

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MATEUS WEILAND

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PERFIL DA BOLHA  
ALONGADA NO ESCOAMENTO BIFÁSICO EM GOLFADAS E  
ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

(Tcc2 – 35)

CURITIBA

2017

MATEUS WEILAND

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PERFIL DA BOLHA  
ALONGADA NO ESCOAMENTO BIFÁSICO EM GOLFADAS E  
ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso – Tcc2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales

Co-orientadora: Dra. Cristiane Cozin

Co-orientador: M.Sc. Rômulo Rodrigues

CURITIBA

2017

## **TERMO DE ENCAMINHAMENTO**

Venho, por meio deste termo, encaminhar para apresentação a monografia do Projeto de Pesquisa “Modelagem matemática do perfil da bolha alongada no escoamento bifásico em golfadas e análise de dados experimentais”, realizada pelo aluno Mateus Weiland, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso – Tcc2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rigoberto E.M. Morales  
UTFPR - DAMEC

Curitiba, 14 de Novembro de 2017.

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "Modelagem matemática do perfil da bolha alongada no escoamento bifásico em golfadas e análise de dados experimentais", realizado pelo aluno Mateus Weiland, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - Tcc2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales  
DAMEC, UTFPR  
Orientador

Prof. Dr. Eduardo Matos Germer  
DAMEC, UTFPR  
Avaliador

Prof. Dr. Moisés Marcelino Neto  
DAMEC, UTFPR  
Avaliador

Curitiba, 23 de Novembro de 2017.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por ter me dado a oportunidade de estar aqui. Agradeço a minha família que sempre me apoiou, não medindo sacrifícios quando necessário. Em especial aos meus pais Dieter e Renate por se dedicarem tanto a mim. Também ao meu irmão Cristian por dividir comigo momentos de alegria e de brabeza até aqui.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rigoberto pelas orientações, conselhos e palavras que me ajudaram a voltar ao rumo certo quando eu acabava me desviando. A minha co-orientadora Dra. Cristiane que esteve comigo nos momentos mais difíceis e alegres, além de fazer inúmeras correções no meu trabalho, conselhos e palavras de encorajamento. Ao meu co-orientador Romulo por fornecer os dados experimentais utilizados para validar o modelo, ajudar nas correções e trazer conselhos importantes.

Ao NUEM por me possibilitar realizar esse trabalho. Em especial ao Marco que me ajudou a desenvolver o algoritmo utilizado no programa apresentado nessa pesquisa.

A minha noiva Emily por ter me incentivado, compreendido e tantas vezes ter abdicado do nosso tempo, durante a realização dessa etapa em nossas vidas.

Também agradeço a todos meus amigos de graduação que me ajudaram a chegar até aqui. Em especial ao Erich que me ajudou na primeira ilustração que originou a maioria das outras ilustrações deste trabalho.

E por fim agradeço a todos os funcionários da UTFPR, em especial meus professores, que muitas vezes foram mais do que professores me ensinando muito mais do que conteúdos de uma ementa e contribuindo para que eu me tornasse um profissional e uma pessoa melhor.

Procure a sabedoria e entendimento; não se esqueça das  
minhas palavras nem delas se afaste. (Pv. 4:5)

## RESUMO

WEILAND, Mateus. Modelagem matemática do perfil da bolha alongada no escoamento bifásico em golfadas e análise de dados experimentais. 2017. 94 f. Monografia (Trabalho de conclusão de curso) – Programa de graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

No escoamento bifásico líquido-gás, a fase gasosa e a fase líquida se distribuem em diferentes geometrias em função de características do escoamento como as vazões dos fluidos, as propriedades de cada fase e parâmetros geométricos da tubulação. Estas distribuições geométricas das fases são chamadas de padrões de escoamento. Um padrão de escoamento frequente nas linhas de produção de petróleo e gás é o escoamento bifásico em golfadas, que é caracterizado por uma célula unitária que compreende um pistão de líquido aerado e uma bolha alongada de gás que escoam junto a um filme de líquido. A modelagem matemática do perfil da bolha alongada é uma das possibilidades para caracterizar o escoamento bifásico líquido-gás em golfadas. Assim, neste trabalho é desenvolvida uma modelagem matemática do perfil da bolha alongada de gás a partir da conservação da quantidade de movimento na região da bolha alongada. O sistema de equações resultantes da modelagem matemática foi resolvido numericamente utilizando um programa computacional desenvolvido no presente trabalho. A partir da solução numérica é possível obter as frações de líquido e gás na região da bolha alongada, o comprimento da bolha alongada e do pistão de líquido e o perfil da bolha alongada. Foram realizados testes numéricos para diferentes condições de vazão de água e ar no padrão de escoamento bifásico em golfadas em dutos com inclinações, com relação à direção horizontal, de 0,  $-4^\circ$  e  $-7^\circ$ ,  $-10^\circ$  e  $-13^\circ$ . Os resultados foram comparados com dados experimentais medidos no NUEM-UTFPR. A partir da análise dos resultados foram verificados que os parâmetros calculados numericamente tiveram discrepâncias menores que 25%, quando comparados com dados experimentais, para o escoamento em golfadas com inclinações de 0,  $-4^\circ$  e  $-7^\circ$ . Para os casos do escoamento com inclinações de  $-10^\circ$  e  $-13^\circ$  as discrepâncias entre os resultados numéricos e experimentais foram maiores, limitando o uso da modelagem desenvolvida nestas condições.

**Palavras-chave:** Escoamento em golfadas, bolha alongada de gás, escoamento bifásico, Escoamento unidimensional, Escoamento descendente.

## ABSTRACT

WEILAND, Mateus. Modelagem matemática do perfil da bolha alongada no escoamento bifásico em golfadas e análise de dados experimentais. 2017. 94 f. Monografia (Trabalho de conclusão de curso) – Programa de graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

In the two-phase liquid-gas flow, the gas phase and the liquid phase are distributed in different geometries as a function of flow characteristics such as fluid flows rates, properties of each phase and geometric parameters of the pipe. These geometric distributions of each phases are called flow patterns. A commonly biphasic flow pattern in the oil and gas pipelines is the slug flow which is composed of a unit cell comprising an aerated liquid slug and an elongated gas bubble flowing next to a liquid film. The mathematical modeling of the elongated bubble profile is one of the possibilities to characterize the biphasic slug flow. Thus, in this work a mathematical modeling of the elongated gas bubble profile is developed from the balance of the momentum equation in the region of the elongated bubble. The system of equations resulting from mathematical modeling was solved numerically using the finite difference method. From the numerical solution it is possible to obtain the liquid holdup and the gas void fraction in the region of the elongated bubble, the length of the elongated bubble and the liquid slug and the profile of the elongated bubble. Numerical tests were performed for different water and air flow rates in the biphasic slug flow pattern in downwardly inclined pipes, of 0, -4° and -7°, -10° and -13°. The results were compared with experimental data measured in the NUEM-UTFPR. From the analysis of the results it was verified that the numerically calculated parameters had discrepancies smaller than 25%, when compared with experimental data, for the slug flow with inclinations of 0, -4° and -7°. For the cases of flow with inclinations of -10° and -13°, the discrepancies between the numerical and experimental results were greater, limiting the use of the modeling developed in these conditions.

**Key-words:** slug flow, elongated gas bubble, two-phase flow, unidimensional flow, downwardly flow.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-1 Padrões de Escoamento em tubulações horizontais.....	18
Figura 1-2 Mapa de fluxo para tubulações horizontais.....	19
Figura 1-3 Linhas de petróleo.....	20
Figura 1-4 Esquema de uma célula unitária.....	21
Figura 2-1 Variáveis do escoamento bifásico em golfadas.....	26
Figura 2-2 Regiões da bolha alongada proposta por Fagundes Netto.....	35
Figura 3-1 Volume de Controle se movendo com velocidade $u_T$ .....	38
Figura 3-2 Forças Atuando no VC.....	40
Figura 3-3 Corte transversal da tubulação.....	42
Figura 3-4 Balanço de Massa entre as regiões da célula unitária.....	45
Figura 4-1 Fluxograma do programa.....	50
Figura 4-2 Pontos do perfil.....	52
Figura 4-3 Bolhas dispersas.....	54
Figura 4-4 Esquema do primeiro ponto.....	55
Figura 4-5 - Perfil da bolha alongada calculada para velocidades superficiais de ar e água de 3 m/s e 0,5 m/s respectivamente e com inclinação $0^\circ$ .....	58
Figura 5-1 Comparação entre $R_{GB}$ numérico e experimental para inclinação de $0^\circ$ ..	61
Figura 5-2 Comparação entre $l_B$ numérico e experimental para inclinação de $0^\circ$ .....	62
Figura 5-3 Comparação entre $l_S$ numérico e experimental para inclinação de $0^\circ$ .....	63
Figura 5-4 Perfis de bolha para $j_L = 1,5$ m/s e inclinação $0^\circ$ .....	64
Figura 5-5 Comparação entre $R_{GB}$ numérico e experimental para inclinação de $-4^\circ$ .	65
Figura 5-6 Comparação entre $l_B$ numérico e experimental para inclinação de $-4^\circ$ ....	66
Figura 5-7 Comparação entre $l_S$ numérico e experimental para inclinação de $-4^\circ$ ....	67
Figura 5-8 Perfis de bolha para $j_L = 1,5$ m/s e inclinação $-4^\circ$ .....	68

Figura 5-9 Comparação entre $R_{GB}$ numérico e experimental para inclinação de $-7^\circ$ .	69
Figura 5-10 Comparação entre $I_B$ numérico e experimental para inclinação de $-7^\circ$ ..	69
Figura 5-11 Comparação entre $I_S$ numérico e experimental para inclinação de $-7^\circ$ ..	70
Figura 5-12 Perfis de bolha para $j_L = 1,5$ m/s e inclinação $-7^\circ$ .....	71
Figura 5-13 Resultado de $R_{GB}$ para os pontos 5, 6, 7 e 8 da inclinação de $-7^\circ$ .	72
Figura 5-14 Comparação entre $R_{GB}$ numérico e experimental para inclinação de $-10^\circ$ .....	73
Figura 5-15 Comparação entre $I_B$ numérico e experimental para inclinação de $-10^\circ$	74
Figura 5-16 Comparação entre $I_S$ numérico e experimental para inclinação de $-10^\circ$	75
Figura 5-17 Perfis de bolha para $j_L = 1,5$ m/s e inclinação $-10^\circ$ .....	76
Figura 5-18 Comparação entre $R_{GB}$ numérico e experimental para inclinação de $-13^\circ$ .....	77
Figura 5-19 Comparação entre $I_B$ numérico e experimental para inclinação de $-13^\circ$	77
Figura 5-20 Comparação entre $I_S$ numérico e experimental para inclinação de $-13^\circ$	78
Figura 5-21 Perfis de bolha para $j_L = 2$ m/s e inclinação $-13^\circ$ .....	79

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 Faixa das variáveis utilizadas por Schulkes (2011).....	30
Tabela 3-1 Valores de $C_F$ e $n$ .....	42
Tabela 5-1 Grade de testes de todos os pontos experimentais de Rodrigues (2015) utilizados para validar o programa desenvolvido neste trabalho.....	60
Tabela 5-2 Erros para o ponto $j_L = 0,5$ m/s e $j_G = 0,3,00$ m/s .....	62
Tabela 5-3 Maiores erros percentuais do modelo .....	79

## **LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS**

NUEM	Núcleo de Escoamento Multifásicos
SC	Superfície de Controle
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
VC	Volume de Controle

## LISTA DE SÍMBOLOS

Descrição		Unidade
$a$	Aceleração relativa	[m/s <sup>2</sup> ]
$A$	Área	[m <sup>2</sup> ]
$B$	Constante para correlação da velocidade média das bolhas dispersas de gás	[-]
$C$	Constante para correlação da velocidade de translação da célula unitária	[-]
$D$	Diâmetro da tubulação	[m]
$f_k$	Fator de atrito da fase	
$freq$	Frequência	[Hz]
$Fr$	Número de Froude	[-]
$F$	Forças aplicadas	[N]
$g$	Gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
$h$	Altura do líquido	[m]

$j$	Velocidade da mistura	[m/s]
$j_L$	Velocidade superficial do líquido	[m/s]
$j_G$	Velocidade superficial do gás	[m/s]
$l$	Comprimento	[m]
$p$	Pressão	[Pa]
$Q_k$	Vazão volumétrica da fase k	[m <sup>3</sup> /s]
$R$	Fração da fase	[-]
Re	Número de Reynolds	[-]
$S$	Perímetro molhado	[m]
$t$	Tempo	[s]
$u_k$	Velocidade da fase	[m/s]
$v$	Velocidade relativa	[m/s]
$W$	Vazão mássica	[kg/s]
$\forall$	Volume	[m <sup>3</sup> ]
$\alpha$	Ângulo interno	[radianos]
$\beta$	Razão entre comprimento da bolha	[-]

e da célula unitária

$\theta$	Inclinação da tubulação	[radianos]
$\lambda$	Fração de líquido sem escorregamento	[-]
$\mu$	Viscosidade cinemática	[Pa.s]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Tensão superficial	[Pa]
$\tau$	Tensão de cisalhamento	[Pa]

#### Subscritos

$0$	Velocidade de deslizamento para um líquido estagnado
$B$	Termo referente a forças de corpo
$D$	Velocidade de deslizamento da bolha alongada
$G$	Fase gasosa
$GB$	Gás na bolha
$GS$	Gás no pistão
$i$	Interfacial

$L$	Fase líquida
$LB$	Líquido na região da bolha
$LS$	Líquido no pistão
$S$	Termo referente a forças de superfície
$T$	Translação
$U$	Célula unitária
$xy$	Referencial se movendo junto com o Volume de controle
$XY$	Referencial Fixo

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1	Contexto do Tema	19
1.2	Objetivos	21
1.3	Justificativa	22
1.4	Estrutura do trabalho	23
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>25</b>
2.1	Célula Unitária	25
2.2	Variáveis Características do Escoamento em Golfadas	25
2.2.1	Fração da fase	26
2.2.2	Velocidades superficiais	28
2.2.3	Velocidade da mistura	28
2.2.4	Velocidade de Translação da bolha alongada $u_T$ .	28
2.2.5	Velocidade média das Bolhas dispersas no pistão	29
2.2.6	Frequência da célula unitária	30
2.3	Análise de dados experimentais	32
2.3.1	Dados experimentais em escoamentos descendentes	32
2.4	Modelos de Bolha	33
2.5	Síntese do Capítulo	36
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>37</b>
3.1	Modelagem matemática do perfil da bolha alongada	37
3.1.1	Hipóteses do Modelo	37
3.1.2	Quantidade de movimento	39
3.1.3	Forças atuando no Modelo	41
3.1.4	Equação geral	44
3.1.5	Balanço de massa entre pistão de líquido e a bolha alongada	45
3.2	Relações de Fechamento para o Modelo.	47
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL</b>	<b>49</b>
4.1	Fluxograma do Programa	49
4.2	Dados de entrada	51
4.3	Procedimento para calcular os pontos do perfil	51
4.4	Altura Inicial ou primeiro ponto.	53
4.5	Bloco de repetição	55
4.6	Metodologia para Otimização do Programa	57
4.7	Variáveis calculadas pelo programa computacional	58
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>59</b>
5.1	Resultados para 0° Graus	61
5.2	Resultados para -4°	65
5.3	Resultados para -7 Graus	68
5.4	Resultados para -10 Graus	72

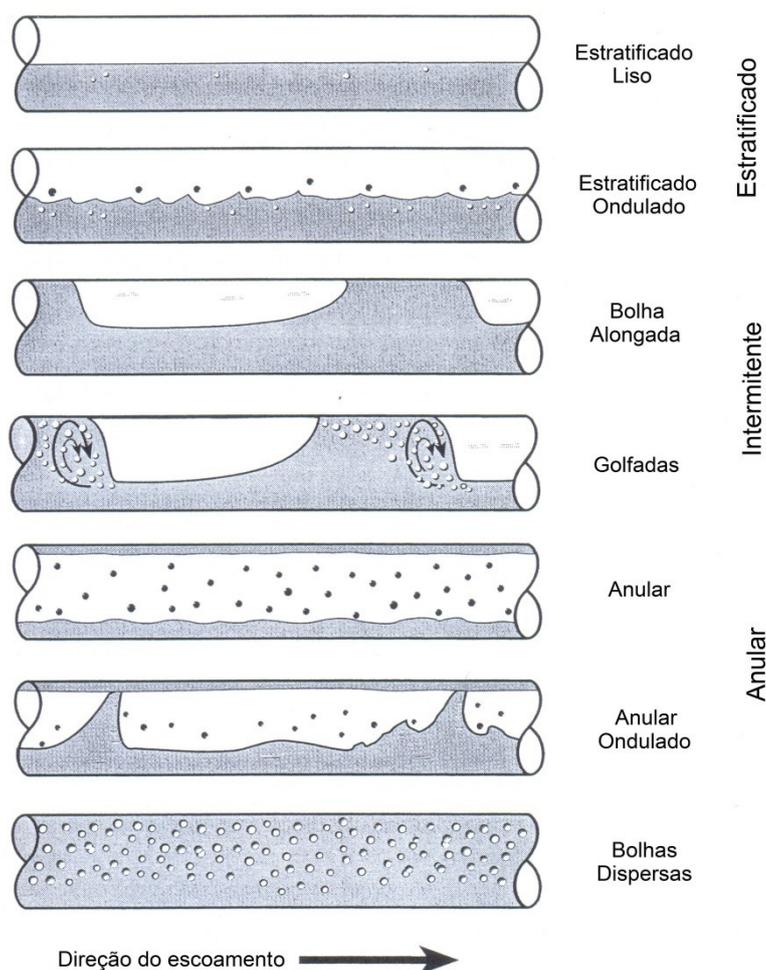
5.5	Resultados para -13 Graus	76
5.6	Discussões dos Resultados	79
6	CONCLUSÕES	83
	REFERÊNCIAS	85
	APÊNDICE A – RESULTADOS NUMÉRICOS E DADOS EXPERIMENTAIS	88
	APÊNDICE B – BALANÇO DE MASSA	92

## 1 INTRODUÇÃO

Em aplicações industriais e na natureza é possível encontrar escoamentos de mais de uma fase, chamados de escoamento multifásicos. Esses escoamentos envolvem a interação dinâmica entre as fases, ao longo do escoamento, o que aumenta o grau de complexidade e dificulta o desenvolvimento de modelos matemáticos.

Quando existem apenas duas fases, esses escoamentos são denominados escoamentos bifásicos. No caso específico do escoamento bifásico de líquido-gás, a fase gasosa e a fase líquida se distribuem em configurações geométricas diferentes em função de características do escoamento. Essas configurações são chamadas de padrões de escoamento, que para o caso do escoamento em dutos horizontais, podem ser observados na Figura 1-1 (SHOHAM, 2006).

Escoamentos estratificados podem apresentar uma interface lisa ou ondulada, dependendo principalmente da velocidade relativa entre as fases, que aumenta a tensão interfacial e conseqüentemente causa uma agitação na interface. Nesses escoamentos as forças gravitacionais são predominantes, deixando a fase de maior massa específica (líquida) na parte inferior da tubulação. Os escoamentos intermitentes são escoamentos descontínuos onde alterna-se a passagem de um pistão de líquido e uma bolha alongada de gás cercada por um filme de líquido. Quando o pistão de líquido não é aerado, muitos autores, denominam o padrão como de escoamento em bolhas alongadas. Quando a velocidade da fase gasosa é muito elevada ela pode expulsar a fase líquida para a parede da tubulação, formando assim escoamentos anulares. Já quando a velocidade da fase líquida é muito alta a fase gasosa tende a se dispersar em bolhas menores e escoar quase na mesma velocidade do líquido, formando o escoamento em bolhas dispersas.



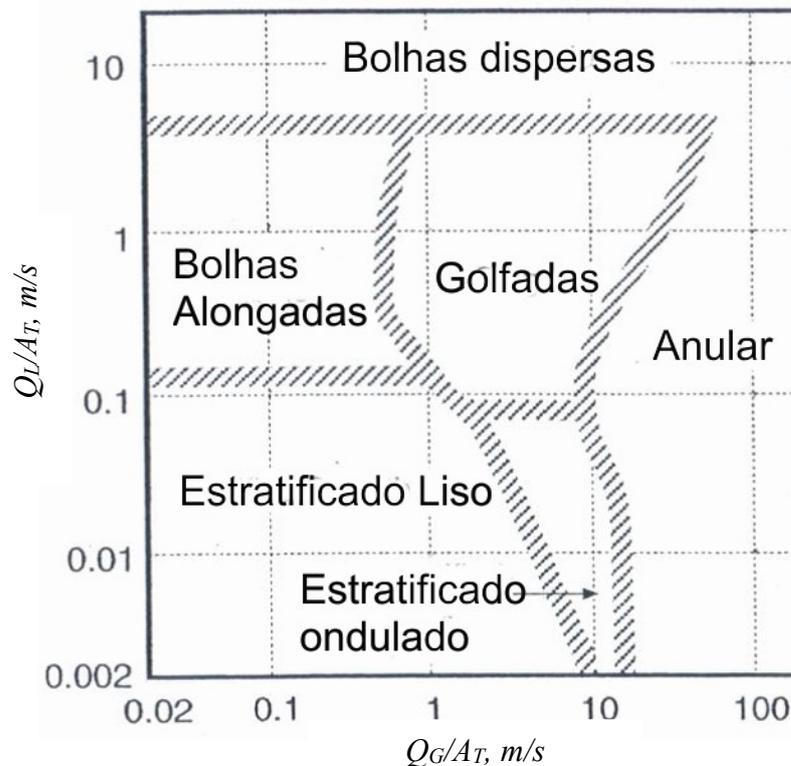
**Figura 1-1 Padrões de Escoamento em tubulações horizontais.**

Fonte: Adaptado de Shoham (2006, p.9).

Os padrões de escoamento dependem de parâmetros operacionais, como as vazões de líquido e de gás, variáveis geométricas incluindo o diâmetro e a inclinação da tubulação, propriedades físicas das duas fases como densidades, viscosidades e tensão superficial (SHOHAM, 2006).

Um dos métodos para tentar prever o padrão de escoamento é mapeá-los. Fixando as variáveis geométricas e as propriedades físicas dos fluidos e variando as vazões das fases é possível determinar o padrão de escoamento e obter um gráfico chamado de mapa de fluxo que, para o caso do escoamento horizontal, é exemplificado na Figura 1-2. Observa-se no mapa a ocorrência dos diversos padrões

de escoamento em função das vazões volumétricas das fases,  $Q_L$  e  $Q_G$ , sobre a área transversal da tubulação,  $A_T$ .



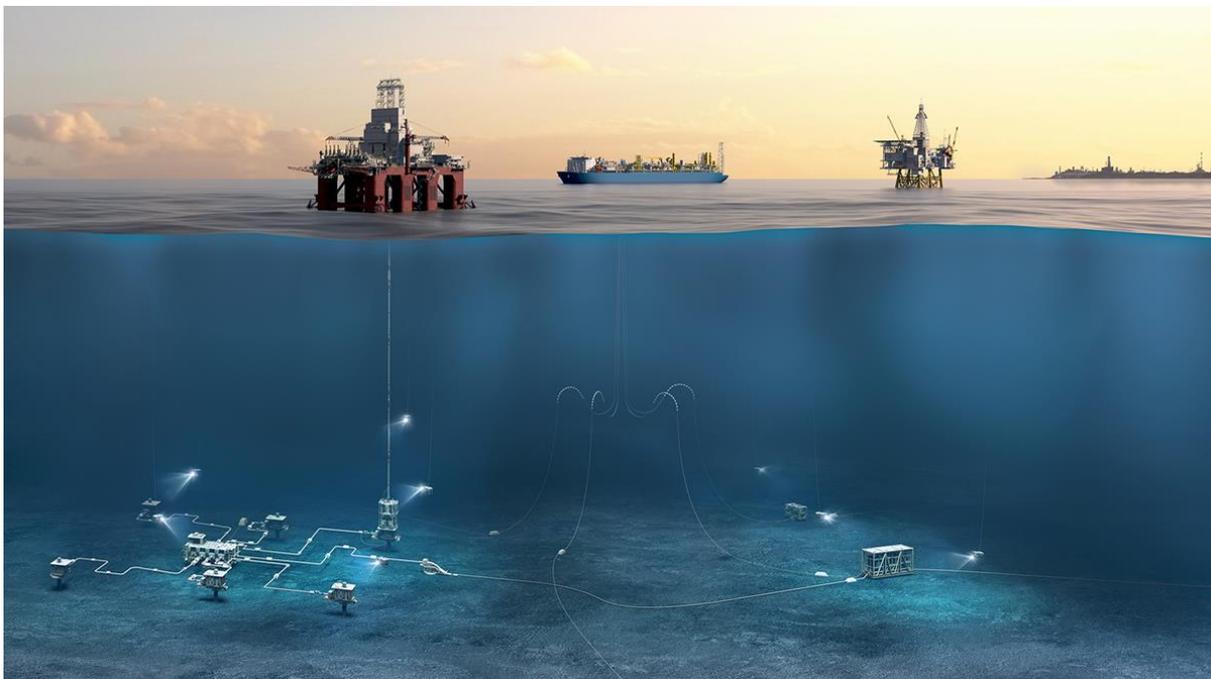
**Figura 1-2 Mapa de fluxo para tubulações horizontais**  
 Fonte: Adaptado de Shoham (2006, p.13).

### 1.1 Contexto do Tema

O escoamento bifásico líquido-gás em golfadas é um padrão de escoamento de natureza intrínseca transiente, o que dificulta estimar a sua queda de pressão e transferência de massa e calor no escoamento ao longo de uma tubulação (TAITEL; BARNEA, 1990). A sua previsão é importante, pois é frequentemente encontrado nas linhas de extração de petróleo e na indústria nuclear (HANYANG; LIEJIN, 2016).

A ocorrência do escoamento bifásico líquido-gás em golfadas é frequente, visto que ocorre para uma ampla faixa de combinações de vazões das fases líquida e gasosa. Outro fator que favorece o escoamento em golfadas nas linhas de produção de petróleo é a utilização do método de elevação artificial por injeção de gás (*gas-lift*). Esse método consiste em diminuir a pressão hidrostática da linha de produção injetando gás na tubulação, favorecendo assim o surgimento das bolhas alongadas.

A Figura 1-3 mostra o esquema de uma linha de produção de petróleo onde o padrão golfadas é frequentemente encontrado. (HANYANG; LIEJIN 2016).



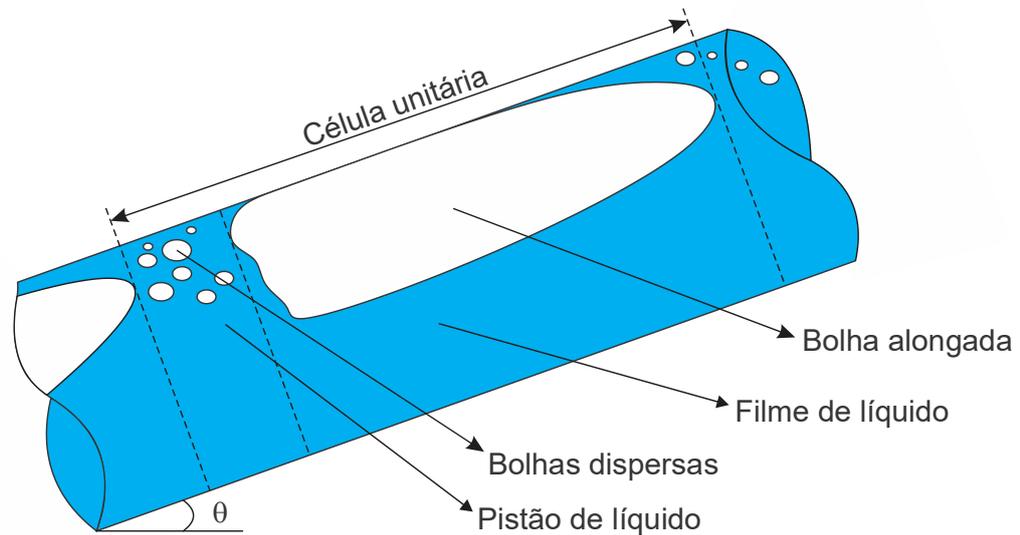
**Figura 1-3 Linhas de petróleo**

Fonte: Aker Solutions. Disponível em <http://akersolutions.com/who-we-are/>

A Figura 1-4 apresenta uma célula unitária característica do escoamento bifásico em golfadas. A célula unitária compreende um pistão de líquido aerado e uma bolha de gás cercada por um filme de líquido (WALLIS, 1969). Dessa forma, o escoamento pode ser visto como uma sucessão de células unitárias de variadas dimensões. É devido a essa natureza intermitente que a modelagem matemática do escoamento bifásico em golfadas se torna complexa.

A complexidade na modelagem matemática do escoamento bifásico em golfadas está no fato do sistema de equações resultantes ter mais variáveis que equações, o que torna o problema matematicamente aberto. Neste caso, são necessários o uso de relações empíricas para fechar o sistema de equações e tornar o problema passível de solução. Uma das alternativas para contornar este problema é modelar matematicamente o perfil da bolha alongada de gás, com o uso de correlações empíricas. Como resultado da modelagem matemática do perfil da bolha

alongada, em combinação com a conservação da massa, é possível estimar a fração de líquido e gás na região da bolha alongada e o comprimento da bolha alongada em função das condições do escoamento, vazões e propriedades dos fluidos.



**Figura 1-4 Esquema de uma célula unitária**

Fonte: Autoria própria<sup>1</sup>

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral do trabalho é modelar matematicamente e numericamente o perfil da bolha alongada de gás no escoamento bifásico líquido-gás em golfadas. Assim, será desenvolvido um algoritmo e implementado computacionalmente para obter o perfil da bolha alongada de gás e calcular a fração média de líquido na região da bolha alongada de gás, o comprimento da bolha alongada e do pistão de líquido em função das vazões e propriedades dos fluidos, do diâmetro e da inclinação da tubulação.

<sup>1</sup> Ilustrações e tabelas sem indicação de fonte são de Autoria Própria.

Os objetivos específicos são:

- Obter um programa computacional que possa calcular numericamente o perfil da bolha alongada, a fração de líquido média na região da bolha alongada de gás, o comprimento da bolha alongada, o comprimento do pistão de líquido e que, por fim, apresente graficamente o perfil da bolha alongada em estudo;
- Comparar a metodologia desenvolvida, baseada no trabalho de Taitel e Barnea (1990), com dados experimentais para escoamentos horizontais e levemente inclinados descendentes para validar o programa.

### 1.3 Justificativa

O escoamento em golfadas é frequentemente encontrado em aplicações industriais como na indústria nuclear, unidades de geração de energia e ainda em outros processos industriais (HANYANG; LIEJIN, 2016). Devido a este fato o seu estudo de uma ampla gama de aplicações industriais.

Além das aplicações industriais supracitadas o escoamento bifásico em golfadas é um dos padrões mais frequentes encontrados em linhas de produção de petróleo, devido às vazões de óleo e gás (GOPAL *et al*, 1995). Segundo os autores existe um aumento dos efeitos de corrosão e erosão na tubulação devido às características do escoamento em golfadas. Por ser um escoamento intermitente e de natureza instável grandes quedas de pressão são percebidas que podem acarretar em grandes esforços sobre equipamentos e tubulações. Portanto é importante determinar as variáveis do escoamento em golfadas afim de dimensionar dutos e equipamentos que transportam óleo e gás.

Uma das maneiras de caracterizar o escoamento bifásico em golfadas para suprir as necessidades das aplicações industriais, principalmente da indústria de óleo e gás, é modelar o escoamento matematicamente e desenvolver um programa computacional que de fato caracterize esse padrão de escoamento. Dessa forma, o presente trabalho visa contribuir com essas necessidades industriais em determinar as variáveis características do escoamento em golfadas.

Escoamentos bifásicos descendentes tem aplicações na indústria química e civil (MARTIN, 1976). O autor também mostra a importância de conhecer o padrão de escoamento, as características hidrodinâmicas e os efeitos de transferência de calor em reatores nucleares. Devido a ampla aplicação dos escoamentos bifásicos descendentes em diferentes setores da indústria, é possível perceber a relevância que tem um programa computacional que simula escoamentos descendentes, justificando assim a extensão do modelo, desenvolvido no presente trabalho, para escoamentos bifásicos em golfadas em dutos descendentes

#### **1.4 Estrutura do trabalho**

O trabalho é dividido em 6 capítulos explicados a seguir:

- O primeiro capítulo traz uma contextualização do tema, define a caracterização do problema, traça e justifica os objetivos e mostra a estrutura do trabalho;
- O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica na qual se baseia este trabalho. Também mostra uma revisão bibliográfica dos trabalhos sobre análise de dados experimentais e dos modelos para o perfil da bolha alongada de gás encontrados na literatura;
- O terceiro capítulo mostra a modelagem matemática baseada no modelo de Taitel e Barnea (1990) para o escoamento bifásico em golfadas afim de encontrar uma equação para calcular o perfil da bolha alongada de gás;
- O quarto capítulo apresenta a metodologia utilizada para implementar a solução computacional da modelagem apresentada no terceiro capítulo;
- O quinto capítulo apresenta os resultados do programa para escoamentos horizontais e inclinados descendentes. As inclinações utilizadas foram de  $0^\circ$ ,  $-4^\circ$ ,  $-7^\circ$ ,  $-10^\circ$  e  $-13^\circ$ . Foram usados dados obtidos por Rodrigues (2015) disponíveis no NUEM (Núcleo de Escoamento Multifásico);

- O sexto capítulo trata das conclusões obtidas através dos resultados obtidos no decorrer do presente trabalho.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados conceitos fundamentais sobre o escoamento bifásico em golfadas e trabalhos existentes na literatura, necessários para o entendimento do problema e desenvolvimento do presente trabalho. Após apresentados os conceitos fundamentais, é feita uma breve revisão sobre trabalhos mais relevantes, para este estudo, sobre a obtenção de dados experimentais em escoamentos descendentes. Por último foram selecionados trabalhos sobre modelagens matemáticas do escoamento bifásico em golfadas e a validação dos respectivos modelos.

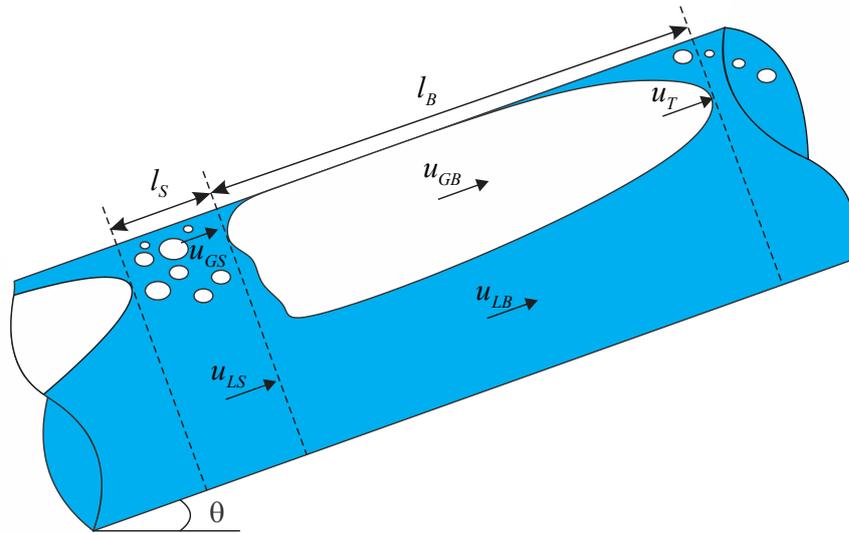
### 2.1 Célula Unitária

A célula unitária, também mostrada Figura 2-1 , compreende um pistão de líquido aerado seguida de uma bolha alongada de gás cercada por um filme de líquido (WALLIS, 1969). Muitas vezes a região da bolha alongada pode ser comparada a um escoamento estratificado e a região do pistão de líquido aerado como um escoamento de bolhas dispersas. Devido ao fato de cada uma destas regiões terem características distintas e serem transientes, torna este escoamento como intrinsecamente intermitente. Devido à complexidade associada aos fenômenos físicos envolvidos neste tipo de escoamento, a previsão da evolução da célula unitária do escoamento bifásico em golfadas ao longo do escoamento é um dos desafios da mecânica dos fluidos.

### 2.2 Variáveis Características do Escoamento em Golfadas

A Figura 2-1 mostra as variáveis que caracterizam o escoamento em golfadas. O comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , é medido da traseira da bolha da frente até o nariz da bolha de trás.  $u_{LS}$  é a velocidade média do líquido no pistão e  $u_{GS}$  é a velocidade média do gás nas bolhas dispersas, ou seja, a velocidade média do gás no pistão de líquido. O comprimento da bolha alongada de gás é representado por  $l_B$ ,  $u_{LB}$  é a velocidade média do filme líquido e  $u_{GB}$  é a velocidade média do gás

dentro da bolha alongada. Como a bolha de gás vai expandindo do nariz até a cauda  $u_{GB}$  e  $u_{LB}$  vão variando conforme o perfil da bolha alongada. A frente da bolha se move com velocidade de translação  $u_T$ , que não é a mesma velocidade que a velocidade média do gás dentro da bolha  $u_{GB}$ , devido ao fato do gás se expandir dentro da bolha alongada.



**Figura 2-1 Variáveis do escoamento bifásico em golfadas**

Nas próximas seções será mostrada uma revisão bibliográfica sobre os modelos existentes para estimar os principais parâmetros do escoamento bifásico líquido-gás em golfadas.

### 2.2.1 Fração da fase

Um conjunto de variáveis importantes para o escoamento em golfadas é a fração de fase. A fração de cada fase é a razão entre a área transversal da fase e a área transversal da tubulação, ou seja, em dada seção transversal ela representa a porcentagem de uma fase. A fração de líquido, por exemplo, é a razão entre a área de líquido e a área transversal da tubulação.

$$R_L = \frac{A_L}{A_T} \quad (2.1)$$

Da mesma forma para a fração de gás, ou fração de vazio, é definida como a razão entre a área transversal de gás e área transversal total da tubulação e pode ser relacionada com a fração de líquido como mostrado na equação (2.2).

$$R_G = \frac{A_G}{A_T} = 1 - R_L \quad (2.2)$$

### 2.2.1.1 Fração de líquido no pistão

Na literatura autores propuseram correlações para calcular a fração de líquido do pistão. Caso o pistão não seja aerado assume-se que  $R_{LS} = 1$ . Caso seja considerado um pistão aerado, um dos modelos sugeridos é o proposto por (GREGORY *et al*, 1978) e que dado pela seguinte relação:

$$R_{LS} = \frac{1}{1 + \left(\frac{j}{8,66}\right)^{1,39}} \quad (2.3)$$

Para escoamentos horizontais, inclinados e verticais ascendentes (GOMEZ *et al.*, 2000), utilizando dados experimentais existentes na literatura aberta, propuseram uma nova correlação baseada no número de Reynolds e inclinação da tubulação e dada pela seguinte relação:

$$R_{LS} = 1e^{-(0,45\theta_R + 2,48 \cdot 10^{-6} Re_{LS})}, \quad (2.4)$$

onde  $\theta_R$  representa a inclinação da tubulação em radianos e o número de Reynolds da mistura definido pela equação (2.5):

$$Re_J = \frac{\rho_L j D}{\mu_L}, \quad (2.5)$$

onde  $\rho_L$  e  $\mu_L$  são a densidade e a viscosidade da fase líquida,  $D$  é o diâmetro da tubulação e  $j$  é a velocidade da mistura.

### 2.2.2 Velocidades superficiais

Outro conceito importante é o de velocidade superficial. A velocidade superficial de uma fase é a velocidade da fase como se ela estivesse escoando sozinha na tubulação. Ou seja, a razão entre a vazão volumétrica da fase e a área da seção transversal. Assim a velocidade superficial de líquido  $j_L$  e a velocidade superficial de gás  $j_G$  podem ser definidas como:

$$\begin{aligned} j_L &= \frac{Q_L}{A_T} \\ j_G &= \frac{Q_G}{A_T} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Onde  $Q_L$  e  $Q_G$  são as vazões volumétricas de líquido e gás respectivamente e  $A_T$  é a área da seção transversal.

### 2.2.3 Velocidade da mistura

A velocidade da mistura,  $j$ , é definida como a razão entre a vazão volumétrica total e a área da seção transversal. Assim, ela também representa a soma das velocidades superficiais:

$$j = \frac{Q_L + Q_G}{A_T} = j_L + j_G \quad (2.7)$$

### 2.2.4 Velocidade de Translação da bolha alongada $u_T$ .

Nicklin *et al.* (1962) mostraram que para um número de Reynolds entre  $8 \times 10^5$  e  $5 \times 10^4$  a velocidade de translação da bolha alongada pode ser escrita como uma relação linear entre a velocidade da mistura  $j$ .

$$u_T = Cj + u_D, \quad (2.8)$$

onde  $C$  é uma constante relacionada à contribuição da velocidade da mistura. Para uma boa aproximação de engenharia, em escoamentos com baixa tensão

superficial, Taitel e Barnea (1990) sugerem  $C = 1,2$  para o escoamento turbulento e  $C = 2$  para escoamentos laminares. Já  $u_D$  é a velocidade de deslizamento da bolha alongada que representa a velocidade de uma bolha alongada escoando em um líquido estagnado.

Bendiksen (1984) fez um estudo experimental utilizando ar e água em um tubo de acrílico de 1,92 centímetros de diâmetro. Nesse estudo o autor mede bolhas isoladas em um escoamento. O autor varia a inclinação da tubulação de  $-30^\circ$  até  $+90^\circ$  passando pelo escoamento horizontal e usa um fototransistor para fazer as medições das velocidades. O foco de seu estudo foi encontrar uma equação para calcular a velocidade de translação da bolha alongada de gás. O autor ainda traz dois resultados importantes. Sendo o primeiro uma correlação para velocidade de deslizamento da bolha mostrada na equação (2.9):

$$u_D = 0,54\sqrt{gD} \cos \theta + 0,35\sqrt{gD} \sin \theta \quad (2.9)$$

O segundo resultado foi referente à análise do perfil de bolha alongada, objeto de estudo do presente trabalho. Baseado em imagens fotográficas, (BENDIKSEN, 1984), não observou um perfil de bolha estável, porém observou que as mudanças significativas do perfil são devidas ao aparecimento do salto hidráulico e de bolhas dispersas na cauda da bolha.

### 2.2.5 Velocidade média das Bolhas dispersas no pistão

A velocidade média das bolhas dispersas também pode ser escrita utilizando uma relação linear de  $j$  (TAITEL; BARNEA, 1990).

$$u_{GB} = Bj + u_0, \quad (2.10)$$

Onde  $B$  é um parâmetro de distribuição (ZUBER; FINDLAY, 1965) e  $u_0$  representa a velocidade de deslizamento da bolha. (TAITEL; BARNEA 1990). Para uma única bolha escoando em um meio infinito, Harmanthy (1960) propõe a equação (2.11):

$$u_{\infty} = 1,54 \left[ \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.11)$$

Taitel e Barnea (1990) sugerem que  $u_{\infty} = u_0$ . Sua justificativa é baseada no trabalho de Wallis (1969) onde ele define essa igualdade para um padrão de escoamento agitado (*Churn flow*). Segundo Taitel e Barnea (1990) esse é o caso mais próximo do escoamento das bolhas no escoamento bifásico em golfadas.

### 2.2.6 Frequência da célula unitária

Considerando que a célula unitária se move com a mesma velocidade que a velocidade de translação da bolha alongada de gás, a frequência da célula unitária,  $freq$ , pode ser definida como a razão entre a velocidade de translação da bolha alongada e o comprimento da célula unitária:

$$freq = \frac{u_T}{l_U} \quad (2.12)$$

A frequência é um parâmetro necessário para calcular o comprimento da célula unitária, considerando que a célula se move a uma velocidade constante  $u_T$ . É possível obter um valor para frequência através da medição do período de passagem da célula unitária ou calcula-la através da utilização de uma correlação. Schulkes (2011) propôs uma correlação utilizando dados abertos na literatura. Desta forma o autor validou sua correlação para diferentes diâmetros e inclinações de dutos, viscosidades de fluidos e pressões de sistemas apresentados na Tabela 2-1.

**Tabela 2-1 Faixa das variáveis utilizadas por Schulkes (2011)**

<b>Diâmetro da tubulação</b>	19 a 100mm
<b>Viscosidade do fluido</b>	1 a 589cp
<b>Pressão do Sistema</b>	1 a 50bar
<b>Inclinação</b>	-1 a 80°

Assim a correlação de pode ser definida como:

$$freq = \frac{j}{D} \Psi(\lambda) \cdot \Phi(\text{Re}_L) \cdot \Theta(\theta, Fr) \quad (2.13)$$

Onde  $\Psi$  representa o termo em função da fração de líquido dado por:

$$\Psi(\lambda) = 0,016\lambda(2 + 3\lambda) \quad (2.14)$$

E  $\lambda$  é a fração de líquido sem escorregamento definida por:

$$\lambda = \frac{j_L}{j} \quad (2.15)$$

E  $\Phi$  é o termo em função do número de Reynolds:

$$\Phi(\text{Re}_L) = \begin{cases} 12,1 \cdot \text{Re}_{NSL}^{-0,37} & \text{se } \text{Re}_{NSL} < 4000 \\ 1 & \text{se } \text{Re}_{NSL} \geq 4000 \end{cases} \quad (2.16)$$

$R_{NSL}$  representa o número de Reynolds em relação a velocidade superficial do líquido:

$$\text{Re}_{NSL} = \frac{\rho_L j_L D}{\mu_L} \quad (2.17)$$

E  $\mu_L$  é a viscosidade cinemática do líquido. E  $\Theta$  o termo que representa o efeito da inclinação da tubulação:

$$\Theta(\theta, Fr) = \begin{cases} 1 + \frac{2}{Fr} \text{sgn}(\theta) \sqrt{|\theta|} & \text{para } |\theta| \leq 0,17 \\ \frac{1,8}{Fr} \cdot (0,6 + 2\theta - \theta^2) & \text{para } \theta > 0,17 \end{cases} \quad (2.18)$$

A função  $\text{sgn}$  representa a função sinal. Retorna apenas o sinal da entrada. Já  $Fr$  representa o número de Froude:

$$Fr = \frac{j_L}{\sqrt{Dg \cos \theta}} \quad (2.19)$$

A partir do cálculo dos termos apresentados nas equações (2.14), (2.16) e (2.18) é possível obter a frequência da célula unitária.

## 2.3 Análise de dados experimentais

Uma das maneiras de validar o desempenho de um modelo matemático ou fenomenológico de escoamento bifásico em golfadas é por comparação direta com dados experimentais. Um dos fatores determinantes para obter dados experimentais confiáveis está relacionado com a escolha de uma técnica de medição adequada. Falcone (2009) mostra várias técnicas para a obtenção de dados experimentais em escoamentos multifásicos. A autora apresenta as técnicas geralmente utilizadas e sugere as mais adequadas para cada situação ou padrão de escoamento, afim de obter dados precisos. A partir destas técnicas de medições é possível obter bons resultados experimentais que permitem a validação de modelos teóricos como o deste trabalho. Na literatura são encontrados diversos trabalhos sobre medição experimental do escoamento bifásico em golfadas para diferentes cenários experimentais. Na próxima seção será dada ênfase em escoamentos descendentes, visto que este trabalho tem por objetivo validar um modelo para escoamentos descendentes.

### 2.3.1 Dados experimentais em escoamentos descendentes

Na literatura é possível encontrar uma gama de trabalhos sobre escoamento bifásico em tubulações descendentes. Existem trabalhos desenvolvidos para diferentes padrões de escoamento incluindo o escoamento bifásico em golfadas. Nessa seção são apresentados os estudos mais relevantes, para este trabalho, que realizam medições experimentais para o escoamento em golfadas em tubulações descendentes.

Woods *et al.* (2000), fazem um estudo sobre o efeito de pequenas inclinações descendentes na formação das golfadas utilizando como fluidos ar e água. Foi utilizada uma tubulação de acrílico com 76,3 milímetros de diâmetro e 23 metros de comprimento. As inclinações analisadas foram de  $-0,2^\circ$ ,  $-0,5^\circ$  e  $-0,8^\circ$ . O autor utilizou uma técnica de sensor condutivo de dois fios de cromo para a detecção das fases. Assim os autores conseguiram medir a fração de líquido naquela seção transversal da tubulação. Os autores mostram que conforme a inclinação se torna mais negativa a velocidade superficial de líquido necessária para iniciar as golfadas aumenta.

Rotiberg *et al.* (2008) também fazem um estudo de um escoamento descendente, porém para as inclinações  $-1^\circ$ ,  $-2,5^\circ$ ,  $-5^\circ$  e  $-7^\circ$ . Os autores utilizam ar e água como fluidos e uma tubulação de 24 milímetros de diâmetro e 10 metros de comprimento. Como técnica de medição utilizaram um sensor de malha de eletrodos (*Wire-mesh sensor*). A partir dos dados do sensor os autores conseguiram obter um perfil médio para o nariz da bolha alongada, o filme líquido e a cauda da bolha. Os autores mostraram que a inclinação da tubulação afeta principalmente o comprimento da bolha enquanto a vazão de gás afeta os comprimentos da bolha e da golfada.

Rodrigues (2015) apresenta um trabalho sobre o escoamento de ar e água descendente em uma tubulação acrílica de diâmetro de 25,8 mm e 9,2 m de comprimento. As inclinações foram  $0^\circ$ ,  $-4^\circ$ ,  $-7^\circ$ ,  $-10^\circ$  e  $-13^\circ$ . O autor mediu a fração de vazio em uma seção transversal do tubo utilizando um sensor de malha de eletrodos e a partir dos sinais temporais gerados extraiu distribuições estatísticas para: a velocidade de translação da bolha alongada, a frequência de passagem da célula unitária, o comprimento da bolha alongada de gás e do pistão de líquido e a fração de vazio na região da bolha alongada. Os dados medidos por Rodrigues (2015) serão utilizados para validar o modelo matemático estudado neste trabalho e verificar a possibilidade de extensão do modelo para escoamentos descendentes. Seu trabalho é abordado em detalhes no capítulo 5 onde é apresentada a comparação entre os resultados obtidos pelo programa computacional e os resultados medidos experimentalmente por Rodrigues (2015).

## **2.4 Modelos de Bolha**

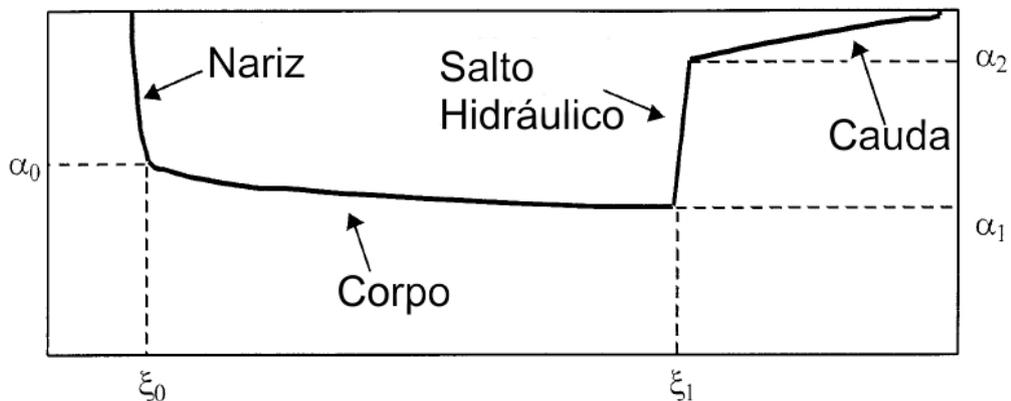
Na literatura alguns autores apresentam trabalhos sobre o perfil da bolha alongada. Um dos primeiros modelos para o perfil da bolha alongada foi detalhado por Dukler e Hubbard em 1975. O modelo é baseado na observação de que o pistão de líquido se movendo mais rápido do que o filme líquido o absorve, assim acelerando o líquido até a velocidade do pistão. Os autores também validaram seu modelo utilizando dados experimentais de um sistema ar-água em um tubo de vidro horizontal com 3,81 centímetros de diâmetro e 19,8 metros de comprimento. Os

autores, utilizando sondas de contato elétrico, mediram a velocidade de translação da frente da bolha alongada e, segundo eles, conseguiram bons resultados. Também mediram o comprimento do pistão de líquido utilizando uma única sonda de contato elétrico. Um contador monitora o tempo quando o início do pistão de líquido entra em contato com a sonda e para quando o contato é quebrado na traseira do pistão. Assim usando este tempo medido e a velocidade da bolha consegue-se determinar o comprimento do pistão de líquido. Porém os autores alertam que devido à aeração do pistão é difícil utilizar essa técnica para sua medição.

Nicholson *et al.* (1978) modificaram o modelo de Dukler e Hubbard (1975) para outras faixas de vazões e compararam com dados experimentais de um escoamento bifásico ar-óleo. Ainda eram necessárias duas correlações, uma para a velocidade média das bolhas dispersas no pistão e outra para a fração de líquido média no pistão como no modelo anterior. Porém ao contrário do modelo de Dukler e Hubbard (1975) a velocidade da mistura não necessariamente é a mesma da velocidade do pistão de líquido.

Em 1990, Taitel e Barnea, a partir da equação da conservação quantidade de movimento para o líquido e para o gás na região da bolha alongada, desenvolveram um modelo para escoamentos horizontais, inclinados e verticais. Segundo o modelo dos autores a velocidade do líquido e do gás no pistão podem ser diferentes, ocorrendo deslizamento entre as bolhas dispersas e o líquido, ao contrário do modelo de Dukler e Hubbard (1975) e concordando com o modelo de Nicholson *et al.* (1978). O modelo necessita de quatro relações de fechamento para funcionar: a velocidade de translação da célula unitária, a fração de vazio do pistão de líquido, a frequência de passagem da célula unitária e a velocidade das bolhas dispersas no pistão. O modelo proposto por Taitel e Barnea (1990) foi o modelo escolhido para a implementação no presente trabalho, visto que é um modelo que atende todas as inclinações do horizontal até o vertical. Este é um modelo que pode ser implementado numericamente de maneira simples, afim de obter resultados com baixo tempo computacional. Um dos objetivos do presente trabalho é fazer a extensão do modelo apresentado por Taitel e Barnea (1990) para escoamentos descendentes. O modelo será apresentado em detalhes no próximo capítulo.

Fagundes Netto *et al.* (1999) apresentam um estudo teórico e experimental do perfil da bolha alongada. Os autores injetaram água e gás em uma tubulação horizontal de 53 milímetros de diâmetro e 90 metros de comprimento. A seção de medição utilizando 5 sensores (*wire probes*) foi colocada a 70 metros do início da tubulação para obter um perfil da bolha alongada de gás desenvolvido e se movendo a uma velocidade constante. Assim como Bendiksen (1984), os autores nesse estudo utilizam bolhas alongadas de gás isoladas que atingem seu perfil final e viajam a uma velocidade constante a poucos metros do início da tubulação. Os autores também apresentam um modelo teórico mais complexo onde dividiram a bolha em quatro regiões, como mostrado na Figura 2-2, e modelaram cada uma de forma separada: nariz, corpo, salto hidráulico e cauda. Os dados de entrada do seu modelo são o diâmetro interno da tubulação, vazão do líquido, velocidade e o volume da bolha. Diferindo do modelo de Taitel e Barnea (1990) onde ao invés de utilizar o volume da bolha alongada utiliza o comprimento da célula unitária. Porém o autor valida seu modelo apenas para escoamentos horizontais. Ainda segundo suas conclusões o perfil da bolha não varia com o seu comprimento.



**Figura 2-2 Regiões da bolha alongada proposta por Fagundes Netto.**

Fonte: (Fagundes Netto, 1999)

Hanyang e Liejin em 2016 também fizeram um estudo experimental e numérico sobre o escoamento de uma única bolha alongada em um escoamento intermitente horizontal e inclinado. Seu modelo teórico baseia-se no modelo de bolha alongada de Fagundes Netto *et al.* (1999), porém o estenderam para escoamentos inclinados ascendentes. Na parte experimental utilizaram uma tubulação de 50 milímetros de

diâmetro e 16,5 metros de comprimento. Para medir o perfil da bolha usaram três pares de sondas condutoras (*conductive probes*). Os autores obtiveram ótimos resultados quando plotaram o perfil da bolha calculada sobre o perfil da bolha medido experimentalmente. Ainda segundo os autores o perfil da bolha depende do número de Froude, do comprimento da bolha alongada e da inclinação da tubulação.

Destes modelos o escolhido para ser utilizado neste trabalho foi o de Taitel e Barnea (1990). Optou-se por este modelo pelo fato deste ser o único a abordar casos horizontais, inclinados e verticais. Em relação aos modelos feitos antes dele, o modelo de Taitel e Barnea aborda outros mecanismos do escoamento bifásico em golfadas que não são abordados nos modelos mais antigos. Em relação aos modelos posteriores esse é um modelo com custo computacional menor, visto que modela apenas o corpo da bolha alongada, porém com bons resultados. Também ao invés de utilizar o volume de gás como dado de entrada, utiliza o comprimento da célula unitária, sendo este mais fácil de mensurar.

## **2.5 Síntese do Capítulo**

Neste capítulo foram apresentadas a fundamentação teórica e as variáveis características do escoamento bifásico em golfadas. Em seguida foi apresentada a revisão bibliográfica para medições experimentais do escoamento bifásico em golfadas em tubulações descendentes que é objeto deste estudo. Também apresentou-se a revisão sobre a modelagem matemática do perfil da bolha alongada destacando-se o modelo proposto por Taitel e Barnea (1990) que será apresentado em detalhes no próximo capítulo.

Nessa revisão também se observou que além de poucos trabalhos para escoamentos bifásicos em golfadas em dutos descendentes, nenhum dos modelos matemáticos faz uma análise do perfil da bolha alongada para inclinações descendentes. Assim, no presente trabalho pretende analisar como o modelo matemático se comporta quando aplicados a inclinações descendentes.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática para o perfil da bolha alongada no padrão de escoamento em golfadas para tubulações horizontais e levemente inclinadas proposto por Taitel e Barnea (1990). O ângulo de inclinação da tubulação é apresentado nas figuras como inclinação positiva por convenção, visto que as relações ficam mais visíveis, porém ele também pode ser negativo. É mostrada a dedução da equação para obter o perfil da bolha alongada a partir da Segunda Lei de Newton na forma diferencial. Para finalizar, são apresentadas quatro correlações de fechamento necessárias para a solução do modelo em estudo.

#### 3.1 Modelagem matemática do perfil da bolha alongada

É possível modelar matematicamente uma equação para calcular o perfil da bolha alongada a partir da equação da conservação quantidade de movimento para ambas as fases. A metodologia utilizada foi baseada na modelagem proposta por Taitel e Barnea (1990) e consiste em aplicar as equações da conservação da quantidade de movimento e da conservação da massa na região da bolha alongada.

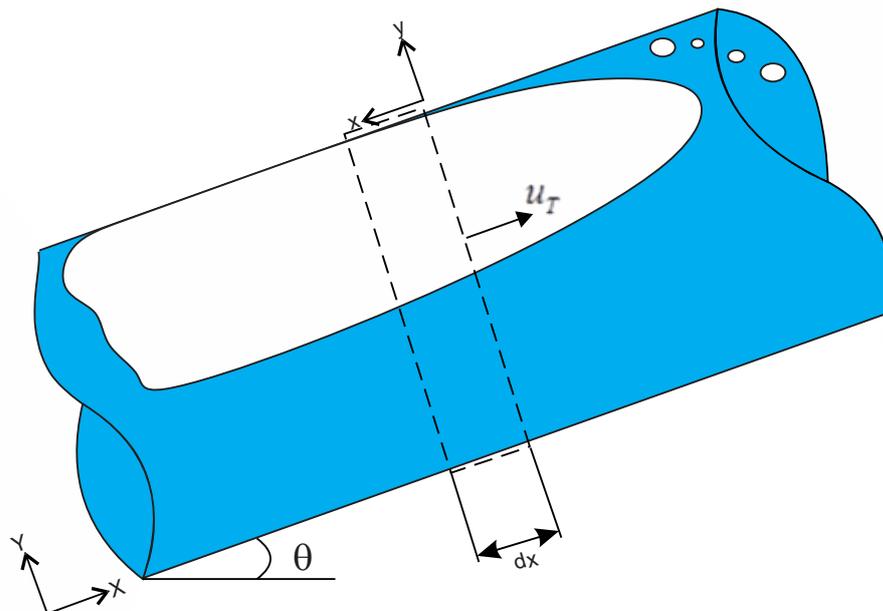
##### 3.1.1 Hipóteses do Modelo

O modelo proposto é válido para as seguintes hipóteses:

- I. Regime Permanente;
- II. Escoamento unidimensional na direção contrária ao eixo x mostrado na Figura 3-1;
- III. O líquido e o gás são considerados localmente incompressíveis;
- IV. Ambos os fluidos são newtonianos;
- V. Não é levada em consideração a transferência de massa e calor entre as fases e com o ambiente externo;
- VI. O gás está distribuído em bolhas dispersas uniformes no pistão de líquido;

- VII. É desconsiderado o efeito do nariz da bolha alongada;
- VIII. Em uma mesma seção transversal o gradiente de pressão é o mesmo para as duas fases;
- IX. Apenas são levadas em conta as forças de atrito, peso e devida a pressão hidrostática e hidrodinâmica. Outras forças são desconsideradas;
- X. As propriedades das fases são constantes;
- XI. A célula unitária se move com velocidade constante igual a velocidade da frente da bolha  $u_T$ . Dessa forma o comprimento da célula unitária  $L_U$  é constante.

A Figura 3-1 mostra um Volume de Controle (VC) na região da bolha alongada se movendo a uma velocidade constante  $u_T$  em relação a um sistema de coordenadas estático X-Y. O eixo x-y representa um sistema de coordenadas que se move com velocidade  $u_T$  acompanhando o VC. Nas próximas seções, aplica-se um balanço da conservação quantidade de movimento neste volume de controle para o gás e para o líquido.



**Figura 3-1** Volume de Controle se movendo com velocidade  $u_T$

### 3.1.2 Quantidade de movimento

A segunda lei de Newton para um sistema utilizando a notação de Fox *et al.* (2000) é dada por:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Bigg)_{\text{Sistema}} \quad (3.1)$$

Onde  $\vec{P}$  é a quantidade de movimento, dada por:

$$\vec{P}_{\text{sistema}} = \int_{\text{massa (sistema)}} \vec{V} dm \quad (3.2)$$

Para um sistema infinitesimal de massa  $dm$ , a segunda lei pode ser escrita da seguinte forma:

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{V}}{dt} \Bigg)_{\text{Sistema}} \quad (3.3)$$

Aplicando esta equação para o VC descrito e a partir da hipótese II ficamos com:

$$dF = dm \frac{dv_k}{dt} \quad (3.4)$$

A velocidade da fase  $v_k$  é a velocidade relativa da fase em relação ao sistema de coordenadas x-y que se move com velocidade  $u_T$ . A velocidade da fase em relação sistema de coordenadas parado X-Y é denominada  $u_k$ . Assim:

$$v_k = u_T - u_k \quad (3.5)$$

Utilizando a hipótese III podemos desenvolver mais os termos:

$$dm \frac{dv_k}{dt} = d \left( \overbrace{\rho_k}^{III} \nabla_k \right) \frac{dv_k}{dx} \frac{dx}{dt} = \rho_k d \nabla_k v_k \frac{dv_k}{dx} = \rho_k v_k A_k \frac{dv_k}{dx} dx \quad (3.6)$$

Onde  $\rho_k$  é a massa específica,  $\nabla_k$  é o volume e  $A_k$  é a área transversal ambos da fase  $k$ .

$$\rho_k d\forall_k v_k \frac{dv_k}{dx} = \rho_k v_k A_k \frac{dv_k}{dx} dx \quad (3.7)$$

Assim a equação (3.4) pode ser escrita como:

$$dF = \rho_k v_k A_k \frac{dv_k}{dx} dx \quad (3.8)$$

O lado esquerdo da equação representa a força resultante, ou seja, o somatório de todas as forças atuando no VC. Dada hipótese IX a equação (3.8) pode ser escrita como:

$$\rho_k v_k A_k \frac{dv_k}{dx} dx = dF = dF_{\text{atrito}} + dF_{\text{peso}} + dF_{\text{pressão}} \quad (3.9)$$

Por tanto as forças atuando sobre as duas fases são mostradas na Figura 3-2. Dada hipótese IX outras forças são desconsideradas no modelo. A equação será desenvolvida para uma fase  $k$  que representa qualquer uma das duas fases e depois será aplicada para cada uma das fases em separado.

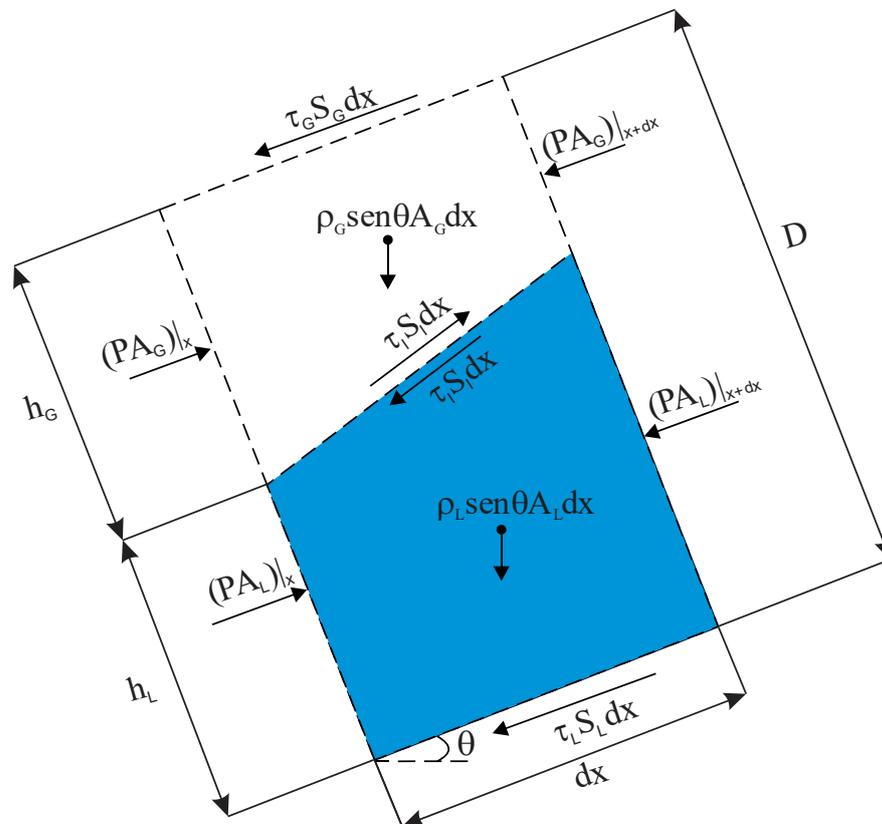


Figura 3-2 Forças Atuando no VC

### 3.1.3 Forças atuando no Modelo

#### 3.1.3.1 Força de Atrito

As forças de atrito são consequências das tensões de cisalhamento entre a fase e a tubulação e entre fases. O atrito entre as fases é positivo para uma das fases e negativo para outra, visto que a fase de maior velocidade arrasta a fase de menor velocidade. Da mesma forma, a fase de menor velocidade freia a fase de maior velocidade. Assim a força de atrito para uma fase  $k$  pode ser escrita como:

$$dF_{\text{atrito}} = \tau_k S_k dx \pm \tau_i S_i dx \quad (3.10)$$

Onde  $\tau_k$  representa a tensão de cisalhamento entre a fase e a tubulação e  $\tau_i$  representa o cisalhamento entre as fases. As tensões de cisalhamento entre a fase e a tubulação são dadas em funções das velocidades reais de cada fase, já entre fases é utilizada a velocidade relativa entre as fases. Elas podem ser calculadas pelas fórmulas abaixo:

$$\tau_L = f_L \frac{\rho_L |u_{LB}| u_{LB}}{2} \quad (3.11)$$

$$\tau_G = f_G \frac{\rho_G |u_{GB}| u_{GB}}{2} \quad (3.12)$$

$$\tau_i = f_i \frac{\rho_G |u_{GB} - u_{LB}| (u_{GB} - u_{LB})}{2} \quad (3.13)$$

Onde  $\tau_L$  e  $\tau_G$  representam a tensão de cisalhamento entre líquido e a parede da tubulação e entre o gás e a parede da tubulação, respectivamente.  $f_k$  representa o fator de atrito de Fanning. O fator de atrito pode ser determinado utilizando a correlação de Blasius:

$$f = C_f (\text{Re}_L)^{-n} \quad (3.14)$$

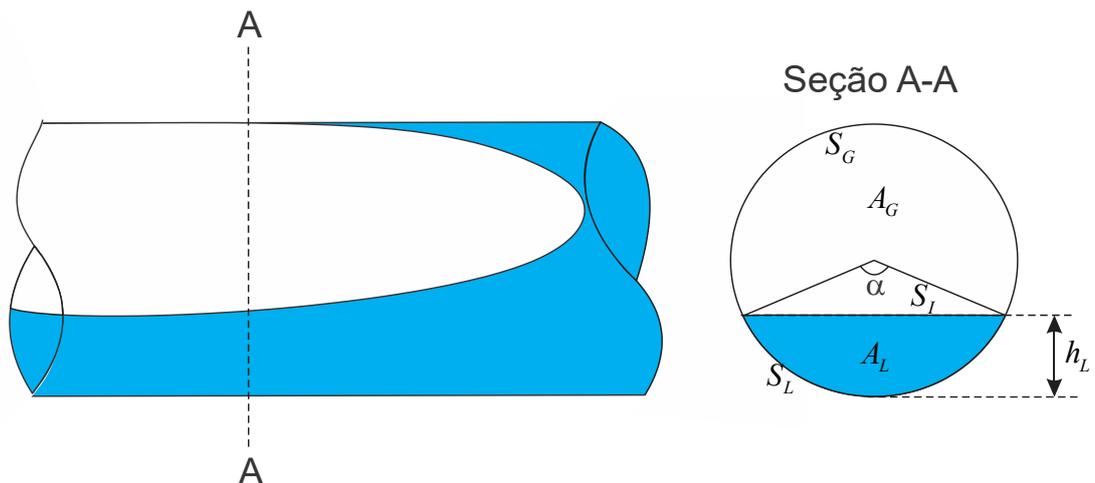
Onde  $\text{Re}$  é o número de Reynolds e os valores de  $n$  e  $C_f$  depende se o escoamento é laminar ou turbulento. Seus valores são apresentados na Tabela 3-1

Tabela 3-1 Valores de  $C_F$  e  $n$ 

Regime	Laminar	Turbulento
$C_f$	16	0,046
$n$	1	0,2

Porém para  $f_l$  que representa o fator de atrito entre as fases é utilizado um valor constante de 0,014 (COHEN E HANRATTY, 1968; SHOHAM E TAITEL, 1984).

$S_k$  e  $S_l$  representam os perímetros molhados da fase e entre as fases respectivamente e são mostrados juntamente com a área  $A_k$  de cada fase na Figura 3-3. que mostra uma seção transversal da tubulação.



**Figura 3-3 Corte transversal da tubulação.**

Essas variáveis podem ser obtidas por relações trigonométricas que são apresentadas nas equações abaixo:

$$\alpha = 2 \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2h_L}{D} \right) \quad (3.15)$$

$$A_L = \frac{D^2 (\alpha - \sin \alpha)}{8} \quad (3.16)$$

$$A_G = \frac{D^2(2\pi - \alpha + \sin \alpha)}{8} \quad (3.17)$$

$$S_L = \frac{D}{2}\alpha \quad (3.18)$$

$$S_G = (2\pi - \alpha)\frac{D}{2} \quad (3.19)$$

$$S_i = D \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.20)$$

Como a fração de líquido na região da bolha alongada em uma dada seção transversal  $R_{LB}$  é a razão entre a área transversal de líquido e a área transversal total, também é possível calculá-la através de uma relação trigonométrica:

$$R_{LB} = \frac{\alpha - \sin \alpha}{2\pi} \quad (3.21)$$

Todas essas variáveis dependem de  $\alpha(h_L)$ , portanto todas elas são dependentes do valor da altura do líquido,  $h_L$ .

### 3.1.3.2 Força Peso

A força peso foi a única força de corpo considerada no modelo. Pode ser escrita como:

$$dF_{\text{peso}} = \rho_k g \sin \theta A_k dx \quad (3.22)$$

Onde  $g$  representa a aceleração da gravidade

### 3.1.3.3 Força devido à Pressão hidrostática e hidrodinâmica.

A pressão atuada em cada fase pode ser vista como:

$$dF_{\text{pressão}} = PA_k|_x - PA_k|_{x+dx} \quad (3.23)$$

Usando a expansão em série de Taylor e truncando no termo de 1ª ordem obtemos:

$$dF_{\text{pressão}} = PA_k - \left( PA_k + \frac{\partial(PA_k)}{\partial x} dx \right) = -\frac{\partial(PA_k)}{\partial x} dx = -\underbrace{\frac{\partial P}{\partial x} A_k dx}_{\text{dinâmica}} - \underbrace{P \frac{\partial A_k}{\partial x} dx}_{\text{hidrostática}} \quad (3.24)$$

Onde a pressão hidrostática deixa de ser nula pelo fato da altura da fase,  $h_k$ , aumentar ou diminuir na seção  $dx$ . A altura da fase é a distância entre o diâmetro da tubulação e a interface com a outra fase.

$$-P \frac{\partial A_k}{\partial x} dx = -\rho_k g h_k \cos \theta A_k + \rho_k g \cos \theta A_k \left( h_k \pm \frac{\partial h_k}{\partial x} \right) = \pm \rho_k g \cos \theta A_k \frac{dh_k}{dx} \quad (3.25)$$

O sinal  $\pm$  deve-se ao fato de que enquanto a altura de uma das fases aumenta a outra diminui. Substituindo a equação (3.25) na equação (3.24):

$$dF_{\text{pressão}} = \underbrace{\frac{dP}{dx} A_k dx}_{\text{dinâmica}} \pm \underbrace{\rho_k g \cos \theta A_k \frac{dh_k}{dx}}_{\text{hidrostática}} \quad (3.26)$$

### 3.1.4 Equação geral

Assim, somando todas as forças de atrito, peso e pressão na segunda lei de Newton:

$$\rho_k v_k A_k \frac{dv_k}{dx} dx = \tau_k S_k dx \pm \tau_i S_i dx + \rho_k g \sin \theta A_k dx - \frac{dP}{dx} A_k dx \pm \rho_k g \cos \theta A_k \frac{dh_k}{dx} dx \quad (3.27)$$

Dividindo todos os termos por  $A_k$ :

$$\rho_k u_k \frac{dv_k}{dx} = \frac{\tau_k S_k}{A_k} \pm \frac{\tau_i S_i}{A_k} + \rho_k g \sin \theta - \frac{dP}{dx} \pm \rho_k g \cos \theta \frac{dh_k}{dx} \quad (3.28)$$

A equação (3.29) pode ser aplicada para ambas as fases do VC da figura 3-1 para ambas as fases separadamente obtendo:

$$\rho_L v_L \frac{dv_L}{dx} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\tau_L S_L}{A_L} - \frac{\tau_i S_i}{A_L} + \rho_L g \sin \theta - \rho_L g \cos \theta \frac{dh_L}{dx} \quad (3.30)$$

$$\rho_G v_G \frac{dv_G}{dx} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\tau_G S_G}{A_G} + \frac{\tau_i S_i}{A_G} + \rho_G g \sin \theta + \rho_G g \cos \theta \frac{dh_G}{dx} \quad (3.31)$$

Onde  $v_L$  e  $v_G$  são as velocidades de relativas de líquido e gás na região da bolha alongada em relação ao sistema de coordenadas x-y que se move com velocidade  $u_T$  constante. Assim as duas podem ser definidas como:

$$v_L = u_T - u_{LB} \quad (3.32)$$

$$v_G = u_T - u_{GB} \quad (3.33)$$

Como  $h_G = D - h_L$ , temos que  $\partial h_G / \partial x = -\partial h_L / \partial x$ . Assim a equação (3.31) pode ser escrita como:

$$\rho_G v_G \frac{dv_G}{dx} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\tau_G S_G}{A_G} + \frac{\tau_i S_i}{A_G} + \rho_G g \sin \theta - \rho_G g \cos \theta \frac{dh_L}{dx} \quad (3.34)$$

### 3.1.5 Balanço de massa entre pistão de líquido e a bolha alongada

Um balanço de massa para o líquido em um volume de controle se movendo com velocidade  $u_T$ , no fim da bolha e no começo do pistão é mostrado na Figura 3-4.

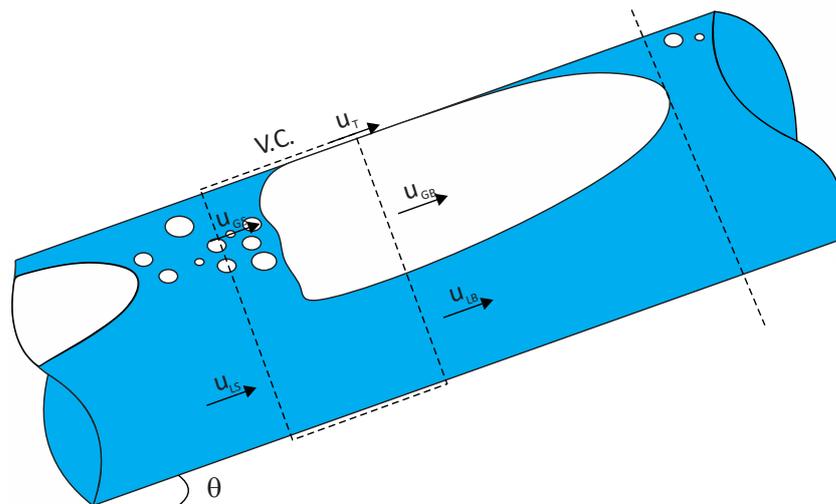


Figura 3-4 Balanço de Massa entre as regiões da célula unitária

A partir do balanço de massa da fase líquida podemos obter:

$$\begin{aligned} (u_T - u_{LB}) \cancel{\rho_L A} R_{LS} &= (u_T - u_{LS}) \cancel{\rho_L A} R_{LB} \\ \therefore (u_T - u_{LB}) R_{LS} &= (u_T - u_{LS}) R_{LB} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Assim:

$$\frac{dv_L}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ (u_T - u_{LS}) \frac{R_{LS}}{R_{LB}} \right] = -(u_T - u_{LS}) \frac{R_{LS}}{R_{LB}^2} \frac{dR_{LB}}{dh_L} \frac{dh_L}{dx} \quad (3.36)$$

A derivada da fração de líquido na região da bolha alongada em relação à altura de líquido pode ser obtida através de uma relação trigonométrica também, derivando a equação (3.21). Também é possível ver que essa derivada depende do valor de  $h_L$ .

$$\frac{dR_{LB}}{dh_L} = \frac{4 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi D} \quad (3.37)$$

O mesmo balanço de massa para o gás é mostrado na Figura 3-4 e da mesma forma que para o líquido podemos obter:

$$\begin{aligned} (u_T - u_{GB}) \cancel{\rho_G A} (1 - R_{LS}) &= (u_T - u_{GS}) \cancel{\rho_G A} (1 - R_{LB}) \\ \therefore (u_T - u_{GB}) (1 - R_{LS}) &= (u_T - u_{GS}) (1 - R_{LB}) \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\frac{dv_G}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ (u_T - u_{GS}) \frac{1 - R_{LS}}{1 - R_{LB}} \right] = (u_T - u_{GS}) \frac{1 - R_{LS}}{(1 - R_{LB})^2} \frac{dR_{LB}}{dh_L} \frac{dh_L}{dx} \quad (3.39)$$

Desta forma as equações (3.30) e (3.31) ficam:

$$-\rho_L v_L (u_T - u_{LS}) \frac{R_{LS}}{R_{LB}^2} \frac{dR_{LB}}{dh_L} \frac{dh_L}{dx} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\tau_L S_L}{A_L} - \frac{\tau_i S_i}{A_L} + \rho_L g \sin \theta - \rho_L g \cos \theta \frac{dh_L}{dx} \quad (3.40)$$

$$\rho_G v_G (u_T - u_{GS}) \frac{1 - R_{LS}}{(1 - R_{LB})^2} \frac{dR_{LB}}{dh_L} \frac{dh_L}{dx} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\tau_G S_G}{A_G} + \frac{\tau_i S_i}{A_G} + \rho_G g \sin \theta - \rho_G g \cos \theta \frac{dh_L}{dx} \quad (3.41)$$

A partir da hipótese VIII assumimos que o gradiente de pressão de ambas as fases é o mesmo. Assim, subtraindo a equação(3.41) da equação (3.40) e isolando o termo  $\frac{dh_L}{dx}$

$$\frac{dh_L}{dx} = \frac{\overbrace{\frac{\tau_L S_L}{A_L} - \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right)}^{\text{Termos de atrito}} + \overbrace{(\rho_L - \rho_G) g \sin \theta}^{\text{Termo peso}}}{\underbrace{(\rho_L - \rho_G) g \cos \theta}_{\text{Termo da pressão hidrostática}} - \underbrace{\rho_L v_L \frac{(u_T - u_{LS}) R_{LS}}{R_{LB}^2} \frac{dR_{LB}}{dh_L}}_{\text{Termo inercial do líquido}} - \underbrace{\rho_G v_G \frac{(u_T - u_{GS})(1 - R_{LS})}{(1 - R_{LB})^2} \frac{dR_{LB}}{dh_L}}_{\text{Termo inercial do gás}}} \quad (3.42)$$

Por fim, na equação (3.42) o lado esquerdo da equação é a derivada da altura do filme líquido em relação ao eixo  $x$ . Esta equação representa a inclinação da reta tangente à curva do perfil da bolha em relação ao eixo  $x$ . Pode-se traçar o perfil da bolha alongada usando esta equação da seguinte maneira. A partir de um ponto inicial, calcula-se todos os termos do lado direito da equação. Após isso decide-se entre um passo de altura ( $dh$ ) ou um passo de comprimento ( $dx$ ) constante. O passo que não foi mantido constante é calculado utilizando a equação (3.42), calculando assim o novo ponto do perfil.

### 3.2 Relações de Fechamento para o Modelo.

Para poder calcular todas as variáveis do modelo ainda é necessário determinar quatro variáveis. Elas podem ser lidas de dados experimentais ou obtidas por correlações.

A velocidade de translação da bolha alongada  $u_T$  pode ser calculada através da equação (2.8) ou obtida através de medições experimentais. No presente trabalho os dados de  $u_T$  foram obtidos experimentalmente. O modelo de bolha é sensível em relação a  $u_T$  e como o objetivo do trabalho não é validar correlações optou-se por utilizar os valores obtidos experimentalmente.

A velocidade média das bolhas dispersas,  $u_{GB}$ , também precisa ser determinada. Pode se utilizar a equação (2.10) para obter essa variável. Como essa variável é difícil de ser medida experimentalmente neste trabalho foi utilizada esta equação para determinar  $u_{GB}$ .

Também é necessário obter o comprimento da célula unitária  $L_U$ . Pode-se utilizar a frequência de passagem da célula unitária para determinar o seu comprimento a partir da equação ou utilizar o valor medido experimentalmente. Optou-se por esse método pelo mesmo motivo da velocidade de translação  $u_T$ .

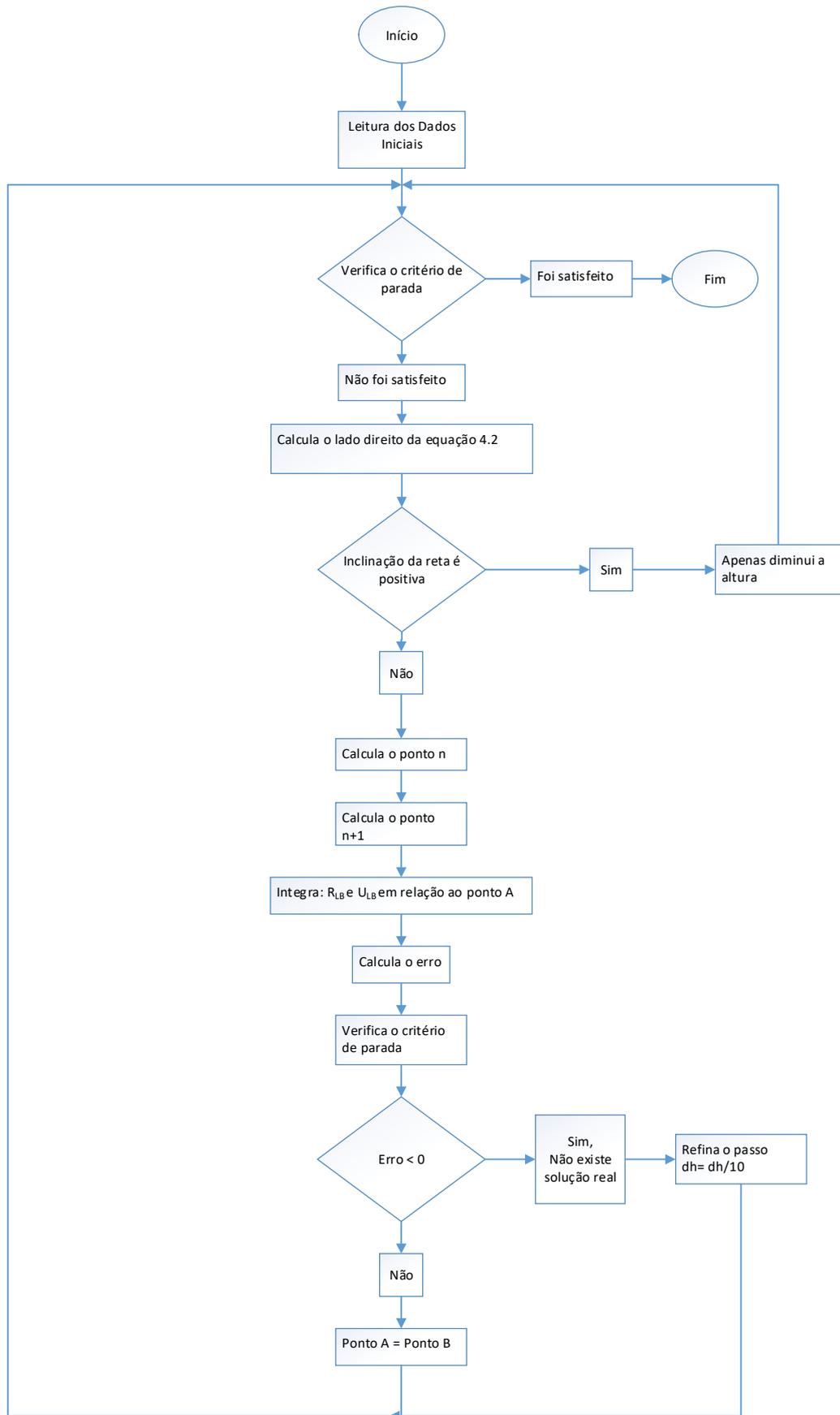
A última variável que é necessária determinar é a fração de líquido no pistão  $R_{LS}$ . Na seção 2.2.1.1 foram apresentadas duas correlações para determinar essa variável. Essa é uma variável importante para o modelo, pois é fundamental para determinar a altura do nariz da bolha alongada. Por ser também uma variável crítica foi escolhido utilizar dados obtidos pelas medições experimentais.

## 4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste capítulo é realizado o detalhamento da solução computacional aplicada para solucionar a equação obtida pelo modelo matemático do perfil da bolha alongada proposto por Taitel e Barnea (1990). É apresentado o fluxograma e são definidos os dados de entrada para o programa computacional. Em seguida, é mostrado o procedimento de cálculo para os pontos que traçam o perfil da bolha alongada. É mostrado em detalhes o procedimento para obtenção do ponto inicial do perfil da bolha alongada. Finalizando o capítulo são apresentados os dados de saída calculados pelo programa desenvolvido no decorrer deste trabalho.

### 4.1 Fluxograma do Programa

Na Figura 4-1 é apresentado o fluxograma do programa computacional implementado para determinar o perfil da bolha alongada baseada na metodologia proposta por Taitel e Barnea (1990). O programa inicia lendo os dados iniciais explicados na seção 4.2. Em seguida, executa-se o bloco de repetição até satisfazer o critério de parada. Neste bloco de repetição, o programa calcula os pontos para traçar o perfil da bolha alongada mostrado na seção 4.3. O programa calcula um ponto anterior denominado ponto  $n$  e o próximo ponto chamado de ponto  $n+1$ . Após isso, integra-se a fração média de líquido na região da bolha alongada,  $R_{LB}$ , e a velocidade média do filme líquido,  $u_{LB}$ , calcula-se o erro e verifica-se o critério de parada. No próximo passo, analisa-se o erro, caso este seja menor do que zero significa que não existe solução real. Refina-se o passo e começa o bloco de repetição novamente com o novo passo, fazendo isso até que o critério de parada seja satisfeito.



**Figura 4-1 Fluxograma do programa**

## 4.2 Dados de entrada

Os dados de entrada são os dados inicialmente necessários para o programa calcular o perfil da bolha alongada. O programa trabalha com todas as variáveis no Sistema Internacional de Unidades (SI).

Os dados de entrada referentes a tubulação são o diâmetro e a inclinação da tubulação,  $D$  e  $\theta$ , respectivamente.

Em relação aos fluidos os dados de entrada necessários são as densidades  $\rho_L$  e  $\rho_G$ , as viscosidades  $\mu_L$  e  $\mu_G$ , as velocidades superficiais,  $j_L$  e  $j_G$ , e a tensão superficial entre as fases  $\sigma$ .

## 4.3 Procedimento para calcular os pontos do perfil

Como já dito, a equação (3.42) pode ser resolvida numericamente, assim a derivada pode ser considerada uma diferença discreta:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{\frac{\tau_L S_L}{A_L} - \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin \theta}{(\rho_L - \rho_G) g \cos \theta - \rho_L v_L \frac{(u_T - u_{LS}) R_{LS}}{R_{LB}^2} \frac{dR_{LB}}{dh} - \rho_G v_G \frac{(u_T - u_{GB})(1 - R_{LS})}{(1 - R_{LB})^2} \frac{dR_{LB}}{dh}} \quad (4.1)$$

Onde  $\Delta h$  representa a diferença de altura entre dois pontos consecutivos e  $\Delta x$  a diferença de distância no eixo  $x$  entre dois pontos.

Para poder calcular o perfil da bolha uma das variáveis  $\Delta h$  ou  $\Delta x$  deve ser fixada em um valor determinado enquanto a outra é calculada pela equação (4.1). Cada vez que a variável que não é fixa é calculada é gerado um ponto para o perfil da bolha alongada. Devido a este fato quanto mais próximo de zero a outra variável é fixa, mais preciso é o perfil.

Com o intuito otimizar o programa, porém sem perder a precisão do perfil da bolha alongada de gás, foi feito um estudo com alguns pontos para decidir qual seria a variável a ser fixada. Como dito anteriormente, a equação (4.1) representa a inclinação da reta tangente ao perfil da bolha alongada de gás. Caso a inclinação da

reta tangente fosse  $-45^\circ$ , os dois incrementos teriam o mesmo valor. Devido ao fato de a inclinação da maior parte do comprimento da bolha ser menor que  $-45^\circ$  um pequeno incremento de  $\Delta h$  gera um grande incremento de  $\Delta x$ . Neste caso seriam necessários poucos pontos para cobrir o perfil da bolha alongada. Assim o critério de convergência é atingido mais rápido e com menos pontos no perfil. Este efeito é representado na Figura 4-2, onde para um terceiro ponto  $\Delta x_3$  tende a crescer enquanto  $\Delta h$  permanece constante. Por isso optou-se por fixar  $\Delta h$  e calcular  $\Delta x$ . Assim,  $\Delta x$  pode ser calculado isolando-o na equação (4.1):

$$\Delta x = \frac{(\rho_L - \rho_G) g \cos \theta - \rho_L v_L \frac{(u_T - u_{LS}) R_{LS}}{R_{LB}^2} \frac{dR_{LB}}{dh} - \rho_G v_G \frac{(u_T - u_{GB})(1 - R_{LS})}{(1 - R_{LB})^2} \frac{dR_{LB}}{dh}}{\frac{\tau_L S_L}{A_L} - \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \tau_i S_i \left( \frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin \theta} \Delta h \quad (4.2)$$

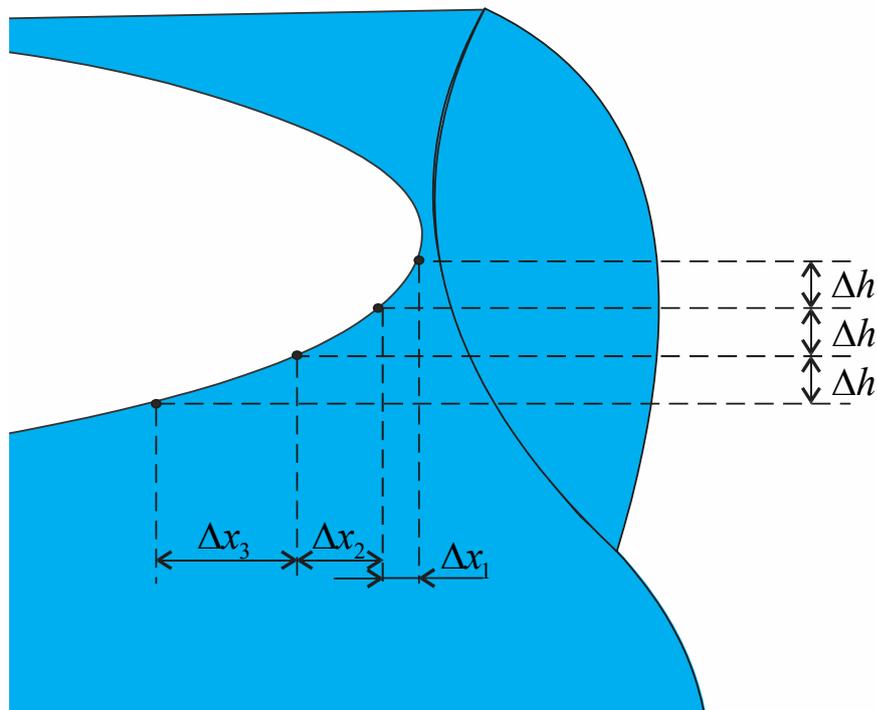


Figura 4-2 Pontos do perfil

Portanto para encontrar a altura do novo ponto basta subtrair  $\Delta h$  da altura do ponto anterior:

$$h_{n+1} = h_n - \Delta h \quad (4.3)$$

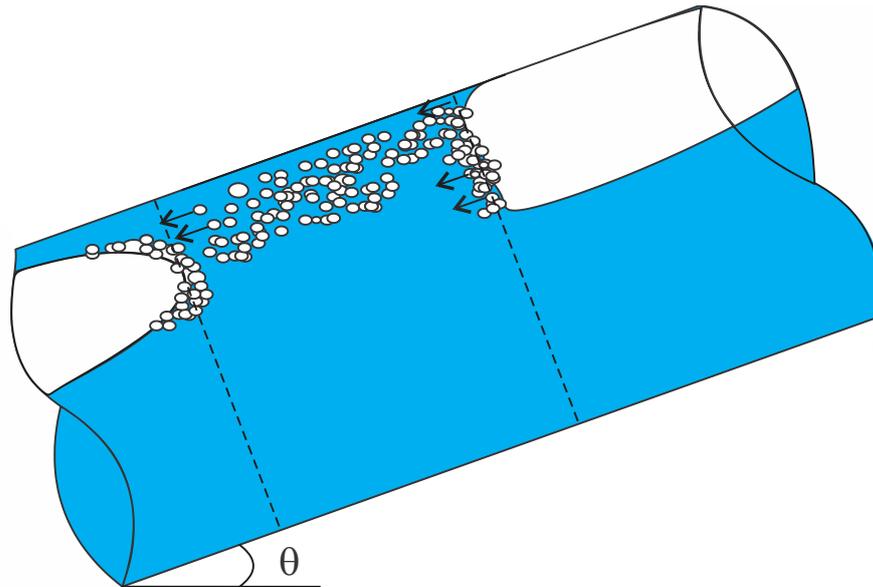
E para encontrar a coordenada no eixo  $x$  somar  $\Delta x$  a distância do ponto anterior:

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x \quad (4.4)$$

#### 4.4 Altura Inicial ou primeiro ponto.

O procedimento para encontrar um ponto é válido para todos pontos menos para o primeiro, visto que esse não tem um ponto anterior. Esse ponto também representa o nariz da bolha alongada. Sua coordenada no eixo  $x$  é zero, assim este ponto só tem uma altura inicial.

As bolhas dispersas coalescem na bolha alongada que vem atrás delas enquanto novas bolhas dispersas se desprendem da bolha alongada da frente e entram no pistão de líquido, como representado na Figura 4-3. Devido a este efeito uma hipótese válida é considerar que a fração média de vazio no final do pistão de líquido é igual a fração de vazio no começo da bolha alongada. Ou seja  $R_{Lbi} = R_{LS}$ , onde  $R_{Lbi}$  é a fração de líquido no começo da bolha alongada Taitel e Barnea (1990).



**Figura 4-3 Bolhas dispersas**

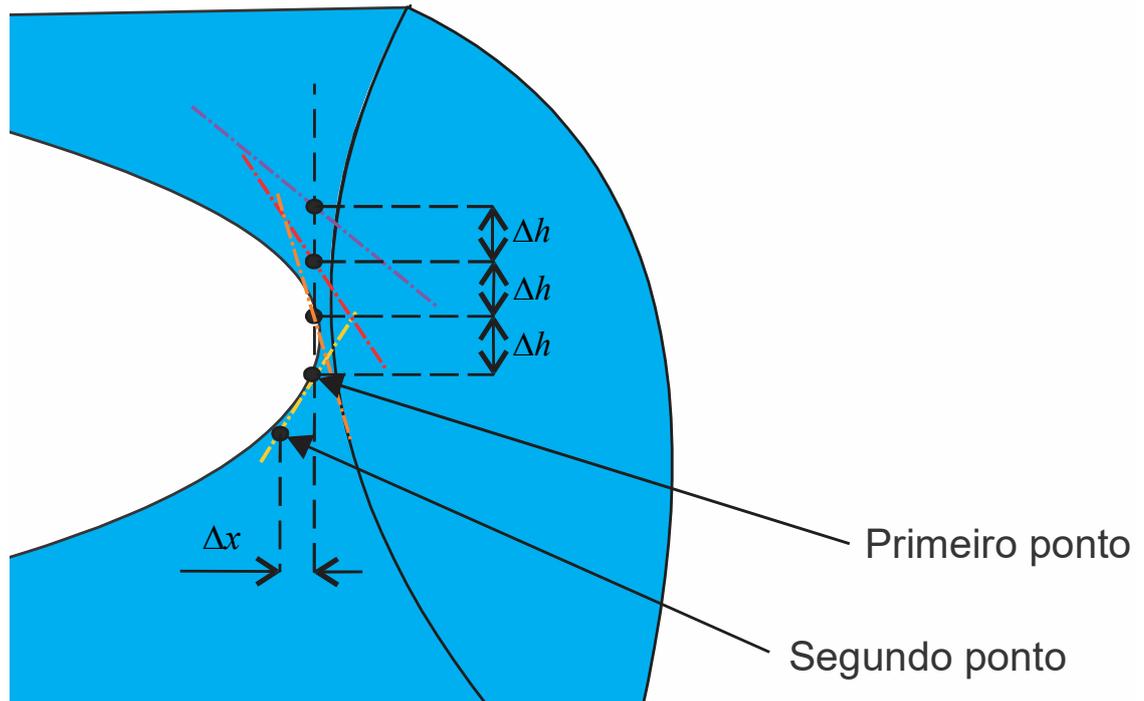
Assim a altura inicial,  $h_i$ , pode ser calculada isolando  $h$  na equação (3.15):

$$h_i = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right) \quad (4.5)$$

Onde o ângulo interno,  $\alpha$  pode ser calculado através de uma relação trigonométrica em função da fração média da fase na bolha alongada de gás:

$$\alpha_i = \pi R_{LBi} + \left( \frac{3\pi}{2} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( 1 - 2R_{LBi} + R_{LBi}^{\frac{1}{3}} - (1 - R_{LBi})^{\frac{1}{3}} \right) \quad (4.6)$$

Porém ainda é necessário analisar outra condição para o ponto ser o ponto inicial. A inclinação da reta tangente deve ser negativa, caso contrário o ponto não pode ser calculado. Quando o sinal da reta tangente for positivo é apenas dado um incremento de altura e nenhum de comprimento. Quando o sinal da reta muda para negativo é quando o processo de cálculo dos pontos começa e para cada passo altura é calculado um passo de comprimento. Assim o primeiro ponto é definido logo após a mudança de sinal. Isso pode ser visto na Figura 4-4.



**Figura 4-4 Esquema do primeiro ponto**

#### 4.5 Bloco de repetição

Após a leitura dos dados iniciais para calcular o perfil da bolha foi criado um bloco de repetição. A cada repetição do bloco calcula-se um novo ponto seguindo o procedimento da seção 4.3. Calcula-se o comprimento da bolha  $l_B$  até o momento e integra-se em relação ao ponto anterior a velocidade média do filme líquido,  $u_{LB}$ , e a fração média de líquido na bolha,  $R_{LB}$ . Por fim o ponto anterior se torna o novo ponto. Este procedimento continua até o critério de parada ser satisfeito.

O comprimento da bolha  $l_B$  é calculado da seguinte forma:

$$\bar{l}_B = \sum_{n=2}^j \Delta x_n \quad (4.7)$$

Onde  $j$  representa a última repetição do loop. As integrações numéricas de  $u_{LB}$  e  $R_{LB}$  são feitas sempre em relação ao seu ponto anterior e mostradas nas fórmulas (4.8) e (4.9) respectivamente.

$$\bar{u}_{LB} = \frac{\sum_{n=2}^j \left( \frac{u_{LBn} + u_{LB(n-1)}}{2} \frac{A_{Ln} + A_{L(n-1)}}{2} \Delta x_n \right)}{\sum_{n=2}^j \left( \frac{A_{Ln} + A_{L(n-1)}}{2} \Delta x_n \right)} \quad (4.8)$$

$$\bar{R}_{LB} = \frac{\sum_{n=2}^j (R_{LB} \Delta x_n)}{\sum_{n=2}^j \Delta x_n} \quad (4.9)$$

O critério de parada é feito utilizando a variável  $\beta$  que representa a razão entre o comprimento da bolha e o comprimento da célula unitária inteira:

$$\beta = \frac{\bar{l}_B}{l_U} = \frac{\bar{l}_B}{l_B + l_S} \quad (4.10)$$

Porém  $\beta$  também pode ser calculado a partir do balanço de massa do líquido na célula unitária. Essa dedução está mostrada no apêndice B.

$$\beta_M = 1 - \frac{j_L - \bar{u}_{LB} \bar{R}_{LB}}{u_T R_{LS} \left( 1 - \frac{\bar{R}_{LB}}{R_{LS}} \right)} \quad (4.11)$$

O sub índice  $M$  é usado para representar que a variável  $\beta_M$  é calculada a partir do balanço de massa. Assim, pode-se definir um erro percentual entre as variáveis.

$$E = \left( \frac{\beta_M - \beta}{\beta_M} \right) 100 \quad (4.12)$$

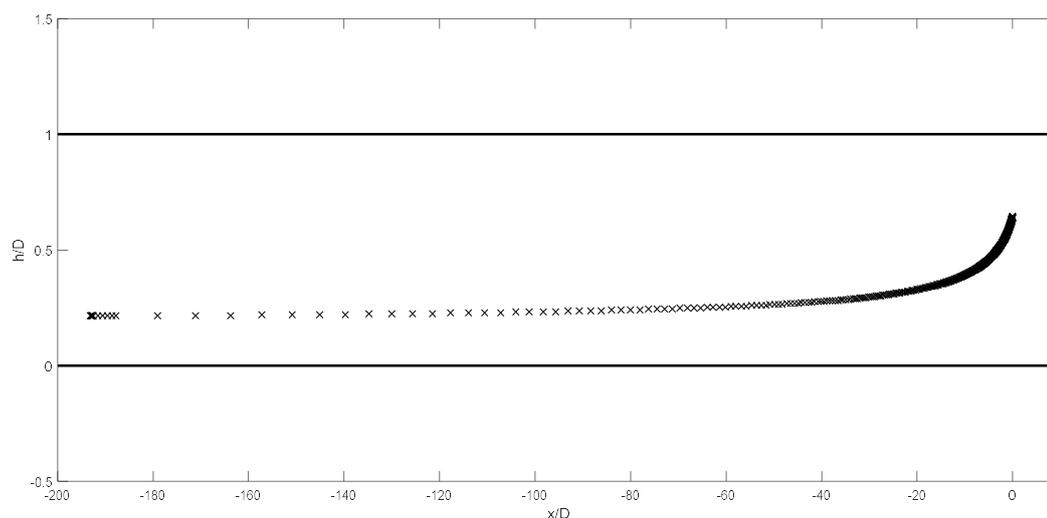
Este erro é o critério de convergência do programa. Conforme ele se aproxima de zero o comprimento da bolha alongada calculada satisfaz mais o balanço de massa. A importância de usar o balanço de massa como critério de parada se deve ao fato de que a conservação da massa deve ser respeitada. Para o caso do escoamento em regime permanente, o pistão de líquido absorve a mesma quantidade de líquido que o filme de líquido que escoar atrás dele. Desta forma o pistão e a bolha se tornam estáveis.

O comprimento da célula unitária é constante, porém o comprimento da bolha aumenta a cada volta do bloco de repetição o que faz com que  $\beta$  aumente a cada volta também. Já devido ao fato de  $u_{LB}$  e  $R_{LB}$  estarem diminuindo  $\beta_M$  tende a diminuir. Devido a estes fatos se o erro  $E$  for negativo significa que não existe solução real para o problema.

#### 4.6 Metodologia para Otimização do Programa

Afim de evitar um erro negativo o programa trabalha com uma metodologia de  $\Delta h$  variável. Ela funciona da seguinte forma, se o erro for negativo o programa refina  $\Delta h$ , utilizando um  $\Delta h$  dez vezes menor e calcula os próximos pontos. Assim o programa vai calculando mais pontos para a cauda da bolha para a solução convergir. Como perto da cauda da bolha um pequeno incremento de  $\Delta h$  causa um grande deslocamento em  $\Delta x$  esta se torna uma região mais difícil de fazer a convergência. Devido a esta metodologia é possível utilizar um  $\Delta h$  maior que o programa irá convergir para uma solução, encontrando assim um perfil de bolha com menos pontos.

A Figura 4-5 apresenta essa metodologia. Conforme os pontos vão se aproximando da cauda da bolha estes vão ficando mais distantes um dos outros em relação ao eixo x (como a altura é constante a diferença no eixo y sempre vai permanecer a mesma). Porém bem próximo do fim da cauda eles volta a ficar bem próximos. Isso se deve ao fato do modelo não ter encontrado uma solução, após isso voltar um ponto, refinar o passo e então encontrar a o perfil apresentado.



**Figura 4-5 - Perfil da bolha alongada calculada para velocidades superficiais de ar e água de 3 m/s e 0,5 m/s respectivamente e com inclinação 0°.**

#### **4.7 Variáveis calculadas pelo programa computacional**

Por fim o programa calcula o comprimento da bolha alongada e do pistão de líquido, a velocidade média do filme líquido e a fração de líquido na região da bolha alongada pelas equações (4.7), (4.8) e (4.9) respectivamente. Também é possível visualizar graficamente o perfil da bolha alongada.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados obtidos das simulações numéricas para o perfil da bolha alongada em escoamentos bifásicos em golfadas em tubulações descendentes. Para isso serão analisadas as características da célula unitária: comprimento da bolha alongada de gás, comprimento do pistão de líquido e a fração de gás média na região da bolha alongada de gás. Os resultados numéricos serão comparados com dados obtidos experimentalmente.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos com o uso do programa computacional desenvolvido para a solução numérica da modelagem proposta por Taitel e Barnea (1990) para o perfil da bolha alongada de gás.

Para avaliação dos resultados numéricos é considerada a base de medição experimental obtida por Rodrigues (2015). O autor desenvolveu um estudo no circuito experimental do NUEM, onde a seção de teste era composta por uma tubulação acrílica de 25,8 milímetros de diâmetro e 9,2 metros de comprimento. Os fluidos analisados foram ar e água e para chegar a esses resultados utilizou-se como técnica de obtenção de dados experimentais dois sensores de malha de eletrodos espaçados por uma distância 37,5 milímetros. Por meio dessa técnica o autor mediu a fração de líquido na região do pistão,  $R_{LS}$ , o comprimento da célula unitária,  $l_U$ , e a velocidade de translação da bolha alongada  $u_T$ . Essas variáveis foram utilizadas como dados de entrada como explicado anteriormente. Rodrigues (2015) também mediu o comprimento da bolha alongada,  $l_B$ , o comprimento do pistão de líquido,  $l_S$  e a fração de gás média na bolha alongada,  $R_{GB}$ .

Para estabelecer a sua grade de testes, Rodrigues (2015) partiu da inclinação mais elevada, testou as combinações das velocidades superficiais de líquido e gás que formavam o escoamento em golfadas. Depois esta metodologia foi aplicada para todas as outras inclinações. Assim um ponto é definido como uma combinação de velocidades superficiais onde escoam várias bolhas. Dessas bolhas é feita uma média para encontrar os valores de  $l_U$ ,  $l_B$ ,  $l_S$ ,  $R_{GB}$ ,  $R_{LS}$  e  $u_T$ . Ou seja, dentro de um ponto existem várias bolhas com comprimentos diferentes, frações de líquido diferentes e conseqüentemente perfis diferentes. Desta forma os valores utilizados para comparar com o modelo são os valores médios do comprimento da bolha alongada,  $l_B$ ,  $l_S$  e  $R_{GB}$ .

Esses dados foram escolhidos pois permitem a possibilidade de validar o modelo matemático de Taitel e Barnea (1990) para tubulações horizontais, principal objetivo deste trabalho, e ainda permitem analisar a extensão do modelo para escoamentos descendentes.

Na Tabela 5-1 é apresentada a grade de testes para todas as combinações de vazões que definem os pontos de análise utilizados neste trabalho, divididos pelas inclinações.

**Tabela 5-1 Grade de testes de todos os pontos experimentais de Rodrigues (2015) utilizados para validar o programa desenvolvido neste trabalho.**

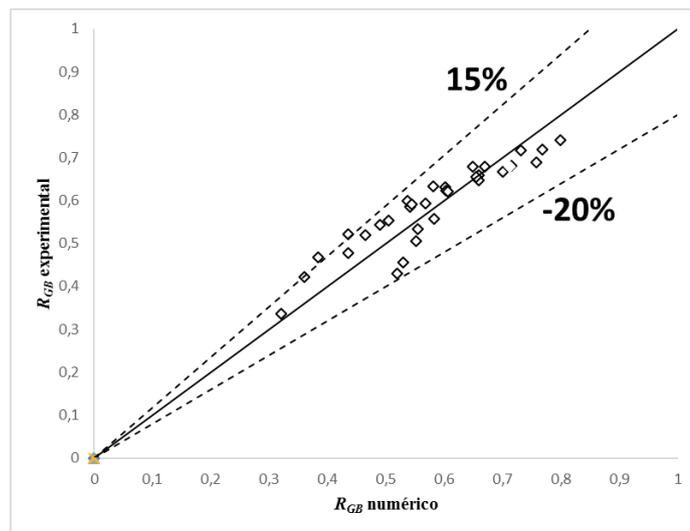
0°			-4°			-7°			-10°			-13°		
Ponto	jL (m/s)	jG (m/s)	Ponto	jL (m/s)	jG (m/s)	Pontos	jL (m/s)	jG (m/s)	Pontos	jL (m/s)	jG (m/s)	Pontos	jL (m/s)	jG (m/s)
1	0,50	3,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	0,75	1,75	1	0,75	1,75	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	0,75	2,26	2	0,75	2,26	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	0,75	2,76	3	0,75	2,76	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	1,00	1,51	4	1,00	1,51	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	1,00	2,00	5	1,00	1,99	1	1,00	2,02	-	-	-	-	-	-
7	1,00	2,51	6	1,00	2,50	2	1,00	2,50	-	-	-	-	-	-
8	1,00	3,01	7	1,00	3,01	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	1,25	0,75	8	1,25	0,75	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	1,25	1,25	9	1,25	1,25	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	1,25	1,75	10	1,25	1,75	3	1,25	1,76	1	1,25	1,75	-	-	-
12	1,25	2,26	11	1,25	2,26	4	1,25	2,25	-	-	-	-	-	-
13	1,25	2,76	12	1,25	2,76	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	1,50	0,50	13	1,50	0,50	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	1,50	1,00	14	1,50	1,00	5	1,50	1,00	-	-	-	-	-	-
16	1,50	1,50	15	1,50	1,50	6	1,50	1,50	2	1,50	1,50	-	-	-
17	1,50	2,01	16	1,50	2,01	7	1,50	2,00	3	1,50	1,99	1	1,50	2,01
18	1,50	2,50	17	1,50	2,50	8	1,50	2,50	4	1,50	2,51	-	-	-
19	1,50	3,03	18	1,50	2,99	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	1,75	0,25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21	1,75	0,75	19	1,75	0,75	9	1,75	0,75	5	1,75	0,75	-	-	-
22	1,75	1,26	20	1,75	1,25	10	1,75	1,25	6	1,75	1,26	-	-	-
23	1,75	1,75	21	1,75	1,75	11	1,75	1,75	7	1,75	1,75	2	1,75	1,75
24	1,75	2,25	22	1,75	2,26	12	1,75	2,26	8	1,75	2,24	-	-	-
25	1,75	2,76	23	1,75	2,75	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	24	2,00	0,50	13	2,00	0,50	9	2,00	0,50	-	-	-
26	2,00	1,00	25	2,00	1,00	14	2,00	1,00	10	2,00	1,00	-	-	-
27	2,00	1,50	26	2,00	1,50	15	2,00	1,50	11	2,00	1,50	3	2,00	1,50
28	2,00	2,00	27	2,00	2,00	16	2,00	2,00	12	2,00	2,00	4	2,00	2,00
-	-	-	28	2,25	0,25	17	2,25	0,25	-	-	-	-	-	-
29	2,25	0,75	29	2,25	0,75	18	2,25	0,75	13	2,25	0,75	-	-	-
30	2,25	1,25	30	2,25	1,25	19	2,25	1,25	14	2,25	1,25	5	2,25	1,25
31	2,25	1,76	31	2,25	1,75	20	2,25	1,75	15	2,25	1,76	6	2,25	1,75
-	-	-	-	-	-	21	2,50	0,50	-	-	-	-	-	-
32	2,50	1,00	32	2,50	1,00	22	2,50	1,00	16	2,50	1,00	7	2,50	1,00
33	2,50	1,50	33	2,50	1,50	23	2,50	1,50	17	2,50	1,50	8	2,50	1,50

Os resultados apresentados a seguir foram separados pelas inclinações. Para cada inclinação são apresentadas três figuras que mostram a comparação entre os resultados experimentais e os resultados numéricos obtidos pelo programa computacional para a fração média de vazio na bolha alongada, o comprimento da bolha alongada de gás e o comprimento do pistão de líquido, respectivamente. O resultado calculado pelo programa é representado no eixo x e o medido

experimentalmente é a coordenada no eixo y. Cada ponto é uma das combinações das vazões superficiais mostradas na grade de testes (Figura 5.1). Caso o resultado do modelo seja igual ao resultado experimental o ponto fica em cima da linha contínua, representando a linha de erro 0%. Todos os pontos são mostrados nas tabelas no Apêndice A.

### 5.1 Resultados para 0° Graus

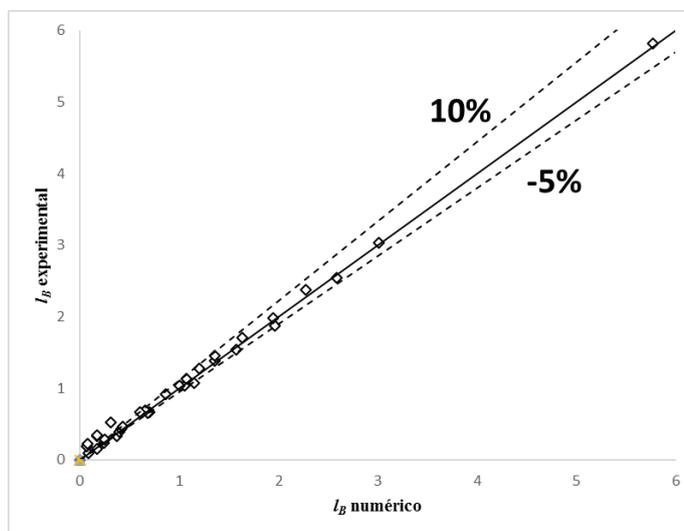
Os resultados para a fração média de gás na região da bolha,  $R_{GB}$ , na Figura 5-1 tiveram desvios máximos de aproximadamente 15%, porém grande parte dos resultados estão bem próximos a linha contínua (erro 0%). Observa-se também que para valores maiores de  $R_{GB}$  o modelo tende a ter resultados maiores que o valor experimental.



**Figura 5-1 Comparação entre  $R_{GB}$  numérico e experimental para inclinação de 0°**

Os resultados para o comprimento da bolha,  $l_B$ , são mostrados na Figura 5-2. Os resultados apresentam desvio máximo de aproximadamente 10%. Apenas 3 valores se destacaram por ter um desvio maior. Uma das eventuais causas desses 3 pontos terem erros maiores, se deve ao fato dos valores serem pequenos. Por causa disso pequenos erros de valores reais se tornam erros percentuais grandes. É

possível perceber que a maioria dos resultados do comprimento da bolha alongada medido experimentalmente é maior do que o calculado pelo modelo matemático.



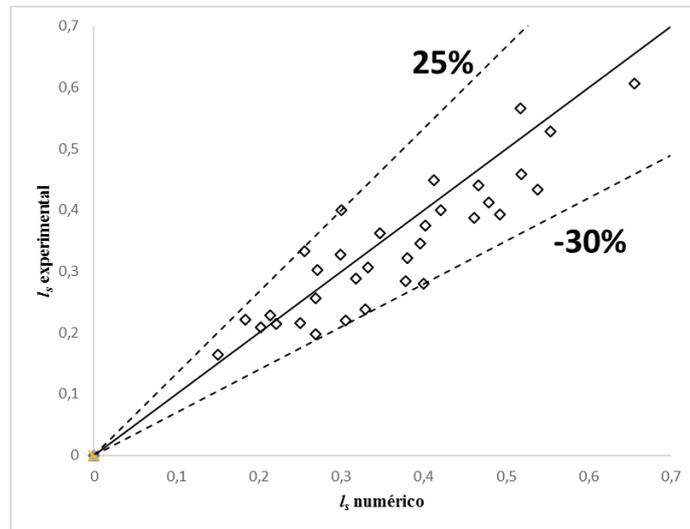
**Figura 5-2 Comparação entre  $l_B$  numérico e experimental para inclinação de  $0^\circ$**

A Figura 5-3 mostra os resultados para o comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , para inclinação de  $0^\circ$ . Como o comprimento da célula unitária,  $l_U$ , é um dado de entrada para o programa computacional, o seu valor calculado pelo programa é o mesmo medido experimentalmente. Dessa forma todo o erro de  $l_B$  é compensado pelo  $l_S$ . Como exemplo os resultados do ponto  $j_L = 0,5$  m/s e  $j_G = 3,0$  m/s são apresentados na Tabela 5-2

**Tabela 5-2 Erros para o ponto  $j_L = 0,5$  m/s e  $j_G = 0,3,00$  m/s**

	Calculado (m)	Experimental (m)	Erro (m)	Erro (%)
$l_B$	5,77	5,82	-0,05	0,86%
$l_S$	0,66	0,61	+0,05	8,20%
$l_U$	6,43	6,43	0	0

É possível perceber que todo o erro de  $l_B$  é compensando por  $l_S$  ou seja a soma dos erros de  $l_B$  e  $l_S$  tem que ser nula. Como  $l_S$  é menor seu erro percentual torna-se superior. O mesmo acontece para todos os outros pontos. Devido a este fato todos os valores dos erros percentuais de  $l_S$  são maiores que  $l_B$ .



**Figura 5-3 Comparação entre  $l_S$  numérico e experimental para inclinação de  $0^\circ$**

Existem três fontes de erro associadas ao modelo. A primeira fonte de erro é devida as hipóteses simplificadoras adotadas para obtenção do modelo matemático.

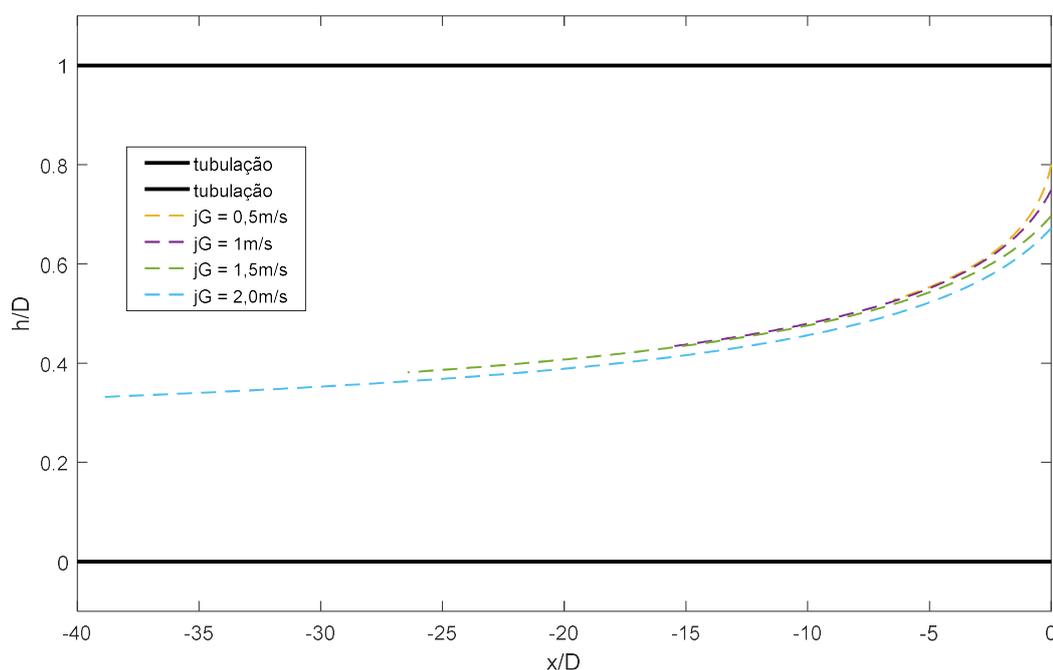
Outra fonte de erro é devido à natureza estocástica do escoamento bifásico em golfadas (DUKLER; HUBBARD, 1975; SYLVESTER, 1987; KOKAL; STANISLAV, 1989). Sendo assim, por ser estocástico o sistema não depende apenas dos dados de entrada, mas de outros fatores que podem ser considerados aleatórios. Porém mesmo sendo um sistema estocástico Hubbard (1965) mostrou que o escoamento em golfadas pode ser aproximado por um sistema determinístico por ser considerado um sistema quase periódico. Por ser usado um sistema determinístico os resultados foram comparados com os valores médios provenientes dos dados experimentais. Portanto devido a essa aproximação existem erros associados.

E uma última fonte de erro vem da técnica de medição utilizada para medir os valores experimentalmente. Para obter uma medição sem erros seria necessário um sistema de medição perfeito, um ambiente controlado e estável, um operador

perfeito e uma grandeza de medição com valor único e estável (ALBERTAZZI; SOUSA, 2008). Porém na prática isto é impossível, gerando assim erros na própria aquisição dos dados experimentais.

Por isso, apesar dessas fontes de erros podemos considerar que o modelo obteve resultados muito bons para os valores da fração média de gás na região da bolha alongada,  $R_{GB}$ , comprimento da bolha alongada de gás,  $l_B$ , e para o comprimento do pistão de líquido.  $l_S$ .

Na Figura 5-4 são mostrados os resultados de 4 perfis de bolha com velocidade superficial do líquido,  $j_L$  de 1,5 m/s e a velocidade superficial do gás variando de 0,5 a 2 m/s. A partir desses resultados é possível perceber que quanto maior a velocidade superficial de gás,  $j_G$ , maior o tamanho da bolha alongada. Esse resultado era esperado devido ao fato de quanto maior a vazão de gás maior é quantidade de gás no balanço de massa e conseqüentemente maior o tamanho da bolha alongada.

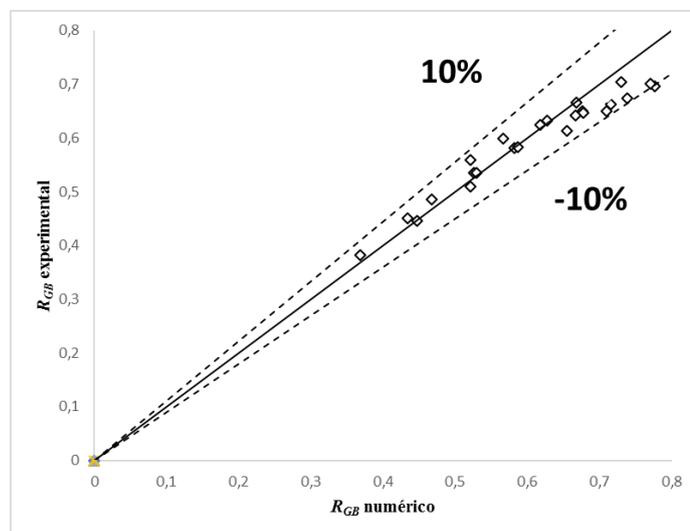


**Figura 5-4 Perfis de bolha para  $j_L = 1,5$  m/s e inclinação  $0^\circ$**

## 5.2 Resultados para $-4^\circ$

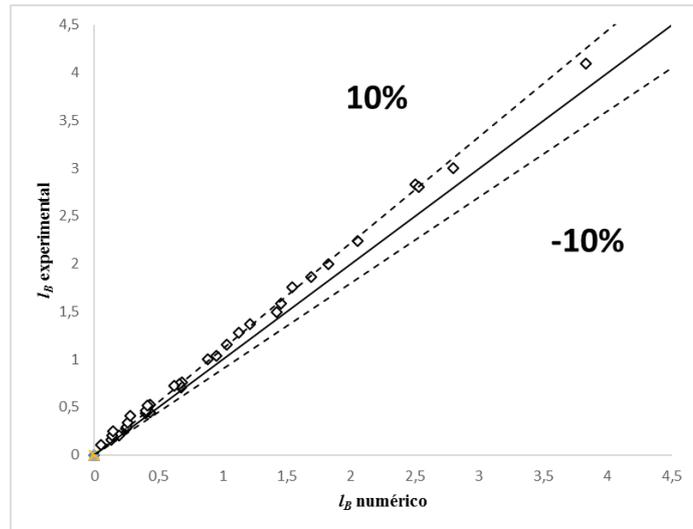
As figuras Figura 5-3, Figura 5-5 e Figura 5-6 apresentam os resultados da fração média de gás na bolha alongada,  $R_{GB}$ , do comprimento da bolha alongada de gás,  $l_B$ , e do comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , para inclinação de  $-4^\circ$ .

Os resultados da fração média de gás na região da bolha alongada,  $R_{GB}$ , apresentam erros inferiores aos resultados obtidos para a inclinação de  $0^\circ$ . Para inclinação de  $-4^\circ$  também nota-se que conforme o valor de  $R_{GB}$  aumenta os valores calculados pelo programa computacional tendem a serem maiores que os valores medidos experimentalmente. Nesse caso especificamente para  $R_{GB} > 0,6$  o resultado numérico relativo ao programa tende a um valor maior que o medido experimentalmente. É possível observar que isto ocorre junto com o aumento da velocidade superficial de gás,  $j_G$ . Quanto maior o valor de  $j_G$  maior o valor de  $R_{GB}$ . Assim para valores de  $j_G$  maiores do que 2 m/s o programa computacional tende encontrar valores mais baixos de  $R_{GB}$ .



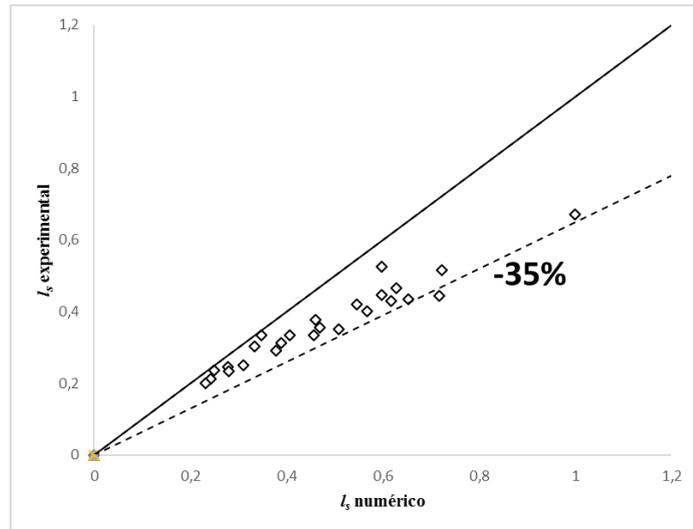
**Figura 5-5 Comparação entre  $R_{GB}$  numérico e experimental para inclinação de  $-4^\circ$**

Para  $l_B$  apesar do resultado numérico ser menor do que o experimental em todos os pontos, os erros são no máximo aproximadamente 10%. Sendo assim os erros mantiveram resultados próximos aos erros para inclinação de  $0^\circ$ .



**Figura 5-6 Comparação entre  $l_B$  numérico e experimental para inclinação de  $-4^\circ$**

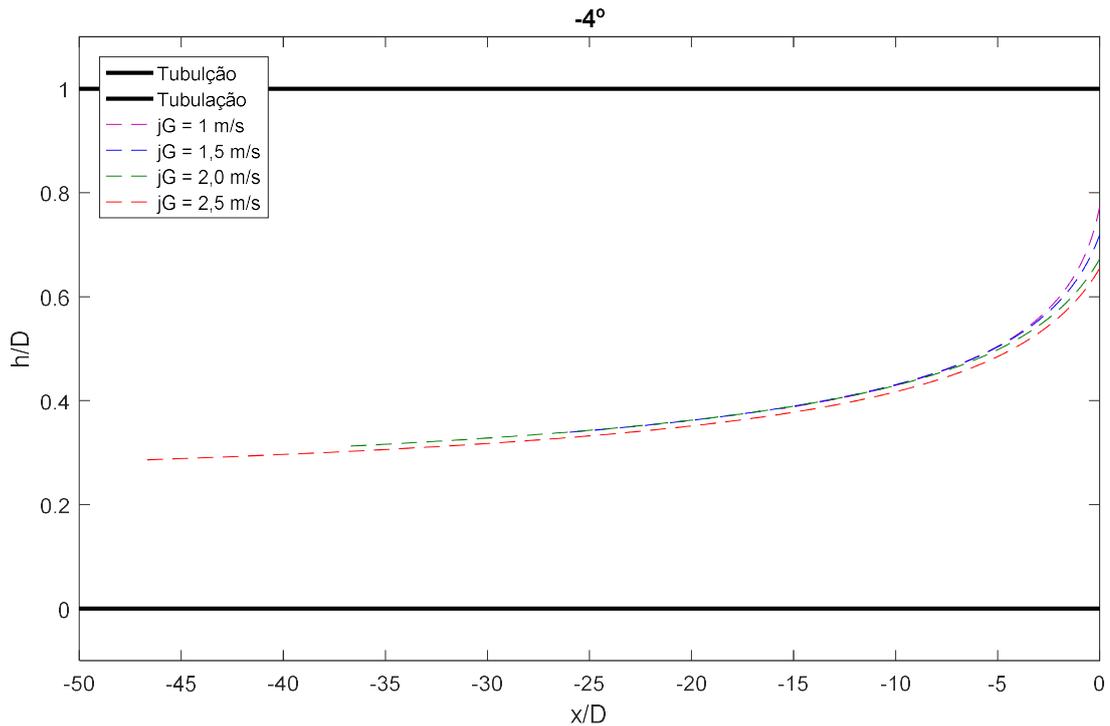
Como consequência de os valores do comprimento de bolha calculado ser menor que o experimental para todos os pontos, o efeito contrário pode ser observado no cálculo do comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , na Figura 5-7. Todos os valores de  $l_S$  obtidos pelo programa computacional são maiores que os obtidos experimentalmente. Isso se deve ao fato do comprimento da célula unitária do modelo e do experimental serem o mesmo. Assim sempre que  $l_B$  de um dos dois for maior o contrário será visto em  $l_S$ . É possível perceber uma tendência na qual conforme  $l_S$  aumenta o erro entre modelo e experimental também aumenta.



**Figura 5-7 Comparação entre  $l_s$  numérico e experimental para inclinação de  $-4^\circ$**

Apesar dos erros associados as simplificações do modelo proposto por Taitel e Barnea (1990), a obtenção de dados experimentais e aos efeitos estocásticos do escoamento bifásico em golfadas, é possível dizer que os resultados obtidos para  $-4^\circ$  são muito bons também. Mesmo sendo um escoamento descendente os resultados foram bem próximos do resultados para o escoamento horizontal. Desta forma é possível validar o modelo a inclinação de  $-4^\circ$

Na Figura 5-8 são mostrados os resultados de 4 perfis de bolhas com velocidade superficial do líquido,  $j_L$  de 1,5 m/s e a velocidade superficial do gás variando de 1 a 2,5 m/s. Novamente com o aumento da vazão de gás houve o aumento do comprimento da bolha alongada.



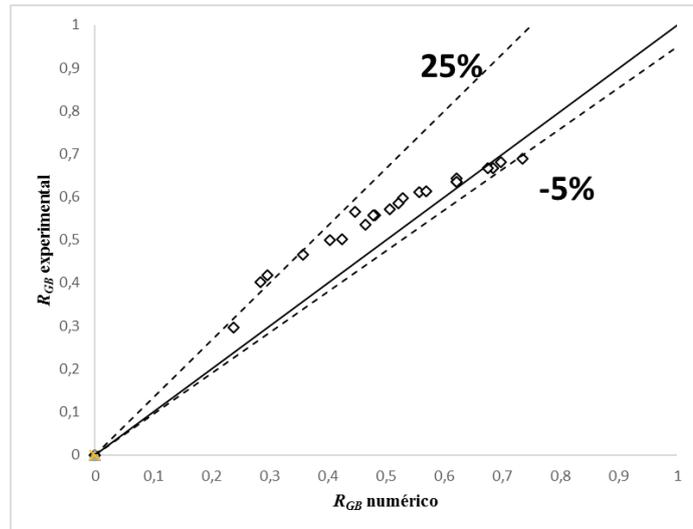
**Figura 5-8 Perfis de bolha para  $j_L = 1,5$  m/s e inclinação  $-4^\circ$**

### 5.3 Resultados para -7 Graus

As figuras Figura 5-9, Figura 5-10 e Figura 5-11 mostram os resultados para a fração média de gás na região da bolha alongada,  $R_{GB}$ , comprimento da bolha alongada de gás,  $l_B$ , e para o comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , para a inclinação de  $-7^\circ$ .

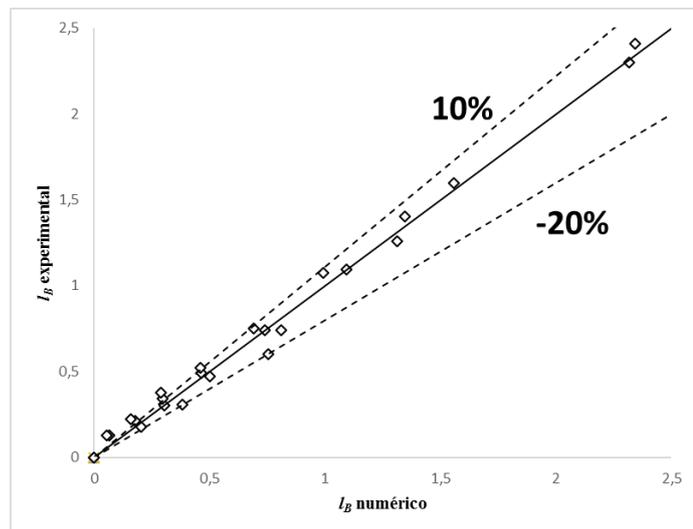
Para os resultados da fração média de gás,  $R_{GB}$ , houve um acréscimo no erro percentual máximo. O erro percentual máximo aumentou de aproximadamente 10% para próximo a 25%. Porém a maior parte dos pontos apresenta erros inferiores a 25%.

Observando a figura foi possível perceber a mesma tendência do resultado para inclinação de  $-4^\circ$ . Conforme o valor da fração média de gás,  $R_{GB}$  aumenta o valor numérico calculado pelo programa tende a ser maior que o valor obtido através das medições experimentais. Corroborando assim com a hipótese de que para valores de  $R_{GB}$  maiores do que aproximadamente 0,6 o resultado numérico tende a ser maior que o experimental.



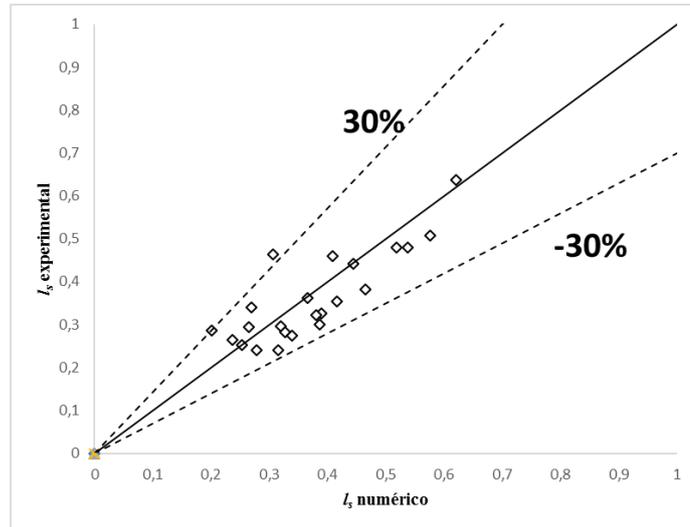
**Figura 5-9** Comparação entre  $R_{GB}$  numérico e experimental para inclinação de  $-7^\circ$

Para o comprimento da bolha alongada,  $l_B$ , apesar de alguns resultados atingirem erros percentuais próximos a 20%, a maioria deles apresenta erros percentuais inferiores. A maioria dos resultados do comprimento de bolha medido experimentalmente foi maior que o calculado pelo programa computacional. Mostrando uma coerência com os resultados de das inclinações de  $0^\circ$  e  $-4^\circ$ .



**Figura 5-10** Comparação entre  $l_B$  numérico e experimental para inclinação de  $-7^\circ$

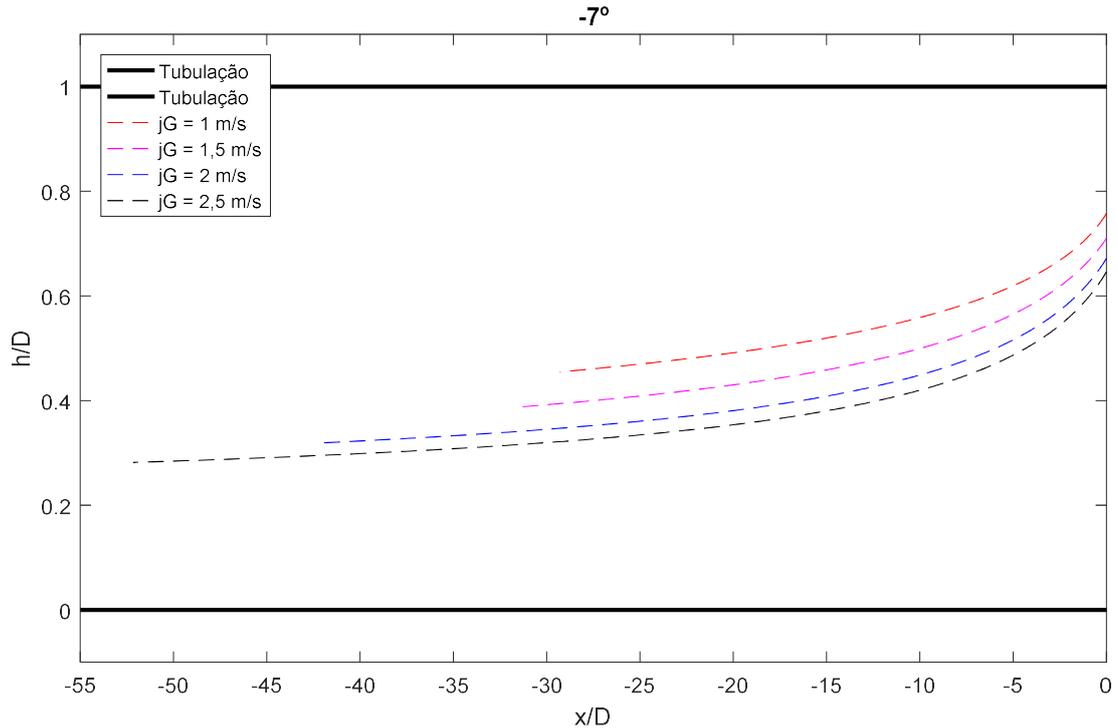
Novamente os resultados do comprimento do pistão de líquido,  $l_s$ , apresentam erros percentuais superiores aos erros do comprimento da bolha alongada. Porém ao contrário do resultado obtido para a inclinação do duto de  $-4^\circ$ , os resultados mostram uma tendência de diminuição do erro com o aumento do  $l_s$ .



**Figura 5-11 Comparação entre  $l_s$  numérico e experimental para inclinação de  $-7^\circ$**

Analisando esses resultados para o escoamento em golfadas descendente em dutos inclinados a  $-7^\circ$  é possível concluir que o programa computacional continua obtendo bons resultados. Desta forma afirma-se que o programa continua válido para dutos com inclinações de até  $-7^\circ$ .

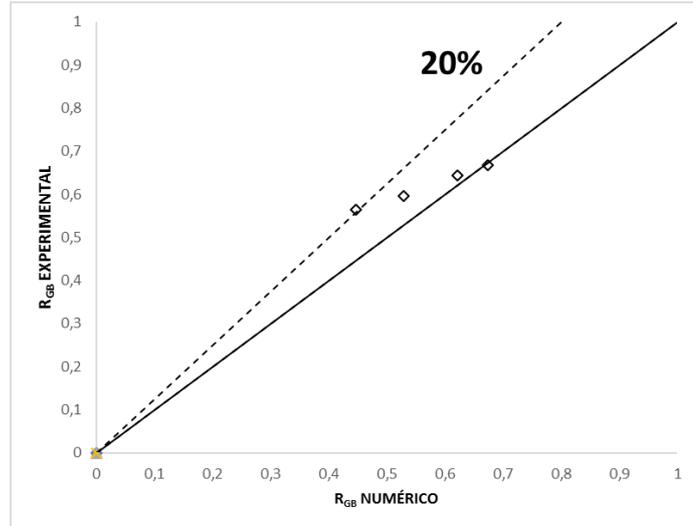
Na Figura 5-12 são mostrados os resultados de 4 perfis de bolhas com velocidade superficial do líquido,  $j_L$  de 1,5 m/s e a velocidade superficial do gás variando de 1 a 2,5 m/s. Além de ter aumentado o comprimento da bolha conforme a vazão de gás aumentou, a altura do filme de líquido abaixo da bolha diminuiu.



**Figura 5-12 Perfis de bolha para  $j_L = 1,5$  m/s e inclinação  $-7^\circ$**

Essa diferença entre a altura do filme de líquido se deve ao fato do cálculo da altura do nariz da bolha. Todos os pontos tiveram uma diferença na altura do nariz da bolha alongada e isso foi a causa dessa grande diferença entre as alturas do filme líquido de cada perfil.

Devido a essa diferença de altura do filme líquido o valor de  $R_{GB}$  calculado pelo modelo aumentou bem mais do que o valor medido. Esse resultado é mostrado na Figura 5-13, onde foram plotados apenas esses 4 pontos. Os pontos estão da esquerda para direita em ordem crescente, sendo o ponto 5 o mais da esquerda e 8 o mais à direita. Dessa forma comprava-se a tendência de  $R_{GB}$  aumentar com o aumento da vazão. Nesse caso o ponto que obteve menor erro entre o resultado do programa computacional e o resultado da medição experimental foi o ponto 8.



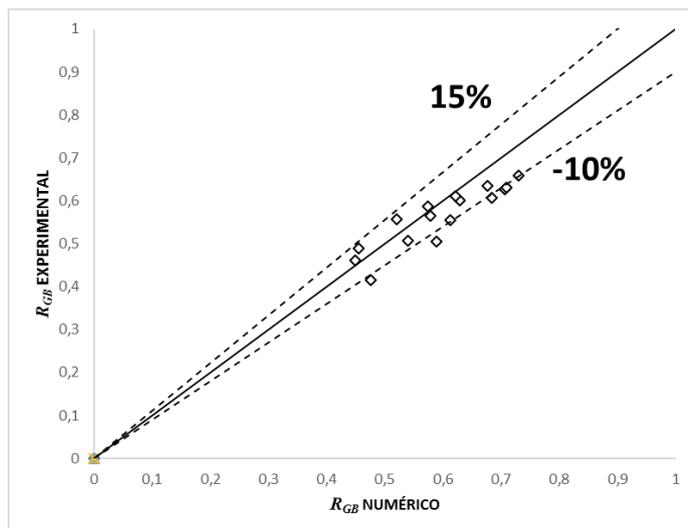
**Figura 5-13** Resultado de  $R_{GB}$  para os pontos 5, 6, 7 e 8 da inclinação de  $-7^\circ$ .

#### 5.4 Resultados para $-10$ Graus

As figuras Figura 5-14, Figura 5-15 e Figura 5-16 mostram os resultados da fração média de gás na bolha alongada,  $R_{GB}$ , do comprimento da bolha alongada,  $l_B$ , e do comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , para a inclinação de  $-10^\circ$ .

O resultado da fração média de líquido na bolha alongada  $R_{GB}$  é melhor para uma inclinação  $-10^\circ$  do que para foi observado para inclinação  $-7^\circ$ . Na inclinação de  $-10^\circ$  observa-se erros máximos entre 10-15%, porém parte dos pontos apresenta erros inferiores.

Confirma-se a tendência para valores da fração média de gás na bolha,  $R_{GB}$ , maiores que 0,6 o resultado do calculado pelo programa é maior do que o medido experimentalmente.

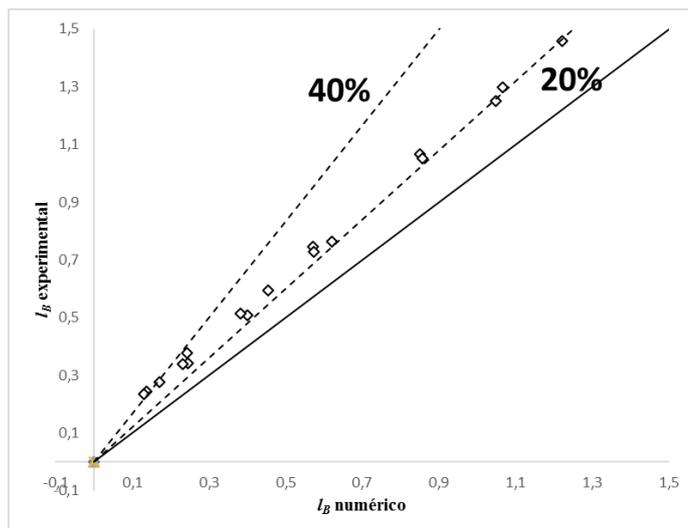


**Figura 5-14 Comparação entre  $R_{GB}$  numérico e experimental para inclinação de  $-10^\circ$**

Os resultados para o comprimento da bolha alongada, apresentam erros variando de 20% a 40%, onde é possível ver que os resultados tendem a ter um desvio de 20%. Não foi possível calcular nenhum comprimento de bolha com erro menor do que 20%.

Novamente os resultados do comprimento da bolha alongada medidos experimentalmente são maiores que os resultados obtidos pelo programa computacional.

É possível perceber que com o aumento da inclinação o resultado piorou.

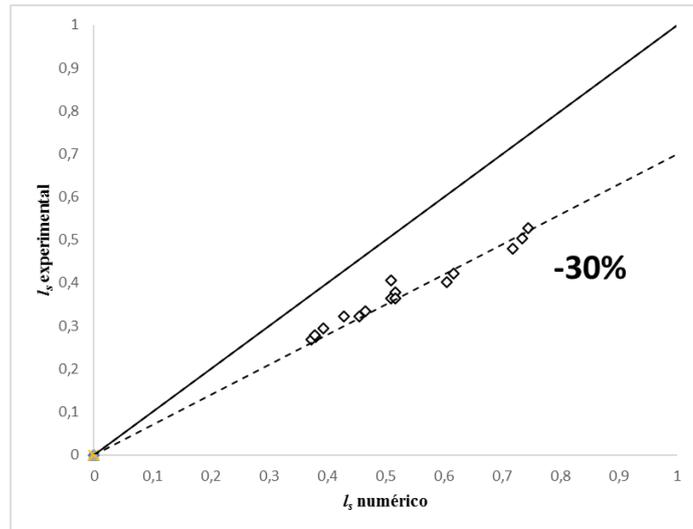


**Figura 5-15 Comparação entre  $l_B$  numérico e experimental para inclinação de  $-10^\circ$**

Os resultados para o comprimento do pistão de líquido,  $l_s$  também tiveram um desvio considerável. Quase todos os resultados apresentam erros bem próximos a 30%, mostrando uma tendência a erros percentuais próximos a 30%.

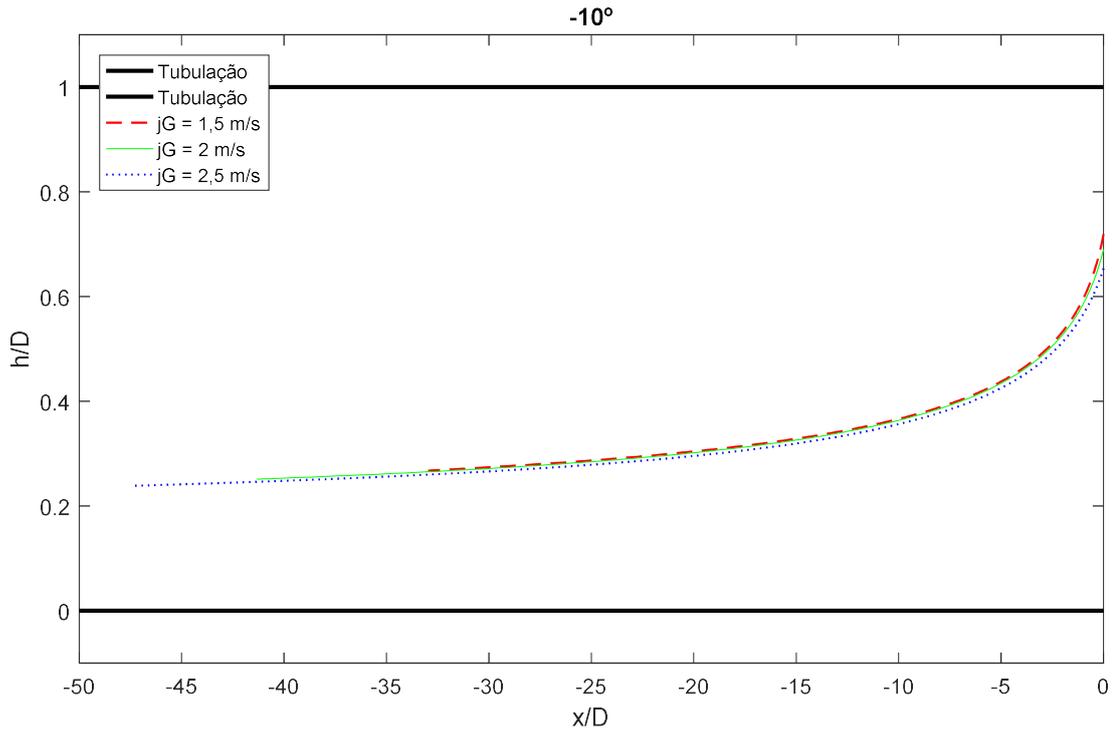
Nota-se também que para essa inclinação existem pontos onde o comprimento do pistão é maior que o comprimento da bolha alongada. Conseqüentemente para alguns pontos os erros percentuais do comprimento de bolha são maiores que os erros do comprimento do pistão.

Assim pode-se constatar que os conforme a inclinação aumentou de  $-7^\circ$  para  $-10^\circ$  os erros aumentaram significativamente.



**Figura 5-16 Comparação entre  $l_s$  numérico e experimental para inclinação de  $-10^\circ$**

Na Figura 5-17 são mostrados os resultados de 3 perfis de bolhas com velocidade superficial do líquido,  $j_L$  de 1,5 m/s e a velocidade superficial do gás variando de 1,5 a 2,5 m/s. Desta vez não houve diferença na altura do nariz da bolha por isso apenas o comprimento da bolha alongada aumentou com o aumento da velocidade superficial de gás. Novamente com o aumento da velocidade superficial de gás,  $j_G$  houve um aumento no comprimento da bolha alongada.



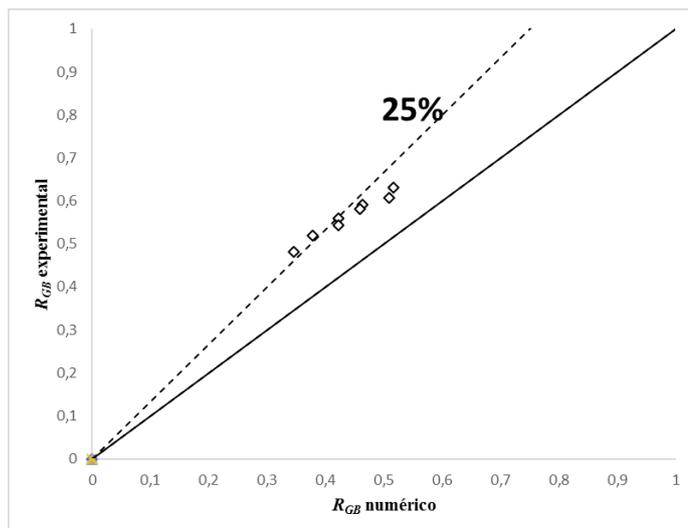
**Figura 5-17 Perfis de bolha para  $j_L = 1,5$  m/s e inclinação  $-10^\circ$**

### 5.5 Resultados para -13 Graus

As figuras Figura 5-18, Figura 5-19 e Figura 5-20 mostram os resultados da fração média de gás na região da bolha alongada,  $R_{GB}$ , comprimento da bolha alongada,  $l_B$ , e do comprimento do pistão de líquido,  $l_S$  para a inclinação de  $-13^\circ$ .

Já para a fração média de gás,  $R_{GB}$  os valores do erro aumentaram para um desvio bem próximo de 25% o que mostra um resultado pior que todos os anteriores.

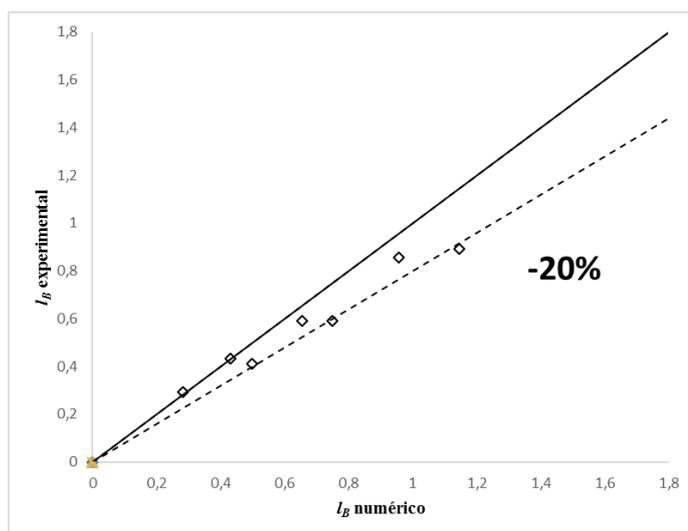
Novamente observa-se que com o aumento do valor da fração média de gás na região da bolha alongada,  $R_{GB}$ , o resultado do programa computacional tende ser maior que o resultado experimental, como foi observado em todas as inclinações anteriores.



**Figura 5-18 Comparação entre  $R_{GB}$  numérico e experimental para inclinação de  $-13^\circ$**

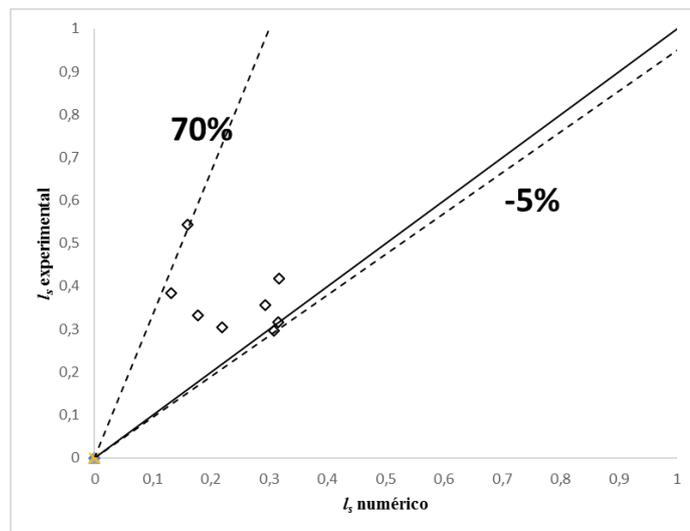
Os erros do comprimento da bolha alongada,  $l_B$ , foram inferiores aos erros da inclinação de  $-10^\circ$ , porém são duas vezes maiores que o erro para as inclinações  $0^\circ$  e  $-4^\circ$  que apresentaram erros de 10%.

Foi possível observar pela primeira vez que os resultados do comprimento calculado pelo programa computacional foram maiores que os resultados medidos experimentalmente.



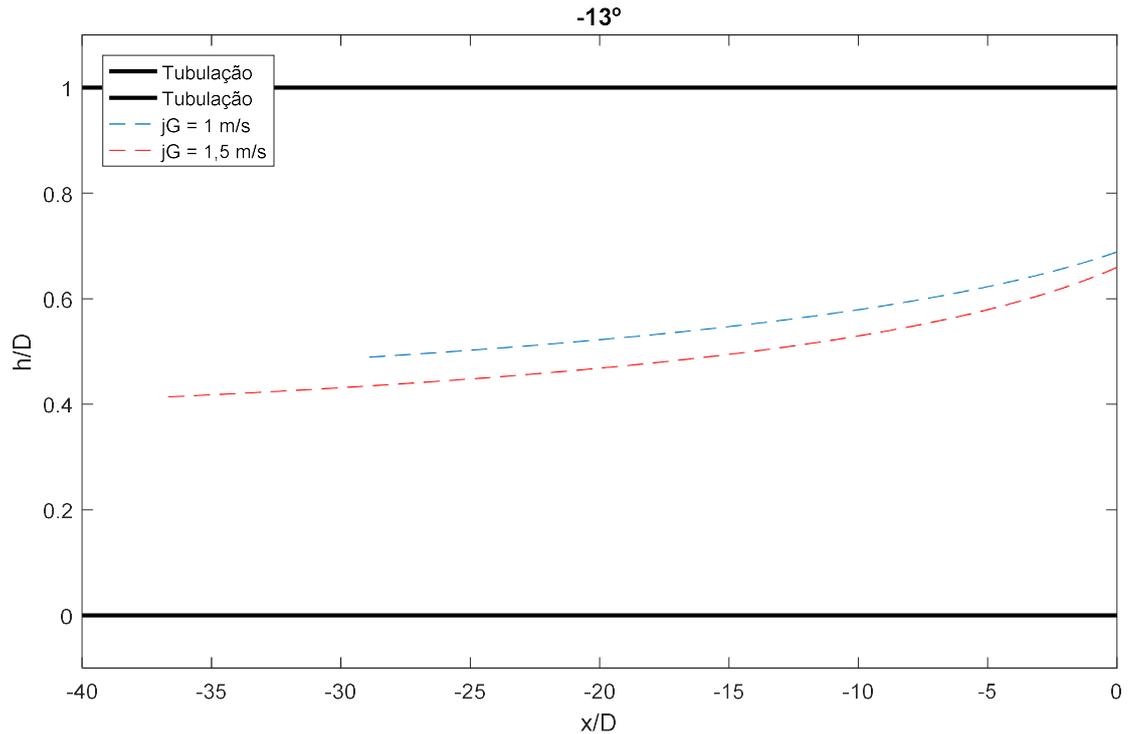
**Figura 5-19 Comparação entre  $l_B$  numérico e experimental para inclinação de  $-13^\circ$**

Porém, como nos outros casos o comprimento da bolha alongada é maior que o comprimento do pistão de líquido,  $l_S$ , o que resultou nos maiores erros percentuais para os resultados de  $l_S$ . Dois pontos, que representam 25% dos pontos para essa inclinação, mostraram erros próximos a 70%. Os pontos não aparentam ter alguma tendência, além de que o modelo calculou quase todos eles abaixo do resultado experimental.



**Figura 5-20 Comparação entre  $l_S$  numérico e experimental para inclinação de  $-13^\circ$**

Na Figura 5-21 são mostrados os resultados de 2 perfis de bolhas com velocidade superficial do líquido,  $j_L$  de 2 m/s e velocidades superficiais do gás de 1 e 1,5 m/s. Para inclinação de  $-13^\circ$  houve uma diferença entre as alturas e também um aumento do comprimento como observado na inclinação de  $-7^\circ$ .



**Figura 5-21 Perfis de bolha para  $j_L = 2$  m/s e inclinação  $-13^\circ$**

Desta forma é possível perceber que o modelo não se adequa tão bem as inclinações de  $-10^\circ$  e  $-13^\circ$  como nas outras inclinações, apesar de que em alguns pontos os erros percentuais são aproximadamente 0%. O modelo de bolha pode trazer uma primeira aproximação, mas não é recomendável para respostas mais precisas como nos casos horizontais e quase horizontais ( $-4^\circ$  e  $-7^\circ$ ).

## 5.6 Discussões dos Resultados

A Tabela 5-3 mostra os maiores erros aproximaodos obtidos pelo programa em relação ao dados experimentais para a fração média de gás na região da bolha alongada,  $R_{GB}$ , comprimento da bolha alongada,  $l_B$  e para o comprimento do pistão,  $l_S$ , para cada inclinação.

**Tabela 5-3 Maiores erros percentuais do modelo**

	$0^\circ$	$-4^\circ$	$-7^\circ$	$-10^\circ$	$-13^\circ$
$R_{GB}$	20%	10%	25%	15%	25%
$l_B$	10%	10%	20%	40%	20%
$l_S$	30%	35%	30%	30%	70%

Para a inclinação de  $0^\circ$  os resultados entre os valores calculados pelo programa computacional e os medidos experimentalmente podem ser considerados bons devido ao fato dos erros não passarem de 30% mesmo com três fontes de incertezas: erro da medição experimental, erro das hipóteses que simplificam o modelo e erro devido natureza estocástica escoamento bifásico em golfadas. Assim a partir desses resultados é possível validar o programa computacional para essa inclinação.

Para a inclinação de  $-4^\circ$  o erro entre os valores calculados pelo programa computacional e os medidos experimentalmente da fração média de gás,  $R_{GB}$  diminuiu pela metade quando comparado ao escoamento horizontal e aumentaram apenas 5% para o comprimento do pistão,  $l_s$ . A partir desses resultados também é possível validar o programa computacional para a inclinação de  $-4^\circ$ .

Para a inclinação de  $-7^\circ$  em relação inclinação de  $0^\circ$  o erro entre os valores calculados pelo programa computacional e os medidos experimentalmente da fração média de gás aumentou 5%, para o comprimento da bolha alongada aumentou 10% e para o comprimento do pistão se manteve. Como os resultados se mantiveram próximos em relação aos resultados de  $0^\circ$  o programa também pode ser validado para essa inclinação.

Para inclinação de  $-10^\circ$  o erro entre a medida experimental e o valor calculado pelo programa computacional da fração média de gás,  $R_{GB}$  diminuiu em relação a inclinação de  $0^\circ$ . Os resultados dos comprimentos do pistão de líquido e da bolha alongada mostraram erros bem maiores. Porém, como os erros para os comprimentos da bolha alongada e do pistão de líquido são superiores a 50% é possível utilizar o modelo como uma aproximação inicial para o cálculo dessas variáveis. Desta forma pode-se concluir que o programa computacional consegue determinar a fração média de gás bem e para o cálculo dos comprimentos da bolha alongada de gás e para o comprimento do pistão de líquido ele serve como um aproximação inicial.

Para inclinação de  $-13^\circ$  o erro entre os valores calculados pelo programa computacional e os medidos experimentalmente da fração média de gás,  $R_{GB}$  aumentou em 5% em relação a inclinação de  $0^\circ$ . Como o aumento do erro foi

pequeno pode-se considerar que o programa consegue calcular a fração média de gás para inclinações de até  $-13^\circ$ . Os erros entre programa e medida experimental para os comprimentos do pistão de líquido e da bolha alongada aumentaram. Porém ainda assim servem como uma aproximação inicial. Da mesma forma que para inclinação de  $-10^\circ$  o programa consegue calcular bem a fração média de gás e o cálculo dos comprimentos da bolha alongada de gás e do pistão de líquido apesar de não serem tão precisos podem ser utilizados como aproximações iniciais.

Portanto conclui-se que conforme aumenta a inclinação da tubulação os erros entre medidas experimentais e o valor calculado pelo programa aumenta para os comprimentos do pistão de líquido e da bolha alongada de gás, porém não afeta tanto o valor da fração de fase. Portanto para inclinações maiores de  $-13^\circ$  existe uma tendência do programa computacional não conseguir calcular bons resultados.

Da análise de todos os resultados foi possível perceber algumas tendências do programa computacional:

1. Foi possível perceber que quando o valor da fração média de gás na bolha alongada é maior que 0,6 o valor calculado pelo programa tende a ser maior que o valor obtido de resultados experimentais.
2. Também se observou que para a maioria dos casos, com exceção da inclinação de  $-13^\circ$ , a maioria dos resultados do comprimento da bolha alongada medido experimentalmente era maior que o calculado pelo programa computacional. Conclui-se que de maneira geral o programa computacional calcula um comprimento de bolha alongada um pouco menor que o comprimento medido experimentalmente.
3. Em alguns casos foi possível observar tendências de aumentar o erro para o comprimento do pistão conforme o próprio comprimento do pistão aumentava. Porém em outros casos foi possível ver um efeito inverso. Uma hipótese para essas tendências diferentes é a natureza estocástica do escoamento bifásico em golfadas.

Para todas as inclinações com o aumento da velocidade de superficial de gás,  $J_G$ , houve um aumento no perfil da bolha alongada. Essa constatação se justifica

pelo fato de quanto maior a vazão de gás, maior vai ser o comprimento da bolha alongada de gás.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para estimar o perfil da bolha alongada no escoamento em golfadas a partir das equações da conservação da quantidade de movimento e da conservação da massa para o líquido e para o gás na região da bolha alongada. O sistema de equações foi implementado computacionalmente com o objetivo de obter os seguintes parâmetros do escoamento em golfadas: Perfil da bolha alongada de gás, o comprimento da bolha alongada, a fração de vazão média na região da bolha e o comprimento do pistão de líquido.

Os resultados numéricos foram comparados com dados experimentais obtidos por Rodrigues (2015). De maneira geral observou-se uma boa concordância entre os resultados gerados pelo programa computacional e os dados obtidos através de medidas experimentais.

Para o cálculo da fração média de gás da bolha alongada,  $R_{GB}$  o programa computacional obtém bons resultados para todas as inclinações apresentadas no presente estudo, com discrepâncias menores de 25% quando comparados com os dados experimentais. Porém para o cálculo do comprimento da bolha alongada de gás,  $l_B$  e do pistão de líquido,  $l_S$ , o modelo reportou discrepâncias de até 35% para as inclinações  $0^\circ$ ,  $-4^\circ$  e  $-7^\circ$  e discrepâncias de até 70% para o escoamento em golfadas em dutos com inclinações de  $-10^\circ$  e  $-13^\circ$ .

Também foi possível perceber que o modelo apresenta duas tendências, superestimar o valor da fração média de gás na região da bolha alongada quando esta atinge valores maiores que 0,6. A segunda tendência é o comprimento da bolha alongada de gás calculado pelo programa computacional ser menor que o medido experimentalmente.

Por fim são apresentadas sugestões para trabalhos futuros:

- Fazer a validação do modelo para outros fluidos além de ar e água e outros diâmetros de tubulações;

- Analisar a influência de parâmetros como comprimento da bolha, número de Froude ( $Fr$ ) e inclinação, no perfil da bolha alongada;
- Comparar o perfil obtido pelo com imagens de perfis reais de bolhas alongadas.

## REFERÊNCIAS

Aker Solutions, disponível em <http://akersolutions.com/who-we-are/> , retirado dia 05/12/2017.

ALBERTAZZI, Armando; SOUSA, André. Fundamentos de metrologia científica e industrial. **407p.**, Editora Manole, 2008.

BENDIKSEN, Kjell H. An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. **International journal of multiphase flow**, v. 10, n. 4, p. 467-483, 1984.

COHEN, Leonard S.; HANRATTY, Thomas J. Effect of waves at a gas—liquid interface on a turbulent air flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 31, n. 3, p. 467-479, 1968.

DUKLER, Abraham E.; HUBBARD, Martin G. A model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes. **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 14, n. 4, p. 337-347, 1975.

FALCONE, Gioia. Multiphase Flow Metering Principles. **Developments in Petroleum Science**, v. 54, p. 33-45, 2009.

FOX, Robert W.; PRITCHARD, Philip J.; MCDONALD, Alan T. **Introdução À Mecânica Dos Fluidos** . Grupo Gen-LTC, 2000.

GOPAL, M.; KAUL, A.; JEPSON, W. P. Mechanisms Contributing to Enhanced Corrosion Rates in Three-Phase Slug Flow in Horizontal Pipes. **NACE/95, paper**, v. 105, p. 1-16, 1995.

GREGORY, G. A.; NICHOLSON, M. K.; AZIZ, K. Correlation of the liquid volume fraction in the slug for horizontal gas-liquid slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 4, n. 1, p. 33-39, 1978.

HANYANG, Gu; LIEJIN, Guo. Modeling of bubble shape in horizontal and inclined tubes. **Progress in Nuclear Energy**, v. 89, p. 88-101, 2016.

HARMATHY, Tibor Z. Velocity of large drops and bubbles in media of infinite or restricted extent. **AIChE Journal**, v. 6, n. 2, p. 281-288, 1960.

HUBBARD, M. G. An Analysis of horizontal gas-liquid slug flow. Ph.D. Dissertation. **University of Houston**, Houston, Texas, 1965

KOKAL, S. L.; STANISLAV, J. F. An experimental study of two-phase flow in slightly inclined pipes—II. Liquid holdup and pressure drop. **Chemical engineering science**, v. 44, n. 3, p. 681-693, 1989.

MARTIN, C. Samuel. Vertically downward two-phase slug flow. **J. Fluids Eng**, v. 98, p. 715-22, 1976.

NETTO, JR Fagundes; FABRE, J.; PERESSON, L. Shape of long bubbles in horizontal slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 25, n. 6, p. 1129-1160, 1999.

NICHOLSON, M. K.; AZIZ, K.; GREGORY, G. A. Intermittent two phase flow in horizontal pipes: predictive models. **The Canadian Journal of chemical engineering**, v. 56, n. 6, p. 653-663, 1978.

NICKLIN, D. J.; DAVIDSON, J. F. The onset of instability in two-phase slug flow. In: **Proceedings of the Symposium on Two-phase Fluid Flow, Institution of Mechanical Engineers, London, Paper**. 1962.

Rodrigues, Romulo Luis de Paiva. Caracterização experimental do escoamento bifásico de gás-líquido descendente em golfadas em tubulações levemente inclinadas. **MS thesis**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

ROITBERG, Elena; SHEMER, Lev; BARNEA, Dvora. Hydrodynamic characteristics of gas-liquid slug flow in a downward inclined pipe. **Chemical Engineering Science**, v. 63, n. 14, p. 3605-3613, 2008.

SHOHAM, Ovadia. **Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes**. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2006.

SHOHAM, Ovadia; TAITEL, Yehuda. Stratified turbulent-turbulent gas-liquid flow in horizontal and inclined pipes. **AIChE journal**, v. 30, n. 3, p. 377-385, 1984.

SCHULKES, R. et al. Slug frequencies revisited. In: **15th International Conference on Multiphase Production Technology**. BHR Group, 2011.

SYLVESTER, N. D. A mechanistic model for two-phase vertical slug flow in pipes. **J. Energy Resour. Technol**, v. 109, n. 4, p. 206-213, 1987.

TAITEL, Yehuda; BARNEA, Dvora. Two-phase slug flow. **Advances in heat transfer**, v. 20, p. 83-132, 1990.

WALLIS, Graham B. One-dimensional two-phase flow. 1969.

WOODS, Bennett D.; HURLBURT, Evan T.; HANRATTY, Thomas J. Mechanism of slug formation in downwardly inclined pipes. **International journal of multiphase flow**, v. 26, n. 6, p. 977-998, 2000.

ZUBER, Novak; FINDLAY, JAa. Average volumetric concentration in two-phase flow systems. **Journal of heat transfer**, v. 87, n. 4, p. 453-468, 1965.

## APÊNDICE A – RESULTADOS NUMÉRICOS E DADOS

### EXPERIMENTAIS

Neste apêndice são mostradas todas as tabelas com os resultados obtidos no trabalho.

**Tabela A - 1 Resultados para inclinação de 0°**

Velocidades Superficiais		R <sub>GB</sub>		L <sub>B</sub>		L <sub>S</sub>	
jL (m/s)	jG (m/s)	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental
0,50	3,00	0,66	0,61	5,77	5,82	0,66	0,61
0,75	1,75	0,30	0,40	1,97	1,87	0,30	0,40
0,75	2,26	0,52	0,57	2,59	2,54	0,52	0,57
0,75	2,76	0,55	0,53	3,01	3,04	0,55	0,53
1,00	1,51	0,26	0,33	1,15	1,07	0,26	0,33
1,00	2,00	0,41	0,45	1,57	1,54	0,41	0,45
1,00	2,51	0,47	0,44	1,95	1,98	0,47	0,44
1,00	3,01	0,54	0,43	2,28	2,38	0,54	0,43
1,25	0,75	0,18	0,22	0,37	0,33	0,18	0,22
1,25	1,25	0,27	0,30	0,70	0,67	0,27	0,30
1,25	1,75	0,35	0,36	1,05	1,04	0,35	0,36
1,25	2,26	0,42	0,40	1,36	1,38	0,42	0,40
1,25	2,76	0,52	0,46	1,64	1,70	0,52	0,46
1,50	0,50	0,15	0,16	0,17	0,15	0,15	0,16
1,50	1,00	0,21	0,23	0,40	0,38	0,21	0,23
1,50	1,50	0,30	0,33	0,68	0,65	0,30	0,33
1,50	2,01	0,40	0,37	1,00	1,03	0,40	0,37
1,50	2,50	0,46	0,39	1,20	1,28	0,46	0,39
1,50	3,03	0,49	0,39	1,36	1,46	0,49	0,39
1,75	0,25	0,22	0,21	0,08	0,09	0,22	0,21
1,75	0,75	0,20	0,21	0,24	0,24	0,20	0,21
1,75	1,26	0,27	0,26	0,41	0,43	0,27	0,26
1,75	1,75	0,33	0,31	0,66	0,69	0,33	0,31
1,75	2,25	0,40	0,34	0,86	0,91	0,40	0,34
1,75	2,76	0,48	0,41	1,07	1,14	0,48	0,41
2,00	1,00	0,25	0,22	0,25	0,29	0,25	0,22
2,00	1,50	0,32	0,29	0,43	0,46	0,32	0,29
2,00	2,00	0,38	0,32	0,61	0,66	0,38	0,32
2,25	0,75	0,27	0,20	0,07	0,19	0,27	0,20
2,25	1,25	0,33	0,24	0,17	0,32	0,33	0,24
2,25	1,76	0,40	0,28	0,31	0,52	0,40	0,28
2,50	1,00	0,31	0,22	0,08	0,23	0,31	0,22
2,50	1,50	0,38	0,28	0,17	0,34	0,38	0,28

Tabela A - 2 Resultados para inclinação de -4°

Velocidades Superficiais		R <sub>GB</sub>		L <sub>B</sub> (m)		L <sub>S</sub> (m)	
JL (m/s)	JG (m/s)	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental
2,25	0,25	0,31	0,29	0,05	0,10	0,31	0,26
2,00	0,50	0,37	0,38	0,13	0,16	0,23	0,20
2,25	0,75	0,40	0,44	0,14	0,21	0,28	0,21
2,50	1,00	0,41	0,47	0,14	0,24	0,33	0,23
1,75	0,75	0,43	0,45	0,24	0,27	0,24	0,21
1,50	0,50	0,45	0,45	0,19	0,20	0,25	0,24
2,00	1,00	0,47	0,49	0,25	0,30	0,28	0,23
2,25	1,25	0,47	0,53	0,26	0,34	0,35	0,26
2,50	1,50	0,48	0,53	0,28	0,41	0,39	0,26
1,50	1,00	0,52	0,51	0,40	0,43	0,28	0,25
2,00	1,50	0,52	0,56	0,44	0,52	0,38	0,29
1,25	0,75	0,53	0,54	0,43	0,45	0,35	0,33
1,75	1,25	0,53	0,54	0,40	0,46	0,31	0,25
2,25	1,75	0,53	0,58	0,41	0,52	0,41	0,30
2,00	2,00	0,57	0,60	0,62	0,72	0,41	0,32
1,75	1,75	0,57	0,60	0,66	0,74	0,41	0,33
1,25	1,25	0,58	0,58	0,68	0,71	0,33	0,30
1,50	1,50	0,59	0,58	0,68	0,76	0,39	0,31
1,75	2,26	0,62	0,62	0,89	1,00	0,47	0,36
1,50	2,01	0,63	0,63	0,95	1,03	0,46	0,38
1,25	1,75	0,65	0,61	1,03	1,16	0,46	0,34
1,50	2,50	0,67	0,64	1,21	1,37	0,51	0,35
1,75	2,75	0,67	0,67	1,13	1,28	0,60	0,45
1,00	1,51	0,68	0,65	1,42	1,49	0,60	0,52
1,25	2,26	0,68	0,65	1,46	1,58	0,55	0,42
1,00	1,99	0,71	0,65	1,69	1,86	0,57	0,40
1,25	2,76	0,71	0,68	1,83	1,99	0,63	0,46
1,50	2,99	0,72	0,66	1,54	1,76	0,65	0,43
0,75	1,75	0,73	0,70	3,83	4,10	1,27	1,01
1,00	2,50	0,74	0,67	2,05	2,24	0,62	0,43
1,00	3,01	0,77	0,70	2,53	2,80	0,72	0,44
0,75	2,26	0,78	0,70	2,80	3,00	0,72	0,51
0,75	2,76	1,00	0,73	2,50	2,83	1,00	0,67

Tabela A - 3 Resultados para inclinação de -7°

Velocidades Superficiais		R <sub>GB</sub>		L <sub>B</sub> (m)		L <sub>S</sub> (m)	
JL (m/s)	JG (m/s)	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental
1,00	2,02	0,70	0,68	2,32	2,30	0,62	0,64
1,00	2,50	0,73	0,69	2,34	2,41	0,58	0,51
1,25	1,25	0,62	0,63	1,31	1,26	0,41	0,46
1,25	1,76	0,68	0,67	1,56	1,60	0,52	0,48
1,25	2,25	0,45	0,56	0,76	0,60	0,31	0,46
1,50	1,00	0,53	0,60	0,81	0,74	0,27	0,34
1,50	1,50	0,62	0,64	1,09	1,09	0,44	0,44
1,50	2,00	0,67	0,67	1,35	1,40	0,54	0,48
1,50	2,50	0,35	0,50	0,39	0,30	0,20	0,29
1,75	0,75	0,48	0,56	0,50	0,47	0,27	0,29
1,75	1,25	0,56	0,61	0,74	0,74	0,37	0,36
1,75	1,75	0,62	0,63	0,99	1,07	0,47	0,38
1,75	2,26	0,30	0,42	0,20	0,18	0,24	0,26
2,00	0,50	0,42	0,50	0,30	0,30	0,25	0,25
2,00	1,00	0,51	0,57	0,47	0,49	0,32	0,30
2,00	1,50	0,57	0,61	0,69	0,75	0,42	0,35
2,00	2,00	0,24	0,30	0,06	0,13	0,39	0,33
2,25	0,25	0,36	0,46	0,18	0,21	0,28	0,24
2,25	0,75	0,46	0,53	0,30	0,34	0,33	0,28
2,25	1,25	0,52	0,58	0,46	0,52	0,38	0,32
2,25	1,75	0,28	0,40	0,05	0,13	0,32	0,24
2,50	0,50	0,40	0,50	0,16	0,22	0,34	0,27
2,50	1,00	0,48	0,56	0,29	0,38	0,39	0,30

Tabela A - 4 Resultados para inclinação de -10°

Velocidades Superficiais		R <sub>GB</sub>		L <sub>B</sub> (m)		L <sub>S</sub> (m)	
JL (m/s)	JG (m/s)	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental
1,25	1,75	0,71	0,63	1,05	1,25	0,60	0,40
1,50	1,50	0,68	0,61	0,85	1,07	0,74	0,53
1,50	1,99	0,71	0,63	1,07	1,30	0,73	0,50
1,50	2,51	0,73	0,66	1,22	1,46	0,72	0,48
1,75	0,75	0,59	0,50	0,57	0,75	1,06	0,89
1,75	1,26	0,61	0,56	0,46	0,59	0,52	0,38
1,75	1,75	0,63	0,60	0,62	0,76	0,51	0,36
1,75	2,24	0,68	0,63	0,86	1,05	0,62	0,42
2,00	0,50	0,48	0,41	0,17	0,28	0,51	0,41
2,00	1,00	0,54	0,51	0,24	0,34	0,39	0,29
2,00	1,50	0,58	0,56	0,40	0,51	0,43	0,32
2,00	2,00	0,62	0,61	0,57	0,73	0,52	0,36
2,25	0,75	0,45	0,46	0,14	0,24	0,38	0,27
2,25	1,25	0,51	0,53	0,23	0,34	0,38	0,28
2,25	1,76	0,57	0,59	0,38	0,51	0,47	0,33
2,50	1,00	0,46	0,49	0,13	0,24	0,37	0,27
2,50	1,50	0,52	0,56	0,24	0,38	0,46	0,32

**Tabela A - 5 Resultados para inclinação de -13°**

Velocidades Superficiais		R <sub>GB</sub>		L <sub>B</sub> (m)		L <sub>S</sub> (m)	
JL (m/s)	JG (m/s)	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental	Calculado	Experimental
1,50	2,01	0,52	0,63	1,90	1,52	0,16	0,54
1,75	1,75	0,46	0,59	1,14	0,89	0,13	0,38
2,00	1,50	0,42	0,56	0,75	0,59	0,18	0,33
2,00	2,00	0,51	0,61	0,96	0,85	0,32	0,42
2,25	1,25	0,38	0,52	0,50	0,41	0,22	0,30
2,25	1,75	0,46	0,58	0,65	0,59	0,29	0,36
2,50	1,00	0,35	0,48	0,28	0,29	0,31	0,30
2,50	1,50	0,42	0,54	0,43	0,43	0,32	0,32

## APÊNDICE B – BALANÇO DE MASSA

Afim de ter uma equação que calcule a variável  $\beta_M$  para verificar se o critério de convergência foi atingido pelo algoritmo é feito um balanço de massa da célula unitária. Esse balanço de massa é feito integrando a vazão de líquido em uma seção fixa da tubulação durante a passagem de uma célula unitária.

$$W_L = \frac{1}{t_U} \left( u_{LS} A R_{LS} \rho_L t_S + \int_0^{t_B} u_{LB} A R_{LB} \rho_L dt \right) \quad (\text{B.1})$$

Onde  $W_L$  é a vazão mássica de líquido,  $t_U$  é o tempo de passagem da célula unitária,  $t_S$  é o tempo de passagem do pistão e  $t_B$  é o tempo de passagem da bolha alongada. Como a célula unitária está se movendo com velocidade constante  $u_T$ , uma mudança de variáveis pode ser feita utilizando as relações  $t_S = l_S / u_T$  e  $t_B = l_B / u_T$ . Assim a equação (B.1) se torna:

$$W_L = u_{LS} A R_{LS} \rho_L \frac{l_S}{l_U} + \frac{1}{l_U} \int_0^{l_B} u_{LB} A R_{LB} \rho_L dx \quad (\text{B.2})$$

Substituindo a equação (5.22) e rearranjando os termos:

$$j_L = u_{LS} R_{LS} + u_T (1 - R_{LS}) \frac{l_B}{l_U} - \frac{u_T}{l_U} \int_0^{l_B} R_{GB} dx \quad (\text{B.3})$$

Onde  $R_{GB}$  é a fração de gás na região da bolha alongada. Essa fração de gás é calculada a partir da integração numérica da variável:

$$\int_0^{l_B} R_{GB} dx = \bar{R}_{GB} l_B = (1 - \bar{R}_{LB}) l_B \quad (\text{B.4})$$

Utilizando a definição de  $\beta$ , substituindo a equação (B.4) em (B.3) e rearranjando os termos temos:

$$\beta_M = 1 - \frac{(j_L - \bar{u}_{LB} \bar{R}_{LB})}{u_T R_{LS} \left( 1 - \frac{\bar{R}_{LB}}{R_{LS}} \right)} \quad (\text{B.5})$$