

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**RUDIMAR REIS FILHO**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL PARA  
PREVISÃO DE DEPOSIÇÃO DE PARAFINA EM TUBULAÇÕES DE  
TRANSPORTE DE PETRÓLEO**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO 2**

**GUARAPUAVA**

**2015**

**RUDIMAR REIS FILHO**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL PARA  
PREVISÃO DE DEPOSIÇÃO DE PARAFINA EM TUBULAÇÕES DE  
TRANSPORTE DE PETRÓLEO**

Trabalho de Conclusão de Curso 2  
apresentada como requisito parcial à  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Mecânica da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. André Damiani  
Rocha

**GUARAPUAVA**

**2015**



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Campus Guarapuava  
Diretoria de Graduação e Educação Profissional  
Coordenação de Engenharia Mecânica  
Engenharia Mecânica



---

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL PARA PREVISÃO DE  
DEPOSIÇÃO DE PARAFINA EM TUBULAÇÕES DE TRANSPORTE DE  
PETRÓLEO**

**POR**

**RUDIMAR REIS FILHO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 29 de junho de 2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof. Dr. André Damiani Rocha  
Orientador

---

Prof. Dr. Ismael De Marchi Neto  
Membro

---

Profa. Dra. Raquel da Cunha Ribeiro da Silva  
Membro

---

Prof. Msc. Luciano Zart Olanyk  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador André Damiani da Rocha pela disponibilidade, apoio e confiança. Exemplo de pessoa, grande professor e amigo.

Aos professores que participaram da minha graduação. Em especial aos professores que lecionaram as matérias utilizadas nesse trabalho.

## RESUMO

A deposição de parafina é um dos problemas mais críticos na operação de sucção de petróleo em águas profundas e ultra-profundas devido à troca de calor entre o óleo e a água do mar. Prever e compreender distribuição da temperatura nos dutos, mecanismos de deposição de parafina, e a posição em que se inicia esse fenômeno é crucial para as empresas que trabalham nessa área de extração e refino de petróleo. A formação de partículas sólidas que se depositam na parede da tubulação e as partículas sólidas que escoam juntamente com o fluido acarretam na diminuição da produção, tanto por causa da perda de carga devido ao diâmetro comprometido quanto na velocidade e potência requerida para bombear o fluido mais denso aumentando o custo de produção. Para determinar a temperatura e posição em que inicia esse fenômeno de deposição de parafina foram resolvidos dois casos distintos através da simulação numérica pelo método de Euler. Casos de escoamento entre duas placas paralelas de largura infinita com o fluido escoando entre elas. O escoamento é hidrodinamicamente desenvolvido e o perfil térmico ainda em desenvolvimento. A diferença entre os casos estudados é que para o primeiro deles a temperatura das placas paralelas permanece constante enquanto para o segundo caso o fluxo de calor que atravessa as placas paralelas é constante. A intenção é de saber a temperatura do escoamento em vários pontos da malha computacional. Para validar os códigos os resultados obtidos do Número de Nusselt foram comparados com os encontrados na literatura.

### **Palavras-chave**

Deposição de parafina, Simulação Numérica, Número de Nusselt

## ABSTRACT

Le dépôt de cire est l'un des problèmes les plus critiques à l'opération d'aspiration d'huile dans les eaux profondes et ultra-profondes en raison de l'échange de chaleur entre l'eau de l'huile et de la mer. Prédire et comprendre la distribution de la température dans les conduits, les mécanismes de dépôt de paraffine, et la position dans laquelle ce phénomène commence est crucial pour les entreprises qui travaillent dans ce domaine et l'extraction de raffinage du pétrole. La formation de particules solides qui se déposent dans la paroi du tuyau et les particules solides qui circulent avec le fluide entraîne une diminution de la production, à la fois en raison de la perte de pression due à diamètre compromise comme la vitesse et la puissance nécessaire pour pomper le fluide plus Dense qui augmente le coût de production. Pour déterminer la température et la position dans le lancement de ce phénomène ont été résolus deux simulations numériques par la méthode d'Euler des équations de conservation mouvement et d'énergie pour les deux conditions d'écoulement différentes. Dans les deux conditions, le flux entre deux plaques parallèles de largeur infinie avec le fluide circulant entre celles-ci. Le flux est hydrodynamique développé et le profil thermique en cours de développement. La différence entre les cas étudiés est que pour la première des plaques parallèles, la température reste constante tandis que pour le second cas, le flux de chaleur à travers les plaques parallèles est constante. L'objectif est de connaître la température du flux en différents points du maillage de calcul. Pour valider les résultats obtenus numéro Code de Nusselt ont été comparés avec ceux trouvés dans la littérature et validant ainsi les codes informatiques.

### **Mots-clés:**

Dépôt de la Paraffine, Simulation Numérique, Nombre de Nusselt.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Exemplo de uma linha bloqueada por deposição de parafinas .....	14
Figura 2: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação da massa.....	19
Figura 3: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de quantidade de movimento, termos convectivos.....	20
Figura 4: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de quantidade de movimento, forças atuantes.....	21
Figura 5: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de energia, termos de condução de calor. ....	24
Figura 6: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de energia, termos de convecção de calor.....	24
Figura 7: Método explícito e implícito - Fonte: Poli USP .....	29
Figura 8: Esquema do domínio computacional. ....	33
Figura 9: Esquema do domínio computacional para a condição de fluxo de calor especificado na parede. ....	34
Figura 10: Perfil de velocidade desenvolvido. ....	37
Figura 11: Perfil de temperatura.....	38
Figura 12: Distribuição da Temperatura em relação à Posição Axial .....	38
Figura 13: Nusselt em função da Posição Axial. ....	39
Figura 14: Perfil de Temperatura.....	41
Figura 15: Distribuição da Temperatura Média em relação à Posição Axial .....	42
Figura 16: Valor do Nusselt em função da Posição Axial.....	42

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados de entrada .....	37
Tabela 2: Número de Nusselt – escoamento laminar e desenvolvido (INCROPERA,2011).....	39
Tabela 3: Constantes e Autovalores (Kays e Crawford, 1993).....	40



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1 OBJETIVO .....	16
1.2 JUSTIFICATIVA.....	16
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	16
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>17</b>
2.1 MÉTODO DE EULER .....	17
<b>3 MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE DE ESCALA .....</b>	<b>19</b>
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA .....	19
3.2 ANÁLISE DE ESCALA.....	25
<b>4 MÉTODO NUMÉRICO.....</b>	<b>29</b>
4.1 CONSIDERAÇÕES DA GEOMETRIA .....	33
4.2 CONSIDERAÇÕES DO ESCOAMENTO.....	33
4.3 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	34
<b>5 RESULTADOS .....</b>	<b>36</b>
5.1 RESULTADOS PARA A CONDIÇÃO DE TEMPERATURA ESPECIFICADA NA PAREDE.....	36
5.2 RESULTADOS PARA CONDIÇÃO DE FLUXO DE CALOR CONSTANTE.....	41
<b>6 CONCLUSÃO.....</b>	<b>44</b>
<b>7 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>45</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>47</b>
<b>CÓDIGO COMPUTACIONAL – TEMPERATURA CONSTANTE .....</b>	<b>47</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>51</b>
<b>CÓDIGO COMPUTACIONAL – FLUXO DE CALOR CONSTANTE .....</b>	<b>51</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Garantir o escoamento principalmente na extração de óleo tornou-se um dos principais temas na indústria de petróleo. A grande demanda, a utilização em larga escala do petróleo e o esgotamento parcial das reservas em terra levaram alguns países à exploração em alto mar. As estatísticas mostram que nos últimos anos a exploração *offshore*, ou seja, afastada da costa está cada vez mais presente no cenário mundial. A produção em águas profundas e ultras profundas é bastante distinta da exploração em terra, altíssimas pressões e baixas temperaturas são alguns desafios desse tipo de exploração. Estudos apontam que as lâminas d'água podem chegar a 3.000 metros aqui no Brasil, e ainda podendo ser maiores devido às novas pesquisas e descobertas.

Nessas condições, um dos grandes problemas que estimulam pesquisadores e novos estudos é o da deposição de parafina no interior dos tubos de transporte de óleo FIGURA 1. Essa formação de partículas sólidas acarreta na perda de produção, pois o diâmetro da tubulação fica reduzido e devido à perda de carga, maior será a potência requerida para a extração e conseqüentemente maior o custo desse processo. Além disso, quanto maior o número de hidrocarbonetos sólidos escoando juntamente com o óleo mais pesado fica o óleo e mais difícil é sua extração, justamente, minimizar o custo de extração, é o que as grandes indústrias de petróleo querem minimizar. Em razão desse problema existe um grande número de publicações sobre esse tema.



**Figura 1: Exemplo de uma linha bloqueada por deposição de parafinas**  
Fonte: Cortesia do CENPES / Petrobras.

A maioria dos modelos disponíveis sobre esse fenômeno faz uso de constantes empíricas e fatores de correção que torna cada modelo específico para um caso em particular. Estes modelos são utilizados por muitas companhias de

extração de petróleo, que fazem uso de ferramentas de simulação para prever a porcentagem da deposição de parafinas na tubulação. Estes modelos são ainda empregados no projeto de novas estações de transporte de óleo, onde o conhecimento da probabilidade de ocorrência de deposição de parafinas é de fundamental importância, influenciando nas especificações da tubulação e o custo da futura instalação.

Precipitação de parafina abaixo da Temperatura Inicial de Aparecimento de Cristais (TIAC), também chamada de Temperatura de Aparência de Parafina (WAT, termo em inglês) pode levar a cristalização do óleo que inibe o fluxo, fazendo com que o fluido tenha um comportamento não newtoniano e crescente viscosidade. Assim, temperatura de um óleo bruto de parafina se aproxima do seu ponto de flexão (Bronw,1993). Em alternativa, quando apenas uma parede do oleoduto está abaixo da WAT, isso promove a deposição de uma camada de moléculas de parafina que pode crescer ao longo do tempo em função do fluxo. Isto é especialmente problemático para oleodutos no fundo do mar, visto que, mesmo em climas relativamente quentes, a temperatura da água será na ordem de 5°C (Azevedo e Teixeira, 2003).

Conhecer e poder realizar previsões embasadas em estudos da taxa de deposição de parafina nos dutos pode ser de importância vital para a redução de custos de produção, projetos e no auxílio do planejamento de manutenção para a retirada dos depósitos de partículas sólidas já acumuladas. Essas previsões podem ser efetuadas através de modelagens envolvendo várias disciplinas como transferência de calor, termodinâmica, transferência de massa e mecânica dos fluidos.

Diante da constante modernização e o acesso a computadores cada vez mais sofisticados a solução numérica tornou-se uma das melhores ferramentas para solução de problemas matemáticos. O grande número de variáveis, geometrias e condições de contorno complexas é um exemplo de como a solução numérica é melhor que solução analítica em casos de simulação. Existem inúmeros métodos computacionais, neste trabalho será usado o método de Euler..

Desde a década de 40 matemáticos e engenheiros desenvolvem métodos numéricos para solucionar problemas com equações diferenciais parciais. O método mais antigo desses métodos é o de diferenças finitas. Esse método é resultado de estudos de Courant, Lewis e Friedrichs em 1928. O método posterior ao método da

diferenças finitas é o de volumes finitos que é datado da década de 70 quando foi introduzido no estudo no campo da dinâmica dos fluidos computacionais.

### 1.1 OBJETIVO

O objetivo o trabalho é desenvolver um método numérico capaz de prever a distribuição da temperatura no interior do duto. Essa distribuição da temperatura por sua vez é utilizada para prever a deposição de parafina no interior da tubulação através dos mecanismos de deposição.

Discretizar a equação da energia usando o método de Euler, implementar o código em uma linguagem computacional e validar os modelos computacionais são objetivos específicos do trabalho. Uma vez validado o modelo, perfis de temperatura obtidos com os códigos criados são avaliados.

### 1.2 JUSTIFICATIVA

Como justificativa da realização desse estudo temos a demanda em melhor compreender a distribuição da temperatura nos dutos de transporte. A distribuição de temperatura por sua vez pode ser usada em estudos futuros analisar os mecanismos responsáveis pela deposição no interior da tubulação de transporte de petróleo. Poder prever a deposição auxilia tanto na criação de novos projetos de plataforma quanto em planejamento de intervenções para a manutenção.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre o método de Euler usado para a implementação deste trabalho. No capítulo 3 é apresentada a modelagem matemática e análise de escala dos problemas propostos. No capítulo 4 contempla o método numérico e no capítulo 5 é apresentado os resultados obtidos no estudo dos casos e sua validação. No capítulo 6 apresenta-se a conclusão do estudo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo é apresentada a explicação do método utilizado no trabalho para a discretização da equação, o método de Euler.

### 2.1 MÉTODO DE EULER

Em alguns casos o método analítico é usado para obtenção de soluções exatas de problemas de condução bidimensional, em regime estacionário. Porém essas soluções são para condições de contorno e geometria simples, para casos mais complexos são frequentemente usando os métodos numéricos para essas soluções.

Ao contrário da solução analítica, que permite a determinação da temperatura em qualquer ponto de interesse em meio ao domínio, uma solução numérica permite a determinação da temperatura somente em pontos discretos. Conseqüentemente, a primeira etapa em qualquer análise numérica deve ser a seleção destes pontos (INCROPERA, 2011).

A tarefa de um método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita (MALISKA, 2004). O método numérico que será utilizado para a resolução da equação da conservação da energia é o método de Euler.

O método de Euler também é conhecido como método de Euler-Cauchy ou ponto de inclinação, um novo valor de  $y$  é previsto usando a inclinação (igual a primeira derivada no valor original de  $x$ ) para extrapolar linearmente com um passo conhecido. Tem origem na expansão de Taylor na qual apenas considera-se o termo de primeira ordem.

O método de Euler é um dos mais antigos para soluções de equações diferenciais ordinárias, portanto, existem métodos que proporcionam resultados mais precisos que o método de Euler para o mesmo passo. Entretanto o método de Euler é de fácil implementação e interpretação.

Os principais passos que devem ser realizados para o desenvolvimento e implementação de esquemas numéricos, para solução de problemas de escoamento de fluidos incompressíveis são:

- A escolha adequada da localização das variáveis dependentes na malha;
- Tratamento do acoplamento entre a pressão e a velocidade;
- A obtenção da função de interpolação entre os pontos discretos;
- A escolha da sequência de solução das equações diferenciais;
- A escolha do método de solução do sistema de equações lineares.

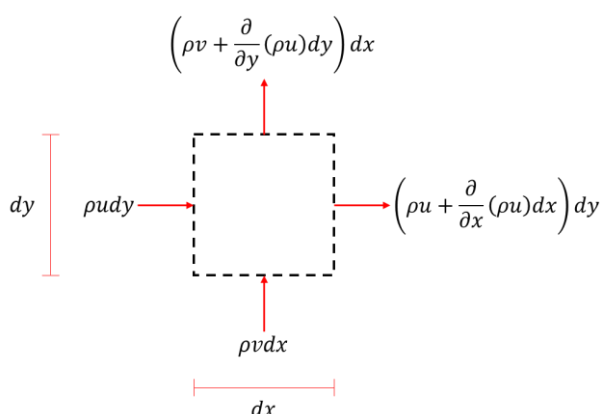
### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE DE ESCALA

Nesta seção é apresentada a modelagem matemática do escoamento não-isotérmico entre placas paralelas infinitas. Primeiramente é apresentado a modelagem matemática e, em seguida, é apresentada uma análise de escala com objetivo de obter simplificação da modelagem matemática.

#### 3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

O escoamento é governado pelas equações de conservação da massa, de quantidade de movimento e de energia. Considerando um escoamento laminar, incompressível e em regime permanente de um fluido newtoniano entre placas paralelas, essas equações na forma diferencial, são obtidas a partir de um elemento de fluido diferencial.

Para derivar a equação da conservação da massa, considere o elemento de fluido, bidimensional, mostrado na Figura 2.



**Figura 2: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação da massa.**

A Figura 2 mostra os fluxos de massa nas direções  $x$  e  $y$  que cruzam a superfícies do elemento de fluido infinitesimal. Os fluxos de massa nas saídas são obtidos a partir da expansão em série de Taylor desprezando os termos de ordem superior. Subtraindo os fluxos de massa que saem do elemento de fluido dos fluxos

de massa que entram no elemento de fluido, se obtém a equação de *conservação da massa*, dada por,

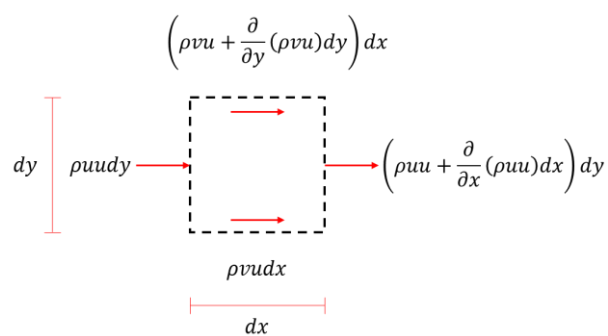
$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

ou ainda, para um fluido incompressível,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.2)$$

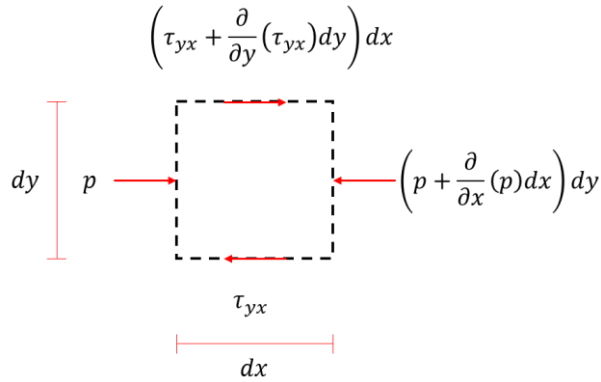
A equação (3.2) mostra que, para um escoamento hidrodinamicamente desenvolvido ( $\partial u / \partial x = 0$ ), não haverá variação de velocidade na direção de  $y$ .

Segundo (Fox, 2010) equação de conservação de momento é obtida aplicando a segunda lei de movimento de Newton para um elemento de fluido. Considerando que não exista gradiente de pressão na direção  $y$  e que a tensão de cisalhamento na direção  $y$  seja desprezível, as Figuras 3 e 4 mostram os termos convectivos e as forças atuantes no elemento de fluido infinitesimal, respectivamente.



**Figura 3: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de quantidade de movimento, termos convectivos**





**Figura 4: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de quantidade de movimento, forças atuantes.**

Para um fluido Newtoniano, a tensão de cisalhamento na direção x é dada por,

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.3)$$

Aplicando o balanço de forças na direção x, a equação de quantidade de movimento pode ser escrita como,

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.4)$$

Para escoamento hidrodinamicamente desenvolvido e, reconhecendo que  $v = 0$ , a equação da quantidade de movimento na direção x para o escoamento entre placas paralelas é dada por,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.5)$$

A partir da equação (3.5), é possível determinar o perfil de velocidade para o escoamento desenvolvido entre placas paralelas, separadas de uma altura H. Integrando a equação (3.5),

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y + C_1 \quad (3.6)$$

e, integrando mais uma vez,

$$u(y) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2 \quad (3.7)$$

$C_1$  e  $C_2$  são constantes e devem ser determinadas a partir das condições de contorno do problema. As duas condições que serão utilizadas no presente trabalho são as condições de não-deslizamento em ambas paredes. Devido à simetria do escoamento, poderia ser utilizada também a condição de derivada nula ( $du/dy = 0$ ) na linha de centro (linha de simetria) porém, a primeira abordagem será utilizada.

Na placa inferior, em  $y = 0 \rightarrow u = 0$  e então,

$$C_2 = 0 \quad (3.8)$$

Em  $y = H \rightarrow u = 0$  e então,

$$C_1 = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} H \quad (3.9)$$

Substituindo as Equações (3.8) e (3.9) na equação (3.7), o perfil de velocidade desenvolvido em função do gradiente de pressão é dado por,

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - Hy) \quad (3.10)$$

O perfil de velocidade desenvolvido também pode ser escrito em função da velocidade média do escoamento. A velocidade média do escoamento é determinada como,

$$\dot{V} = u_m A = \int_A u(y) dA \quad (3.11)$$

Integrando a equação (3.11) e resolvendo para a velocidade média ( $u_m$ ),

$$u_m = -\frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} H^2 \quad (3.12)$$

Substituindo a equação (3.12) na equação (3.10),

$$u(y) = 6u_m \left[ \frac{y}{H} - \left( \frac{y}{H} \right)^2 \right] \quad (3.13)$$

A velocidade média do escoamento é calculada a partir no número de Reynolds, baseado no diâmetro hidráulico ( $d_H$ ), definido como,

$$Re_{d_H} = \frac{\rho u_m d_H}{\mu} \quad (3.14)$$

O diâmetro hidráulico, para o escoamento entre placas paralelas, é definido como,

$$d_h = 2H \quad (3.15)$$

A equação de conservação de energia é obtida considerando a taxa de energia que é transferida por condução e convecção no elemento de fluido. Considerando o elemento de fluido mostrado nas Figuras 5 e 6, a equação de conservação de energia é obtida considerando que todas as propriedades são constantes, ou seja, independentes da temperatura.

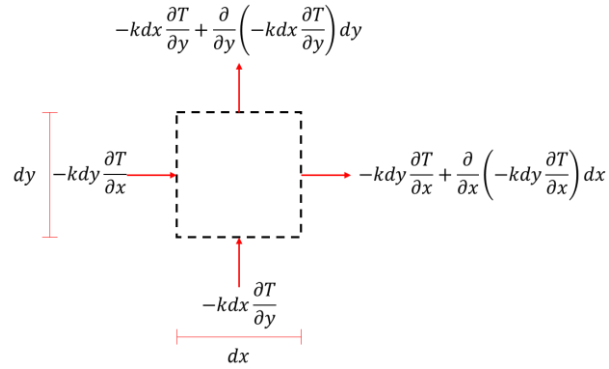


Figura 5: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de energia, termos de condução de calor.

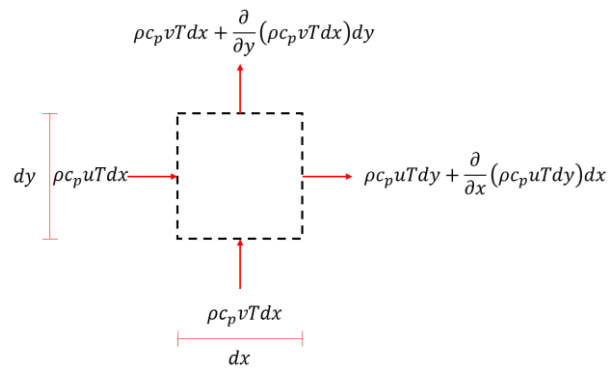


Figura 6: Elemento (2D) de fluido utilizado para derivar a equação da conservação de energia, termos de convecção de calor.

Aplicando o balanço de energia no elemento de fluido, a equação da conservação de energia é escrita como,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi \quad (3.16)$$

onde,

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (3.17)$$

O segundo termo da direita,  $(\mu \Phi)$  da equação (3.16), representa a dissipação viscosa e representa a energia mecânica que é, irreversivelmente, convertida em energia térmica. Como será mostrado através de uma análise dimensional na

próxima seção, esse termo pode ser desprezado para velocidades moderadas. Quando não é desprezível, é definido como,

$$\Phi = \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (3.18)$$

Novamente, reconhecendo que  $v = 0$ , a equação da conservação da energia pode ser reescrita como,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (3.19)$$

A equação (3.18) ainda pode ser simplificada. Em muitas situações, a condução axial e a dissipação viscosa podem ser desprezadas. Uma discussão mais detalhada será apresentada na próxima seção utilizando análise dimensional.

### 3.2 ANÁLISE DE ESCALA

Nesta seção, é realizada uma análise de escala da equação da conservação de energia (equação 3.19) para se determinar em quais condições os termos de condução axial e dissipação viscosa podem ser desprezados.

Primeiramente, é necessária uma compreensão física de cada termo. O primeiro termo à esquerda da equação (3.19) representa a quantidade entalpia carregada pelo escoamento por convecção. O primeiro e o segundo termo à direita da equação (3.19) representam a condução de calor na direção axial e a condução na direção lateral, respectivamente. O terceiro termo representa a dissipação viscosa.

Para realizar a análise, os termos da equação (3.19) são dimensionados com base nas condições do escoamento, a fim de avaliar o seu tamanho relativo. A escala da temperatura é dada pela diferença entre a temperatura da superfície,  $T_s$ , e a temperatura média de mistura,  $T_m$ . A escala da velocidade axial é dada pela velocidade média,  $u_m$ . A escala dos gradientes na direção  $y$  são dados pelo diâmetro hidráulico do duto,  $d_H$ . A escala dos gradientes na direção  $x$  são dados pelo comprimento característico,  $L_c$ , que representa a distância axial. Substituindo essas definições na equação (3.19),

$$\rho c u_m \frac{(T_s - T_m)}{L_c} = k \frac{(T_s - T_m)}{L_c^2} + k \frac{(T_s - T_m)}{d_h^2} + \mu \frac{u_m^2}{d_h^2} \quad (3.20)$$

Geralmente, a maioria dos problemas de convecção interna se resumem em um balanço entre o primeiro termo da equação (3.20) e o terceiro termo da equação (3.20). É apropriado então, definir uma escala de comprimento característico que assegure esses dois termos tenham a mesma ordem de magnitude.

$$\rho c u_m \frac{(T_s - T_m)}{L_c} \approx k \frac{(T_s - T_m)}{d_h^2} \quad (3.21)$$

Resultando no seguinte comprimento axial característico,

$$L_c = \frac{u_m d_h^2}{\alpha} \quad (3.22)$$

O comprimento característico identificado na equação (3.22) é, aproximadamente, o comprimento necessário para a energia difundir a partir da placa até o centro por condução através do fluido. Substituindo a equação (3.22) na equação (3.20),

$$\rho c u_m \frac{(T_s - T_m)}{u_m d_h^2} = k \alpha^2 \frac{(T_s - T_m)}{u_m^2 d_h^4} + k \frac{(T_s - T_m)}{d_h^2} + \mu \frac{u_m^2}{d_h^2} \quad (3.23)$$

ou ainda,

$$k \frac{(T_s - T_m)}{d_h^2} = k\alpha^2 \frac{(T_s - T_m)}{u_m^2 d_h^4} + k \frac{(T_s - T_m)}{d_h^2} + \mu \frac{u_m^2}{d_h^2} \quad (3.24)$$

A equação (3.24) permite examinar a magnitude relativa da condução axial em relação à condução radial. Esses dois termos possuem a mesma escala devido a definição do comprimento característico  $L_c$ .

$$\frac{\text{condução axial}}{\text{condução radial}} \approx \frac{\alpha^2}{u_m^2 d_h^2} \quad (3.25)$$

A equação (3.25) pode ser reescrita em termos do número de Reynolds e do número de *Prandtl*,

$$\frac{\text{condução axial}}{\text{condução radial}} \approx \frac{v^2}{u_m^2 d_h^2} \frac{\alpha^2}{v^2} = \frac{1}{(RePr)^2} \quad (3.26)$$

Ou ainda, sabendo que o número de *Peclet* é o produto do número de Reynolds com o número de *Prandtl*,

$$\frac{\text{condução axial}}{\text{condução radial}} \approx \frac{v^2}{u_m^2 d_h^2} \frac{\alpha^2}{v^2} = \frac{1}{(Pe)^2} \quad (3.27)$$

A equação (3.27) mostra que a condução axial pode ser seguramente desprezada em casos onde o número de *Peclet* é elevado.

O termo da dissipação viscosa pode ser avaliado em relação à condução radial também, fazendo,

$$\frac{\text{dissipação viscosa}}{\text{condução radial}} \approx \frac{\mu u_m^2}{k(T_s - T_m)} \quad (3.28)$$

A equação (3.28) pode ser escrita em termos do número de *Prandtl* e do número de *Eckert* (*Ec*),

$$\frac{\text{dissipação viscosa}}{\text{condução radial}} \approx \frac{\mu c}{k} \frac{u_m^2}{c(T_s - T_m)} = PrEc \quad (3.29)$$

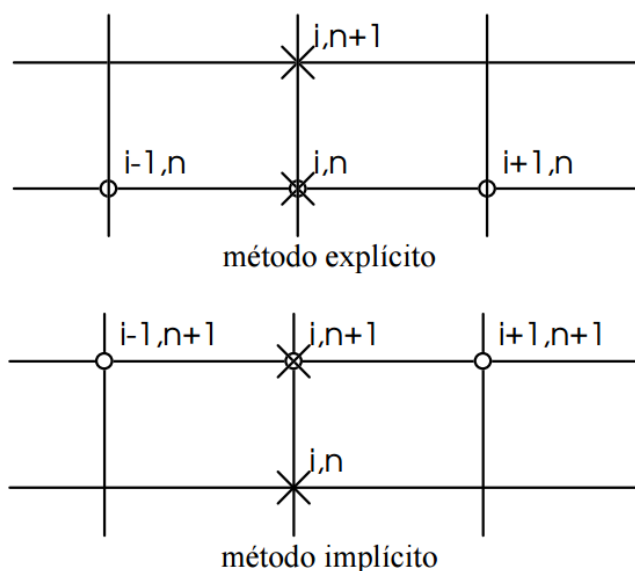
O produto do número de Eckert com o número de Prandtl é conhecido como número de *Brinkman* (*Br*).

O número de *Brinkman* será pequeno para a maioria dos escoamentos, permitindo que a dissipação viscosa seja desprezada. A dissipação viscosa é importante quando o número de *Brinkman* se torna elevado, caracterizando um escoamento de alta viscosidade ou de alta velocidade. Nas simulações apresentadas no presente trabalho, os números de *Peclet* e de *Brinkman* foram cuidadosamente analisados para garantir que os termos da condução axial e da dissipação viscosa presentes na equação (3.19) pudessem ser, seguramente, desprezados.



## 4 MÉTODO NUMÉRICO

As análises numéricas para obtenção das soluções das equações diferenciais parciais em um problema de simulação computacional de processos físicos podem ser explícitas ou implícitas. No método implícito as diferenças são tomadas nos nós  $n + 1$  ao invés de tomá-las nos nós  $n$  como no método explícito. Método de diferenças finitas é um exemplo de método explícito e o método de Euler de método implícito.



**Figura 7: Método explícito e implícito - Fonte: Poli USP**

Na Figura 7 pode-se notar a diferença dos métodos explícitos e implícitos.

Segundo (PATANKAR, 1980) E (PATANKAR, 1772) na implementação de um método numérico para equações diferenciais deve-se levar em conta a estabilidade numérica do método. Estabilidade é capacidade de atenuar ou não erros que são continuamente introduzidos no truncamento do cálculo. No método explícito pode-se realizar o cálculo com base no campo de temperatura em parte conhecido, visto que, ainda há incógnitas na representação da derivada e alguns termos ainda não foram calculados. Geralmente, os métodos explícitos são condicionalmente estáveis, para assegurar a estabilidade o tamanho do passo deve ser limitado, o que resulta em muitos casos e em custos computacionais inaceitáveis. O condicionamento para o caso estudado é dado por,

$$\Delta x \leq \frac{\Delta y^2}{2\alpha} \quad (4.1)$$

Onde  $\alpha$  são as constantes que acompanham as derivadas e  $\Delta x$  e  $\Delta y$  são os passos nas coordenadas.

O método implícito usado no presente estudo é o Método de Euler, ele contorna a restrição de tamanho do passo, entretanto esse método exige um esforço maior por passo, mas permite passos muito maiores, reduzindo o custo total de cálculo. Motivo este que resultou na implementação do código computacional nesse método.

Para o Método de Euler, a resolução da equação diferencial do tipo  $y'(x) = \frac{dy}{dx} = f(x, y)$  passando pelo ponto  $(x_0; y_0)$ . Utiliza-se a expansão de Taylor parando na primeira derivada, o a expansão da série é dado por:

$$y(x_0 + h) = y(x_0) + y'(x_0)h + \frac{y''(x_0)h^2}{2!} + \frac{y'''(x_0)h^3}{3!} + \dots \quad (4.2)$$

Para o método de Euler,

$$y(x_0 + h) \cong y(x_0) + y'(x_0)h \quad (4.3)$$

Sendo que  $y'(x)$  é a equação diferencial, então ela é reescrita da seguinte maneira:

$$y(x_1) = y(x_0 + h) = y(x_0) + f(x_0; y_0)h \quad (4.3)$$

Para os demais pontos,

$$y(x_{i+1}) = y(x_i + h) = y(x_i) + f(x_i; y_i)h \quad (4.4)$$

Reescrevendo a equação, obtemos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x_i + h) - y(x_i)}{h} \quad (4.5)$$

Considerando os valores de  $y(x_i)$  como pontos de temperatura distribuídos na malha computacional  $y(x_i) = T_n$  e  $h = x_{n+1} - x_n = \Delta x$  a equação é expressa da seguinte forma para o caso da temperatura:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta x} \quad (4.6)$$

A Equação (4.6) expressa à forma do método de Euler para derivada de primeira ordem. Considerando então a transferência de calor unidimensional na direção  $x$  e subdividida em  $M$  seções iguais nessa mesma direção. Esses valores de  $M$  correspondem aos nós ou pontos nodais. As coordenadas em  $x$  de qualquer ponto é encontrada pelo cálculo  $x_m = m\Delta x$ , onde  $m$  assume os valores de  $0, 1, 2, \dots, M$ .

Para a equação de condução de calor que envolve derivadas de segunda ordem de temperatura em relação às variáveis espaciais como  $d^2T/dx^2$  a fórmula baseia-se na substituição das derivadas de segunda ordem pelas diferenças adequadas. Para isso usamos a equação de primeira ordem, Equação (4.6), que contém a derivada da temperatura  $dT/dx$  nos pontos médios  $n - 1/2$  e  $n + 1/2$ , que são os pontos em torno do nó  $n$  e são escritas como:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{n-\frac{1}{2}} = \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta x} \quad e \quad \left. \frac{dT}{dx} \right|_{n+\frac{1}{2}} = \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta x} \quad (4.7)$$

A segunda derivada é determinada a partir da derivação da primeira derivada. A segunda derivada da temperatura no nó  $n$  é expressa como,

$$\left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_n = \frac{\left. \frac{dT}{dx} \right|_{n+\frac{1}{2}} - \left. \frac{dT}{dx} \right|_{n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} = \frac{\frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta x} - \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{T_{n+1} - 2T_n + T_{n-1}}{\Delta x^2} \quad (4.8)$$

A Equação (4.8) é a representação no método de Euler da derivada de segundo grau em um nó interno  $n$  que foi expressa em termos das derivadas nos nós vizinhos.

Segundo CHAPRA (2008), as soluções envolvem dois tipos de erros, o de truncamento e de arredondamento. O erro de arredondamento é provocado pela limitação de algarismos significativos que podem ser representados pelo computador.

Por sua vez, o erro de truncamento ou de discretização é causado pelas técnicas de aproximação do valor de  $y$ , esse erro é dividido em outros dois tipos de erro, o truncamento local, que resulta do erro do método em um único passo, e o programado, que resulta das aproximações produzidas durante os passos anteriores. A junção desses dois erros forma o erro de truncamento global. No método de Euler esse tipo de erro é atribuído aos termos restantes da série de Taylor, portanto o erro  $E_t$ :

$$E_t = \frac{y''(x_0)h^2}{2!} + \frac{y'''(x_0)h^3}{3!} + \dots \quad (4.9)$$

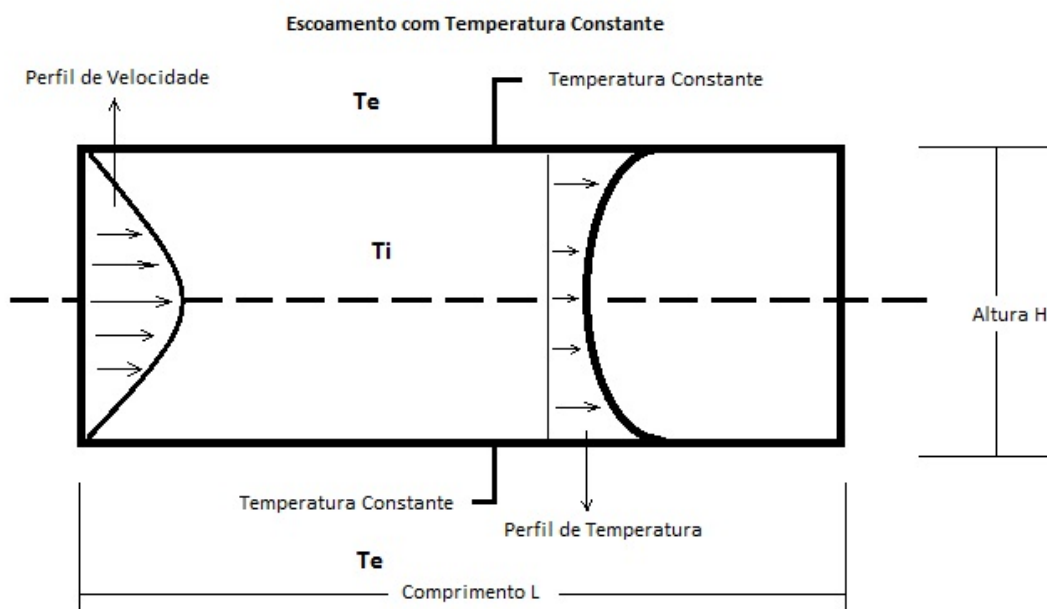
Em que  $E_t$  é o erro de truncamento local verdadeiro. Considerando  $h$  pequeno os erros diminuem à medida que a ordem aumenta. O erro local de truncamento, representado por  $E_a$ , pode ser aproximado por.

$$E_a = \frac{y''(x_0)h^2}{2!} \quad (4.10)$$

Neste trabalho, a transferência de calor ocorre nas direções  $x$  e  $y$ . Para problemas de transferência de calor bidimensionais ou tridimensionais as Equações (4.6) e (4.8) podem ser substituídas para os outros sentidos de condução, como coordenadas  $y$  e  $z$ .

#### 4.1 CONSIDERAÇÕES DA GEOMETRIA

O domínio computacional compreende o escoamento entre placas paralelas de largura infinita de comprimento finito. A Figura 8 mostra um esquema do domínio computacional.

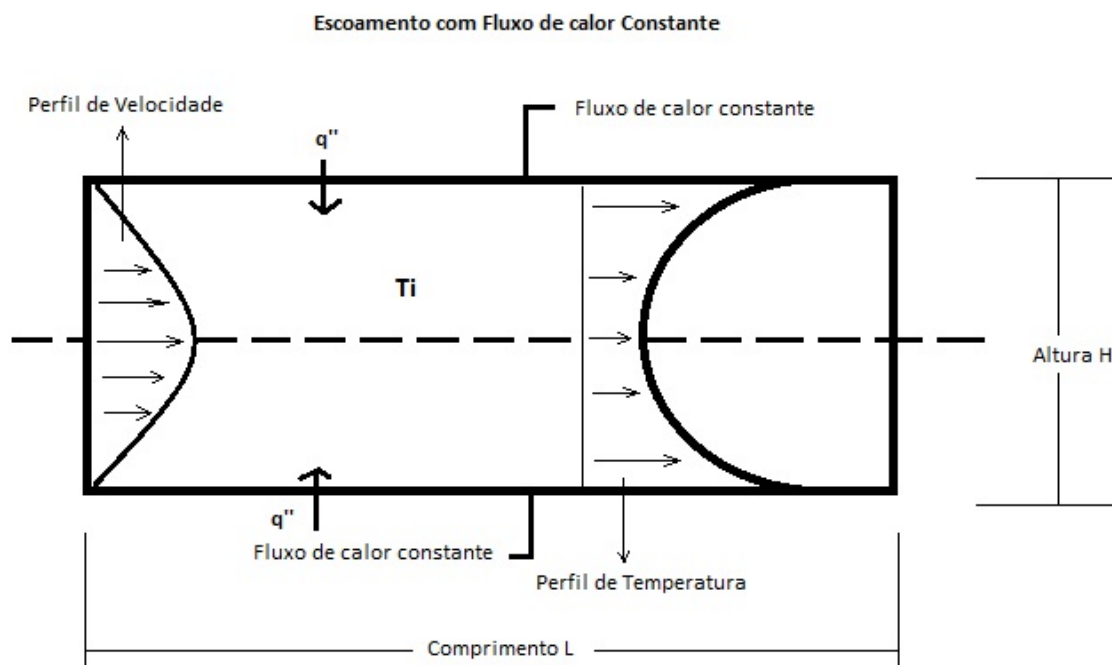


**Figura 8: Esquema do domínio computacional.**

#### 4.2 CONSIDERAÇÕES DO ESCOAMENTO

Neste trabalho, é considerado que o fluido entra no domínio com um perfil de velocidade desenvolvido, dado pela equação 3.10 e com uma temperatura de entrada,  $T_e$ . São simuladas duas condições na parede: condição de temperatura especificada na parede Figura 8 e condição de fluxo especificado e constante na

parede. A Figura 9 mostra um esquema do domínio computacional para a condição de fluxo de calor especificado na parede.



**Figura 9: Esquema do domínio computacional para a condição de fluxo de calor especificado na parede.**

O fluido em estudo é um fluido Newtoniano. Um fluido newtoniano é um fluido em que cada componente da tensão cisalhante é proporcional ao gradiente de velocidade na direção normal a essa componente.

O objetivo desta análise é validar a solução numérica com resultados conhecidos da literatura.

#### 4.3 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

O método de Euler é utilizado para discretização da equação de conservação de energia, Equação 3.19

Observa-se que o termo convectivo é discretizado com a formulação da derivada de primeira ordem do método de Euler na direção  $x$  e o termo difusivo da

equação com a formulação da derivada de segunda ordem na direção  $y$ . As temperaturas são representadas na forma de pontos na malha estudada. Portanto temos:

$$\rho c_p u \left( \frac{T(i; j + 1) - T(i; j)}{\Delta x} \right) = k \left( \frac{T(i + 1; j) - 2T(i; j) + T(i - 1; j)}{\Delta y^2} \right) \quad (4.11)$$

Isolando  $T_{n+1}$  na equação (4.11).

$$T(i; j + 1) = T(i; j) + k \left( \frac{T(i + 1; j) - 2T(i; j) + T(i - 1; j)}{\Delta y^2 \rho c_p u} \right) \Delta x \quad (4.12)$$

A Equação (4.12) é válida para os nós internos da malha. Para os nós de fronteira, considerando a temperatura da superfície do duto estudado sendo  $T_s$ , a equação discretizada para os nós da fronteira com a superfície, escrita da seguinte forma,

$$T(N; j + 1) = T(N; j) + k \left( \frac{T(N + 1; j) + 2T_s - 3T(N; j)}{\Delta y^2 \rho c_p u} \right) \Delta x \quad (4.13)$$

Onde, N assume os valores da coordenada  $y$  dos nós da fronteira.

## 5 RESULTADOS

Nesse capítulo são apresentados os resultados das simulações do escoamento entre placas paralelas de largura infinita para duas condições de operação: temperatura especificada na parede e fluxo de calor especificado na parede.

Os códigos foram implementados no Matlab® 2014 e estão descritos nos Apêndice A e B.

Os resultados da simulação para a condição de temperatura especificada são primeiramente apresentados nesta seção. Em seguida, são apresentados os resultados da condição de fluxo de calor especificado na parede. Ambos resultados são discutidos e comparados com resultados da literatura, (INCROPERA, 2011) e (Kays e Crawford, 1993).

Além da validação este capítulo apresenta resultados para a condição de escoamento com dados próximos dos encontrados nos escoamentos reais, envolvendo um *riser*.

A malha computacional de 1001 nós na direção x e 21 nós na direção y totalizam 20.000 volumes de controle, o domínio para os dois casos estudados nesse trabalho.

### 5.1 RESULTADOS PARA A CONDIÇÃO DE TEMPERATURA ESPECIFICADA NA PAREDE

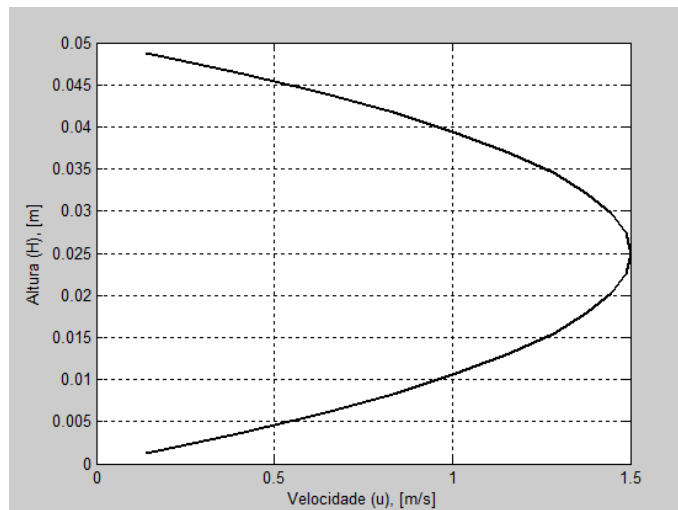
As condições de operação para a condição de temperatura constante na parede são mostradas na Tabela 1.

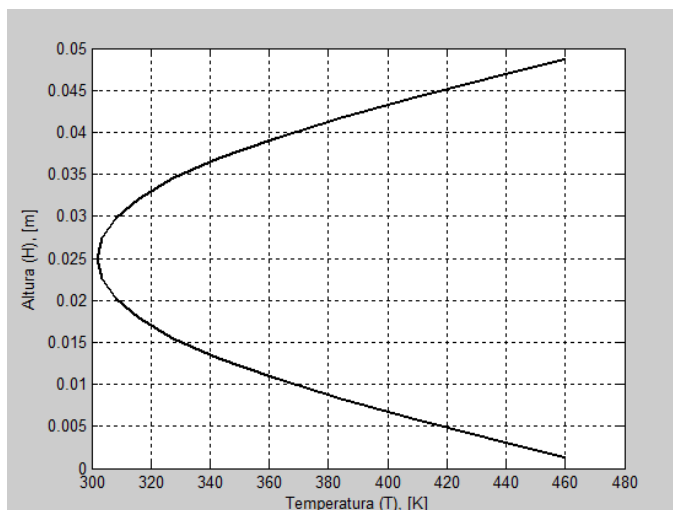


**Tabela 1: Dados de entrada**

Velocidade média do escoamento	$u(x) = 1\text{ m/s}$
Espaçamento entre as placas	$H = 0,05\text{ m}$
Comprimento das placas	$L = 50\text{ m}$
Temperatura do fluido na entrada	$T_{\text{entrada}} = 293,2\text{ K}$
Temperatura da superfície	$T_s = 473,2\text{ K}$
Massa específica do fluido	$\rho = 1000\text{ kg/m}^3$
Viscosidade absoluta	$\mu = 0,15\text{ Pa.s}$

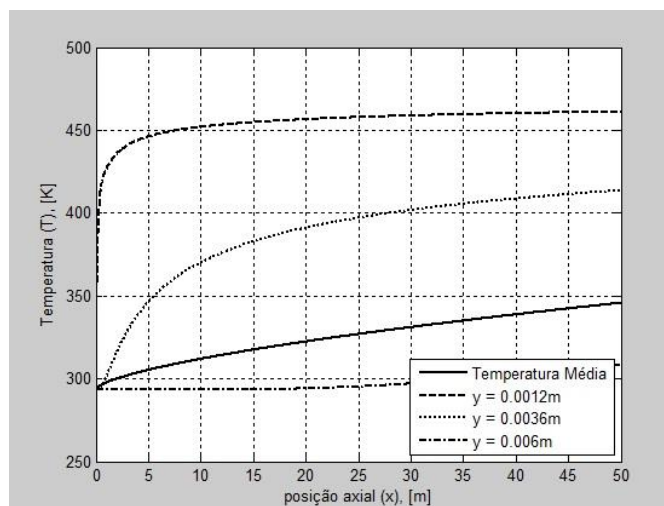
A Figura 10 mostra o perfil de velocidade do caso estudado nesse trabalho onde o escoamento é hidrodinamicamente desenvolvido. Observa-se que a velocidade das partículas do fluido que escoam no centro é máxima e próxima às superfícies  $y = 0\text{ m}$  e  $y = 0,05\text{ m}$  tende a velocidade zero devido ao atrito com as paredes do duto, condição de não deslizamento.

**Figura 10: Perfil de velocidade desenvolvido.**



**Figura 11: Perfil de temperatura.**

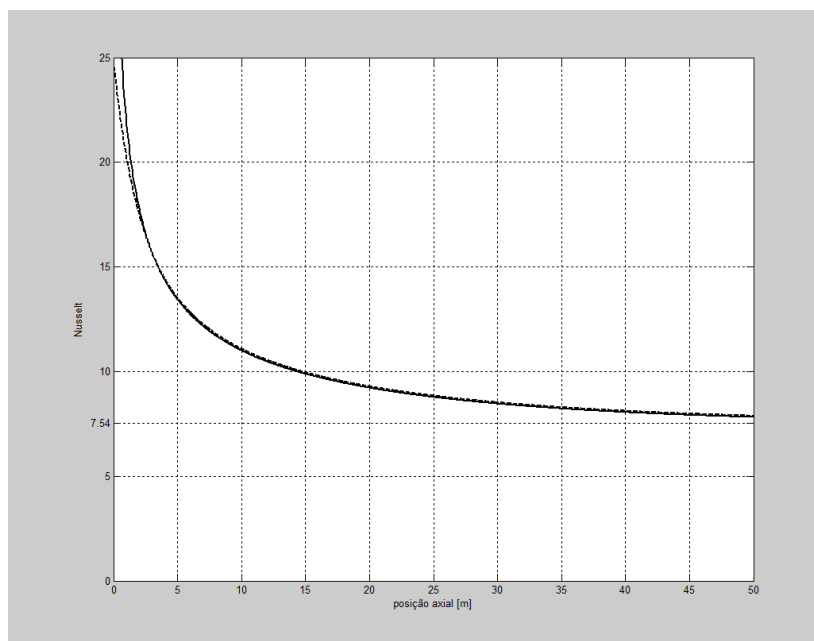
A distribuição da temperatura desenvolvida do fluido que escoar entre as placas paralelas em relação à altura da placa para o caso onde a temperatura da superfície é constante está representada na Figura 11. Nota-se que a temperatura do fluido que escoar próximo a superfície do duto  $y = 0\text{ m}$  e  $y = 0,05\text{ m}$  é mais alta que a temperatura do fluido na região central do duto  $y = 0,025\text{ m}$ . Esse perfil de temperatura deve-se ao fato de que o fluido começa o escoamento com temperatura menor do que a encontrada na superfície até que o perfil se desenvolva.



**Figura 12: Distribuição da Temperatura em relação à Posição Axial**

Na Figura 12 são apresentadas as temperatura média e as temperaturas nas posições  $y = 0,0012\text{ m}$ ,  $y = 0,0036\text{ m}$  e  $y = 0,006\text{ m}$  em relação à altura do duto, ou seja, da distância entre as placas paralelas. A temperatura média encontrada é

utilizada para calcular o coeficiente da troca de calor no modelo estudado para então encontrar o número de Nusselt numérico em cada posição axial.



**Figura 13: Nusselt em função da Posição Axial.**

O número de Nusselt, grandeza que representa a razão entre a transferência de calor do fluido por convecção e condução é representado na Figura 13. Cada posição axial está associada a um número de Nusselt diferente até que o escoamento tenha o perfil de temperatura desenvolvido. Para a condição de temperatura constante nas placas infinitas do duto, o Nusselt encontrado na literatura e redigido na Tabela 2 são do INCROPERA (2011). O valor para o caso específico de escoamento é de 7,54.

**Tabela 2: Número de Nusselt – Escoamento laminar e desenvolvido (INCROPERA,2011)**

w/H	Número de Nusselt	
	$q_p'' = cte$	$T = cte$
1,0	3,61	2,98
2,0	4,12	3,39
3,0	4,79	3,96
4,0	5,33	4,44
$\infty$ (aquecida)	8,23	7,54
$\infty$ (isolada)	5,39	4,86

Na Figura 13 o Nusselt encontrado numericamente é representado em pontilhada enquanto o Número de Nusselt teórico é representado em linha contínua,

as duas linhas assumem valores praticamente iguais ainda nas primeiras posições axiais. Portanto, como o valor de Nusselt numérico está próximo do número teórico.

O Número de Nusselt local encontrado numericamente é 7,9 enquanto o Número de Nusselt local teórico é de 7,54. Portanto, o erro entre os valores é de 9,5%.

O número de Nusselt local teórico foi obtido a partir da solução apresentada por Kays e Crawford (1993) e expressa pela equação #.

$$Nu_x = \frac{h_x d_H}{k} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} G_n \exp(-\lambda_n^2 x^+)}{2 \sum_{n=0}^{\infty} (G_n / \lambda_n^2) \exp(-\lambda_n^2 x^+)} \quad (5.1)$$

onde,

$$x^+ = \frac{2(x/d_h)}{RePr} \quad (5.2)$$

As constantes e os autovalores são apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3: Constantes e Autovalores (Kays e Crawford, 1993)**

n	$\lambda_n^2$	$G_n$
0	15,09	1,717
1	171,3	1,139
2	498	0,952
> 2	$\left(16n \sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{20}{3} \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$	$2,68\lambda_n^{-1/3}$

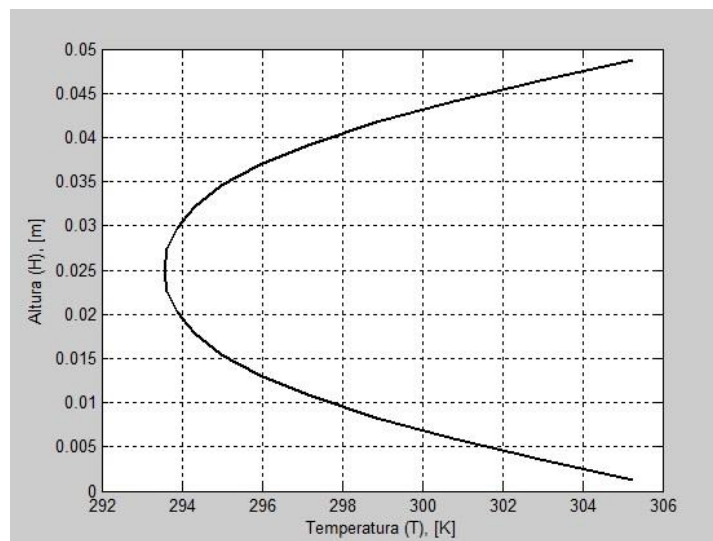
## 5.2 RESULTADOS PARA CONDIÇÃO DE FLUXO DE CALOR CONSTANTE

Para o caso de fluxo de calor constante através das paredes do duto, além dos dados de entrada já apresentados, inclui-se a temperatura das paredes como sendo:

- Fluxo de calor  $\dot{q} = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

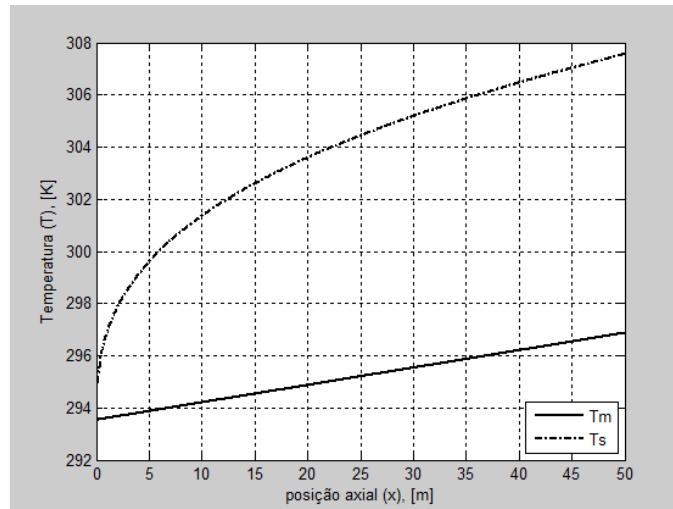
O código computacional para esta condição é encontrado no Apêndice B.

Assim como no caso de temperatura constante, a condição de fluxo de calor pelas placas paralelas infinitas que formam o duto em que o fluido escoar tem o perfil de velocidade já desenvolvido desde a entrada.



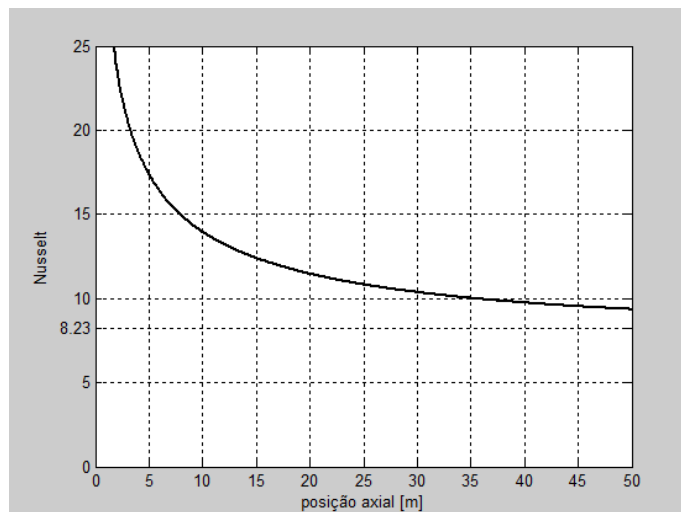
**Figura 14: Perfil de Temperatura**

A Figura 14 é a representação da distribuição da temperatura em relação à distância entre as placas paralelas para o caso em que o fluxo de calor que passa pelas paredes do duto é constante. Observa-se que assim como no caso onde a temperatura das placas é constante, o valor da temperatura é máximo próximo a parede e vai diminuindo o valor à medida que se aproxima do centro da tubulação. Nos pontos em  $y = 0 \text{ m}$  e  $y = 0,05 \text{ m}$  a temperatura é de aproximadamente 306 K. No centro da tubulação a temperatura aproxima-se de 293 K.



**Figura 15: Distribuição da Temperatura Média em relação à Posição Axial**

Na Figura 15, são plotados os valores encontrados para cada posição axial da temperatura média  $T_m$  e da temperatura na superfície das placas  $T_s$ . A temperatura média sobe de maneira linear enquanto a temperatura na superfície da placa tem um comportamento parabólico. Com os valores apresentados nesse gráfico pode-se calcular o número de Nusselt para cada posição axial e comparar com os valores teóricos encontrados na literatura.



**Figura 16: Valor do Nusselt em função da Posição Axial**

Para validar o código computacional para o caso de fluxo de calor constante devemos comparar o valor encontrado de Nusselt na posição axial onde o perfil de temperatura está desenvolvido. Na Tabela 2, onde encontramos os valores redigidos da literatura tomada como bases para a validação do estudo. Placas paralelas de

largura infinita com fluxo de calor constante passando por elas o Número de Nusselt local é dado por 8,23.

Os valores encontrados numericamente de Nusselt para cada posição axial estão plotados na Figura 16, o valor encontrado onde  $x = 50 \text{ m}$  é aproximado do valor real de Nusselt para a condição estudada.

No ponto  $L=50$  metros, o Número de Nusselt local encontrado numericamente é de 9,3506, enquanto o valor teórico é de 8,23. O erro é do método numérico para esse comprimento é de 11,98%.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho a modelagem computacional das equações de conservação de energia e conservação da quantidade de movimento proporcionou a possibilidade de estimar a distribuição de temperatura em um duto de transporte, especialmente de extração de petróleo que motivou o presente estudo.

O método numérico escolhido para realizar as discretizações se mostrou adequado visto que os resultados apresentados são muito próximos dos da realidade descritos na literatura.

A literatura serviu de base para a validação do estudo, os resultados apresentados se mostraram satisfatórios e atenderam às expectativas.



## 7 REFERÊNCIAS

AZEVEDO, L.F.A., TEIXEIRA, A.M., 2003. **A critical review of the modeling of wax deposition mechanisms.** *Petrol. Sci. Technol.* 21, 393–408.

BROWN, T. S.; NIESEN, V. G; ERICKSON, D. D., **Measurement and prediction of the kinetics od paraffin deposition**, SPE 26548, 1993.

BURGER, E. D., PERKINS, T. K. E STRINGLER, J. H., **Studies of wax deposition in the trans Alaska pipeline.** *JournalofPetroleum Technology.* Pp. 1075-1086, 1981.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos numéricos para engenharia.** 5. ed. Porto Alegre: McGraw-Hill, 2008. 832p.

FOX, Robert W. **Introdução à mecânica dos fluidos.** Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2010. 710 p.

GUSTAVO, B. C.; SERGIO, L. **Modelagem matemática e simulação computacional da deposição de parafina no transporte de óleo pesado através de dutos.** Rio Oil&Gás Expo andConference 2006, Rio Janeiro-Brazil, 2006.

INCROPERA, Frank P. **Fundamentos de transferência de calor e massa.** Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2011. 643 p.

LEIROZ, A. T. **Study of wax deposition in petroleum pipelines.** Ph.D. Thesis, Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brazil, 2004.

LIRA, G.; RAMIREZ, J.; MANERO, O. **Modeling wax deposition in pipelines.** *Petroleum Science and Technology*, 40, pp. 821-861, 2004.

MALISKA, C.R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional,** LTC, Rio de Janeiro, 2004.

PATANKAR, S. V., **Numerical heat transfer and fluid flow.** Hemisphere, 1980.

PATANKAR, S. V., SPANDING, D. B., **A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v5, pp.1787-1806, 1972.

POLING, B. E., PRUSNITZ, J. M., O'CONNELL, J. P. **The properties of gases and liquids**. Nova York, McGraw-Hill, 2001.

SHAH, R. K., LONDON, A. L., **Laminar flow forced convection in ducts**. Academic Press, Londres, 1978.

KAYS, W. M.; CRAWFORD, M. E.; WEIGAND, B. **Convective Heat and Mass Transfer**. 4, ed. New York: McGraw-Hill, 1993.

## APÊNDICE A

### CÓDIGO COMPUTACIONAL – TEMPERATURA CONSTANTE

Código desenvolvido no programa Matlab 2014 acadêmica para o método de diferenças finitas solucionado pelo método de Euler para o caso da temperatura constante.

```

clc
clear all
close all

% Dados de Entrada
u_m=1;
H=0.05;
T_in=293.2
rho=1000;
mu=0.15;
k=0.5;
c=300;
T_s=473.2;
L=50
W=1.0;
alpha=k/(rho*c);
nu=mu/rho;
Pr=nu/alpha;
D_h=2*H;
Re=(rho*u_m*D_h)/mu;

% Malha Computacional - Direção y
N=21;
Dy=H/N
for i=1:N
    y(i)=Dy*(i-1/2)
end

% Velocidade Média
for i=1:N
    u(i)=6*u_m*(y(i)/H-(y(i)/H)^2);
end

% Malha Computacional - Direção x
M=1001
Dx=L/(M-1);
for j=1:M
    x(j)=(j-1)*Dx;

```

```

xplus(j)=2*(x(j)/D_h)/(Re*Pr)
end

% Condição Inicial
for i=1:N
    T(i,1)=T_in;
end

% Cálculo da Temperatura
for j=1:(M-1)
    T(1,j+1)=T(1,j)+k*(T(2,j)+2*T_s-
    3*T(1,j))*Dx/(rho*c*Dy^2*u(1));
    for i=2:(N-1)
        T(i,j+1)=T(i,j)+k*(T(i+1,j)+T(i-1,j)-
        2*T(i,j))*Dx/(rho*c*Dy^2*u(i));
    end
    T(N,j+1)=T(N,j)+k*(T(N-1,j)+2*T_s-
    3*T(N,j))*Dx/(rho*c*Dy^2*u(N));
end

% Cálculo da Temperatura Média e Número de Nusselt
for j=1:M
    T_mean(j)=sum(T(:,j).*u')*Dy/(H*u_m)
    qf(j)=k*(T_s-T(1,j))/(Dy/2)
    htc(j)=qf(j)/(T_s-T_mean(j))
    Nusselt(j)=htc(j)*2*H/k
end

% Nusselt Local Teórico - Kays e Crawford
G1=[1.717 1.139 0.952];
lambsq1=[15.09 171.3 498];
ns=5
for n=3:ns
    lambsq2(n)=(16*n*sqrt(1/3)+(20/3)*sqrt(1/3))^2;
    G2(n)=2.68*((sqrt(lambsq2(n))).^(-1/3))
end
lambsq2=nonzeros(lambsq2)
lambsq2=lambsq2.'
lambsq=[lambsq1 lambsq2]

G2=nonzeros(G2)
G2=G2.'
G=[G1 G2]

for i=1:M
    for n=1:ns+1
        A(n)=G(n)*exp(-lambsq(n)*xplus(i));
        B(n)=(G(n)/lambsq(n))*exp(-lambsq(n)*xplus(i));
    Nusselt_x(i)=sum(A)/(2*sum(B));
    end
end

```

```

% Gráfico - Resultados de Nusselt
figure
plot(x,Nusselt,'k-',x,Nusselt_x,'b-','LineWidth',1.5)
xlim('auto')
% ylim('auto')
ylim([0 25])
xlabel('posição axial [m]','FontSize',10)
ylabel('Nusselt','FontSize',10)
%
legend('z/d=1.64','z/d=6','z/d=18','z/d=30','z/d=44','z/d=68',
'z/d=92','z/d=116','z/d=148','Location','SouthEast');
set(legend,'FontSize',8)
set(gca,'YTick',[0 5 7.54 10 15 20 25])
grid on

% Gráfico - Distribuição de Temperatura na direção x
figure
plot(x,T_mean,'k-',x,T(1,:), 'k--',x,T(3,:), 'k:',x,T(11,:), 'k-
.', 'LineWidth',1.5)
xlim('auto')
ylim([250 500])
xlabel('posição axial (x), [m]','FontSize',10)
ylabel('Temperatura (T), [K]','FontSize',10)
legend('Temperatura Média','y = 0.12cm','y = 0.36cm','y =
0.6cm','Location','SouthEast');
set(legend,'FontSize',10)
grid on

% Gráfico - Distribuição de Temperatura na direção y
figure
plot(T(:,800),y,'k-',T(:,1000),y,'k--','LineWidth',1.5)
xlim('auto')
ylim('auto')
xlabel('Temperatura (T), [K]','FontSize',10)
ylabel('Altura (H), [m]','FontSize',10)
% legend('Temperatura Média','y = 0.12cm','y = 0.36cm','y =
0.6cm','Location','SouthEast');
set(legend,'FontSize',10)
grid on

% Gráfico - Perfil de Velocidades
figure
plot(u,y,'k','LineWidth',1.5)
xlim('auto')
ylim('auto')
xlabel('Velocidade (u), [m/s]','FontSize',10)
ylabel('Altura (H), [m]','FontSize',10)
set(legend,'FontSize',10)
grid on

```

```
% Gráfico - Curva de HTC
figure
plot(x,htc,'k','LineWidth',1.5)
xlim('auto')
ylim([0 250])
xlabel('Velocidade (u), [m/s]','FontSize',10)
ylabel('Altura (H), [m]','FontSize',10)
set(legend,'FontSize',10)
grid on
```

## APÊNDICE B

### CÓDIGO COMPUTACIONAL – FLUXO DE CALOR CONSTANTE

Código desenvolvido no programa Matlab 2014 acadêmica para o método de diferenças finitas solucionado pelo método de Euler para o caso do fluxo de calor constante.

```

clc
clear all
close all

% Dados de Entrada
u_m=1;
H=0.05;
T_in=293.2
rho=1000;
mu=0.15;
k=0.5;
c=300;
% T_s=473.2;
L=50
W=1.0;
q_flux=500

% Malha Computacional - Direção y
N=21;
Dy=H/N
for i=1:N
    y(i)=Dy*(i-1/2)
end

% Velocidade Média
for i=1:N
    u(i)=6*u_m*(y(i)/H-(y(i)/H)^2);
end

% Malha Computacional - Direção x
M=1001
Dx=L/(M-1);
for j=1:M
    x(j)=(j-1)*Dx;
end

% Condição Inicial
for i=1:N

```

```

    T(i,1)=T_in;
end

% Cálculo da Temperatura
for j=1:(M-1)

T(1,j+1)=T(1,j)+((q_flux*Dx)/(rho*c*u(1)*Dy))+((k*Dx)/(rho*c*u(1)*Dy^2))*(T(2,j)-T(1,j));
% T(1,j+1)=T(1,j)+k*(T(2,j)+2*T_s-3*T(1,j))*Dx/(rho*c*Dy^2*u(1));
for i=2:(N-1)
    T(i,j+1)=T(i,j)+k*(T(i+1,j)+T(i-1,j)-2*T(i,j))*Dx/(rho*c*Dy^2*u(i));
end

T(N,j+1)=T(N,j)+((q_flux*Dx)/(rho*c*u(N)*Dy))+((k*Dx)/(rho*c*u(N)*Dy^2))*(T(N-1,j)-T(N,j));
% T(N,j+1)=T(N,j)+k*(T(N-1,j)+2*T_s-3*T(N,j))*Dx/(rho*c*Dy^2*u(N));
end

% Cálculo da Temperatura Média e Número de Nusselt
for j=1:M
    T_mean(j)=sum(T(:,j).*u')*Dy/(H*u_m)
    T_s(j)=((q_flux*Dy)/(2*k))+T(1,j)
    % qf(j)=k*(T_s-T(1,j))/(Dy/2)
    htc(j)=q_flux/(T_s(j)-T_mean(j))
    Nusselt(j)=htc(j)*2*H/k
end

% Gráfico - Resultados de Nusselt
figure
plot(x,Nusselt,'k-','LineWidth',1.5)
xlim('auto')
ylim([0 25])
xlabel('posição axial [m]','FontSize',10)
ylabel('Nusselt','FontSize',10)
%
legend('z/d=1.64','z/d=6','z/d=18','z/d=30','z/d=44','z/d=68','z/d=92','z/d=116','z/d=148','Location','SouthEast');
set(legend,'FontSize',8)
set(gca,'YTick',[0 5 8.23 10 15 20 25])
grid on

% Gráfico - Distribuição de Temperatura na direção x
figure
plot(x,T_mean,'k-',x,T_s,'k-.','LineWidth',1.5)
xlim('auto')
ylim('auto')
xlabel('posição axial (x), [m]','FontSize',10)
ylabel('Temperatura (T), [K]','FontSize',10)

```



```

legend('Tm', 'Ts', 'Location', 'SouthEast');
set(legend, 'FontSize', 10)
grid on

% Gráfico - Distribuição de Temperatura na direção y
figure
plot(T(:,800), y, 'k-', T(:,1000), y, 'k--', 'LineWidth', 1.5)
xlim('auto')
ylim('auto')
xlabel('Temperatura (T), [K]', 'FontSize', 10)
ylabel('Altura (H), [m]', 'FontSize', 10)
% legend('Temperatura Média', 'y = 0.12cm', 'y = 0.36cm', 'y =
0.6cm', 'Location', 'SouthEast');
set(legend, 'FontSize', 10)
grid on

% Gráfico - Perfil de Velocidades
figure
plot(u, y, 'k', 'LineWidth', 1.5)
xlim('auto')
ylim('auto')
xlabel('Velocidade (u), [m/s]', 'FontSize', 10)
ylabel('Altura (H), [m]', 'FontSize', 10)
set(legend, 'FontSize', 10)
grid on

% Gráfico - Curva de HTC
figure
plot(x, htc, 'k', 'LineWidth', 1.5)
xlim('auto')
ylim([0 250])
xlabel('Velocidade (u), [m/s]', 'FontSize', 10)
ylabel('Altura (H), [m]', 'FontSize', 10)
set(legend, 'FontSize', 10)
grid on

```