

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA
CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL ELÉTRICA/ELETROTÉCNICA

LARISSA MENSCH GARCIA
LIZYANE GONÇALVES LOPES
PAOLA MARIANI DA SILVA

**ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS
MULTIMÁQUINAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2013

LARISSA MENSCH GARCIA
LIZYANE GONÇALVES LOPES
PAOLA MARIANI DA SILVA

ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS MULTIMÁQUINAS

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior de Engenharia Industrial Elétrica – Ênfase em Eletrotécnica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica – DAELT – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de engenheiro eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito

CURITIBA

2013

Larissa Mensch Garcia
Lizyane Gonçalves Lopes
Paola Mariani da Silva

Estudo de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação foi julgado e aprovado como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Eletricista, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Curitiba, 03 de outubro de 2013.

Prof. Emerson Rigoni, Dr.
Coordenador de Curso
Engenharia Elétrica

Profa. Annemarlen Gehrke Castagna, Mestre
Coordenadora dos Trabalhos de Conclusão de Curso
de Engenharia Elétrica do DAELT

ORIENTAÇÃO

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Orientador

BANCA EXAMINADORA

Annemarlen Gehrke Castagna, Ma.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Andrea Lucia Costa, Dra.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Paulo Cicero Fritzen, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

A folha de aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica

À todos os estudantes que buscam o conhecimento.

À Terezinha Lili, Valcy, Zilda e Aryvanil, pelos exemplos e contra-exemplos de vida.

AGRADECIMENTOS

A eterna gratidão à Deus, por nos dar a oportunidade de viver, sabedoria para construir e persistência para terminar, mesmo que estivéssemos distantes. Minha sincera admiração e gratidão pelo Seu amor e apoio permanente.

Agradecemos aos nossos sábios pais, nossos primeiros professores, que desde o início desenvolveram o seu amor incondicional e a sua dedicação por nós. Se no futuro próximo seremos engenheiras, devemos isso a vocês.

Aos nossos irmãos e amigos pelos anos de carinho e dedicação que foram fundamentais para que nós tornássemos quem somos hoje, assim como pela solidariedade e pelas constantes manifestações de interesse e encorajamento.

Depositamos os mais sinceros votos de agradecimento ao incansável Professor Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito pela sua orientação segura e objetiva e pela acolhida paciente de um mestre.

Agradecemos aos amigos Mariana Amatuzzi e Lucas Mendes e companheiro Welington Fagundes Busulo pela amizade e o incentivo, sempre tão reforçador, ao longo da concretização deste trabalho.

Para Railton Costa Carvalho um especial agradecimento por propiciar sua ajuda espontânea e necessária. Desejamos-lhe que a sua generosidade e cortesia sejam sempre alimentadas e reconhecidas.

À UTFPR pela oportunidade de nos tornar Engenheiras Eletricistas.

“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos.”
(NEWTON, Isaac, 1642-1727).

RESUMO

GARCIA, Larissa Mensch; LOPES, Lizyane Gonçalves; SILVA, Paola Mariani da. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas**. 2013. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso Superior de Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

Os Sistemas Elétricos de Potência estão sujeitos a uma ampla gama de distúrbios e perturbações. Dependendo do tipo e magnitude, a perturbação pode causar sérios danos aos sistemas elétricos e levar a grandes mudanças estruturais devido à atuação dos dispositivos de proteção e consequente isolamento dos elementos sob falta. Quando a perturbação é severa, como um curto-circuito trifásico, os estudos de estabilidade são denominados de “Estabilidade Transitória” (ou estabilidade a grandes perturbações). Em tais estudos, o foco é a análise de sincronismo dos inúmeros geradores síncronos operando em paralelo, que podem sofrer aceleração ou desaceleração dos ângulos do rotor devido ao desequilíbrio entre potência mecânica e elétrica, encontrando ou não um novo ponto de equilíbrio. Neste contexto, a atuação dos relés e disjuntores deve ser suficientemente rápida para eliminar o defeito e evitar danos severos aos equipamentos e a perda de sincronismo entre os geradores síncronos. Logo, encontrar o tempo crítico de abertura dos disjuntores torna-se crucial para a parametrização correta dos equipamentos de proteção e, conseqüentemente, para manter o sistema transitoriamente estável. A partir dessas considerações, o objetivo geral deste trabalho é realizar a análise de estabilidade transitória de sistemas multimáquinas, considerando distúrbios do tipo curto-circuito trifásico, e encontrar os tempos críticos de abertura de disjuntores.

Para delinear o tema e contemplar o objetivo, as equações e a modelagem que definem o comportamento das máquinas e dos elementos do sistema são apresentados. Além disso, são apresentados os resultados de simulações de um sistema de 3 barras e 3 geradores, que foram simulados através de um programa de estabilidade desenvolvido em MATLAB, que resolve as equações diferenciais através do método de Euler.

Palavras-chaves: Sistemas Elétricos de Potência; Estabilidade Transitória; Tempo Crítico de Abertura; Sincronismo; Multimáquinas.

ABSTRACT

GARCIA, Larissa Mensch; LOPES, Lizyane Gonçalves; SILVA, Paola Mariani da. **Study of transient stability in multimachine systems**. 2013. 85 f. Graduation Conclusion Work – Superior Course in Electrical Engineering. Parana's Federal Technological University, Curitiba, 2013.

Electric Power Systems may be subject to a wide variety of disturbances. Depending on type and magnitude, a disturbance may cause serious damage to power systems, leading to structural changes after the operation of protective elements and consequent mitigation of the fault. When considering a severe disturbance, such as a three-phase short-circuit, the stability studies are called "Transient Stability" (or stability on great disturbances). Such studies focus on analyzing the synchronism of the various synchronous generator on parallel operation, which may suffer acceleration or deceleration of the rotor angles due to the unbalance between electrical and mechanical power, finding or not a new balance point afterwards. In this context, the operation of relays and circuit breakers should be quick enough to eliminate the defect and avoid severe damage to equipment and loss of synchronism between the generators. Therefore, finding the critical opening time for the circuit breakers becomes crucial for the correct configuration of the protection equipment, and, consequently, for keeping the system stable. Considering all this information, the main goal of this monograph is to analyze the transient stability of power systems with several generators, considering three-phase disturbances and finding the critical opening times for the breakers.

In order to clarify the theme and contemplate the final objective, the equations and modelling that define the behavior of the system elements are presented. Besides, the results of simulations on a system with three buses and three generators, simulated through a stability program developed on the software MATLAB, which solves differential equations through Euler's method, are presented.

Keywords: Electric Power Systems; Transient Stability; Critical Opening Time; Synchronism; Multimachine.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de linha curta.....	22
Figura 2 – Modelo de linha média.....	23
Figura 3 – Modelo de linha longa para uma das fases.....	25
Figura 4 – Esquema de um transformador monofásico	27
Figura 5 – Modelo do transformador monofásico com os parâmetros referidos ao primário desprezando o ramo paralelo e a resistência.....	27
Figura 6 – Modelo simplificado do transformador para o SEP	28
Figura 7 – Modelo por fase do gerador síncrono	28
Figura 8 – Carga com potência constante para estudo de fluxo de potência.....	29
Figura 9 – Carga com impedância constante para estudo de estabilidade	30
Figura 10 – Gerador utilizando a Transformação de Park.....	33
Figura 11 – Circuito elétrico equivalente de um gerador representado pelo modelo clássico.....	33
Figura 12 – Sistema estável.....	35
Figura 13 – Sistema instável.....	36
Figura 14 – Sistema de três barras e três geradores	45
Figura 15 – Sistema transitoriamente estável.....	52
Figura 16 – Sistema transitoriamente instável.....	52
Figura 17 – Gráfico da solução	56
Figura 18 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,175 segundos.....	67
Figura 19 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,176 segundos.....	67
Figura 20 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,194 segundos.....	68
Figura 21 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,196 segundos.....	69
Figura 22 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,095 segundos.....	70
Figura 23 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,096 segundos.....	70

Figura 24 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,257 segundos.....	71
Figura 25 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,258 segundos.....	72
Figura 26 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com o tempo de abertura de 0,225 segundos.....	73
Figura 27 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com o tempo de abertura de 0,226 segundos.....	74
Figura 28 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,330 segundos.....	74
Figura 29 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,340 segundos.....	75
Figura 30 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,350 segundos.....	75
Figura 31 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,358 segundos.....	76
Figura 32 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,359 segundos.....	76
Figura 33 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,360 segundos.....	77
Figura 34 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,361 segundos.....	77
Figura 35 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,005 segundos.....	78
Figura 36 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,104 segundos.....	79
Figura 37 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,105 segundos.....	79
Figura 38 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,269 segundos.....	80
Figura 39 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,270 segundos.....	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de Barra	46
Tabela 2 – Dados de Linha	46

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MATLAB – *Matrix Laboratory*

PIB – Produto Interno Bruto

CC – Corrente Contínua

SEP – Sistemas Elétricos de Potência

p.u. – Por unidade

PVI – Problema de valor inicial

f.e.m. – Força eletromotriz

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Tema	16
1.1.1. Delimitação do Tema	17
1.2. Problema e premissas.....	17
1.3. Objetivos.....	18
1.3.1. Objetivo Geral.....	18
1.3.2. Objetivos Específicos	18
1.4. Justificativa.....	19
1.5. Procedimentos metodológicos	19
1.6. Estrutura do trabalho	20
2. REVISÃO DE SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA E ESTABILIDADE EM MÁQUINAS SÍNCRONAS	21
2.1. Conceitos gerais de sistemas elétricos de potência	21
2.1.1. Linhas de Transmissão.....	21
2.1.1.1. Modelo de Linha Curta – até 80 km	22
2.1.1.2. Modelo de Linha Média – de 80 km até 240 km	23
2.1.1.3. Modelo de Linha Longa – Acima de 240 km	24
2.1.2. Transformador de Potência.....	26
2.1.3. Gerador	28
2.1.4. Cargas	29
2.1.4.1. Representação da Carga para Fluxo de Potência.....	29
2.1.4.2. Representação da Carga para Estudo de Curto-Circuito.....	30
2.1.4.3. Representação da Carga para Estudo de Estabilidade.....	30
2.2. Modelagem dinâmica da máquina síncrona	31
2.2.1. Princípios de Funcionamento	31
2.2.2. Modelo Clássico.....	32
2.3. Estabilidade de máquinas síncronas	34
2.3.1. Tipos de Estabilidade	36
2.3.1.1. Estabilidade transitória	37
2.4. Sistemas Multimáquinas	38
3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA	54
3.1. MATLAB	54
3.2. Método de Euler	55
3.3. Eliminação de Gauss aplicada ao problema de estabilidade transitória.....	57

3.4. Programa de estabilidade transitória	58
3.4.1. Descrição do Programa	59
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
4.1. Sugestões para trabalhos futuros.....	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

1. INTRODUÇÃO

Há muito tempo que a energia elétrica deixou de ser um luxo para poucos e se tornou uma necessidade para quase todos. A sua utilização, que iniciou no Brasil em 1879 com a iluminação de uma estrada de ferro (ESCELSA), hoje está presente na casa da maioria dos brasileiros e é utilizada nas tarefas mais corriqueiras como fazer um simples café. O consumo de energia vem crescendo rapidamente como fruto do crescimento populacional concentrado nas zonas urbanas e a modernização da economia, com número de eletrodomésticos indispensáveis que se tem em casa e as máquinas cada vez mais potentes nas indústrias. Nas duas últimas décadas, o consumo de energia apresentou índices de expansão superiores ao PIB.

A energia elétrica no Brasil é produzida em sua totalidade em corrente alternada e para a transmissão, com exceção do Elo CC que leva energia de Foz Iguaçu (PR) a Ibiúna (SP), possui uma rede alternada trifásica de aproximadamente 89,2 mil km que leva a energia produzida nas usinas até os centros consumidores, possibilitando que a energia produzida viaje centenas de quilômetros (ITAIPU BINACIONAL). Como vantagem tem-se a flexibilidade no atendimento das demandas e ainda cria-se a possibilidade de compra e venda de energia entre as áreas, mas por outro lado essas interligações criam inconvenientes. Por exemplo, quando acontece alguma falha em qualquer ponto do sistema, todo ele pode ser atingido e danificado.

Todo esse sistema de transmissão é alimentado por máquinas síncronas capazes de transformar energia mecânica em energia elétrica quando utilizadas como geradores. A denominação “síncrona” é devida ao fato da mesma operar com uma velocidade de rotação constante sincronizada com a frequência elétrica alternada aplicada seus terminais. Em um sistema elétrico, vários geradores trabalham juntos e necessitam ter a mesma sequência de fases e mesma frequência. Quando esses requisitos são atendidos esse sistema trabalha em um ponto de operação estável.

Sistemas de energia elétrica são submetidos a uma ampla gama de distúrbios, de pequeno e grande porte. Pequenas perturbações na forma de alterações de carga ocorrem continuamente, o sistema deve ser capaz de ajustar-se às mudanças nas condições e operar de forma satisfatória. Deve também ser capaz

de suportar a numerosas perturbações de natureza grave, tal como um curto-circuito em uma linha de transmissão, a perda de um grande gerador ou de uma usina. Dependendo do tipo e magnitude, a perturbação pode levar a grandes mudanças estruturais devido à atuação dos dispositivos de proteção e consequente isolamento dos elementos sob falta (KUNDUR, *et al.*, 2004).

Quando esse grande sistema sofre algum distúrbio ou perturbação de pequena escala o estudo desses fenômenos é chamado de “Estabilidade Dinâmica” (ou estabilidade a pequenas perturbações) e quando a perturbação é em grande escala os estudos são denominados de “Estabilidade Transitória” (ou estabilidade a grandes perturbações), como curto-circuito trifásico, ao qual se dedica este trabalho.

Esse tipo de distúrbio causa um desequilíbrio de potência, surgindo aceleração ou desaceleração angular dos rotores, também ocasionado por um excesso ou falta de energia nas máquinas (geradores síncronos). Com isso os ângulos das máquinas irão se alterar no tempo na tentativa de restabelecer o novo equilíbrio de potência (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Dependendo da severidade desta falta o sistema pode sozinho encontrar um novo ponto de operação. Entretanto, devido à falta de potência sincronizante os geradores podem perder o sincronismo rapidamente e saírem de operação antes mesmo do sistema de controle das máquinas atuar.

Independentemente da eficácia do sistema de controle em restabelecer a operação normal do sistema, é necessária a atuação da proteção que isolará o defeito até que esse seja consertado.

É de suma importância, portanto que a proteção atue antes que o desequilíbrio de potência danifique o sistema de forma permanente. Por isso são desenvolvidos programas que possam calcular o tempo máximo de atuação dos disjuntores que isolam o defeito, a fim de proteger a integridade do sistema.

1.1. Tema

Estudo de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas.

1.1.1. Delimitação do Tema

O estudo de estabilidade transitória consiste nos casos envolvendo variações grandes e bruscas (impactos) de gerações e/ou cargas, as quais podem provocar perdas de sincronismo entre as máquinas síncronas ligadas no sistema (GUIMARÃES, 2009).

Estabilidade transitória está relacionada com a capacidade do sistema para manter o sincronismo quando submetido a uma perturbação grave, tal como um curto-circuito em uma linha de transmissão (KUNDUR, *et al.*, 2004).

Falta em um circuito elétrico é caracterizada por qualquer falha que interfira no fluxo de corrente deste circuito. As faltas podem ser classificadas como:

- Faltas Simétricas.
- Faltas Assimétricas.

As faltas simétricas, as quais serão abordadas nesse trabalho, compreendem as faltas do tipo trifásicas, na qual a análise é realizada em apenas uma das fases, os sinais de tensão e corrente são equilibrados (STEVENSON JR., 1994).

O defeito causado pela perda de sincronismo deve ser eliminado rapidamente, em um período de tempo menor que 1 segundo para se garantir a estabilidade, por isso é necessário calcular o tempo crítico de abertura dos disjuntores. Assim é possível ajustar os equipamentos necessários para proteção do sistema.

Para o pretendido estudo faz-se necessário o desenvolvimento de um programa, utilizando o *software* MATLAB, capaz de identificar o tempo crítico de abertura e analisar o sincronismo das máquinas (geradores) envolvidas.

1.2. Problema e premissas

A estabilidade transitória tem sido um tema bastante abordado em pesquisas, afinal garantir a integridade e bom funcionamento do sistema elétrico é de grande importância. Mas ainda é difícil encontrar a solução definitiva para este problema. Com sistemas cada vez maiores e as interligações entre um grande número de equipamentos, os estudos devem crescer na mesma proporção.

Construir uma base matemática é essencial para que se prove a confiabilidade dos resultados e o desenvolvimento de um programa traz a rapidez tão valorizada no mundo tecnológico.

A utilização do MATLAB compensa pelo fácil entendimento e a familiarização já adquirida através dos anos de curso. E a disponibilidade do mesmo na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (Laboratório D-106) trouxe a vantagem de ter acesso a uma ótima ferramenta sem agregar despesas ao trabalho.

A capacidade de calcular o tempo máximo que um sistema pode suportar fora do seu ponto de operação sem trazer danos a todo o sistema, ainda que em pequena escala, é uma necessidade.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo Geral

Desenvolvimento de programa computacional para análise de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Análise das perturbações do tipo curto-circuito trifásico.
- Aplicação do método passo a passo de análise de estabilidade transitória e o método de integração numérica de Euler.
- Ajuste do valor de tempo crítico de abertura dos disjuntores após a falta visando a permanência do sincronismo dos geradores síncronos.
- Estudo dos conceitos de programação em MATLAB.
- Desenvolvimento e implementação do programa de estabilidade transitória utilizando o *software* MATLAB.
- Estudo e simulação do caso de um sistema de 3 barras e 3 geradores através do programa desenvolvido em MATLAB.

1.4. Justificativa

A estabilidade das instalações elétricas é um tema que está na mídia, principalmente após o apagão ocorrido em 10 de novembro de 2009 que evidenciou algumas falhas em nosso sistema elétrico e que, assim como o ocorrido em 11 de março de 1999, teve a explicação pouco convincente de um curto-circuito devido a fenômenos climáticos.

Curtos-circuitos trifásicos, em sistemas elétricos, podem ser causados por diversos fatores, além da necessidade de medidas para prevenção dessas faltas é preciso garantir que o sistema elétrico não seja danificado.

Um dos pontos mais vulneráveis desses sistemas são os disjuntores que atuam diante de uma falta. O que se faz necessário, portanto, é conhecer e determinar o tempo de desarme do mesmo para que o sistema como um todo não sofra qualquer tipo de dano, garantindo sua integridade diante da situação mais adversa.

Quando um gerador perde o sincronismo com o resto do sistema ocorrem flutuações de corrente e tensões que podem acarretar o desligamento de várias linhas pelas suas respectivas proteções. Quando se calcula o tempo de desarme do disjuntor de forma correta garante-se que a falta seja isolada antes que os geradores do sistema percam o sincronismo, evitando assim danos permanentes ao sistema.

1.5. Procedimentos metodológicos

Primeiramente foi realizado o levantamento e revisão bibliográfica encontrada em livros e artigos técnicos dedicados ao mesmo tema de estudo deste trabalho. Após essa etapa, foi iniciado o equacionamento matemático do problema através do Método de Euler, conhecimento matemático adquirido no curso de engenharia, que forneceu a base para o início da construção das linhas de programação.

Posteriormente com o método matemático já desenvolvido foi iniciado o processo de programação no *software* MATLAB, para o cálculo do tempo máximo estimado para um sistema multimáquinas.

Depois da finalização do programa computacional, foram feitos testes através de um problema em um sistema multimáquinas com três barras e três geradores já conhecido para checar a funcionalidade do programa.

1.6. Estrutura do trabalho

A estrutura desse trabalho escrito é descrita a seguir:

Capítulo 1 - Introdução com apresentação e delimitação do tema, problemas e premissas, objetivo geral, objetivos específicos, justificativa e procedimentos metodológicos.

Capítulo 2 – Embasamento teórico sobre Estabilidade Transitória em SEP, apresentando conceitos gerais de SEP e estabilidade, modelagem do SEP, modelagem da máquina síncrona e sistemas multimáquinas.

Capítulo 3 – Descrição do desenvolvimento do programa de estabilidade. A partir dos conceitos sobre o *software* MATLAB foi desenvolvido o algoritmo que calcula o tempo de abertura dos disjuntores no caso de 3 barras e 3 geradores. Após o teste do algoritmo são apresentadas as telas de simulações contendo o tempo de abertura dos disjuntores e também os gráficos de sincronismo dos geradores.

Capítulo 4 – Considerações finais e sugestões de trabalhos futuros.

2. REVISÃO DE SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA E ESTABILIDADE EM MÁQUINAS SÍNCRONAS

2.1. Conceitos gerais de sistemas elétricos de potência

Normalmente, os Sistemas Elétricos de Potência são formados por estações geradoras de energia que se ligam a grandes centros de carga por meio de uma rede elétrica que conduz a potência a ser distribuída aos usuários através de transformadores e linhas de distribuição.

Para representar esses sistemas, assim como os seus componentes principais, aplica-se o diagrama unifilar: desenho monofásico do sistema trifásico que se utiliza de símbolos a fim de oferecer informações importantes de maneira concisa e que deve conter dados a respeito das cargas, valores nominais dos equipamentos, reatância dos diversos elementos presentes na rede e as devidas ligações a terra.

Os principais elementos a serem representados são:

- Linhas de transmissão;
- Transformadores de potência;
- Geradores;
- Cargas.

Cada um desses elementos possui formas variadas de representação, bem como exigem diferentes e específicos meios de análise. Os modelos apresentados nesta seção levam em consideração os seguintes critérios:

- Rede em regime permanente;
- Sequência positiva (sistema elétrico equilibrado e simétrico);
- Valores em p.u. (por unidade).

2.1.1. Linhas de Transmissão

Trata-se do elemento responsável por transportar a energia elétrica gerada até próximo aos centros consumidores. Conforme local de geração e centro de

consumo altera-se o comprimento e os modelos a serem representados no diagrama. Desde que as linhas, transpostas ou não, possam ser consideradas equilibradas nas três fases todos os modelos aqui tratados serão expostos por fase.

2.1.1.1. Modelo de Linha Curta – até 80 km

Segundo Stevenson Jr. (1978), para as linhas abaixo de 80 km, a capacitância é desprezada por ser muito pequena, sendo a impedância da linha representada apenas pela indutância e resistência em série, como mostrado na Figura 1.

$$Z = (r + j\omega L)l \quad (1)$$

Onde:

r – resistência por fase (Ω/km);

L – indutância por fase (mH/km);

l – comprimento da linha (km);

ω – frequência angular (rad/s).

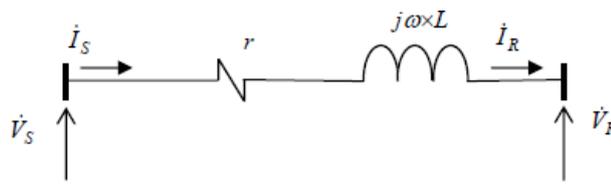


Figura 1 – Modelo de linha curta
Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Logo:

$$Z = r + jX \quad (2)$$

Como a corrente da barra transmissora (*send*) I_S é a mesma corrente da barra receptora (*receive*) I_R , isto é, $I_S = I_R$, tem-se que a tensão na barra transmissora (*send*) V_S pode ser encontrada pela expressão a seguir, quando se conhece a tensão na barra receptora (*receive*), V_R .

$$V_S = V_R + Z \times I_R \quad (3)$$

2.1.1.2. Modelo de Linha Média – de 80 km até 240 km

Neste caso, considera-se a capacitância da linha dividida igualmente entre suas extremidades, uma próxima à barra transmissora e outra à barra receptora (STEVENSON JR., 1978), como mostrado na Figura 2. Tal modelo também é conhecido como modelo π -nominal de linha.

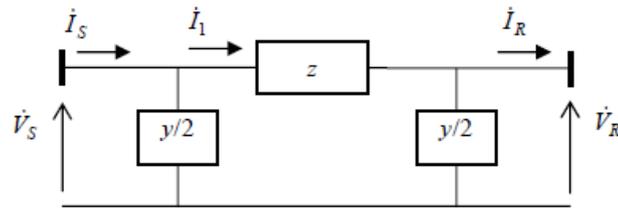


Figura 2 – Modelo de linha média
Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Partindo da mesma equação da linha curta:

$$Z = (r + j\omega L)l \quad (4)$$

A admitância em derivação (ou “shunt”) vale (lembrando que a admitância em derivação é o inverso de impedância em derivação):

$$Y = (g + j\omega C)l \quad (5)$$

Onde:

g – condutância de dispersão e normalmente é considerado nulo;

C – capacitância da linha (F).

Através das leis de Kirchhoff a corrente \dot{I}_1 pode ser escrita como:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_R + (Y/2)\dot{V}_R \quad (6)$$

A tensão \dot{V}_S vale:

$$\dot{V}_S = \dot{V}_R + Z\dot{I}_1 \quad (7)$$

Utilizando as equações (6) e (7):

$$\dot{V}_S = (1 + ZY/2)\dot{V}_R + Z\dot{I}_R \quad (8)$$

A corrente \dot{I}_S pode ser escrita como:

$$\dot{I}_S = \dot{I}_1 + (Y/2)\dot{V}_S \quad (9)$$

Substituindo \dot{I}_1 e \dot{V}_S em \dot{I}_S , temos:

$$\dot{I}_S = Y(1 + ZY/4)\dot{V}_R + (1 + ZY/2)\dot{I}_R \quad (10)$$

Separando em parâmetros A, B, C e D, obtém-se:

$$A = (1 + ZY/2) \quad (11)$$

$$B = Z \quad (\Omega) \quad (12)$$

$$C = Y(1 + ZY/4) \quad (\text{Siemens}) \quad (13)$$

$$D = (1 + ZY/2) \quad (14)$$

A partir das equações anteriores, o modelo em quadripolo de linha média torna-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_S \\ \dot{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_R \\ \dot{I}_R \end{bmatrix} \quad (15)$$

2.1.1.3. Modelo de Linha Longa – Acima de 240 km

O modelo de linha longa, também chamado de π -equivalente, é um formato aperfeiçoado do π -nominal, cujos critérios para a representação matemática adequada, de acordo com Stevenson Jr. (1978), contemplam:

- Parâmetros ao longo da linha uniformemente distribuídos;
- A teoria de ondas viajantes (progressivas e regressivas), o que resulta em equações diferenciais parciais.

$$dV/dx = zl \quad (16)$$

$$dl/dx = yV \quad (17)$$

Onde:

z – impedância (p.u.);

y – admitância (p.u.).

Comumente, em sistemas elétricos, tem-se interesse principal nas tensões dos barramentos e as correntes que “chegam” e “saem” dos mesmos.

Logo, o modelo de linha longa pode ser representado por parâmetros concentrados, mas “corrigidos”, conforme Figura 3.

A Figura 3 mostra o circuito π -equivalente do modelo de linha longa.

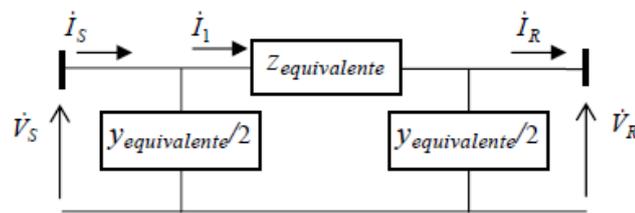


Figura 3 – Modelo de linha longa para uma das fases
Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Para este modelo, tem-se:

$$Z_{equivalente} = z \times \frac{\sinh(\gamma \times l)}{\gamma \times l} \quad (\Omega) \quad (18)$$

$$Y_{equivalente} = y \times \frac{\sinh(\gamma \times l/2)}{\gamma \times l/2} \quad (\text{Siemens}) \quad (19)$$

Sendo:

$\gamma = \sqrt{z \times y}$ - constante de propagação da onda (por metro da linha);

z - impedância série por metro de linha;

y - admitância *shunt* por metro de linha;

l - comprimento total da linha.

Matricialmente pode-se escrever o modelo de linha longa como o seguinte quadripolo:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_s \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_r \\ \dot{I}_r \end{bmatrix} \quad (20)$$

Onde:

$$A = \left(1 + \frac{Z_{eq} \times Y_{eq}}{2} \right) \quad (21)$$

$$B = Z_{eq} \quad (\Omega) \quad (22)$$

$$C = \left(1 + \frac{Z_{eq} \times Y_{eq}}{4} \right) \times Y_{eq} \quad (\text{Siemens}) \quad (23)$$

$$D = \left(1 + \frac{Z_{eq} \times Y_{eq}}{2} \right) \quad (24)$$

Para o estudo de estabilidade, normalmente se emprega o modelo do π -equivalente, o qual também é utilizado no presente trabalho e que versa sobre a estabilidade transitória em sistemas multimáquinas.

2.1.2. Transformador de Potência

O transformador de potência é o elemento responsável pela interligação do SEP, atuando como elevador ou abaixador de tensão para fins de transmissão e distribuição. No transporte de energia, há a necessidade de elevadas tensões a fim de minimizar perdas de transmissão. Entretanto, ao aproximar-se dos centros consumidores, deve-se reduzir a tensão para o consumo.

Segundo Pagotti (2010), classificam-se os transformadores dos sistemas de potência em três categorias:

- **Transformadores de geração:** valores de tensão na faixa de 20/345 [kV], usados para elevação de tensão para a transmissão a partir da geração;
- **Transformadores de transmissão:** tensões típicas de 345/500 [kV], utilizados em transporte de energia entre os diferentes níveis de tensão no SEP;
- **Transformadores de regulação:** utilizado no controle do fluxo de carga e da tensão.

Para fins de estudo, tem-se que o transformador monofásico é aquele com um enrolamento primário e outro secundário, conforme ilustra a Figura 4:

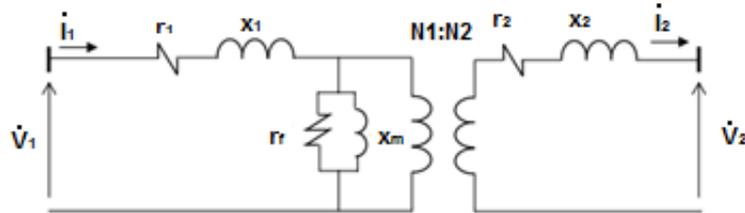


Figura 4 – Esquema de um transformador monofásico com dois enrolamentos
Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Na Figura 5, vê-se o mesmo transformador monofásico com dois enrolamentos, entretanto, com todos os parâmetros do secundário refletidos ao primário.

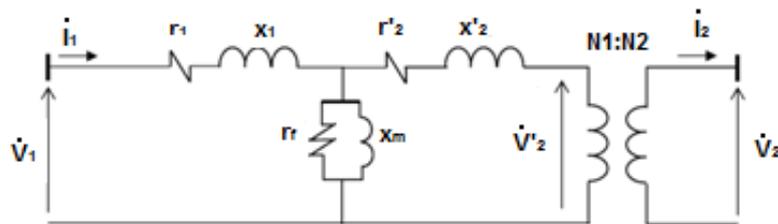


Figura 5 – Modelo do transformador monofásico com os parâmetros referidos ao primário desprezando o ramo paralelo e a resistência dos enrolamentos
Fonte: Stevenson Jr. (1978).

$$r'_2 = \left(\frac{N1}{N2}\right)^2 * r_2 = a^2 * r_2 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (25)$$

$$x'_2 = \left(\frac{N1}{N2}\right)^2 * x_2 = a^2 * x_2 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (26)$$

Onde $N1$ e $N2$ são respectivamente os números de espiras do primário e secundário.

$$R_{eq} = r_1 + r'_2 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (27)$$

$$X_{eq} = x_1 + x'_2 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (28)$$

Em sistemas elétricos de alta, extra ou ultra tensão, costuma-se desprezar o R_{eq} , pois se sabe que o rendimento de um transformador é elevado e normalmente superior a 98%.

Estudos afirmam que a corrente de magnetização do transformador é muito menor que a da carga, razão pela qual também se despreza o ramo paralelo, já que nesta situação o primário se torna um circuito em alta impedância (devido ao núcleo). Resta assim, a seguinte representação para o transformador em estudos de SEP, como mostra a Figura 6 (STEVENSON JR., 1978).

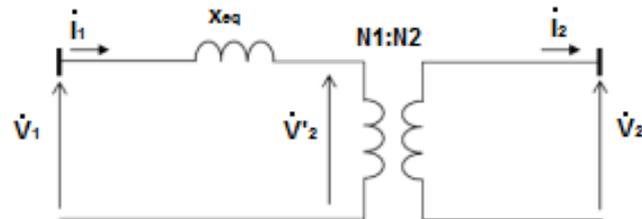


Figura 6 – Modelo simplificado do transformador para o SEP
 Fonte: Stevenson Jr. (1978).

2.1.3. Gerador

A modelagem desse tipo de equipamento é bastante complexa, já que ele apresenta vários enrolamentos, como o do estator, a armadura de campo e o de amortecimento. Porém, este tópico, se concentra no comportamento destas máquinas em regime permanente (sistema trifásico equilibrado) geralmente utilizado em estudos de SEP.

Dessa forma, uma máquina síncrona pode ser representada com uma fonte de força eletromotriz E em série com uma impedância interna, a qual é conhecida como impedância síncrona da máquina. Despreza-se a resistência de armadura na máquina quando ela é muito menor que X_s (STEVENSON JR., 1978). A Figura 7 ilustra esse modelo.

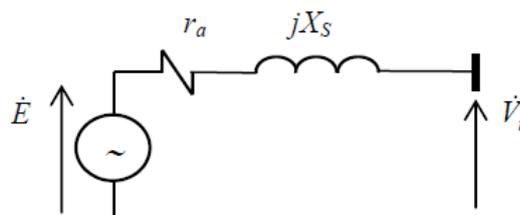


Figura 7 – Modelo por fase do gerador síncrono
 Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Sendo:

r_a – resistência de armadura;

X_s – reatância síncrona;

\dot{V}_t – tensão terminal do gerador.

Para o estudo de estabilidade, lança-se mão de outro modelo – que será descrito na seção (2.2.2) – utilizando-se como representação para a impedância do gerador a reatância transitória.

2.1.4. Cargas

Igualmente ao caso dos geradores, a representação da carga também depende do estudo a ser realizado. Assim, o comportamento da carga pode ser modelado em função da tensão sobre a mesma, conforme os tipos descritos a seguir.

2.1.4.1. Representação da Carga para Fluxo de Potência

A Figura 8 mostra a representação da carga com potência ativa e reativa constantes para o estudo de fluxo de potência.

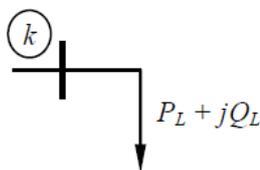


Figura 8 – Carga com potência constante para estudo de fluxo de potência

Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Sendo:

P_L – potência ativa;

Q_L – potência reativa.

2.1.4.2. Representação da Carga para Estudo de Curto-Circuito

Pequenas máquinas e baixas cargas estáticas são desprezadas. Nestes casos, segundo Stevenson Jr. (1978), por se tratar de máquinas de grande porte, somente elas são consideradas no estudo.

2.1.4.3. Representação da Carga para Estudo de Estabilidade

Nesta situação, a impedância é considerada constante, uma vez que o foco principal deste estudo se concentra na dinâmica do sistema (principalmente geradores síncronos) e não na dinâmica da carga (STEVENSON JR., 1978). A Figura 9 ilustra a representação da carga como impedância constante.

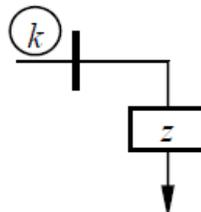


Figura 9 – Carga com impedância constante para estudo de estabilidade
 Fonte: Stevenson Jr. (1978).

Para o presente estudo, foi considerado o modelo de impedância constante. Com esse objetivo, as impedâncias das cargas foram incluídas na matriz admitância do sistema. Sendo assim, faz-se o uso da seguinte equação:

$$Y_{ncarga} = \frac{P_{ncarga} - j*Q_{ncarga}}{V_n^2} \quad (29)$$

Onde:

P – potência ativa da carga ligada à barra n ;

Q – potência reativa da carga ligada à barra n ;

V – módulo da tensão inicial na barra n ;

Y – representação da carga em admitância.

2.2. Modelagem dinâmica da máquina síncrona

Desde a construção das primeiras máquinas elétricas, a modelagem de máquinas síncronas é um problema de engenharia bastante estudado. Assim, a cada dia novas pesquisas e teorias são desenvolvidas nesta área, gerando diferentes propostas para o problema.

Nas pesquisas de estabilidade de sistemas de potência, estas modelagens são amplamente usadas, e por vez alguns usuários utilizam-se desse modelo sem que se dê a devida atenção aos fundamentos físicos que o embasam, proporcionando o seu uso de maneira incorreta.

Esta seção tem por objetivo apresentar fundamentos provenientes da teoria de máquinas síncronas que servirão para a construção de modelos do estudo de estabilidade em sistemas elétricos de potência.

2.2.1. Princípios de Funcionamento

A máquina síncrona é geralmente composta por um elemento girante, o rotor, envolvido por um elemento fixo denominado estator. O rotor contém um enrolamento chamado enrolamento de campo, alimentado com corrente contínua, inicialmente desconectado da rede e que produz um campo magnético principal na máquina. Gira-se o eixo do rotor com o auxílio de uma máquina motriz e o fluxo magnético principal da máquina enlaça os enrolamentos da bobina do estator, produzindo uma tensão induzida. Este enrolamento do estator, onde a tensão foi induzida pelo movimento do rotor, pode ser monofásico ou trifásico e a frequência desta tensão é determinada pela velocidade angular e pelo número de polos magnéticos do rotor.

Além do enrolamento de campo, um enrolamento curto-circuitado, chamado de amortecedor é projetado com a intenção de amortecer oscilações criadas por perturbações nas condições nominais de operação da máquina síncrona (BRETAS; ALBERTO; RAMOS, 2000).

Por uma questão de simplicidade, admite-se a máquina síncrona apenas com dois polos salientes e com três enrolamentos no estator, correspondentes às fases *a*, *b* e *c* e um enrolamento de campo. Uma máquina com o número maior de polos pode ser modelada a partir de outra, com dois polos, que lhe é equivalente.

2.2.2. Modelo Clássico

Em estudos de estabilidade, normalmente é necessário obter o resultado de uma perturbação da rede para um grande número de máquinas síncronas. Logo, algumas simplificações se tornam essenciais. Caso contrário, uma modelagem detalhada resultaria em uma complexidade para a resolução, e, por consequência, geraria um grande número de equações diferenciais. Com isso, o modelo mais adequado para esse estudo é o modelo clássico.

Este modelo é chamado de clássico, visto que foi um dos primeiros a ser usado em estudos de estabilidade dinâmica, sendo amplamente aplicado até os dias atuais. Nele, o fluxo concatenado pelo circuito de campo da máquina síncrona é considerado constante por um intervalo de tempo igual a 1 ou 2 segundos. O modelo clássico é de grande importância para os estudos dos conceitos básicos de estabilidade (YU, 1983; ANDERSON e FOUAD, 1993; KUNDUR, 1994).

Para medir as grandezas eletromagnéticas da máquina, adota-se uma referência. Quando se estabelece uma referência fixa ao estator para medi-las, apresenta-se uma variação no tempo em função de θ como mostrado na Figura 10, pois a máquina síncrona é uma máquina elétrica girante.

Uma forma de simplificar o modelo é adotar uma referência girante que acompanhe o movimento do rotor, criando por sua vez novas variáveis para o estator, que passam a ser independentes do tempo.

A referida simplificação pode ser feita pela Transformação de Park, que consiste em uma transformação linear que simplifica as equações da máquina. Em outras palavras, fisicamente transforma os enrolamentos estáticos fixos e enrolamentos rotóricos girantes em enrolamentos estáticos fixos e rotóricos pseudo-estacionários (BARBI, 1985).

Com a utilização dessa simplificação, geram-se três novas correntes: i_0 , i_d e i_q . A corrente i_0 é estacionária, proporcional a corrente de sequência zero. A corrente i_d corresponde à “projeção” das correntes de fase ao longo de um eixo paralelo ao eixo magnético do enrolamento de campo, denominado de eixo direto (eixo d). Por fim, a corrente i_q corresponde a “projeção” das correntes de fase ao longo de um eixo atrasado de 90 graus em relação ao eixo direto, chamado de eixo em quadratura (eixo q) (BRETAS; ALBERTO; RAMOS, 2000).

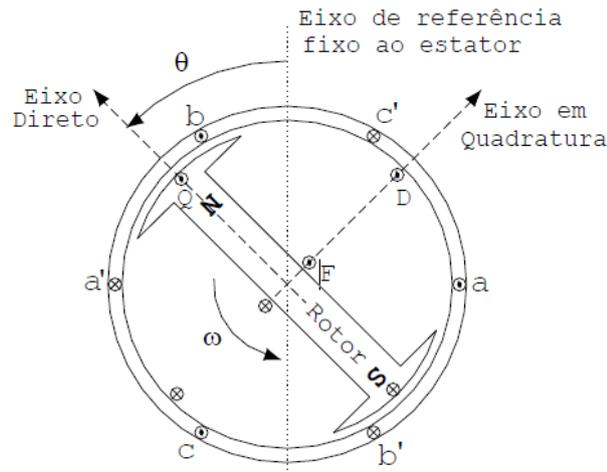


Figura 10 – Gerador utilizando a Transformação de Park
Fonte: Bretas; Alberto; Ramos (2000).

As simplificações principais desse modelo são (NAZARENO, 2003):

- Reguladores de tensão não estão presentes e excitação manual é utilizada. Isto implica que em regime de operação, a magnitude da tensão da fonte do modelo que é determinada pela corrente de campo seja constante;
- Circuitos amortecedores são desconsiderados;
- O decréscimo do fluxo do circuito de campo é desprezado;
- A potência mecânica injetada pelo elemento primário é considerada constante;
- A saliência tem efeito pequeno e é desprezada para estudo da estabilidade transitória.

O modelo elétrico consiste apenas em uma máquina como fonte de tensão atrás de uma reatância, sendo o circuito equivalente mostrado a seguir na Figura 11.

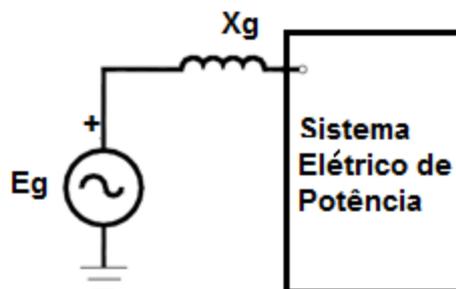


Figura 11 – Circuito elétrico equivalente de um gerador representado pelo modelo clássico
Fonte: Bretas; Alberto; Ramos (2000).

Onde:

x_g – igual a reatância síncrona x_d para análise em regime permanente e igual a x'_d para análise transitória;

E_g – proporcional ao fluxo de campo concatenado, que é suposto constante, também é chamado como tensão interna de gerador.

Portanto, todas as equações elétricas da máquina síncrona tornam-se equações algébricas, restando apenas as equações de velocidade e ângulo na formulação do espaço de estados, que serão apresentadas na seção (2.4).

2.3. Estabilidade de máquinas síncronas

Um sistema elétrico de potência, comumente, é um sistema de grande porte e sua estabilidade está atrelada a uma série de equipamentos de operação e controle e também, pela técnica de operação e pelo carregamento do sistema. Assim, a análise de estabilidade não é algo trivial (BARBI, 1985).

Ainda segundo Barbi (1985), a década de oitenta trouxe consideráveis desafios aos engenheiros de potência devido ao substancial crescimento dos sistemas elétricos com transmissão cobrindo longas distâncias. Algumas dificuldades comumente encontradas foram controlar as tensões nas barras, a não-convergência de fluxos de potência e pequena margem de estabilidade transitória. Logo, comportamentos não-lineares do sistema tornaram-se importantes para a manutenção da operação.

O problema de estabilidade em máquinas síncronas tem relação com o desempenho das mesmas após uma perturbação (distúrbio) no sistema, acarretando o reajuste dos ângulos de tensão das máquinas. Caso essa perturbação crie um desbalanço entre o suprimento e a demanda de potência, um novo estado de funcionamento (operação) é necessário, com posterior ajuste dos ângulos de tensão. Independentemente da situação, todas as máquinas síncronas interligadas devem se manter em sincronismo, caso o sistema seja estável, ou seja, todas elas devem manter o funcionamento em paralelo e com a mesma velocidade (GUIMARÃES, 2009).

No estado de regime permanente existe um equilíbrio entre o torque mecânico (ou potência mecânica) e o torque de carga elétrica (ou potência elétrica)

em cada máquina, fazendo com que a velocidade do rotor permaneça constante. Se o sistema sofre uma perturbação, esse equilíbrio se desfaz, resultando em aceleração ou desaceleração dos rotores das máquinas (DA MATA, 2010).

O aumento dos sistemas e suas interligações torna-se difícil a manutenção do sincronismo entre as várias partes de um sistema de potência. A habilidade desse sistema e seus componentes para desenvolver forças que conservem o sincronismo e o equilíbrio é chamada de estabilidade (STEVENSON JR., 1978).

A estabilidade do sistema de potência é a capacidade de um sistema de energia elétrica dada uma condição de operação inicial, de recuperar um estado de equilíbrio operacional, depois de sujeito a uma perturbação física, com variáveis de sistema mais limitado, de modo que praticamente todo o sistema permanece intacto (KUNDUR, *et al.*, 2004).

Segundo GUIMARÃES (2009) o elemento importante no caso de um sistema multimáquinas é a diferença angular, onde o ângulo do rotor é medido com relação a uma referência girando a velocidade síncrona.

Assim, no primeiro caso da Figura 12, todos os ângulos dos rotores aumentaram, mas todas as diferenças angulares permaneceram pequenas e o sistema pode ser considerado transitoriamente estável. Já, no segundo caso da Figura 13, as máquinas ficaram separadas em três grupos após a perturbação, com as diferenças angulares entre os grupos continuando a crescer. Neste caso o sistema é considerado transitoriamente instável, ou com perda de sincronismo.

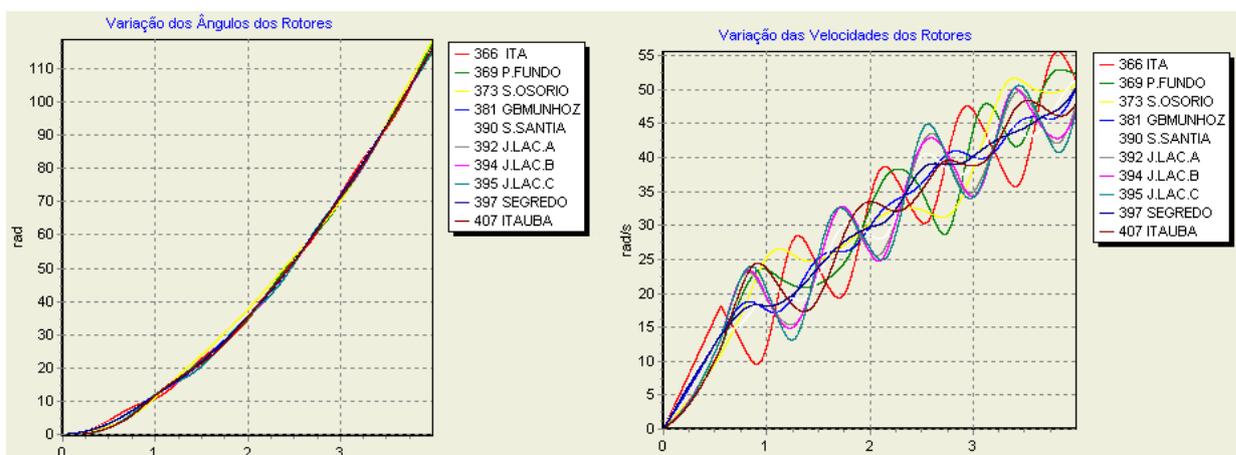


Figura 12 – Sistema estável
Fonte: Benedito (2007).

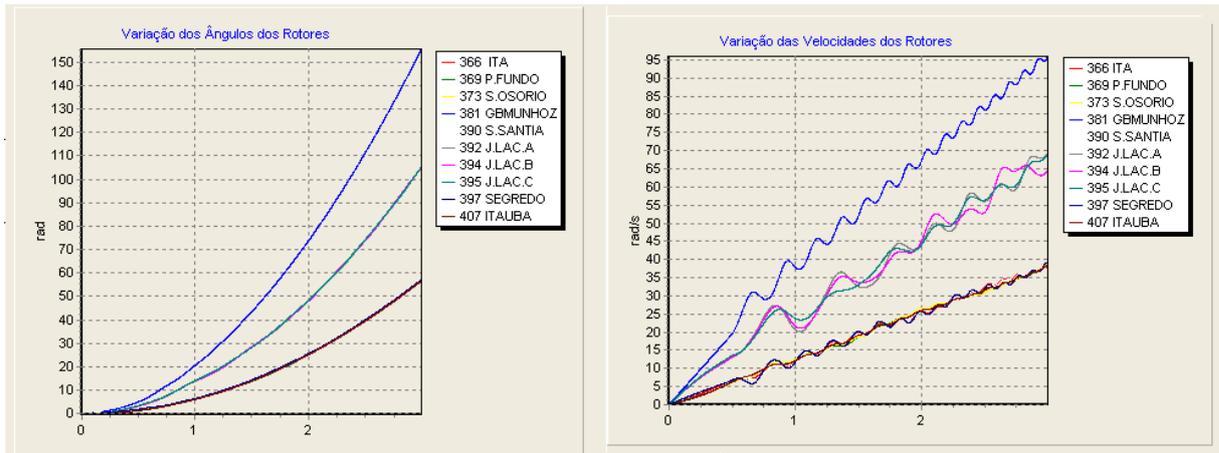


Figura 13 – Sistema instável
Fonte: Benedito (2007).

2.3.1. Tipos de Estabilidade

O problema de estabilidade das máquinas síncronas pode ser relacionado de acordo com os impactos causados pela perturbação sobre a rede.

A perturbação pode ser uma perturbação importante, com grandes impactos que pode ser classificada como estabilidade transitória, que consiste em eventos como curto-circuito, variação brusca da carga, perda de um ou mais geradores, uma falha ou a perda da linha, ou uma combinação de tais eventos. Poderia ser também impactos pequenos (aleatórios), problema de estabilidade dinâmica, como variações de carga aleatórias que ocorrem sob as condições normais de funcionamento e a perda de uma carga qualquer de pequeno porte.

A classificação da estabilidade do sistema de potência é baseado nas seguintes considerações (KUNDUR, *et al.*, 2004):

- A natureza física do modo resultante de instabilidade, como indicado pela variável do sistema principal, em que a instabilidade pode ser observada;
- A dimensão da perturbação considerada, o que influencia o modo de cálculo e de previsão da estabilidade;
- Os dispositivos, processos e o intervalo de tempo que deve ser tomado em consideração, a fim de avaliar a estabilidade.

2.3.1.1. Estabilidade transitória

Como apresentado anteriormente, o estudo de estabilidade transitória consiste nos casos envolvendo variações graves e bruscas de gerações e/ou cargas, as quais podem perder o sincronismo entre as máquinas síncronas ligadas no sistema. Consideram-se também as variações nas tensões induzidas nos enrolamentos de campo e amortecedores, além disso, leva-se em conta principalmente a “oscilação inicial” onde a ação dos reguladores primários é inexistente.

O critério principal para a estabilidade é que as máquinas síncronas mantenham o sincronismo no final do período transitório (KUNDUR, 1994).

O sistema está sujeito a grandes distúrbios que ocasionam situações de desequilíbrio de potência, surgirá então, um excesso ou *deficit* de energia nas máquinas, que ocasionará a aceleração ou desaceleração de seus rotores. Como resultado, os ângulos das máquinas se alteram no tempo, na tentativa de restabelecer o novo equilíbrio de potência. Nesta situação, o sistema pode encontrar um ponto de operação estável por si só, ou seja, um equilíbrio que leva ao atendimento energético absoluto (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Porém, o sistema pode não encontrar este equilíbrio e uma intervenção torna-se necessária de maneira que o sistema volte a operar de forma estável, para isso é preciso atuar no sistema isolando o defeito ou até realizando rejeição de carga.

O ajuste ao novo estado de funcionamento é o chamado período transitório. O comportamento do sistema durante esse tempo é chamado de desempenho do sistema dinâmico, tendo como preocupação a definição da estabilidade do sistema. (ANDERSON e FOUAD, 2003).

Se após a eliminação do defeito o sistema encontrar um ponto de operação estável, é chamado de estável transitoriamente. O tempo máximo de eliminação do defeito para que o sistema permaneça estável é dito tempo crítico de abertura. Assim, a eliminação do defeito antes do tempo crítico proporciona um sistema estável e após o tempo crítico de abertura um sistema instável (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Os estudos de estabilidade transitória se estendem por um período de tempo de até, aproximadamente, 1 segundo.

A preocupação primordial nos estudos de estabilidade transitória é a verificação da manutenção do sincronismo entre as máquinas num curto período de tempo após a ocorrência do distúrbio, durante o qual, a ação dos controladores não causa efeitos significativos no comportamento do sistema. (DA MATA, 2005).

2.4. Sistemas Multimáquinas

O sistema elétrico brasileiro conta com um total de 1429 usinas, estando 1076 em operação, 110 em construção e outras 243 com sua construção prevista (ELETROBRAS, s.d.). Divididas entre usinas hidrelétricas, nucleares e eólicas entre outras. Indiferentemente da matéria prima usada para produção da energia, todas as usinas necessitam de geradores elétricos. Esses geradores podem ser: síncronos, assíncronos, de corrente contínua, entre outros. As centrais hidrelétricas e termoelétricas em sua grande maioria fazem uso de geradores síncronos, objeto deste estudo. Todas essas máquinas estão conectadas pelo grande sistema de transmissão brasileiro, tornando-se, portanto, um sistema multimáquinas.

Dentro do sistema multimáquinas, os geradores estão ligados paralelamente entre si, e para que o sistema trabalhe de forma satisfatória é necessário que os ângulos das tensões e correntes estejam igualmente defasados. Portanto se faz necessário que os geradores trabalhem em sincronismo. Podem atingir um conceito de sistema estável mesmo com os geradores acelerados desde que todos estejam igualmente acelerados. Em verdade, a análise de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas em sistemas de potência é uma análise de sincronismo entre as máquinas e não de estabilidade do sistema (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Quando um distúrbio de grande porte atinge o sistema e há uma aceleração desigual entre as máquinas é necessário uma intervenção da proteção para que esse desequilíbrio na defasagem entre uma máquina e outra não cause danos ao sistema como o todo. Para que a proteção atue é necessário o estudo e cálculo de cada sistema para definir o tempo de abertura dos disjuntores responsáveis por isolar o defeito.

De acordo com Bretas e Alberto (2000) as máquinas síncronas são modeladas através de equações diferenciais, quando em regime permanente, a velocidade da máquina possui um valor muito próximo da velocidade síncrona (60Hz

no Brasil); portanto θ será uma função do tempo em condições de regime permanente. Para eliminar este inconveniente toma-se como referência angular um eixo girando à velocidade síncrona “ ω_s ”, isto é:

$$\theta(t) = (\omega_s t + \alpha) + \delta_m(t) \quad (31)$$

Onde:

$(\omega_s t + \alpha)$ – referência girante à velocidade síncrona;

α – ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no tempo $t = 0$;

$\delta_m(t)$ – ângulo mecânico formado entre o rotor a e referência girante.

Derivando-se a equação $\theta(t)$ em relação a t , duas vezes consecutivas, obtém-se:

$$\dot{\theta}(t) = \omega_s + \dot{\delta}_m(t) = \omega_m \quad (\text{velocidade angular mecânica}) \quad (32)$$

$$\ddot{\theta}(t) = \ddot{\delta}_m(t) \quad (33)$$

Note que, independentemente da referência utilizada, a aceleração angular é exatamente a mesma, ou seja, o sistema de referência girante é um sistema inercial. Portanto, a equação diferencial que descreve o comportamento de δ_m em relação ao tempo é a mesma que descreve o comportamento de θ , isto é:

$$J\ddot{\delta}_m = T_m - T_e \quad (34)$$

Onde:

J – momento de inércia ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$).

T_m – torque mecânico líquido da turbina.

T_e – torque eletromecânico entregue pelo gerador.

Para Bretas e Alberto (2000) em regime permanente, a máquina gira à velocidade síncrona de forma que o δ_m será constante. Com esta mudança de variáveis simplifica-se a abordagem matemática transformando-se o problema de

soluções de equilíbrio em um problema de pontos de equilíbrio de um conjunto de equações diferenciais.

Em sistemas elétricos de potência é mais conveniente trabalhar com potências do que torques. A medição do torque é um processo complicado ao passo que a medição da potência é um processo simples uma vez que pode ser efetuada através de grandezas puramente elétricas. Multiplicando-se ambos os lados da equação (34) pela velocidade angular mecânica ω_m , obtém-se uma equação diferencial em função das potências envolvidas no sistema, isto é (BRETAS e ALBERTO, 2000):

$$J\omega_m \ddot{\delta}_m = P_m - P_e \quad [W] \quad (35)$$

Ainda para Bretas e Alberto (2000) supõe-se que a velocidade ω_m não se afasta significativamente de ω_s . Caso contrário, ocorreria perda de sincronismo rapidamente e o sistema tornar-se-ia instável, logo, a seguinte simplificação é realizada:

$$J\omega_m \cong J\omega_s = M_m \quad \left[\frac{Kgm^2}{s} \right] = [Js] = [Ws^2] \quad (36)$$

Onde:

M_m – constante de inércia da máquina.

A equação diferencial anterior escrita em termos de potências será:

$$M_m \ddot{\delta}_m = P_m - P_e \quad [W] \quad (37)$$

A potência elétrica P_e injetada na rede é uma função dos ângulos elétricos da rede, logo, é necessário relacionar os ângulos mecânicos das máquinas " $\delta_m's$ ", com os ângulos elétricos da rede " $\delta_e's$ ". Para isto, seja " p " o número de polos da máquina, então tem-se a seguinte relação (BRETAS e ALBERTO, 2000):

$$\omega_e = \frac{p}{2} \omega_m \quad (38)$$

Derivando a equação (38) com relação ao tempo encontra-se:

$$\ddot{\delta}_e = \frac{p}{2} \ddot{\delta}_m \quad (39)$$

Logo, a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico da máquina em termos dos ângulos elétricos será:

$$\frac{2M_m}{p} \ddot{\delta}_e = P_m - P_e \quad [W] \quad (40)$$

Como em sistemas de potência é comum trabalhar-se com grandezas por unidade (p.u.), apresentar-se-á a equação anterior nesta forma, isto é, em p.u. Para isto, divide-se a equação pela potência base “ S_B ”, obtendo-se a equação (41) (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$\frac{2M_m}{pS_B} \ddot{\delta}_e = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B} \quad [p. u.] \quad (41)$$

Segundo Bretas e Alberto (2000) para simplificar a representação matemática desta equação (41), considera-se $M = \frac{2M_m}{pS_B}$, onde M é uma nova constante de inércia em p.u. corrigida pelo número de polos da máquina. Portanto, ter-se-á para cada máquina do sistema, uma equação diferencial de segunda ordem. Para um sistema de n -máquinas obtém-se um conjunto de n equações diferenciais de segunda ordem dadas por:

$$M_i \ddot{\delta}_i = P_{mi} - P_{ei} \quad [p. u.] \quad p / i = 1, \dots, n \quad (42)$$

Onde:

P_{mi} – potência mecânica em p.u. injetada na máquina “ i ”;

P_{ei} – potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “ i ”.

A potência elétrica injetada na barra i é descrita pela equação (43).

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^n [C_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j)] \quad (43)$$

Os coeficientes C_{ij} e D_{ij} que compõem a equação (43) podem ser calculados da seguinte forma:

$$C_{ij} = |E_i| |E_j| B_{ij} \quad (44)$$

$$D_{ij} = |E_i| |E_j| G_{ij} \quad (45)$$

Onde:

G_{ij} – parte real da matriz Y_{ij} .

B_{ij} – parte imaginária da matriz Y_{ij} .

O conjunto de equações diferenciais de segunda ordem dadas pela equação (42) são conhecidas por equações de “swing” ou de balanço do sistema, considerando-se as máquinas como dispositivos ideais. Estas não estão sujeitas a efeitos de amortecimentos, ou seja, efeitos de perda de energia resultantes do movimento do rotor em atrito com mancais ou até mesmo com o ar para promover ventilação. Quando estes amortecimentos são considerados, a equação diferencial (46) descreve o comportamento dinâmico de cada máquina (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$M_i \ddot{\delta}_i + p_{di} = p_{mi} - p_{ei} \quad [p.u.] \quad i = 1, \dots, n \quad (46)$$

De acordo com Bretas e Alberto (2000) admite-se que as potências de atrito são proporcionais à velocidade da máquina. Outra forma de amortecimento existente ocorre devido à torques assíncronos entre máquinas, e é proporcional à diferença de velocidade entre as mesmas, isto é:

$$p_{di} = D_i \omega_i + \sum_{j=i}^n D_{ij} (\omega_i - \omega_j) = D_i \dot{\delta}_i + \sum_{j=1}^n D_{ij} (\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_j) \quad i = 1, \dots, n \quad (47)$$

Amortecimento devido à torque assíncronos não serão considerados nesta modelagem. Portanto, o sistema de equações diferenciais utilizado será:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei} \quad i = 1, \dots, n \quad (48)$$

Onde:

D_i – constante de amortecimento correspondente à i -ésima máquina do sistema.

Para a determinação da estabilidade de um sistema é necessária a análise do mesmo em três períodos diferentes. Primeiro imagine um sistema operando em regime permanente onde os ângulos elétricos da rede permanecem constantes, este período é denominado Período Pré-Falta e pode ser descrito na equação diferencial (49).

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei}^{prf} = 0 \quad \begin{cases} t \leq 0, \\ \delta_i(t) = \delta_i^0, \dot{\delta}_i(t) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (49)$$

Onde:

M_i – constante de inércia;

$\ddot{\delta}_i$ – aceleração do rotor em radianos;

D_i – constante de amortecimento;

$\dot{\delta}_i$ – velocidade do rotor em radianos;

p_{mi} – potência mecânica em p.u. injetada na máquina “ i ”;

p_{ei}^{prf} – potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “ i ”, pré-falta.

Considere que no instante $t=0$ ocorra uma falta, que ocasiona alterações na topologia da rede. Como a potência elétrica fornecida à rede pela máquina “ i ” é função dos parâmetros da rede, obtém-se então uma nova equação diferencial para descrever o sistema no período denominado Período de Falta ou Período em Falta:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei}^f = 0 \quad \begin{cases} 0 < t \leq t_a, \\ \delta_i(0) = \delta_i^0, \dot{\delta}_i(0) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (50)$$

Onde:

M_i – constante de inércia;

$\ddot{\delta}_i$ – aceleração do rotor em radianos;

D_i – constante de amortecimento;

$\dot{\delta}_i$ – velocidade do rotor em radianos;

p_{mi} – potência mecânica em p.u. injetada na máquina “ i ”;

p_{ei}^f – potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “ i ”, durante a falta;

t_a – tempo de abertura.

Com a eliminação do defeito ($t \geq t_a$), ocorre outra alteração na topologia da rede, então um novo conjunto de equações diferenciais passa a descrever o comportamento do sistema desde a eliminação da falta até o infinito, período denominado Período Pós-Falta:

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei}^{pf} = 0 \quad \begin{cases} t \geq t_a, \\ \delta_i^{pf}(t_a) = \delta_i^f(t_a) \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (51)$$

Onde:

M_i – constante de inércia;

$\ddot{\delta}_i$ – aceleração do rotor em radianos;

D_i – constante de amortecimento;

$\dot{\delta}_i$ – velocidade do rotor em radianos;

p_{mi} – potência mecânica em p.u. injetada na máquina “ i ”;

p_{ei}^{pf} – potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina “ i ”, pós-falta.

Para encontrar a solução dos desvios dos ângulos e velocidade dos rotores faz-se uso de métodos numéricos como Euler, Euler-corrigido, Runge-Kutta, e Trapezoidal Implícito.

Para a escolha de um método de integração, a ser utilizado para resolução de equações diferenciais em estudos de estabilidade transitória, é necessária a análise de vários fatores como estabilidade numérica, desempenho do método na presença de descontinuidades, a quantidade de pontos iniciais, entre outros.

O problema a ser apresentado se enquadra na descrição de PVI (Problema de Valor Inicial), o método mais indicado para resolução desse tipo de problema são os “métodos de passo simples”, entre eles se destacam Runge-Kutta e Euler.

Para as análises a serem realizadas neste trabalho a melhor escolha foi o método de Euler devido à sua simplicidade em implementação, e também a possibilidade de utilização de um passo de integração muito pequeno. Com isso, minimizamos os erros de integração desse método, que depende muito do passo de integração (quanto menor o passo, mais preciso será o resultado).

A seguir será apresentada a resolução, que utiliza o método Runge-Kutta, usada como base disponível no livro Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos (BRETAS e ALBERTO, 2000):

Seja o exemplo de três barras e três geradores, mostrado na Figura 14.

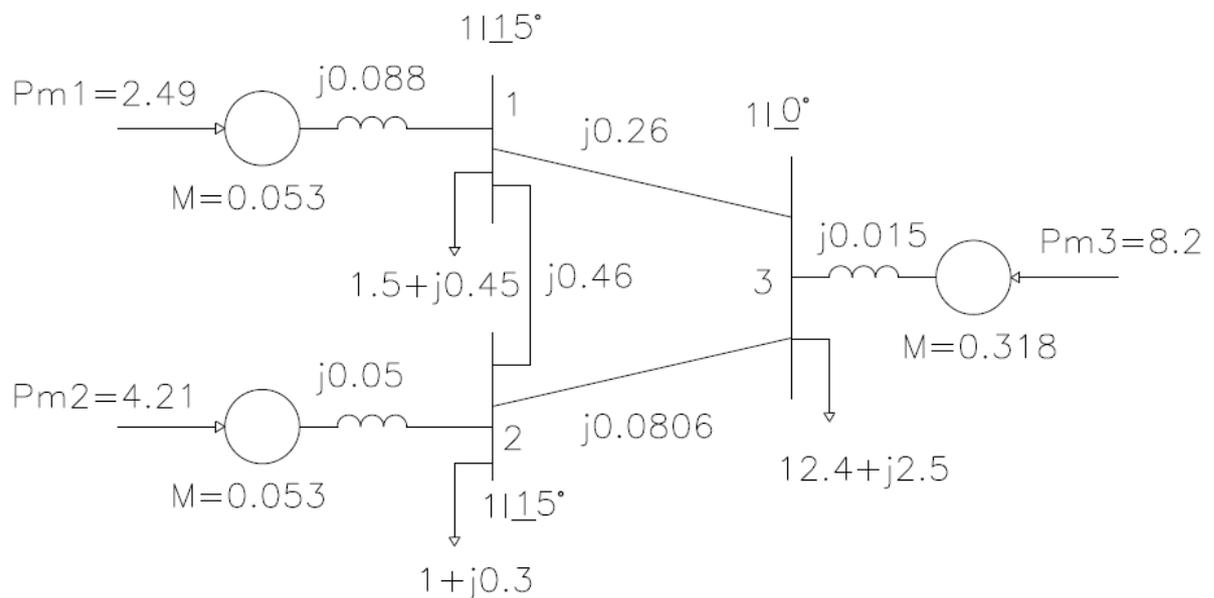


Figura 14 – Sistema de três barras e três geradores
Fonte: Bretas e Alberto (2000).

Os dados de linha e de barra, das máquinas e do fluxo de carga pré-falta estão apresentados na figura. Além disso, tais informações constam nas seguintes tabelas:

Tabela 1 – Dados de Barra

Barra	Tipo	V (pu)	Teta (°)	Pg (MW)	Qg (MVar)	PI (MW)	QI (MVar)	X'd (%)	M
1	1	1.00	15	249	58	150	45	8.8	0.053
2	1	1.00	15	421	72.2	100	30	5	0.079
3	2	1.00	0	820	305.2	1240	250	1.5	0.318

Fonte: Própria

Barra tipo: 0 – PQ, 1 – PV, 2 – SLACK;

V – tensão elétrica eficaz da barra;

Teta – ângulo da tensão elétrica;

Pg – potência ativa gerada;

Qg – potência reativa gerada;

PI – potência ativa consumida (de carga);

QI – potência reativa gerada (de carga);

X'd – reatância transitória de eixo direto;

M – constante de inércia.

Obs.: potência base – 100MW

Tabela 2 – Dados de Linha

Origem	Destino	Res (%)	Reat (%)	Bsh (%)	Tap
1	2	0.0	46.0	0.0	1
1	3	0.0	26.0	0.0	1
2	3	0.0	8.06	0.0	1

Fonte: Própria

Res – resistência série da linha em porcentagem;

Reat – reatância indutiva série da linha em porcentagem;

Bsh – susceptância capacitiva (shunt) total da linha em porcentagem;

Tap – ajuste do “tap” de transformadores (“1” indica relação nominal).

Baseado na tabela 2 pode-se construir a matriz de admitâncias Y_{BUS} do sistema pré-falta:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j6,02 & j2,174 & j3,846 \\ j2,174 & -j14,58 & j12,407 \\ j3,846 & j12,407 & -j16,25 \end{bmatrix}$$

As potências da carga estão fornecidas em p.u.. Como as cargas serão tratadas como sendo impedâncias constantes, elas devem ser calculadas utilizando-se a tensão pré-falta da barra segundo a equação:

$$Y_L = \frac{S_L^*}{|V|^2} = \frac{P_L - jQ_L}{|V|^2} \quad (52)$$

Calculando-se as admitâncias constantes para as três barras, obtém-se:

$$Y_{L1} = \frac{S_1^*}{|V_1|^2} = \frac{1,5 - j0,45}{1^2} = 1,5 - j0,45 \quad (53)$$

$$Y_{L2} = \frac{S_2^*}{|V_2|^2} = \frac{1,0 - j0,3}{1^2} = 1,0 - j0,3 \quad (54)$$

$$Y_{L3} = \frac{S_3^*}{|V_3|^2} = \frac{12,4 - j2,5}{1^2} = 12,4 - j2,5 \quad (55)$$

Inserindo-se estas admitâncias constantes na matriz Y_{BUS} , obtém-se:

$$Y_{BUSL} = Y_{BUS} + \begin{bmatrix} Y_{L1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{L2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1,5 - j6,47) & j2,174 & j3,846 \\ j2,174 & (1,0 - j4,88) & j12,407 \\ j3,846 & j12,407 & (12,4 - j18,75) \end{bmatrix}$$

Com as cargas inseridas na matriz admitância, elimina-se a parcela de injeção de corrente causada pelas cargas nos barramentos. Desta forma, é possível calcular a f.e.m. dos geradores, pois a corrente injetada nas barras só possuirá a parcela referente aos geradores. A corrente injetada na barra "i" pelo gerador conectado a esta é dada por:

$$i = \sum_{k=i}^n Y \dot{E} \quad (56)$$

onde Y_{ij} 's são os elementos da matriz Y_{BUS} .

Portanto, o fasor tensão na barra interna do gerador "i" será:

$$\dot{E}_{Gi} = \dot{E}_i + X_d' I_i \quad (57)$$

onde X_d' é a reatância transitória do gerador "i".

Calculando-se os fasores de corrente injetada e tensão das f.e.m.'s, para os três geradores, obtêm-se:

$$\dot{I}_1 = (1,5 - j6,47) \times 1[15^\circ + (j2,174) \times 1[15^\circ + (j3,846) \times 1[0^\circ = 2,565[1,98^\circ \quad (58)$$

$$\dot{E}_{G1} = 1[15^\circ + 2,565[1,98^\circ \times 0,088[90^\circ = 1,073[26,8^\circ \quad (59)$$

$$\dot{I}_2 = (j2,174) \times 1[15^\circ + (1,0 - j14,88) \times 1[15^\circ + (j12,407) \times 1[0^\circ = 4,2726[5,27^\circ \quad (60)$$

$$\dot{E}_{G2} = 1[15^\circ + 4,2726[5,27^\circ \times 0,05[90^\circ = 1,057[26,5^\circ \quad (61)$$

$$\dot{I}_3 = (j3,846) \times 1[15^\circ + (j12,407) \times 1[15^\circ + (12,4 - j18,75) \times 1[0^\circ = 8,743[-20,42^\circ \quad (62)$$

$$\dot{E}_{G3} = 1[0^\circ + 8,743[-20,42^\circ \times 0,015[90^\circ = 1,053[6,71^\circ \quad (63)$$

Os módulos das f.e.m. serão mantidos constantes durante toda a análise de estabilidade transitória. Os ângulos obtidos acima serão as condições iniciais das equações diferenciais do sistema em falta.

Criando-se nós fictícios internos aos geradores correspondentes às forças eletromotrizes, obtém-se a matriz \tilde{Y}_{BUS} com os três primeiros nós correspondentes aos nós internos das máquinas e os demais três correspondentes às barras do sistema de transmissão.

$$\tilde{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j17,83) & j2,174 & j3,846 \\ 0 & j20 & 0 & j2,174 & (1 - j34,88) & j12,407 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & j12,407 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

A matriz acima é a matriz completa do sistema, incluindo-se as barras da força eletromotriz dos geradores, para a situação pré-falta. Admita-se que um curto sólido trifásico ocorra na linha 1-2 nas proximidades da barra 2, tal que se possa considerar que o curto tenha ocorrido na própria barra. Para estudar o comportamento do sistema durante o defeito, deve-se zerar a tensão E_2 . Embora este procedimento seja bastante simples, computacionalmente seria vantajoso alterar-se a matriz \tilde{Y}_{BUS} de forma adequada, tal que pudesse ser reduzida aos nós da f.e.m.'s dos geradores "carregando" a informação do curto-circuito. Ao curto circuitar-se a barra 2, esta desaparece pois estará conectada à barra de referência (terra).

Portanto, pode-se eliminar a linha da matriz correspondente à barra 2 da matriz. As linhas que conectam as demais barras à barra 2 serão aterradas na extremidade desta barra, de forma que a coluna correspondente à barra 2 deva ser eliminada também. O restante da matriz permanecerá inalterado, pois, as linhas envolvidas no curto-circuito, e que foram aterradas na extremidade da barra 2, permanecerão como impedâncias conectadas ao terra na outra extremidade das linhas. A matriz admitância do sistema em falta será:

$$\tilde{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j17,83) & j3,846 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

Reduzindo-se a matriz \tilde{Y}_{BUS} , através de um processo de eliminação de Gauss, aos três primeiros nós correspondentes às forças eletromotrizes dos geradores, obtêm-se a matriz reduzida para a situação em falta:

$$Y_{RED}^f = \begin{bmatrix} (0,62 - j4,11) & 0 & (0,43 + j1,85) \\ 0 & -j20 & 0 \\ (0,43 + j1,85) & 0 & (7,58 - j15,25) \end{bmatrix}$$

O defeito é isolado pela eliminação da linha 1-2. Eliminando-se a linha 1-2 na matriz admitância \tilde{Y}_{BUS} original, obtêm-se a matriz admitância do pós-falta:

$$\tilde{Y}_{BUS}^{pf} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j15,65) & 0 & j3,846 \\ 0 & j20 & 0 & 0 & (1 - j33,71) & j12,407 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & j12,407 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

Reduzindo-se a matriz aos nós das f.e.m.'s obtém-se:

$$Y_{RED}^{pf} = \begin{bmatrix} (0,82 - j3,1) & (0,07 + j0,25) & (0,57 + j2,22) \\ (0,07 + j0,25) & (0,53 - j7,09) & (1,16 + j6,15) \\ (0,57 + j2,22) & (1,16 + 6,15) & (8,61 - j12,32) \end{bmatrix}$$

Uma vez obtida as matrizes reduzidas, podem-se escrever as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico das máquinas.

- Sistema em Falta

Parâmetros da potência elétrica:

$$C_{12} = 0$$

$$C_{13} = 1,073 \times 1,053 \times 1,85 = 2,09$$

$$D_{12} = 0$$

$$D_{13} = 1,073 \times 1,053 \times 0,43 = 0,485$$

Equações Diferenciais:

$$0,053\dot{w}_1 = 2,49 - 1,073^2 \times 0,62 - 2,09 \sin(\delta_1 - \delta_3) - 0,485 \cos(\delta_1 - \delta_3) \quad (64)$$

$$0,079\dot{w}_2 = 4,21 \quad (65)$$

$$0,318\dot{w}_3 = 8,20 - 1,053^2 \times 8,61 - 2,06 \sin(\delta_3 - \delta_1) - 0,48 \cos(\delta_3 - \delta_1) \quad (66)$$

$$\dot{\delta}_1 = w_1 \quad (67)$$

$$\dot{\delta}_2 = w_2 \quad (68)$$

$$\dot{\delta}_3 = w_3 \quad (69)$$

- Sistema Pós-Falta

Parâmetros:

$$C_{12} = 1,073 \times 1,057 \times 0,25 = 0,28$$

$$C_{13} = 1,073 \times 1,053 \times 2,22 = 2,5$$

$$C_{23} = 1,057 \times 1,053 \times 6,15 = 6,84$$

$$D_{12} = 1,073 \times 1,057 \times 0,07 = 0,079$$

$$D_{13} = 1,073 \times 1,053 \times 0,57 = 0,64$$

$$D_{23} = 1,057 \times 1,053 \times 1,16 = 1,29$$

Equações diferenciais:

$$0,053\dot{w}_1 = 2,49 - 1,073^2 \times 0,82 - 0,28 \sin(\delta_1 - \delta_2) - 0,078 \cos(\delta_1 - \delta_2) - 2,47 \sin(\delta_1 - \delta_3) - 0,63 \cos(\delta_1 - \delta_3) \quad (70)$$

$$0,079\dot{w}_2 = 4,21 - 1,057^2 \times 0,53 - 0,28 \sin(\delta_2 - \delta_1) - 0,078 \cos(\delta_2 - \delta_1) - 6,84 \sin(\delta_2 - \delta_3) - 1,29 \cos(\delta_2 - \delta_3) \quad (71)$$

$$0,318\dot{w}_3 = 8,2 - 1,053^2 \times 8,61 - 2,47 \sin(\delta_3 - \delta_1) - 0,63 \cos(\delta_3 - \delta_1) - 6,84 \sin(\delta_3 - \delta_2) - 1,29 \cos(\delta_3 - \delta_2) \quad (72)$$

$$\dot{\delta}_1 = w_1 \quad (73)$$

$$\dot{\delta}_2 = w_2 \quad (74)$$

$$\dot{\delta}_3 = w_3 \quad (75)$$

Segundo Bretas e Alberto (2000) para estudar-se a estabilidade deste problema é necessário resolver as equações diferenciais anteriores através de algum método de integração numérica. Os métodos numéricos analisados no apêndice do livro Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos (BRETAS e ALBERTO, 2000), podem ser utilizados para um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem. O equacionamento dos métodos apresentado nesse apêndice é o mesmo admitindo que $\dot{x} = f(t, x)$ é uma equação vetorial.

As equações diferenciais que descrevem este problema foram resolvidas numericamente através do método de Runge-Kutta de 4º ordem. Os resultados das

simulações, para um passo de integração igual a 0,002s, estão apresentados nos gráficos das Figuras 15 e 16. Os gráficos da figura 15 apresentam uma situação em que as máquinas permanecem em sincronismo e, portanto considera-se que este sistema é transitoriamente estável. O tempo de abertura nesta situação é igual à 0,194s (BRETAS e ALBERTO, 2000).

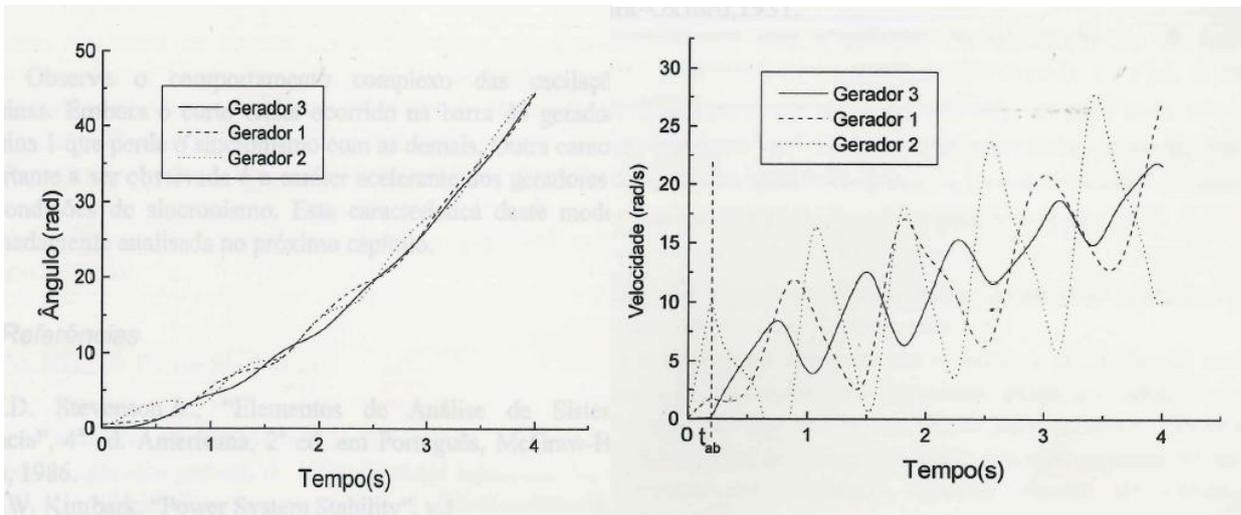


Figura 15 – Sistema transitoriamente estável
Fonte: Bretas e Alberto (2000).

Os gráficos da figura 16 apresentam uma situação onde as máquinas perdem o sincronismo, ou seja, o sistema é transitoriamente instável. Nesta situação abriu-se a linha com um tempo de 0,196s. Portanto, conclui-se que o tempo crítico de abertura está situado entre 0,194 e 0,196s.

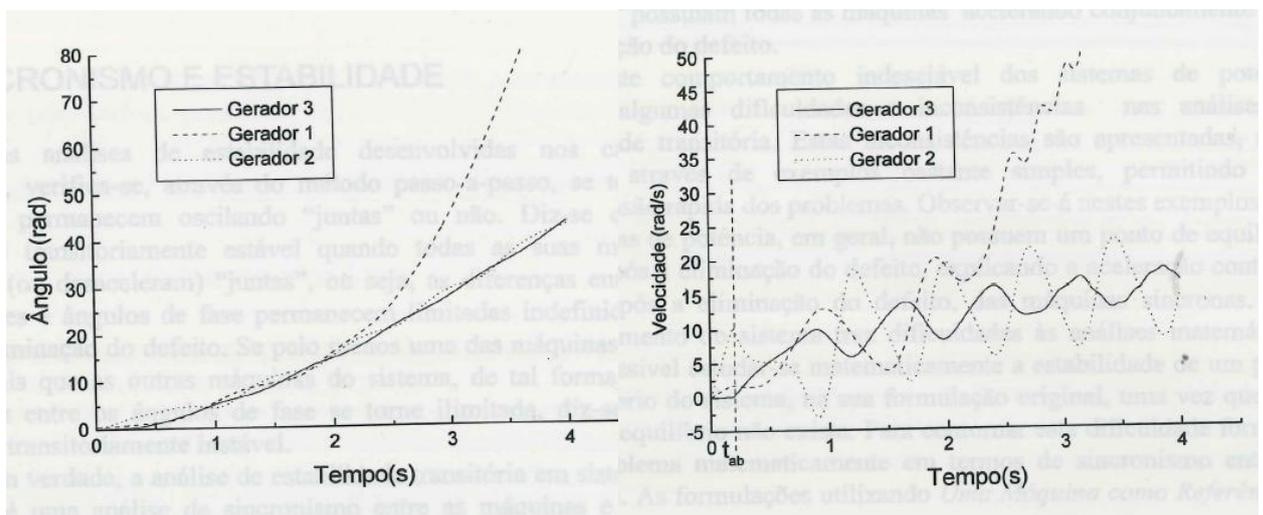


Figura 16 – Sistema transitoriamente instável
Fonte: Bretas e Alberto (2000).

Observe o comportamento complexo das oscilações das máquinas. Embora o curto tenha ocorrido na barra do gerador 2, é a máquina 1 que perde o sincronismo com as demais. Outra característica importante a ser observada é o caráter acelerante dos geradores mesmo em condições de sincronismo.

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

O desenvolvimento do programa proposto neste trabalho foi realizado primeiramente de forma teórica para o melhor entendimento das etapas mostradas na seção (2.3), posteriormente implementou-se a teoria em linhas de programação utilizando o *software* MATLAB. O uso do mesmo justifica-se pela facilidade apresentada no cálculo de matrizes, as quais são amplamente utilizadas neste trabalho.

3.1. MATLAB

A primeira versão do MATLAB foi criada no fim da década de 70 por Cleve Moler, presidente do departamento de ciências da computação na universidade do Novo México. Durante uma visita do criador à Universidade de Stanford em 1983 para divulgação do produto, o engenheiro Jack Little reconheceu o potencial comercial e juntou-se a Moler. Eles reescreveram o software em C e finalmente em 1984 fundaram a MathWorks (MATHWORKS, 2013).

Tendo como sigla, MATrix LABoratory, o MATLAB é um *software* destinado a análises e modelagens de sistemas e algoritmos. Esse sistema construído em matriz permite a resolução de problemas numéricos em uma pequena fração de tempo. Voltado para o cálculo numérico, o MATLAB é um *software* interativo capaz de construir gráficos facilmente ao contrário da programação tradicional (MATHWORKS, 2013).

O *software* é uma combinação eficaz de outras linguagens bastante utilizadas como o C, Java e Basic. Esta é uma das grandes vantagens do Matlab, pois ele segue de uma maneira muito fiel a maior parte dos aspectos das linguagens que estão na sua origem sem causar dificuldades de compreensão aos programadores habituados. MATLAB é construído na linguagem MATLAB, às vezes chamada M-código ou simplesmente M (MATHWORKS, 2013).

Para realizar as simulações e cálculos do atual problema de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas foi necessária a escolha de um *software* que pudesse proporcionar confiabilidade e rapidez na resposta do problema. O Matlab se

mostrou uma ferramenta bastante eficiente pela sua organização em matrizes, bibliotecas e alto grau de precisão de operações matemáticas, pois produz tabelas e gráficos que possibilitam fazer um estudo mais detalhado dos dados obtidos na resolução do problema estudado.

Dentre as principais aplicações do *software* na execução do trabalho estão as operações com matrizes e equações diferenciais próprias do método de Euler, pois este último, calcula uma aproximação da solução exata sujeita a determinada condição inicial em determinados pontos. Sendo assim, quanto maior for a precisão matemática mais próximo do real será, reduzindo concomitantemente erros humanos que provavelmente surgiriam no desenvolvimento.

3.2. Método de Euler

De acordo com Leite (2006), o método de Euler é um procedimento numérico para aproximar a solução da equação diferencial (76) que satisfaz a condição inicial $y(x_0) = y_0$.

$$y' = f(x, y) \quad (76)$$

Sabe-se que o gráfico da Figura 17 da solução passa pelo ponto (x_0, y_0) com inclinação igual a $y'(x_0)$, ou seja, com inclinação igual $f(x_0, y_0)$. Isto serve de ponto de partida para achar uma aproximação da solução.

$$\frac{dy}{dx} = f(x_0, y_0) \rightarrow \frac{y - y_0}{x - x_0} = f(x_0, y_0) \quad (77)$$

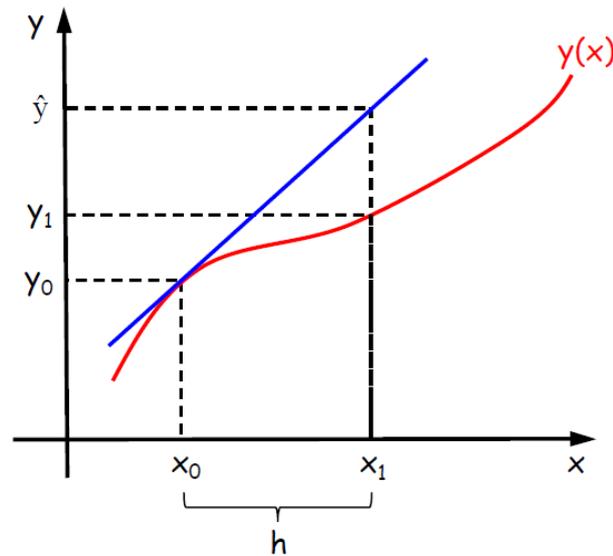


Figura 17 – Gráfico da solução
Fonte: SANCHES (s.d.)

Começando pelo ponto (x_0, y_0) , pode-se seguir na direção dada pela inclinação. Usando um pequeno passo h , segue-se ao longo da reta tangente até chegar ao ponto (x_1, y_1) (LEITE, 2006).

Onde:

$$x_1 = x_0 + h \quad \text{e} \quad y_1 = y_0 + h \times f(x_0, y_0) \quad (78)$$

Tomando (x_1, y_1) como novo ponto de partida, pode-se repetir o processo e obter um segundo ponto (x_2, y_2) .

Onde:

$$x_2 = x_1 + h \quad \text{e} \quad y_2 = y_1 + h \times f(x_1, y_1) \quad (79)$$

O método de Euler consiste na repetição deste processo e gera a sucessão de pontos, como mostrado nas equações (80) e (81):

$$x_{n+1} = x_n + h \quad (80)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \times f(x_n, y_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (81)$$

Onde:

y_{n+1} é o valor aproximado da solução do problema original, no instante $x = x_{n+1}$.

Para determinar o valor aproximado da solução que satisfaz $y(x_0) = y_0$, num instante prescrito τ , divide-se o intervalo $[x_0, \tau]$ em um número finito de intervalos de igual amplitude h . O passo h determina quantas vezes terá que repetir o processo, apresentado nas equações (80) e (81) para seguir a solução desde x_0 até τ (LEITE, 2006).

Por exemplo, se $x_0 = 0$ e pretende-se aproximar $y(1)$, oito iterações das equações (80) e (81) são necessárias se $h = 1/8$. Se $h = 1/k$, então são necessárias k iterações para aproximar $y(1)$.

Se \hat{y} denota o valor aproximado de $y(\tau)$ gerado pelo método de Euler, resultados experimentais indicam que o erro absoluto $|\hat{y}(\tau) - y(\tau)|$ diminui com o tamanho do passo h , mas não o elimina.

3.3. Eliminação de Gauss aplicada ao problema de estabilidade transitória

O processo de eliminação de Gauss inicia-se com a divisão da matriz Y_{BUSi} em quatro matrizes menores Y_{ai} , Y_{bi} , Y_{ci} e Y_{di} da seguinte maneira:

$$Y_{BUSi} = \begin{bmatrix} Y_{ai} & Y_{bi} \\ Y_{ci} & Y_{di} \end{bmatrix}$$

As cargas foram inseridas como impedâncias constantes na matriz admitância, assim a injeção de corrente em todas as barras é igual a zero, exceto naquelas barras fictícias que estão conectadas as f.e.m dos geradores.

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{Gi} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ai} & Y_{bi} \\ Y_{ci} & Y_{di} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{E}_{Gi} \\ \dot{E}_i \end{bmatrix}$$

Onde:

\dot{E}_{Gi} – tensão na barra interna do gerador i

\dot{E}_i – tensão na barra i

Como a injeção de corrente é zero nos últimos nós, a eliminação destes não altera o vetor \dot{I}_{Gi} que é o fasor das correntes dos geradores. Da matriz acima obtém-se as seguintes equações matriciais:

$$\dot{I}_{Gi} = Y_{ai}\dot{E}_{Gi} + Y_{bi}\dot{E}_i \quad (82)$$

$$0 = Y_{ci}\dot{E}_{Gi} + Y_{di}\dot{E}_i \quad (83)$$

Da equação (83) pode-se isolar \dot{E}_i :

$$\dot{E}_i = -Y_{di}^{-1}Y_{ci}\dot{E}_{Gi} \quad (84)$$

Substituindo (84) em (82) obtém-se:

$$\dot{I}_{Gi} = (Y_{ai} - Y_{bi}Y_{di}^{-1}Y_{ci})\dot{E}_{Gi} = Y_{RED}\dot{E}_{Gi} \quad (85)$$

Assim a matriz reduzida resultante é apresentada na equação (86):

$$Y_{RED} = (Y_{ai} - Y_{bi}Y_{di}^{-1}Y_{ci}) \quad (86)$$

3.4. Programa de estabilidade transitória

De acordo com os conhecimentos adquiridos a partir dos assuntos abordados nas seções (3.1) e (3.2), descreve-se abaixo o procedimento utilizado para construção das linhas de programação e resultados obtidos.

3.4.1. Descrição do Programa

O papel fundamental do programa desenvolvido é o cálculo da velocidade angular e ângulo de defasagem de cada máquina do sistema e armazenamento desses dados para alimentar os gráficos de velocidade angular X tempo e ângulo do rotor X tempo de cada máquina.

Os gráficos mencionados anteriormente foram compostos por valores adquiridos de dois períodos distintos (período de falta e período pós-falta).

O tempo de simulação do programa deve ser maior que o tempo crítico de abertura do disjuntor para verificar se os geradores continuam funcionando em sincronismo após a abertura do mesmo.

Para dar início ao funcionamento do programa é necessário alimentar o mesmo com todas as informações obtidas a partir da Figura 14 (sistema de 3 barras e 3 geradores), que apresenta as condições em regime permanente pré-falta.

Conforme desenvolvimento apresentado na seção (2.4) o próximo passo é a construção da matriz \tilde{Y}_{BUS} completa correspondente ao sistema em questão, apresentada abaixo.

$$\tilde{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j17,83) & j2,174 & j3,846 \\ 0 & j20 & 0 & j2,174 & (1 - j34,88) & j12,407 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & j12,407 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

Provido da matriz \tilde{Y}_{BUS} completa do sistema pode-se utilizar as informações obtidas para o desenvolvimento dos períodos de falta e pós-falta.

A) PERÍODO DE FALTA

A partir da matriz \tilde{Y}_{BUS} completa é possível construir três novas matrizes que representam o período de falta Y_{BUSi} para cada barra existente no circuito analisado, onde i representa o número da máquina. Para a construção de cada uma das matrizes substitui-se a linha e a coluna correspondente a barra que esta sujeita a falta por zero, exceto o elemento Y_{ii} da matriz que deve ser substituído por um.

As matrizes admitância do sistema em falta são:

- Curto circuito na barra 1

$$Y_{BUS1} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & j20 & 0 & 0 & (1 - j34,88) & j12,407 \\ 0 & 0 & j66,7 & 0 & j12,407 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

- Curto circuito na barra 2

$$Y_{BUS2} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j17,83) & 0 & j3,846 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & 0 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

- Curto circuito na barra 3

$$Y_{BUS3} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & 0 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j17,83) & j2,174 & 0 \\ 0 & j20 & 0 & j2,174 & (1 - j34,88) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Utiliza-se o processo de eliminação de Gauss apresentado na seção (3.3) para realizar a redução das matrizes aos nós correspondentes dos geradores, com o intuito de facilitar a formação das equações diferenciais.

Substituindo na equação (86) os coeficientes de cada matriz Y_{BUSi} , encontram-se as matrizes reduzidas das respectivas barras no período em falta, apresentadas abaixo:

$$Y_{RED1}^f = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & (0,46 - j7,94) & (1,05 + j5,69) \\ 0 & (1,05 + j5,69) & (8,29 - j13,05) \end{bmatrix}$$

$$Y_{RED2}^f = \begin{bmatrix} (0,62 - j4,12) & 0 & (0,43 + j1,85) \\ 0 & -j20 & 0 \\ (0,43 + j1,85) & 0 & (7,59 - j15,22) \end{bmatrix}$$

$$Y_{RED3}^f = \begin{bmatrix} (0,62 - j4,12) & (0,09 + j0,79) & 0 \\ (0,09 + j0,79) & (0,34 - j8,46) & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 \end{bmatrix}$$

Para uma simulação específica de curto-circuito não é necessária a formação das demais matrizes reduzidas, isto é, basta apenas da situação em falta.

Considerando Y_{ij} os elementos da matriz reduzida Y_{RED} .

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (84)$$

Onde:

G_{ij} – parte real de Y_{ij} .

B_{ij} – parte imaginária de Y_{ij} .

De cada uma das matrizes reduzidas apresentadas foi retirado os coeficientes:

$$C_{ij} = |E_i||E_j|B_{ij} \quad (85)$$

$$D_{ij} = |E_i||E_j|G_{ij} \quad (86)$$

Os coeficientes C_{ij} e D_{ij} são necessários para completar as equações diferenciais que descrevem o comportamento de cada máquina. A equação diferencial (86) de balanço de segunda ordem, apresentada anteriormente¹:

$$M_i \ddot{\delta}_i = p_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n [C_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j)] \quad (87)$$

Decompondo-se a equação diferencial (87) de segunda ordem em duas equações (88) e (89) de primeira ordem obtém-se a representação na forma de variáveis de estado.

¹ Para as simulações efetuadas, desprezou-se qualquer tipo de amortecimento das máquinas, isto é, o termo “ p_{di} ” das equações (46) e (47).

$$M_i \dot{\omega}_i = p_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^n [C_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j)] \quad (88)$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_i \quad (89)$$

Substituindo os valores encontrados nas equações (88) e (89) obtém-se as seguintes equações quando as barras estão em curto-circuito:

- Equações considerando a barra 1.

Máquina 1

$$0,053 \dot{\omega}_1 = 2,49 \quad (90)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (91)$$

Máquina 2

$$0,079 \dot{\omega}_2 = 4,21 - (1,057)^2 \times 0,46 - 6,33 \text{sen}(\delta_2 - \delta_3) - 1,168 \text{cos}(\delta_2 - \delta_3) \quad (92)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (93)$$

Máquina 3

$$0,318 \dot{\omega}_3 = 8,2 - (1,053)^2 \times 8,29 - 6,33 \text{sen}(\delta_3 - \delta_2) - 1,168 \text{cos}(\delta_3 - \delta_2) \quad (94)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 \quad (95)$$

- Equações considerando a barra 2.

Máquina 1

$$0,053 \dot{\omega}_1 = 2,49 - (1,073)^2 \times 0,62 - 2,098 \text{sen}(\delta_1 - \delta_3) - 0,487 \text{cos}(\delta_1 - \delta_3) \quad (96)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (97)$$

Máquina 2

$$0,079 \dot{\omega}_2 = 4,21 \quad (98)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (99)$$

Máquina 3

$$0,318 \dot{\omega}_3 = 8,2 - (1,053)^2 \times 7,59 - 2,09 \text{sen}(\delta_3 - \delta_1) - 0,486 \text{cos}(\delta_3 - \delta_1) \quad (100)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 \quad (101)$$

- Equações considerando a barra 3.

Máquina 1

$$0,053 \dot{\omega}_1 = 2,49 - (1,073)^2 \times 0,62 - 0,896 \text{sen}(\delta_1 - \delta_2) - 0,102 \text{cos}(\delta_1 - \delta_2) \quad (102)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (103)$$

Máquina 2

$$0,079\dot{\omega}_2 = 4,21 - (1,057)^2 \times 0,34 - 0,892 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_1) - 0,102 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_1) \quad (104)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (105)$$

Máquina 3

$$0,318\dot{\omega}_3 = 8,20 \quad (106)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 \quad (107)$$

As equações encontradas foram resolvidas através do método de integração numérica de Euler mostrado na seção (3.2). O problema apresentado possui valor inicial para δ , desse modo o primeiro passo é calcular o valor do desvio de ω_i inicial através da equação (88), e então substituir na equação (89), encontrando um novo valor de δ que deve ser substituído novamente na equação (88), e assim sucessivamente até o fim do tempo pré-determinado para abertura do disjuntor. Todos os valores de ângulo e velocidade são armazenados, e serão utilizados posteriormente.

B) PERÍODO DE PÓS-FALTA

Caso o curto ocorra na linha “a-b” (genérica), o defeito deve ser isolado através da atuação de relés e da abertura da linha pelos disjuntores, alternando-se a topologia de rede e a matriz \tilde{Y}_{BUSij} do pós-falta.

- Atuação da proteção após curto na linha 1-2.

$$\tilde{Y}_{BUS12}^{pf} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j15,65) & 0 & j3,846 \\ 0 & j20 & 0 & 0 & (1 - j32,71) & j12,407 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & j12,407 & (12,4 - j85,4) \end{bmatrix}$$

- Atuação da proteção após curto na linha 1-3.

$$\tilde{Y}_{BUS13}^{pf} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j13,98) & j2,174 & 0 \\ 0 & j20 & 0 & j2,174 & (1 - j34,88) & j12,407 \\ 0 & 0 & j66,7 & 0 & j12,407 & (12,4 - j81,61) \end{bmatrix}$$

- Atuação da proteção após curto na linha 2-3.

$$\tilde{Y}_{BUS23}^{pf} = \begin{bmatrix} -j11,36 & 0 & 0 & j11,36 & 0 & 0 \\ 0 & -j20 & 0 & 0 & j20 & 0 \\ 0 & 0 & -j66,7 & 0 & 0 & j66,7 \\ j11,36 & 0 & 0 & (1,5 - j17,83) & j2,174 & j3,846 \\ 0 & j20 & 0 & j2,174 & (1 - j22,47) & 0 \\ 0 & 0 & j66,7 & j3,846 & 0 & (12,4 - j73,05) \end{bmatrix}$$

As matrizes podem ser reduzidas através do processo de Eliminação de Gauss.

Reduzindo-se a matriz aos nós das f.e.m.'s obtém-se:

$$Y_{RED12}^{pf} = \begin{bmatrix} (0,82 - j3,1) & (0,07 + j0,25) & (0,57 + j2,22) \\ (0,07 + j0,25) & (0,53 - j7,09) & (1,17 + j6,15) \\ (0,57 + j2,22) & (1,17 + j6,15) & (8,62 - j12,29) \end{bmatrix}$$

$$Y_{RED13}^{pf} = \begin{bmatrix} (1 - j2,15) & (0,16 + j1,06) & (0,16 + j0,51) \\ (0,16 + j1,06) & (0,49 - j7,79) & (1,16 + j6,02) \\ (0,16 + j0,51) & (1,16 + j6,02) & (9,13 - j10,52) \end{bmatrix}$$

$$Y_{RED23}^{pf} = \begin{bmatrix} (0,65 - j4,01) & (0,17 + j1,24) & (0,57 + j0,18) \\ (0,17 + j1,24) & (0,83 - j2,03) & (0,11 + j0,37) \\ (0,57 + j2,18) & (0,11 + j0,37) & (10,33 - j6,87) \end{bmatrix}$$

De cada uma das matrizes reduzidas apresentadas foram calculados os coeficientes C_{ij} e D_{ij} necessários para completar as equações diferenciais que descrevem o comportamento de cada máquina, que podem ser escritas como:

- Equações após eliminação do curto na linha 1-2.

Máquina 1

$$0,053\dot{\omega}_1 = 2,49 - (1,073)^2 \times 0,82 - 0,284 \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_2) - 0,08 \operatorname{cos}(\delta_1 - \delta_2) - 2,51 \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_3) - 0,65 \operatorname{cos}(\delta_1 - \delta_3) \quad (108)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (109)$$

Máquina 2

$$0,079\dot{\omega}_2 = 4,21 - (1,057)^2 \times 0,53 - 0,88 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_1) - 0,248 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_1) - 6,845 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_3) - 1,302 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_3) \quad (110)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (111)$$

Máquina 3

$$0,318\dot{\omega}_3 = 8,2 - (1,053)^2 \times 8,62 - 2,508 \operatorname{sen}(\delta_3 - \delta_1) - 0,644 \operatorname{cos}(\delta_3 - \delta_1) - 6,845 \operatorname{sen}(\delta_3 - \delta_2) - 1,302 \operatorname{cos}(\delta_3 - \delta_2) \quad (112)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 \quad (113)$$

- Equações após eliminação do curto na linha 1-3.

Máquina 1

$$0,053\dot{\omega}_1 = 2,49 - (1,073)^2 \times 1 - 1,202 \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_2) - 0,181 \operatorname{cos}(\delta_1 - \delta_2) - 0,576 \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_3) - 0,181 \operatorname{cos}(\delta_1 - \delta_3) \quad (114)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (115)$$

Máquina 2

$$0,079\dot{\omega}_2 = 4,21 - (1,057)^2 \times 0,49 - 1,202 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_1) - 0,181 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_1) - 6,7 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_3) - 1,291 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_3) \quad (116)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (117)$$

Máquina 3

$$0,318\dot{\omega}_3 = 8,2 - (1,053)^2 \times 9,13 - 0,581 \operatorname{sen}(\delta_3 - \delta_1) - 0,181 \operatorname{cos}(\delta_3 - \delta_1) - 6,7 \operatorname{sen}(\delta_3 - \delta_2) - 1,291 \operatorname{cos}(\delta_3 - \delta_2) \quad (118)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 \quad (119)$$

- Equações após eliminação do curto na linha 2-3.

Máquina 1

$$0,053\dot{\omega}_1 = 2,49 - (1,073)^2 \times 0,65 - 1,406 \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_2) - 0,193 \operatorname{cos}(\delta_1 - \delta_2) - 2,463 \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_3) - 0,664 \operatorname{cos}(\delta_1 - \delta_3) \quad (120)$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_1 \quad (121)$$

Máquina 2

$$0,079\dot{\omega}_2 = 4,21 - (1,057)^2 \times 0,83 - 1,406 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_1) - 0,193 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_1) - 0,412 \operatorname{sen}(\delta_2 - \delta_3) - 0,122 \operatorname{cos}(\delta_2 - \delta_3) \quad (122)$$

$$\dot{\delta}_2 = \omega_2 \quad (123)$$

Máquina 3

$$0,318\dot{\omega}_3 = 8,2 - (1,053)^2 \times 10,33 - 2,463 \operatorname{sen}(\delta_3 - \delta_1) - 0,644 \operatorname{cos}(\delta_3 - \delta_1) - 0,412 \operatorname{sen}(\delta_3 - \delta_2) - 0,122 \operatorname{cos}(\delta_3 - \delta_2) \quad (124)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 \quad (125)$$

As equações encontradas foram resolvidas através do método de integração numérica de Euler. Todos os valores de ângulo e velocidade foram armazenados juntamente com os valores já encontrados no período da falta, e foram utilizados na construção dos gráficos que propiciaram a análise dos tempos críticos de abertura dos disjuntores que serão apresentados a seguir.

C) SIMULAÇÕES

Através dos dados obtidos a partir das equações diferenciais que representam os períodos em falta e pós-falta pode-se gerar os gráficos que mostram se o sistema permanece ou não em sincronismo.

Para se identificar o valor do tempo de abertura do disjuntor primeiramente escolhe-se um valor aleatório entre 0 e 1 segundo (conforme apresentado na página 17), sendo possível chamar esse procedimento de tentativa e erro. O tempo total de simulação é de 4 segundos, este valor foi escolhido para possibilitar uma análise melhor dos gráficos.

Para o sistema de 3 barras e 3 geradores tem-se 6 resultados de simulação, utilizando um passo de integração igual a 0,0001.

C.1) Análise considerando curto na linha 1-2, próximo a barra 1.

Para falta na linha 1-2, próximo a barra 1 o sistema permanece em sincronismo, transitoriamente estável, para o tempo de abertura 0,175s de acordo com a Figura 18 e perde o sincronismo para o tempo de abertura igual 0,176s de acordo com a Figura 19. Conclui-se, portanto que o tempo crítico de abertura está situado entre 0,175 e 0,176s.

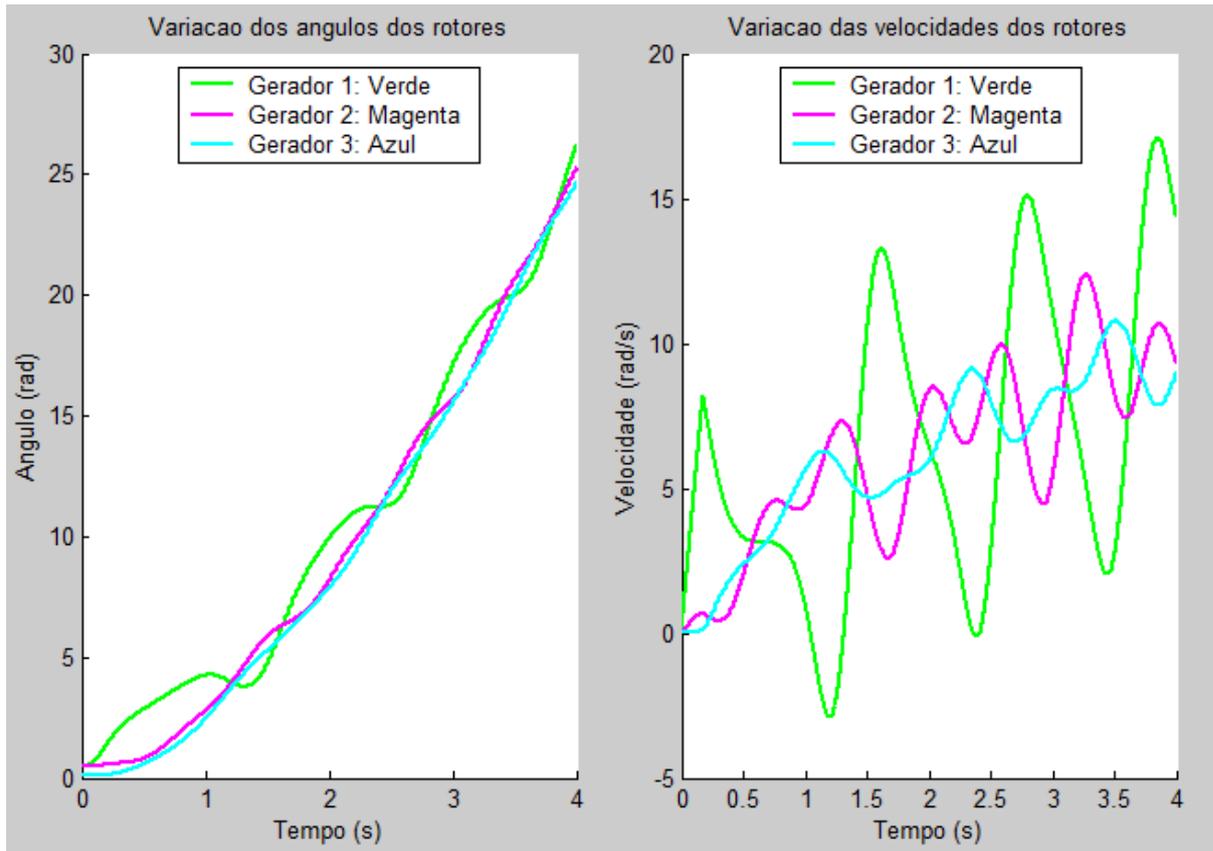


Figura 18 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,175 segundos.
Fonte: Própria

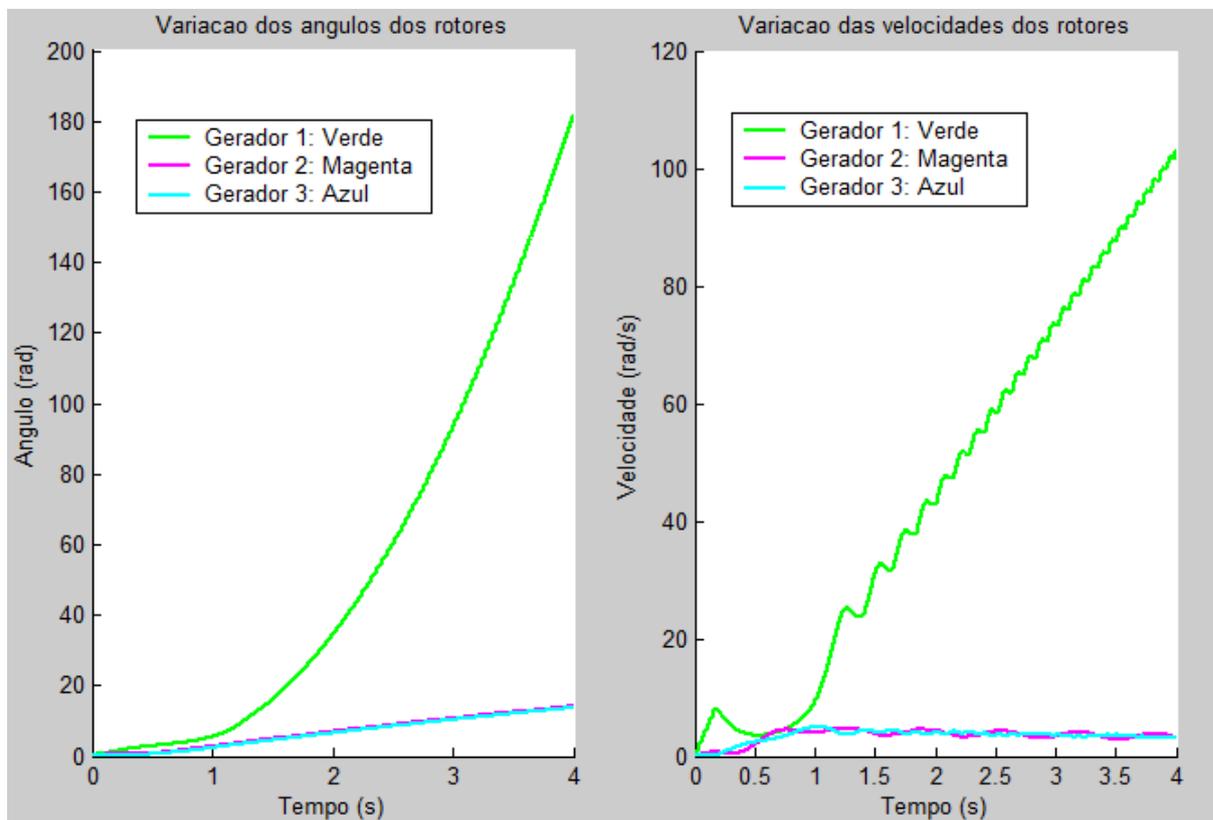
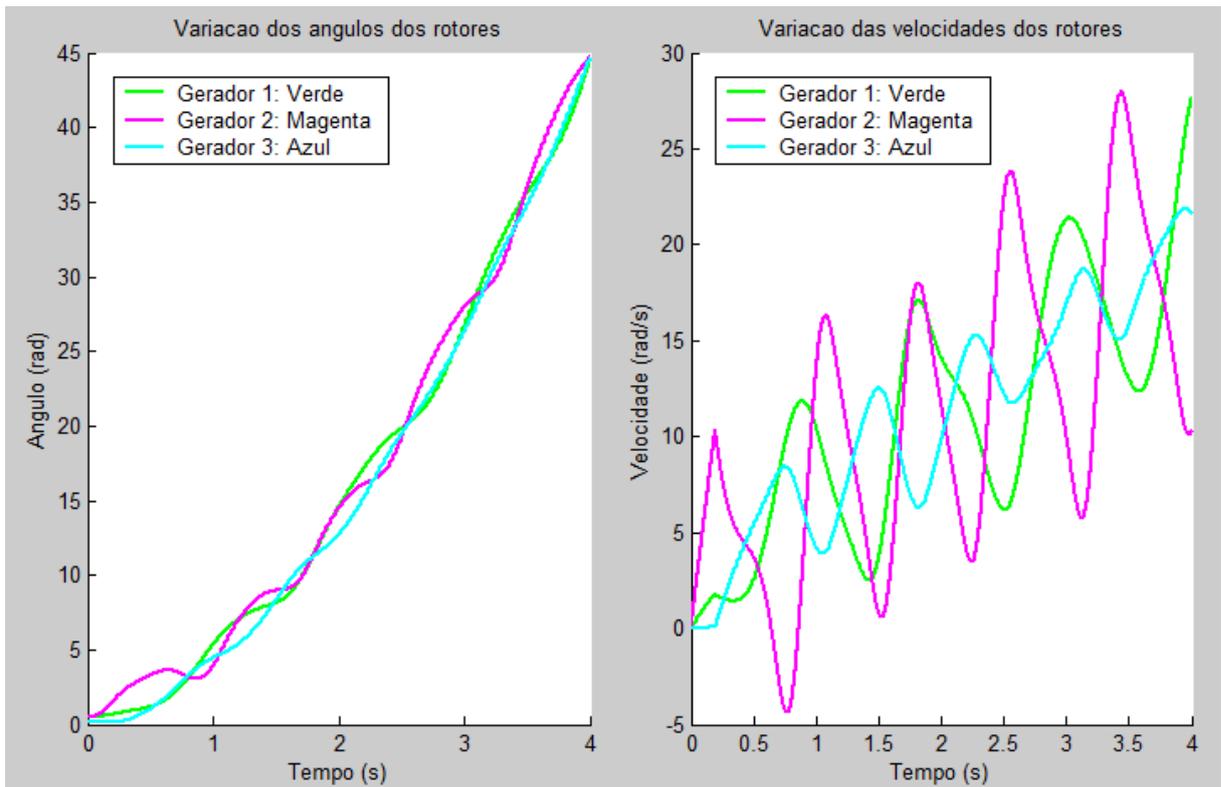


Figura 19 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,176 segundos.
Fonte: Própria

C.2) Análise considerando curto na linha 1-2, próximo a barra 2.

Como apresentado anteriormente na seção 2.4, quando a falta ocorre na linha 1-2, próxima da barra 2, o tempo crítico de abertura do disjuntor ficou entre 0,194s e 0,196s.

A Figura 20 exemplifica o sistema transitoriamente estável e a Figura 21 o sistema transitoriamente instável.



**Figura 20 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,194 segundos.
Fonte: Própria**

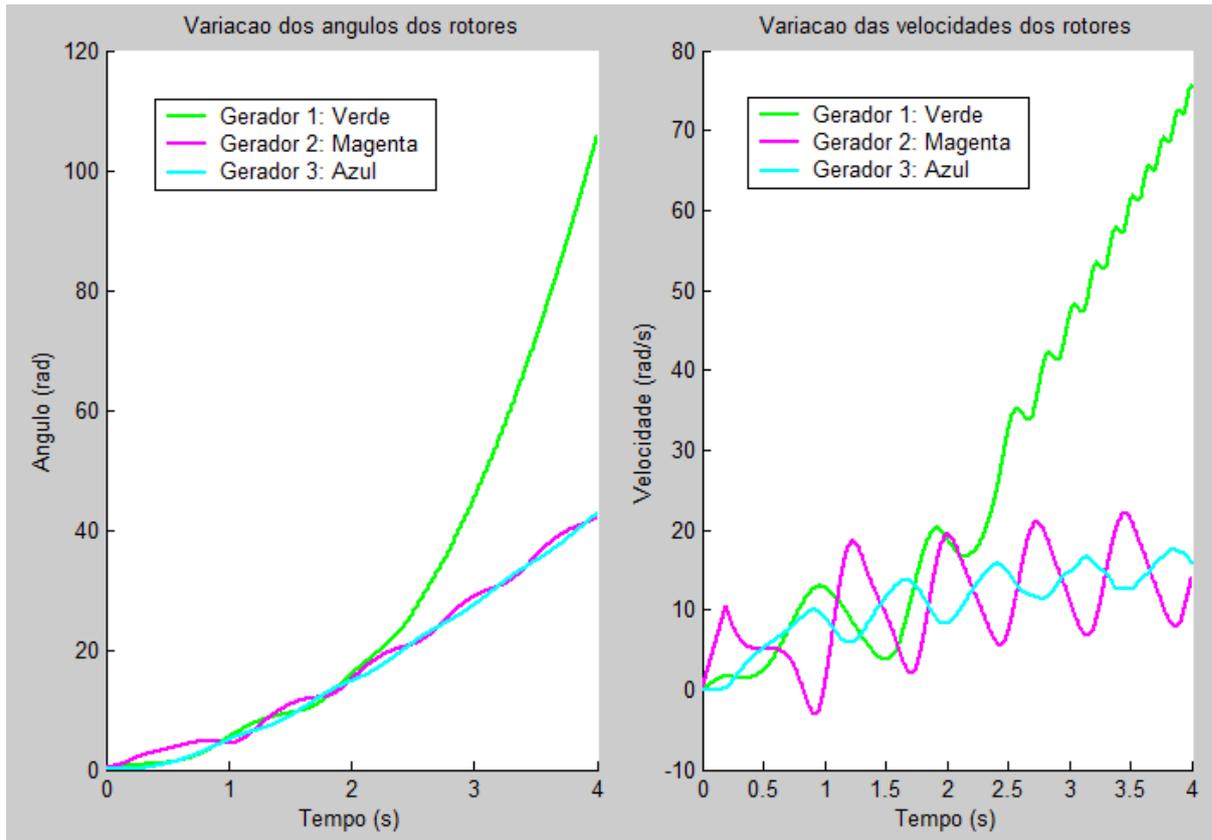


Figura 21 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,196 segundos.
Fonte: Própria.

C.3) Análise considerando curto na linha 1-3, próximo a barra 1.

Para falta na linha 1-3, próximo a barra 1 o tempo crítico de abertura está situado entre o intervalo de 0,095 e 0,096 segundos. Isso pode ser observado nas Figuras 22 e 23.

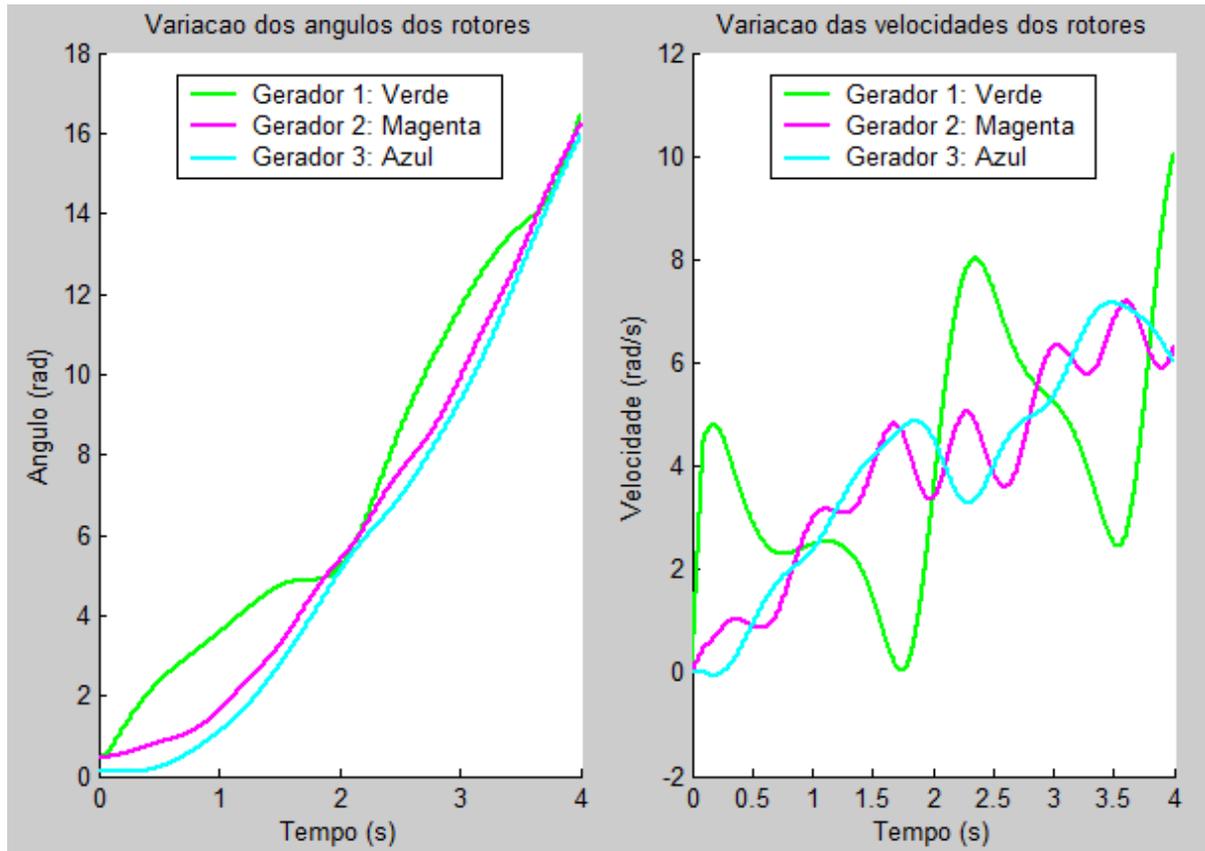


Figura 22 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,095 segundos.
Fonte: Própria.

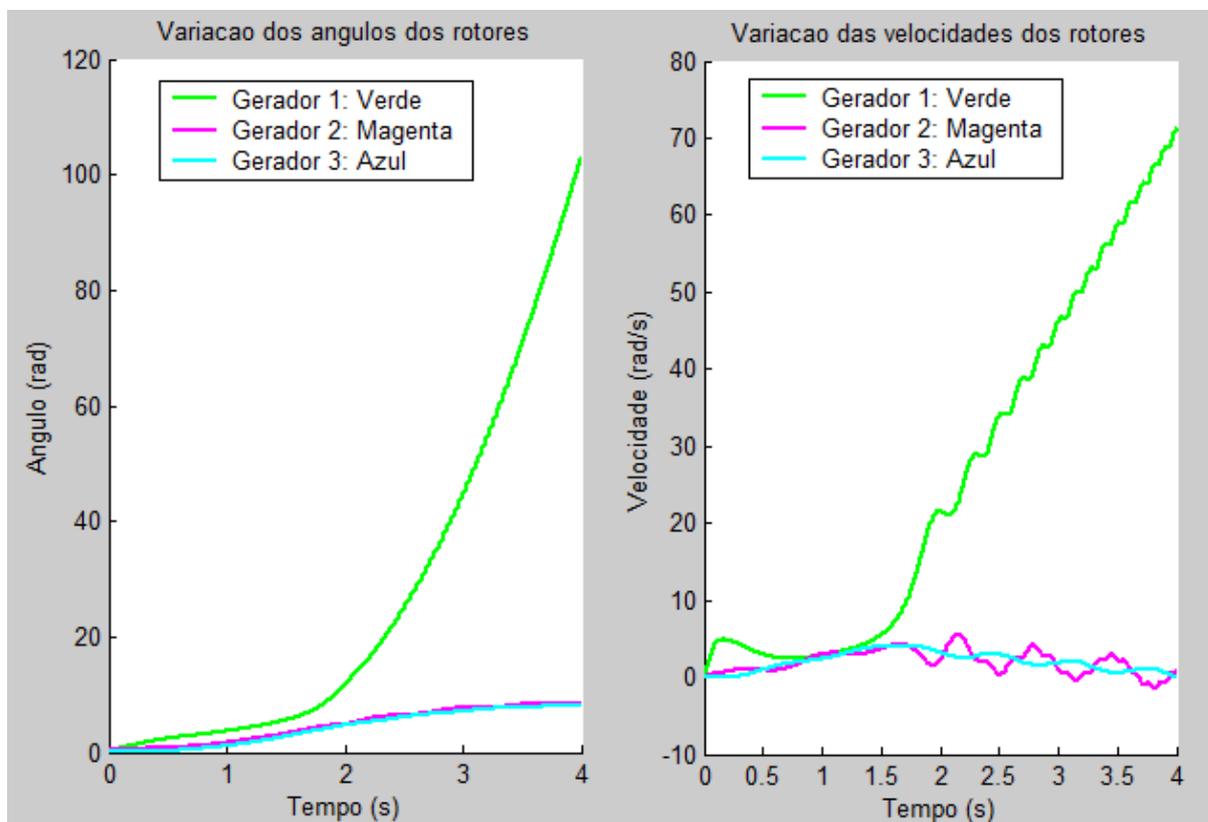
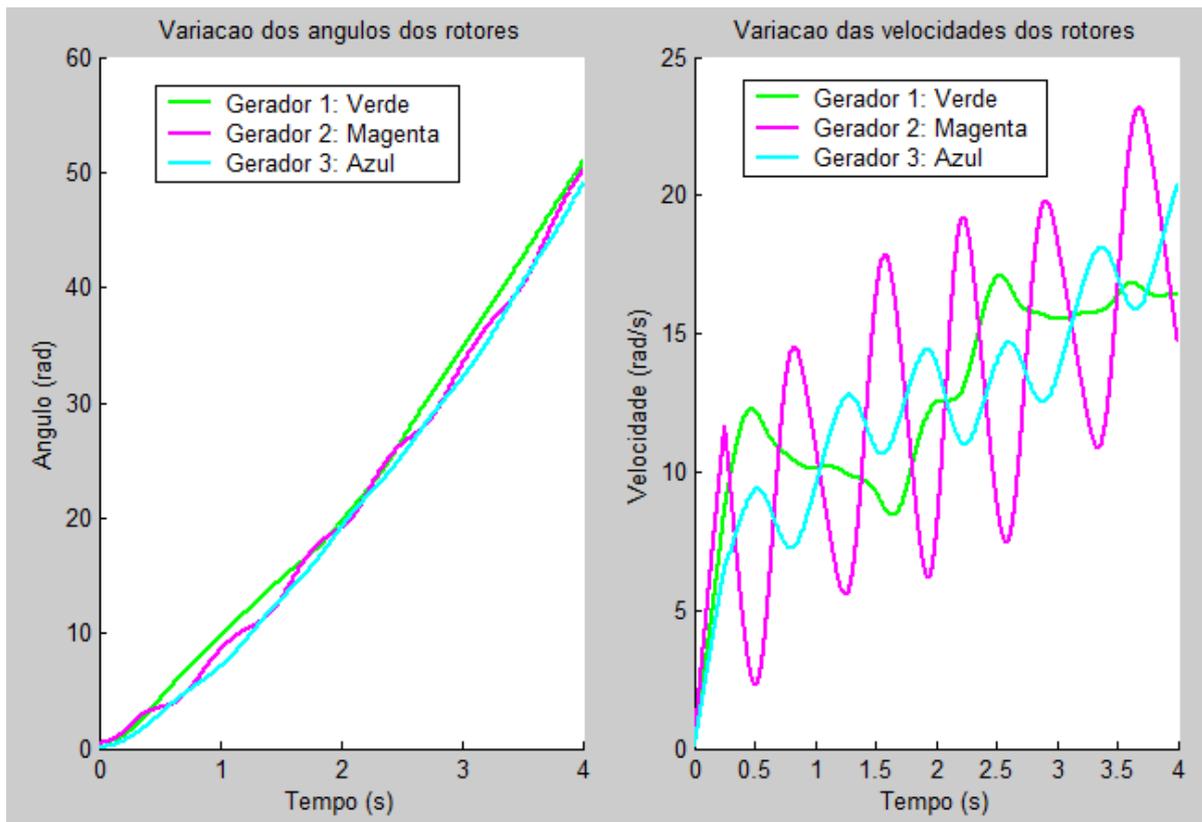


Figura 23 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,096 segundos.
Fonte: Própria

C.4) Análise considerando curto na linha 1-3, próximo a barra 3.

Para falta na linha 1-3, próximo a barra 3 o intervalo onde está situado o tempo crítico de abertura é entre 0,257 e 0,258 segundos.

Pode ser verificado o sincronismo das máquinas nas Figuras 24 e 25, a seguir.



**Figura 24 – Sistema transitoriamente estável para o tempo de abertura de 0,257 segundos.
Fonte: Própria**

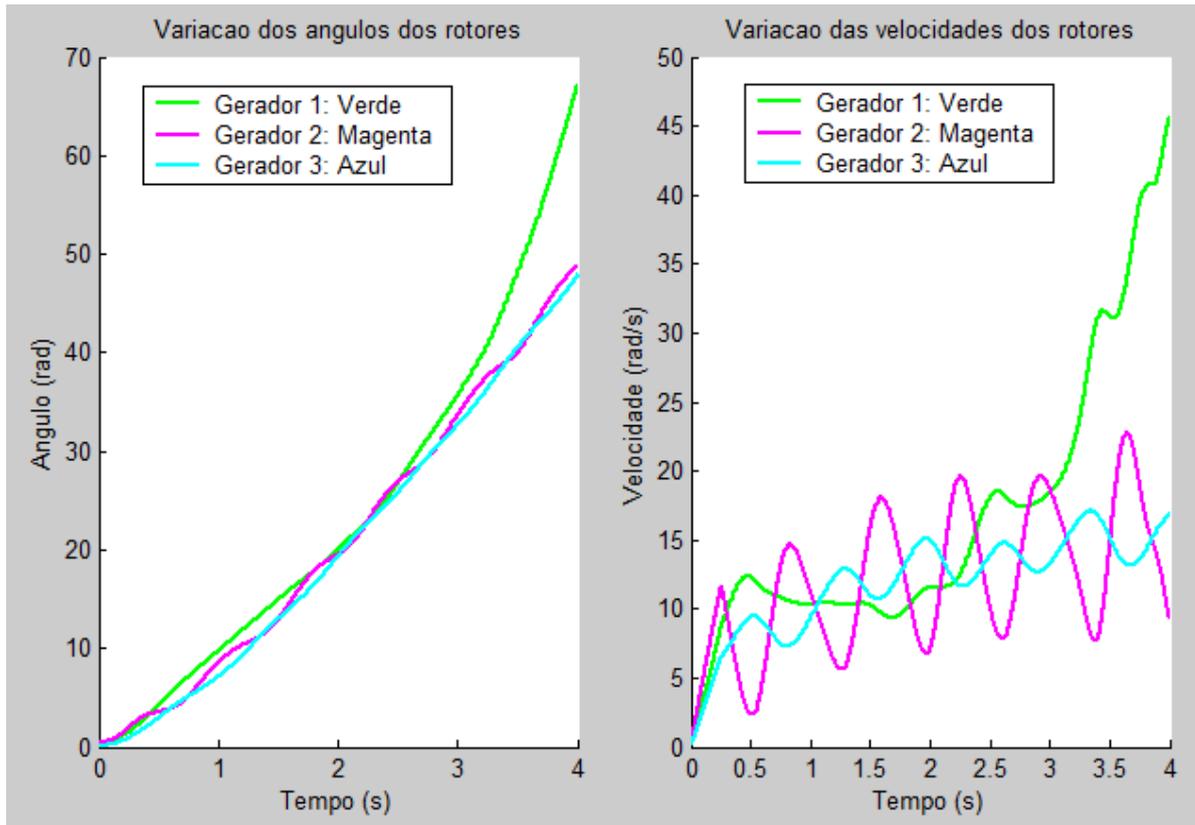


Figura 25 – Sistema transitoriamente instável para o tempo de abertura de 0,258 segundos.
Fonte: Própria

C.5) Análise considerando curto na linha 2-3, próximo a barra 2 e barra 3.

As Figuras 26 e 27 apresentam os resultados obtidos para um curto-circuito na linha 2-3, atribuindo o curto-circuito na barra 2. As Figuras 28 a 34 apresentam gráficos do comportamento dos ângulos das máquinas quando o curto-circuito também é na linha 2-3, porém ocorrendo próximo da barra 3.

Observando todas essas figuras, pode-se verificar que para qualquer tempo de abertura dos disjuntores os geradores irão perder o sincronismo. Isso ocorrerá mesmo para tempos de abertura de milissegundos, como mostra a Figura 35.

Isto porque, após a abertura da linha 2-3 (período pós-falta) o sistema não tem potência elétrica sincronizante suficiente para manter as máquinas em sincronismo.

Lembrando que a potência elétrica do pós-falta depende dos ângulos dos rotores e da nova topologia da rede, com sua nova matriz admitância nodal considerando as mesmas cargas (modeladas como admitância constante) dos períodos pré-falta e falta.

Assim, curtos ocorridos na linha 2-3 são os casos mais críticos para este sistema de 3 barras em anel.

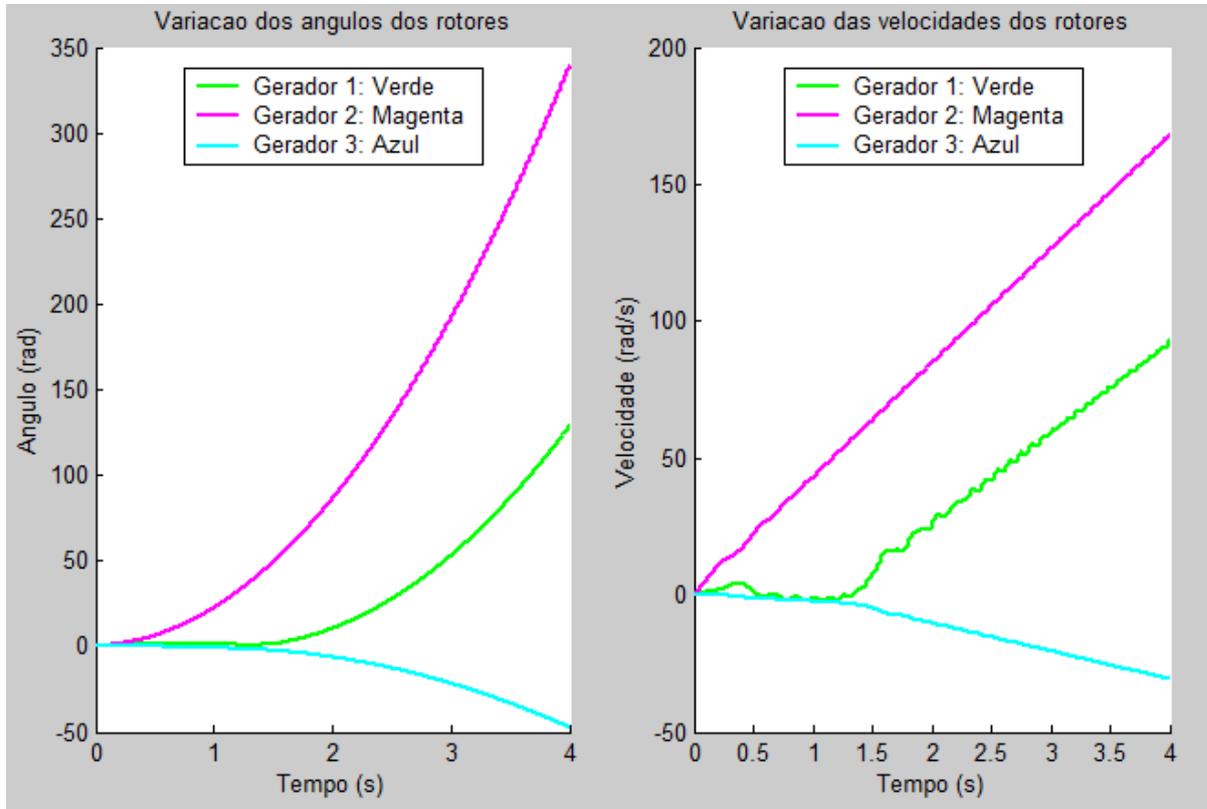


Figura 26 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com o tempo de abertura de 0,225 segundos.
Fonte: Própria.

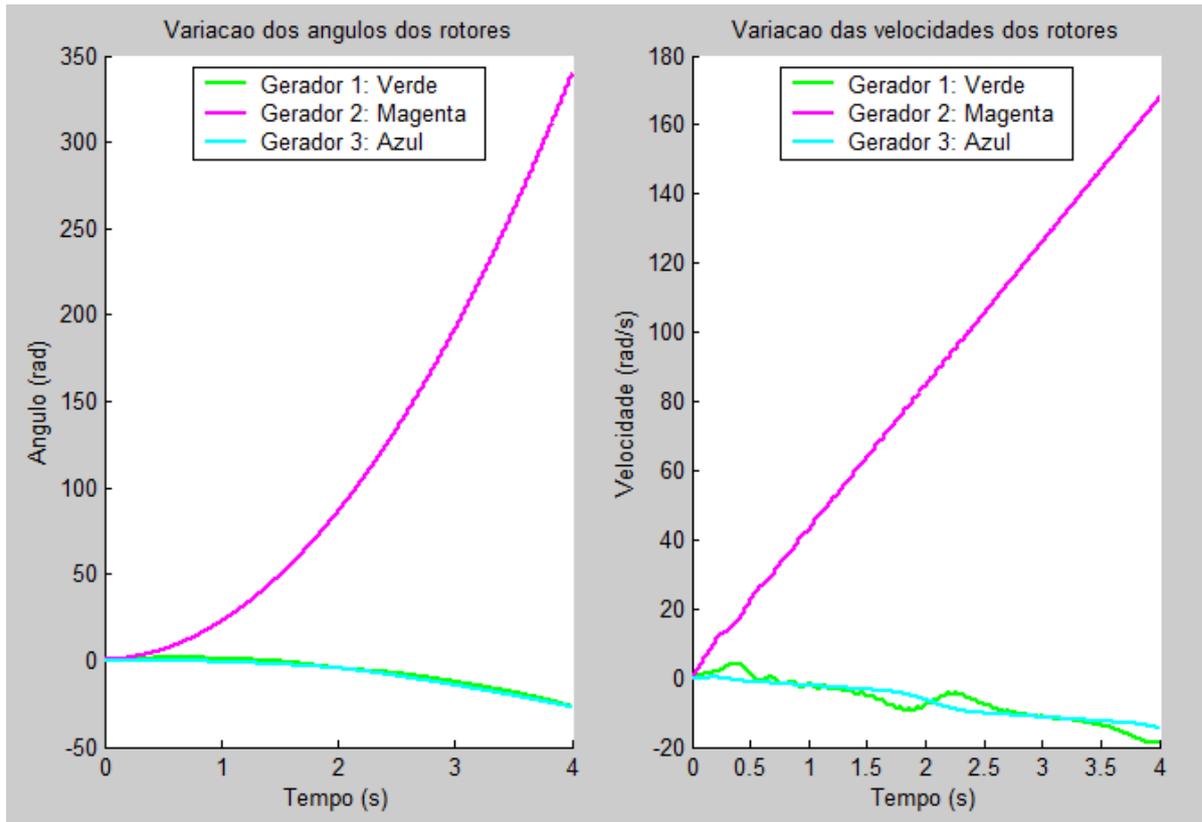


Figura 27 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com o tempo de abertura de 0,226 segundos.
Fonte: Própria.

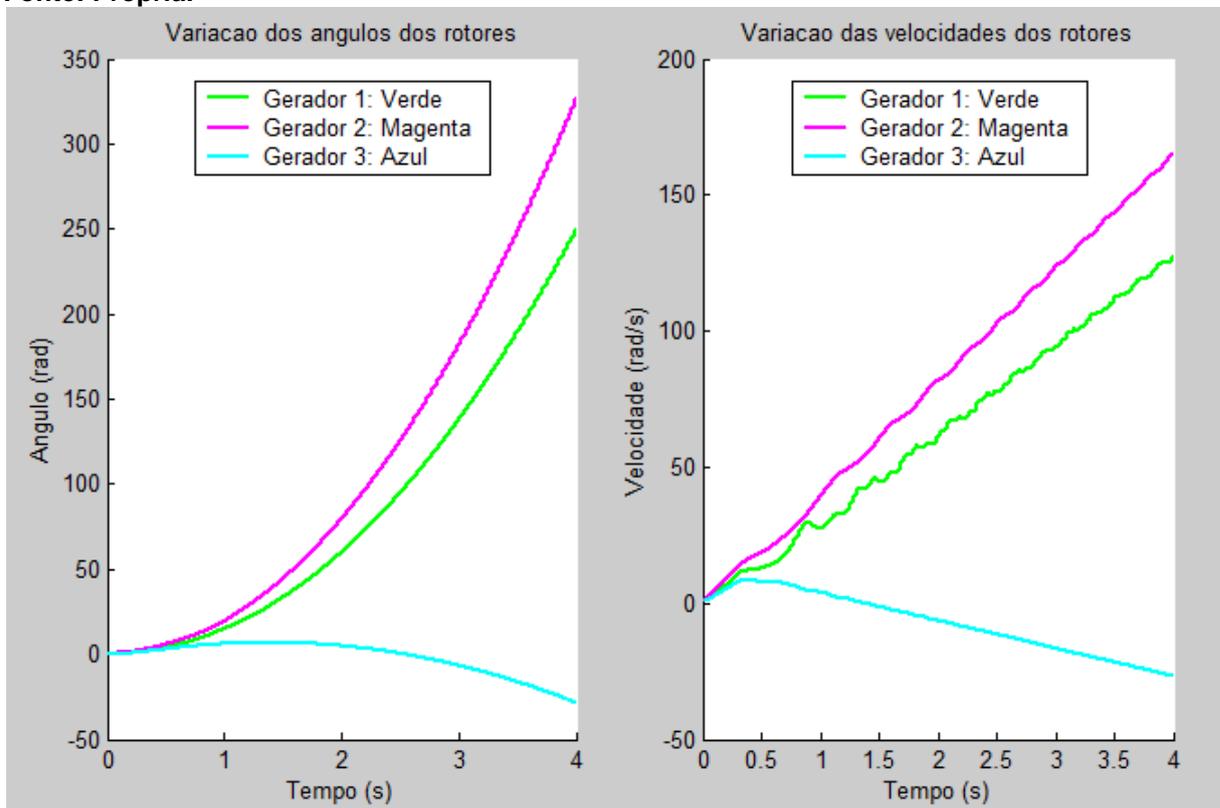


Figura 28 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,330 segundos.
Fonte: Própria.

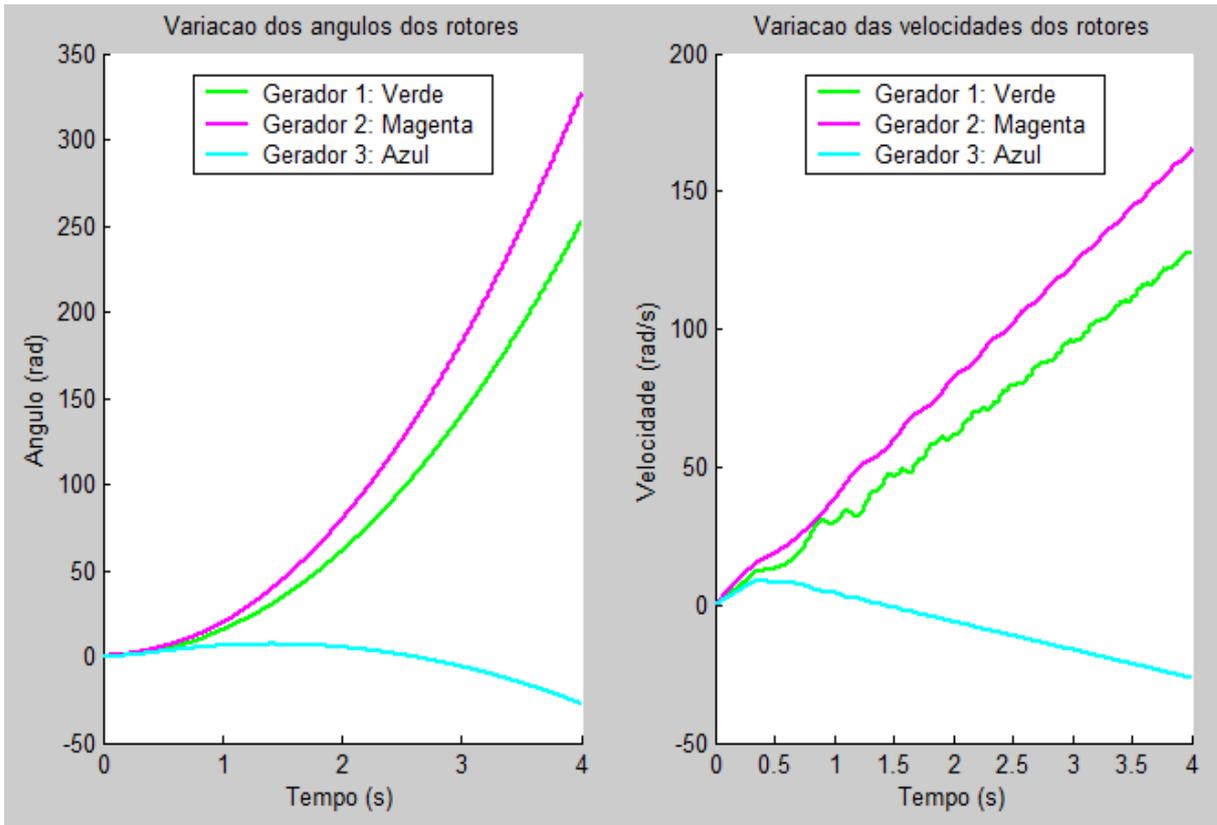


Figura 29 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,340 segundos.
Fonte: Própria.

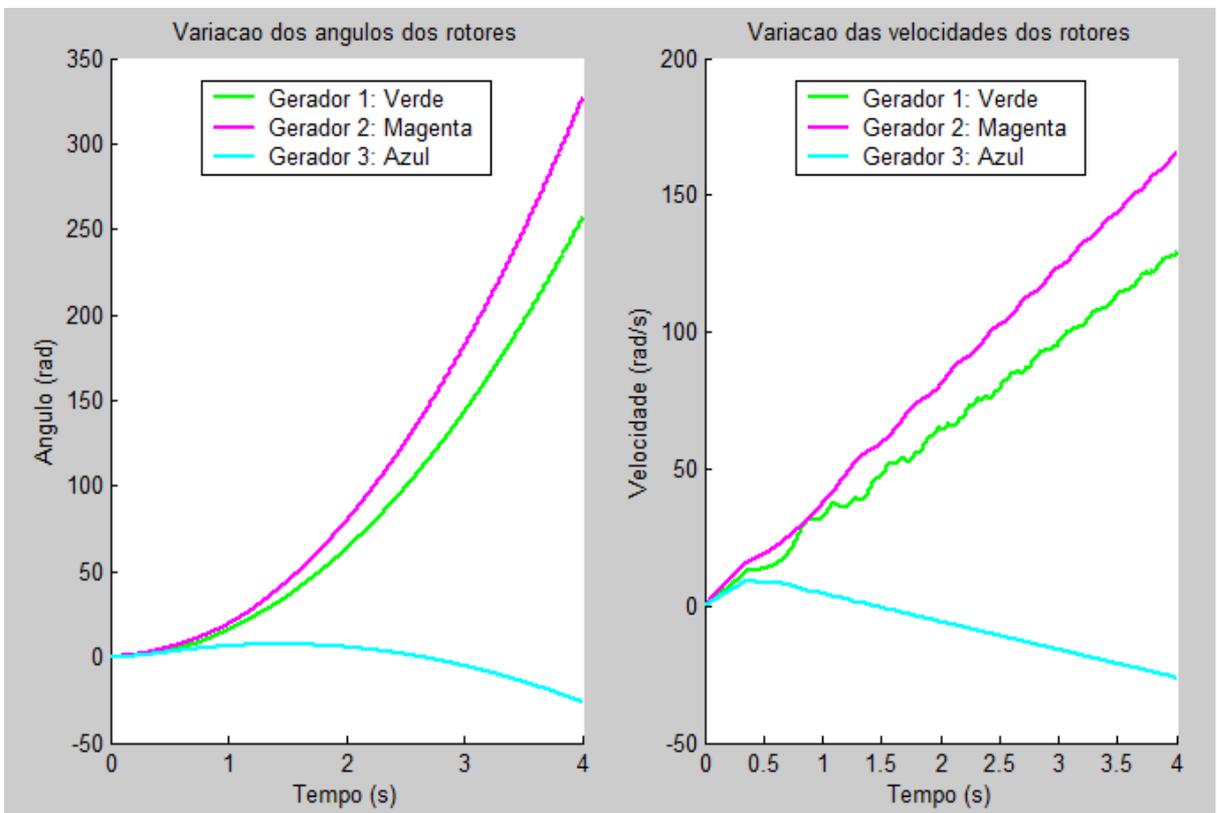


Figura 30 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,350 segundos.
Fonte: Própria.

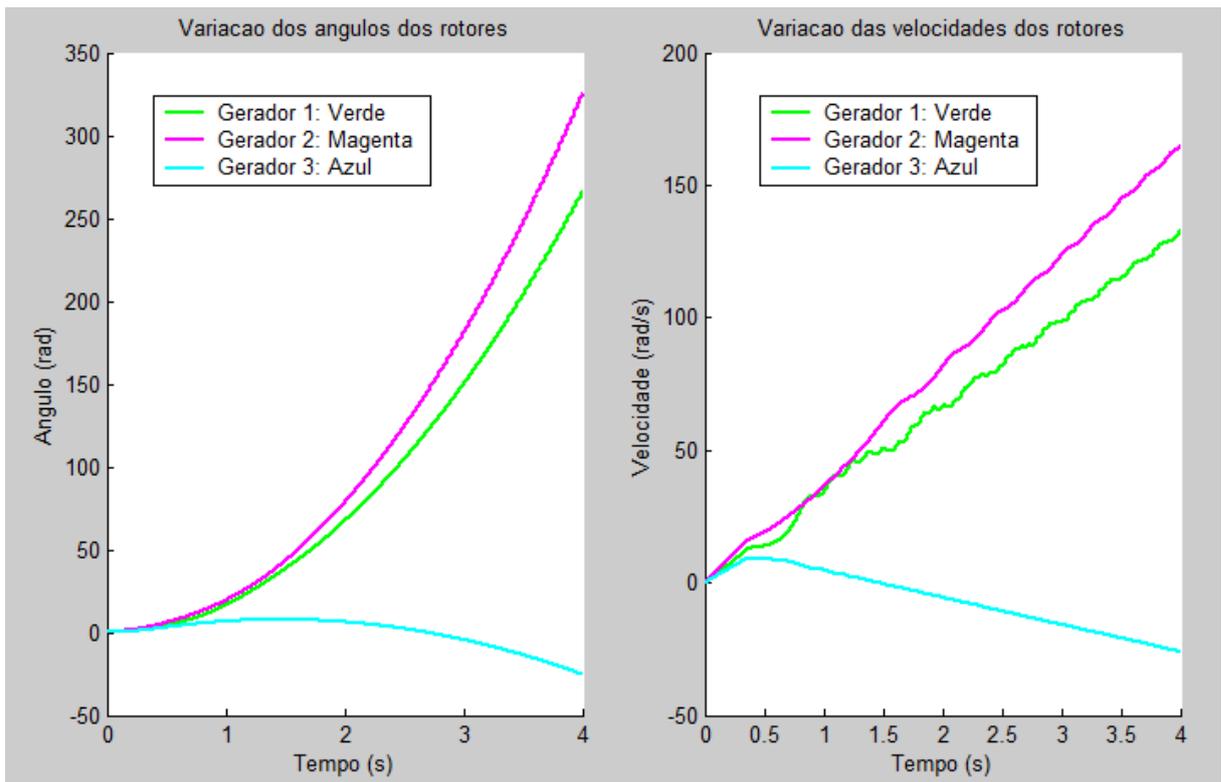


Figura 31 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,358 segundos.
 Fonte: Própria.

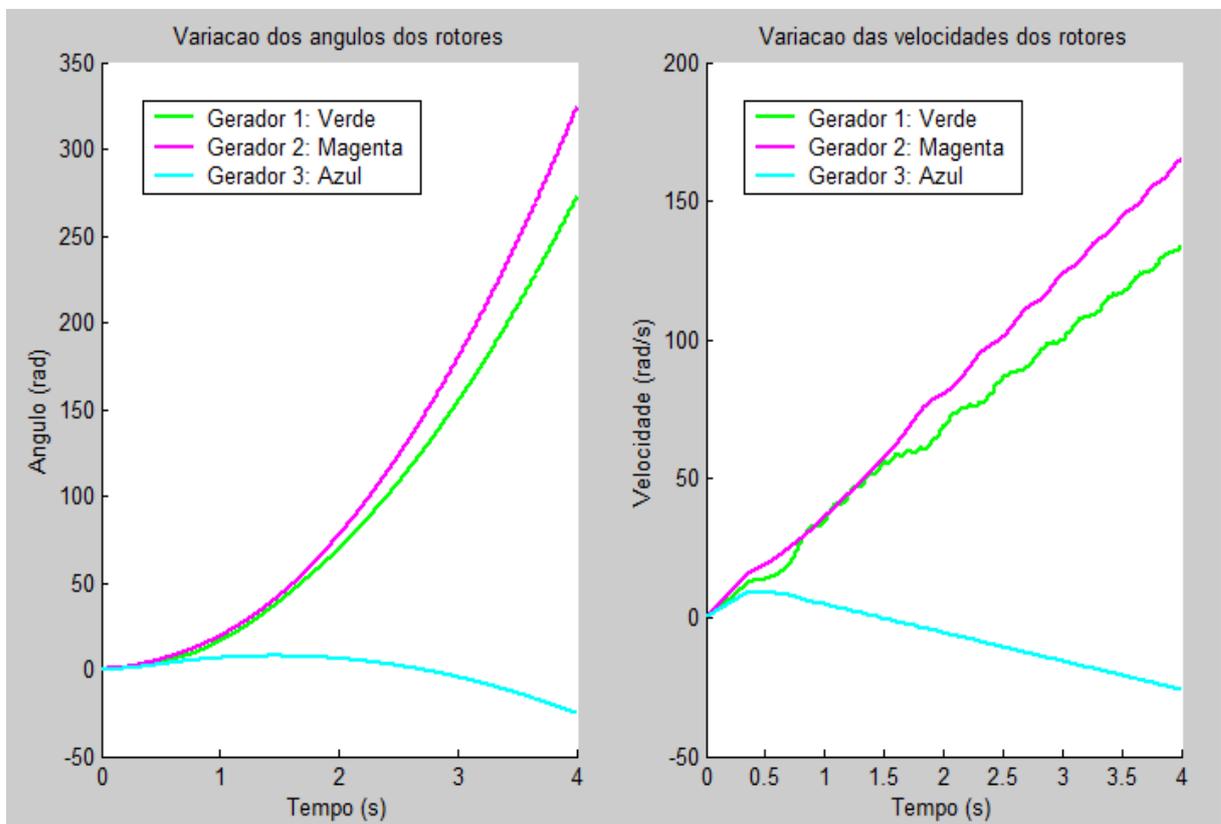


Figura 32 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,359 segundos.
 Fonte: Própria.

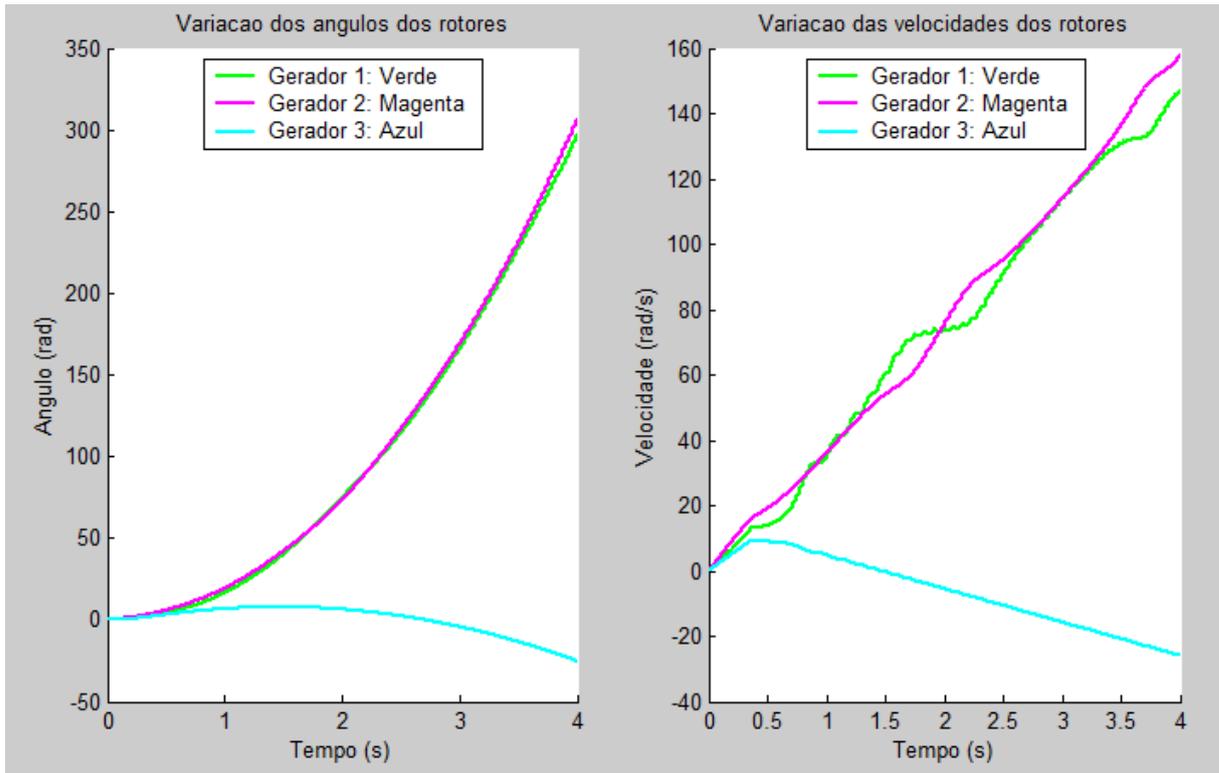


Figura 33 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,360 segundos.
Fonte: Própria.

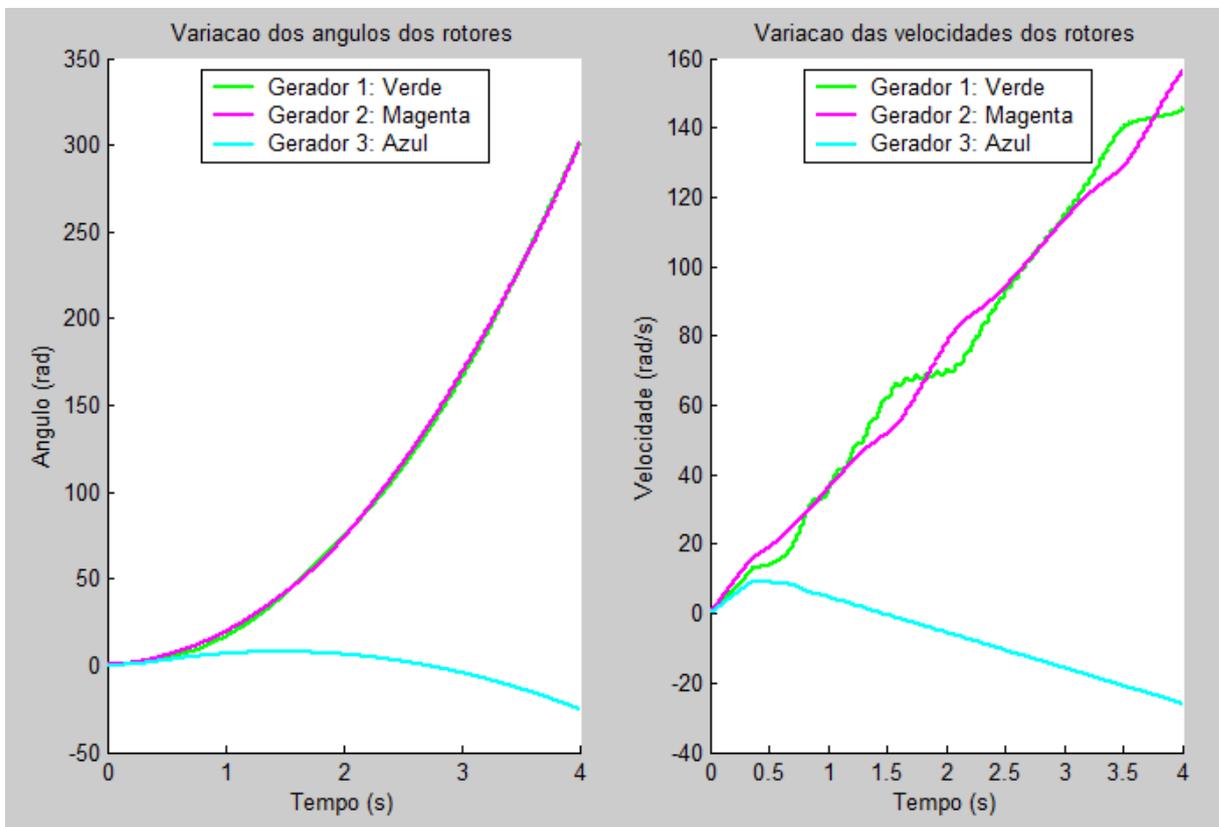


Figura 34 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,361 segundos.
Fonte: Própria.

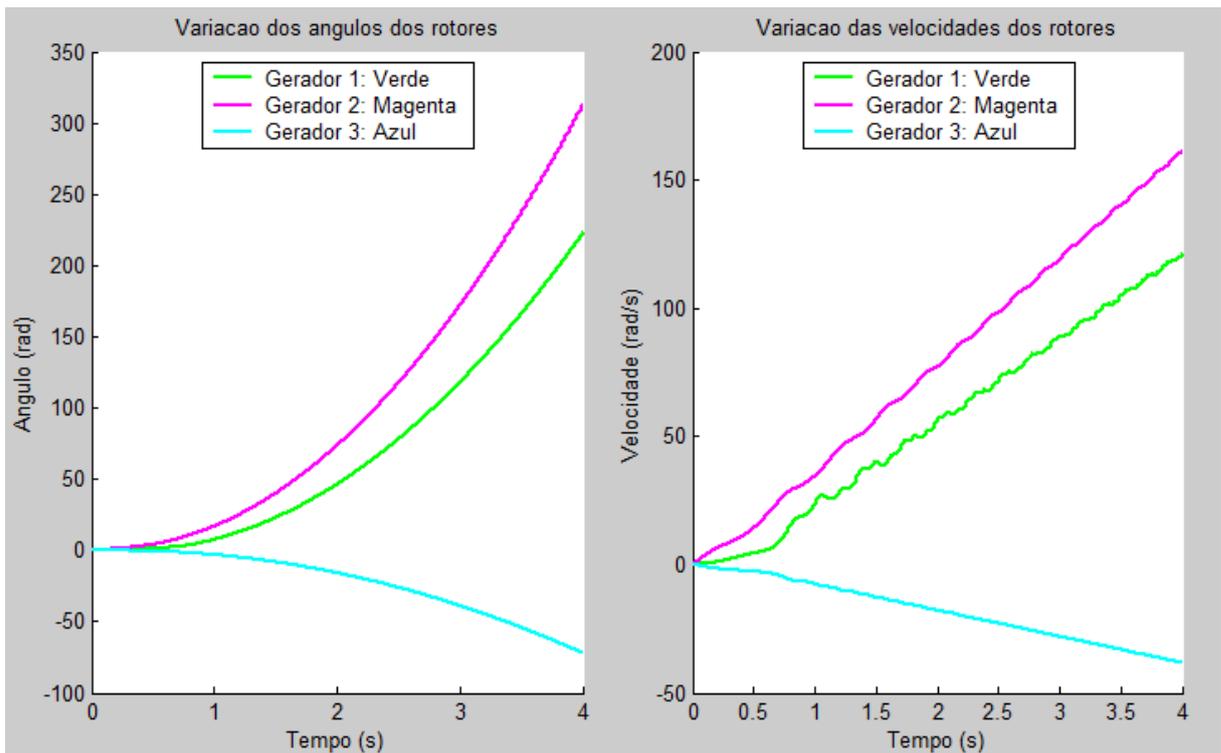


Figura 35 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com o tempo de abertura de 0,005 segundos.
Fonte: Própria.

C.6) Possível solução para casos críticos.

Para contornar situações de perda de sincronismo, uma estratégia simples e que pode ser implementada na prática seria fazer um esquema de rejeição (ou corte) de cargas juntamente com a abertura da linha em curto².

Aplicando o curto na linha 2-3 e no primeiro caso atribuir o curto na barra 2 e **rejeitando-se a carga da barra 3 apenas durante o período pós-falta**, o tempo crítico de abertura está próximo de 0,105 segundos.

Essa situação pode ser verificada nas Figuras 36 e 37.

Aplicando o curto na linha 2-3 e no segundo caso atribuir o curto na barra 3 e **rejeitando-se a carga da barra 3 apenas durante o período pós-falta**, o tempo crítico de abertura está próximo de 0,270 segundos.

Essa situação pode ser verificada nas Figuras 38 e 39.

Observe que as trajetórias ficam menos oscilatórias devido a inércia maior da barra 3.

² Importa esclarecer que o esquema de corte de carga serve para “aliviar” o sistema durante o período transitório. Assim, após a falta ser eliminada a carga deverá ser atendida.

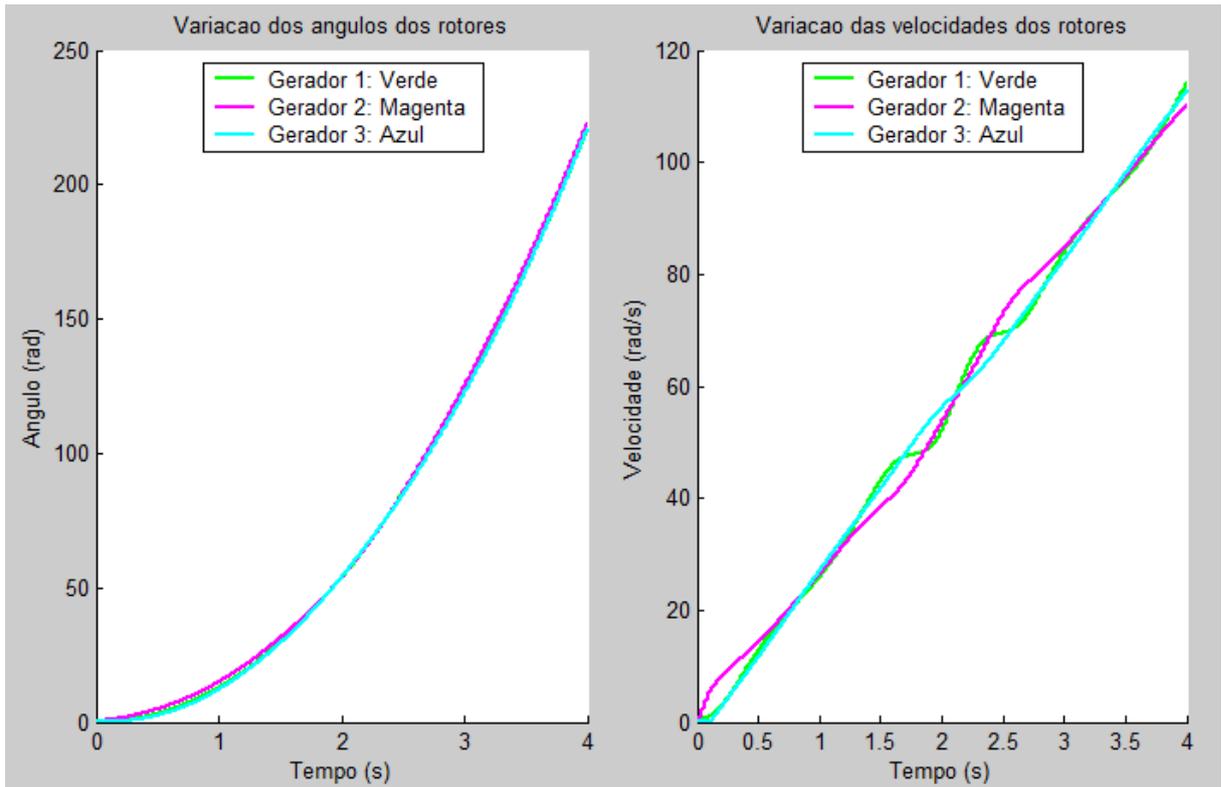


Figura 36 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,104 segundos.
Fonte: Própria.

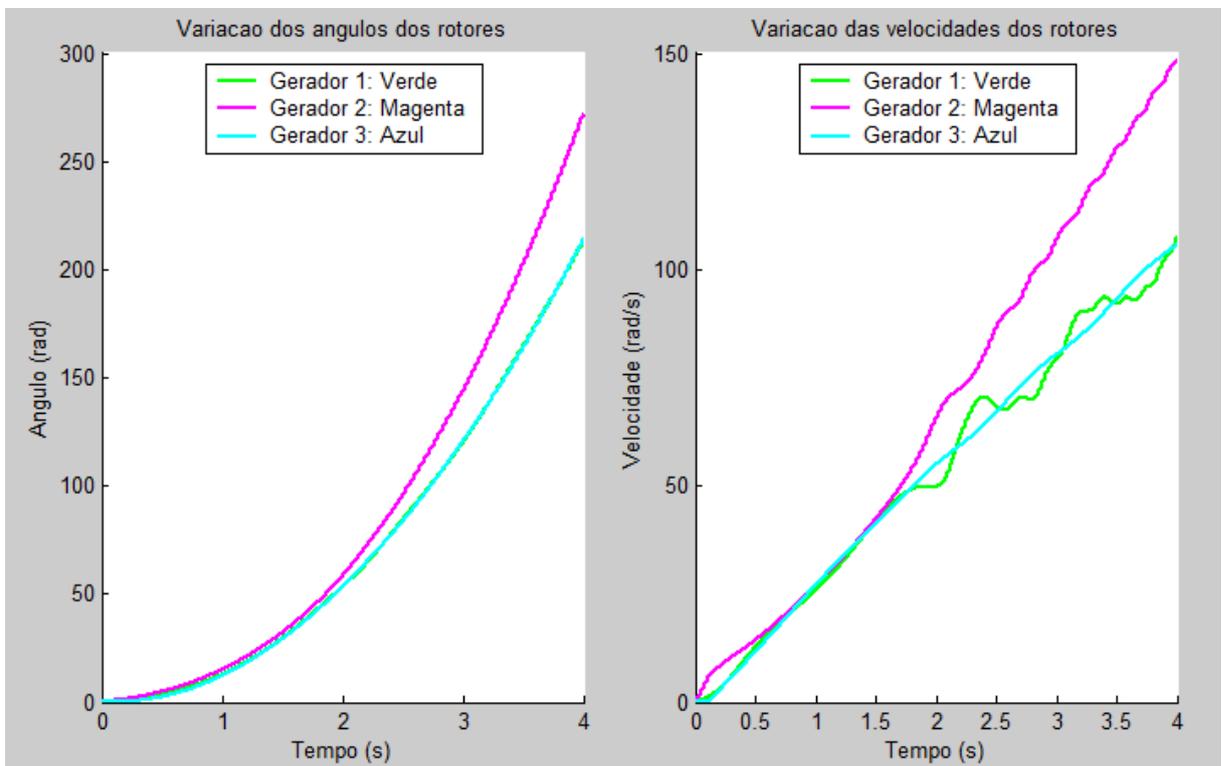


Figura 37 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 2, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,105 segundos.
Fonte: Própria.

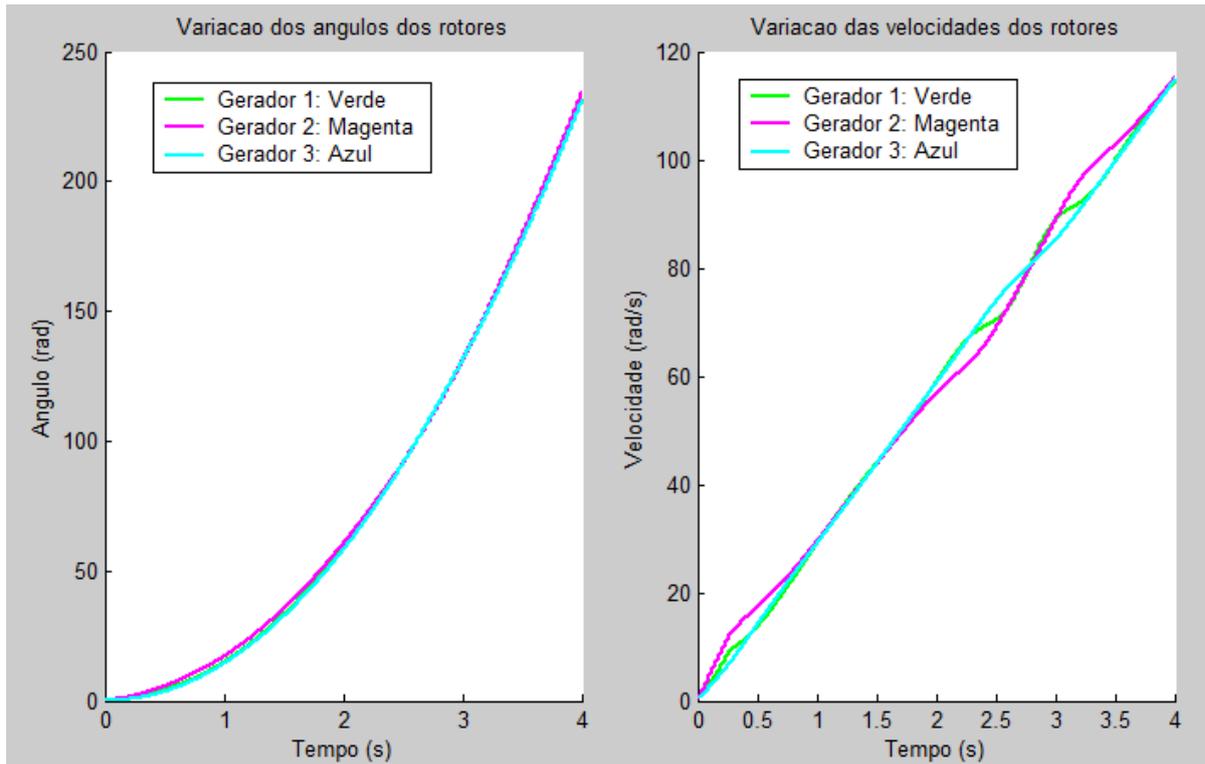


Figura 38 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,269 segundos.
Fonte: Própria.

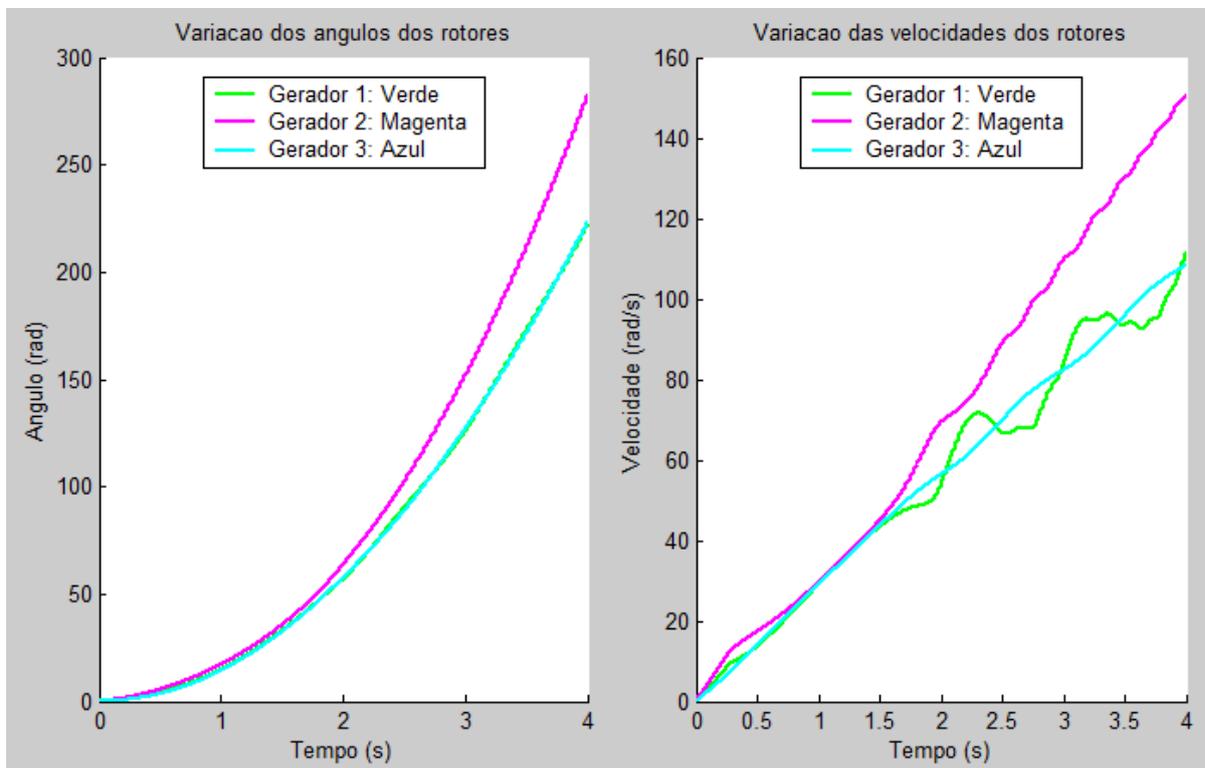


Figura 39 – Curto-circuito na linha 2-3, barra 3, com rejeição de carga no tempo de abertura de 0,270 segundos.
Fonte: Própria.

D) RESULTADOS

Para alcançar os resultados descritos no presente capítulo foram necessárias várias tentativas até encontrar o tempo de abertura crítico do disjuntor com a precisão de três casas decimais após a vírgula. Essa precisão é de suma importância, pois o tempo de atuação da proteção deve ser menor que o tempo de corrente de curto-circuito capaz de gerar danos ao equipamento. Em média foram realizadas 15 tentativas para cada caso estudado e um número consideravelmente maior de tentativas para os casos da linha 2-3, pois o resultado não foi compreendido instantaneamente.

Os gráficos apresentados de maneira sequencial mostram cada caso antes da perda do sincronismo e logo após a abertura do disjuntor no tempo crítico para os três geradores simultaneamente. Essa análise em dois tempos distintos é necessária para a compreensão do problema e obtenção do valor do tempo crítico de abertura do disjuntor. Esse valor em média correspondeu a 10^{-1} segundos.

As quatro simulações (casos) que envolvem a linha 1-2 e 1-3, pode-se observar que o gerador 1 saiu de sincronismo. Isso é devido ao fato que o gerador 1 possui o menor momento de inércia e conseqüentemente a maior facilidade para perder o sincronismo.

No caso da linha 2-3, o resultado obtido no gráfico não era esperado segundo a bibliografia levantada anteriormente. O fato de os geradores perderem o sincronismo mesmo para tempos de abertura imediatamente após a falta pode ser justificado pelo fato do gerador 3 possuir uma carga ligeiramente maior que os outros dois geradores e a reatância da linha 2-3 ser inferior às outras. Sendo assim uma solução encontrada foi a rejeição de carga do gerador 3.

A rejeição de carga consiste em desligar as cargas que são alimentadas pelo gerador 3 parcialmente ou totalmente dependendo do grau de necessidade dos consumidores atendidos por ela. Outra solução consiste em fazer um circuito duplo nesse trecho, porém no atual trabalho essa sugestão se tornou inviável a execução.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho de conclusão de curso utilizou como estudo de caso um pequeno sistema elétrico sujeito a um curto-circuito trifásico para aprofundar o conhecimento em estabilidade transitória. Esse tipo de falha é suficiente para retirar os geradores elétricos do sincronismo, tratando-se assim de uma situação indesejada. Como justificado anteriormente no capítulo primeiro, a proteção deverá atuar antes que todo o sistema seja afetado. O tempo crítico de atuação da proteção depende de diversos fatores como o local onde ocorreu a falta, das características dos geradores envolvidos e das cargas do sistema de transmissão.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, foram simuladas faltas em todos os casos possíveis do sistema em teste e assim, foi diagnosticado o tempo crítico de abertura do disjuntor em cada um deles com o auxílio de gráficos obtidos como resposta do programa desenvolvido. Normalmente o tempo crítico de abertura do disjuntor era muito pequeno e em torno de 10^{-1} segundos.

O pequeno valor de tempo necessário para a proteção das máquinas síncronas atuarem em caso de uma falha evidenciou a necessidade do estudo apresentado neste trabalho. As falhas e a frequência na qual ocorrem dificilmente podem ser evitadas, porém uma proteção adequada que funcione num tempo satisfatório é capaz de proteger o sistema sem causar danos aos equipamentos e aos consumidores.

Em uma linha de transmissão em especial observou-se um comportamento diferente das restantes: curtos na linha 2-3 causam a perda do sincronismo mesmo para tempos de abertura próximos de zero devido ao fato do sistema não possuir potência elétrica sincronizante e sendo assim incapaz de manter as máquinas envolvidas em sincronismo após o curto-circuito. Esta limitação independe do método numérico ou do programa e outros tipos de ações devem ser tomadas em tais situações, como por exemplo, rejeitar as cargas do sistema. Através da rejeição de cargas na barra 3 apenas no período pós-falta, foi possível encontrar o tempo crítico de abertura podendo assim proteger o sistema.

O método de Euler se mostrou eficiente para resolver as equações diferenciais numericamente como foi previsto pelo grupo e comprovado pelo livro utilizado como base. A dificuldade em realizar operações matemáticas que envolvem

matrizes e inúmeras iterações foi contornada facilmente pelo uso de um recurso computacional e assim foi possível gerar os gráficos para a análise com a precisão matemática necessária.

Vale também ressaltar que o estudo foi realizado simulando um pequeno sistema elétrico, pois possuía apenas fins didáticos. Qualquer acréscimo no número de máquinas, para aumentar o grau de realidade, se faz necessária uma nova modelagem no sistema. Sendo assim, esse trabalho não pode ser ampliado sem a obrigatoriedade da elaboração de novas equações matemáticas e respeitando a sua limitação.

Faz-se agora uma breve passagem sobre os diferentes capítulos apresentados.

No primeiro capítulo, a introdução contextualizou o tema e o delimitou a fim de buscar objetividade num assunto amplo e complexo como é o estudo de estabilidade transitória. Evidenciou-se a dificuldade em que se envolvia a temática assim como justificou a importância desse estudo para a manutenção de um sistema elétrico. A fim de seguir uma linha de raciocínio e tornar o trabalho uma pesquisa acadêmica devidamente organizada, os objetivos a serem alcançados foram pré-estabelecidos bem como um cronograma devido a extensão do mesmo. Isso foi de fundamental importância, pois a organização teve participação ativa durante todo o tempo de realização do trabalho.

No segundo capítulo foi elaborada uma revisão dos principais conceitos necessários para a compreensão da estabilidade em máquinas síncronas. Foram apresentados os principais modelos dos equipamentos envolvidos no assunto bem como o conceito e tipos de estabilidade em que esta pode se encontrar. Para finalizar o capítulo, foi abordado o assunto de sistemas multimáquinas e toda sua complexidade no caso prático. Além disso, apresentou-se a resolução de um exercício disponível no livro base deste trabalho em que posteriormente foi modificado para ajudar na compreensão do tema.

O capítulo 3, designado Desenvolvimento de Programa de Estabilidade Transitória, explicita mais minuciosamente a essência desse trabalho. Utilizando o mesmo exemplo do livro base citado anteriormente, foi implementado em computador outra forma de solução para as trajetórias de δ e ω para obter o mesmo resultado e comprovar a eficiência do programa. Porém, nesta vez, foi escolhido Euler como método matemático de resolução. Por utilizar inúmeras operações e

iterações matemáticas o *software* Matlab serviu de ferramenta fundamental para minimizar erros e tempo de resposta.

Também no capítulo 3, foram apresentados vários gráficos de simulações, referentes a todas as linhas e barras, para mostrar o tempo crítico de abertura de um disjuntor para evitar que a máquina mais sensível à falha atrapalhe a operação das outras existentes no sistema. Através da análise dos gráficos foi obtida a resposta desejada e almejada como objetivo principal do trabalho realizado.

4.1. Sugestões para trabalhos futuros

Como foi supracitado, este trabalho pode ser um bom ponto de partida para outras pesquisas, essencialmente pelos conceitos apresentados nos capítulos anteriores. Devido ao fato de o método exigir um passo pequeno para cada iteração, uma linha de desenvolvimento pode ser o uso de outro método diferente de Euler e Runge-Kutta. E numa fase posterior poderão ser incorporadas novas funcionalidades ou *softwares* para auxiliar matematicamente.

Outra sugestão é utilizar outros sistemas elétricos. Neste trabalho foram utilizadas três máquinas síncronas em anel podendo ampliar o sistema a fim de aumentar o grau de complexidade e aproximar cada vez mais do real. Porém respeitando as particularidades desse trabalho.

A resposta obtida considerando curto na linha 2-3, tanto para o curto atribuído na barra 2 quanto na barra 3, abre um ponto adicional para pesquisas futuras. Assim, uma sugestão seria analisar o impacto da rejeição de cargas no contexto de estabilidade transitória, já que existem situações (como mostrado neste trabalho) em que este tipo de ação é imprescindível para manter os geradores em sincronismo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. IEEE Power Engineering Society, 2 edição, 2003.

ANDERSON, P.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. UNITED STATES OF AMERICA: IEEE Power Systems Engineering Series, 1993.

BARBI, I. **Teoria fundamental do motor de indução**. Editora da UFSC, 1985. Disponível em: <<http://ivobarbi.com/novo/teoria-fundamental-do-motor-de-inducao>> Acesso em: MARÇO, 2013

BENEDITO, R. A. S. **Análise de estabilidade transitória de sistemas elétricos de potência: através de método passo-a-passo e de método energético pebs**. Relatório da disciplina de Estabilidade de Sistemas Elétricos – EESC/USP, 2007.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade transitória em sistemas eletroenergéticos**. São Carlos - SP: EESC/USP, 2000.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C.; RAMOS, R. A. **Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade em sistemas elétricos de potência**. São Carlos - SP: EESC/USP, 2000.

DA MATA, C. G. **Uma contribuição na análise da estabilidade transitória dos sistemas elétricos de distribuição na presença de geração distribuída**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora – MG, 2005. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/ppee/files/2008/12/211044.pdf>>. Acesso em: ABRIL, 2012.

Eletrobras. Disponível em: <http://www.eletrobras.com/elb/data/Pages/LUMISB1B_A38CDPTBRIE.htm>. Acesso em: ABRIL, 2012.

Escelsa - energias do brasil. Disponível em: <<http://www.escelsa.com.br/aescelsa/historia-ee-brasil.asp>>. Acesso em: ABRIL, 2012.

GUIMARÃES, G. C. **Curso estabilidade de sistemas elétricos de potência.** 2009. Universidade Federal de Uberlândia – UFU. Disponível em: <<http://www.feelt.ufu.br>>. Acesso em: ABRIL, 2012.

Itaipu binacional. Disponível em: <<http://www.itaipu.gov.br/energia/integracao-ao-sistema-brasileiro>>. Acesso em: ABRIL, 2012.

KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJARAPU, V.; ANDERSON, G.; BOSE, A.; CANIZARES, C.; HATZIARGYRIOU, N.; HILL, D.; STANKOVIC, A.; TAYLOR, C.; VAN CUTSEM, T.; VITTAL, V. **Definition and classification of power system stability.** IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, 2004.

KUNDUR, P. **Power system stability and control.** UNITED STATES OF AMERICA: ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE, 1994.

LEITE, F. **Folha 4 da Disciplina de Equações Diferenciais e Modelação.** Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, Outubro, 2006. Disponível em: <<http://www.mat.uc.pt/~amca/MPII0607/folha3.pdf>>. Acesso em: JUNHO, 2013.

MATHWORKS. Disponível em: <<http://www.mathworks.com>>. Acesso em: JULHO, 2013.

NAZARENO, I. S. **Método dinâmico para detecção do pebs e “shadowing” para cálculo do ponto de equilíbrio de controle em estudos de estabilidade transitória.** 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2003.

PAGOTTI, L. F. **Notas de aula da disciplina: sistemas elétricos.** 2010. Universidade Católica de Goiás – Departamento de Engenharia. Disponível em:

<<http://professor.ucg.br/siteDocente/admin/arquivosUpload/7502/material/Sistemas%20Eltricos%20ucg.pdf>>. Acesso em: MARÇO, 2013.

SANCHES, C. A. A. **Curso de matemática computacional – Aula de equações diferenciais–CCI-22**. Disponível em: <<http://www.comp.ita.br/~alonso/ensino/CCI22/cci22-cap8.pdf>>. Acesso em: JULHO, 2013

STEVENSON JR., W. D. **Power system analysis**. Singapore: McGraw Hill Book Co, 1994.

STEVENSON JR., W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw Hill do Brasil, 1978.

YU, Y. N. **Electric power system dynamic**. New York: Academic Press, 1983.