

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

FRANCISCO KENJI MAEDA MAKITA  
VICTOR AUGUSTO RABONI SANTA MARIA

**ESTUDO SOBRE A CURVA S-N E O GRÁFICO DE WEIBULL PARA  
ANÁLISE DE RESISTÊNCIA À FADIGA DE CONTATO DE  
ENGRENAGENS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2011

FRANCISCO KENJI MAEDA MAKITA  
VICTOR AUGUSTO RABONI SANTA MARIA

**ESTUDO SOBRE A CURVA S-N E O GRÁFICO DE WEIBULL PARA  
ANÁLISE DE RESISTÊNCIA À FADIGA DE CONTATO DE  
ENGRENAGENS**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Carlos Henrique da Silva, Dr.

CURITIBA

2011

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa intitulado “ESTUDO SOBRE A CURVA S-N E O GRÁFICO DE WEIBULL PARA ANÁLISE DE RESISTÊNCIA À FADIGA DE CONTATO DE ENGRENAGENS”, realizado pelos alunos Francisco Kenji Maeda Makita e Victor Augusto Raboni Santa Maria, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Carlos Henrique da Silva, Dr.

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. Julio Cesar Klein das Neves, Dr.

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Marco Antonio Luersen, Dr.

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 16 de Dezembro de 2011.

*“A felicidade só é verdadeira quando compartilhada.”*

*Christopher J. McCandless*

## RESUMO

O estudo da fadiga possui grande importância na área de projetos de componentes mecânicos, pois se estima que seja responsável por aproximadamente 90% de todas as falhas metálicas. Na fadiga de contato de engrenagens, as tensões de Hertz contribuem para o desgaste superficial do dente, o que caracteriza os fenômenos conhecidos como crateração (*pitting*) e lascamento (*spalling*). Como principais ferramentas para este estudo, pode-se citar a curva S-N e a distribuição estatística de Weibull. A curva S-N proporciona uma estimativa da resistência à fadiga do material, ou seja, relaciona o valor da tensão do carregamento e a vida esperada (número de ciclos) até a ocorrência da falha. Já o gráfico de Weibull relaciona a probabilidade de falha de um componente e o número de ciclos a que ele estará submetido, podendo ser aplicado na estimativa de períodos de garantia contra falhas apresentadas por equipamentos mecânicos. Este trabalho tem como objetivo geral compreender os conceitos envolvidos na determinação de curvas S-N para fadiga de contato e na determinação do gráfico de Weibull, juntamente com a análise de pares de engrenagens de diferentes materiais, através da utilização de dados e realização de ensaios de fadiga de contato. Para a realização dos ensaios foi utilizada a máquina FZG, cujo funcionamento ocorre através do princípio de recirculação de potência. Foram ensaiados três diferentes materiais: aço ABNT 4140, ferro fundido nodular austemperado (FFNA) e ferro fundido nodular ferrítico/perlítico (FFNF). Foi constatado que o FFNF apresenta menor resistência à fadiga de contato e, conseqüentemente, menor vida característica. O aço ABNT 4140, para uma confiabilidade de 90%, foi o material que apresentou a maior vida característica e também a taxa de mortalidade de amostras mais acentuada, apresentando também maior resistência à fadiga de contato para probabilidades de falha de até aproximadamente 90%. Por fim, este trabalho procurou contribuir para a formação dos alunos do curso de Engenharia Industrial Mecânica e do Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

**Palavras-chave:** Resistência à fadiga de contato. Engrenagens. Curva S-N. Distribuição estatística de Weibull. Máquina FZG.

## ABSTRACT

The study of the fatigue phenomenon has a relevant importance on mechanical components design, because it is estimated that it is responsible for approximately 90% of all metallic failures. On contact fatigue of gears, the Hertz stresses contribute to the tooth surface wear occurrence, what characterizes the phenomena known as pitting and spalling. As mainly existing tools for this study, the S-N curve and the Weibull statistical distribution can be applied. The S-N curve permits to estimate the fatigue resistance of the material. This curve relates the loading stress value with the expected fatigue life (number of cycles) until the failures occurrence. The Weibull curve relates the failure probability of a component with its expected fatigue life, therefore it can be used to estimate warranty periods. The purpose of this research work is to understand the existing concepts on determining the S-N curve and the Weibull curve for gears contact fatigue. Therefore, contact fatigue tests of gears were carried out with three types of materials: ABNT 4140 steel and two different austempered ductile irons (FFNA and FFNF). The tests were carried out using the FZG machine, which is based on the power recirculation principle. It was noticed that the FFNF showed the worst contact fatigue resistance and, consequently, the lowest scale parameter value. For a reliability of 90%, the ABNT 4140 steel showed the highest scale parameter value and also the most accentuated mortality rate among the studied materials, with best contact fatigue resistance for a failure probability of until 90%, approximately. Finally, this work intends to contribute to the graduation of the Mechanical Engineering students and postgraduate students of the Technological University of Parana.

**Key words:** Contact fatigue resistance. Gears. S-N curve. Weibull statistical distribution. FZG machine.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Falhas superficiais por crateração ( <i>pitting</i> ) e lascamento ( <i>spalling</i> ) devido à fadiga de contato em engrenagens (figura adaptada: NORTON, 2004) .....	20
Figura 2 – Valores representativos das componentes alternada, média e o intervalo de variação de tensões para tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsantes (NORTON, 2004) .....	26
Figura 3 – Exemplo de carregamento aleatório em experimento de fadiga .....	27
Figura 4 – Curva de crescimento da trinca por fadiga (NORTON, 2004) .....	28
Figura 5 – Distribuições de pressão e zonas de contato de Hertz para: (a) contato geral e elíptico e (b) contato cilíndrico (figura adaptada: NORTON, 2004) .....	30
Figura 6 – Esquema dos fenômenos de <i>pitting</i> e <i>spalling</i> (figura adaptada: DING <i>et al.</i> , 2003) .....	31
Figura 7 – Dentes de engrenagens danificados por: (a) <i>pitting</i> (KODA, 2009) e (b) <i>micropitting</i> (SEABRA, 2005) .....	32
Figura 8 – Par de engrenagens cilíndricas de dentes retos (KODA, 2009) .....	33
Figura 9 – Elementos básicos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (figura adaptada: PEZZANO e KLEIN, 1957) .....	34
Figura 10 – Geometria do engrenamento durante o contato do dente da engrenagem e do pinhão (figura adaptada: NORTON, 2004) .....	36
Figura 11 – Distribuições de tensões no contato devido aos casos de rolamento, deslizamento e efeito combinado (ASM, 1996) .....	37
Figura 12 – Variação da tensão de Hertz que ocorre no dente de uma ECDR .....	38
Figura 13 – Distribuições de Weibull para diferentes valores dos parâmetros: (a) de escala, (b) de forma e (c) de localização (figura adaptada: AMSTADTER, 1971) .....	41
Figura 14 – Gráfico de Weibull para três diferentes tipos de ferro fundido ensaiados sob fadiga de contato de rolamento (figura adaptada: DOMMARCO <i>et al.</i> , 2006) .....	43

Figura 15 – Exemplo de curva S-N ou curva de Wöhler: resistência à fadiga <i>versus</i> vida esperada (figura adaptada: NORTON, 2004).....	45
Figura 16 – Curvas S-N estimadas para fadiga estrutural: (a) para materiais com limite de resistência e (b) materiais sem limite de resistência.....	49
Figura 17 – Curva S-N obtida de ensaios sob tensão normal alternada para o aço AISI 4130 (figura adaptada: NORTON, 2004).....	50
Figura 18 – Contato entre dois cilindros paralelos (figura adaptada: STACHOWIAK e BATCHELOR, 2000).....	51
Figura 19 – Influência do tipo de óleo lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: DUDLEY, 1983).....	53
Figura 20 – Influência da viscosidade do lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: HÖHN e MICHAELIS, 2004).....	54
Figura 21 – Influência da temperatura do lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: HÖHN e MICHAELIS, 2004).....	54
Figura 22 – Influência do tratamento superficial de sulfurização sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: KRISHNAMURTHY e RAO, 1987).....	55
Figura 23 – Curvas P-S-N: influência da probabilidade de falha sobre as curvas S-N.....	56
Figura 24 – Variação da vida em fadiga para um dado valor de resistência (figura adaptada: LIPSON e SHETH, 1973).....	57
Figura 25 – Representação da máquina FZG, utilizada para ensaios de fadiga de contato de engrenagens e ensaios de óleos lubrificantes (figura adaptada: WINTER, 1985).....	58
Figura 26 – Sistema de aplicação de torque para ensaios na máquina FZG.....	60
Figura 27 – Fresadora horizontal (KODA, 2009).....	62
Figura 28 – (a) Ferramenta utilizada no processo de <i>shaving</i> e (b) superfície dos dentes após o processo ter sido realizado (KODA, 2009).....	62
Figura 29 – Direções das medições de rugosidades: axial à esquerda e radial à direita.....	65

Figura 30 – Medição de massa de uma engrenagem de aço ABNT 4140 .....	65
Figura 31 – Sistema fotográfico utilizado para aquisição das imagens dos dentes...66	
Figura 32 – Imagem de um dente em que é mostrada a área danificada pelo fenômeno de fadiga de contato, calculada com o auxílio do programa computacional <i>Solid Edge</i> .....	67
Figura 33 – Máquina usada para ensaios de fadiga de contato de engrenagens FZG – LASC.....	68
Figura 34 – Caixa de ensaio 1 aberta .....	68
Figura 35 – Fluxograma da metodologia utilizada nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens .....	72
Figura 36 – Gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha para cada material e os parâmetros de Weibull estimados (NEVES, 2006) .....	76
Figura 37 – Gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha para cada material e os parâmetros de Weibull estimados, obtidos com o uso do método MLE do Weibull++ .....	77
Figura 38 – Evolução dos danos nos dentes das engrenagens (FFNF) .....	81
Figura 39 – Evolução dos danos nos dentes das engrenagens (aço ABNT 4140) ...	82
Figura 40 – Evolução da rugosidade superficial Ra média ao longo dos ensaios, para cada material.....	83
Figura 41 – Perda de massa média acumulada ao longo dos ensaios, do FFNF e do aço ABNT 4140 .....	84
Figura 42 – Curva de degradação de cada amostra do FFNA.....	88
Figura 43 – Curva de degradação de cada amostra do FFNF .....	88
Figura 44 – Curva de degradação de cada amostra do aço ABNT 4140 .....	89
Figura 45 – Gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha e os parâmetros de forma e de escala de cada material .....	91
Figura A1 – Fluxograma do projeto .....	101
Figura B1 – Criação de um novo projeto seguindo o assistente .....	102

Figura B2 – Seleção do “Fólio de Análise de Degradação”.....	103
Figura B3 – Dados de degradação inseridos no fólio.....	104
Figura B4 – Parâmetros da curva exponencial de degradação de cada amostra ...	105
Figura B5 – Tempo até a falha de cada amostra, estimado para o valor do critério de falha .....	106
Figura B6 – Gráfico com as curvas de degradação de cada amostra do aço 4140	107
Figura B7 – Seleção da opção “Dados de tempo até falha” na análise de dados de vida.....	108
Figura B8 – Dados de tempo até falha do aço 4140 e seleção do tipo de distribuição estatística e método de análise.....	109
Figura B9 – Gráfico de Weibull do aço 4140 .....	110
Figura B10 – Seleção da opção “Inserir Gráficos Múltiplos” .....	111
Figura B11 – Seleção automática das planilhas de gráficos de cada material para se gerar o gráfico de Weibull múltiplo .....	111
Figura B12 – Gráfico de Weibull contendo a curva de cada material.....	112

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Definição dos elementos básicos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (PEZZANO e KLEIN, 1957).....	35
Tabela 2 – Fatores de confiabilidade $C_{conf}$ correspondentes a 8% de desvio padrão do limite de resistência (SHIGLEY <i>et al.</i> , 2005).....	48
Tabela 3 – Formulário para contato entre dois cilindros paralelos (STACHOWIAK e BATCHELOR, 2000).....	52
Tabela 4 – Especificações dos tipos de engrenagens A e C (FZG, 1992).....	59
Tabela 5 – Especificações para a fabricação das engrenagens tipo C.....	61
Tabela 6 – Composição química (% peso) dos ferros fundidos utilizados nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens.....	63
Tabela 7 – Composição química (% peso) do aço ABNT 4140 utilizado nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens (BLANCO, 2011).....	63
Tabela 8 – Quantidade de amostras de cada material utilizadas neste trabalho .....	64
Tabela 9 – Parâmetros de ensaio da etapa de <i>running-in</i> .....	70
Tabela 10 – Parâmetros de ensaio da etapa de <i>pitting</i> .....	71
Tabela 11 – Vidas, em ciclos de carregamento, dos corpos de prova nos ensaios de fadiga de contato e parâmetros de Weibull estimados (NEVES, 2006) .....	75
Tabela 12 – Simbologia que define os parâmetros de Weibull de forma e de escala ao longo de todo o trabalho.....	78
Tabela 13 – Resultados dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens .....	80
Tabela 14 – Evolução dos danos no decorrer dos ensaios do FFNA (em %).....	85
Tabela 15 – Evolução dos danos no decorrer dos ensaios do FFNF (em %).....	85
Tabela 16 – Evolução dos danos no decorrer dos ensaios do aço ABNT 4140 (em %) .....	86
Tabela 17 – Parâmetros da curva exponencial de degradação de cada amostra.....	87

Tabela 18 – Tempo até a falha de cada amostra, estimado para o valor do critério de falha .....	90
-------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	<i>Associação Brasileira de Normas Técnicas</i>
AGMA	<i>American Gear Manufacturers Association</i>
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>
CAD	<i>Computer-aided design</i>
ECDR	<i>Engrenagem cilíndrica de dentes retos</i>
FFNA	<i>Ferro fundido nodular austemperado</i>
FFNF	<i>Ferro fundido nodular ferrítico/perlítico</i>
FM	<i>Matriz de Fisher</i>
FZG	<i>Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau</i>
K-M	<i>Rank Mediano Kaplan-Meier</i>
LASC	<i>Laboratório de Superfícies de Contato</i>
LRB	<i>Razão de Verossimilhança</i>
MED	<i>Rank Mediano</i>
MLE	<i>Método de análise da Máxima Verossimilhança</i>
PPGEM	<i>Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica</i>
PPW	<i>Papel probabilístico de Weibull</i>
RRM	<i>Regressão ReliaSoft</i>
RRX	<i>Rank de Regressão em X</i>
RRY	<i>Rank de Regressão em Y</i>
SRM	<i>Regressão Padrão</i>
TCC	<i>Trabalho de Conclusão de Curso</i>
UTFPR	<i>Universidade Tecnológica Federal do Paraná</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$S'_e$	<i>Limite de resistência à fadiga estrutural não-corrigido</i>
$S'_f$	<i>Resistência à fadiga estrutural não-corrigida</i>
$2h$	<i>Altura do retângulo formado na região de contato entre os cilindros</i>
$2l$	<i>Largura do retângulo formado na região de contato entre os cilindros</i>
$a$	<i>Comprimento de trinca</i>
$A_1$	<i>Parâmetro da equação exponencial de degradação</i>
$A_2$	<i>Parâmetro da equação exponencial de degradação</i>
$b, \beta_e$ ou $\beta$	<i>Parâmetro de forma de Weibull</i>
$C(x)$	<i>Função de confiabilidade de Weibull</i>
$C_a$	<i>Fator de aplicação da tensão de Hertz</i>
$C_{carreg}$	<i>Fator de correção de carregamento</i>
$C_{conf}$	<i>Fator de correção de confiabilidade</i>
$C_f$	<i>Fator de acabamento superficial</i>
$C_m$	<i>Fator de distribuição de carga</i>
$C_p$	<i>Coeficiente elástico da equação da tensão de Hertz</i>
$C_s$	<i>Fator de tamanho</i>
$C_{superf}$	<i>Fator de correção de superfície</i>
$C_{tamanho}$	<i>Fator de correção de tamanho</i>
$C_{temp}$	<i>Fator de correção de temperatura</i>
$C_v$	<i>Fator dinâmico</i>
$d$	<i>Diâmetro primitivo da menor das duas engrenagens em contato</i>
$E'$	<i>Módulo elástico reduzido</i>
$E_A$	<i>Módulo elástico do material do cilindro A</i>
$E_B$	<i>Módulo elástico do material do cilindro B</i>
$est$	<i>Índice para valores estimados numericamente</i>
$F$	<i>Largura da face da engrenagem</i>

$f(x)$	<i>Função densidade de probabilidade de Weibull</i>
$F(x)$	<i>Função de probabilidade de falha de Weibull</i>
$I$	<i>Fator geométrico de superfície</i>
$i$	<i>Relação de transmissão</i>
$j$	<i>J-ésimo componente da amostra</i>
$m$	<i>Parâmetro da equação de Paris</i>
$n$	<i>Tamanho da amostra</i>
$n_1$	<i>Velocidade de rotação do eixo do pinhão</i>
$n_2$	<i>Velocidade de rotação do eixo da coroa</i>
$R$	<i>Razão de tensão</i>
$R'$	<i>Raio reduzido</i>
$R_A$	<i>Raio do cilindro A</i>
$R_B$	<i>Raio do cilindro B</i>
$S$	<i>Resistência (em geral)</i>
$S_e$	<i>Limite de resistência à fadiga estrutural corrigido</i>
$S_f$	<i>Resistência à fadiga estrutural corrigida</i>
$S_m$	<i>Resistência à fadiga do material a <math>10^3</math> ciclos</i>
$S_{ut}$	<i>Resistência máxima à tração do material</i>
$W$	<i>Força aplicada</i>
$W_t$	<i>Força tangencial no dente da engrenagem</i>
$x$	<i>Variável das funções de Weibull</i>
$x_0$	<i>Parâmetro de localização de Weibull</i>
$Z_1$	<i>Número de dentes do pinhão</i>
$Z_2$	<i>Número de dentes da coroa</i>
$z_a$	<i>Variante de transformação</i>
$A$	<i>Parâmetro da equação de Paris</i>
$\Delta K$	<i>Variação do fator de intensidade de tensão</i>
$\Delta K_{th}$	<i>Fator limiar de propagação de trinca de fadiga</i>
$\Delta\sigma$	<i>Intervalo de variação de tensão</i>

$K$	<i>Fator de intensidade de tensão</i>
$K_c$	<i>Tenacidade à fratura do material</i>
$N$	<i>Número de ciclos</i>
$\theta, \theta_e$ ou $\eta$	<i>Parâmetro de escala de Weibull</i>
$\sigma_a$	<i>Tensão alternada</i>
$\sigma_m$	<i>Tensão média</i>
$\sigma_{\max}$	<i>Máxima tensão do carregamento</i>
$\sigma_{\min}$	<i>Mínima tensão do carregamento</i>
$\sigma_H$	<i>Tensão de Hertz</i>
$\sigma_{H\max}$	<i>Tensão máxima de Hertz</i>
$\nu_A$	<i>Coefficiente de Poisson do material do cilindro A</i>
$\nu_B$	<i>Coefficiente de Poisson do material do cilindro B</i>

# SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
SUMÁRIO	xvii
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Tema	19
1.2 Oportunidade	20
1.3 Objetivos	21
1.4 Justificativa	22
1.5 Conteúdo do Trabalho	22
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1 O Fenômeno da Fadiga	24
2.2 Fadiga de Contato	29
2.2.1 Fadiga de contato de engrenagens: geometria de contato	32
2.3 Distribuição Estatística de Weibull	39
2.4 Curva S-N	44
2.4.1 Curva S-N para fadiga estrutural	44
2.4.2 Curva S-N para fadiga de contato	50
2.5 Introdução à Máquina FZG	57
3 MATERIAIS E MÉTODOS	61
3.1 Engrenagens	61
3.1.1 Fabricação das engrenagens	61
3.1.2 Materiais e tratamentos térmicos	63
3.2 Caracterização dos Corpos de Prova	64
3.2.1 Medição de Rugosidade Ra	64
3.2.2 Medição de Massa	65
3.2.3 Medição das áreas danificadas	66
3.3 Apresentação da Máquina FZG – LASC	67
3.4 Montagem do Equipamento e Ajuste dos Parâmetros de Ensaio	69
3.4.1 Rotação	69
3.4.2 <i>Running-in</i>	70
3.4.3 Etapa de <i>pitting</i>	70
3.5 Metodologia dos Ensaio de Fadiga de Contato de Engrenagens	71
3.6 Método de Utilização do Weibull++	72
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	79
4.1 Caracterização dos Danos	79

4.2	Evolução da Rugosidade Superficial e Perda de Massa	83
4.3	Análise de Degradação e Gráfico de Weibull	85
5	CONCLUSÕES	93
	REFERÊNCIAS	95
	ANEXO A – Funções do Método de Análise da Máxima Verossimilhança (MLE) para a Distribuição Estatística de Weibull de Dois Parâmetros	99
	APÊNDICE A – Fluxograma do Projeto	101
	APÊNDICE B – Breve Tutorial do Programa Computacional Weibull++	102

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Tema

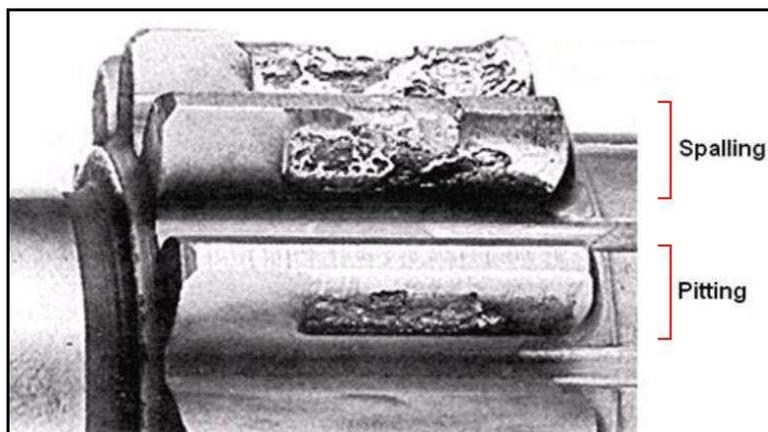
O estudo da fadiga possui grande importância na área de projetos de estruturas e componentes mecânicos, pois se estima que este tipo de fenômeno mecânico seja responsável por aproximadamente 90% de todas as falhas metálicas (CALLISTER, 2006).

Tal fenômeno está presente quando a peça ou estrutura se encontra sob a ação de um carregamento cíclico, como ocorre, por exemplo, em bielas e virabrequins de motores; pás de turbinas a vapor e a gás; apoios de pontes; engrenagens; rodas e eixos de vagões. Nesses casos, a ruptura acontece com níveis de tensões menores que a tensão limite de escoamento do material (HIBBELER, 2004).

Para o caso de engrenagens, que são elementos de máquinas usados para transmitir torque e potência em uma ampla variedade de aplicações, a fratura por fadiga pode ocorrer devido às tensões variadas de flexão na raiz do dente, como também devido à fadiga de contato, ou fadiga superficial, que ocorre na face e no flanco do dente da engrenagem (NORTON, 2004).

Na fadiga de contato de engrenagens, as tensões de contato existentes, conhecidas como tensões de Hertz, contribuem para o desgaste superficial do dente, o que caracteriza os fenômenos conhecidos como crateração (*pitting*) e lascamento (*spalling*). Estes fenômenos representam os modos mais comuns de falha, embora possa ocorrer desgaste abrasivo ou adesivo, principalmente se as engrenagens não forem adequadamente lubrificadas (NORTON, 2004). A Figura 1 mostra dentes de engrenagem danificados com a presença de *pitting* e *spalling*.

Para o estudo da falha por fadiga, a curva S-N (também denominada de curva de Wöhler) é amplamente utilizada para caracterizar o comportamento dos materiais submetidos a solicitações alternadas. Esta ferramenta proporciona uma estimativa da resistência à fadiga do material, ou seja, relaciona o valor da amplitude de tensão do carregamento e a vida esperada (número de ciclos) para tal aplicação.



**Figura 1 – Falhas superficiais por crateração (*pitting*) e lascamento (*spalling*) devido à fadiga de contato em engrenagens (figura adaptada: NORTON, 2004)**

Outra importante ferramenta utilizada para tal estudo é a distribuição estatística de Weibull. O gráfico de Weibull, obtido através da aplicação desta distribuição, relaciona a probabilidade de falha de um componente e o número de ciclos a que ele estará submetido, podendo ser aplicado na estimativa de períodos de garantia contra falhas apresentadas por equipamentos mecânicos (GUIMARÃES, 2008).

## **1.2 Oportunidade**

Este projeto visa explorar o conceito de resistência à fadiga de contato, buscando aplicar e ampliar os conhecimentos acerca das principais ferramentas utilizadas para o estudo de fadiga de engrenagens.

De uma forma geral, a maioria das engrenagens altamente carregadas é feita de materiais ferrosos que possuem um limite de resistência à fadiga por flexão, podendo-se, então, projetar vida infinita para cargas de flexão. No entanto, em relação à fadiga de contato, os materiais não exibem essa característica de limite de resistência. Assim, mais cedo ou mais tarde, deve-se esperar que a falha ocorra auxiliada por algum mecanismo de desgaste superficial (NORTON, 2004).

Para o estudo destes mecanismos, mais especificamente o estudo de *pitting* e *spalling* em engrenagens, que ocorrem com maior frequência, o Laboratório de Superfícies de Contato (LASC) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) conta com uma bancada de testes para a realização de ensaios de fadiga

com tais componentes mecânicos, que será melhor detalhada no decorrer deste documento.

Ainda, o LASC também oferece a oportunidade de se trabalhar com um programa computacional recentemente adquirido capaz de gerar o gráfico de Weibull para dadas condições de ensaios. Este programa, o Weibull++ (versão 7), proporciona as seguintes aplicações práticas, segundo o fabricante *ReliaSoft Corporation*:

- Analisar a confiabilidade de produtos, sistemas e processos;
- Determinar o período ideal de garantia;
- Realizar previsões de orçamento para peças de reposição;
- Prever os retornos de garantia;
- Determinar os períodos de manutenção preventiva;
- Comparar a confiabilidade entre fabricantes e/ou projetos.

### **1.3 Objetivos**

Este trabalho de conclusão de curso (TCC) tem como objetivo geral compreender os conceitos envolvidos na determinação de curvas S-N para fadiga de contato (tensão de contato x número de ciclos) e do gráfico de Weibull (probabilidade de falha x número de ciclos), juntamente com a análise de pares de engrenagens de diferentes materiais, através da utilização de dados e realização de ensaios de fadiga de contato.

Para tanto, como primeiro objetivo específico, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o tema em questão e também foram definidos os materiais e métodos utilizados. Em seguida, foram realizados ensaios de resistência à fadiga de contato com engrenagens e também foram coletados resultados de ensaios realizados para a dissertação de mestrado do Jairo A. Blanco Martinez (BLANCO, 2011), no LASC. Finalmente, todos os dados adquiridos foram utilizados para alimentar o programa computacional Weibull++, gerando o gráfico de Weibull que contém a curva de probabilidade de falha de cada material, e foi feita a análise dos resultados obtidos.

## 1.4 Justificativa

Em uma pesquisa sobre as características do desgaste que ocorre na maioria das engrenagens utilizadas em veículos e na indústria em geral, constatou-se que a causa mais comum de falhas superficiais está relacionada à presença do fenômeno de *pitting* (DUDLEY, 1983). Neste contexto, o estudo sobre a fadiga de contato que ocorre neste componente mecânico é bastante relevante.

A utilização de uma ferramenta estatística tal qual a distribuição de Weibull provê um método de se lidar com características cujos valores são variáveis, como ocorre para o fenômeno da fadiga de contato. *Está claro que os fenômenos na natureza são estáveis, não em magnitude, mas no padrão de variação* (SHIGLEY et al., 2005). Em uma abordagem clássica, as variáveis de projeto são idealizadas e tratadas como determinísticas, e um fator empírico de segurança de projeto proporciona uma margem contra variações não investigadas. Na abordagem probabilística, ao se lidar com variáveis estocásticas, informações estatísticas são empregadas no projeto e a máxima probabilidade de falha permitida proporciona a mais adequada margem contra variações.

Ainda, este estudo também é de grande importância para os estudantes de graduação e de pós-graduação da UTFPR, pois faz parte das linhas de pesquisa do Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica (PPGEM).

Por fim, este projeto abrange diversas áreas da Engenharia Industrial Mecânica. A área de Elementos de Máquinas é contemplada através do uso de engrenagens, que foram fabricadas utilizando-se materiais diferentes para cada par, fato este relacionado à área de Materiais. Já o estudo do desgaste pertence à área da Tribologia, cujo escopo abrange o atrito, a lubrificação e o desgaste de sistemas mecânicos.

## 1.5 Conteúdo do Trabalho

Este primeiro capítulo apresentou a introdução ao tema do projeto, assim como a oportunidade de pesquisa encontrada pela equipe, os objetivos e a justificativa do trabalho.

O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica dos assuntos envolvidos no projeto. É apresentada uma revisão da literatura sobre os seguintes tópicos: o fenômeno da fadiga; fadiga de contato; geometria de contato de engrenagens; curva S-N; distribuição estatística de Weibull; e funcionamento da máquina FZG, que será utilizada para a realização dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens.

O terceiro capítulo trata da metodologia que será utilizada para a realização dos ensaios de fadiga de contato com engrenagens, ou seja, aborda os materiais, métodos e o procedimento experimental do trabalho.

O capítulo quatro apresenta a análise dos resultados obtidos através dos ensaios e da utilização do programa computacional Weibull++.

Por fim, o quinto capítulo traz as conclusões deste trabalho de conclusão de curso.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os principais assuntos relacionados ao tema do trabalho.

### 2.1 O Fenômeno da Fadiga

Certos componentes de máquinas, muitas vezes, falham sob a ação de tensões flutuantes ou repetitivas, ainda que os níveis de tais tensões se encontrem abaixo dos valores de resistência ao escoamento dos materiais. A característica mais marcante destas falhas é o fato de que o carregamento sobre o componente é aplicado um grande número de vezes. Tal fenômeno foi denominado, então, de *falha por fadiga* (SHIGLEY *et al.*, 2001). Este tipo de falha pode ainda ser subdividido em *fadiga estrutural* e *fadiga de contato*. Tal fenômeno foi observado pela primeira vez por volta de 1800, quando, após um pequeno período de serviço, os eixos de um vagão ferroviário começaram a falhar, apresentando características de fraturas frágeis e repentinas, apesar dos mesmos terem sido fabricados com a utilização de um aço dúctil.

Há três estágios na falha por fadiga: início da trinca, propagação da trinca e ruptura repentina devido ao crescimento instável da trinca. Tal falha sempre se inicia com uma pequena trinca (primeiro estágio), que pode estar presente no material desde a sua fabricação ou desenvolver-se ao longo do tempo devido às deformações cíclicas ao redor de um entalhe ou outro elemento de concentração de tensões. Conforme as tensões no entalhe variam, pode ocorrer escoamento local (mesmo que a tensão nominal na seção esteja abaixo do valor da tensão de escoamento do material). A deformação plástica localizada, para materiais dúcteis, causa distorções e gera bandas de deslizamento (regiões de intensa deformação devido a movimentos cisalhantes) ao longo dos contornos dos cristais do material (CALLISTER, 2006).

A propagação da trinca (segundo estágio) se deve à presença de tensões de tração. Surge uma zona plástica na ponta da trinca mais severa (pontaguda), cada vez que uma tensão de tração alonga a mesma. Quando a tensão de fadiga passa para um regime de tensão de compressão ou para um valor nulo, a trinca fecha, o

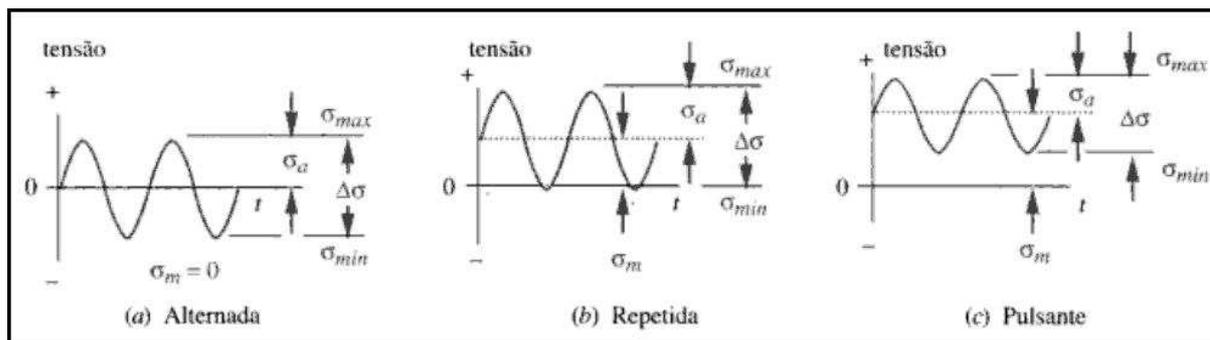
escoamento momentaneamente cessa e a trinca torna-se novamente pontiaguda, agora com um comprimento maior. Então, tal propagação ocorre devido às tensões de tração e a trinca se propaga ao longo de planos normais aos de tensão máxima de tração, mesmo que sejam as tensões de cisalhamento as responsáveis pelo início do processo (NORTON, 2004).

Outro mecanismo que também contribui para a propagação da trinca, quando combinado com a ação das tensões, é a corrosão. Neste caso, a trinca irá crescer mesmo submetida a tensões estáticas. Este fenômeno é conhecido como trincas por corrosão sob tensão.

No terceiro estágio, a falha repentina ocorre quando o tamanho da trinca se torna suficientemente grande para aumentar o fator de intensidade de tensão ( $K$ ) até o nível da tenacidade à fratura do material ( $K_c$ ), ou quando a tensão nominal aplicada seja suficientemente elevada (NORTON, 2004).

Materiais mais frágeis não apresentam a mesma habilidade para escoar e tendem a desenvolver trincas mais rapidamente, ou seja, eles são mais sensíveis a entalhes. Estes materiais podem pular o primeiro estágio e proceder diretamente para a propagação da trinca (segundo estágio).

As deformações cíclicas, citadas anteriormente, ocorrem porque as tensões são variantes no tempo, como mostrado na Figura 2 para um carregamento senoidal. Os três casos de carregamento (tensão alternada, tensão repetida e tensão pulsante) são definidos segundo os valores da tensão alternada ( $\sigma_a$ ) e da tensão média ( $\sigma_m$ ). Na figura, o intervalo de variação de tensão ( $\Delta\sigma$ ) representa a diferença entre a máxima tensão do carregamento ( $\sigma_{max}$ ) e a mínima ( $\sigma_{min}$ ).



**Figura 2 – Valores representativos das componentes alternada, média e o intervalo de variação de tensões para tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsantes (NORTON, 2004)**

Geralmente, as tensões discutidas acima são utilizadas para a análise da *fadiga estrutural*. Assim, são aplicadas em corpos de prova em ensaios de fadiga com tensão de flexão rotativa, tensão de flexão em vigas engastadas, tensão de torção ou tensão normal cíclica, por exemplo.

Em experimentos de fadiga, o termo *carregamento constante* é usado para descrever situações em que a amplitude do carregamento dinâmico não varia com o tempo, conforme pode ser observado na figura anterior. Diferentes amplitudes de carregamento podem ser impostas em diferentes corpos de prova em uma série de ensaios, mas a amplitude não varia para cada corpo de prova (LIPSON e SHETH, 1973).

Já o termo *carregamento aleatório*, em experimentos de fadiga, expressa situações em que a amplitude e também a frequência do carregamento dinâmico variam aleatoriamente com o tempo, como mostra a Figura 3. Tais experimentos são aplicáveis, por exemplo, para prever a vida em serviço de componentes automotivos sujeitos a irregularidades aleatórias na superfície das rodovias, componentes aeronáuticos sujeitos a condições atmosféricas aleatórias (turbulências) e componentes de veículos marítimos sujeitos a ondas oceânicas aleatórias (LIPSON e SHETH, 1973).

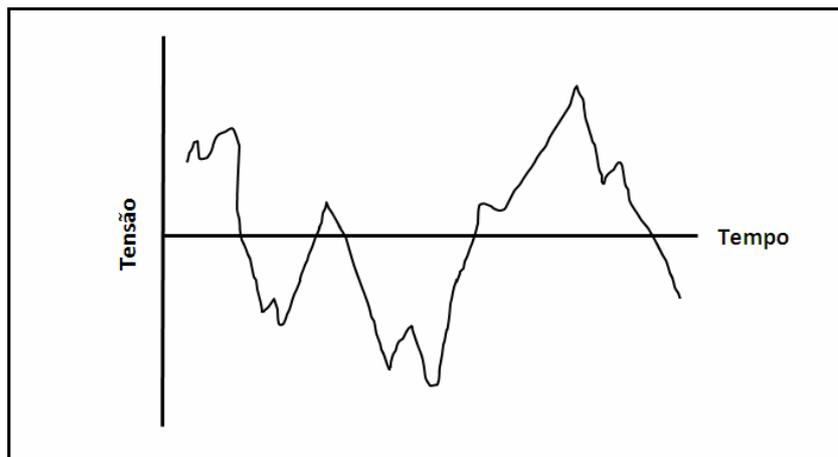


Figura 3 – Exemplo de carregamento aleatório em experimento de fadiga<sup>1</sup>

Há, ainda, outro modo de falha por fadiga que também deve ser analisado ao projetar importantes componentes mecânicos, tais como: rolamentos, engrenagens, cames com seguidores de rolete e cilindros de laminação. Trata-se da *fadiga de contato*, que será discutida na próxima subseção.

Mas, antes, vale ressaltar uma ferramenta de estudo de medição de falha por fadiga baseada nos estágios deste fenômeno, que é a teoria da mecânica da fratura.

Para o desenvolvimento de dados de resistência à fadiga em termos desta teoria, ensaiam-se corpos de prova de mesmo material até falharem, para vários níveis de intervalos de tensões cíclicas ( $\Delta\sigma$ ). Estes ensaios são realizados em uma máquina de ensaios de fadiga que aplica forças normais, enquanto a propagação da trinca é monitorada continuamente durante todo o transcorrer dos mesmos. Tendo em vista que as tensões de compressão não contribuem para o crescimento da trinca, estes ensaios raramente ocorrem sob tensões alternadas, como é o caso do carregamento mostrado na Figura 2-a (NORTON, 2004).

Segundo a teoria da mecânica da fratura, a taxa de crescimento da trinca, ou seja, o quanto aumenta o comprimento da trinca por ciclo de carregamento, está correlacionada com a variação cíclica do fator de intensidade de tensão na extremidade da trinca ( $K$ ). Esta abordagem permite estimar a vida útil e intervalos de inspeção de componentes mecânicos. Tal teoria tem sido demonstrada

---

<sup>1</sup> Neste documento, as figuras ou tabelas sem indicação de fonte são de autoria da própria equipe.

experimentalmente para várias condições segundo a equação de Paris, que representa a taxa de crescimento da trinca por fadiga, dada por 1 (ASM, 1996):

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^m \quad \text{Eq. 1}$$

onde,  $a$  é o comprimento da trinca,  $N$  é o número de ciclos,  $A$  e  $m$  são parâmetros do material definidos experimentalmente e  $\Delta K$  é a variação do fator de intensidade de tensão, dado pela diferença entre o máximo e o mínimo valor de  $K$ .

Através da integração da Equação 1 entre o comprimento inicial da trinca, valor este conhecido ou assumido, e o máximo valor aceitável para o comprimento final da mesma (baseado nos parâmetros do material, na geometria da peça e no carregamento em particular), a vida até a falha, avaliada pelo crescimento da trinca, pode ser determinada. O logaritmo da taxa de crescimento da trinca em relação ao número de ciclos é calculado e plotado *versus* o logaritmo do intervalo do fator de intensidade de tensão, como mostra a Figura 4.

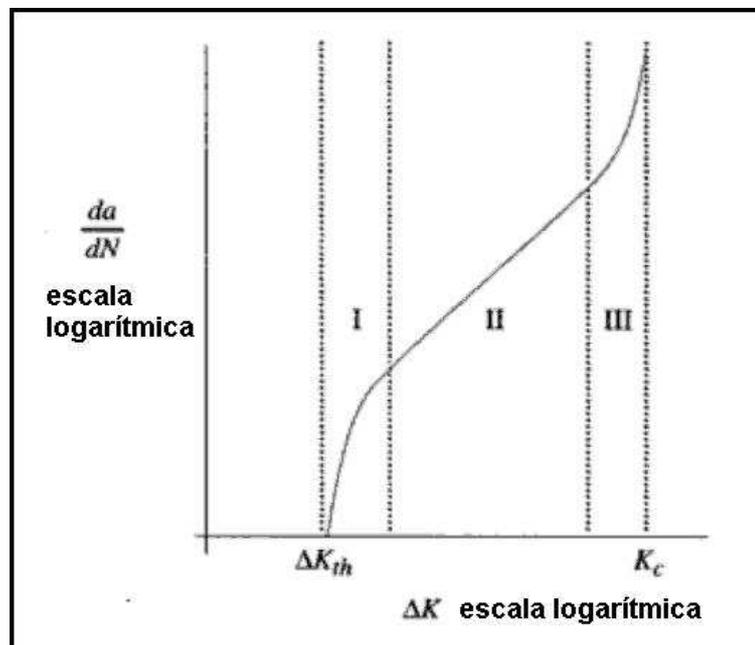


Figura 4 – Curva de crescimento da trinca por fadiga (NORTON, 2004)

Na Figura 4, a região I corresponde ao estágio de baixa velocidade de crescimento da trinca, a partir do valor do fator limiar de propagação de trinca de fadiga, representado por  $\Delta K_{th}$ . A região II corresponde ao estágio de propagação da trinca mais acelerado e é representada no gráfico por uma linha reta. É nesta região que a equação de Paris pode ser aplicada. Por fim, a região III corresponde ao estágio da fratura instável (NORTON, 2004).

No estágio de propagação acelerada, no qual a equação de Paris é utilizada, o efeito da razão de tensão  $R$  ( $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ ) não exerce grande influência sobre a curva. Tal efeito é melhor percebido nas regiões I e III, assim como a influência da tensão média do carregamento ( $\sigma_m$ ). Conforme o valor de  $R$  aumenta, a taxa de crescimento da trinca geralmente também aumenta. Este crescimento depende do material que está sendo utilizado, por exemplo: os aços relativamente não são influenciados pelos efeitos da razão de tensão, enquanto algumas ligas de alumínio apresentam certa dependência (ASM, 1996).

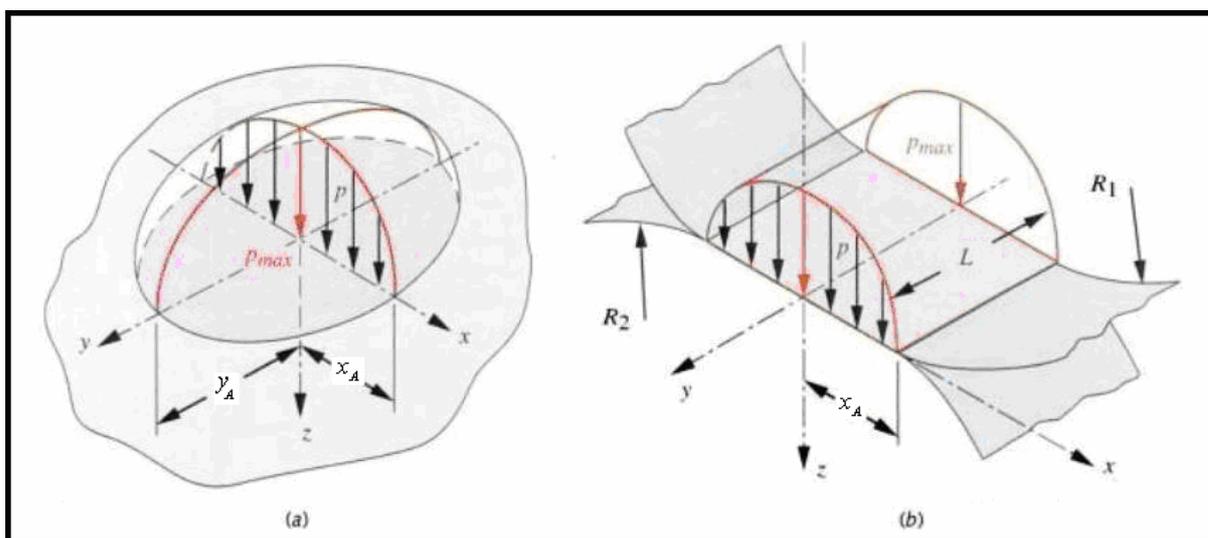
## 2.2 Fadiga de Contato

Quando duas superfícies estão em contato por rolamento puro, ou quando principalmente rolam em combinação com uma pequena parcela de deslizamento, como é o caso do movimento relativo característico de componentes mecânicos tais como rolamentos, engrenagens, cames com seguidores de rolete e cilindros de laminação, ocorre um mecanismo de falha conhecido como *fadiga de contato*, ou também como *fadiga superficial* (NORTON, 2004).

A geometria das superfícies em contato, aspectos do material e o nível de carregamento possuem grande influência sobre as tensões que serão introduzidas nas situações em que o contato é de rolamento. Duas geometrias bastante práticas são comumente utilizadas para analisar tal ocorrência: é o caso da “esfera contra esfera” e “cilindro contra cilindro”. Nestes casos, os raios de curvatura das superfícies em contato são fatores significativos, pois variando estes parâmetros, se obtém casos particulares, como por exemplo: “esfera contra plano”, “cilindro contra plano” e “cilindro no interior de um tubo”.

Teoricamente, no caso da “esfera contra esfera”, a região de contato entre elas é um ponto de dimensão nula. Para dois cilindros, o contato ocorre ao longo de uma reta sem espessura. Assim, a área de cada um dos contatos citados tende a zero e, conseqüentemente, qualquer força aplicada iria gerar uma tensão infinita sobre a região, fazendo com que os materiais falhassem instantaneamente. Como se pode perceber, tal fato não ocorre, pois os materiais se deformam elasticamente e, assim, se cria uma área de contato suficiente para suportar o carregamento a uma tensão finita (NORTON, 2004). As tensões resultantes na região de contato são denominadas de *tensões de Hertz* ou *tensões de contato*.

A Figura 5 mostra as distribuições de pressão na região de contato, para um contato geral, elíptico (caso específico do geral) e cilíndrico. As pressões se distribuem de forma elipsoidal. As esferas possuem uma zona de contato circular, já os cilindros geram uma zona retangular, devido às deformações.



**Figura 5 – Distribuições de pressão e zonas de contato de Hertz para: (a) contato geral e elíptico e (b) contato cilíndrico (figura adaptada: NORTON, 2004)**

As tensões de Hertz, como mostrado na Figura 5, atuam como tensões de compressão na região de contato. Há, também, uma tensão de cisalhamento associada às tensões hertzianas e acredita-se que representam a causa do surgimento de trincas após muitos ciclos de tensão. Estas trincas se propagam e irão acarretar na falha superficial (NORTON, 2004).

Os modos mais comuns de falha superficial são conhecidos como crateração (*pitting*) e lascamento (*spalling*), como mostrados anteriormente na Figura 1. O *pitting* é caracterizado como uma deterioração gradual das superfícies em contato. Este processo pode ser visualizado como a formação de uma pequena trinca subsuperficial que se propaga devido às tensões de contato cíclicas. Eventualmente, a trinca se torna grande suficiente e causa a ruptura de uma pequena camada da superfície do material (ABERSEK *et al.*, 2004).

Quando o processo de *pitting* se inicia, o acabamento da superfície é comprometido e rapidamente se transforma em falha por *spalling*. Esta falha é caracterizada pela perda de porções maiores de material da superfície, como pode ser observado na Figura 1 (NORTON, 2004).

A Figura 6 mostra de forma esquemática os fenômenos de *pitting* e *spalling*. A profundidade máxima do *pitting* é aproximadamente a espessura da camada encruada ( $10\ \mu\text{m}$ ). Já o *spalling* aparece como cavidades mais profundas das superfícies em contato, tipicamente da ordem de 20 a  $100\ \mu\text{m}$  (KODA, 2009).

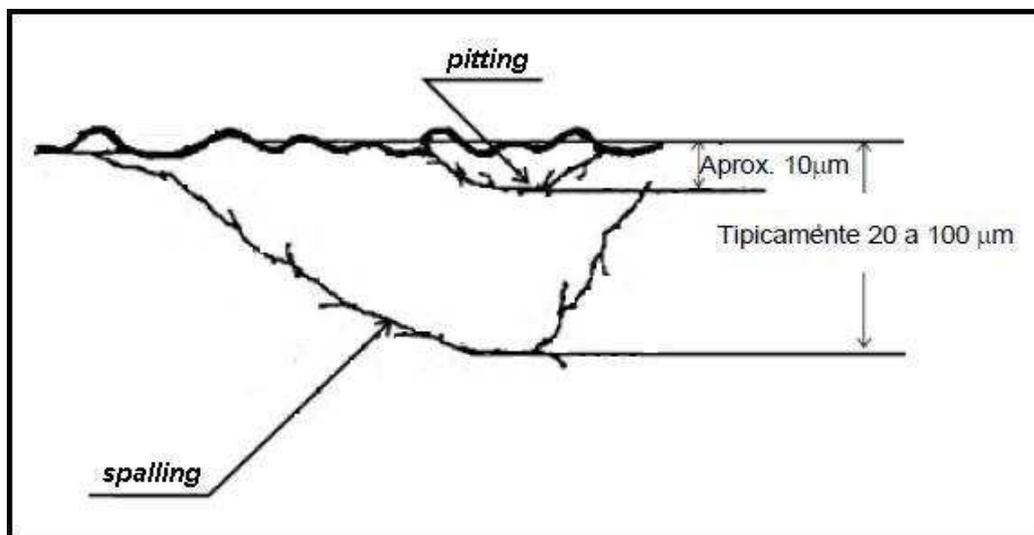


Figura 6 – Esquema dos fenômenos de *pitting* e *spalling* (figura adaptada: DING *et al.*, 2003)

Com o intuito de se padronizar a nomenclatura a respeito dos fenômenos acima mencionados, a norma ANSI/AGMA 1010 E-96 propõe a utilização do termo

*macropitting* em substituição ao termo *spalling* e utilização do termo *micropitting* para se referenciar ao fenômeno de *pitting* (ASM, 1996).

Porém, o termo *micropitting* já é amplamente utilizado na literatura para se referir a outro tipo de fenômeno causador de falha por fadiga de contato. Neste caso, a profundidade característica dos danos é da ordem de 5 a 10  $\mu\text{m}$  e a superfície danificada apresenta uma aparência fosca e continuamente espalhada. Conforme as trincas se propagam, o *micropitting* pode originar a falha por *pitting* e também por *spalling* (LIPP e HOFFMANN, 2003).

Assim, como se pode perceber, não é um parâmetro de escala que diferencia os fenômenos de *pitting* e *micropitting*. Em uma engrenagem, por exemplo, como é mais bem detalhado na seção 2.2.1, o *pitting* pode ocorrer em certos pontos na face e no flanco dos dentes. O *micropitting* ocorre somente na região do flanco dos dentes e geralmente em engrenagens endurecidas (WINTER e MICHAELIS, 1987). A Figura 7 mostra dentes de engrenagens danificados por *pitting* e *micropitting*.

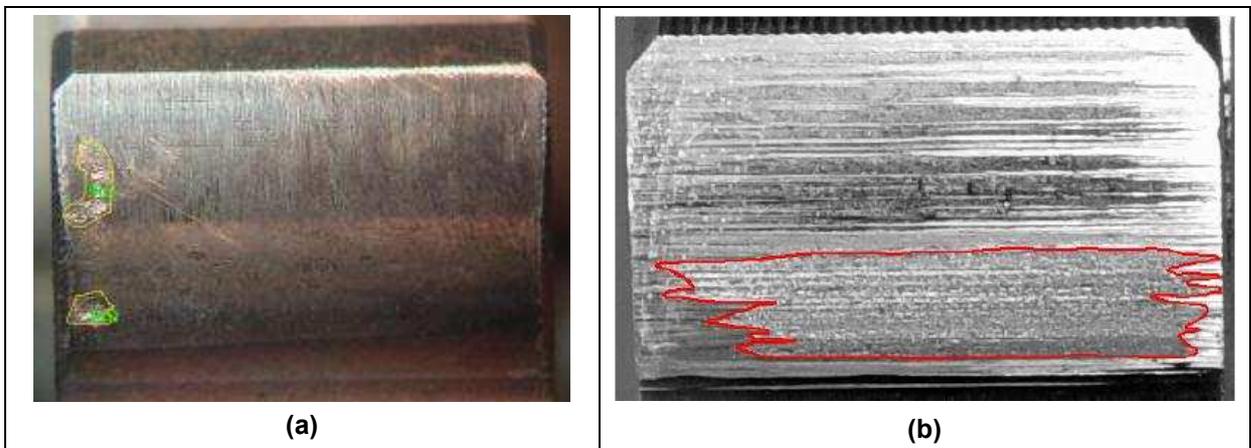


Figura 7 – Dentes de engrenagens danificados por: (a) *pitting* (KODA, 2009) e (b) *micropitting* (SEABRA, 2005)

Assim, neste trabalho os termos *pitting*, *micropitting* e *spalling* continuarão sendo utilizados para melhor descrever cada um destes fenômenos.

### 2.2.1 Fadiga de contato de engrenagens: geometria de contato

*Engrenagens* são elementos de máquinas usados para transmitir torque e potência em uma ampla variedade de aplicações. Elas são utilizadas há mais de

3000 anos e, muito frequentemente, serão necessárias no projeto de alguma máquina (DUDLEY, 1983).

Há vários tipos de engrenagens. Elas podem ser cilíndricas de dentes retos, engrenagens helicoidais, cônicas e sem-fim, por exemplo. A Figura 8 mostra um par de engrenagens cilíndricas de dentes retos.



**Figura 8 – Par de engrenagens cilíndricas de dentes retos (KODA, 2009)**

Os elementos básicos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (ECCR) são mostrados na Figura 9.

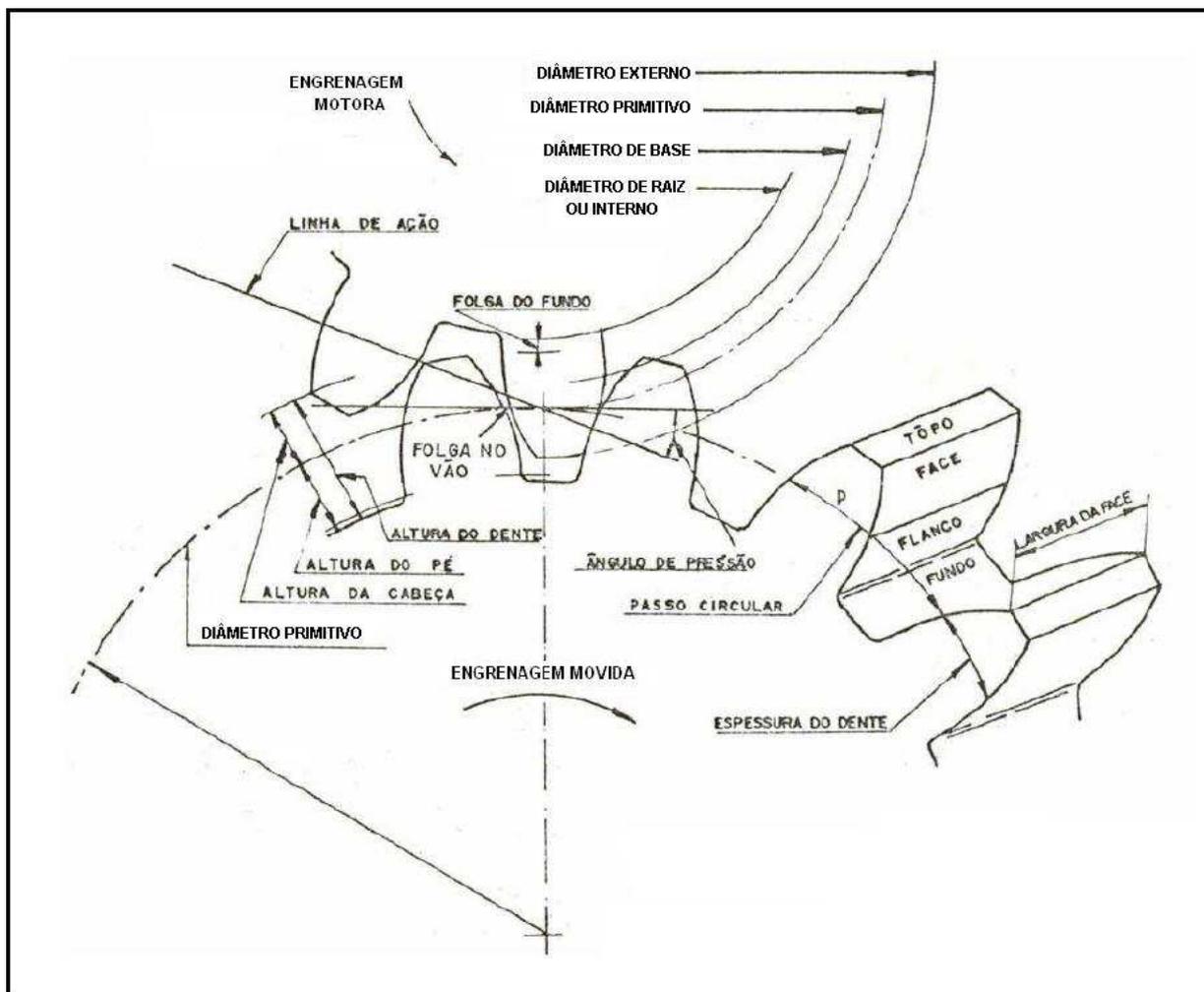


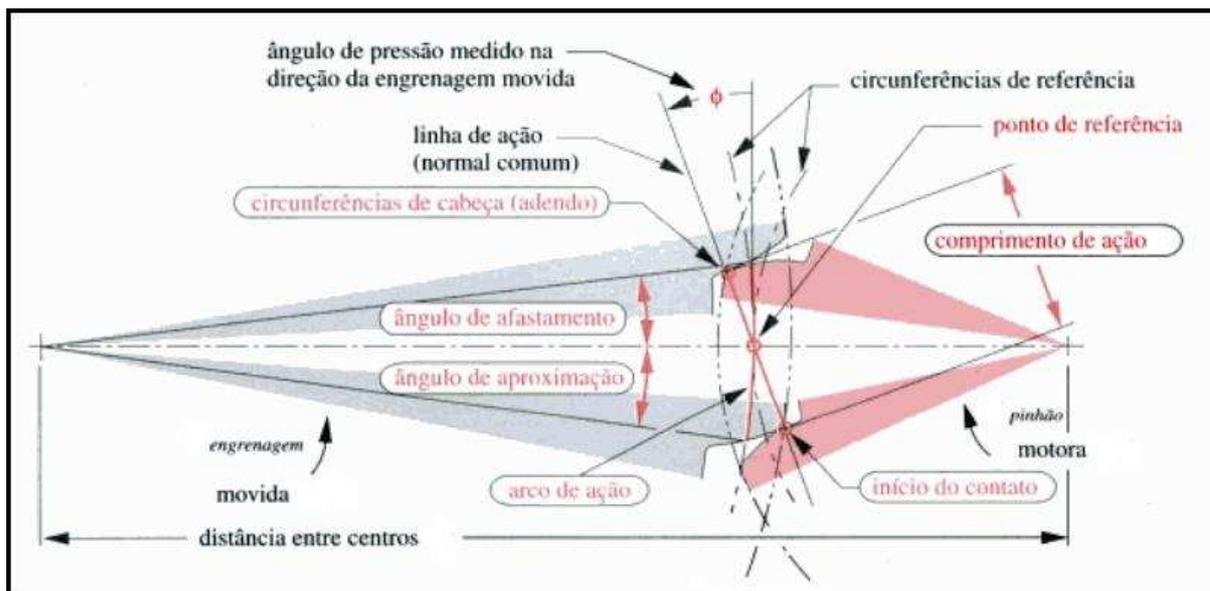
Figura 9 – Elementos básicos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (figura adaptada: PEZZANO e KLEIN, 1957)

A Tabela 1 apresenta a definição dos principais elementos mostrados na Figura 9.

**Tabela 1 – Definição dos elementos básicos de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos (PEZZANO e KLEIN, 1957)**

<b>Elemento</b>	<b>Definição</b>
Diâmetro externo	Diâmetro máximo da engrenagem.
Diâmetro interno	Menor diâmetro da engrenagem, também chamado de diâmetro de pé de dente ou diâmetro de dedendo.
Diâmetro primitivo	Diâmetro intermediário entre o externo e o interno. Seu cálculo exato é igual ao valor do diâmetro externo menos duas vezes o valor do módulo da engrenagem.
Cabeça do dente	Parte do dente que fica entre os diâmetros primitivo e externo, também chamada de adendo.
Pé do dente	Parte do dente que fica entre os diâmetros primitivo e interno, também chamada de dedendo.
Altura do dente	Altura total do dente.
Espessura do dente	Distância entre os dois pontos extremos de um dente, medida à altura e ao longo do diâmetro primitivo.
Vão do dente	Espaço entre dois dentes consecutivos.
Passo circular	Medida que corresponde à distância entre dois dentes consecutivos, medida à altura e ao longo do diâmetro primitivo.
Módulo	Razão entre o valor do diâmetro primitivo e o número de dentes da engrenagem. O módulo serve de base para calcular a dimensão dos dentes.
Ângulo de pressão	Ângulo entre o vetor velocidade e a linha de ação no ponto primitivo.

A maioria das engrenagens possui como forma do dente a involuta de um círculo, que é a curva que pode ser gerada desenrolando-se uma linha esticada tangente a uma circunferência de base. A Figura 10 refere-se à geometria do engrenamento, mostrando um par de dentes de forma involuta durante o contato. O ponto de referência é um ponto fixo da linha de centro das engrenagens, sobre o qual a normal comum do perfil de dentes deve sempre passar, em todos os pontos de contato durante o engrenamento (NORTON, 2004).

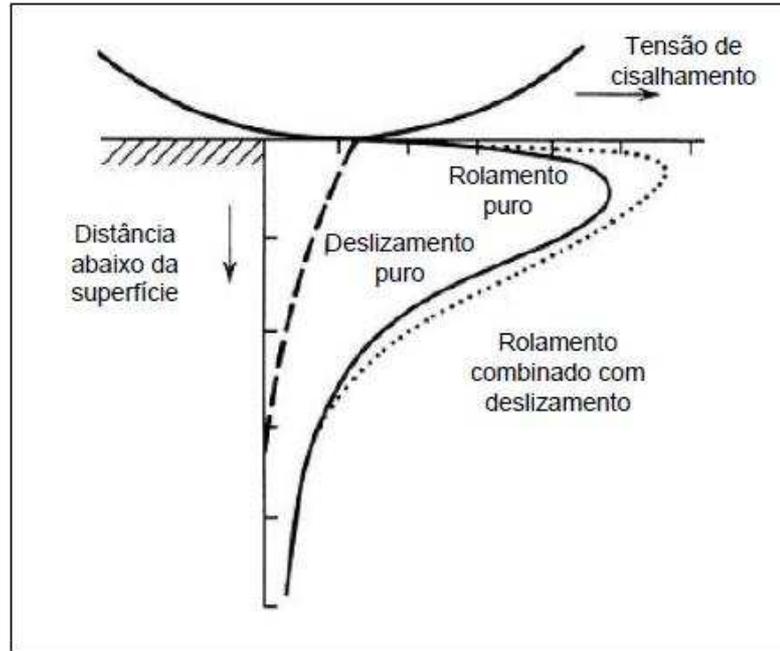


**Figura 10 – Geometria do engrenamento durante o contato do dente da engrenagem e do pinhão (figura adaptada: NORTON, 2004)**

Com exceção para os casos de dentes de engrenagens e para os cilindros de laminação, os contatos citados anteriormente (para rolamentos e cames com seguidores de rolete) ocorrem tipicamente por rolamento puro, com apenas 1,0% de deslizamento.

O movimento relativo de dentes acoplados de engrenagem, no ponto de referência, é rolamento puro. No entanto, a porcentagem de deslizamento aumenta com a distância em relação ao ponto de referência. Geralmente, um valor médio de 9,0% de deslizamento é utilizado para representar o movimento combinado. Este valor é bastante significativo quando comparado aos casos de rolamento puro, alterando, assim, o estado de tensões na região de contato. A Figura 11 mostra as distribuições de tensões no contato devido aos casos de rolamento, deslizamento e efeito combinado dos dois casos, em relação à distância abaixo da superfície.

Buckingham, na década de 40, foi quem investigou pela primeira vez de forma sistemática as tensões de contato nos dentes de engrenagem. Foi constatado que dois cilindros que tivessem o mesmo raio de curvatura que os dentes de engrenagem no ponto de referência e que fossem carregados radialmente em contato de rolamento, tais cilindros poderiam ser usados para simular o contato de dente de engrenagem (NORTON, 2004).



**Figura 11 – Distribuições de tensões no contato devido aos casos de rolamento, deslizamento e efeito combinado (ASM, 1996)**

Os dentes de uma engrenagem podem falhar por fadiga de duas formas: as tensões variadas de flexão na raiz do dente podem acarretar na fratura por fadiga e também está presente o fenômeno da fadiga de contato, que ocorre na face e no flanco dos dentes, como vem sendo discutido. Vários fatores influenciam este estado de tensões. A Figura 12 mostra o tipo de carregamento cíclico que ocorre no dente de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, para fadiga de contato (tensões de Hertz). O período da curva corresponde a uma revolução da engrenagem, ou seja, enquanto o dente não está em contato com outro, a tensão é zero. Nota-se que o perfil da curva quando a tensão de Hertz é diferente de zero segue o formato aproximado de uma semi-elipse, tendo um valor máximo: a tensão máxima de Hertz ( $\sigma_{Hmax}$ ).

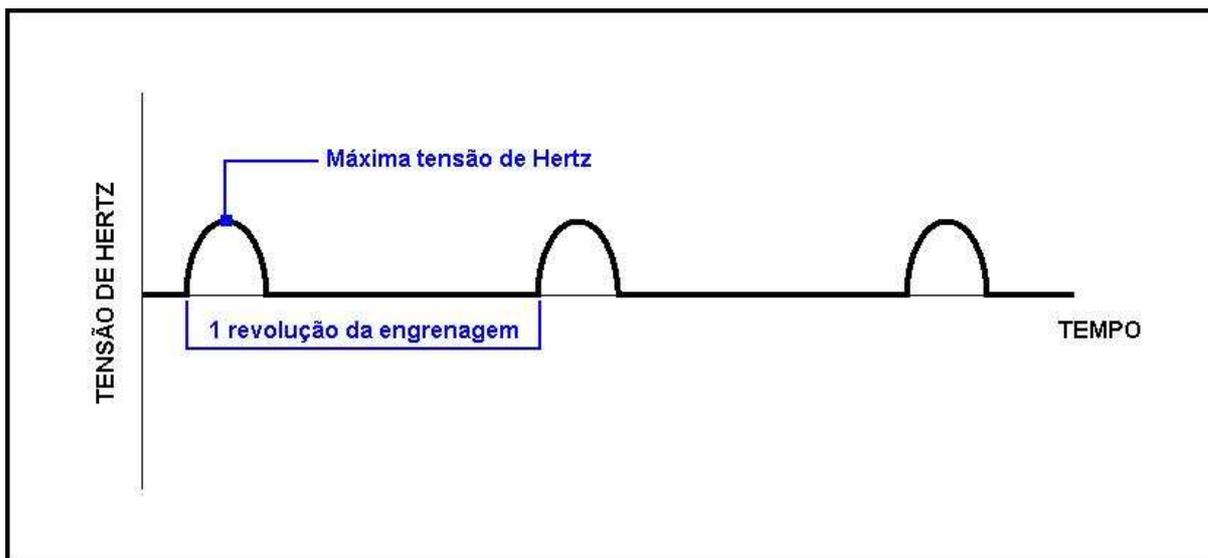


Figura 12 – Variação da tensão de Hertz que ocorre no dente de uma ECDR

Vários fatores têm influência sobre este estado de tensões, tais como: a geometria do dente de engrenagem; o acabamento superficial; o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson dos materiais das engrenagens; a severidade do choque (impacto) entre o pinhão e a coroa; e a uniformidade da distribuição de carga ao longo da face do dente, entre outros. A Equação 2 é utilizada para calcular, o valor da tensão de Hertz ( $\sigma_H$ ) no contato dos dentes de engrenagens cilíndricas (NORTON, 2004).

$$\sigma_H = C_P \sqrt{\frac{W_t}{FId} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f} \quad \text{Eq. 2}$$

onde,  $C_P$  é um coeficiente elástico que leva em conta as diferenças nas constantes do material do pinhão e da coroa (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson),  $W_t$  é a força tangencial no dente,  $F$  é a largura da face,  $I$  é um fator geométrico de superfície adimensional para resistência ao *pitting*,  $d$  é o diâmetro primitivo da menor das duas engrenagens em contato,  $C_a$  é um fator de aplicação,  $C_m$  é um fator de distribuição de carga,  $C_v$  é um fator dinâmico,  $C_s$  é um fator de tamanho e  $C_f$  é um fator de acabamento superficial.

O regime de lubrificação também influencia significativamente na falha da engrenagem por fadiga de contato. Dependendo das condições de lubrificação, o

desgaste dos dentes pode ser maior e isto normalmente acarreta em uma força de atrito mais elevada, o que implica em uma maior tendência de ocorrer tal falha através das trincas que originam o *pitting* (DUDLEY, 1983).

Ainda, em alguns casos o lubrificante pode facilitar a nucleação e propagação das trincas de fadiga quando o óleo é pressurizado para dentro delas. Neste caso, o lubrificante entra na trinca pela aplicação da carga e ela se propaga por ação hidráulica do óleo confinado, contribuindo para a falha (ZAFOSNIK *et al.*, 2007).

### 2.3 Distribuição Estatística de Weibull

A *distribuição estatística de Weibull* é amplamente utilizada em experimentos de engenharia devido a sua versatilidade, sendo aplicada também em estudos sobre os fenômenos de desgaste, em geral (LIPSON e SHETH, 1973).

O gráfico de Weibull, como ficou conhecido, é uma importante ferramenta utilizada para tais estudos. Este gráfico, resultado da distribuição estatística de Weibull, relaciona a probabilidade de falha de um componente ao número de ciclos a que ele estará submetido, podendo ser aplicado na estimativa de períodos de garantia contra falhas apresentadas por equipamentos mecânicos (GUIMARÃES, 2008).

Proposto por Walodi Weibull, esta distribuição também pode ser aplicada em análises do tamanho de populações (populações de partículas ou de pessoas, por exemplo), entre outras aplicações, como demonstrado inicialmente em seu artigo científico (WEIBULL, 1951).

A função densidade de probabilidade de Weibull é apresentada na Equação 3. Por definição, uma função densidade de probabilidade é a função que representa a probabilidade de uma variável assumir qualquer um de seus valores admissíveis (LIPSON e SHETH, 1973).

$$f(x) = \left[ \frac{b}{\theta - x_0} \left( \frac{x - x_0}{\theta - x_0} \right)^{b-1} \right] \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{x - x_0}{\theta - x_0} \right)^b \right] \right\} \quad \text{Eq. 3}$$

onde,  $x_0$  representa o menor valor esperado para  $x$  e é conhecido como parâmetro de localização,  $b$  é a inclinação de Weibull (ou parâmetro de forma) e  $\theta$  é a vida característica (ou parâmetro de escala).

A variável  $x$  pode representar, como um exemplo típico, o tempo de vida para a falha de um componente. A Equação 4 apresenta a função de confiabilidade de Weibull, correspondente à Equação 3. Em outras palavras, para o exemplo da variável  $x$  citado logo acima, a Equação 4 expressa o relacionamento entre as partes que não falharam e o tempo de vida do componente (LIPSON e SHETH, 1973; MODARRES, 1993).

$$C(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - x_0}{\theta - x_0}\right)^b\right] \quad \text{Eq. 4}$$

A Equação 5 mostra a função de probabilidade de falha de Weibull, determinada pelo valor da unidade menos o valor de  $C(x)$ , ou seja, menos o valor da confiabilidade de Weibull (LIPSON e SHETH, 1973; McCOOL, 1982).

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - x_0}{\theta - x_0}\right)^b\right] \quad \text{Eq. 5}$$

A Figura 13 mostra diferentes valores dos três parâmetros estatísticos de Weibull (parâmetro de escala, de forma e de localização) e as respectivas influências sobre o comportamento da forma de distribuição.

A Figura 13-a apresenta a influência do parâmetro de escala  $\theta$ , para valores constantes dos outros dois parâmetros ( $b=2$  e  $x_0=0$ ). Pode-se observar que a modificação de  $\theta$  não altera nem a forma da distribuição e nem seu ponto inicial, ela é apenas estendida ou comprimida ao longo do eixo das abscissas (AMSTADTER, 1971).

Pela Figura 13-b pode-se observar que a variação do parâmetro de forma  $b$  tem influência apenas sobre a forma da distribuição, como o próprio nome sugere. Os outros dois parâmetros são mantidos constantes ( $\theta=1$  e  $x_0=0$ ). Assim, não há

modificação nem da escala e nem do ponto inicial da distribuição (AMSTADTER, 1971).

A Figura 13-c mostra a influência do parâmetro de localização  $x_0$ , para valores constantes dos outros dois parâmetros ( $\theta=1$  e  $b=2$ ). Um valor negativo para  $x_0$  indica que alguns componentes poderão falhar antes de entrar em operação, ou seja, ainda no estoque. Valores positivos indicam que há um período inicial livre de falha (AMSTADTER, 1971).

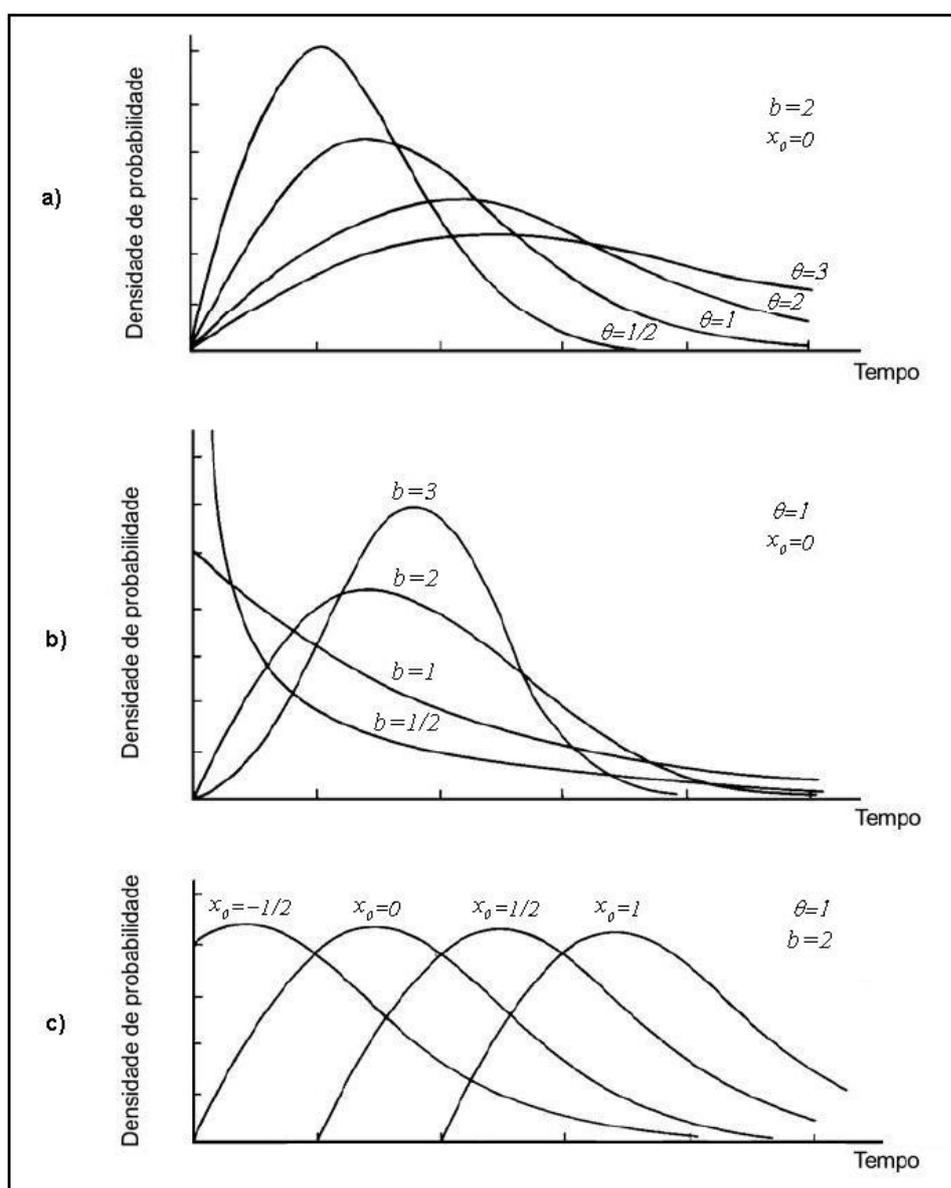


Figura 13 – Distribuições de Weibull para diferentes valores dos parâmetros: (a) de escala, (b) de forma e (c) de localização (figura adaptada: AMSTADTER, 1971)

Conforme dito anteriormente, a distribuição estatística de Weibull com estes três parâmetros apresentados ( $\theta$ ,  $b$  e  $x_0$ ) pode ser aplicada em diversas situações da engenharia como, por exemplo, para o estudo dos fenômenos de desgaste, em geral. No entanto, para o estudo sobre a fadiga, mais precisamente sobre a vida de um componente, que representa a aplicação mais usual desta ferramenta, esta distribuição pode ser simplificada considerando-se o parâmetro de localização  $x_0$  igual a zero. Assim, se obtém a distribuição estatística de Weibull de dois parâmetros (LIPSON *et al.*, 1973).

A ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1987), através do procedimento da norma NBR 6742, intitulada como: “Utilização da distribuição de Weibull para interpretação dos ensaios de durabilidade por fadiga”, apresenta para tal aplicação a função de apenas dois parâmetros. Neste caso, a função probabilidade de falha de Weibull não é mais representada pela Equação 5, mas sim por:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\theta}\right)^b\right] \quad \text{Eq. 6}$$

Esta norma orienta sobre como se obter o gráfico de Weibull e os parâmetros de escala e de forma ( $\theta$  e  $b$ ), a partir de um levantamento gráfico para o qual se utiliza um papel de coordenadas especiais, o papel probabilístico de Weibull (PPW). A Figura 14 mostra, apenas para exemplificar (embora não seja o PPW), o gráfico de Weibull para três diferentes tipos de ferro fundido ensaiados sob fadiga de contato de rolamento.

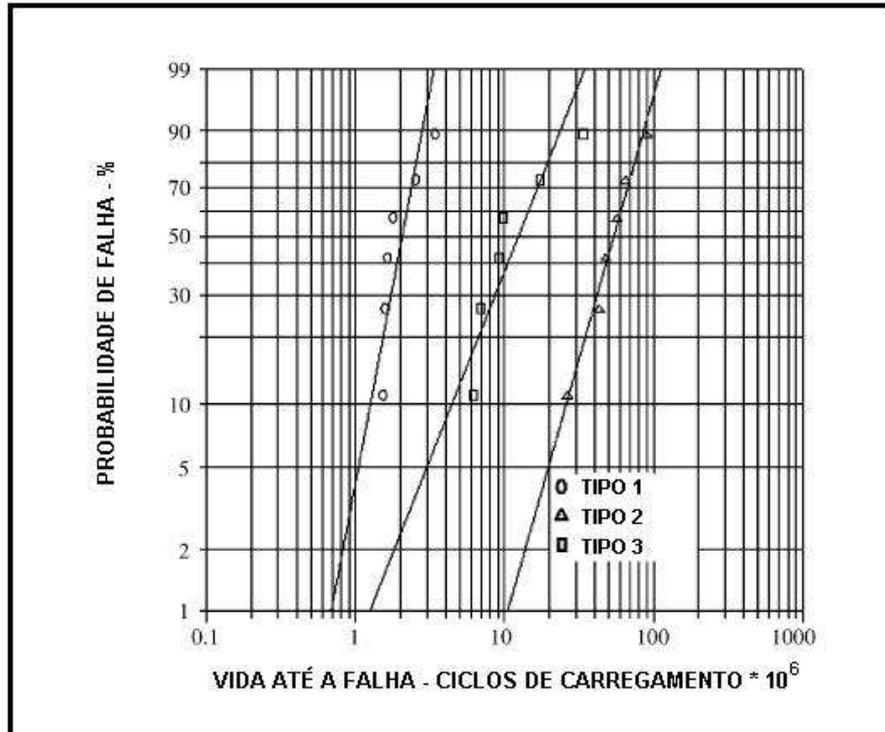


Figura 14 – Gráfico de Weibull para três diferentes tipos de ferro fundido ensaiados sob fadiga de contato de rolamento (figura adaptada: DOMMARCO *et al.*, 2006)

O parâmetro de escala  $\theta$  desempenha um papel similar à média e representa um valor da variável  $x$  abaixo do qual se situam 63,2% das observações. O parâmetro de forma  $b$  controla a obliquidade da distribuição, conforme mostrado anteriormente na Figura 13-b. Valores grandes de  $b$  inclinam a distribuição para a direita e valores pequenos inclinam para a esquerda. No intervalo  $3,3 < b < 3,5$ , a forma de distribuição obtida representa uma boa aproximação da distribuição normal. Quando  $b=1$ , a distribuição de Weibull representa a distribuição exponencial (SHIGLEY *et al.*, 2005).

Contudo, atualmente pode ser preferível a obtenção dos parâmetros  $\theta$  e  $b$  através de algum método numérico ao invés do método gráfico, devido à facilidade atual em se solucionar equações que exijam processos iterativos. Ainda, há programas computacionais que fornecem prontamente o gráfico de Weibull para dadas condições, como o programa utilizado neste TCC, o Weibull++.

Apenas para exemplificar, as Equações 7 e 8 podem ser utilizadas para estimar numericamente os valores de  $b$  e  $\theta$  (McCOOL, 1982).

$$\frac{1}{b_{est}} + \left( \sum_{j=1}^n \ln x_j \right) / n - \left( \sum_{j=1}^n x_j^{b_{est}} \ln x_j \right) / \left( \sum_{j=1}^n x_j^{b_{est}} \right) = 0 \quad \text{Eq. 7}$$

$$\theta_{est} = \left( \sum_{j=1}^n x_j^{b_{est}} / n \right)^{\frac{1}{b_{est}}} \quad \text{Eq. 8}$$

onde,  $n$  é o tamanho da amostra,  $x_j$  neste caso é a vida até a falha do  $j$ -ésimo componente e o índice  $est$  em  $b$  e  $\theta$  indica que o valor calculado representa uma estimativa a partir de uma amostra dos parâmetros de forma e escala de uma população, e não os parâmetros de forma e escala da população.

É importante ressaltar que as Equações 7 e 8, na forma como estão escritas, são utilizadas para estimar  $b$  e  $\theta$  somente quando todos os  $n$  componentes falharam.

## 2.4 Curva S-N

### 2.4.1 Curva S-N para fadiga estrutural

August Wöhler, um engenheiro alemão, realizou a primeira investigação científica sobre a falha por fadiga, durante um período de 12 anos, testando eixos em laboratório até a falha sob carregamento alternado. Suas descobertas foram publicadas em 1870 e identificaram o número de ciclos de tensão variante no tempo como os causadores do colapso. Ainda, foi constatada a existência de uma *tensão limite de resistência à fadiga* para aços, isto é, um nível de tensão abaixo do qual o material não irá falhar, podendo ser projetado, então, para uma vida infinita (infinitos ciclos) no que se refere à falha por fadiga (NORTON, 2004).

Este trabalho desenvolvido por Wöhler proporcionou a criação de uma ferramenta de projeto chamada de *curva S-N* (ou *curva de Wöhler*), na qual a tensão variante de carregamento é relacionada com o número de ciclos que o material poderá suportar até a ocorrência da falha por fadiga. Esta curva tornou-se a forma padrão para caracterizar o comportamento dos materiais submetidos a tal tipo de carregamento e é amplamente utilizada. A Figura 15 mostra, de forma ilustrativa, um

exemplo de curva S-N. Na figura,  $S_{ut}$  representa a resistência máxima à tração do material (para o caso de fadiga por tensão normal). Percebe-se na figura, ainda, a indicação da curva para a existência do limite de resistência à fadiga ou não, dependendo do material.

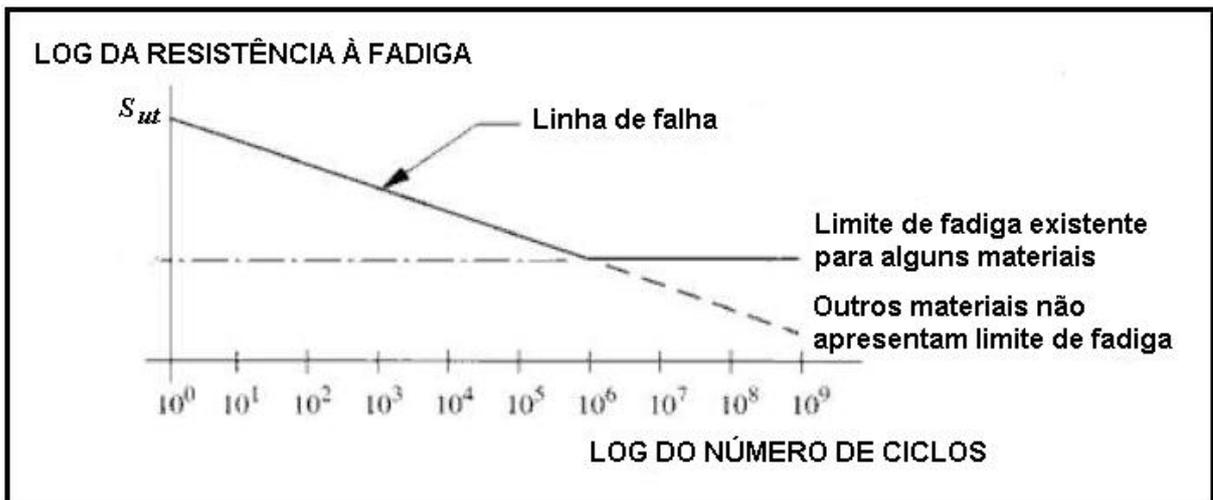


Figura 15 – Exemplo de curva S-N ou curva de Wöhler: resistência à fadiga versus vida esperada (figura adaptada: NORTON, 2004)

Muitos aços-liga e de baixo carbono, alguns aços inoxidáveis, ferros, ligas de molibdênio, ligas de titânio e alguns polímeros apresentam um limite de resistência à fadiga estrutural. Outros materiais, tais como: alumínio, magnésio, cobre, ligas de níquel, outros aços inoxidáveis, alguns aços-liga e de alto carbono, não apresentam tal característica (DOWLING, 1993), embora a inclinação da curva S-N destes materiais possa diminuir para valores além de  $10^7$  ciclos, aproximadamente.

A curva S-N de um material é obtida experimentalmente, ou seja, através de dados obtidos com ensaios de fadiga. No entanto, é possível traçar curvas aproximadas fazendo uma estimativa dos principais pontos da curva, para o caso da fadiga estrutural.

Para estimar o limite de resistência, Mischke (MISCHKE, 1987) analisou uma grande amostra de dados reais de testes procedentes de várias fontes e concluiu que tal limite pode estar relacionado com o valor da resistência máxima à tração do material ( $S_{ut}$ ). Para o caso de aços sob carregamento de flexão rotativa, por exemplo,

esta relação é apresentada na Equação 9. Nota-se na literatura que estas relações variam de acordo com o tipo de carregamento de fadiga empregado (fadiga por flexão rotativa, tensão normal, flexão pura ou torção, por exemplo) e também de acordo com o tipo de material.

$$S'_e = \begin{cases} 0,504S_{ut} & \text{MPa} & S_{ut} \leq 1460 & \text{MPa} \\ 740 & \text{MPa} & S_{ut} > 1460 & \text{MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 9}$$

onde,  $S'_e$  é o limite de resistência à fadiga não-corrigido, em MPa.

O valor teórico do limite de resistência à fadiga obtido através da Equação 9 e, generalizando, o valor teórico da resistência à fadiga devem ser corrigidos, levando-se em consideração as diferenças físicas entre os corpos de prova e a peça real. Portanto, são aplicados fatores de redução da resistência sobre os valores estimados da resistência à fadiga e do limite de resistência, como mostram as Equações 10 (NORTON, 2004).

$$\begin{aligned} S_e &= C_{carreg} C_{tamanho} C_{superf} C_{temp} C_{conf} S'_e \\ S_f &= C_{carreg} C_{tamanho} C_{superf} C_{temp} C_{conf} S'_f \end{aligned} \quad \text{Eq. 10}$$

onde,  $C_{carreg}$  é o fator de carregamento,  $C_{tamanho}$  é o fator de tamanho,  $C_{superf}$  é o fator de superfície,  $C_{temp}$  é o fator de temperatura,  $C_{conf}$  é o fator de confiabilidade,  $S_e$  é o limite de resistência à fadiga corrigido,  $S_f$  é a resistência à fadiga corrigida e  $S'_f$  é a resistência à fadiga não-corrigida.

Então, estes fatores de redução da resistência levam em conta os efeitos (NORTON, 2004):

- Do tipo de solicitação aplicado sobre o componente (flexão ou força normal, por exemplo);
- Da diferença de tamanho entre a peça e o corpo de prova;
- Do acabamento superficial (retificado, usinado ou forjado, por exemplo);
- Da temperatura na qual foram realizados os ensaios e na qual a peça irá trabalhar;

- Da confiabilidade dos dados de resistências obtidos através de ensaios.

A literatura (MISCHKE, 1987; NORTON, 2004; e SHIGLEY *et al.*, 2005) apresenta diversas fórmulas, tabelas e considerações para se obter os valores destes fatores de correção, de acordo com as diferenças entre os dados obtidos de ensaios de fadiga e a peça real a ser projetada.

Ainda, vale ressaltar que estudos com corpos de prova com entalhes severos e estudos com ambientes corrosivos mostraram que a resistência à fadiga de qualquer material está sujeita à forte influência de ambos estes aspectos. O limite de resistência à fadiga, por exemplo, existe somente na ausência de corrosão (NORTON, 2004).

Em relação ao fator de confiabilidade  $C_{conf}$ , tratando-se do mesmo mais especificamente devido ao escopo deste trabalho, é interessante mencionar o fato de que a maioria dos dados de resistência encontrados na literatura é relatada como valores médios, como os dados da Equação 9, por exemplo (SHIGLEY *et al.*, 2005).

Haugen e Wirsching (1975) mostram desvios padrão dos valores médios do limite de resistência de menos de 8%. Assim, o fator modificador de confiabilidade  $C_{conf}$  para levar em consideração tal fato pode ser escrito conforme a Equação 11 (SHIGLEY *et al.*, 2005).

$$C_{conf} = 1 - 0,08z_a \quad \text{Eq. 11}$$

onde,  $z_a$  é conhecida como variante de transformação e é distribuída normalmente, ou seja, segundo a distribuição gaussiana ou normal. Esta variável  $z_a$  está relacionada com os valores da média e desvio padrão de uma amostra ou população.

A Tabela 2 apresenta fatores de confiabilidade para alguns valores padrão especificados de confiabilidade, usualmente utilizados em estudos sobre curvas S-N para fadiga estrutural.

**Tabela 2 – Fatores de confiabilidade  $C_{conf}$  correspondentes a 8% de desvio padrão do limite de resistência (SHIGLEY et al., 2005)**

Confiabilidade, %	Variante de transformação $z_a$	Fator de confiabilidade $C_{conf}$
50	0	1,000
90	1,288	0,897
95	1,645	0,868
99	2,326	0,814
99,9	3,091	0,753
99,99	3,719	0,702
99,999	4,265	0,659
99,9999	4,753	0,620

Ainda há outro ponto de interesse na curva S-N para fadiga estrutural que pode ser obtido fazendo-se uma estimativa. É o ponto que divide o regime de fadiga em fadiga de baixo ciclo e fadiga de alto ciclo, de acordo com o número de ciclos de tensão ao qual se espera que a peça seja submetida durante a sua vida em operação. A literatura mostra que não existe uma linha divisória bem definida entre os dois regimes. No entanto, alguns autores assumem que  $N = 10^3$  ciclos é uma aproximação razoável para diferenciá-los (NORTON, 2004).

As Equações 10 mostradas anteriormente apresentam informações da resistência dos materiais na região de alto ciclo apenas. Com informações similares para a região de baixo ciclo, pode-se construir uma curva S-N para materiais e aplicações particulares.

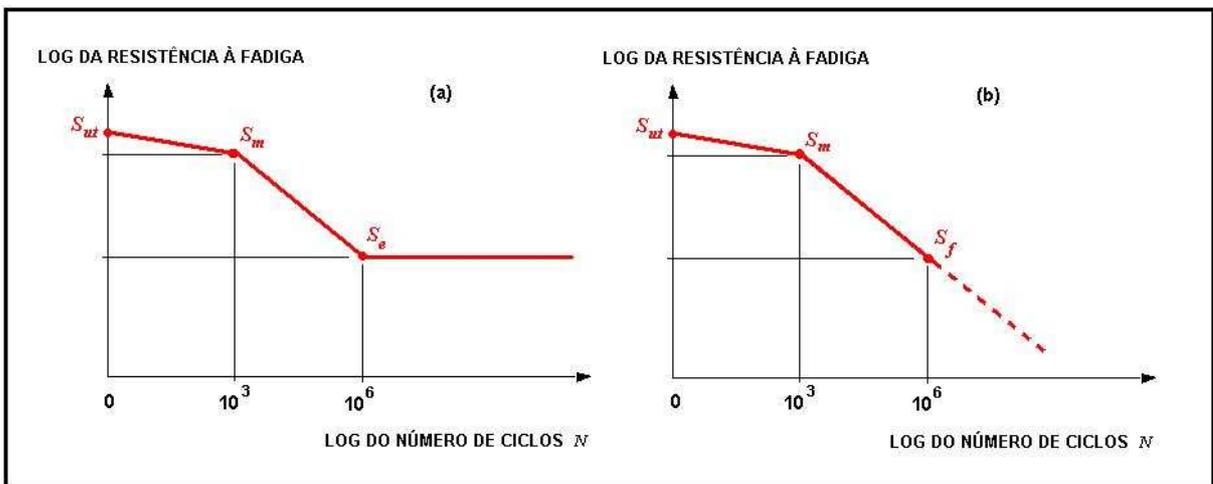
Definindo-se  $S_m$  como a resistência à fadiga do material a  $10^3$  ciclos, dados de ensaios indicam que pode-se estimar tal resistência conforme mostram as Equações 12, para fadiga por flexão e por tensão normal (NORTON, 2004).

$$\text{Tensão de flexão: } S_m = 0,95S_{ut}$$

$$\text{Tensão normal: } S_m = 0,75S_{ut}$$

**Eq. 12**

Assim, pode-se então plotar a curva S-N para fadiga estrutural em uma escala log-log, como mostra a Figura 16. Traça-se uma linha reta entre os pontos  $S_{ut}$  e  $S_m$ , sendo que este se encontra a  $10^3$  ciclos, e outra reta entre  $S_m$  e  $S_e$  corrigido a  $10^6$  ciclos (se o material apresentar limite de resistência) ou  $S_f$  no número de ciclos para o qual este foi calculado, também para  $10^6$  ciclos no exemplo da figura (se o material não apresentar limite de resistência). Nota-se que os fatores de correção das Equações 10 não são aplicados a  $S_m$  (NORTON, 2004).



**Figura 16 – Curvas S-N estimadas para fadiga estrutural: (a) para materiais com limite de resistência e (b) materiais sem limite de resistência**

A Figura 17 apresenta uma curva S-N obtida através de dados de ensaios sob tensão normal alternada, com aço AISI 4130, plotada em coordenadas log-log. Pode-se perceber claramente a presença do limite de resistência se iniciando a partir de aproximadamente  $10^6$  ciclos e também a mudança de declividade da curva por volta de  $10^3$  ciclos, correspondente à transição da região de fadiga de baixo ciclo para a de alto ciclo.

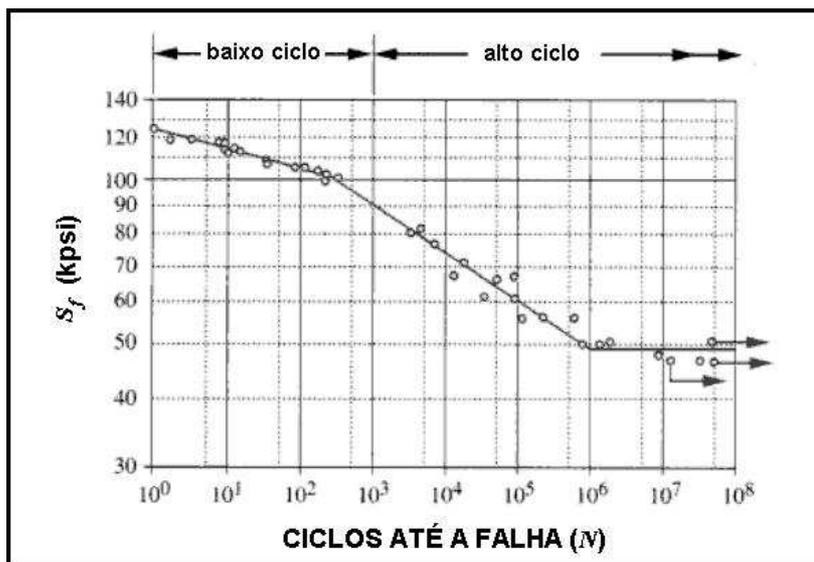


Figura 17 – Curva S-N obtida de ensaios sob tensão normal alternada para o aço AISI 4130 (figura adaptada: NORTON, 2004)

#### 2.4.2 Curva S-N para fadiga de contato

Quando um componente está sujeito à falha pelo fenômeno da fadiga de contato, ou seja, quando as tensões de Hertz estão presentes, a literatura não apresenta métodos para se estimar a forma da curva S-N para tal material sob tal tipo de carregamento, ao contrário do que ocorre para o caso de curvas S-N para fadiga estrutural, abordado anteriormente.

Assim, as curvas S-N para fadiga de contato encontradas na literatura são obtidas somente de forma empírica, como poderá ser observado no decorrer desta seção. Estas curvas relacionam, então, os valores da tensão de contato aplicada e o número de ciclos necessários até a ocorrência da falha por algum mecanismo de falha superficial (*pitting*, *micropitting* e/ou *spalling*, geralmente), em coordenadas log-log.

Muitos autores e pesquisadores, como Dudley (1983), Abersek e Flaker (2004), Höhn e Michaelis (2004) e Krishnamurthy e Rao (1987), apresentam os valores da tensão de contato nestas curvas S-N conforme os valores da tensão máxima de Hertz ( $\sigma_{Hmax}$ ) que surge durante o contato, como pôde ser visto na Figura 12 para o caso do carregamento em uma ECDR.

Os valores tabelados de resistência podem ser médios ou mínimos de acordo com a ASTM ou, ainda, de procedência desconhecida. Em se tratando de fadiga de contato, no entanto, os valores de resistência têm de ser qualificados como correspondentes a uma contagem de ciclos, e a inclinação da curva S-N necessita ser conhecida empiricamente (SHIGLEY *et al.*, 2005).

No caso de engrenagens, por se tratar do escopo deste trabalho, para se calcular a tensão de Hertz atuante no contato entre dentes de engrenagens pode-se considerar o contato como sendo equivalente ao de dois cilindros, conforme proposto por Buckingham e discutido anteriormente. A Figura 18 mostra a região de contato entre dois cilindros paralelos e a Tabela 3 apresenta o equacionamento proposto para se calcular a tensão máxima de Hertz ( $\sigma_{Hmax}$ ) utilizada nas curvas S-N, para o caso do contato entre os dentes de engrenagens cilíndricas. Na figura,  $R_A$  é o raio do cilindro A,  $R_B$  é o raio do cilindro B,  $2h$  é a altura do retângulo (área de contato),  $2l$  é a largura do retângulo e  $W$  é a força aplicada (correspondente à força normal aplicada no dente da engrenagem).

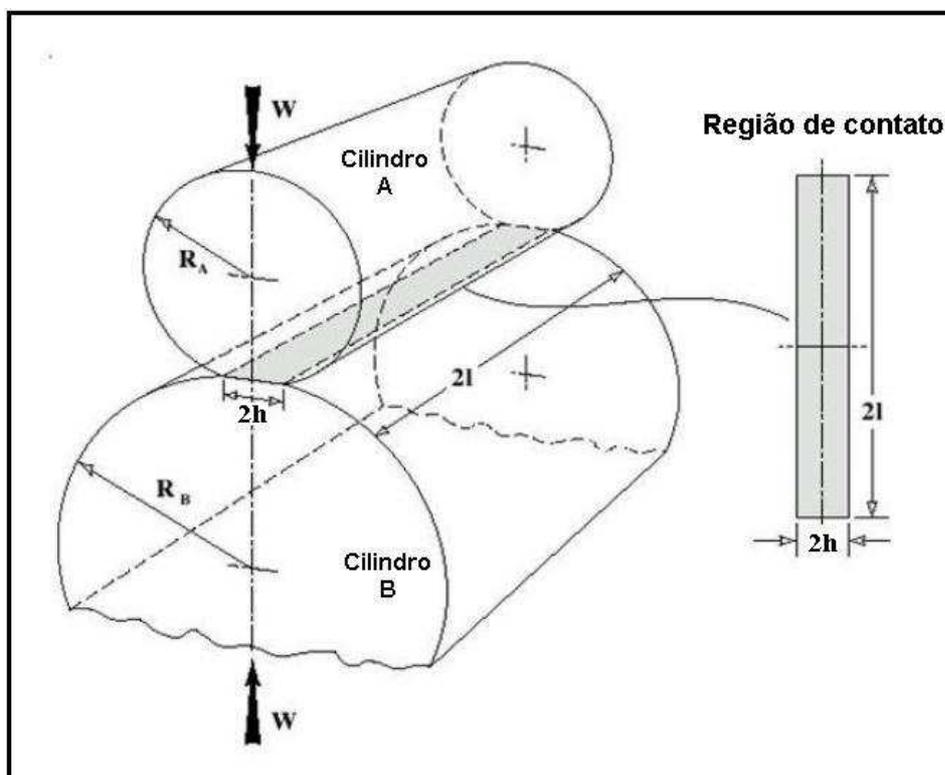
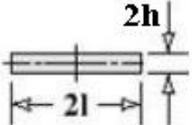


Figura 18 – Contato entre dois cilindros paralelos (figura adaptada: STACHOWIAK e BATCHELOR, 2000)

**Tabela 3 – Formulário para contato entre dois cilindros paralelos (STACHOWIAK e BATCHELOR, 2000)**

Tensão máxima de Hertz ( $\sigma_{Hmax}$ )	Dimensões da área de contato	Módulo elástico reduzido ( $E'$ ) e Raio reduzido ( $R'$ )
$\sigma_{Hmax} = \frac{W}{\pi hl}$	$h = \left( \frac{4WR'}{\pi E' l} \right)^{1/2}$ 	$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1 - \nu_A^2}{E_A} + \frac{1 - \nu_B^2}{E_B} \right]$ $R' = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B}$

onde,  $h$  é a meia altura do retângulo,  $l$  é a meia largura do retângulo,  $E_A$  e  $E_B$  são os módulos elásticos dos materiais dos cilindros A e B, respectivamente,  $\nu_A$  e  $\nu_B$  são os coeficientes de Poisson dos materiais dos cilindros A e B, respectivamente,  $E'$  é o módulo elástico reduzido e  $R'$  é o raio reduzido da curvatura dos dois cilindros paralelos em contato.

Outra importante característica referente às curvas S-N para fadiga de contato é em relação à existência ou não de um limite de resistência à fadiga, como ocorre para alguns materiais quando sob carregamento de algum tipo de fadiga estrutural.

Shigley, Mischke e Budynas (2005) afirmaram que em se tratando de fadiga de contato, não há limites de resistência. A ASM (1996) também afirmou o mesmo. Norton (2004) afirmou que, para o caso de engrenagens, a maioria delas quando altamente carregadas é feita de materiais ferrosos que têm um limite de resistência à fadiga por flexão. No entanto, não é possível projetar uma engrenagem para vida infinita contra a falha por fadiga de contato.

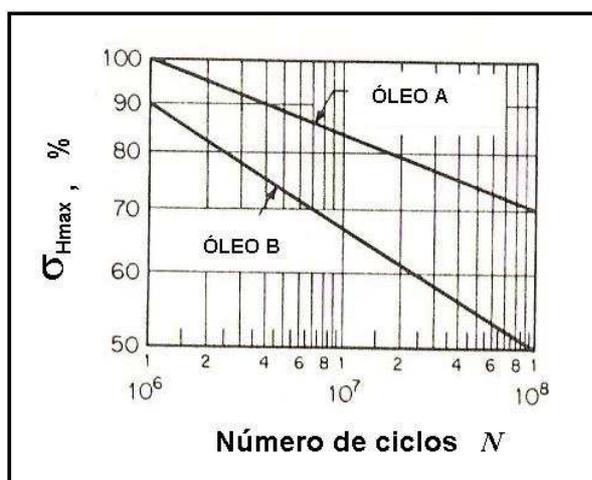
Dudley (1983) afirmou que uma engrenagem pode passar por um bilhão de ciclos ( $10^9$ ) sem apresentar, ou apresentando em pequena quantidade, o fenômeno de *pitting*. Mas, após dois ou três bilhões de ciclos ( $2 \times 10^9$  ou  $3 \times 10^9$ ), o *pitting* e o desgaste decorrente dele irão tornar a engrenagem impossibilitada de continuar sendo utilizada.

No entanto, ainda assim pode-se observar na literatura, com bastante frequência, curvas S-N para fadiga de contato de engrenagens nas quais é

apresentado um limite de resistência à fadiga. Nestas curvas, observa-se também que, geralmente, a escala do número de ciclos vai até a ordem de  $10^7$  ou  $10^8$  ciclos e, então, a curva é extrapolada sugerindo tal limite de resistência.

Vários fatores exercem influência sobre o estado de tensões atuantes nos dentes de engrenagens, conforme foi discutido na seção 2.2.1. Assim, estes fatores causam modificações nas curvas S-N para fadiga de contato.

A Figura 19 mostra que a curva S-N muda de inclinação e localização de acordo com a mudança do tipo de óleo usado na lubrificação (DUDLEY, 1983). Os ensaios ocorreram com engrenagens típicas da indústria aeroespacial lubrificadas com um óleo sintético. Na figura, constata-se que aditivações diferentes podem levar a resultados diferentes. Pode-se observar que a curva A proporciona maiores valores de resistência à fadiga de contato.



**Figura 19 – Influência do tipo de óleo lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: DUDLEY, 1983)**

A Figura 20 apresenta a influência da viscosidade do lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens. Foram ensaiados três óleos minerais com diferentes viscosidades (viscosidades de 30, 100 e 500  $\text{mm}^2/\text{s}$ ), com temperatura do óleo a  $120^\circ\text{C}$ . O lubrificante com maior viscosidade é o que proporciona maiores valores de resistência à fadiga de contato (HÖHN e MICHAELIS, 2004).

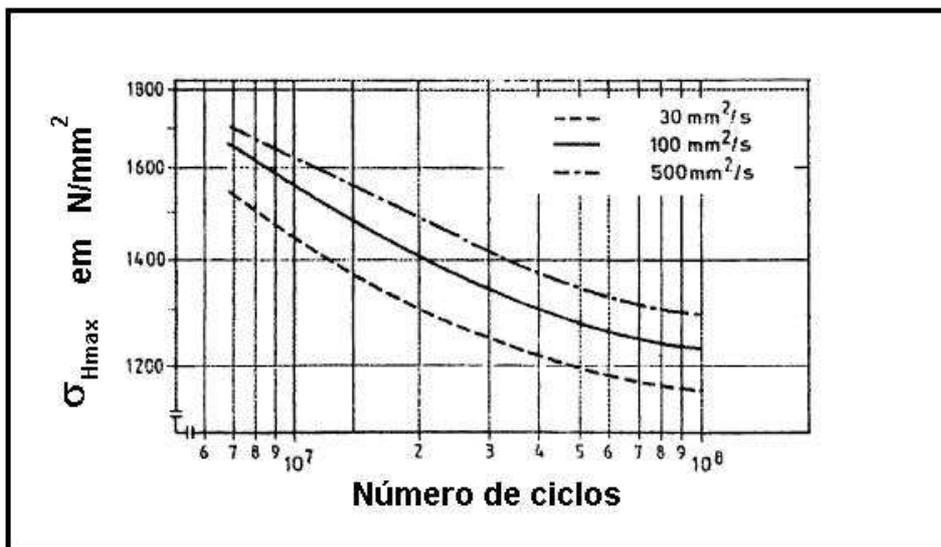


Figura 20 – Influência da viscosidade do lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: HÖHN e MICHAELIS, 2004)

A temperatura do lubrificante é uma medida razoável da temperatura da engrenagem (NORTON, 2004). A Figura 21 mostra a influência da temperatura do lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens. Foi ensaiado um óleo mineral a temperaturas de 60, 90 e 120°C, correspondendo às viscosidades de 38, 14 e 7 mm<sup>2</sup>/s, respectivamente. Pode-se perceber que menores valores de temperatura proporcionam maiores valores de resistência à fadiga de contato (HÖHN e MICHAELIS, 2004).

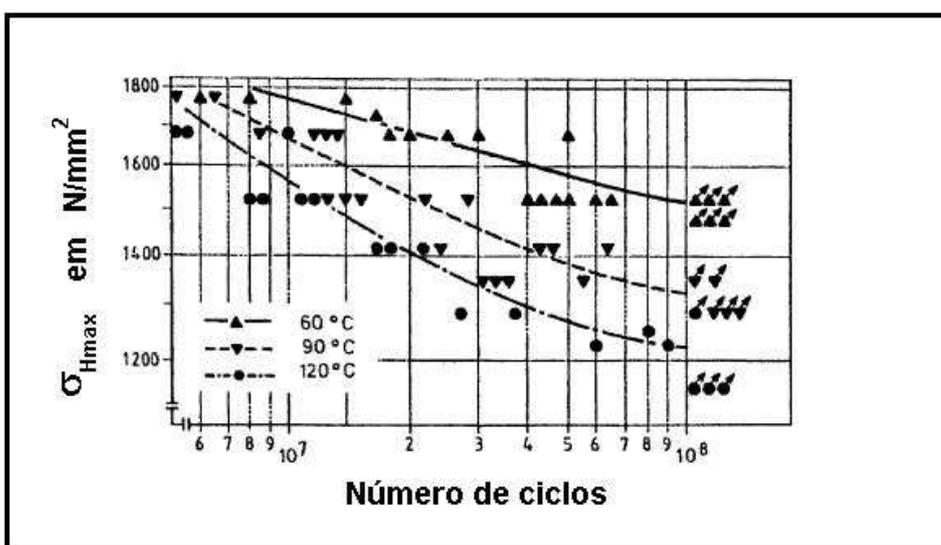


Figura 21 – Influência da temperatura do lubrificante sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: HÖHN e MICHAELIS, 2004)

A Figura 22 apresenta a diferença entre as curvas S-N para fadiga de contato de engrenagens fabricadas com um aço de baixo teor de carbono, sem tratamento superficial e com tratamento superficial de sulfurização. Pode-se perceber que as engrenagens tratadas superficialmente proporcionam melhores valores de resistência à fadiga de contato (KRISHNAMURTHY e RAO, 1987). Nota-se, ainda, a indicação por parte dos autores de que existe um limite de resistência à fadiga de contato. No entanto, a escala do número de ciclos compreende até a ordem de  $10^7$  ciclos.

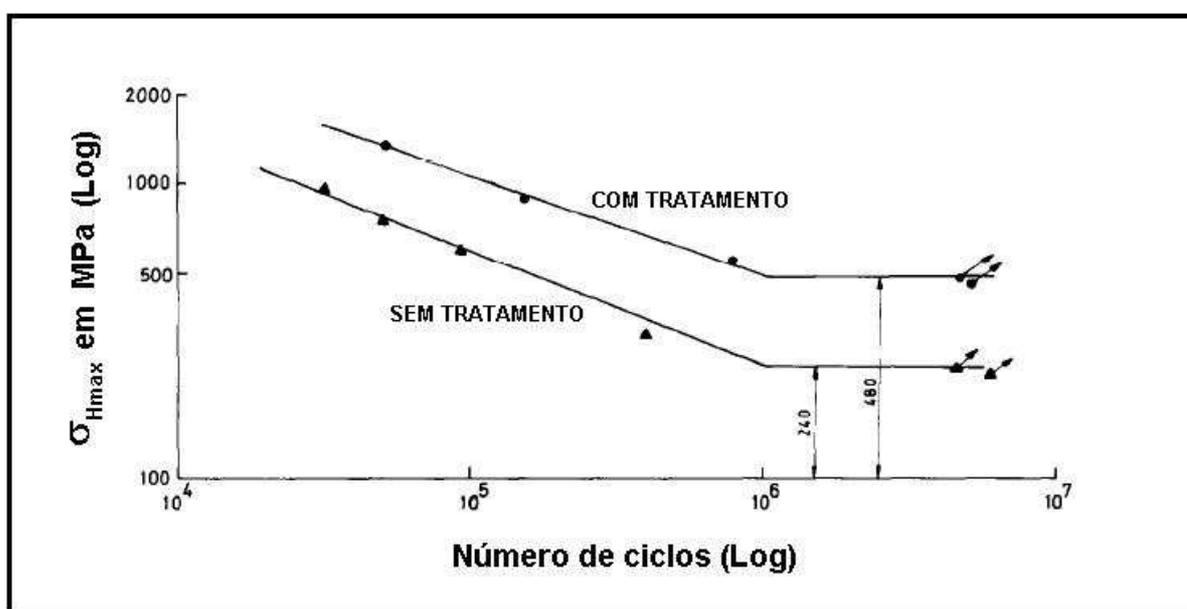


Figura 22 – Influência do tratamento superficial de sulfurização sobre a curva S-N para fadiga de contato de engrenagens (figura adaptada: KRISHNAMURTHY e RAO, 1987)

A Figura 23 mostra três curvas S-N genéricas para fadiga de contato (pois se considerou os valores da tensão máxima de Hertz  $\sigma_{Hmax}$ ). Na realidade, elas são chamadas de curvas P-S-N, pois apresentam de forma explícita a influência da probabilidade de falha correspondente a cada curva. Por exemplo, para um dado número de ciclos  $N$ , a curva central mostra que pelo menos 50% das amostras terão um valor de resistência pelo menos igual a  $\sigma_{Hmax50}$ . A curva superior mostra que para o mesmo número de ciclos  $N$ , apenas 1% das amostras apresentarão um valor de resistência pelo menos igual a  $\sigma_{Hmax1}$ . Quanto à curva inferior, 99% das amostras

terão um valor de resistência pelos menos igual a  $\sigma_{Hmax99}$ , para o mesmo número de ciclos  $N$  (LIPSON e SHETH, 1973).

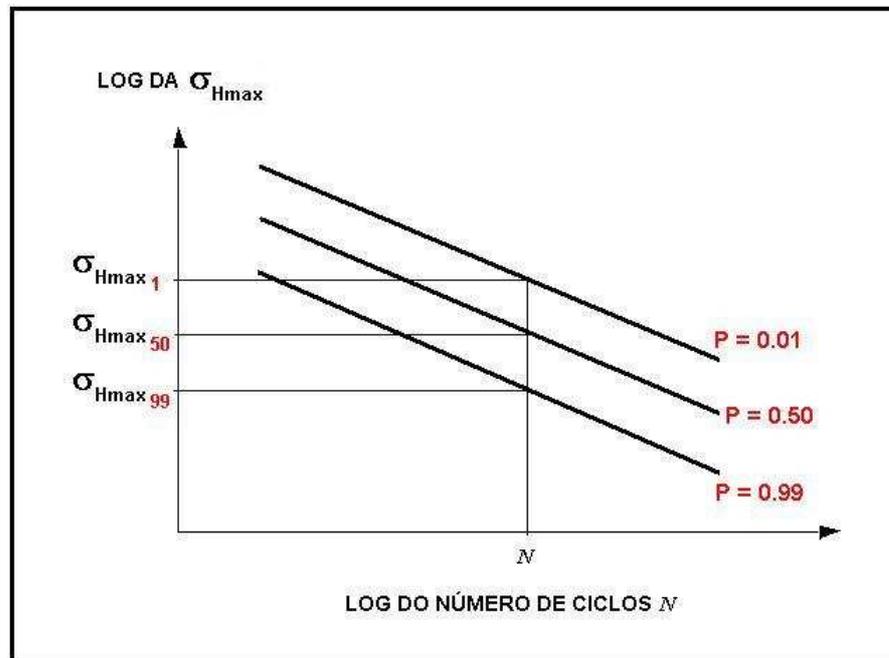


Figura 23 – Curvas P-S-N: influência da probabilidade de falha sobre as curvas S-N

É interessante, neste momento, reiterar o fato da importância em se utilizar uma abordagem probabilística para se lidar com variáveis estocásticas, como é o caso das variáveis tensão e resistência, conforme mencionado anteriormente na justificativa deste trabalho. Os valores de resistência  $S$  das curvas S-N apresentam uma variação em torno da média, como a Figura 24 mostra de forma esquemática.

Em relação aos diversos tipos de distribuições estatísticas, muitos autores e pesquisadores, como Abersek e Flasker (2004), a ASM (1996), Lipson e Sheth (1973), Shigley *et al.* (2005), apontam a distribuição estatística de Weibull como uma poderosa ferramenta muito capaz de se adequar e modelar as variações decorrentes do fenômeno da fadiga (fadiga estrutural e também fadiga de contato, para os casos de rolamento puro e rolamento com deslizamento).

Para o estudo da fadiga de contato de engrenagens, Abersek e Flasker (2004) também apontam a distribuição *lognormal* como sendo adequada para tal estudo,

além da distribuição de Weibull. Ambas as distribuições são úteis nos casos em que as variáveis aleatórias apresentam as duas seguintes características:

- A distribuição é assimétrica em relação à média;
- As variáveis têm somente valores positivos.

Tais características eliminam o uso da distribuição normal (SHIGLEY et al., 2005).

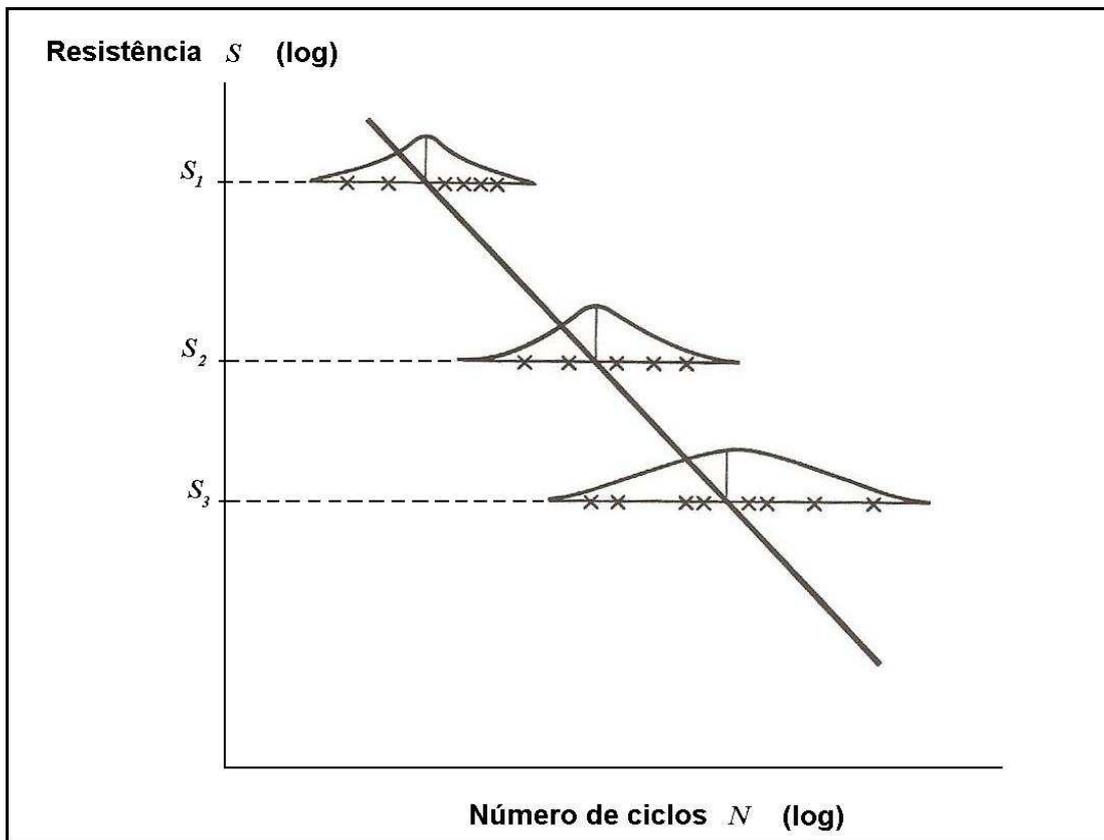


Figura 24 – Variação da vida em fadiga para um dado valor de resistência (figura adaptada: LIPSON e SHETH, 1973)

## 2.5 Introdução à Máquina FZG

A máquina FZG é assim denominada devido às letras iniciais do nome do instituto que a desenvolveu, *Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau* (Instituto de Estudos de Elementos de Máquinas), situado na cidade de Munique, Alemanha.

Este equipamento possibilita a realização de testes de engrenagens e de óleos lubrificantes. Para o primeiro caso, utilizam-se engrenagens do tipo C e os mecanismos básicos de desgaste são representados pelos fenômenos de *pitting* e *micropitting*. Já para os testes de óleos lubrificantes são utilizadas engrenagens do tipo A e o mecanismo básico de desgaste é o *scuffing* (WINTER, 1985). *Scuffing* é uma forma severa de desgaste adesivo que envolve a soldagem e cisalhamento das superfícies (engripamento) dos dentes da engrenagem. A Figura 25 mostra de forma esquemática os principais componentes da máquina FZG.

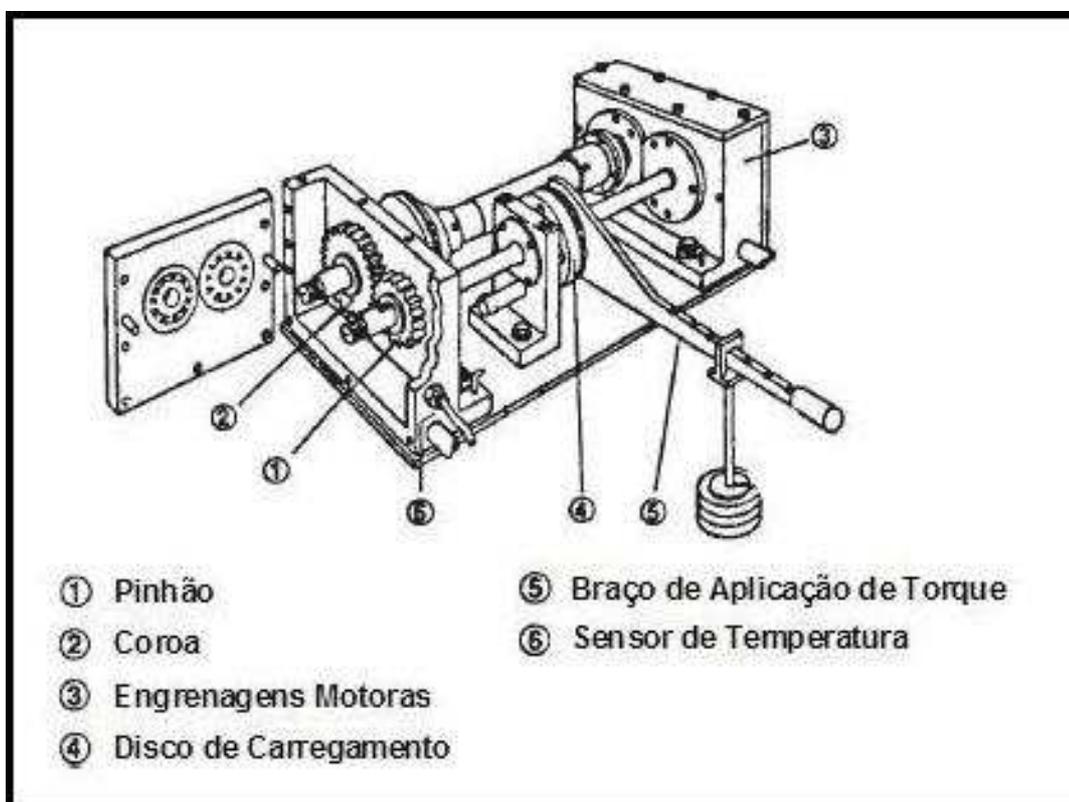


Figura 25 – Representação da máquina FZG, utilizada para ensaios de fadiga de contato de engrenagens e ensaios de óleos lubrificantes (figura adaptada: WINTER, 1985)

Os tipos de engrenagens A e C, citados acima, foram propostos pelo Instituto FZG (FZG, 1992) e são utilizados em ensaios por diversos pesquisadores. A Tabela 4 apresenta as características geométricas de tais engrenagens, que são engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Tabela 4 – Especificações dos tipos de engrenagens A e C (FZG, 1992)

Características	Unidade	Tipo A		Tipo C	
		Pinhão	Coroa	Pinhão	Coroa
Número de dentes	–	16	24	16	24
Módulo	mm	4,5		4,5	
Distância entre centros	mm	91,5		91,5	
Ângulo de pressão modificado	graus	22,5		22,5	
Largura da face	mm	20		14	
Modificação do adendo	–	0,8532	- 0,5	0,1817	0,1715
Diâmetro primitivo	mm	72	108	72	108
Diâmetro primitivo modificado	mm	73,2	109,8	73,2	109,8

O funcionamento da máquina FZG é baseado no princípio da recirculação de potência, que consiste na transmissão de rotação através de engrenagens juntamente com a aplicação de um torque no sistema, causando desgaste nos dentes das mesmas. Este torque é aplicado através do travamento do lado A do eixo 1 junto à base da máquina e, então, torção do lado B, através da colocação de pesos no braço da barra para aplicação de torque, como mostrado pela Figura 26. Após a aplicação do torque, as duas partes do eixo são fixadas por parafusos, garantindo que o sistema continue carregado. Assim, o carregamento torcional recircula entre os dois eixos (princípio da recirculação de potência).

Os ensaios de teste de engrenagens comumente seguem o procedimento e o critério de falha desenvolvidos pelo próprio Instituto FZG. Eles são divididos em duas etapas: amaciamento, também chamada de *running-in*, e a etapa de *pitting*, ou desgaste propriamente dito (FZG, 1992).

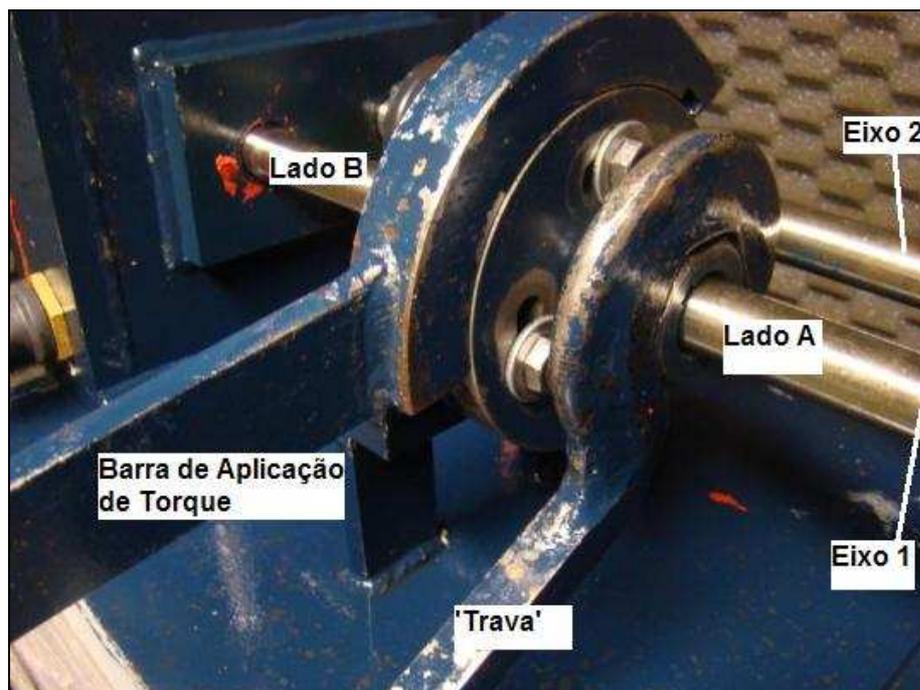


Figura 26 – Sistema de aplicação de torque para ensaios na máquina FZG

A primeira etapa é a de *running-in*, cuja duração é de duas horas e o objetivo da mesma é padronizar a superfície a ser ensaiada (superfície dos dentes das engrenagens). Nesta etapa, o óleo é mantido a uma temperatura de 60°C e o ensaio ocorre com uma baixa carga torcional.

Já a etapa de *pitting* ocorre com uma elevada carga de torque e com temperatura de 90°C. A duração desta etapa é definida pela falha por fadiga de contato do material. A cada quatro horas ocorre a interrupção do ensaio para que a superfície dos dentes seja analisada: caso ocorra a falha, o ensaio se encerra; caso contrário, o processo continua. A ocorrência da falha é determinada quando pelo menos 8% da soma das áreas das faces e flancos dos dentes apresentam danos.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia e materiais utilizados nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens e também a metodologia referente à utilização do Weibull++. Para o desenvolvimento deste trabalho, foram realizadas 80 horas de ensaios de fadiga, desconsiderando os tempos de setup da máquina.

#### 3.1 Engrenagens

Os corpos de prova utilizados nos ensaios de fadiga de contato são engrenagens cilíndricas de dentes retos. A fabricação e os tratamentos térmicos foram realizados pela empresa Wieser e Pichler Cia. Ltda. O processo de fabricação e os materiais utilizados são apresentados nesta seção.

##### 3.1.1 Fabricação das engrenagens

As engrenagens foram usinadas segundo as dimensões propostas pela FZG (1992). Para ensaios de engrenagens, as do tipo C devem ser utilizadas, cujas dimensões estão descritas na Tabela 5.

**Tabela 5 – Especificações para a fabricação das engrenagens tipo C**

<b>Características</b>	<b>Unidade</b>	<b>Pinhão</b>	<b>Coroa</b>
Nº de dentes	-	16	24
Módulo	mm	4,5	
Distância entre centros	mm	91,5	
Ângulo de pressão modificado	°	22,5	
Largura da face	mm	14	
Modificação do adendo	-	0,1817	0,1715
Diâmetro primitivo	mm	72	108
Diâmetro primitivo modificado	mm	73,2	109,8
Rugosidade Ra da face e flanco	µm	1,2 (N6)	

O processo de fabricação pode ser dividido em duas etapas: usinagem dos dentes e acabamento superficial. A usinagem dos dentes foi realizada em uma fresadora horizontal, mostrada na Figura 27.



Figura 27 – Fresadora horizontal (KODA, 2009)

O acabamento superficial foi realizado pelo processo de *shaving*, em que a ferramenta utilizada para a usinagem tem o mesmo formato e módulo da engrenagem em processo, porém com ranhuras nos dentes. A rugosidade superficial especificada para as engrenagens tipo C pode ser obtida desta maneira. A Figura 28 mostra a ferramenta utilizada no *shaving* e o acabamento superficial dos dentes após o processo ter sido realizado.

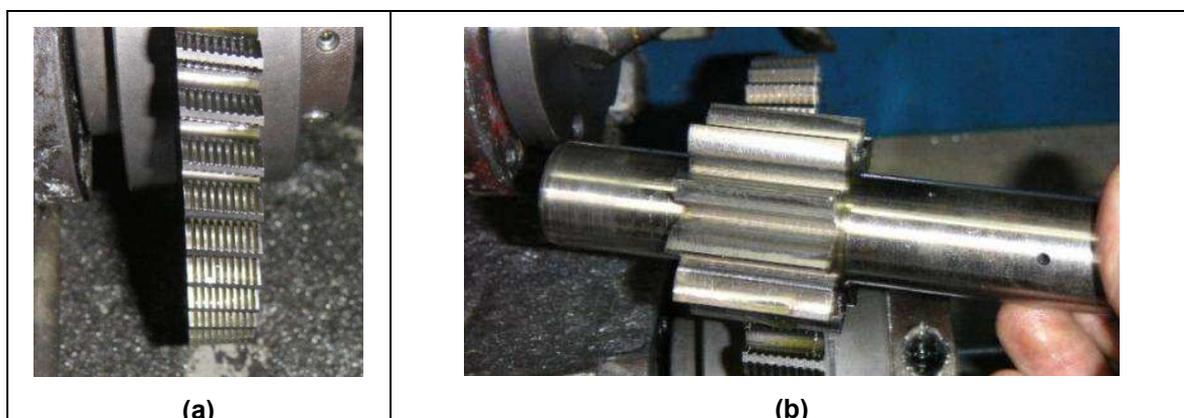


Figura 28 – (a) Ferramenta utilizada no processo de *shaving* e (b) superfície dos dentes após o processo ter sido realizado (KODA, 2009)

### 3.1.2 Materiais e tratamentos térmicos

Os materiais utilizados para os ensaios de fadiga de contato de engrenagens foram os seguintes:

- Aço ABNT 4140 temperado por indução, com  $S_{ut}$  de 2040 MPa;
- Ferro fundido nodular austemperado (FFNA), com  $S_{ut}$  de 1273 MPa;
- Ferro fundido nodular ferrítico/perlítico (FFNF), com  $S_{ut}$  de 938 MPa.

Tais materiais são usualmente empregados pela indústria na fabricação de engrenagens. O aço ABNT 4140 passou por um tratamento térmico superficial de têmpera por indução, com profundidade de 1,2 mm. A dureza superficial deste material atingida após o tratamento é de  $57,0 \pm 0,9$  HRC.

Os ferros fundidos FFNA e FFNF receberam tratamento térmico de austenitização por duas horas à temperatura de  $890^{\circ}\text{C}$ , seguido por um tratamento de austêmpera por duas horas à  $270^{\circ}\text{C}$ . As durezas superficiais destes materiais são de  $37,1 \pm 1,1$  HRC e  $30,8 \pm 1,6$  HRC, respectivamente.

As Tabelas 6 e 7 apresentam a composição química de cada material. A composição química dos ferros fundidos nodulares foi fornecida pela empresa Tupy Fundições Ltda., fabricante destes dois materiais.

**Tabela 6 – Composição química (% peso) dos ferros fundidos utilizados nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens**

	C	Mn	S	Cu	Mg	Si	P	Cr	Mo	Ceq*
FFNA	2,83	0,4	0,009	0,6	0,025	2,35	0,055	0,024	-	3,64
FFNF	3,00	0,2	0,007	0,1	0,049	2,50	0,040	0,039	-	3,85

\* Ceq: carbono equivalente

**Tabela 7 – Composição química (% peso) do aço ABNT 4140 utilizado nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens (BLANCO, 2011)**

	C	Mn	P	S	Si	Cr	Mo
4140	0.38 – 0.43	0.75 – 1.00	0.035	0.040	0.15 – 0.35	0.8 – 1.10	0.15 – 0.25

A quantidade de amostras utilizadas neste trabalho é mostrada na Tabela 8. Conforme observado anteriormente, algumas destas amostras foram ensaiadas anteriormente no LASC para a dissertação de mestrado de Blanco (2011), e os resultados de resistência à fadiga de contato desses ensaios também foram utilizados no estudo sobre a distribuição estatística de Weibull no presente trabalho.

**Tabela 8 – Quantidade de amostras de cada material utilizadas neste trabalho**

Material	Número de Amostras Ensiadas		
	BLANCO (2011)	TCC	Total
FFNA	3	0	3
FFNF	3	2	5
4140	3	2	5

### 3.2 Caracterização dos Corpos de Prova

A caracterização dos corpos de prova (pinhões) é composta por três partes: medição de rugosidade, medição de massa e medição da área danificada de cada dente das engrenagens. Esta caracterização é feita após o recebimento dos corpos de prova, para verificar se foram fabricados conforme especificado, após o *running-in* e entre cada etapa de *pitting*, para o controle da evolução dos danos.

#### 3.2.1 Medição de Rugosidade Ra

As medições de rugosidade Ra foram feitas para possibilitar o acompanhamento da mudança superficial que ocorre na face e flanco dos dentes, devido ao contato de rolamento e deslizamento entre eles. O parâmetro Ra representa a rugosidade média na superfície.

Para a medição de rugosidade foi utilizado o rugosímetro Surtronic 25 (Taylor Robson). Foram feitas três medições na direção radial e três medições na direção axial (em três dentes aleatórios de cada pinhão), como é mostrado na Figura 29.

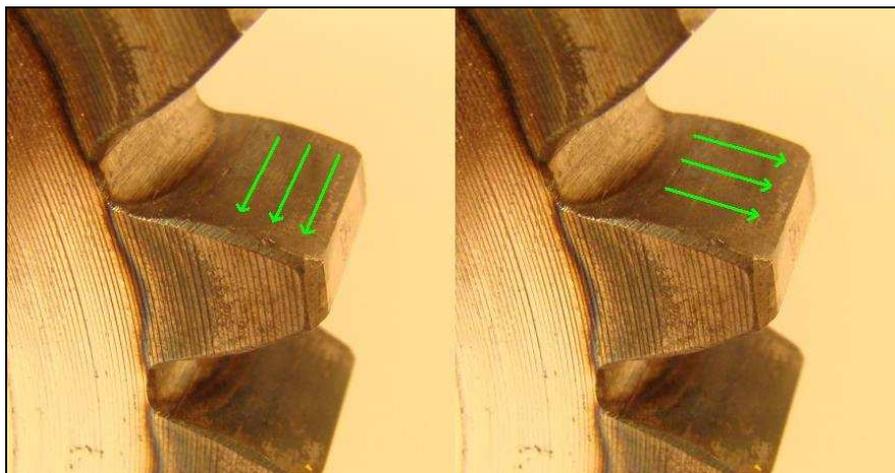


Figura 29 – Direções das medições de rugosidades: axial à esquerda e radial à direita

### 3.2.2 Medição de Massa

Após a realização de cada etapa do ensaio, ou seja, durante a caracterização do corpo de prova, é interessante realizar as medições de massa de cada engrenagem, tendo em vista que ocorre a perda de massa devido à presença dos fenômenos de *pitting* e *spalling*.

Para a medição de massa foi utilizada uma balança de precisão, da marca Bioprecisa (modelo JH2102), mostrada na Figura 30. A carga máxima que este equipamento suporta é de 2100 g e a resolução é de 0,01 g.



Figura 30 – Medição de massa de uma engrenagem de aço ABNT 4140

### 3.2.3 Medição das áreas danificadas

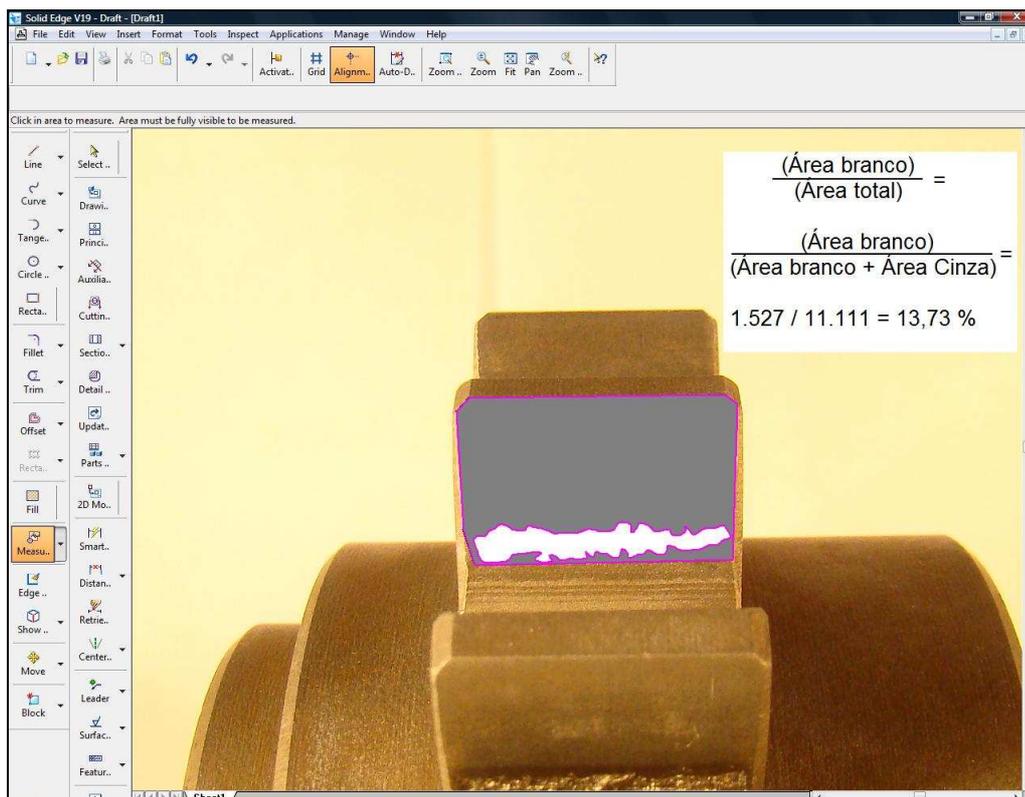
Para verificar a ocorrência da falha da engrenagem por fadiga de contato, ou seja, verificar se o critério de falha foi alcançado, é necessário analisar as imagens de cada dente e efetuar a medição da área total danificada, utilizando-se um programa computacional de CAD como ferramenta de auxílio para tanto.

A aquisição das imagens dos dentes (fotografias) foi feita em um equipamento que garante a repetibilidade do processo, ou seja, posicionando-se corretamente a engrenagem no suporte, as faces dos dentes estarão sempre na mesma posição em relação à câmera. Este sistema fotográfico é mostrado na Figura 31. Além do suporte para a engrenagem, ele é composto também por dois refletores com lâmpadas alógenas de 150 W e uma câmera fotográfica digital da marca Sony (modelo DSC-H9).



**Figura 31 – Sistema fotográfico utilizado para aquisição das imagens dos dentes**

As imagens captadas são analisadas em um computador, para se efetuar a medição das áreas danificadas. Para tanto, foi utilizado o programa computacional *Solid Edge* (versão 19), o qual é capaz de calcular uma relação entre áreas definidas pelo usuário, como é mostrado na Figura 32 para um dente de engrenagem que sofreu desgaste por fadiga de contato. A área danificada é definida manualmente através de uma análise visual baseada nos conceitos da literatura.



**Figura 32 – Imagem de um dente em que é mostrada a área danificada pelo fenômeno de fadiga de contato, calculada com o auxílio do programa computacional *Solid Edge***

Há um erro de medição envolvido neste processo devido à relação entre a forma involuta do dente de engrenagem (curvatura do dente) e a “planicidade” da imagem usada para a análise. No entanto, com o intuito de se verificar a relevância deste erro no cálculo da área total danificada, foi realizado um experimento em que foi comparada a área real da face e flanco do dente com a imagem da área deste dente projetado no *Solid Edge*. Constatou-se que este erro é da ordem de 2% e, assim, pode ser desprezado.

### **3.3 Apresentação da Máquina FZG – LASC**

Os ensaios realizados têm como objetivo ocasionar a falha de engrenagens através do fenômeno da fadiga de contato, para que seja possível a determinação do gráfico de Weibull para três diferentes materiais. Estes ensaios, que seguem o procedimento desenvolvido pelo instituto FZG, são divididos em duas etapas: *running-in* e *pitting*. Para uma melhor compreensão da metodologia, é necessária

uma apresentação da máquina utilizada para os ensaios. As Figuras 33 e 34 mostram os principais componentes da máquina FZG – LASC.

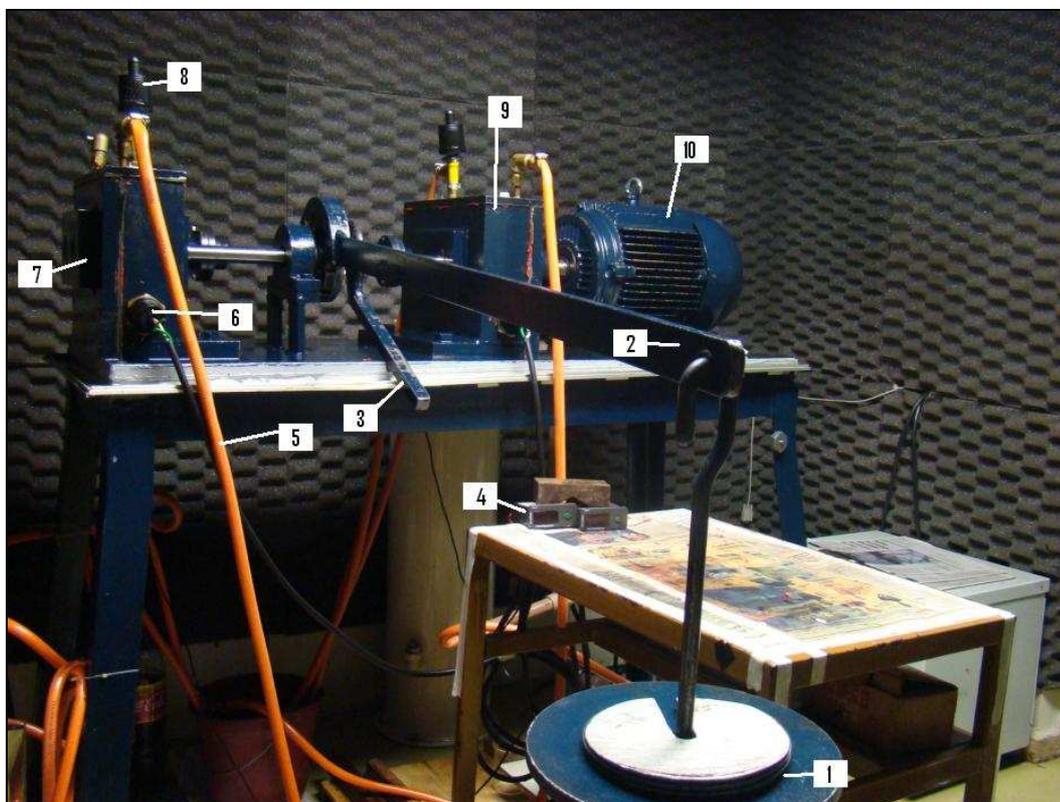


Figura 33 – Máquina usada para ensaios de fadiga de contato de engrenagens FZG – LASC



Figura 34 – Caixa de ensaio 1 aberta

Os principais componentes da máquina, indicados nas Figuras 33 e 34, estão definidos abaixo:

1. Peso morto;
2. Barra de alavanca: juntamente com o peso morto, têm a função de aplicar o torque no sistema;
3. Alavanca de travamento: tem a função de travar o sistema para possibilitar a aplicação do torque;
4. Sistema de monitoramento de temperatura (TIC 17);
5. Sistema de refrigeração à água;
6. Resistor com potência de 1000 W;
7. Caixa de ensaio 1: onde estão alojados os corpos de prova;
8. Respiro para alívio da pressão interna da caixa de ensaio 1;
9. Caixa de ensaio 2;
10. Motor elétrico WEG com potência de 7,5 kW;
11. Eixo 1: eixo no qual o torque é aplicado;
12. Eixo 2.

### **3.4 Montagem do Equipamento e Ajuste dos Parâmetros de Ensaio**

#### **3.4.1 Rotação**

Conforme mencionado anteriormente, os ensaios de fadiga de contato de engrenagens seguiram as normas desenvolvidas pelo Instituto FZG. Segundo tais normas, durante ensaios de *running-in* e *pitting*, o eixo 1, que contém os pinhões, deve girar a 1450 rpm. Como o motor está acoplado ao eixo 2, que contém as coroas, deve-se ajustar a rotação do motor considerando-se a relação de transmissão. A Equação 13 mostra o cálculo da rotação do eixo 2 considerando-se, então, a relação de transmissão entre as engrenagens. Desta forma, o motor deve ser configurado para trabalhar a 967 rpm.

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \frac{24}{16} = \frac{1450}{n_2} \quad n_2 = 967 \text{ rpm} \quad \text{Eq. 13}$$

onde,  $i$  é a relação de transmissão,  $Z_1$  é o número de dentes do pinhão,  $Z_2$  é o número de dentes da coroa,  $n_1$  é a velocidade de rotação do eixo do pinhão e  $n_2$  é a velocidade de rotação do eixo da coroa.

### 3.4.2 Running-in

A etapa de *running-in*, também conhecida como amaciamento, corresponde a uma etapa de preparação para a etapa de desgaste propriamente dito, ou seja, seu objetivo é padronizar a superfície a ser ensaiada. Assim, seus parâmetros de ensaio são menos agressivos que os parâmetros da etapa seguinte. A Tabela 9 mostra os parâmetros para o ensaio de *running-in*.

**Tabela 9 – Parâmetros de ensaio da etapa de *running-in***

Etapa de <i>running-in</i>	
Tempo de ensaio	2 horas
Temperatura do óleo	60 ± 3 °C
Torque	135,0 N.m
Carga (peso morto)	5,9 kg

O óleo lubrificante utilizado nos ensaios foi o ISO VG 100 e, a cada parada para caracterização dos corpos de prova, ele foi substituído por óleo novo para que os fragmentos gerados na etapa anterior não influenciassem as condições normais de ensaio. Para controlar a temperatura do lubrificante, utilizou-se um resistor com potência de 1000 W para o seu aquecimento e serpentinas com água para o resfriamento.

### 3.4.3 Etapa de *pitting*

A etapa de *pitting* corresponde à fase de desgaste. Nesta etapa, utiliza-se uma alta carga de torque, a temperatura do óleo é mantida a 90°C e o tempo de duração do ensaio é determinado pela falha do material.

Com o intuito de se controlar quando ocorre a falha pelos fenômenos de *pitting* e/ou *spalling*, há uma interrupção do ensaio a cada quatro horas e, então, as superfícies dos dentes são analisadas. A ocorrência da falha é determinada quando pelo menos 8% da soma das áreas das faces e flancos dos dentes apresentarem os danos. A Tabela 10 mostra os parâmetros de ensaio para a etapa de *pitting*.

**Tabela 10 – Parâmetros de ensaio da etapa de *pitting***

<b>Etapa de <i>pitting</i></b>	
Tempo de ensaio	Até ocorrer a falha
Temperatura do óleo	90 ± 3 °C
Torque	302,0 N.m
Carga (peso morto)	22,9 kg

### **3.5 Metodologia dos Ensaios de Fadiga de Contato de Engrenagens**

A metodologia dos ensaios consiste nas seguintes etapas:

1. Primeiramente é feita uma caracterização dos corpos de prova antes dos mesmos serem ensaiados, que consiste em: medição de rugosidade, medição de massa e fotografia de cada dente da engrenagem;
2. Etapa de *running-in*;
3. Caracterização dos corpos de prova (medição de rugosidade, medição de massa e fotografia de cada dente da engrenagem);
4. Etapa de *pitting*;
5. Caracterização dos corpos de prova (medição de rugosidade, medição de massa, fotografia de cada dente e análise das fotografias para mensurar a área danificada). Caso seja constatada a falha do material, o ensaio é considerado como finalizado. Se a falha não for constatada, as etapas 4 e 5 são repetidas até que a mesma ocorra. A ocorrência da falha é determinada quando pelo menos 8% da soma das áreas das faces e flancos dos dentes apresentam danos.

A Figura 35 mostra o fluxograma da metodologia utilizada.

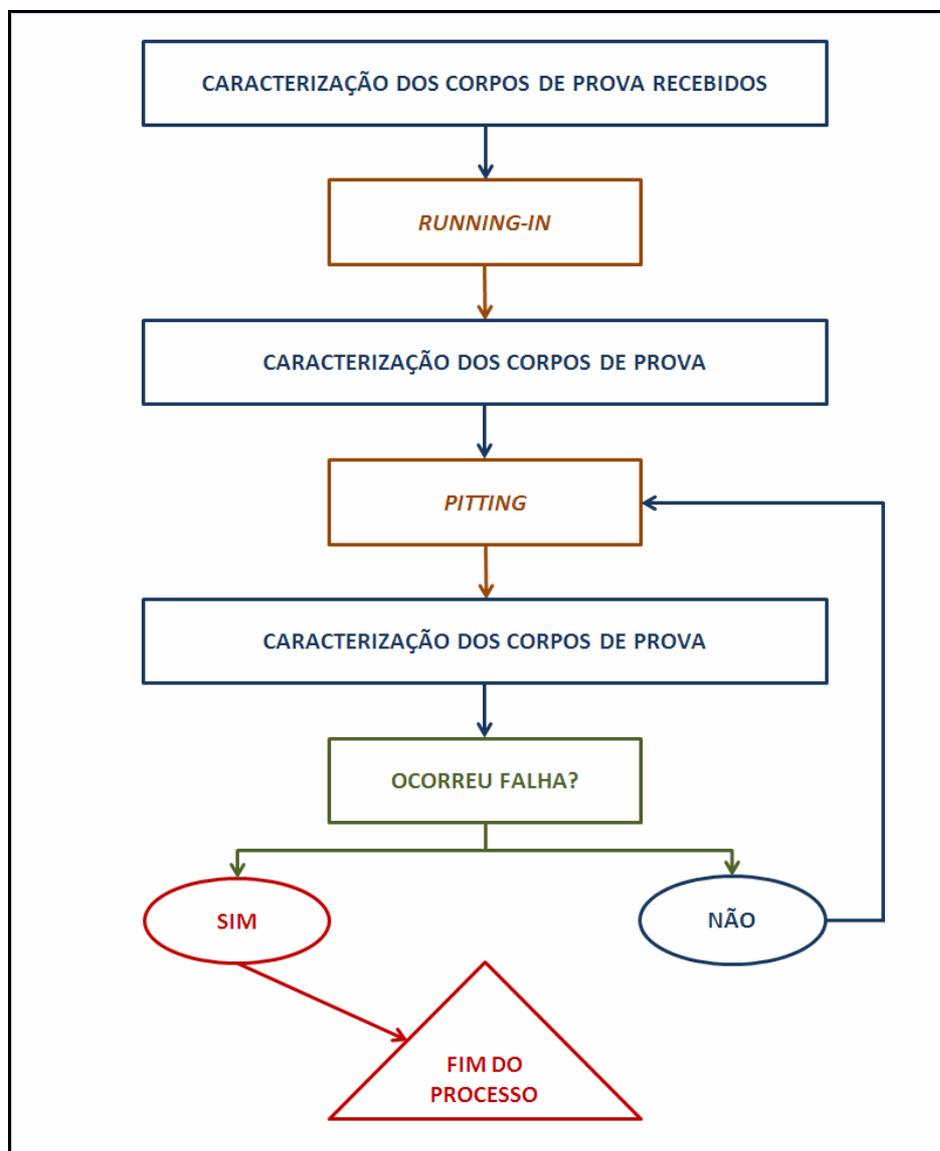


Figura 35 – Fluxograma da metodologia utilizada nos ensaios de fadiga de contato de engrenagens

### 3.6 Método de Utilização do Weibull++<sup>2</sup>

Conforme mencionado anteriormente, o programa computacional Weibull++ proporciona diversas aplicações práticas como, por exemplo: a análise da

<sup>2</sup> Fonte: RELIASOFT CORPORATION, 2005.

confiabilidade de produtos, sistemas e processos; a determinação do período ideal de garantia de um produto; a determinação dos períodos ideais de manutenção preventiva, entre outras.

Tal programa possibilita, ainda, a escolha de diferentes métodos de análise de dados que podem ser utilizados para solucionar o problema do usuário, tais quais:

- Máxima Verossimilhança (MLE);
- *Rank* de Regressão em X (RRX);
- *Rank* de Regressão em Y (RRY);
- Matriz de Fisher (FM);
- Razão de Verossimilhança (LRB);
- Regressão Padrão (SRM);
- Regressão *ReliaSoft* (RRM);
- *Rank* Mediano (MED);
- e *Rank* Mediano Kaplan-Meier (K-M).

Neste trabalho, o Weibull++ foi utilizado com o intuito de se determinar os parâmetros de forma e de escala ( $b$  e  $\theta$ ) e gerar o gráfico de Weibull, para a distribuição estatística de dois parâmetros. Para tanto, foi constatado que apenas os métodos de análise MLE, RRX e RRY exercem influência sobre os valores dos parâmetros  $b$  e  $\theta$  e, conseqüentemente, sobre o gráfico de Weibull. Ou seja, para o modelo de dados decorrente dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens realizados neste presente trabalho, os outros métodos de análise citados não são relevantes.

Neste ponto, é importante observar qual seria, então, o método de análise mais indicado para tal modelo de dados: MLE, RRX ou RRY. Deve-se ressaltar também que não há normas explicitando qual método deve ser obrigatoriamente utilizado em cada caso, pois se deve testar os resultados obtidos através de cada método e utilizar aquele que melhor se adapta aos dados. No manual do programa computacional, a empresa *ReliaSoft Corporation* apenas indica, através de diferentes exemplos práticos e teóricos, qual seria o método sugerido.

Os métodos de análise RRX e RRY são comumente utilizados quando se tem poucas amostras e, ainda, todas elas obrigatoriamente devem ter sofrido falha. Ou seja, os dados não devem conter suspensões (amostras que não falharam). O RRX é mais apropriado quando, por exemplo, são realizados ensaios de confiabilidade repetidamente com um mesmo número de amostras, até a ocorrência da falha. Nesse caso, a incerteza estará atrelada ao tempo necessário para que cada uma delas falhe. Provavelmente, o valor de tempo será diferente para cada amostra, o que é caracterizado pelo eixo X (tempo). Em outros modelos de dados, como dados de garantia, por exemplo, em que se têm estimativas de confiabilidade para cada mês dentro de um período de garantia maior, o método RRY é mais apropriado, pois os valores de tempo são conhecidos e a incerteza estará atrelada ao eixo Y.

O método de análise MLE, com algumas exceções, é considerado o método mais “robusto” para se estimar os parâmetros estatísticos. O MLE, diferentemente do RRX e RRY, é indicado para a análise de dados que também contêm suspensões, além dos dados de falha propriamente ditos, pois nesse caso leva-se em consideração o tempo de vida de cada suspensão para se calcular os valores dos parâmetros. Ainda, quanto maior for o número de amostras, os valores calculados através deste método irão convergir para resultados cada vez mais precisos.

Além das suspensões, contempladas pelo método MLE, este método permite ainda analisar outros dois diferentes tipos de dados:

- Dados censurados em intervalos: quando se sabe que a amostra falhou dentro de certo intervalo de tempo (por exemplo, em ensaios que são interrompidos a cada 100 horas para verificar a possível ocorrência da falha);
- Dados censurados à esquerda: quando se sabe apenas que a falha ocorreu antes de tal tempo (similar aos dados censurados em intervalos, porém com tempo de início de intervalo sendo igual a zero).

Em comparação com os métodos RRX e RRY, tendo em vista todas as potencialidades proporcionadas pelo método de análise MLE e também os tipos de dados decorrentes dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens (dados com suspensões e também censurados em intervalos), este método foi utilizado neste

trabalho para se determinar os parâmetros  $b$  e  $\theta$  e, conseqüentemente, o gráfico de Weibull. O detalhamento matemático intrínseco ao MLE é apresentado no Anexo A.

Como uma maneira de se validar previamente os resultados obtidos através do método de análise utilizado, foram coletados os dados de ensaios de fadiga de contato da tese de doutorado de Neves (2006) e estes foram utilizados para se gerar as curvas de Weibull através do programa computacional. O modelo de dados dos ensaios realizados nesta tese de doutorado difere do modelo obtido neste presente trabalho, pois se trata apenas de dados de falha propriamente ditos (sem suspensões ou dados censurados). No entanto, tal modelo é bastante válido para se justificar o uso do MLE e o correto funcionamento do mesmo.

A Tabela 11 apresenta os dados de vida, em ciclos de carregamento, dos corpos de prova usados nos ensaios de fadiga de contato e os parâmetros de Weibull obtidos por Neves (2006). Foram ensaiadas cinco amostras de três diferentes materiais.

**Tabela 11 – Vidas, em ciclos de carregamento, dos corpos de prova nos ensaios de fadiga de contato e parâmetros de Weibull estimados (NEVES, 2006)**

Número da Amostra	Ferro fundido cinzento	Ferro fundido nodular	Aço
1	107.000	609.000	1.896.000
2	88.000	1.296.000	1.400.000
3	43.000	1.602.000	2.330.000
4	90.000	1.385.000	4.690.000
5	76.000	1.584.000	4.605.000
$b_{est}$	4,8	4,8	2,4
$\theta_{est}$	88.638	1.421.713	3.389.140

A Figura 36 mostra o gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha para cada um dos materiais, também obtido por Neves (2006), para uma confiabilidade de 90%. Nesta figura, os parâmetros de forma e de escala que foram estimados estão representados por  $\beta_e$  e  $\theta_e$ , respectivamente.

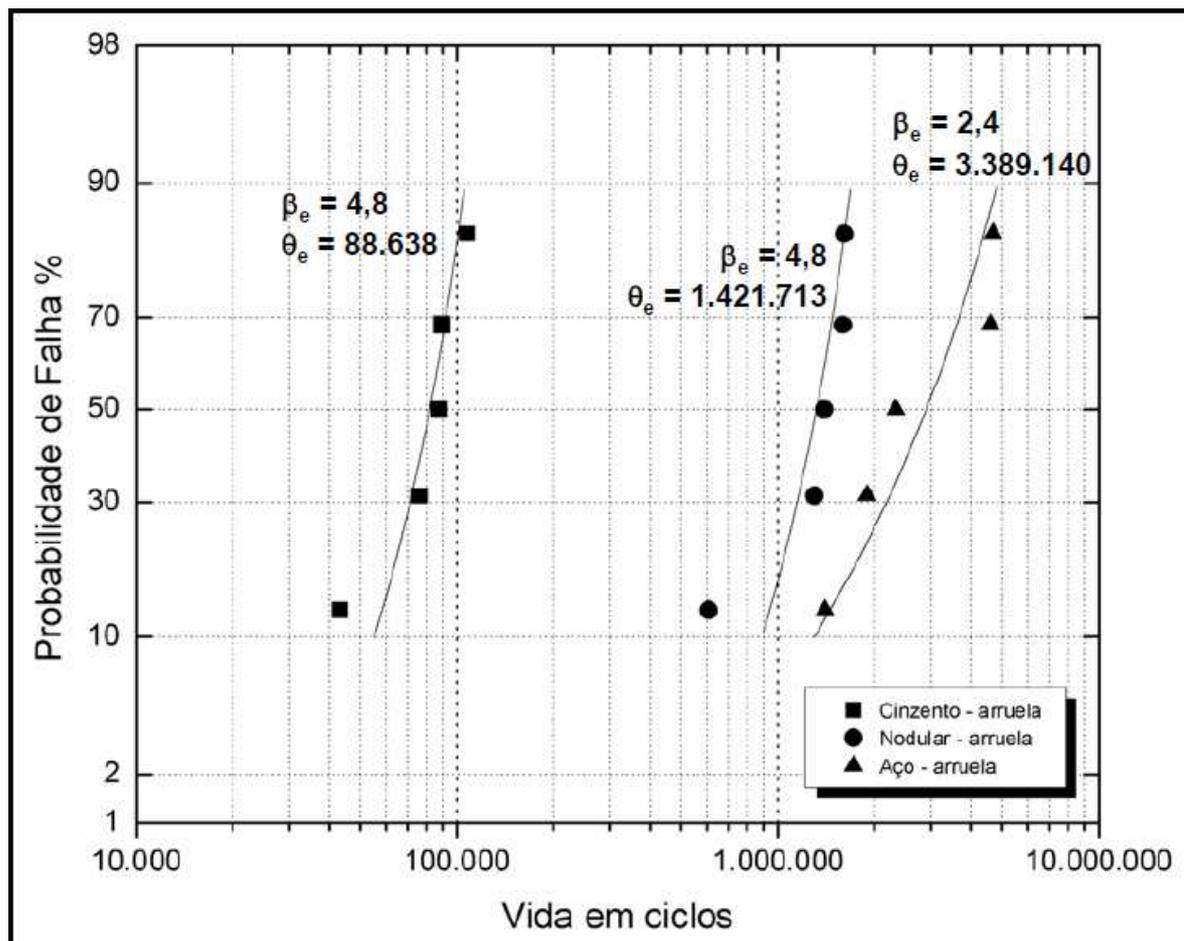
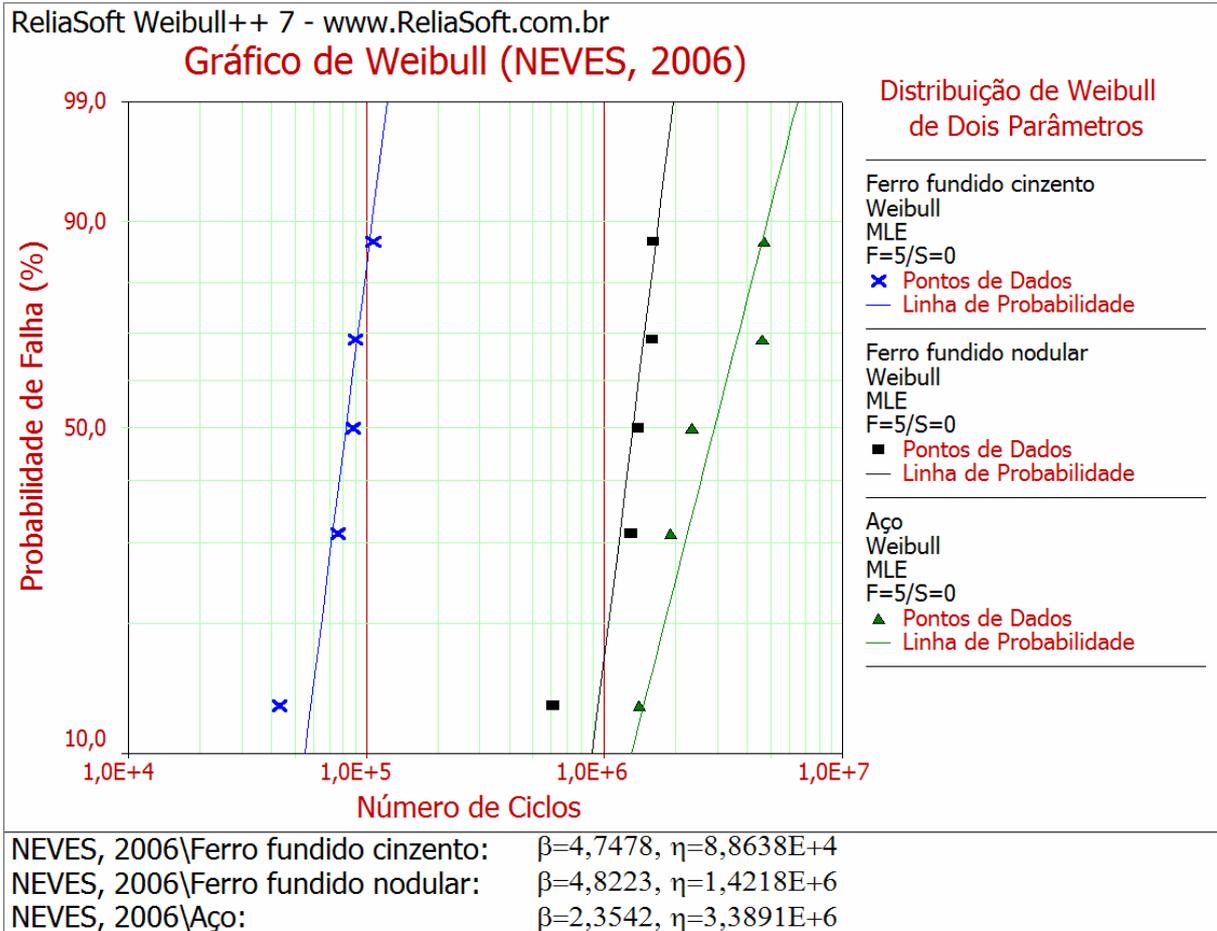


Figura 36 – Gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha para cada material e os parâmetros de Weibull estimados (NEVES, 2006)

A Figura 37 mostra o gráfico de Weibull obtido através da utilização do programa computacional Weibull++, para as mesmas condições descritas para a obtenção do gráfico da Figura 36. Pode-se perceber que os resultados obtidos com o uso do MLE são bastante compatíveis com os resultados encontrados na literatura. Nesta figura, os parâmetros de forma e de escala estimados estão representados por  $\beta$  e  $\eta$ , respectivamente.



**Figura 37 – Gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha para cada material e os parâmetros de Weibull estimados, obtidos com o uso do método MLE do Weibull++**

O programa computacional Weibull++ possibilita, ainda, a realização de uma análise de degradação, a qual consiste na obtenção de uma curva que melhor se adapta aos dados de falha, relacionando a evolução dos danos ocorridos nas amostras com o tempo de ensaio. Para se obter tal curva, deve-se inserir no programa os dados de danos mensurados em cada intervalo ocorrido para caracterização da amostra e, então, utiliza-se um modelo de extrapolação de dados, que pode ser linear, exponencial ou logarítmico, por exemplo.

Assim, o tempo para a falha de cada amostra pode ser estimado para a quantidade de dano referente ao exato valor do critério de falha, que neste caso é definido como sendo 8% da área total da face e flanco dos dentes, e, a partir desses tempos estimados, determina-se então o gráfico de Weibull. Neste trabalho, a curva utilizada como modelo de extrapolação foi a curva exponencial.

Para facilitar o entendimento da simbologia que representa os parâmetros de Weibull de forma e de escala ao longo de todo o trabalho, a Tabela 12 indica os respectivos símbolos empregados. Tal tabela se mostra necessária devido à utilização de diversas fontes que contemplam os parâmetros de Weibull. Ainda, vale ressaltar que os parâmetros obtidos experimentalmente são valores estimados, devido à diferença estatística entre a média da população e a média das amostras.

**Tabela 12 – Simbologia que define os parâmetros de Weibull de forma e de escala ao longo de todo o trabalho**

<b>Parâmetro de Weibull</b>	<b>Símbolos</b>
Forma	$b$ , $\beta_e$ e $\beta$
Escala	$\theta$ , $\theta_e$ e $\eta$

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens (caracterização e evolução dos danos superficiais) e da utilização do programa computacional Weibull++ para a determinação da vida destes componentes mecânicos. Considerando que as análises de vida segundo a distribuição estatística de Weibull são o foco principal deste trabalho, estes resultados são analisados em maior profundidade.

### 4.1 Caracterização dos Danos

A Tabela 13 apresenta os resultados dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens dos três diferentes materiais ensaiados. Os números das amostras marcados com um asterisco indicam as amostras que foram ensaiadas neste trabalho. Os demais resultados foram retirados da dissertação de mestrado de Blanco (2011).

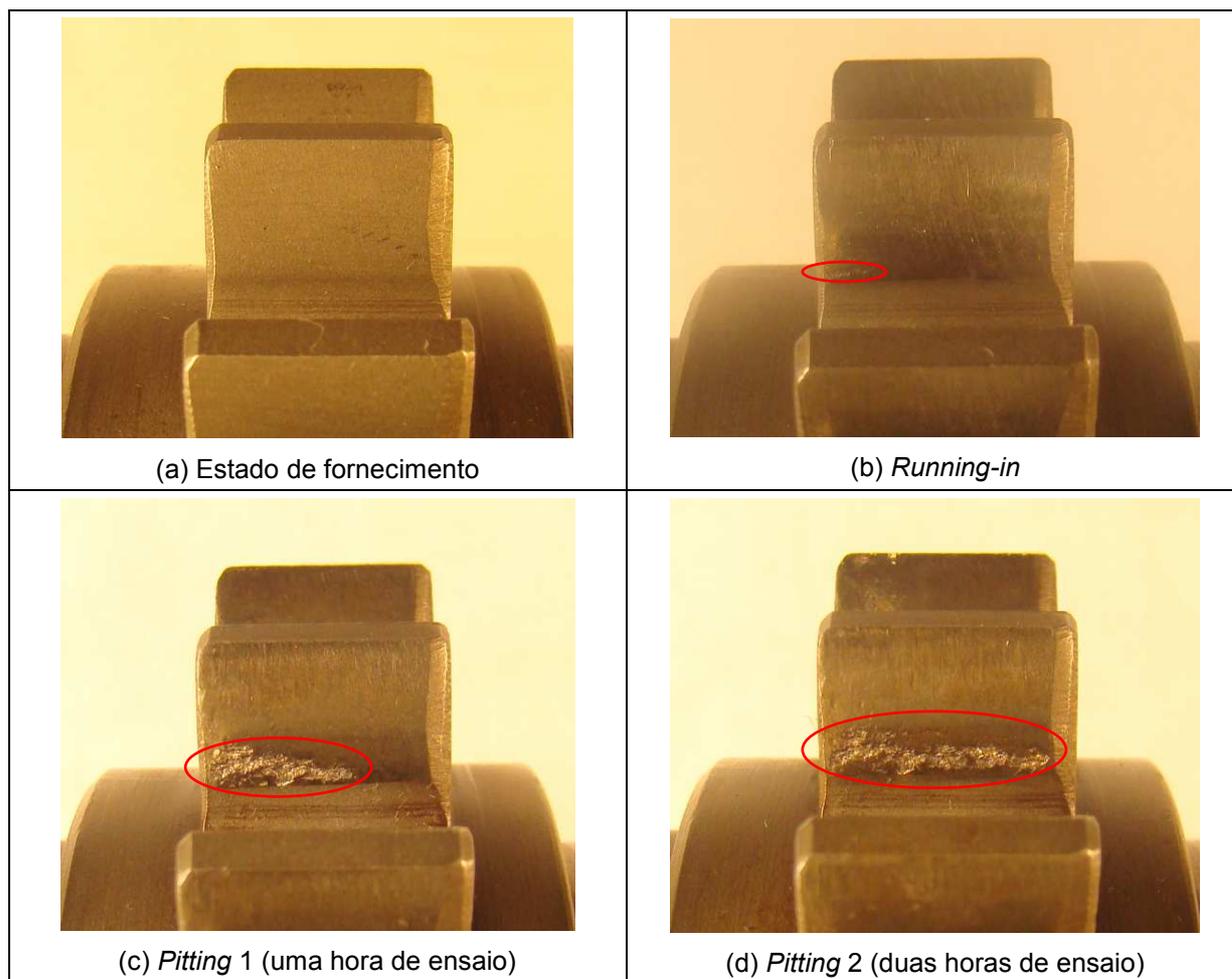
Duas amostras do FFNA sofreram fratura (quebra de um dente por fadiga estrutural de flexão na raiz no dente) após quatro etapas de ensaio de *pitting*, interrompendo prematuramente os ensaios de fadiga de contato e apresentando áreas danificadas pelo fenômeno de *pitting* relativamente pequenas (3,6% e 1,5%). Embora tenha ocorrido a fratura, tais resultados ainda podem ser utilizados para se gerar o gráfico de Weibull, pois o método de análise MLE proporciona esta possibilidade. Em relação às amostras do FFNF, todas elas ultrapassaram o critério de falha de 8% e sofreram falha por *spalling*, com duas horas de ensaio em média. Já as amostras do aço ABNT 4140, três delas apresentaram falha por *pitting* na sétima etapa de ensaio (28 horas) e as outras duas sofreram fratura devido à fadiga por flexão na raiz do dente.

Tabela 13 – Resultados dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens

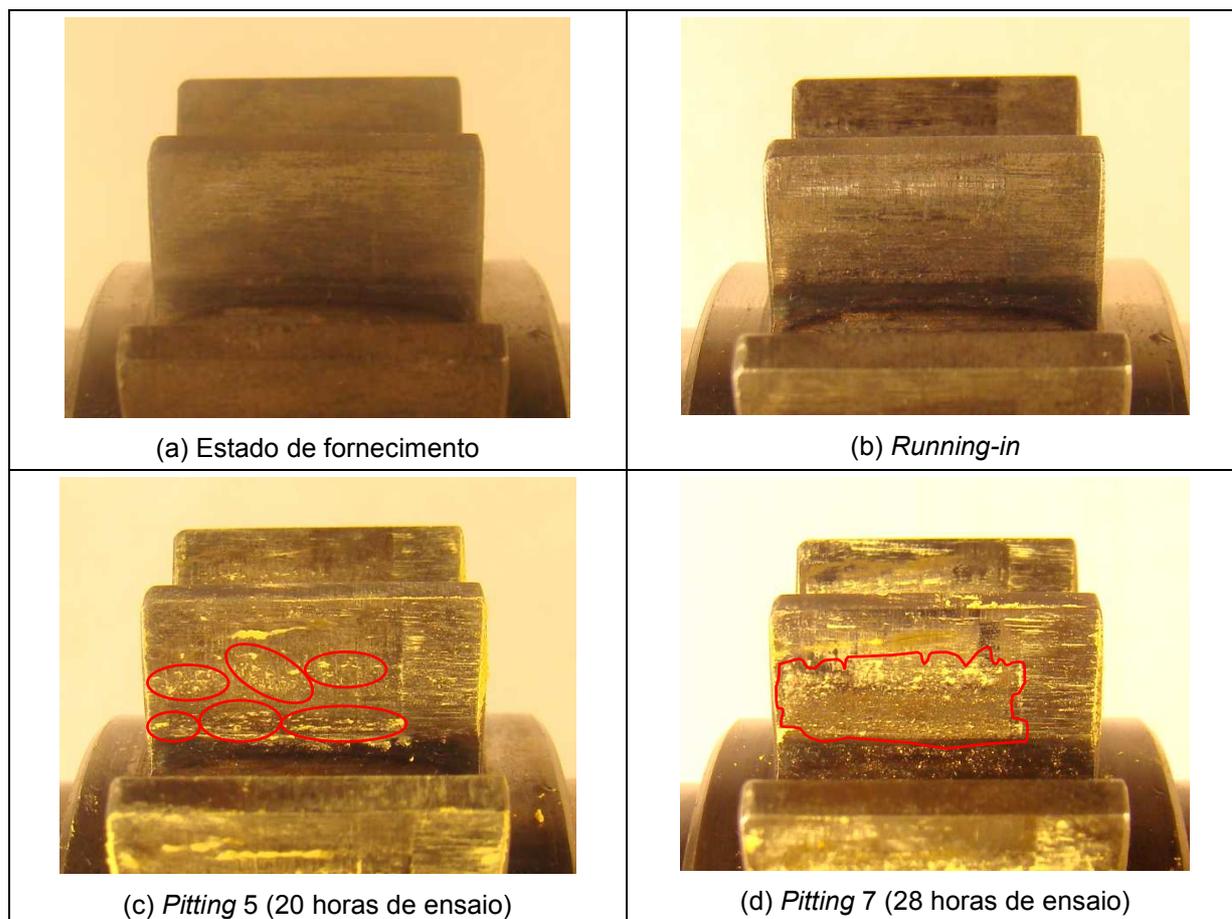
<b>Materiais</b>	<b>Amostra (pinhão)</b>	<b>Horas de Ensaio (h)</b>	<b>Número de Ciclos</b>	<b>Área Danificada (%)</b>	<b>Tipo de Falha</b>
FFNA	1	20	1.740.600	12,8	<i>Spalling</i>
	2	24	2.088.720	3,6	Fratura
	3	16	1.392.480	1,5	Fratura
FFNF	1	4	348.120	17,0	<i>Spalling</i>
	2	2	174.060	9,6	<i>Spalling</i>
	3	2	174.060	11,6	<i>Spalling</i>
	4*	2	174.060	11,1	<i>Spalling</i>
	5*	2	174.060	13,6	<i>Spalling</i>
4140	1	28	2.436.840	10,8	<i>Pitting</i>
	2	28	2.436.840	9,1	<i>Pitting</i>
	3	16	1.392.480	6,3	Fratura
	4*	28	2.436.840	8,1	<i>Pitting</i>
	5*	25	2.436.840	7,4	Fratura

\* Amostras ensaiadas neste trabalho.

As Figuras 38 e 39 mostram a evolução dos danos causados pela fadiga de contato nos dentes das engrenagens do FFNF e do aço ABNT 4140, respectivamente. Não há uma tabela similar para o FFNA, pois todas as amostras deste material foram ensaiadas para a dissertação de Blanco (2011) e não houve acesso a tais imagens.



**Figura 38 – Evolução dos danos nos dentes das engrenagens (FFNF)**



**Figura 39 – Evolução dos danos nos dentes das engrenagens (aço ABNT 4140)**

Conforme mencionado anteriormente, as amostras do FFNF falharam superficialmente apresentando o fenômeno de *spalling*. Tal fenômeno é facilmente observado no flanco do dente nas imagens (c) e (d) da Figura 38. Pode-se perceber também que já na etapa de *running-in* deste material ocorreu *pitting*. Este mecanismo de falha pode ser visto em pequena quantidade na parte esquerda do flanco na imagem (b) da figura referida.

O fenômeno de *pitting* presente nos dentes do aço ABNT 4140 é mais difícil de ser percebido e analisado em relação ao FFNF. Foi necessária a aplicação de giz de cor amarela sobre a superfície dos dentes para que os mesmos pudessem ser analisados, destacando melhor os danos ocorridos. O aço ABNT 4140 apresentou consideravelmente mais resistência à fadiga de contato do que o FFNF. Como pode ser observado na imagem (d) da Figura 39, há *pitting* na face e flanco do dente, mas

não há presença de *spalling*. Nesta imagem, pode-se perceber, ainda, que na parte direita do dente há uma faixa não desgastada. Isto ocorreu porque a largura do pinhão era maior do que a largura da coroa. Esta área em que não houve contato foi desconsiderada nos cálculos das áreas danificadas.

#### 4.2 Evolução da Rugosidade Superficial e Perda de Massa

O comportamento do parâmetro de rugosidade Ra no decorrer dos ensaios é mostrado na Figura 40, para cada um dos materiais. Este parâmetro fornece uma indicação do acabamento superficial médio da face e flanco dos dentes.

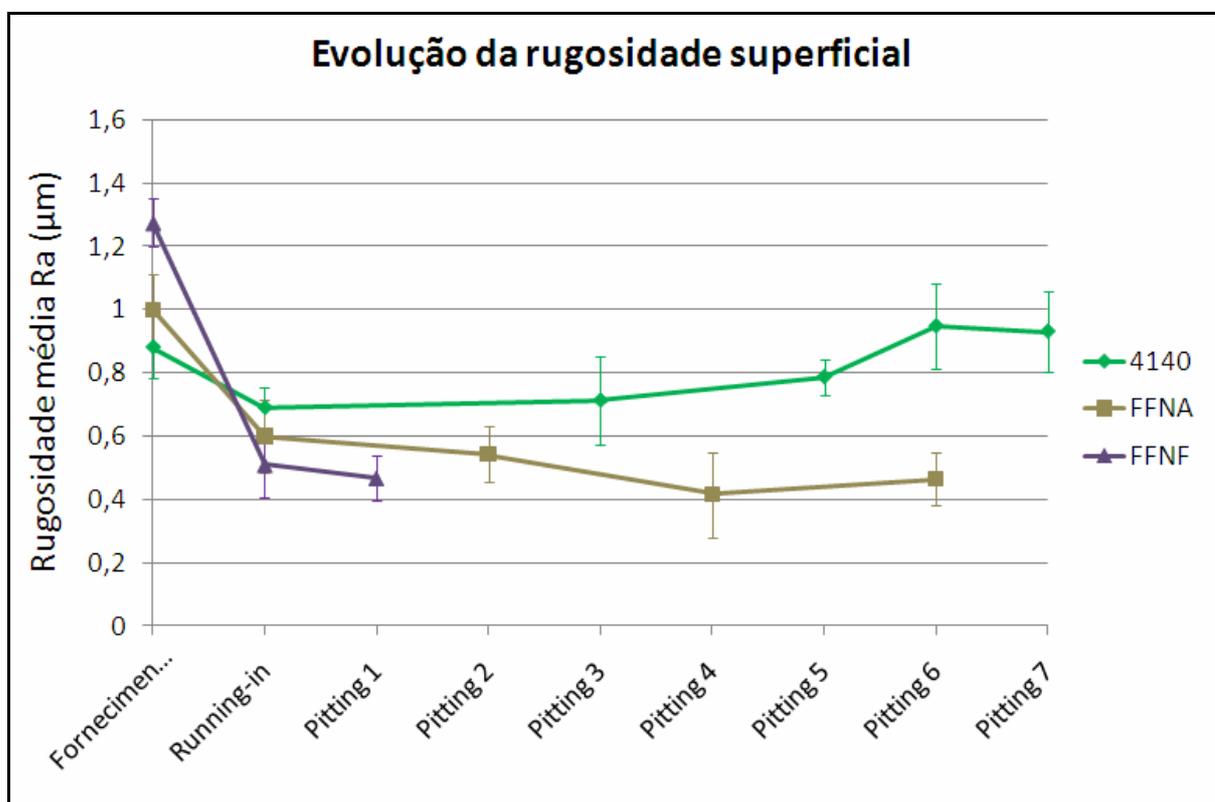


Figura 40 – Evolução da rugosidade superficial Ra média ao longo dos ensaios, para cada material

Analisando a Figura 40, pode-se perceber que ocorre uma diminuição dos valores de rugosidade na etapa de *running-in*, para todos os materiais. Esta etapa tem como objetivo amaciar a superfície dos dentes das amostras, ou seja, padronizá-las para as etapas posteriores de desgaste. Nas etapas de *pitting*, o

comportamento do parâmetro Ra permanece sem variações significativas por longo período (com exceção do material FFNF, que falhou superficialmente já na primeira etapa de ensaio), indicando que não houve aumento significativo dos danos em tal período. Nas últimas etapas de *pitting*, o FFNA e o aço ABNT 4140 apresentaram valores de rugosidade com tendência de crescimento, devido ao aumento gradativo da área danificada pelos mecanismos de desgaste superficial.

A Figura 41 apresenta a perda de massa média acumulada, em gramas, ao longo dos ensaios de fadiga de contato, do FFNF e do aço ABNT 4140. Não é apresentada uma curva de perda de massa do FFNA, pois as amostras deste material não foram ensaiadas neste trabalho. Pela figura, pode-se perceber que a taxa de desgaste do FFNF é bastante acentuada. A maioria das amostras deste material falhou por *spalling* antes mesmo de completar uma etapa de *pitting* de quatro horas, sendo que os danos se concentraram em uma mesma região do flanco dos dentes (Figura 38). Já para o aço ABNT 4140, a perda de massa média acumulada segue uma tendência menos acentuada, proporcionando danos por *pitting* mais distribuídos em toda a superfície dos dentes (face e flanco), como mostrado na Figura 39.



Figura 41 – Perda de massa média acumulada ao longo dos ensaios, do FFNF e do aço ABNT 4140

### 4.3 Análise de Degradação e Gráfico de Weibull

Devido ao modelo de dados provenientes dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens realizados neste trabalho (dados com suspensões e censurados), é interessante realizar a análise de degradação de cada amostra, com o intuito de possibilitar a estimativa do tempo de vida de cada uma delas para o exato valor do critério de falha, a fim de gerar corretamente o gráfico de Weibull.

As Tabelas 14, 15 e 16 apresentam a evolução dos danos ocorridos ao longo dos ensaios de fadiga de contato, em porcentagem de área danificada, para os materiais FFNA, FFNF e aço ABNT 4140, respectivamente.

Tabela 14 – Evolução dos danos no decorrer dos ensaios do FFNA (em %)

Amostra (pinhão)	Horas de ensaio					Tipo de Falha
	08	12	16	20	24	
1	0,0	0,6	3,5	12,8	-	<i>Spalling</i>
2	0,2	-	0,9	-	3,6	Fratura
3	0,1	-	1,5	-	-	Fratura

Tabela 15 – Evolução dos danos no decorrer dos ensaios do FFNF (em %)

Amostra (pinhão)	Horas de ensaio				Tipo de Falha
	0**	1	2	4	
1	0,1	-	-	17,0	<i>Spalling</i>
2	0,1	-	9,6	-	<i>Spalling</i>
3	0,1	-	11,6	-	<i>Spalling</i>
4*	0,1	5,5	11,1	-	<i>Spalling</i>
5*	0,1	6,9	13,6	-	<i>Spalling</i>

\* Amostras ensaiadas neste trabalho.

\*\* Degradação proveniente da etapa de *running-in*.

Tabela 16 – Evolução dos danos no decorrer dos ensaios do aço ABNT 4140 (em %)

Amostra (pinhão)	Horas de ensaio						Tipo de Falha
	08	12	16	20	24	28	
1	0,3	-	1,9	-	7,3	10,8	<i>Pitting</i>
2	0,5	-	2,2	-	6,1	9,1	<i>Pitting</i>
3	0,6	-	6,3	-	-	-	Fratura
4*	-	1,3	-	3,0	5,5	8,1	<i>Pitting</i>
5*	-	1,0	-	3,9	6,3	7,4	Fratura

\* Amostras ensaiadas neste trabalho.

É interessante notar que, como pôde ser observado na Figura 38(b), o FFNF apresentou danos já na etapa de *running-in*. Assim, como mostra a Tabela 15, foi considerada uma degradação de 0,1% em cada amostra para um tempo de ensaio igual a zero horas. Tal consideração possibilitou a determinação de curvas exponenciais que melhor se adaptaram ao modelo de dados deste presente trabalho.

A partir destes dados de evolução dos danos, estima-se a curva exponencial de degradação de cada amostra através do programa computacional Weibull++. Os parâmetros da curva de cada amostra são mostrados na Tabela 17 e as Figuras 42, 43 e 44 apresentam os gráficos de degradação do FFNA, FFNF e do aço ABNT 4140, respectivamente.

Tabela 17 – Parâmetros da curva exponencial de degradação de cada amostra

Materiais	Amostra (pinhão)	$y = A_1 \cdot \exp (A_2 \cdot x)$	
		Parâmetro $A_1$	Parâmetro $A_2$
FFNA	1	0,3825	6,58E-03
	2	0,1806	4,81E-02
	3	0,3385	6,67E-03
FFNF	1	1,2839	1,00E-01
	2	2,2822	1,00E-01
	3	2,3768	1,00E-01
	4*	2,3548	1,73E-01
	5*	2,4563	1,81E-01
4140	1	0,1808	8,34E-02
	2	0,1448	1,78E-01
	3	0,2939	5,71E-02
	4*	0,1164	3,15E-01
	5*	0,1298	2,41E-01

\* Amostras ensaiadas neste trabalho.

Pela Figura 42, pode-se perceber que duas amostras do FFNA atingiram o critério de falha estabelecido (linha horizontal de 8%) com aproximadamente 20 horas de ensaio, enquanto que quatro amostras de aço ABNT 4140 atingiram o critério somente após 24 horas (Figura 44). Segundo esta análise de degradação, tal fato implica dizer que o aço ABNT 4140 apresenta melhor resistência à fadiga de contato que o FFNA. No entanto, é necessário realizar uma análise estatística mais aprofundada, através da distribuição de Weibull, para se obter melhores conclusões. Já a Figura 43 mostra que quatro amostras do FFNF alcançaram o critério de falha antes mesmo de completar duas horas de ensaio. Neste caso, o parâmetro  $A_1$  das curvas exponenciais indica claramente que FFNF apresentou o pior desempenho de resistência à fadiga de contato entre os materiais analisados.

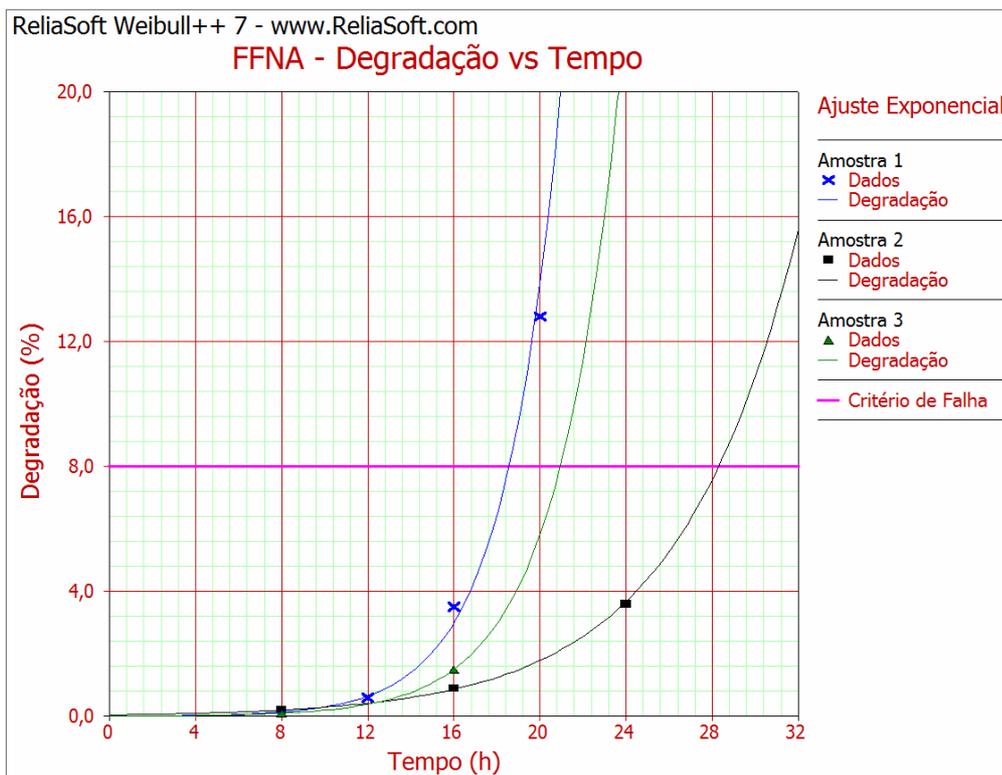


Figura 42 – Curva de degradação de cada amostra do FFNA

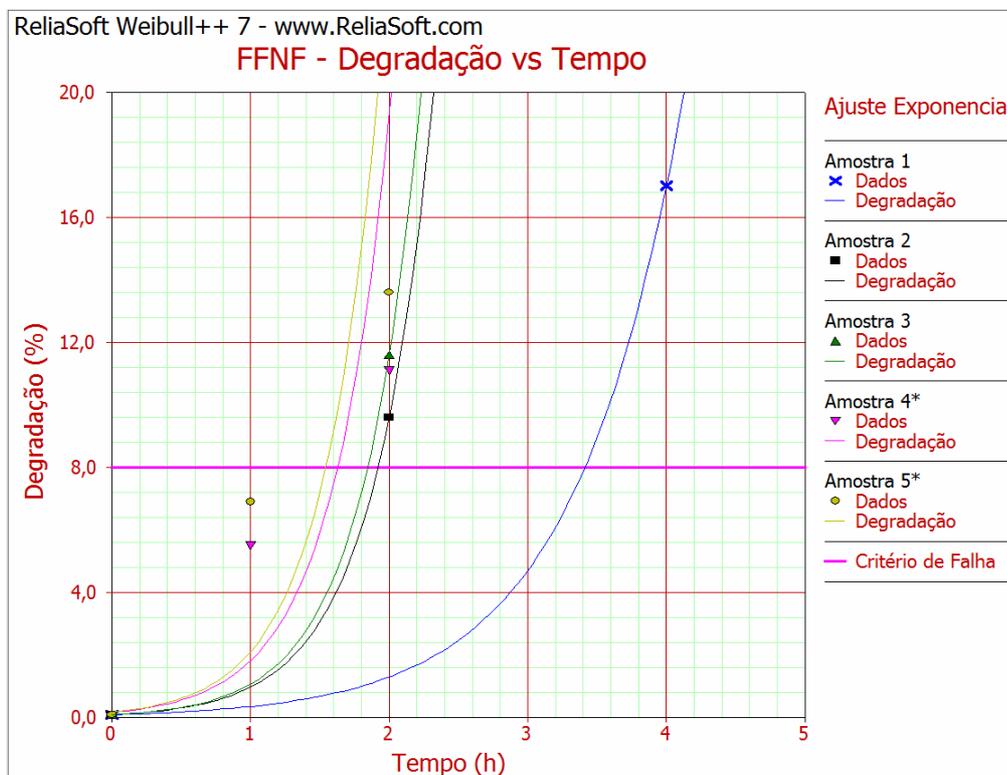
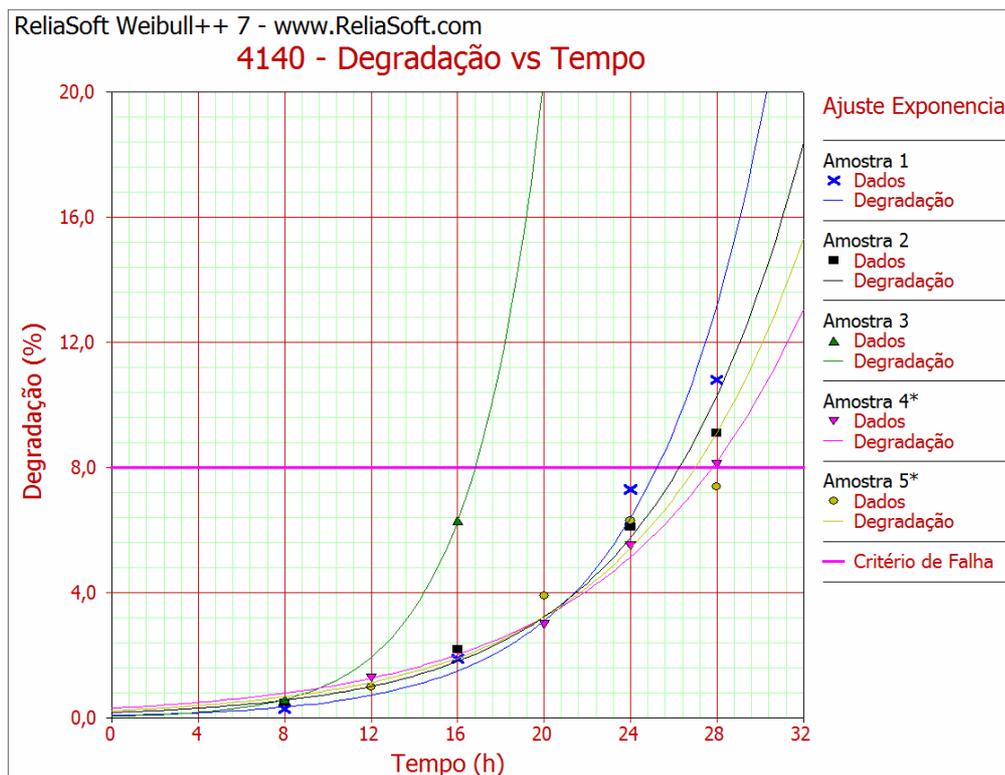


Figura 43 – Curva de degradação de cada amostra do FFNF



**Figura 44 – Curva de degradação de cada amostra do aço ABNT 4140**

A partir desta análise de degradação, tem-se a vida estimada de cada amostra para o exato valor do critério de falha e, então, pode-se determinar o gráfico de Weibull, o qual fornece resultados comparativos mais adequados para distinguir o comportamento entre os materiais, principalmente entre o FFNA e o aço ABNT 4140. A Tabela 18 apresenta o tempo até a falha de cada amostra, estimado para o valor do critério de falha (8% de dano) através do Weibull++.

Tabela 18 – Tempo até a falha de cada amostra, estimado para o valor do critério de falha

Materiais	Amostra (pinhão)	Tempo Estimado para a Falha (h)	Número de Ciclos
FFNA	1	18,5679	1.615.966
	2	28,3116	2.463.956
	3	20,9452	1.822.860
FFNF	1	3,4129	297.027
	2	1,9201	167.107
	3	1,8437	160.455
	4*	1,6270	141.597
	5*	1,5427	134.263
4140	1	25,2389	2.196.542
	2	26,2611	2.285.500
	3	16,8128	1.463.216
	4*	27,7867	2.418.280
	5*	26,9995	2.349.764

\* Amostras ensaiadas neste trabalho.

A Figura 45 mostra o gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha dos três materiais, para uma confiabilidade de 90%. Esta figura apresenta também os valores dos parâmetros de Weibull de forma e de escala estimados para cada um dos materiais, nela representados por  $\beta$  e  $\eta$ , respectivamente. Ainda, no Apêndice B encontra-se um tutorial que detalha todas as etapas executadas no programa Weibull++ para se determinar o gráfico.

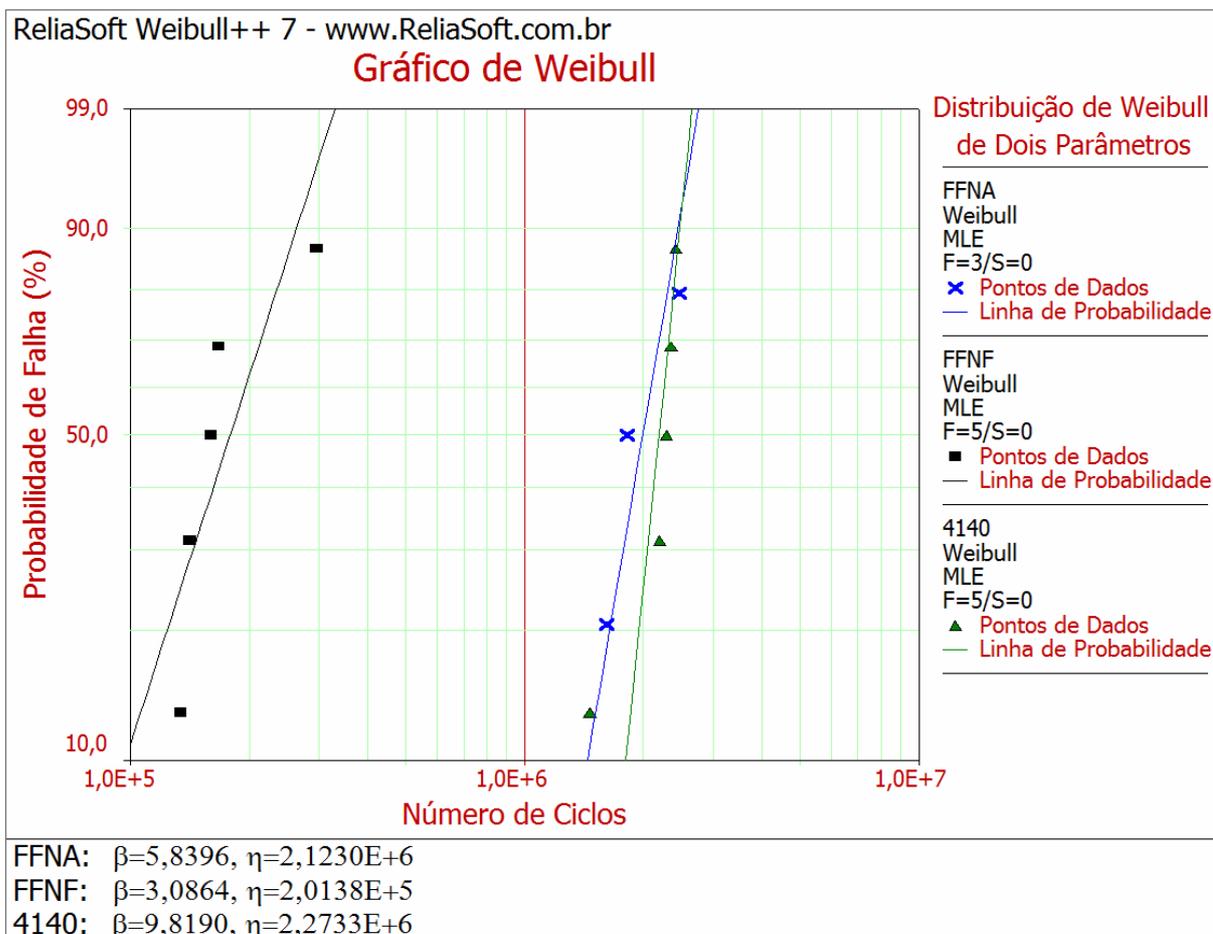


Figura 45 – Gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha e os parâmetros de forma e de escala de cada material

O melhor desempenho de resistência à fadiga de contato do aço ABNT 4140 e do FFNA em relação ao FFNF é bastante evidente quando se observa a Figura 45. A vida característica (parâmetro de escala) das amostras de FFNF é aproximadamente dez vezes menor que a dos outros dois materiais. Ainda, pode-se dizer que a vida característica do aço ABNT 4140 é ligeiramente maior que a do FFNA, corroborando com a análise de degradação feita anteriormente.

Em relação à inclinação das curvas (representada matematicamente pelo parâmetro de forma), que indica a maneira como estão distribuídos os valores de vida de cada amostra do material e também como a taxa de probabilidade de falha aumenta conforme se aumenta também o número de ciclos, pode-se perceber que o aço ABNT 4140 apresenta uma taxa de mortalidade de amostras mais acentuada que a dos outros materiais. Ou seja, para um mesmo incremento no número de

ciclos, o aço ABNT 4140 propicia o maior aumento de probabilidade de falha entre os materiais ensaiados. Já o FFNF apresenta valores de vida das amostras mais distribuídos entre si, fato este representado pelo menor valor de parâmetro de forma.

Vale ressaltar que, para o aço ABNT 4140 e o FFNA, conforme se aumenta o número de ciclos a que as amostras são submetidas, há uma tendência de aproximação entre as curvas de probabilidade de falha destes materiais, sendo que, para uma probabilidade pouco acima de 90%, a vida estimada para ambos os materiais é aproximadamente a mesma. Ainda, para uma análise específica sobre o comportamento destes materiais para probabilidades maiores que o valor mencionado, é interessante notar que a conclusão baseada apenas na análise de degradação pode não ser mais suficiente. Ou seja, para valores de probabilidade de falha de até aproximadamente 90%, o aço ABNT 4140 pode apresentar melhor resistência à fadiga de contato. E, para valores maiores que aproximadamente 90%, o FFNA é o material que pode apresentar melhor resistência à fadiga de contato, embora seja interessante ressaltar que há incertezas envolvidas na obtenção das curvas através da análise de degradação e, conseqüentemente, na determinação das curvas de Weibull.

## 5 CONCLUSÕES

Com a concretização da revisão da literatura a respeito dos principais assuntos relacionados ao tema deste trabalho, pode-se afirmar que o primeiro objetivo específico do projeto foi alcançado. Várias informações importantes foram levantadas e conseguiu-se compreender de uma maneira bastante satisfatória os conceitos envolvidos no estudo da curva S-N para fadiga de contato de engrenagens e também os conceitos acerca da distribuição estatística de Weibull, e a relação desta distribuição com a curva S-N.

Deve-se reiterar o fato da importância em se utilizar uma abordagem probabilística para se lidar com variáveis estocásticas, como é o caso das variáveis tensão e resistência. Os valores de tensão das curvas S-N apresentam uma variação em torno da média e a distribuição estatística de Weibull demonstrou-se bastante adequada para modelar estas variações.

A realização dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens forneceu um modelo de dados bastante coerente com resultados encontrados na literatura, o qual propiciou o desenvolvimento da análise estatística de Weibull. Desta maneira, o segundo objetivo específico foi devidamente cumprido.

O gráfico de Weibull mostrou que apenas a análise de degradação dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens não é suficiente para se concluir a respeito da resistência à fadiga de contato dos materiais. Segundo a análise estatística de Weibull, para uma confiabilidade de 90%, foi constatado que, dentre os materiais estudados, o aço ABNT 4140 apresentou melhor resistência, considerando-se valores de probabilidade de falha de até aproximadamente 90%. Para valores de probabilidade de falha maiores que aproximadamente 90%, o FFNA é o material que apresenta melhor resistência à fadiga de contato. Já o FFNF demonstrou ter a pior resistência para qualquer probabilidade de falha.

Assim, a interpretação dos parâmetros de Weibull de forma e de escala deve ser enaltecida. O parâmetro de escala, ou vida característica, fornece uma boa indicação sobre a resistência à fadiga de contato do material. No entanto, nos casos em que ocorre o cruzamento das curvas de probabilidade de falha, como ocorreu

para o FFNA e para o aço ABNT 4140, o parâmetro de forma define qual material terá um melhor comportamento para cada situação.

Por fim, o objetivo geral deste trabalho foi alcançado e procurou-se contribuir para a formação dos alunos do curso de Engenharia Industrial Mecânica e do Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica da UTFPR.

## REFERÊNCIAS

- ABERSEK, B.; FLASKER, J. **How Gears Break**. WIT Press, 2004. p. 163-170, 196.
- AMERICAN SOCIETY FOR METALS. **ASM Handbook: Fatigue and Fracture**. ASM International, vol. 19, 1996. p. 296-300, 331-336, 377-378.
- AMSTADTER, B. L. **Reliability Mathematics: Fundamentals; Practices; Procedures**. McGraw-Hill, 1971. 408p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Utilização da Distribuição de Weibull para Interpretação dos Ensaios de Durabilidade por Fadiga**: NBR 6742. Rio de Janeiro, 1987.
- BLANCO, J. **Comparação da Resistência ao Desgaste por Fadiga de Contato de Engrenagens Fabricadas em Aço AISI 4140 e Ferro Fundido Nodular Austemperado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011. 123p.
- CALLISTER, W. D. Jr. **Fundamentos da Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Abordagem Integrada**. 2ª Ed. Rio de Janeiro, LTC, 2006. p. 235, 238-241.
- DING, Y.; RIEGER, N. F. **Spalling Formation Mechanism for Gears**. *Wear*, vol. 254, 2003. p. 1307-1317.
- DOMMARCO, R. C.; JAUREGUIBERRY, A. J.; SIKORA, J. A. **Rolling Contact Fatigue Resistance of Ductile Iron with Different Nodule Counts and Matrix Microstructures**. *Wear*, vol. 261, 2006. p. 172-179.
- DOWLING, N. E. **Mechanical Behavior of Materials**. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, N. J., 1993. 418p.
- DUDLEY, D. W. **Handbook of Practical Gear Design**. McGraw-Hill Book Company, 1983.

FZG. **Description of the Pitting Test.** Institute for Machine Elements – Gear Research Center, 1992.

GUIMARÃES, I. A. **Estatística – Notas de aula.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

HAUGEN, E. B., WIRSCHING, P. H. **Probabilistic Design.** Machine Design, vol. 47, 1975. p. 10-14.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais.** 5ª Ed. São Paulo, Pearson Prentice Hall, 2004. 85p.

HÖHN, B. R.; MICHAELIS, K. **Influence of Oil Temperature on Gear Failures.** Tribology International, vol. 37, 2004. p. 103-109.

KODA, F. **Estudo da Fadiga de Contato em Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) – PPGEM, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2009. 74p.

KRISHNAMURTHY, S.; RAO, A. R. **Effect of Sursulf Treatment on the Performance of 0.14% C Steel Gears.** Wear, vol. 120, 1987. p. 289-303.

LIPP, K.; HOFFMANN, G. **Design for Rolling Contact Fatigue.** Int. J. Powder Metall (Princeton - NJ), 2003.

LIPSON, C.; SHETH, N. J. **Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments.** McGraw-Hill, 1973. p. 36-44.

McCOOL, J. I. **Analysis of Sets of Two-Parameters Weibull Data Arising in Rolling Contact Endurance Testing.** Rolling contact fatigue testing of bearing steels, ASTM STP 771, J. J. C. Hoo, 1982.

MISCHKE, C. R. **Prediction of Stochastic Endurance Strength.** Trans. of ASME, Journal of Vibrations, Acoustics, Stress and Reliability in Design. Vol. 109, 1987. p. 113-122.

MODARRES, M. **What Every Engineer Should Know About Reliability and Risk Analysis.** New York: Marcel Dekker, 1993. 350p.

NEVES, J. C. K. **Desenvolvimento de um Equipamento para Ensaio de Fadiga de Contato Esfera Sobre Plano e sua Aplicação na Caracterização de Ferros Fundidos com Matrizes de Elevada Dureza.** Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada.** 2ª Ed. Porto Alegre, Bookman, 2004.

PEZZANO, P.; KLEIN, A. **Engrenajes y Poleas.** 4ª Ed. Buenos Aires, El Ateneo, 1957. 287p.

RELIASOFT CORPORATION. **Life Data Analysis Reference.** Weibull++ version 7. ReliaSoft Publishing, 2005.

RELIASOFT CORPORATION. **Weibull++: Algumas Aplicações Práticas.** Disponível em: <<http://www.reliasoft.com.br/Weibull/index.htm>>. Acesso em: 20 de março de 2011.

SEABRA, J. H. O. **Recent Developments in Gear Tribology.** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Jun. 2005. 131p.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R. **Mechanical Engineering Design.** 6ª Ed. McGraw-Hill Higher Education, 2001.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica.** 7ª Ed. Bookman, 2005.

STACHOWIAK, G. W.; BATCHELOR, A. W. **Engineering Tribology.** Butterworth-Heinemann, 2ª Ed. 2000. 769p.

WEIBULL, W. **A Statistical Distribution Function of Wide Applicability.** Journal of Applied Mechanics, Sep. 1951. p. 293-297.

WINTER, H.; MICHAELIS, K. **FZG Test-Rig Description and Test Possibilities.** CEC Second International Symposium, Wolfsburg, June 5-7, 1985, Paper TL 2, p. 29-42.

WINTER, H.; OSTER, P. **Influence of the Lubricant on Pitting and Micro Pitting (Grey Staining, Frosted Areas) Resistance of Case Carburized Gears – Test Procedures.** In: AGMA Technical Paper 87 FTM 9, Oct. 1987.

ZAFOSNIK, B.; GLODEZ, S.; ULBIN, M.; FLASKER, J. **A Fracture Mechanics Model for the Analysis of Micro-pitting in Regard to Lubricated Rolling-sliding Contact Problems.** International Journal of Fatigue, vol. 29, 2007. p. 1950-1958.

ZAHAVI, E. **Fatigue Design: Life Expectancy of Machine Parts.** CRC Press, 1996. 62p.

## ANEXO A – Funções do Método de Análise da Máxima Verossimilhança (MLE) para a Distribuição Estatística de Weibull de Dois Parâmetros<sup>3</sup>

O logaritmo natural da função de verossimilhança ( $\Lambda$ ) para a distribuição estatística de Weibull de dois parâmetros é apresentado a seguir:

$$\ln(L) = \Lambda = \sum_{i=1}^{F_e} N_i \ln \left[ \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{T_i}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{T_i}{\eta} \right)^\beta} \right] - \sum_{i=1}^S N'_i \left( \frac{T'_i}{\eta} \right)^\beta + \sum_{i=1}^{FI} N''_i \ln \left[ e^{-\left( \frac{T''_{Li}}{\eta} \right)^\beta} - e^{-\left( \frac{T''_{Ri}}{\eta} \right)^\beta} \right]$$

onde, neste caso:

- $L$  é a função de verossimilhança;
- $F_e$  é o número de grupos de amostras que falharam;
- $N_i$  é o número de amostras pertencentes ao  $i$ -ésimo grupo de dados de falha;
- $\beta$  é o parâmetro de forma de Weibull;
- $\eta$  é o parâmetro de escala de Weibull;
- $T_i$  é o tempo do  $i$ -ésimo grupo de dados de falha;
- $S$  é o número de grupos de suspensões;
- $N'_i$  é o número de suspensões do  $i$ -ésimo grupo de suspensões;
- $T'_i$  é o tempo do  $i$ -ésimo grupo de suspensões;
- $FI$  é o número de grupos de dados censurados em intervalos;

---

<sup>3</sup> Fonte: RELIASOFT CORPORATION, 2005.

- $N_i''$  é o número de intervalos do i-ésimo grupo de dados censurados em intervalos;
- $T_{Li}''$  é o tempo do começo do i-ésimo intervalo;
- e  $T_{Ri}''$  é o tempo do final do i-ésimo intervalo.

Na equação apresentada, os dados censurados à esquerda são considerados como sendo intervalos com  $T_{Li}'' = 0$ .

A solução é encontrada resolvendo-se a equação para os parâmetros  $\beta$  e  $\eta$ , igualando a zero cada derivada parcial abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Lambda}{\partial \beta} = & \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{F_e} N_i + \sum_{i=1}^{F_e} N_i \ln\left(\frac{T_i}{\eta}\right) \\ & - \sum_{i=1}^{F_e} N_i \left(\frac{T_i}{\eta}\right)^\beta \ln\left(\frac{T_i}{\eta}\right) - \sum_{i=1}^S N_i' \left(\frac{T_i'}{\eta}\right)^\beta \ln\left(\frac{T_i'}{\eta}\right) \\ & + \sum_{i=1}^{FI} N_i'' \frac{-\left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right)^\beta \ln\left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right) e^{-\left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right)^\beta} + \left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right)^\beta \ln\left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right) e^{-\left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right)^\beta}}{e^{-\left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right)^\beta} - e^{-\left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right)^\beta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Lambda}{\partial \eta} = & -\frac{\beta}{\eta} \sum_{i=1}^{F_e} N_i + \frac{\beta}{\eta} \sum_{i=1}^{F_e} N_i \left(\frac{T_i}{\eta}\right)^\beta \\ & + \frac{\beta}{\eta} \sum_{i=1}^S N_i' \left(\frac{T_i'}{\eta}\right)^\beta \\ & + \sum_{i=1}^{FI} N_i'' \frac{\left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right)^\beta e^{-\left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right)^\beta} - \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right)^\beta e^{-\left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right)^\beta}}{e^{-\left(\frac{T_{Li}''}{\eta}\right)^\beta} - e^{-\left(\frac{T_{Ri}''}{\eta}\right)^\beta}} \end{aligned}$$

## APÊNDICE A – Fluxograma do Projeto

A Figura A1 apresenta o fluxograma do projeto.

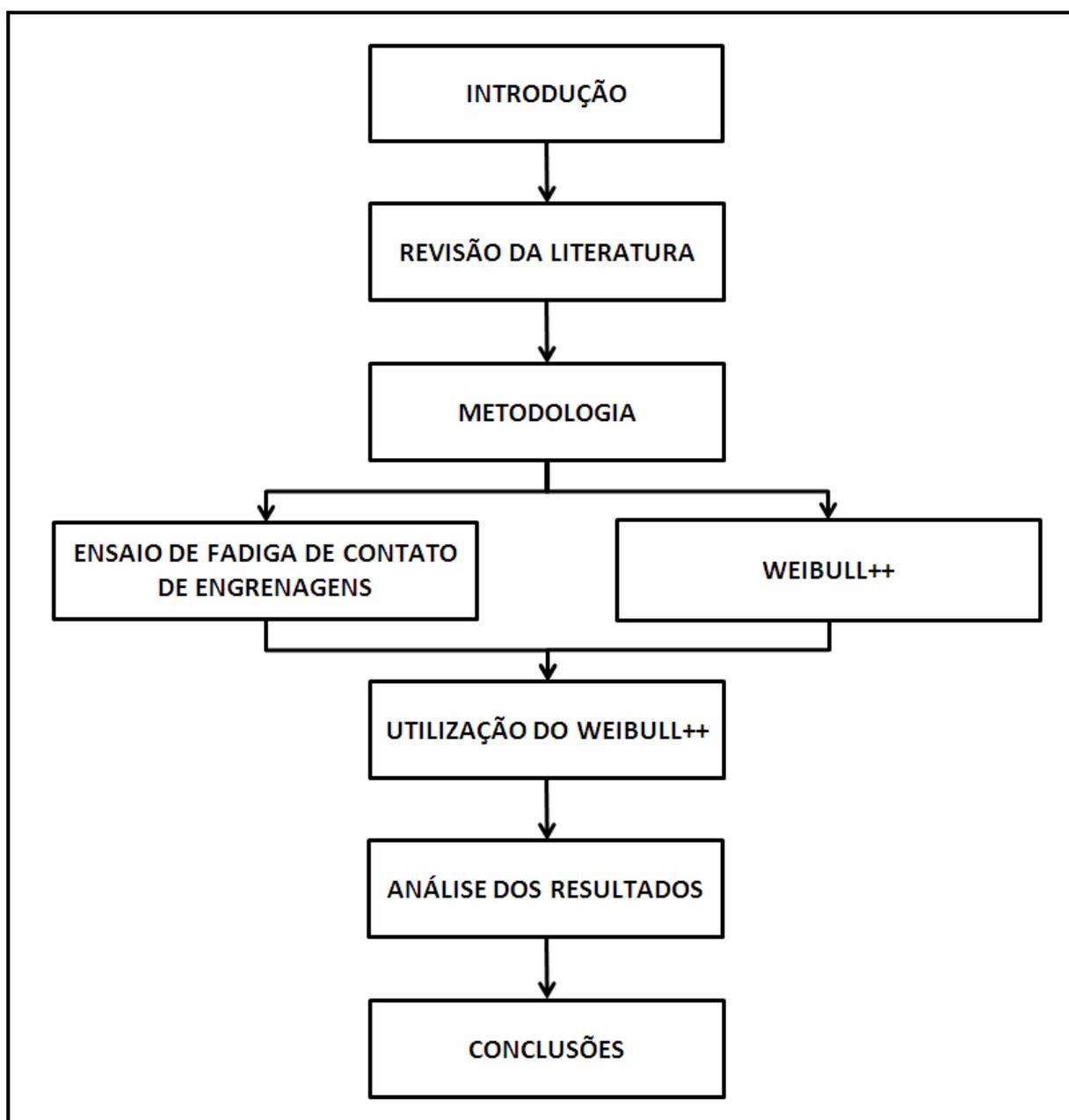


Figura A1 – Fluxograma do projeto

## APÊNDICE B – Breve Tutorial do Programa Computacional Weibull++

Este apêndice apresenta cada etapa realizada para se gerar o gráfico de Weibull a partir da análise de degradação dos dados resultantes dos ensaios de fadiga de contato de engrenagens, através da utilização do Weibull++ (versão 7).

Primeiramente, deve-se criar um novo projeto seguindo o assistente, como mostra a Figura B1. Ao se clicar no botão “Próximo”, será criado um projeto inteiramente novo e, se o botão “Concluir” for selecionado já nesta etapa, o novo projeto criado irá possuir as configurações do último projeto utilizado no programa.

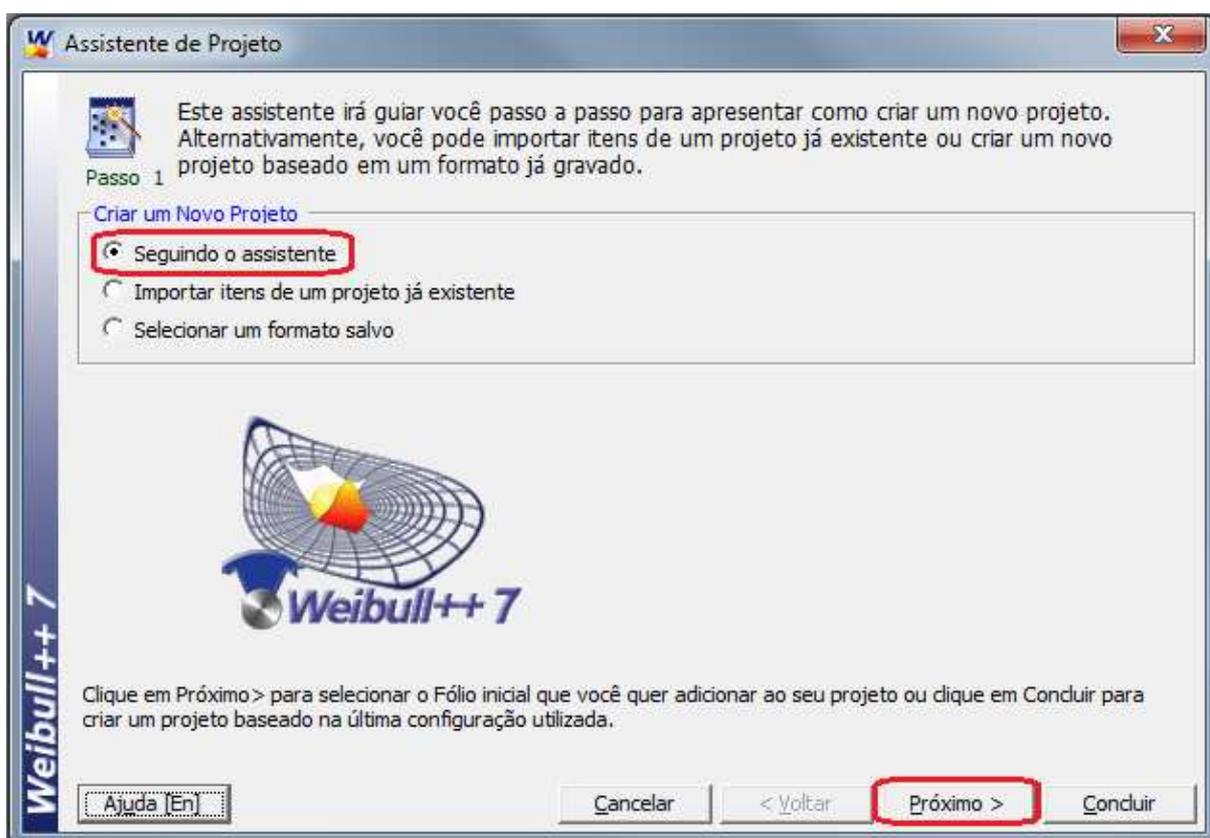


Figura B1 – Criação de um novo projeto seguindo o assistente

A próxima etapa consiste na escolha do fólio referente ao tipo de análise que será realizado no projeto, como é mostrado na Figura B2. Tendo em vista o modelo de dados obtidos neste TCC (dados que também contêm suspensões e censuras), é interessante partir do “Fólio de Análise de Degradação” e depois, numa próxima etapa, utilizar o “Fólio para Análise de Dados de Vida”, que é o fólio padrão para se gerar o gráfico de Weibull.

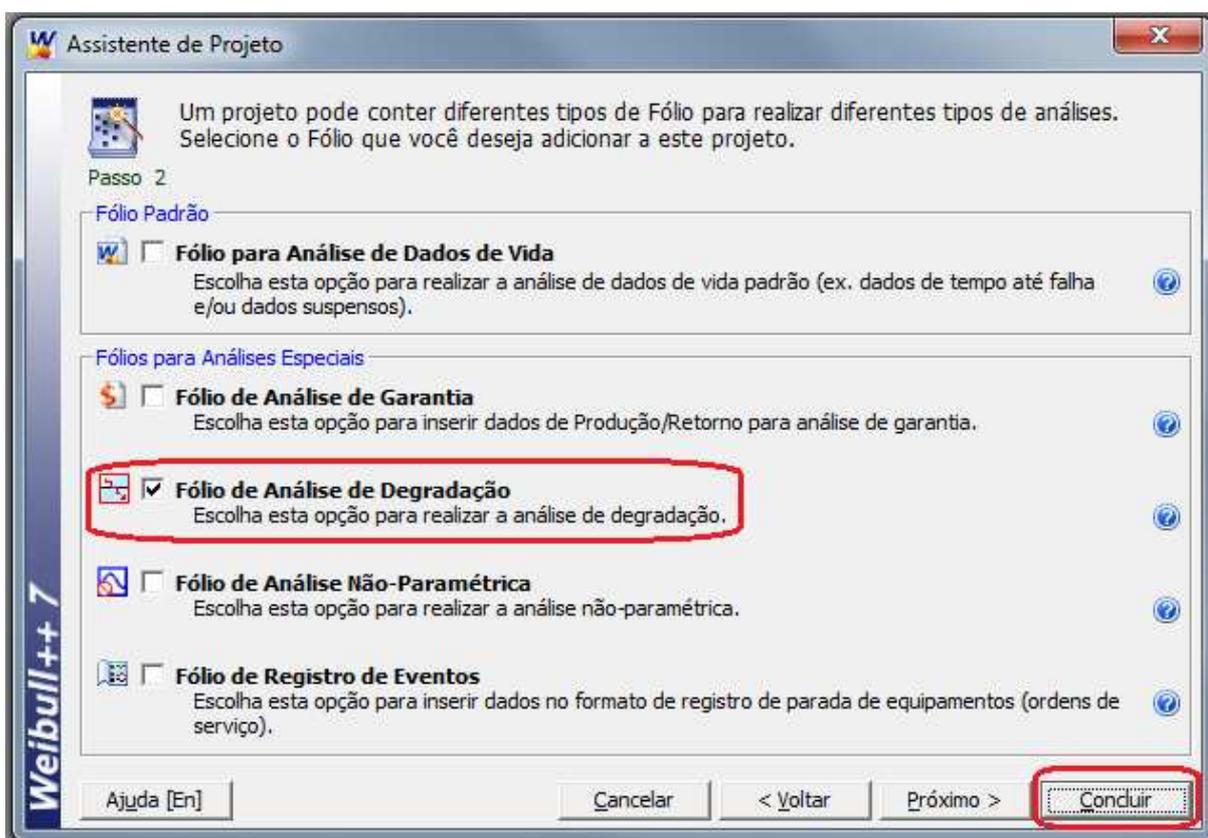


Figura B2 – Seleção do “Fólio de Análise de Degradação”

No “Fólio de Análise de Degradação”, deve-se inserir, então, os dados de degradação de cada material obtidos através dos ensaios, como pode ser observado na Figura B3 para o aço 4140. Cada material deve conter o seu próprio fólio. Na coluna da esquerda, “Tempo da Inspeção”, insere-se o valor de tempo (pode ser em horas, minutos, número de ciclos, etc.) decorrido em cada etapa do ensaio, com a respectiva degradação mensurada nesta etapa, que deve ser inserida na coluna

central: “Degradação”. A coluna da direita, “ID Item”, é utilizada para se diferenciar quais dados estão relacionados com qual amostra ensaiada.

Após os dados terem sido inseridos, deve-se selecionar o modelo de extrapolação “Exponencial” e informar a “Degradação Crítica”, que corresponde ao critério de falha assumido. Note que as unidades não precisam ser informadas, pois as legendas dos gráficos podem ser configuradas. Agora, deve-se clicar no botão “Calcular” (circulado em verde na figura), para que o programa processe todos os dados inseridos.

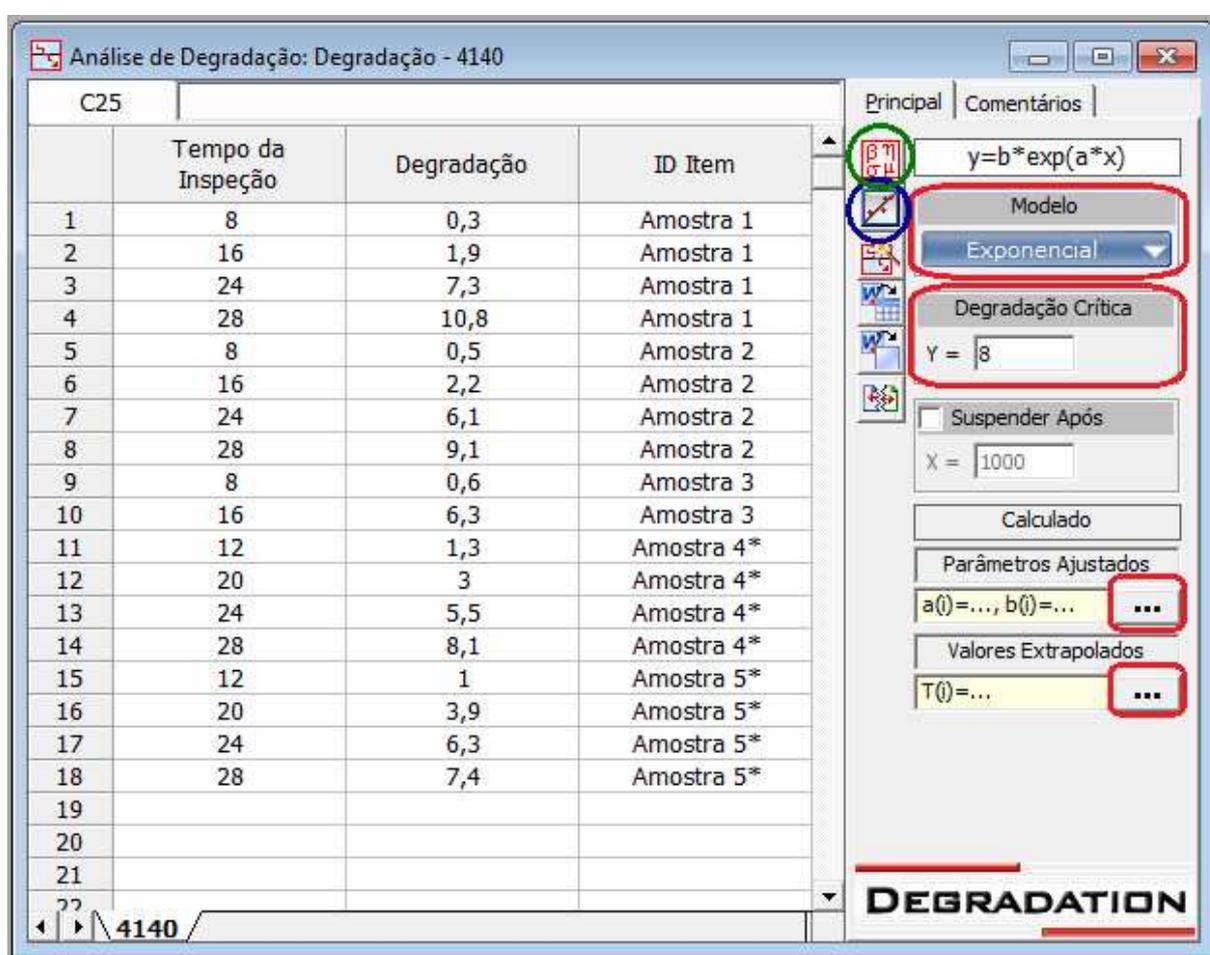
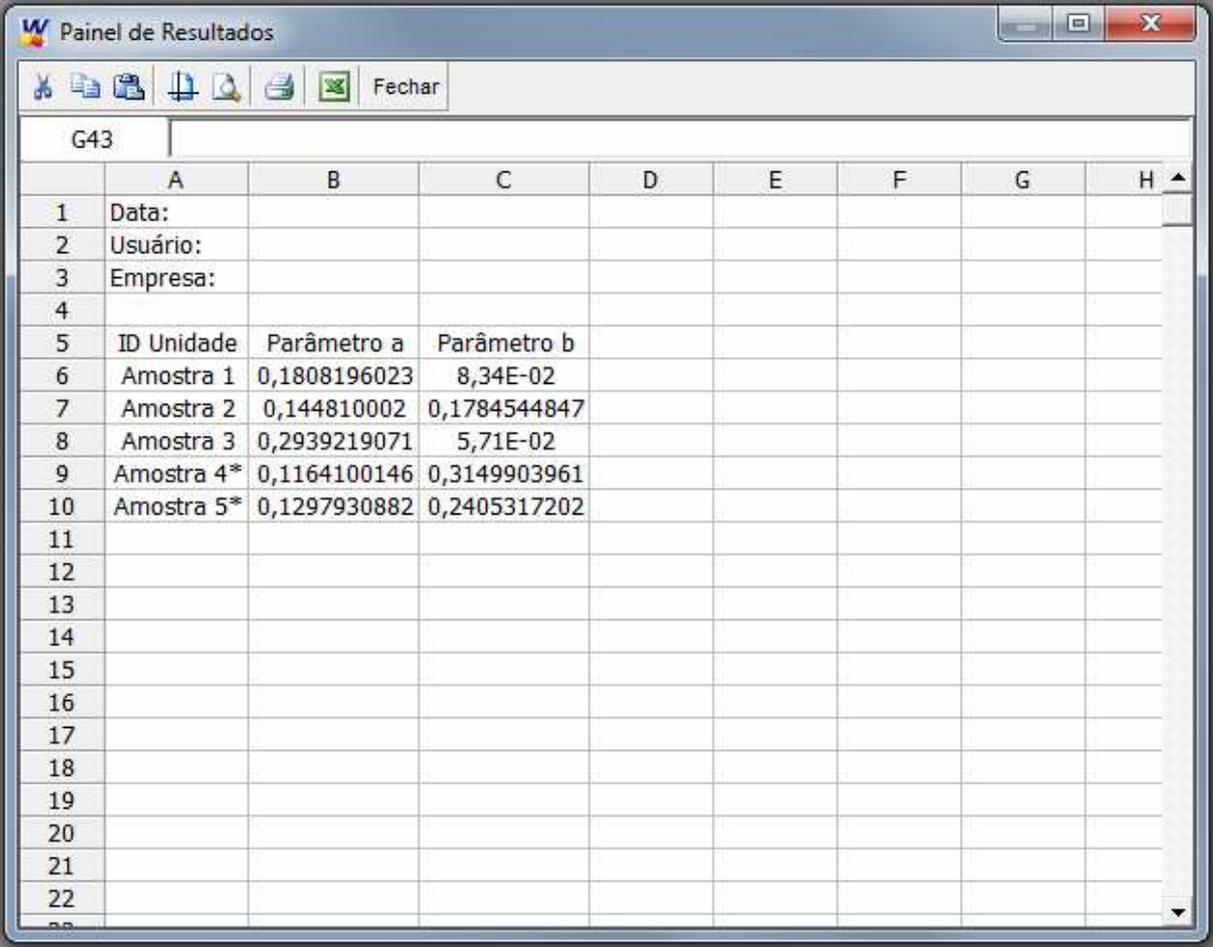


Figura B3 – Dados de degradação inseridos no fólio

Clicando-se nos símbolos de reticências dos “Parâmetros Ajustados” e dos “Valores Extrapolados” da Figura B3, se tem acesso aos valores dos parâmetros da curva exponencial e também ao valor do tempo estimado para a falha de cada

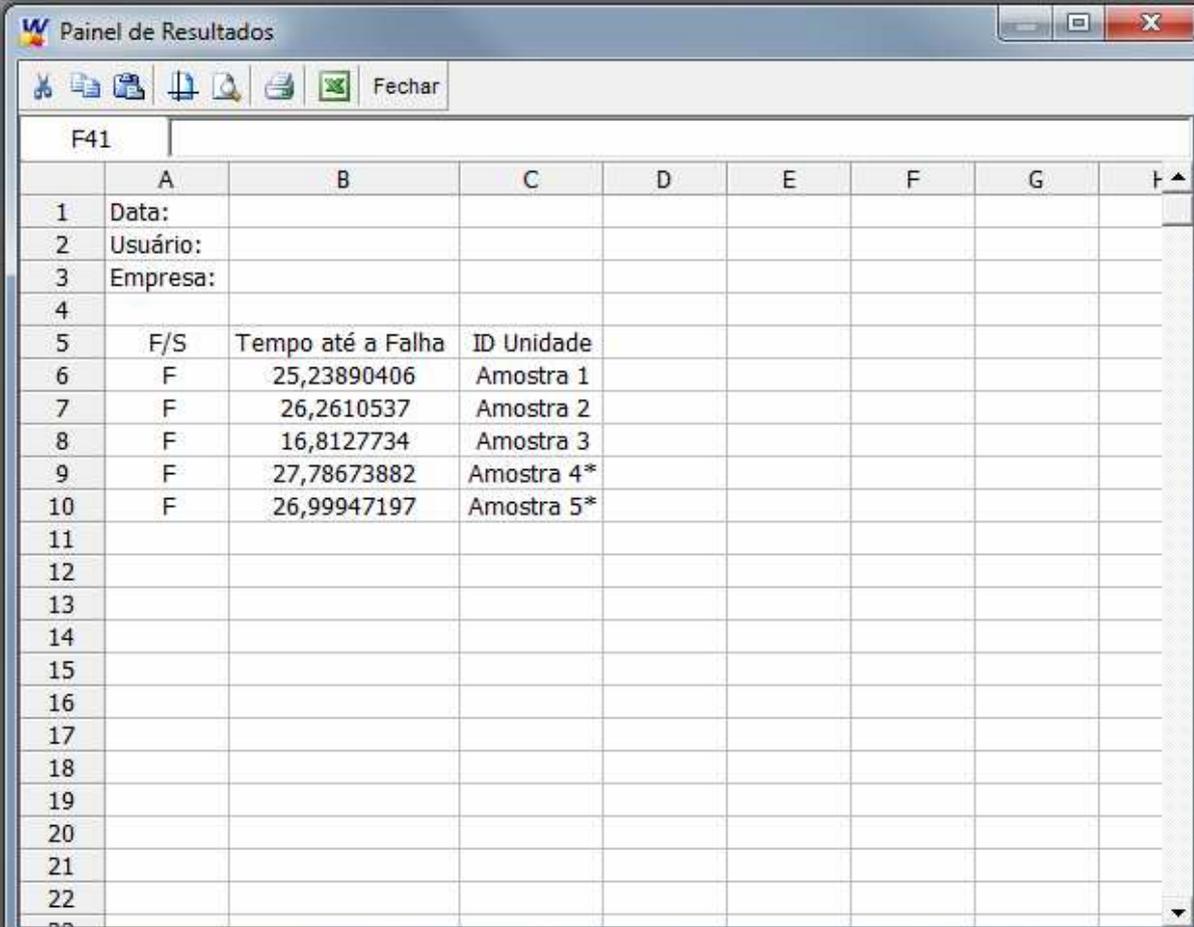
amostra, equivalente ao critério de falha estabelecido, mostrados nas Figuras B4 e B5, respectivamente.



The image shows a screenshot of a software window titled "Painel de Resultados". The window contains a spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Data:							
2	Usuário:							
3	Empresa:							
4								
5	ID Unidade	Parâmetro a	Parâmetro b					
6	Amostra 1	0,1808196023	8,34E-02					
7	Amostra 2	0,144810002	0,1784544847					
8	Amostra 3	0,2939219071	5,71E-02					
9	Amostra 4*	0,1164100146	0,3149903961					
10	Amostra 5*	0,1297930882	0,2405317202					
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								

Figura B4 – Parâmetros da curva exponencial de degradação de cada amostra



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Data:							
2	Usuário:							
3	Empresa:							
4								
5	F/S	Tempo até a Falha	ID Unidade					
6	F	25,23890406	Amostra 1					
7	F	26,2610537	Amostra 2					
8	F	16,8127734	Amostra 3					
9	F	27,78673882	Amostra 4*					
10	F	26,99947197	Amostra 5*					
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								

**Figura B5 – Tempo até a falha de cada amostra, estimado para o valor do critério de falha**

Para se gerar o gráfico com as curvas de degradação de cada amostra, deve-se clicar no botão “Gráfico”, circulado em azul na Figura B3. O gráfico gerado é apresentado na Figura B6. Na pasta “Fólios Especiais”, destacada em vermelho nesta figura, devem ser adicionados mais dois fólios (para os outros dois materiais) e os mesmos procedimentos apresentados até agora devem ser executados. Após isto, deve-se adicionar uma planilha padrão na pasta “Fólios Padrões”, conforme também destacado em vermelho na Figura B6.

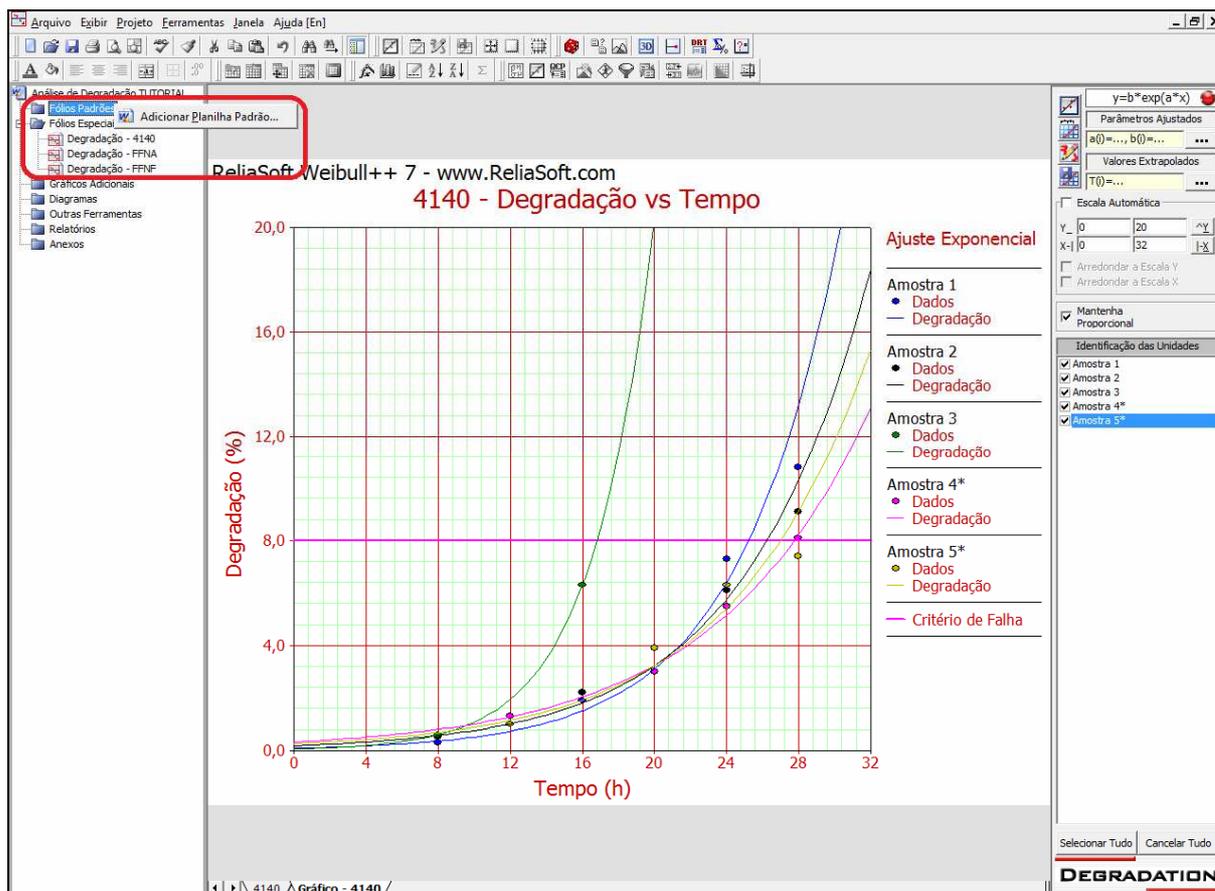


Figura B6 – Gráfico com as curvas de degradação de cada amostra do aço 4140

A planilha padrão adicionada possibilita se efetuar a “Análise dos Dados de Vida”. Deve-se então selecionar a opção “Dados de tempo até falha”, como mostrado na Figura B7. É importante ressaltar que, embora o modelo de dados obtido neste TCC contenha suspensões e dados censurados, as outras opções para dados mostrados na Figura B7 não necessitam ser selecionadas, pois a influência de tais tipos de dados já foi levada em consideração na análise de degradação para se estimar o tempo de vida referente ao exato valor do critério de falha.

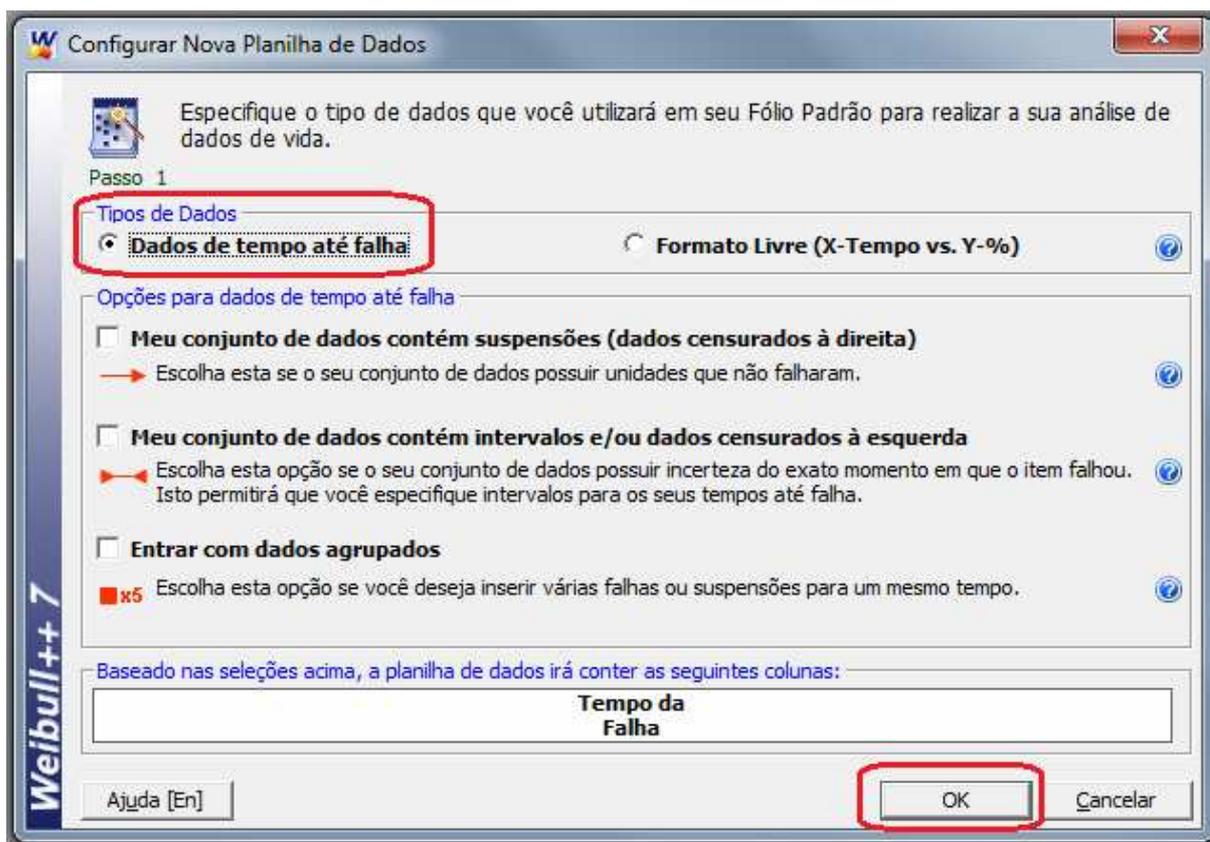
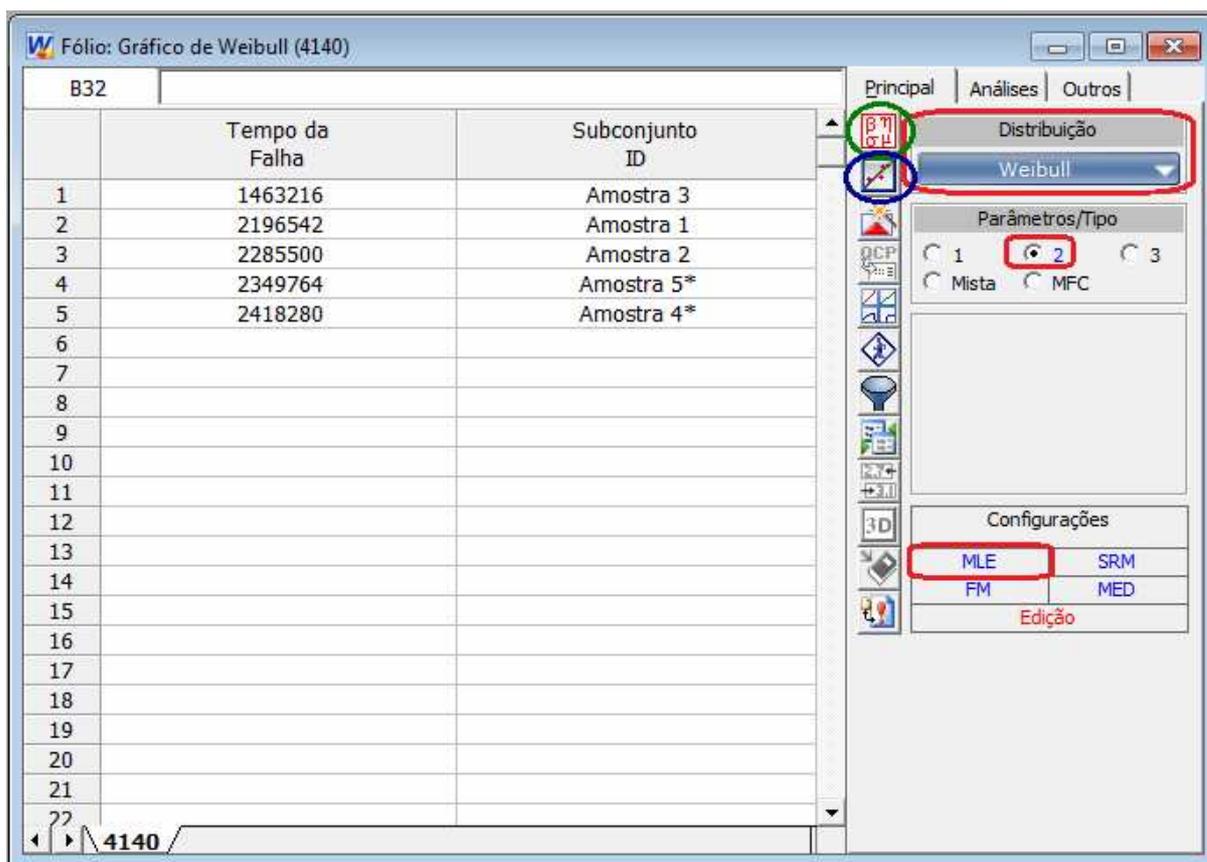


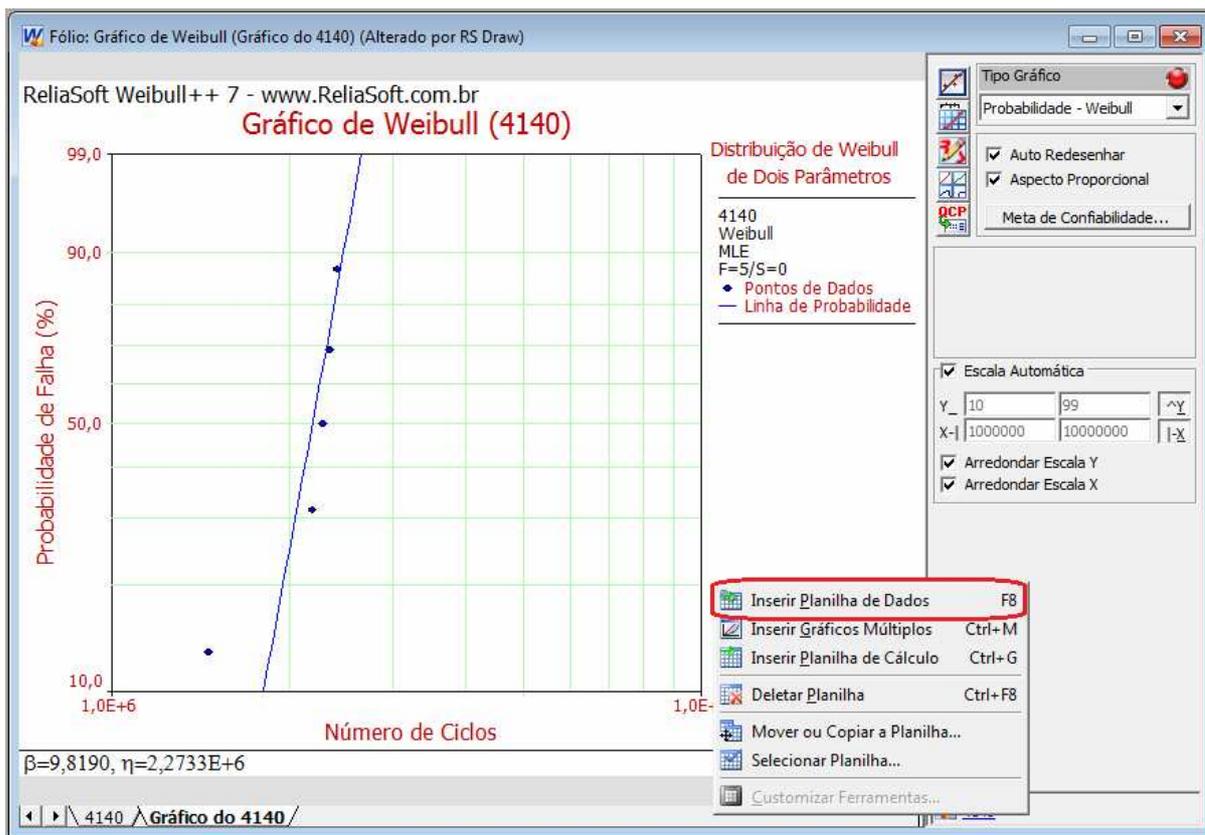
Figura B7 – Seleção da opção “Dados de tempo até falha” na análise de dados de vida

A próxima etapa, apresentada na Figura B8, consiste em inserir os dados de tempo até falha de cada amostra, mostrados anteriormente na Figura B5 (note que tais dados foram calculados em unidade de horas e, nesta presente etapa, eles foram convertidos manualmente e inseridos em unidade de número de ciclos). Novamente, cada material deve conter o seu próprio fólio. Deve-se, então, selecionar as opções de distribuição de “Weibull” e “2” parâmetros, além do método de análise “MLE”. Após isto, basta clicar nos botões “Calcular” e, em seguida, “Gráfico”.



**Figura B8 – Dados de tempo até falha do aço 4140 e seleção do tipo de distribuição estatística e método de análise**

Com isso, gera-se o gráfico de Weibull para o material em questão, como mostra a Figura B9. Deve-se, então, inserir uma nova planilha de dados, como destacado em vermelho nesta figura, e o mesmo procedimento descrito na Figura B8 deve ser realizado para os outros materiais.



**Figura B9 – Gráfico de Weibull do aço 4140**

A próxima etapa consiste em gerar o gráfico de Weibull múltiplo, ou seja, que contém a curva de Weibull de cada material em um mesmo gráfico. Para tanto, basta inserir um gráfico múltiplo conforme destacado em vermelho na Figura B10.

Nota-se que serão selecionadas as planilhas de gráficos de cada material existente no projeto, conforme destacado em vermelho na Figura B11. Em seguida, basta clicar no botão “Calcular” mostrado nesta figura.

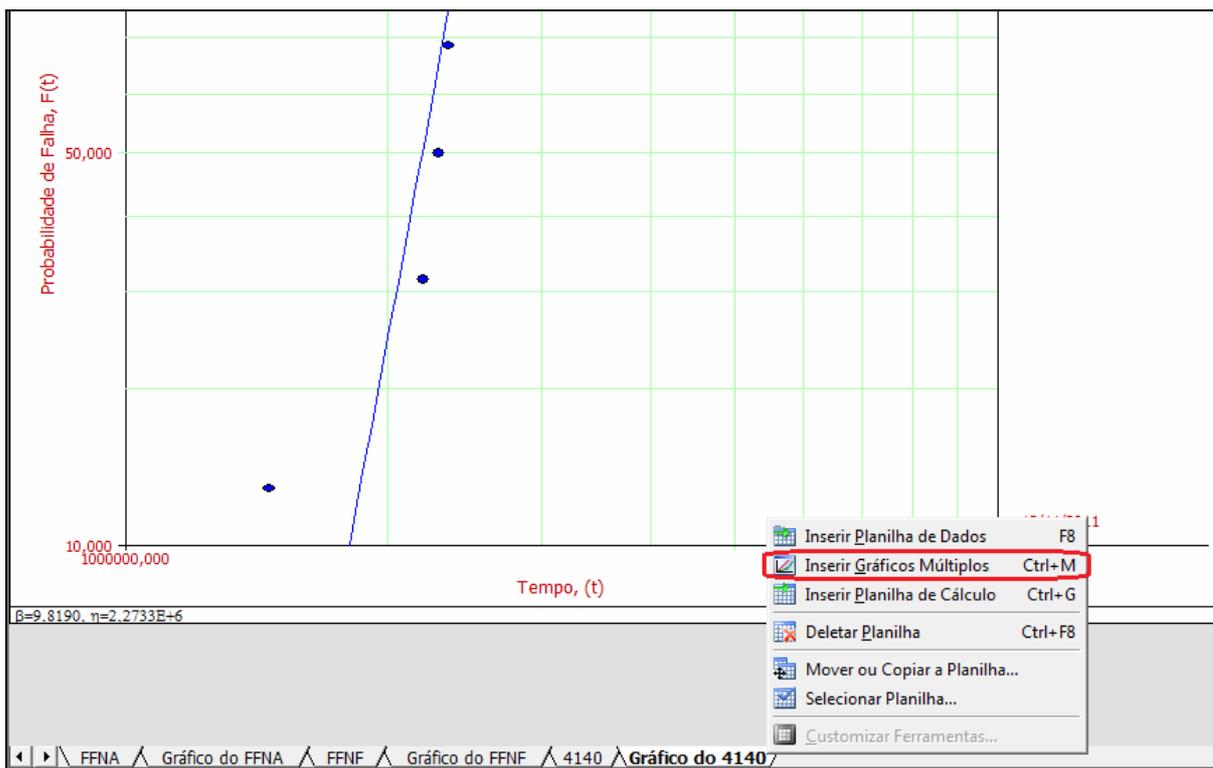


Figura B10 – Seleção da opção “Inserir Gráficos Múltiplos”

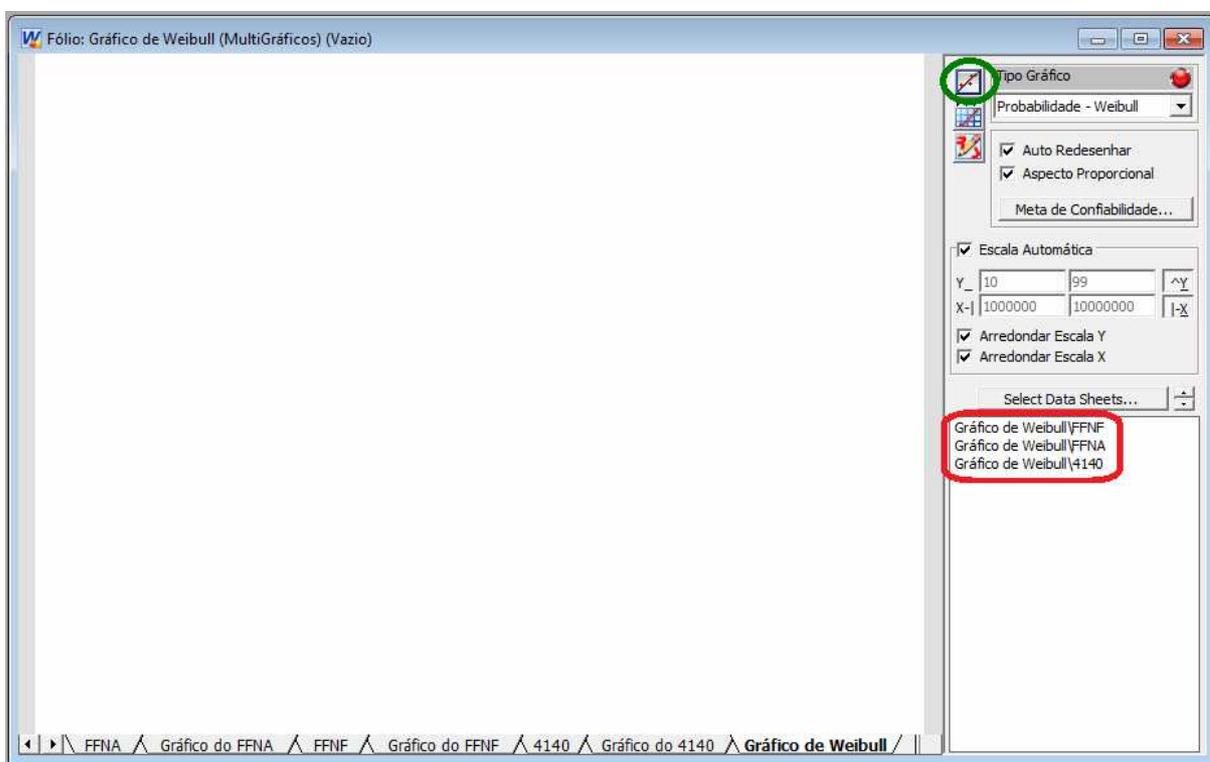


Figura B11 – Seleção automática das planilhas de gráficos de cada material para se gerar o gráfico de Weibull múltiplo

Com isso, é gerado o gráfico de Weibull contendo a curva de probabilidade de falha de cada material, como mostra a Figura B12, para uma confiabilidade de 90%. Este valor de confiabilidade é o valor padrão para cálculos utilizado no Weibull++, podendo ser alterado pelo usuário.

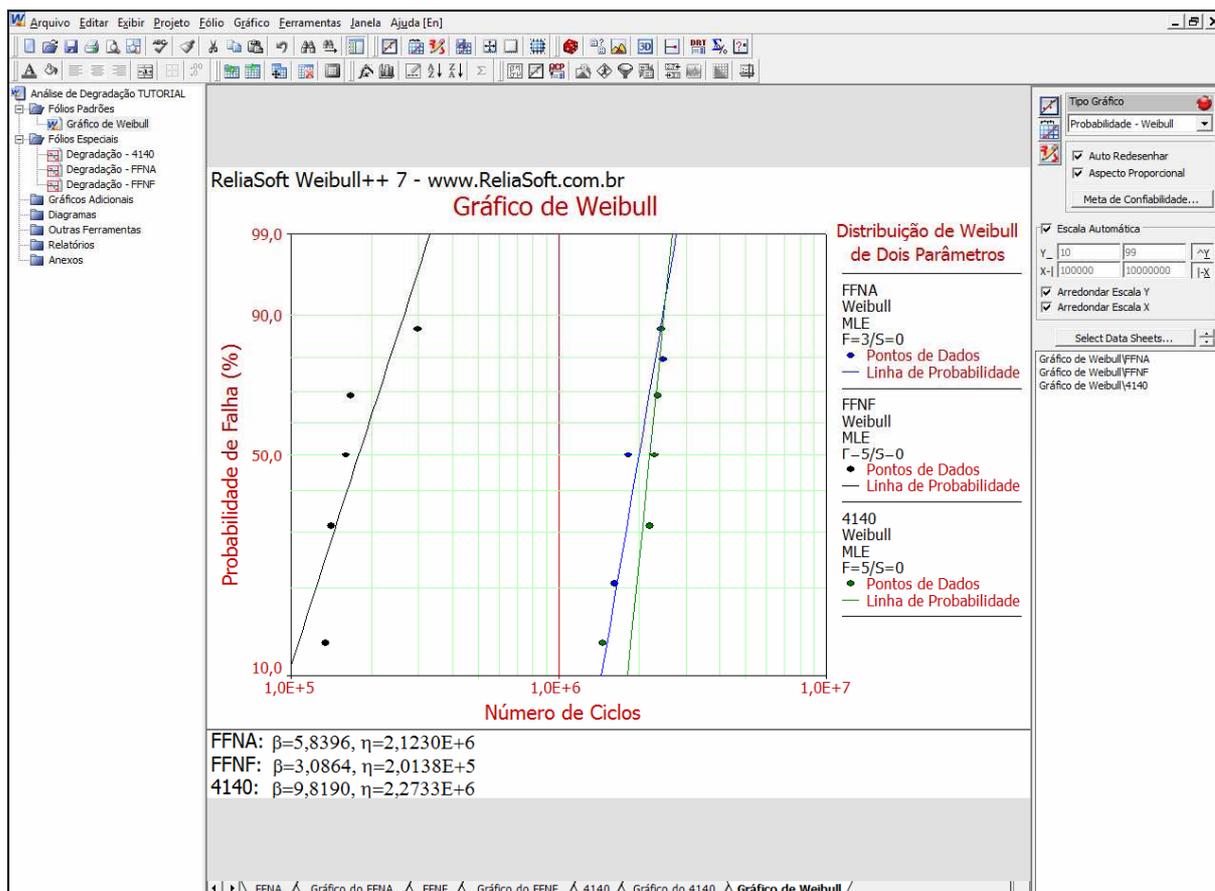


Figura B12 – Gráfico de Weibull contendo a curva de cada material