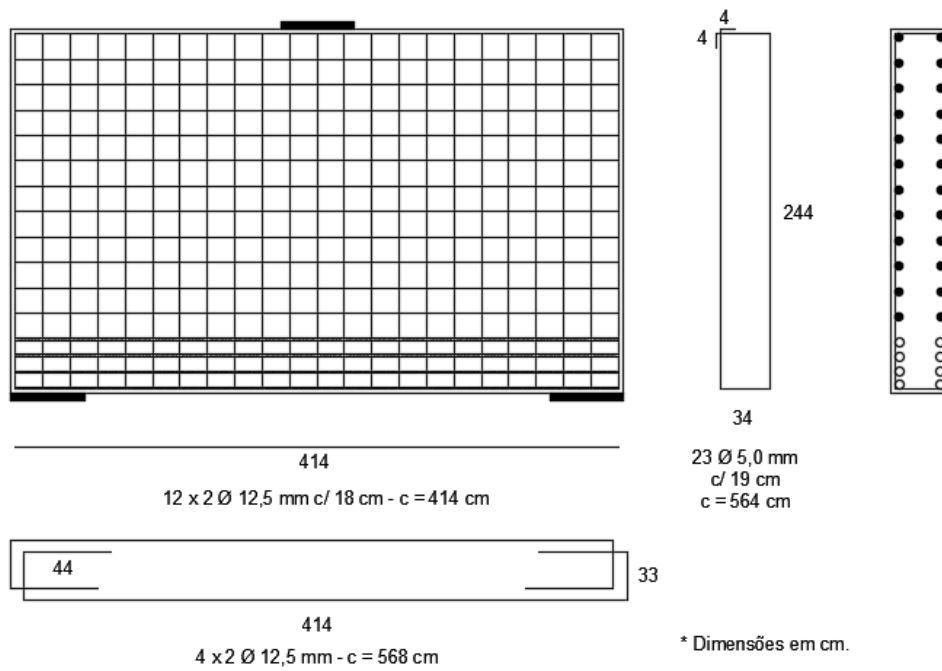


Figura 36 – Detalhamento da armadura do modelo de viga-parede B, obtido com dimensionamento segundo ABNT (2014)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É possível observar, por meio do dimensionamento dos elementos abordados no presente trabalho através do método de bielas e tirantes, que o último se apresenta como uma vantajosa ferramenta para análise de elementos com descontinuidade. Isto porque o método se baseia em análises dos fluxos de tensão no interior de estruturas, proporcionando uma visualização dos campos de tensão nos elementos estruturais e, conseqüentemente, possibilitando a análise de regiões críticas. Com isto, é possível detalhar armaduras com maior confiabilidade. Além disso, o método já é estabelecido por diversos códigos normativos nacionais e internacionais e estudado por diferentes autores.

Por ser um procedimento simples e, até certo ponto, intuitivo, o método de bielas e tirantes não apresenta significativas dificuldades na sua aplicação a estruturas bidimensionais. É possível, entretanto, encontrar adversidades na própria compreensão do método. Um ponto importante diz respeito à percepção dos tipos de bielas e casos nos quais cada uma delas se fazem presentes. Após a total compreensão da teoria, a sua aplicação se torna relativamente sistemática e simplificada.

Destaca-se que os passos de maior importância na aplicação do método se referem à elaboração do modelo de bielas e tirantes para o elemento analisado, o refinamento do modelo – levando em consideração as larguras efetivas dos campos de tensão –, a verificação destas tensões e o cálculo de área de armadura principal necessária.

Analisando-se os pontos levantados na comparação entre as referências utilizadas para aplicação do método, é notável que há uma discrepância de critérios entre diferentes normas e autores. A norma americana ACI 318 (ACI, 2011) se apresenta como uma fonte mais completa sobre o assunto e possui maior rigorosidade em relação ao dimensionamento de tirantes. Schlaich *et al.* (1987) fornecem recomendações mais rígidas para a elaboração de modelos de bielas e tirantes e dá prioridade à elaboração de nós hidrostáticos, o que não é aconselhado pela norma americana. Já o código europeu CEB-FIP *Model Code* 2010 (FIB, 2012) e a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) tratam do método de maneira mais simplificada e objetiva.

Observa-se, com relação às normas europeia e brasileira, que alguns critérios não são abordados. Ambas não comentam sobre a aceitação ou não dos nós hidrostáticos nos modelos, ou ainda sobre as relações máximas permitidas entre as maiores e menores tensões de compressão concomitantes em uma mesma região nodal. Também, não definem requisitos

para dimensionamento das bielas em garrafa. Com relação a este aspecto, o código ACI 318 (ACI, 2011) apresenta uma verificação mais coerente deste tipo de biela do que Schlaich *et al.* (1987), já que o primeiro leva em consideração a armadura efetivamente disposta no elemento a fim de evitar possíveis fissurações nos campos de tensão.

É interessante ressaltar que a norma brasileira classifica os elementos de viga e viga-parede com base na relação de vão entre apoios e altura. Tal critério não abrange todos os elementos do tipo que apresentam descontinuidades estáticas, fazendo com que seja exigida a aplicação do método de bielas e tirantes a somente uma parcela destas estruturas. Se faz necessária, portanto, uma abordagem da norma voltada à necessidade de utilização do método para dimensionamento de vigas com presença de descontinuidade em geral.

Apesar da maior complexidade da norma ACI 318 (ACI, 2011), a mesma apresenta alguns pontos suscetíveis à interpretação, como a consideração da largura de bielas na verificação de bielas em garrafa. Também, percebe-se que há uma diferença de valores de resistência utilizados pela norma americana e demais fontes, podendo, em algum ponto do procedimento de cálculo, ocorrer inconsistências.

Por fim, compreende-se que, apesar da diversidade de critérios adotados por normas e autores sobre o assunto, o método de bielas e tirantes é uma importante e necessária ferramenta de cálculo de elementos estruturais com descontinuidades.

6 REFERÊNCIAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO). **AASHTO LRFD Bridge – Design Specifications**. Washington: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2012, 1661 p.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI CT-13: ACI Concrete Terminology**. Farmington Hills: American Concrete Institute, jan. 2013.

_____. **ACI 318: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 1995, 369 p.

_____. **ACI 318: Building code requirements for structural concrete (ACI 318-02) and commentary (ACI 318R-02)**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2002, 443 p.

_____. **ACI 318: Building code requirements for structural concrete (ACI 318-05) and commentary (ACI 318R-05)**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2005, 490 p.

_____. **ACI 318: Building code requirements for structural concrete (ACI 318-11) and commentary**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2011, 503 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 12655: Concreto de cimento Portland – Preparo, controle, recebimento e aceitação – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2015. 29 p.

_____. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2004. 221 p.

_____. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

BROWN, Michael D.; SANKOVICH, Cameron L.; BAYRAK, Oguzhan; JIRSA, James O.; BREEN, John E.; WOOD, Sharon L. **Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models**. Austin, 2006. 330 p.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION (CSA). **A23.3-04: Design of concrete structures**. Ontario: Canadian Standards Association, 2004, 214 p.

CARVALHO FILHO, Ronan V. de; NÓBREGA, Rodrigo J. C.; ALMEIDA, Flavia G. P. de. Análise do dimensionamento de vigas de concreto armado sob flexão simples quanto a ductilidade. **Revista de Engenharia Civil IMED**, Passo Fundo, v. 2, n. 2, p. 3-7, 2015.

CARVALHO, João D. N. de. Sobre as origens e desenvolvimento do concreto. **Revista Tecnológica**, Maringá, v. 17, n. 1, p. 19-28, 2008.

CARVALHO, Roberto C.; FIGUEIREDO FILHO, Jasson R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN (CPH). **Instrucción del Hormigón Estructural (EHE)**. Madrid, 1999, 456 p.

COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN (CPH). **Instrucción del Hormigón Estructural (EHE-08)**. Madrid, 2008, 620 p.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB). **CEB-FIP Model Code 1990**. London: Thomas Telford, 1993, 437 p.

COMITÉ EUROPEEN DE NORMALISATION (CEN). **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1**. Brussels, 2004, 225 p.

CUNHA, Patrícia Carla da. **Comportamento crítico e pós-crítico de placas dobradas**. 2005. 195 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE (FIP). **Practical design of structural concrete**. London: SETO, 1999, 113 p.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (FIB). **CEB-FIP Model Code 2010**. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, v. 2, n. 65, 2012, 331 p.

FERNANDES, Rejane M. **A influência das ações repetidas na aderência aço-concreto**. 2000. 155 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

HIBBELER, Russel Charles. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

KARMAZÍNOVÁ, Marcela; MELCHER, Jindrich. Influence of steel yield strength value on structural reliability. **Recent Researches in Environmental and Geological Sciences**, Kos Island, p. 441-446, 2012.

MACGREGOR, James G. Derivación de modelos de bielas y tirantes para el Código ACI 2002. **ACI SP-208: Ejemplos para el diseño de hormigón estructural usando Modelos de Bielas y Tirantes**, Farmington Hills, v. 208, 7-40, 2002.

NEPOMUCENO, Chaira L. **Análise de vigas-parede aplicando modelo de biela e tirante e microtreliça**. 2012. 159 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

PANTOJA, João da C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes**. 2012. 240 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

PEDROSO, Fábio L. Concreto: as origens e a evolução do material construtivo mais usado pelo homem. **Revista Concreto & Construções**, São Paulo, Ano XXXVII, n. 53, p. 14-19, 2009.

SANTOS, Daniel dos. **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes**. 2006. 171 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

SANTOS, Daniel dos; GIONGO, José Samuel. Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 10, n. 46, p. 61-90, 2008.

SANTOS, Gláucia Gleice M. **Análise sistemática de vigas-parede biapoiadas de concreto armado**. 1999. 150 p. Dissertação (Mestrado em Ciências de Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

SCHÄFER, Kurt; SCHLAICH, Jörg. Consistent Design of Structural Concrete Using Strut-And-Tie Models, 1988. In: SOUZA, Rafael A. de. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. 379 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SCHLAICH, Jörg; SCHÄFER, Kurt; JENNEWEIN, Mattias. Toward a consistent design of structural concrete. **PCI Journal**, Chicago, v. 32, n. 3, p. 74-150, mai. 1987.

SHAH, Attaullah; HAQ, Ehsanul; KHAN, Salimullah. Analysis and Design of Disturbed Regions in Concrete Structures. **Procedia Engineering**, Hong Kong, v. 14, p. 3317-3324, 2011.

SILVA, Reginaldo C. da. **Concreto armado: aplicações de modelos de bielas e tirantes**. 1991. 202 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.

SIMÃO, David W. da G. **Análise e dimensionamento de vigas de concreto armado com aberturas na alma**. 2014. 99 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Materiais) – Pós Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2014.

SINDICATO NACIONAL DA INDÚSTRIA DO CIMENTO (SNIC). **Press Kit 2013 – Agosto**. Rio de Janeiro, 2013. 22 p.

SOUZA, Rafael A. de; BITTENCOURT, Túlio N. Definição de expressões visando relacionar f'_c e f_{ck} . In: **ENTECA 2003 - IV ENCONTRO TECNOLÓGICO DA ENGENHARIA E ARQUITETURA**, Maringá, p. 282-290, 2003.

SOUZA, Rafael A. de. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. 379 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

THOMPSON, Michael K. **The Anchorage Behavior of Headed Reinforcement in CCT Nodes and Lap Splices**. 2002. 502 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Faculty of the Graduate School, University of Texas, Austin, 2002.

TJHIN, Tjen N.; KUCHMA, Daniel A. Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura). **ACI SP-208: Ejemplos para el diseño de hormigón estructural usando Modelos de Bielas y Tirantes**, Farmington Hills, v. 208, p. 81-90, 2002.

WEBER, Luis Fernando L. **Cobrimento de armadura em estruturas de concreto armado: análise comparativa entre os valores projetados e executados nas obras do Vale do Taquari**. 2014. 97 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia Civil) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2014.