

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA  
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DIOGO RAFAEL MARQUES RAMOS DA LUZ

**ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE  
POTÊNCIA UTILIZANDO O MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2015

DIOGO RAFAEL MARQUES RAMOS DA LUZ

**ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE  
POTÊNCIA UTILIZANDO O MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito

CURITIBA

2015

Diogo Rafael Marques Ramos da Luz

## **Estudo de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência utilizando o método trapezoidal implícito**

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação foi julgado e aprovado como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Eletricista, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Curitiba, 11 de fevereiro de 2015.

---

Prof. Emerson Rigoni, Dr.  
Coordenador de Curso  
Engenharia Elétrica

---

Profa. Annemarlen Gehrke Castagna, Ma.  
Responsável pelos Trabalhos de Conclusão de Curso  
de Engenharia Elétrica do DAELT

### **ORIENTAÇÃO**

---

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Orientador

### **BANCA EXAMINADORA**

---

Andrea Lucia Costa, Dra.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Rôman Kuiava, Dr.  
Universidade Federal do Paraná

A folha de aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica

À minha família que sempre acreditou em mim me incentivando a buscar meus objetivos.

Aos estudantes que buscam o conhecimento.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus que me concedeu saúde, sabedoria e força para combater as adversidades nessa etapa da minha vida.

Aos meus pais, que me apoiaram em todos os momentos de dificuldade, me encorajando, mas principalmente me orientando de maneira sábia, buscando sempre o meu melhor.

Ao meu professor orientador Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito, pelo tempo dedicado, e pela paciência e sabedoria com que me conduziu no decorrer deste trabalho.

Aos meus amigos Aristeu Yuki Sakamoto e Junior Vanderlei de Aguiar Castro que foram de extrema importância tanto na decisão do tema deste trabalho quanto no início do seu desenvolvimento.

Aos meus familiares e amigos pela paciência e compreensão nos momentos em que estive ausente.

À UTFPR pela oportunidade de me tornar Engenheiro Eletricista.

*“Feliz é o homem que acha sabedoria, e o homem que adquire conhecimento, pois melhor é o lucro que ela dá do que o lucro da prata, e a sua renda do que o ouro. Mais preciosa é do que as joias e nada do que possas desejar é comparável a ela” – Provérbios 3:13-15*

## RESUMO

LUZ, Diogo Rafael M. R. da. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência utilizando o método trapezoidal implícito**. 2015. 99 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um algoritmo, a partir do *software* MATLAB®, que tem por objetivo verificar a estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência. Para tanto, primeiramente, esta monografia fornece uma base teórica sobre as subclassificações da estabilidade em sistemas elétricos de potência e os principais elementos constituintes dos mesmos. Também discorre sobre os métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias que descrevem o comportamento dos geradores síncronos conectados a esses sistemas e a importância da análise de sua estabilidade. Demonstra-se, a partir de sistemas encontrados no meio acadêmico a aplicação do método trapezoidal implícito na análise da estabilidade transitória dos sistemas elétricos de potência. Em seguida, por meio de fluxogramas, apresenta o algoritmo desenvolvido, definindo as características dos sistemas testados, as funcionalidades e o modo de operação do algoritmo. Por fim, expõe os resultados dos testes realizados e tece conclusões a respeito dos mesmos.

**Palavras-chave:** Estabilidade transitória; Sincronismo; Tempo crítico de abertura; Método trapezoidal implícito.

## ABSTRACT

LUZ, Diogo Rafael M. R. da. **Transient stability study in electric power systems using the implicit trapezoidal method**. 2015. 99 s. Graduation Conclusion Work (Bachelor of Electrical Engineering) – Technological Federal University of Paraná. Curitiba, 2015.

This monograph presents the development of an algorithm, through the MATLAB® software, which aims to verify the transient stability in electric power systems. For that, firstly, this study provides a theoretical basis on the subtypes of stability in electric power systems and the main elements that constitute them. Also it discourses about the methods used to solve the ordinary differential equations that describe the behavior of synchronous generators connected to the electric power systems and the importance of the stability analysis of them. After that, this study demonstrates from systems found in literature the application of implicit trapezoidal method in the transient stability analysis. Then, through flow charts, it presents the algorithm developed, setting the characteristics of the tested systems, the features and the algorithm operation mode. Finally, it shows the results of all the performed tests and presents conclusion over each of them.

**Keywords:** Transient stability; Synchronism; Critical clearing time; Implicit trapezoidal method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação do gerador síncrono utilizando a transformação de Park .....	25
Figura 2.2 – Representação da máquina síncrona dada pelo modelo clássico .....	26
Figura 2.3 – Modelo de linha curta .....	32
Figura 2.4 – Modelo de linha média.....	33
Figura 2.5 – Modelo $\pi$ -equivalente de linha longa.....	36
Figura 2.6 – Modelo monofásico de transformador real .....	38
Figura 2.7 – Modelo monofásico de transformador real com os componentes refletidos ao primário.....	39
Figura 2.8 – Modelo simplificado de transformador ideal para sistemas elétricos de potência.....	39
Figura 2.9 – Representação da carga com demanda constante de potência .....	41
Figura 2.10 – Representação da carga com impedância constante .....	42
Figura 2.11 – Representação do sistema elétrico de potência .....	43
Figura 2.12 – Classificação da estabilidade de um sistema de potência .....	47
Figura 2.13 – Sistema transitoriamente estável .....	48
Figura 3.1 – Representação do método de Euler.....	51
Figura 3.2 – Sistema a ser analisado .....	52
Figura 3.3 – Sistema em análise no período pré-falta reduzido à barra interna do gerador.....	53
Figura 3.4 – Sistema em análise no período durante a falta.....	53
Figura 3.5 – Sistema em análise no período durante a falta após a transformação delta-estrela.....	54
Figura 3.6 – Sistema em análise no período pós-falta .....	54
Figura 3.7 – Sistema em análise no período pós-falta reduzido à barra interna do gerador.....	54
Figura 3.8 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o $t_a = 0,32$ s (Método de Euler) .....	55
Figura 3.9 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o $t_a = 0,33$ s (Método de Euler) .....	56
Figura 3.10 – Representação do método da regra do trapézio.....	58
Figura 3.11 – Fluxograma do algoritmo parcial que utiliza o método trapezoidal implícito .....	64

Figura 3.12 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o $t_a = 0,32$ s (Método trapezoidal implícito).....	66
Figura 3.13 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o $t_a = 0,33$ s (Método trapezoidal implícito).....	66
Figura 3.14 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o $t_a = 0,32$ s (Passo de integração de 0,0001 s).....	67
Figura 3.15 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o $t_a = 0,33$ s (Passo de integração de 0,0001 s).....	67
Figura 3.16 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o $t_a = 0,32$ s (Passo de integração de 0,001 s).....	68
Figura 3.17 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o $t_a = 0,33$ s (Passo de integração de 0,001 s).....	68
Figura 3.18 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o $t_a = 0,32$ s (Passo de integração de 0,01 s).....	69
Figura 3.19 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o $t_a = 0,33$ s (Passo de integração de 0,01 s).....	69
Figura 3.20 – Sistema de duas barras e dois geradores .....	71
Figura 3.21 – Sistema em análise no período pré-falta.....	72
Figura 3.22 - Sistema em análise reduzido às barras internas dos geradores.....	73
Figura 3.23 – Sistema em análise no período durante a falta.....	75
Figura 3.24 – Sistema em análise no período pós-falta .....	76
Figura 3.25 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,29$ s.....	78
Figura 3.26 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,3$ s.....	78
Figura 4.1 – Sistema de cinco barras com dois geradores.....	80
Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo final de estabilidade transitória .....	82
Figura 4.3 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,22$ s.....	85
Figura 4.4 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,23$ s.....	85
Figura 4.5 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,19$ s.....	86
Figura 4.6 - Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,2$ s.....	87
Figura 4.7 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,87$ s.....	88
Figura 4.8 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 0,88$ s.....	88
Figura 4.9 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o $t_a = 1,00$ s.....	90

<b>Figura 4.10 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o <math>t_a = 2,9</math> s</b> .....	90
<b>Figura 4.11 – Sistema de três barras com três geradores</b> .....	92
<b>Figura 4.12 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o <math>t_a = 0,19</math> s (Considerando o gerador 1 como referência)</b> .....	94
<b>Figura 4.13 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o <math>t_a = 0,2</math> s (Considerando o gerador 1 como referência)</b> .....	95

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Dados de barra do sistema de duas barras e dois geradores.....	71
Tabela 4.1 – Dados de barra do sistema de cinco barras com dois geradores.....	81
Tabela 4.2 – Dados de linha do sistema de cinco barras com dois geradores .....	81
Tabela 4.3 – Dados de gerador do sistema de cinco barras com dois geradores.....	82
Tabela 4.4 – Tempos críticos de abertura para diferentes casos.....	91

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1 TEMA.....	17
1.1.1 Delimitação do tema .....	18
1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS .....	18
1.3 OBJETIVOS.....	19
1.3.1 Objetivo geral.....	19
1.3.2 Objetivos específicos.....	19
1.4 JUSTIFICATIVA .....	20
1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	21
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	22
<b>2 REVISÃO TEÓRICA DOS ELEMENTOS E DA ESTABILIDADE DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA.....</b>	<b>23</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	23
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DO GERADOR SÍNCRONO PARA PROBLEMAS DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA.....	24
2.3 MODELAGEM DOS OUTROS COMPONENTES DO SISTEMA ELÉTRICO .....	31
2.3.1 Linhas de transmissão .....	31
2.3.1.1 Modelo para linha curta – Linhas aéreas com até 80 km (50 milhas) .....	32
2.3.1.2 Modelo para linha média – Linhas aéreas de 80 km (50 milhas) até 240 km (150 milhas) .....	33
2.3.1.3 Modelo para linha longa – Linhas aéreas com mais de 240 km (150 milhas) ..	35
2.3.2 Transformadores de potência .....	37
2.3.3 Cargas .....	39
2.3.3.1 Modelo com demanda constante de potência .....	41
2.3.3.2 Modelo com demanda constante de corrente .....	41
2.3.3.3 Modelo com impedância constante .....	42
2.4 MODELAGEM DA REDE REDUZIDA .....	42
2.5 O PROBLEMA DA ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA .....	46
<b>3 DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA.....</b>	<b>50</b>
3.1 MÉTODO DE EULER.....	50
3.2 MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO .....	57

3.2.1 Aplicação considerando a rede reduzida .....	59
3.2.2 Aplicação do método em estabilidade transitória .....	61
3.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO PARA UM SISTEMA MULTIMÁQUINAS .....	70
<b>4 SISTEMA MULTIMÁQUINAS ESCOLHIDO.....</b>	<b>80</b>
4.1 APRESENTAÇÃO DO SISTEMA .....	80
4.2 SIMULAÇÕES .....	82
4.2.1 Análise considerando o curto na linha 1-2, próximo a barra 1.....	84
4.2.2 Análise considerando o curto na linha 1-2, próximo a barra 2.....	86
4.2.3 Análise considerando o curto na linha 3-4, próximo a barra 4.....	88
4.2.4 Análise considerando o curto na linha 2-5, próximo a barra 5.....	89
4.2.5 Resumo dos resultados obtidos .....	91
4.2.6 Validação do algoritmo desenvolvido.....	92
4.3 ANÁLISE GRÁFICA CONSIDERANDO O GERADOR 1 COMO REFERÊNCIA.....	93
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>96</b>
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	97
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>99</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Iluminar ambientes escuros, refrigerar alimentos com o intuito de conservá-los, falar ao telefone celular e utilizar dispositivos eletrônicos são atualmente atividades corriqueiras que até o início do século XIX eram inimagináveis. O aperfeiçoamento das técnicas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, contribuíram para que grande parte da população mundial experimentasse uma nova era e por consequência tivesse um aumento significativo em seus índices de qualidade de vida. Pode-se afirmar, portanto, que os sistemas elétricos de potência, os responsáveis pela geração, transmissão e distribuição de eletricidade, foram os precursores do desenvolvimento das sociedades modernas.

De acordo com Stevenson Jr. (1986), os sistemas elétricos de potência podem ser divididos em três partes distintas: centrais geradoras, linhas de transmissão e sistemas de distribuição. Nas centrais geradoras, os geradores síncronos, assim denominados por operarem com velocidade de rotação constante, convertem uma determinada fonte energética em eletricidade. Pelas linhas de transmissão, a eletricidade obtida é transportada até os centros consumidores e distribuída, através dos sistemas de distribuição, aos usuários.

Basicamente, os sistemas elétricos de potência têm por finalidade fornecer energia elétrica aos consumidores dentro de certos limites de tensão e frequência; quando esses limites não são obedecidos os sistemas podem entrar em colapso, ocasionando sérios problemas. Dessa forma, o projeto de um sistema elétrico deve ter como objetivo o desenvolvimento de um sistema que, em situações normais de operação, obedece a padrões pré-estabelecidos de continuidade, qualidade e confiabilidade, e que também deve ser robusto à presença de defeitos ou perturbações com o intuito de garantir a continuidade da prestação de serviços (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Com a crescente demanda por energia elétrica, fez-se necessário uma maior interligação dos sistemas de potência, que por sua vez possibilitou a criação de caminhos alternativos para a transmissão de energia, garantindo a continuidade do fornecimento de eletricidade em casos de faltas, distúrbios e perturbações. Os sistemas interligados permitem menores reservas energéticas para atendimento em momentos de grande necessidade por eletricidade e por consequência exigem menos máquinas operando a vazio (menores reservas girantes) para

atender cargas súbitas, já que é possível solicitar energia de outros sistemas, equilibrando o aproveitamento energético do sistema como um todo.

Por outro lado, a interligação trouxe alguns inconvenientes. Isto porque quando vários geradores trabalham juntos, é necessário que algumas condições de paralelismo sejam atendidas. A sequência de fase e a frequência em que os geradores em paralelo operam, por exemplo, precisam ser as mesmas. Caso essas condições não sejam atendidas, o sistema não opera em um ponto estável e, por consequência, os geradores perdem o sincronismo.

Com a interligação do sistema, os procedimentos de controle e proteção tornam-se mais complexos, já que os riscos de blackouts se tornam maiores à medida que a dimensão do sistema aumenta. A ocorrência de um determinado problema local, em um sistema interligado, por exemplo, pode comprometer o funcionamento adequado de toda a rede (MONTICELLI e GARCIA, 2003). Para minimizar e prevenir possíveis problemas é necessário que, durante o planejamento da operação de um sistema, estudos de carga, cálculo de faltas, projeto de proteção contra curto-circuito e estudos de estabilidade do sistema sejam analisados cuidadosamente para garantir que o sistema opere adequadamente nas diversas situações de funcionamento (STEVENSON JR., 1986).

É comum que os sistemas de energia elétrica sejam submetidos a distúrbios, de pequena e grande intensidade. Pequenas perturbações na forma de alterações de carga ocorrem continuamente e, por isso, o sistema deve ser capaz de ajustar-se às mudanças nas condições e operar de forma satisfatória. A entrada ou a saída súbita de uma carga no sistema elétrico de potência, a ocorrência de faltas como curto-circuitos simétricos ou assimétricos ou a queda de linhas causam uma perturbação física no sistema que dependendo de sua intensidade pode instabilizá-lo. Esse tipo de distúrbio causa um desequilíbrio de potência, surgindo aceleração ou desaceleração angular dos rotores dos geradores, também ocasionado por um excesso ou falta de energia nos geradores síncronos, respectivamente. Com isso, os ângulos das máquinas irão se alterar no tempo na tentativa de restabelecer o novo equilíbrio de potência (BRETAS e ALBERTO, 2000). Para que não haja perda do ponto de estabilidade do sistema é necessário garantir que os dispositivos de proteção isolem o local de ocorrência da falta.

Segundo Kundur et al. (2004) e Machowski ET al. (2008), a estabilidade de um sistema pode ser entendida como a capacidade que o qual tem de recuperar um estado de equilíbrio, após ter sido submetido a uma perturbação física. A estabilidade em sistemas elétricos de

potência pode ser analisada em relação a três variáveis básicas: ângulo do rotor das máquinas síncronas, frequência e tensão (MACHOWSKI et al., 2008).

De maneira geral, quando somente são consideradas as variações dos ângulos dos rotores dos geradores síncronos, o estudo de estabilidade pode ser dividido em dois tipos distintos: estabilidade a pequenas perturbações e estabilidade a grandes perturbações ou transitória. Pequenas perturbações são caracterizadas basicamente por variações de carga enquanto que, grandes perturbações são geradas por distúrbios graves, como curto-circuitos.

Conclui-se, portanto, que os estudos de estabilidade de um sistema elétrico em relação a variações de ângulo do rotor são de extrema importância, principalmente por possibilitar mecanismos de estimação do tempo adequado de atuação dos dispositivos de proteção do sistema, sem que haja perda de sincronismo entre os geradores.

## 1.1 TEMA

A continuidade no fornecimento de energia elétrica é de vital importância para a sociedade. Existem atualmente diversos mecanismos de controle nos sistemas elétricos de potência que têm por objetivo garantir níveis adequados de tensão e frequência, assegurando a continuidade do fornecimento de eletricidade. Uma das formas de prevenção da descontinuidade é a análise adequada da estabilidade de um sistema elétrico, pois é através deste estudo que os mecanismos de proteção contra faltas transitórias podem ser regulados, sem que haja perda de sincronismo dos geradores síncronos com a rede elétrica.

Tendo em vista esse fato, durante o desenvolvimento deste trabalho foi dada ênfase ao estudo de estabilidade em relação à variação do ângulo do rotor dos geradores síncronos responsáveis pelo fornecimento de eletricidade ao sistema elétrico.

### 1.1.1 Delimitação do tema

A análise de estabilidade do sistema elétrico de potência constitui-se de um estudo muito amplo e complexo, por esta razão, este trabalho procurou se limitar ao estudo da estabilidade do sistema elétrico em relação à variação do ângulo do rotor dos geradores síncronos a grandes perturbações. Assim, analisou-se a estabilidade transitória em um sistema elétrico de potência, descrevendo-o a partir de um sistema de equações diferenciais que foi solucionado pelo método trapezoidal implícito, método complementar aos utilizados por Garcia et al. (2013).

Com o intuito de tornar o estudo da estabilidade menos complexo foram analisadas somente faltas simétricas em período transitório em um sistema composto por cinco barras, sendo duas classificadas como geradoras e três como barras de carga.

## 1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

Os sistemas elétricos de potência são frequentemente expostos a fenômenos transitórios que podem alterar seu estado operativo. A descrição adequada dos comportamentos adversos em um sistema é uma tarefa complexa, quando comparada com sua análise em regime, pois para tanto é necessário modelar o sistema através de equações diferenciais não lineares.

O estudo de estabilidade transitória de um sistema energético é desenvolvido por meio da análise de uma série de equações diferenciais, obtidas através do balanço de potência nas máquinas síncronas constituintes desse sistema (BRETAS e ALBERTO, 2000). Apesar de essas equações serem facilmente expressas, sua resolução analítica é extremamente complicada ou mesmo impossível e, portanto, a resolução dessas equações depende de métodos numéricos.

A interligação dos sistemas elétricos de potência torna ainda mais complicada a análise de estabilidade transitória, já que a introdução de mais máquinas na rede aumenta proporcionalmente o número de equações e de variáveis do sistema.

Durante a escolha de um método numérico de resolução de equações diferenciais não lineares, é necessário observar a precisão e a velocidade de convergência do modelo, além dos custos computacionais envolvidos e da facilidade de implementação e de utilização do método.

Para tentar contornar as dificuldades encontradas durante a resolução dessas equações, elaborou-se, a partir deste trabalho, um algoritmo capaz de verificar o tempo crítico de abertura da proteção em que os geradores de um determinado sistema permanecem em sincronismo na presença de um curto-circuito. Também, buscou-se o desenvolvimento de um algoritmo que proporcione soluções com certa precisão e com alta velocidade de processamento.

Para tentar, ainda, diminuir os inconvenientes correlacionados à resolução das equações diferenciais, o estudo de estabilidade transitória foi realizado em um modelo de sistema elétrico em que o número de máquinas, linhas de transmissão e cargas é reduzido. Dessa forma reduz-se o número de equações diferenciais a serem resolvidas.

### 1.3 OBJETIVOS

#### 1.3.1 Objetivo geral

Este trabalho teve como objetivo principal o desenvolvimento de um algoritmo capaz de verificar o tempo necessário para a atuação dos dispositivos de proteção contra curto-circuitos de um sistema elétrico de potência sem que haja perda de sincronismo.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

Além de propor um método computacional de análise de perda de sincronismo dos geradores síncronos com a rede elétrica, este trabalho também teve por objetivo:

- Analisar faltas do tipo curto-circuito trifásico em período transitório;

- Compreender os métodos passo a passo utilizados para a análise da estabilidade transitória de sistemas elétricos de potência;
- Estudar os métodos de resolução de equações diferenciais, método de Euler e trapezoidal implícito;
- Desenvolver, a partir do *software* MATLAB®, um algoritmo baseado no método trapezoidal implícito para verificar a estabilidade de um sistema elétrico de potência multimáquinas com determinada configuração;
- Validar o método utilizado durante este trabalho, através de simulações e comparações com sistemas onde os resultados já são conhecidos;
- Realizar a análise gráfica considerando uma máquina como referência.

#### 1.4 JUSTIFICATIVA

A ocorrência de perturbações nos sistemas elétricos de potência como curto-circuitos, descargas atmosféricas, rompimento de linhas de transmissão e até mesmo a entrada ou saída súbita de uma carga são fenômenos habituais que, dependendo de sua intensidade e do tempo de duração, podem alterar o ponto de estabilidade original do sistema elétrico (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Esses tipos de perturbações, apesar de serem frequentes nos sistemas elétricos, são pouco previsíveis e extremamente difíceis de serem controlados pelo homem. Assim, para garantir o bom funcionamento do sistema elétrico, sem causar prejuízos aos consumidores, diversos equipamentos de proteção como disjuntores, fusíveis, relés e religadores são associados ao sistemas energéticos com o objetivo de isolar rapidamente os pontos de ocorrência de faltas do restante do sistema.

Dessa forma, o tempo de atuação dos equipamentos de proteção do sistema é de extrema importância para garantir a estabilidade de todo o sistema elétrico de potência, durante e depois da ocorrência de uma determinada falta. Caso o tempo de atuação dos mecanismos protetores não seja adequado para desconectar os locais defeituosos e manter o sistema próximo do seu ponto original de operação, danos irreversíveis aos equipamentos constituintes do sistema elétrico podem ocorrer, acarretando falhas no fornecimento de energia.

Para descrever matematicamente a estabilidade transitória de um sistema elétrico é necessário utilizar equações diferenciais não lineares, tornando a solução do problema extremamente trabalhosa e complexa. Dessa forma, o desenvolvimento de um método computacional capaz de verificar o tempo necessário para a atuação dos dispositivos de proteção, sem que haja a perda de sincronismo de geradores, torna-se oportuno.

Dentre os diversos métodos de resolução de equações diferenciais, optou-se pelo uso dos métodos implícitos, pois estes possuem uma maior estabilidade numérica em relação aos explícitos como o caso dos métodos de Euler ou de Runge-Kutta. A estabilidade numérica consiste na propensão que o método tem de propagar o erro para outras interações, ou seja, um método com baixa estabilidade numérica tende a acumular o erro. No caso dos métodos explícitos, caso não seja usado um passo de integração pequeno, o que aumenta o número de soluções, o erro torna-se mais relevante quanto mais rígido numericamente (*stiffness*) for o sistema de equações diferenciais. A rigidez numérica é uma condição análoga a de mau condicionamento numérico em conjunto de equações algébricas.

Dos métodos implícitos existentes além dos da família de Adams-Bashford, escolheu-se o trapezoidal implícito por este ter a implementação mais simples (STOTT, 1979; KUNDUR, 1994). Outro fator que levou à escolha desse método foi a sua ampla utilização em softwares comerciais, como por exemplo, o software ANATEM® (Análise de Transitórios Eletromecânicos) do CEPEL (Centro de Pesquisa de Energia Elétrica).

Este trabalho também é justificado pela facilidade e praticidade que um método computacional proporcionaria durante a análise de perda de sincronismo dos geradores, pois apesar dos métodos implícitos serem mais eficientes, estes requerem um maior processamento na sua resolução em relação aos explícitos. Dessa forma com o algoritmo, pode-se proporcionar uma maneira rápida e eficiente de resolução do problema.

## 1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Utilizando como base os objetivos determinados para o progresso deste trabalho, foi desenvolvido inicialmente uma revisão bibliográfica, através de publicações existentes sobre estabilidade a grandes perturbações.

Após a construção de uma base sólida sobre o problema, foi dada ênfase ao estudo dos métodos numéricos de resolução de equações diferenciais ordinárias, entre eles o método de Euler e o método trapezoidal implícito.

Com a conclusão desta etapa, deu-se início ao processo de programação do algoritmo de verificação do tempo em que os geradores do sistema teste permanecem em sincronismo na presença de um curto-circuito. Para a descrição matemática dos sistemas elétricos de potência, foram utilizados os conhecimentos adquiridos durante o curso de engenharia. A compilação deste programa computacional foi realizada a partir do *software* MATLAB®, uma ferramenta muito útil na resolução de matrizes e métodos matemáticos.

Durante a implementação foram realizados testes, utilizando várias topologias conhecidas no meio acadêmico cujo comportamento em relação à estabilidade transitória foi analisado anteriormente. Essa análise teve por finalidade verificar a eficiência e a funcionalidade do programa.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Para o desenvolvimento deste trabalho, propõe-se seguinte estrutura:

Capítulo 1 – Introdução à estabilidade transitória em relação à variações de ângulo do rotor de gerador, definição e delimitação do tema abordado no trabalho e seus objetivos.

Capítulo 2 – Revisão bibliográfica e fundamentação teórica sobre tema. Abordando os conceitos gerais sobre sistemas de potência, modelagem de sistemas e máquinas síncronas, estabilidade transitória dos geradores síncronos e comportamento de um sistema multimáquinas sob situação de falta.

Capítulo 3 – Detalhamento do desenvolvimento e funcionalidade do programa de estabilidade transitória.

Capítulo 4 – Apresentação dos dados do sistema escolhido e dos resultados obtidos através de simulação dos testes realizados.

Capítulo 5 – Conclusões, considerações finais sobre os resultados obtidos e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO TEÓRICA DOS ELEMENTOS E DA ESTABILIDADE DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Segundo Stott (1979), a análise da estabilidade é uma das três mais comuns análises efetuadas em sistemas elétricos de potência, sendo as outras duas, a de fluxo de potência e de curto-circuito. Porém, a análise de estabilidade, em termos de modelagem e de método de solução, é a mais complexa das três citadas anteriormente. Dessa forma, neste capítulo, foram estudados os tipos de estabilidade existentes nos sistemas elétricos de potência, dando ênfase na estabilidade transitória.

Devido a grande variedade de elementos existentes nos sistemas elétricos de potência, também foi realizado um estudo mais detalhado nas formas de modelagem e princípios de funcionamento dos principais elementos constituintes do sistema, dados por: geradores, transformadores de potência, linhas de transmissão e cargas.

Para a representação desses elementos, foi utilizada a representação através do diagrama unifilar, o qual se considera o sistema trifásico equilibrado e dessa forma é possível realizar a análise em apenas uma das fases.

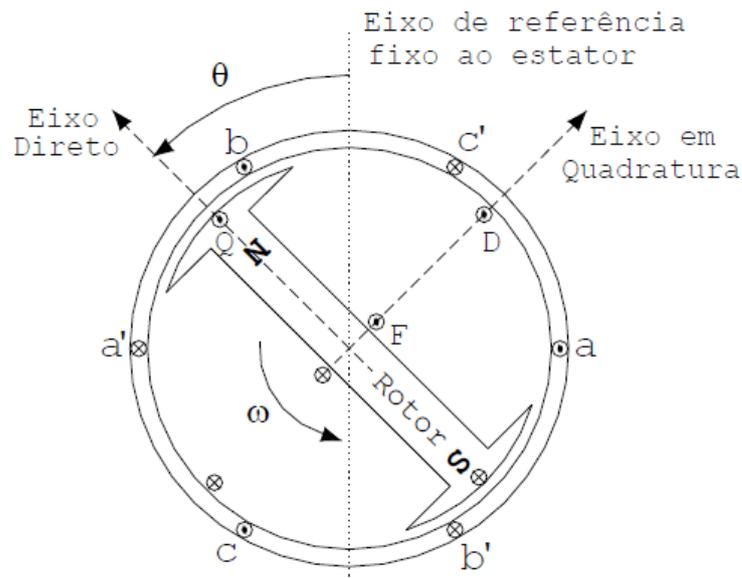
Os modelos monofásicos de cada elemento levam em consideração o seu funcionamento ou em regime permanente ou em regime transitório e fornecem as respectivas informações de impedância por fase e as conexões existentes em cada elemento, como cargas ou aterramentos. Para facilitar a análise dos grandes sistemas elétricos de potência, nos quais existem diferentes níveis de tensão ao longo do percurso entre o gerador e as suas cargas, também é utilizada a representação por unidade (p.u.), na qual, utilizam-se bases convenientes de tensão e potência como bases para a análise de todo o sistema.

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DO GERADOR SÍNCRONO PARA PROBLEMAS DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

Segundo Stott (1979), na sua grande maioria, os modelos para máquinas síncronas utilizados em estudos de larga escala são baseados na transformação de Park, onde o comportamento dessas máquinas elétricas é representado por circuitos equivalentes no rotor com eixos direto e de quadratura. Exceto em alguns estudos especiais, os transitórios do estator podem ser desconsiderados, nesses casos o estator é representado pela reatância com componentes nos eixos direto e de quadratura. Dessa forma, as equações do estator são representadas por equações algébricas assim como as equações da rede elétrica.

Quando a modelagem da máquina síncrona é feita com referencial fixo no estator, todas as grandezas eletromagnéticas mensuradas apresentarão variações no tempo dependentes do ângulo  $\theta$ , colocado na Figura 2.1. Este modelo pode ainda ser simplificado, adotando uma referência girante que acompanha o movimento do rotor, dessa forma criam-se novas variáveis independentes do tempo. A simplificação pode ser feita com uma mudança de variáveis utilizando a transformação de Park (NAZARENO, 2003).

Segundo Anderson e Fouad (2003), a transformação de Park substitui as variáveis das fases a, b e c em novas variáveis com referencial móvel de acordo com o rotor. Como se tem uma corrente para cada fase,  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ , existem três variáveis a serem substituídas. A transformação de Park utiliza duas das novas variáveis,  $I_d$  e  $I_q$ , para definir os eixos direto, eixo paralelo ao eixo magnético do enrolamento de campo, e o de quadratura, eixo perpendicular ao eixo direto, da máquina síncrona. A terceira,  $I_0$  é a corrente estacionária que é proporcional a corrente de sequência zero.



**Figura 2.1 – Representação do gerador síncrono utilizando a transformação de Park**  
**Fonte: Nazareno (2003)**

Para os estudos de estabilidade transitória, alguns modelos simplificados têm sido amplamente utilizados. Dentre eles, o modelo mais utilizado é o denominado como clássico, pois segundo Kundur (1994), é utilizado desde os primeiros estudos de estabilidade. Este oferece considerável simplicidade computacional, e permite que o comportamento sob transitório elétrico seja representado simplesmente por uma fonte de tensão de magnitude fixa e uma reatância, conforme demonstrado na Figura 2.2.

Para a aplicação deste modelo, segundo Guimarães (2009) e Nazareno (2003), algumas suposições devem ser atendidas. São elas:

- Como dito anteriormente, este estudo não abrangerá a atuação dos reguladores de tensão e de excitação. Portanto em regime de operação, a magnitude da tensão da fonte do modelo é determinada pela corrente de campo, que é constante;
- A potência mecânica permanece constante durante o período dos transitórios;
- Os efeitos de amortecimento (potência assíncrona) são desprezados;
- A saliência, dada pelo efeito da reatância de quadratura, tem efeito pequeno e pode ser desprezada neste tipo de estudo;
- É desprezado o decaimento do fluxo do circuito de campo;
- O ângulo mecânico do rotor é coincidente com o ângulo elétrico ( $\delta$ ) da tensão interna do gerador síncrono.

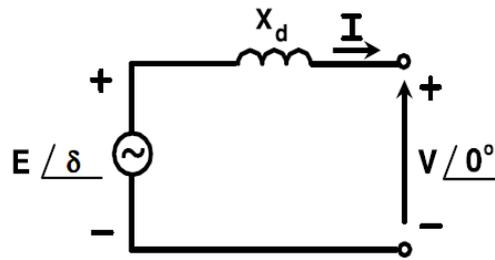


Figura 2.2 – Representação da máquina síncrona dada pelo modelo clássico  
Fonte: Guimarães (2009)

A representação do gerador na Figura 2.2 apresenta as seguintes variáveis:

$E$  – É a tensão interna do gerador em regime permanente, tensão esta igual a tensão terminal da máquina síncrona em aberto;

$V$  – É a tensão terminal do gerador;

$X_d$  – É a reatância síncrona do gerador em regime permanente, dado pela reatância de eixo direto;

$\delta$  – É o ângulo de carga do gerador, este é a defasagem entre a tensão interna e a tensão terminal do gerador.

Nessa representação nas respectivas posições de  $E$  e  $X_d$ , podem ser colocados  $E'$  e  $X_d'$ , quando se deseja realizar a análise transitória ou  $E''$  e  $X_d''$ , quando deseja-se realizar a análise sub-transitória.

Em seguida, deve-se partir para as equações que representam os comportamentos da velocidade e do ângulo da máquina síncrona, isto é, o comportamento dinâmico.

Sabe-se das leis da física que o torque resultante aplicado ao rotor da máquina síncrona, é encontrado por:

$$J \times \ddot{\theta} = T_r \quad (2.1)$$

Onde:

$J$  – É o momento de inércia da máquina ( $\text{kg.m}^2$ );

$\theta$  – É o ângulo mecânico do rotor com relação ao eixo de referência fixo, conforme mostrado na Figura 2.1 (rad);

$T_r$  – Torque resultante (N.m)

Esse torque resultante é dado pela diferença entre o torque mecânico ( $T_m$ ), originado do agente motor, e o torque elétrico ( $T_e$ ), originado através dos campos magnéticos gerados pela potência elétrica exigida pelas cargas. Assim:

$$T_r = T_m - T_e \quad (2.2)$$

Segundo Bretas e Alberto (2000), em regime permanente, a máquina síncrona possui uma velocidade muito próxima da velocidade síncrona. Dessa forma, o ângulo  $\theta$  é uma função dependente do tempo em condições de regime permanente. Como colocado anteriormente na transformação de Park, para eliminar esta dependência do tempo, atribui-se um referencial girante com velocidade síncrona  $\omega_s$ , ou seja:

$$\theta(t) = (\omega_s \times t + \alpha) + \delta_m(t) \quad (2.3)$$

Onde:

$(\omega_s \times t + \alpha)$  - É a referência girante à velocidade síncrona;

$\alpha$  - É o ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no tempo  $t=0$ ;

$\delta_m(t)$  - É o ângulo mecânico formado entre o rotor e a referência girante.

Derivando a Equação (2.3) duas vezes em função do tempo, são obtidas:

$$\dot{\theta}(t) = \omega_s + \dot{\delta}_m(t) \text{ (Velocidade angular mecânica)} \quad (2.4)$$

$$\ddot{\theta}(t) = \ddot{\delta}_m(t) \text{ (Aceleração angular mecânica)} \quad (2.5)$$

Pode-se perceber que independentemente da referência utilizada, a aceleração angular é exatamente a mesma, ou seja, o sistema de referência girante é um sistema inercial. Substituindo a Equação (2.5) na Equação (2.1), tem-se que a equação diferencial que descreve o comportamento de  $\delta_m$  em relação ao tempo é a mesma que descreve o comportamento de  $\theta$ .

$$J \times \ddot{\delta}_m = T_r \quad (2.6)$$

Segundo Bretas e Alberto (2000), em regime permanente, a máquina gira à velocidade síncrona, dessa forma,  $\delta_m$  será uma constante. A simplificação matemática realizada através da mudança de variáveis transforma o problema de soluções de equilíbrio em um problema de pontos de equilíbrio de um conjunto de equações diferenciais.

Como em sistemas de potência é mais conveniente trabalhar com potências do que com torques, pela dificuldade de medição do torque, pode-se multiplicar ambos os lados da Equação (2.6) pela velocidade angular mecânica  $\omega_m$  obtendo-se assim uma equação diferencial em função das potências envolvidas (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$J \times \omega_s \times \delta_m'' = P_m - P_e \quad (2.7)$$

Seguindo a suposição adotada por Bretas e Alberto (2000), a velocidade  $\omega_m$  não se afasta significativamente de  $\omega_s$ . Se isso acontecesse, ocorreria a perda de sincronismo rapidamente e o sistema ficaria instável, dessa forma a seguinte simplificação é realizada:

$$J \times \omega_m \cong J \times \omega_s = M_m \text{ (kg.m}^2\text{/s)} \equiv (\text{J.s}) \equiv (\text{W.s}^2) \quad (2.8)$$

Onde:

$M_m$  – É a constante de inércia da máquina.

Reescrevendo a Equação (2.7),

$$M_m \times \delta_m'' = P_m - P_e \text{ (W)} \quad (2.9)$$

Ainda Segundo Bretas e Alberto (2000), a potência elétrica  $P_e$  injetada na rede depende dos ângulos elétricos da rede, assim, é necessário estabelecer a relação entre os ângulos mecânicos das máquinas ( $\delta_m$ ) e os ângulos elétricos da rede ( $\delta_e$ ). Esta relação pode ser escrita através da equação do número de pólos ( $p$ ) da máquina girante, dada por:

$$\omega_e = \frac{p}{2} \times \omega_m \quad (2.10)$$

Derivando a Equação (2.10) em função do tempo:

$$\delta_e' = \frac{p}{2} \times \delta_m' \quad (2.11)$$

Dessa forma, pode-se reescrever a Equação (2.9), através da substituição da Equação (2.11) na mesma. Esta equação descreve o comportamento dinâmico da máquina em termos dos ângulos elétricos.

$$M_m \times \frac{2 \times \delta_e''}{p} = P_m - P_e \text{ (W)} \quad (2.12)$$

Em sistemas de potência, devido a grande variedade de tensões envolvidas, costuma-se trabalhar com grandezas por unidade (p.u.). Para transformar a Equação (2.12) para o sistema por unidade, deve-se dividir ambos os lados pela potência base ( $S_b$ ).

$$\frac{1}{S_b} \times M_m \times \frac{2 \times \delta_e''}{p} = \frac{P_m - P_e}{S_b} \text{ (p.u.)} \quad (2.13)$$

Com o intuito de simplificar a equação anterior, atribuí-se uma nova constante de inércia para a máquina (M) dada por:

$$M = \frac{1}{S_b} \times M_m \times \frac{2}{p} \quad (2.14)$$

Esta já está no sistema por unidade e leva em consideração o número de pólos da máquina. Dessa forma, considerando o sistema com n-máquinas obtêm-se um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem dadas por:

$$M_i \times \delta_{ei}'' = p_{mi} - p_{ei} \text{ (p.u.) } \quad i = 1, \dots, n \quad (2.15)$$

Onde:

$p_{mi}$  – É a potência mecânica em p.u. injetada na máquina i;

$p_{ei}$  – É a potência elétrica em p.u. entregue à rede pela máquina i.

As Equações (2.12), (2.13) e (2.15) são conhecidas como equações de *swing*, ou de oscilação, ou ainda como equações de balanço do sistema. Deve-se lembrar que como colocado anteriormente nas suposições para a aplicação do modelo clássico do gerador síncrono, os efeitos de amortecimento foram desprezados na dedução das equações de *swing*.

Segundo Bretas e Alberto (2000), quando esses efeitos são considerados, a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico de cada máquina será:

$$M_i \times \delta_{ei}'' + p_{di} = p_{mi} - p_{ei} \text{ (p.u.) } \quad i = 1, \dots, n \quad (2.16)$$

Onde:

$p_{di}$  – É a potência de amortecimento em p.u. injetada na máquina i.

Como foi explicado na dedução da Equação (2.6), na transformação de Park, muda-se o referencial inercial para um referencial girante à velocidade síncrona. Dessa forma, apesar da

aceleração angular ser igual em ambos os referenciais, os resultados obtidos através da Equação (2.16) foram relativos aos valores síncronos do gerador. Isto pode ser percebido na Figura 2.13, onde a velocidade do gerador síncrono inicia em 0 rad/s e não em 377 rad/s (velocidade síncrona para uma rede com frequência de 60 Hz). Em termos de plotagem de gráfico, pode-se reproduzir a Figura 2.13, onde é mostrada a variação da velocidade angular, alterando o valor inicial da mesma para 377 rad/s. Porém neste trabalho, foi utilizado o referencial girante, que implica na velocidade angular inicial igual a 0 rad/s.

Considera-se como amortecimento, as potências de atrito, que são proporcionais a velocidade da máquina e as potências assíncronas, estas derivadas dos torques assíncronos entre as máquinas, que são proporcionais a diferença de velocidade entre as mesmas. Ou seja:

$$p_{ai} = D_i \times \omega_i + \sum_{j=1}^n D_{ij} \times (\omega_i - \omega_j) = D_i \times \dot{\delta}_i + \sum_{j=1}^n D_{ij} \times (\dot{\delta}_i - \dot{\delta}_j) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.17)$$

Desconsiderando os torques assíncronos, o sistema de equações diferenciais será:

$$M_i \times \ddot{\delta}_{ei} + D_i \times \dot{\delta}_i = p_{mi} - p_{ei} \text{ (p.u.)} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.18)$$

Onde:

$D_i$  – É a constante de amortecimento correspondente à  $i$ -ésima máquina do sistema.

Para encontrar a potência elétrica entregue a rede pela máquina  $i$ , considerando um gerador com tensão interna igual a  $E_i = |E_i| \angle \delta_i$  utiliza-se a equação:

$$p_{ei} = |E_i|^2 \times G_{ii} + \sum_{j=1}^n |E_i| \times |E_j| \times |Y_{ij}| \times [\cos(\phi_{ij} - (\delta_i - \delta_j))] \quad (2.19)$$

Decompondo a função cosseno:

$$p_{ei} = |E_i|^2 \times G_{ii} + \sum_{j=1}^n |E_i| \times |E_j| \times |Y_{ij}| \times [\cos \phi_{ij} \times \cos(\delta_i - \delta_j) + \text{sen} \phi_{ij} \times \text{sen}(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.20)$$

Onde:

$Y_{ij}$  – É a admitância de transferência entre as barras  $i$  e  $j$ , onde estão conectados os geradores ( $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij}$ );

$G_{ii}$  – É a parte real, também chamada de condutância, da admitância própria da barra onde está conectado o gerador  $i$  ( $Y_{ii} = G_{ii} + j \times B_{ii}$ );

Por simplificação define-se:

$$D_{ij} = |E_i| \times |E_j| \times |Y_{ij}| \times \cos \phi_{ij} = |E_i| \times |E_j| \times G_{ij} \quad (2.21)$$

$$C_{ij} = |E_i| \times |E_j| \times |Y_{ij}| \times \sin \phi_{ij} = |E_i| \times |E_j| \times B_{ij} \quad (2.22)$$

Assim:

$$p_{ei} = |E_i|^2 \times G_{ii} + \sum_{j=1}^n [C_{ij} \times \sin(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \times \cos(\delta_i - \delta_j)] \quad (2.23)$$

A admitância própria da barra do gerador e as admitâncias de transferência da rede, que conectam os geradores entre si, são encontradas a partir da redução da matriz admitância da rede aos nós internos dos geradores, processo que será mais bem explicado no item 2.4 deste capítulo.

## 2.3 MODELAGEM DOS OUTROS COMPONENTES DO SISTEMA ELÉTRICO

### 2.3.1 Linhas de transmissão

Simplificadamente, as linhas de transmissão são os elementos que tem por função interligar os centros geradores aos centros consumidores. Estas são classificadas de acordo com o seu comprimento (Curta, média ou longa), a sua tensão nominal de operação e o tipo de tensão que a circula (Corrente Contínua ou Corrente Alternada).

Com relação a sua modelagem são considerados diferentes parâmetros da linha de acordo com o seu comprimento. Os principais parâmetros são a resistência e a indutância, que formam a impedância série, e a capacitância, que forma a admitância *shunt*.

### 2.3.1.1 Modelo para linha curta – Linhas aéreas com até 80 km (50 milhas)

Segundo Stevenson Jr. (1986), se uma linha aérea é classificada como curta, a capacitância em derivação ou *shunt* é tão pequena que pode ser inteiramente desprezada sem perda relevante de precisão. Assim, é permitido considerar apenas a resistência em série  $R$  e a indutância em série  $L$  para todo o comprimento da linha. Este modelo é apresentado na Figura 2.3.

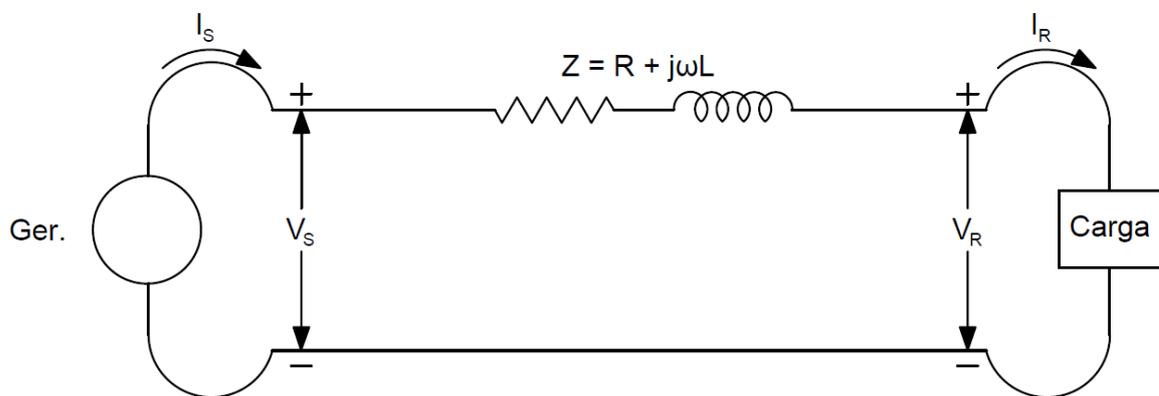


Figura 2.3 – Modelo de linha curta  
Fonte: Stevenson Jr. (1986)

A impedância série total da linha é representada por:

$$Z = (R + j\omega L) \times l(\Omega) \quad (2.24)$$

Ou também representada por:

$$Z = (R + jX_L) \times l(\Omega) \quad (2.25)$$

Onde:

$R$  – É a resistência por fase por comprimento ( $\Omega/\text{km}$ );

$\omega$  – É a frequência angular ( $\text{rad/s}$ );

$L$  – É a indutância por fase por comprimento ( $\text{H/km}$ );

$l$  – É o comprimento total da linha ( $\text{km}$ );

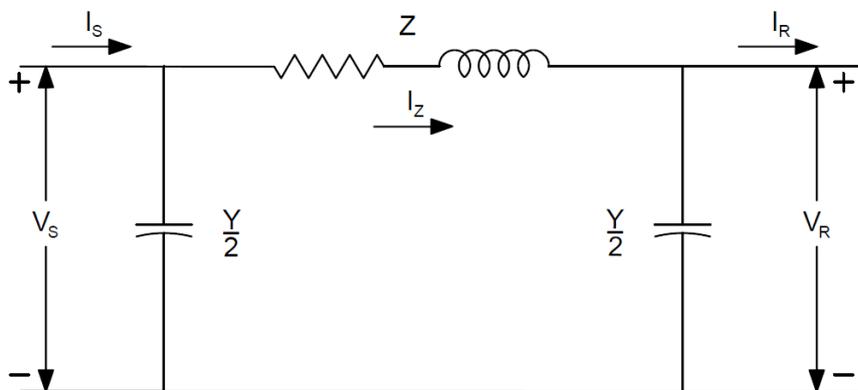
$X_L$  – É a reatância indutiva por fase por comprimento ( $\Omega/\text{km}$ ).

Como se tem um circuito série, a corrente da barra transmissora (*send*)  $\dot{I}_S$  é igual a corrente da barra receptora (*receive*)  $\dot{I}_R$ . Dessa forma, por análise de circuitos, conhecendo-se a tensão em uma das barras, normalmente na barra receptora (*receive*)  $\dot{V}_R$ , calcula-se a tensão na barra transmissora (*send*)  $\dot{V}_S$ , através da seguinte expressão:

$$\dot{V}_S = \dot{V}_R + Z \times \dot{I}_R \quad (2.26)$$

### 2.3.1.2 Modelo para linha média – Linhas aéreas de 80 km (50 milhas) até 240 km (150 milhas)

Segundo Stevenson Jr. (1986), uma linha aérea média, pode ser representada com precisão suficiente por parâmetros concentrados e com metade da capacitância ao neutro por fase concentrada em cada extremidade do circuito equivalente, como pode ser visualizado na Figura 2.4.



**Figura 2.4 – Modelo de linha média**  
Fonte: Stevenson Jr. (1986)

Considerando a impedância série, mostrada na Equação (2.24) e introduzindo a admitância em derivação  $Y$  dada por:

$$Y = (G + j\omega C) \times l(\text{Siemens}) \quad (2.27)$$

Ou também representada por:

$$Y = \left(G + \frac{j}{X_C}\right) \times l(\text{Siemens}) \quad (2.28)$$

Onde:

$G$  – É a condutância em derivação por fase por comprimento (S/km);

$C$  – É a capacitância por fase por comprimento (F/km);

$X_C$  – É a reatância capacitiva por fase por comprimento ( $\Omega$ .km).

A condutância em derivação  $G$  é usualmente desprezada no cálculo de corrente e de tensão em linhas aéreas de transmissão de potência.

Por análise de circuitos, verifica-se que a corrente que percorre a impedância série será constituída por duas parcelas, sendo a primeira vinda da admitância *shunt* conectada a barra receptora e a segunda sendo a corrente dessa mesma barra.

$$\dot{I}_Z = \dot{V}_R \times \frac{Y}{2} + \dot{I}_R \quad (2.29)$$

Com isso pode-se encontrar a tensão na barra transmissora por:

$$\dot{V}_S = \dot{V}_R + Z \times \dot{I}_Z \quad \rightarrow \quad \dot{V}_S = \dot{V}_R + Z \times \left( \dot{V}_R \times \frac{Y}{2} + \dot{I}_R \right) \quad (2.30)$$

Colocando  $\dot{V}_R$  em evidência,

$$\dot{V}_S = \left( 1 + \frac{Z \times Y}{2} \right) \times \dot{V}_R + Z \times \dot{I}_R \quad (2.31)$$

Como a corrente da barra transmissora é constituída pela corrente da admitância *shunt* conectada a mesma e a corrente que circula pela impedância série, tem-se:

$$\dot{I}_S = \dot{V}_S \times \frac{Y}{2} + \dot{I}_Z \quad \rightarrow \quad \dot{I}_S = \dot{V}_S \times \frac{Y}{2} + \dot{V}_R \times \frac{Y}{2} + \dot{I}_R \quad (2.32)$$

Substituindo a Equação (2.31) na Equação (2.32):

$$\dot{I}_S = \dot{V}_R \times Y \times \left( 1 + \frac{Z \times Y}{4} \right) + \left( 1 + \frac{Z \times Y}{2} \right) \times \dot{I}_R \quad (2.33)$$

Atribuindo os parâmetros A, B, C e D como sendo:

$$A = \left( 1 + \frac{Z \times Y}{2} \right) \quad (2.34)$$

$$B = Z \ (\Omega) \quad (2.35)$$

$$C = Y \times \left( 1 + \frac{Z \times Y}{4} \right) \text{ (Siemens)} \quad (2.36)$$

$$D = \left(1 + \frac{Z \times Y}{2}\right) \quad (2.37)$$

Substituindo esses parâmetros nas Equações (2.31) e (2.33) e colocando-as na forma de um sistema matricial, tem-se a representação pelo modelo em quadripolo da linha média.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_S \\ \dot{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{V}_R \\ \dot{I}_R \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

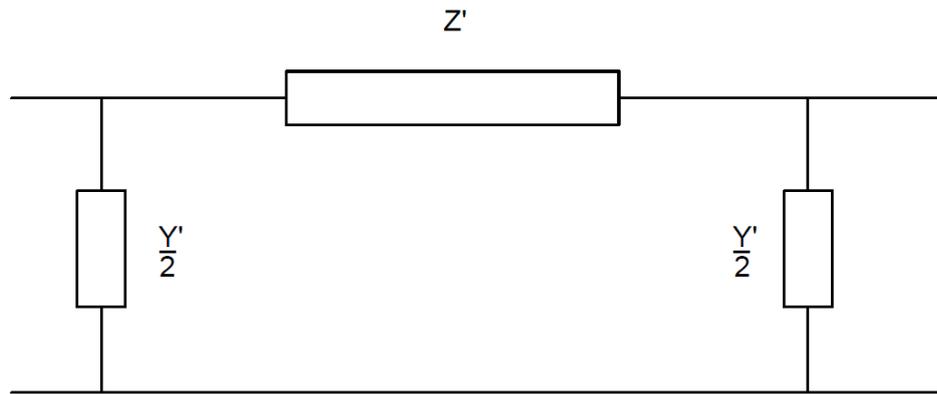
### 2.3.1.3 Modelo para linha longa – Linhas aéreas com mais de 240 km (150 milhas)

Para uma linha aérea longa, é necessário realizar os cálculos em termos de parâmetros distribuídos, ao contrário do que foi realizado para os outros modelos. Isso é necessário quando é exigido um elevado grau de precisão da resposta.

Para tanto, o modelo utilizado será o modelo  $\pi$ -equivalente, um aperfeiçoamento do modelo  $\pi$ -nominal, apresentado no subitem anterior. Além de considerar os parâmetros da linha distribuídos, esse modelo contempla a teoria das ondas viajantes (progressivas e regressivas) (STEVENSON JR., 1986).

Nesse modelo, é feita uma correção do modelo  $\pi$ -nominal para representar os efeitos citados anteriormente. Dessa forma, tem-se um modelo com parâmetros concentrados, mas que pode ser utilizado para linhas longas quando se tem interesse somente nos valores de tensão e corrente nas extremidades da linha.

Nos estudos de estabilidade transitória este, é o modelo mais utilizado, sendo este também o adotado neste trabalho. A Figura 2.5 apresenta o modelo  $\pi$ -equivalente utilizado para linhas longas.



**Figura 2.5 – Modelo  $\pi$ -equivalente de linha longa**  
**Fonte: Stevenson Jr. (1986)**

Os parâmetros são equivalentes aos utilizados no modelo  $\pi$ -nominal, porém com o acréscimo de um fator de correção.

$$Z' = z \times l \times \frac{\sinh(\gamma \times l)}{\gamma \times l} (\Omega) \quad (2.39)$$

$$Y' = y \times l \times \frac{\sinh(\gamma \times l/2)}{\gamma \times l/2} (\text{Siemens}) \quad (2.40)$$

Onde:

$\gamma$  – É a constante de propagação da onda por comprimento da fase, dada por  $\gamma = \sqrt{z \times y}$ ;

$z$  – É a impedância série por fase por comprimento ( $\Omega/\text{km}$ );

$y$  – É a admitância em derivação por fase por comprimento (Siemens/km)

Reescrevendo a representação pelo modelo em quadripolo para o modelo  $\pi$ -equivalente, a Equação (2.38) continua válida, porém os parâmetros A, B, C e D são dados por:

$$A = \left(1 + \frac{Z' \times Y'}{2}\right) \quad (2.41)$$

$$B = Z' (\Omega) \quad (2.42)$$

$$C = Y' \times \left(1 + \frac{Z' \times Y'}{4}\right) (\text{Siemens}) \quad (2.43)$$

$$D = \left(1 + \frac{Z' \times Y'}{2}\right) \quad (2.44)$$

### 2.3.2 Transformadores de potência

Segundo Machowski et al. (2008), transformadores são necessários para conectar partes dos sistemas de potência que operam sob tensões nominais diferentes. Além de mudar níveis de tensão, os transformadores também são utilizados para controlar a tensão e são quase sempre equipados com *taps* em um ou mais enrolamentos para permitir que a relação de transformação possa ser alterada. Os transformadores dos sistemas de potência podem ser classificados pela sua função em três categorias gerais:

- Transformadores de geração, que elevavam a tensão gerada pelo gerador permitindo assim a conexão com a rede de transmissão; e transformadores unitários, que fornecem energia a serviços auxiliares da usina;
- Transformadores de transmissão, que são utilizados para conectar diferentes partes do sistema de transmissão, normalmente de diferentes tensões, ou conectadas as redes de transmissão e distribuição;
- Transformadores de distribuição, que reduzem a tensão nos centros de carga para o nível de tensão exigido pelos consumidores.

O modelo de um transformador real, onde são consideradas as perdas no núcleo (susceptância  $G$ ) e a energia necessária para a magnetização (admitância  $B_L$ ) do transformador, é mostrado na Figura 2.6. Nele para cada enrolamento é considerada uma resistência proveniente do cobre e como o acoplamento magnético não é ideal, também é considerada uma reatância indutiva. Foi utilizado o modelo unifilar, pois como dito anteriormente, em sistemas equilibrados é possível realizar essa simplificação.

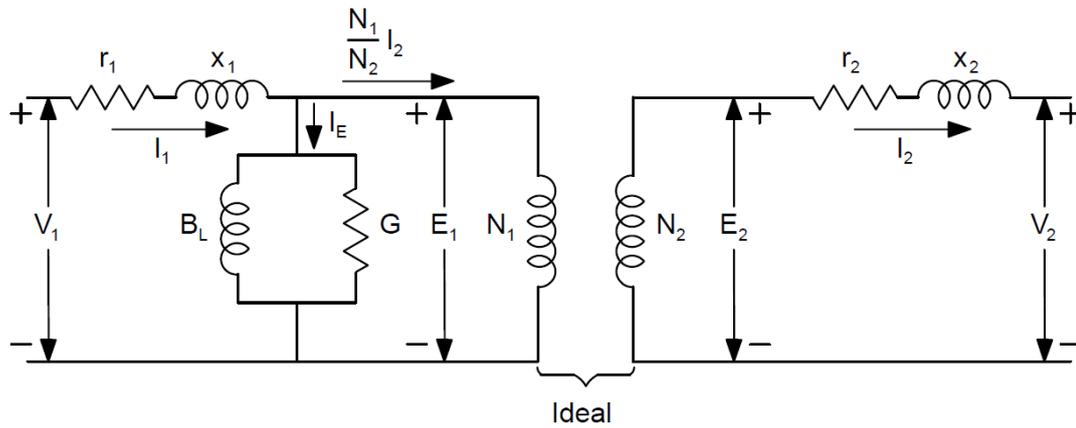


Figura 2.6 – Modelo monofásico de transformador real  
Fonte: Stevenson Jr. (1986)

Considerando uma relação de transformação de:

$$a = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.45)$$

Como o acoplamento magnético não ideal já foi considerado na modelagem, através das reatâncias indutivas  $x_1$  e  $x_2$ , considera-se um acoplamento magnético ideal entre as bobina  $N_1$  e  $N_2$ . Refletindo os componentes presentes no secundário do transformador para o primário, tem-se:

$$r_{2p} = a^2 \times r_2 \quad (\Omega) \quad (2.46)$$

$$x_{2p} = a^2 \times x_2 \quad (\Omega) \quad (2.47)$$

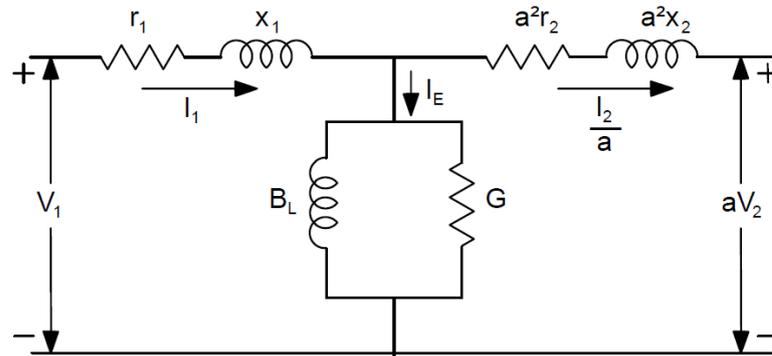
$$V_{2p} = a \times V_2 \quad (V) \quad (2.48)$$

Dessa forma, os componentes resultantes no primário são descritos por:

$$R_1 = r_1 + a^2 \times r_2 \quad (\Omega) \quad (2.49)$$

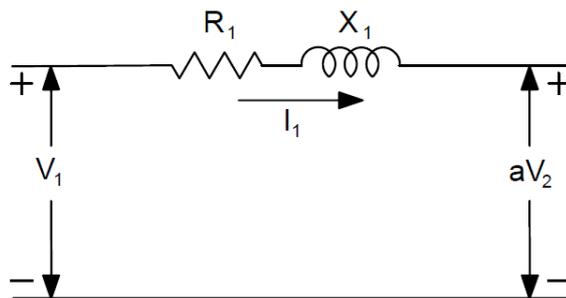
$$X_1 = x_1 + a^2 \times x_2 \quad (\Omega) \quad (2.50)$$

A representação dos componentes resultantes referenciados ao primário do transformador pode ser visualizada na Figura 2.7.



**Figura 2.7 – Modelo monofásico de transformador real com os componentes refletidos ao primário**  
**Fonte: Stevenson Jr. (1986)**

Segundo Monticelli e Garcia (2003), os transformadores utilizados nos sistemas de transmissão utilizam o mesmo modelo de transformadores de menor porte, porém para estes, os efeitos da corrente de magnetização podem ser desprezados. Assim, o modelo simplificado do transformador para sistemas de potência é mostrado na Figura 2.8.



**Figura 2.8 – Modelo simplificado de transformador ideal para sistemas elétricos de potência**  
**Fonte: Stevenson Jr. (1986)**

### 2.3.3 Cargas

Segundo Kundur (1994), os modelos tradicionais para a modelagem de cargas podem ser classificados em duas grandes categorias: i) Modelagem estática e ii) Modelagem dinâmica. Na primeira, as características da carga, em qualquer instante de tempo, são expressas através de equações algébricas dependentes da magnitude da tensão e da frequência a ela aplicadas. De forma similar, na segunda categoria, as características da carga são descritas para qualquer

instante de tempo, porém considerando a dinâmica presente na carga, como o caso de máquinas girantes (motores e geradores).

Como, segundo Borges et al. (2005), em estudos de estabilidade transitória o foco principal é na dinâmica dos geradores síncronos presentes no sistema e não na dinâmica da carga, utiliza-se o modelo estático para este tipo de estudo.

A modelagem estática pode ser dividida em duas subcategorias: i) Modelagem de cargas dependentes da tensão e ii) Modelagem de cargas dependentes da frequência. As características das cargas dependentes da tensão são obtidas à frequência constante. Analogamente as características das cargas dependentes da frequência são obtidas à tensão constante (MACHOWSKI et al., 2008).

A frequência do barramento geralmente não é uma variável de estado presente na modelagem do sistema para a análise de estabilidade, portanto, esta é avaliada a partir do cálculo da derivada temporal do ângulo de tensão do barramento onde a carga está instalada (KUNDUR, 1994).

Dessa forma, para os estudos de estabilidade, segundo Machowski et al. (2008), os modelos dependentes da tensão são os mais simples para a modelagem de cargas. Estes assumem um dos seguintes parâmetros:

- Uma demanda constante de potência (modelo P);
- Uma demanda constante de corrente (modelo I);
- Impedância constante (modelo Z).

A escolha do modelo dependerá do tipo de estudo a ser realizado no sistema elétrico de potência.

Segundo Kundur (1994), os modelos estáticos não representam com eficiência cargas submetidas a baixas tensões, podendo assim levar a problemas computacionais. Portanto, os programas de estabilidade costumam fazer provisões para mudar a característica da carga para o modelo de impedância constante quando a tensão do barramento cai abaixo de um valor especificado.

Já os modelos dinâmicos são utilizados nos casos em que é necessário considerar a dinâmica dos componentes da carga, como em estudos de estabilidade de tensão e estabilidade a longo prazo. Estudos de sistemas com grandes concentrações de motores também exigem uma representação de carga dinâmica.

### 2.3.3.1 Modelo com demanda constante de potência

Este modelo é invariante com a tensão e permite representar cargas que apresentam variação desprezível de potências ativa e reativa com a variação de tensão. Este modelo é geralmente utilizado em análise de fluxo de potência, mas é insatisfatório para outros tipos de análises, como análise de estabilidade transitória, onde há grandes variações de tensão (MACHOWSKI et al., 2008). Na Figura 2.9 é representado o modelo de carga com demanda constante de potência.

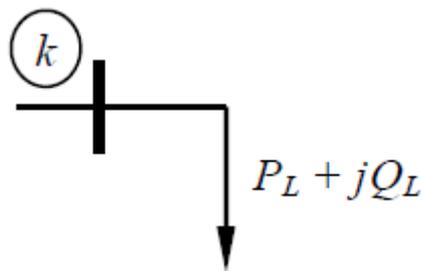


Figura 2.9 – Representação da carga com demanda constante de potência  
Fonte: Borges et al. (2005)

### 2.3.3.2 Modelo com demanda constante de corrente

O modelo com demanda constante de corrente absorve uma demanda variável de potência que muda linearmente com a mudança na tensão, essa representação é aceitável para representar a demanda de potência de cargas compostas por resistências e motores (MACHOWSKI et al., 2008).

### 2.3.3.3 Modelo com impedância constante

Para representar algumas cargas de iluminação utiliza-se o modelo com impedância constante. Neste a potência absorvida pela carga muda proporcionalmente ao quadrado da tensão nela aplicada (MACHOWSKI et al., 2008).

Como colocado anteriormente, em estudos de estabilidade transitória, o foco principal é na dinâmica dos geradores síncronos e não na dinâmica da carga, fazendo com que este seja o modelo mais utilizado. Este modelo pode ser visualizado na Figura 2.10.

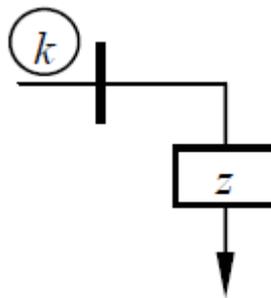


Figura 2.10 – Representação da carga com impedância constante  
Fonte: Borges et al. (2005)

## 2.4 MODELAGEM DA REDE REDUZIDA

Segundo Borges et al. (2005), em regime permanente, a matriz de admitância da barra ( $Y_{BUS}$ ) ou matriz admitância total, que descreve as conexões entre as barras do sistema elétrico de potência, pode ser modelada a partir de equações nodais das barras na sua forma matricial.

Considerando a notação em que letra maiúscula corresponde ao elemento da matriz, sua construção é realizada da seguinte forma:

- Elementos fora da diagonal principal:  $Y_{km} = -y_{km}$ ;
- Elementos da diagonal principal:  $Y_{kk} = y_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (y_{km} + y_{km}^{sh})$ .

Onde:

$y_{km}$  – É a admitância de transferência entre as barras k e m;

$y_k^{sh}$  – É a admitância de possíveis elementos ligados na barra k e no nó terra, como cargas por exemplo;

$y_{km}^{sh}$  – É a admitância de elementos em derivação (susceptância capacitiva da linha);

$\Omega_k$  – É o conjunto que engloba as barras adjacentes à barra k.

Dessa forma, percebe-se que a dimensão da matriz está diretamente conectada ao número de barras ou de geradores existentes no sistema. Supondo um sistema elétrico constituído por n geradores e pela sua rede de transmissão descrita pela matriz de admitância  $Y_{BUS}$ . Conforme mostrado na Figura 2.11, os n geradores estão conectados à rede através de suas reatâncias transitórias nos n primeiros nós da rede. Nos próximos m nós da rede só existem cargas conectadas, resultando numa rede de transmissão com n+m nós (BRETAS e ALBERTO, 2000).

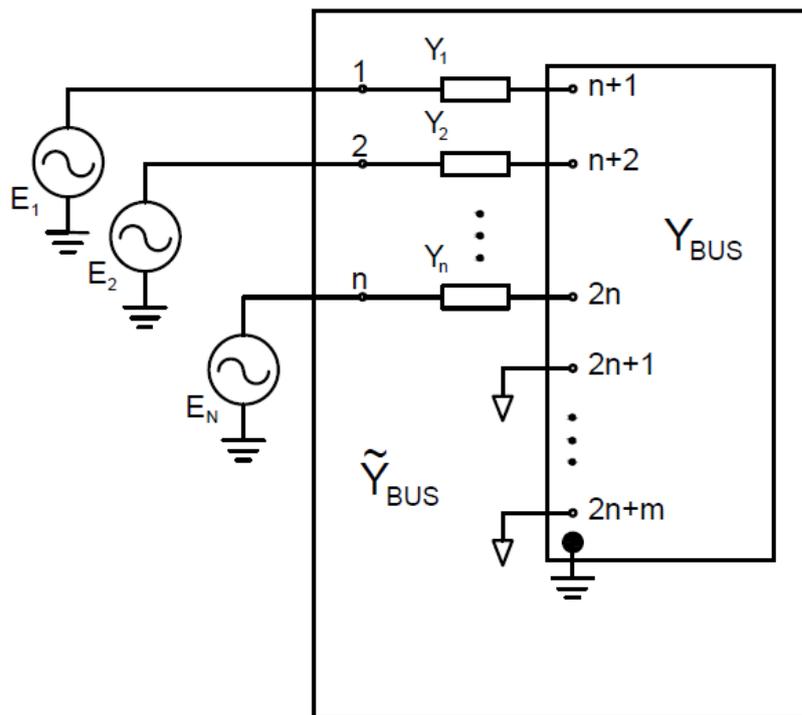


Figura 2.11 – Representação do sistema elétrico de potência  
Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Para o sistema descrito a matriz  $Y_{BUS}$  será:

$$Y_{BUS} = \begin{matrix} & \begin{matrix} n & m \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} & \begin{matrix} n \\ m \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.51)$$

Sendo a matriz  $Y_1$  com dimensão  $(n \times n)$ , a matriz responsável por representar a parte da rede de transmissão que interliga as barras nas quais há geradores conectados.

No processo de representação total do sistema a partir da matriz de admitâncias deve-se acrescentar as cargas presentes nos  $m$  nós e as reatâncias transitórias de cada gerador, resultando numa matriz denominada  $\tilde{Y}_{BUS}$  com  $2n+m$  nós, como representado na Figura 2.11.

Pelo modelo de cargas com impedância constante, a admitância das cargas pode ser calculada por:

$$Y_{Li} = \frac{P_{Li} - jQ_{Li}}{|V_i|^2} \quad i = n+1, \dots, 2n+m \quad (2.52)$$

Onde:

$P_{Li} + jQ_{Li}$  – É a potência de carga no barramento  $i$  (No período pré-falta);

$V_i$  – É a tensão no barramento  $i$  (No período pré-falta).

Assim pode ser construída a matriz diagonal  $Y_L$  com dimensões  $(n+m) \times (n+m)$ , onde os elementos da diagonal são as admitâncias constantes das cargas.

$$Y_L = \begin{bmatrix} Y_{lg} & 0 \\ 0 & Y_{ll} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{l1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{l2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Y_{ln} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Onde:

$Y_{lg}$  – É a matriz com dimensão  $(n \times n)$  que representa as cargas conectadas à barras onde há a presença de gerador;

$Y_{ll}$  – É a matriz com dimensão  $(m \times m)$  que representa as cargas conectadas à barras onde não há a presença de gerador.

Para representar as reatâncias transitórias dos geradores, denota-se a matriz diagonal  $Y$  com dimensão  $(n \times n)$ , onde os elementos da diagonal são as admitâncias transitórias dos geradores.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{g2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Y_{gn} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

A partir das Equações (2.51), (2.53) e (2.54), constrói-se a matriz denominada  $\tilde{Y}_{BUS}$ , com  $2n+m$  nós pela adição dos  $n$  nós internos dos geradores. Esta matriz representa o sistema elétrico de potência como um todo, considerando a rede de transmissão, as cargas e as reatâncias transitórias dos geradores.

$$\tilde{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} n & n & m \\ Y & -Y & 0 \\ -Y & Y_1 + Y + Y_{lg} & Y_2 \\ 0 & Y_3 & Y_4 + Y_{ll} \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ n \\ m \end{matrix} \quad (2.55)$$

Segundo Bretas e Alberto (2000), para o estudo de estabilidade, como há maior interesse na variação dos ângulos das máquinas em função do tempo e não da variação das tensões dos barramentos, pode-se reduzir a matriz  $\tilde{Y}_{BUS}$  aos  $n$  nós fictícios internos dos geradores síncronos, obtendo assim a matriz  $Y_{RED}$ . Dessa forma, a obtenção de uma expressão analítica para  $p_{ei}$  em função dos  $\delta_{ei}$  fica simplificada.

Como as cargas foram adicionadas a matriz admitância utilizando o modelo de impedância constante, a injeção de corrente em todas as barras é igual a zero, exceto nas barras internas dos geradores (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Utilizando as equações nodais e particionando a matriz  $\tilde{Y}_{BUS}$  tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{E}_G \\ \dot{E} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Onde:

$Y_A$  – É a submatriz com dimensões  $(n \times n)$ ;

$Y_B$  – É a submatriz com dimensões  $(n \times (n+m))$ ;

$Y_C$  – É a submatriz com dimensões  $((n+m) \times n)$ ;

$Y_D$  – É a submatriz com dimensões  $((n+m) \times (n+m))$ ;

$\dot{I}_G$  – É a corrente fornecida pelo gerador;

$\dot{E}_G$  – É a tensão interna do gerador;

$\dot{E}$  – É a tensão terminal do gerador.

Das equações matriciais tem-se:

$$\dot{I}_G = Y_A \times \dot{E}_G + Y_B \times \dot{E} \quad (2.57)$$

$$0 = Y_C \times \dot{E}_G + Y_D \times \dot{E} \quad (2.58)$$

Isolando  $\dot{E}$  na Equação (2.58), obtêm-se:

$$\dot{E} = -Y_D^{-1} \times Y_C \times \dot{E}_G \quad (2.59)$$

Substituindo a Equação (2.59), na Equação (2.57) encontra-se a matriz  $Y_{RED}$ .

$$\dot{I}_G = (Y_A - Y_B \times Y_D^{-1} \times Y_C) \times \dot{E}_G = Y_{RED} \times \dot{E}_G \quad (2.60)$$

A redução realizada na Equação (2.60) para obter-se a matriz  $Y_{RED}$  é também denominada Redução de Kron, ou ainda, Redução de Gauss em Blocos (Submatrizes).

Deve-se salientar que como dito anteriormente, para a análise da estabilidade transitória, deve-se encontrar a matriz de admitâncias reduzida para todos os intervalos de tempo (pré-falta, durante a falta e pós-falta). Isso é necessário, pois segundo as equações de *swing* do gerador síncrono, a potência elétrica fornecida pelo gerador depende da configuração do sistema elétrico de potência onde este está inserido.

## 2.5 O PROBLEMA DA ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Segundo Machowski et al. (2008) e Kundur et al. (2004), a estabilidade de um sistema de potência é entendida como a habilidade do mesmo voltar a um estado de equilíbrio após ser submetido a uma perturbação física. Ainda segundo Machowski et al. (2008), esta pode ser dividida em: i) Estabilidade do ângulo do rotor; ii) Estabilidade de frequência e iii) Estabilidade de tensão, conforme pode ser visualizado na Figura 2.12.



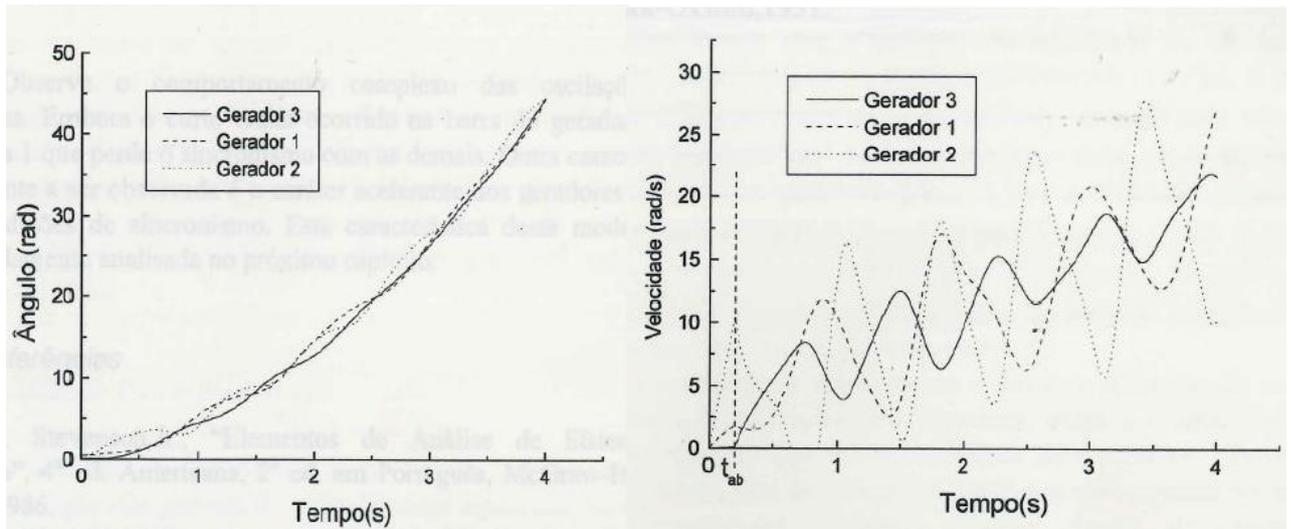
**Figura 2.12 – Classificação da estabilidade de um sistema de potência**  
**Fonte: Adaptado de Kundur et al. (2004)**

Para a análise da estabilidade do sistema, deve-se conhecer a natureza do distúrbio responsável pela sua instabilidade. Os distúrbios podem ser classificados como de pequena ou grande perturbação, sendo que os de pequena perturbação podem aparecer na forma de pequenas variações de carga ininterruptas, condizentes com as condições normais de operação do sistema. Já os distúrbios de grande perturbação, dadas, por exemplo, por curtos-circuitos trifásicos ou grandes variações de carga, interferem no funcionamento normal do sistema, muitas vezes retirando-o do seu ponto de equilíbrio (KUNDUR, 1994).

O curto-circuito é o exemplo mais comum de falta. A falta em um sistema elétrico é definida como qualquer falha que interfira no fluxo normal da corrente. Esta pode ser classificada como simétrica ou assimétrica. Sendo as faltas simétricas, faltas do tipo trifásico ocorridas em sistemas equilibrados (mesmo módulo de tensão e corrente em cada fase), possibilitando assim a análise por meio de uma única fase (STEVENSON JR., 1986).

Conforme descrito na delimitação do tema, este trabalho se limitou ao estudo da estabilidade do ângulo dos rotores e mais especificamente da estabilidade transitória do sistema elétrico de potência, delimitando assim o estudo aos distúrbios de grande perturbação.

Um sistema é considerado estável do ponto de vista transitório, quando todos os geradores síncronos permanecem oscilando em conjunto, ou seja, as diferenças existentes entre suas velocidades e seus ângulos de rotor permanecem limitadas após a eliminação da falta, conforme mostrado na Figura 2.13. Dessa forma, pode-se dizer que a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência é uma análise de sincronismo entre máquinas e não de estabilidade do sistema (BRETAS e ALBERTO, 2000).



**Figura 2.13 – Sistema transitoriamente estável**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

Para determinar se um sistema é estável transitoriamente, primeiramente é necessária a modelagem matemática do mesmo em todos os momentos da ocorrência da falta.

Inicialmente supõe-se um sistema operando em sua condição nominal quando ocorre um curto trifásico no tempo  $t = 0$ . Como a configuração da rede muda pela ação do curto, a potência fornecida, que está relacionada à sua configuração, também muda. Durante este tempo, o comportamento do sistema é descrito pelas suas equações diferenciais, isto ocorre até o momento de abertura do dispositivo de proteção que isolará a falta. Após a eliminação da falta, novamente a sua configuração é alterada, e este operará em nova condição desde o tempo de abertura até o infinito. Ficam assim caracterizados, três intervalos de tempo nos quais a topologia da rede é distinta, afetando a transferência de potência elétrica nos elementos da rede. Esses intervalos são identificados por: i) Período pré-falta; ii) período durante a falta (ou período em falta) e iii) período pós-falta.

O tempo máximo para eliminar a falta de forma que o sistema continue estável é definido como tempo crítico de abertura. Dessa forma, a eliminação do defeito antes do tempo crítico leva a um sistema estável, e após o tempo crítico a um sistema instável (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Na Figura 2.13, onde o referencial adotado é o síncrono, apesar de ser demonstrado um sistema considerado transitoriamente estável, pode-se perceber que todas as máquinas aceleram em conjunto após a eliminação do defeito. Isto é explicado pelo fato que os sistemas de potência em geral, não possuem um ponto de equilíbrio estável após a abertura da proteção. Condição

recorrente do desequilíbrio de potência existente entre a potência mecânica, considerada constante durante a análise de estabilidade transitória, e a potência elétrica injetada pelo gerador síncrono que é alterada com a mudança no sistema após a eliminação da falta. Dessa forma, as máquinas apresentarão aceleração constante fazendo com que suas velocidades se afastem constantemente da velocidade síncrona. Nos sistemas reais, o amortecimento existente e os reguladores de frequência, não permitem que isto ocorra contribuindo para encontrar o novo ponto de estabilidade do sistema.

Segundo Bretas e Alberto (2000), como este ponto de estabilidade não existe, não é possível estudar matematicamente a estabilidade de um ponto de equilíbrio do sistema na sua formulação original. Dessa forma, formula-se o problema em termos de sincronismo entre as máquinas, através das formulações utilizando uma máquina como referência ou utilizando o centro de ângulo como referência, onde o centro de ângulo de um sistema é definido pela média dos ângulos de todos os geradores, ponderada pelas constantes de inércia das máquinas.

Com a abertura da proteção, o período da ocorrência da falta é na faixa de milisegundos, dessa forma não há tempo suficiente para a atuação do regulador de frequência da máquina primária, responsável por fornecer a potência mecânica ao gerador. Já o regulador de tensão não foi considerado neste trabalho.

### 3 DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

Os métodos de integração numérica utilizados na resolução das equações diferenciais podem ser classificados nas seguintes categorias: Métodos explícitos, métodos implícitos, métodos de passo único (também conhecidos como métodos passo-a-passo) e métodos de passo múltiplo.

Nos métodos explícitos, as fórmulas de integração são aplicadas diretamente a cada equação diferencial que pretende ser resolvida. Já nos métodos implícitos, as equações diferenciais são algebrizadas resultando em equações que podem ser resolvidas simultaneamente. Apesar dos métodos implícitos terem implementação mais complexa, estes possuem uma maior estabilidade numérica (STOTT, 1979).

Os métodos de passo único não necessitam informações sobre a solução anterior em cada passo de integração. Assim, estes são auto-iniciantes, característica conveniente na presença de descontinuidades. Os métodos de passo múltiplo, ao contrário dos de passo único, utilizam informações das variáveis ou de suas derivadas do passo anterior, e dessa forma, são mais eficientes. Porém o processo necessita ser reiniciado a cada descontinuidade, dessa forma, utilizam-se algumas estratégias (como usar métodos de passo simples) para obterem-se informações dos passos de integração iniciais (RUGGIERO E LOPES, 1998).

Para facilitar o entendimento de sua aplicação na resolução de equações diferenciais, foram aplicados a um problema de estabilidade transitória onde um gerador está conectado a um barramento infinito os seguintes métodos:

- Um método de passo-simples explícito (método de Euler);
- Um método de passo múltiplo implícito (método trapezoidal implícito).

#### 3.1 MÉTODO DE EULER

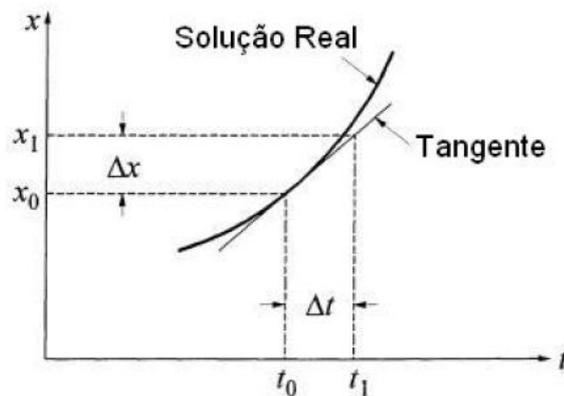
Segundo Ruggiero e Lopes (1998), o método de Euler é um método numérico que pode ser aplicado para se aproximar a solução de equações diferenciais da forma:

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (3.1)$$

Que tem como condição inicial  $t_0$  e  $x_0 = x(t_0)$ .

Ao se analisar a Figura 3.1 no ponto  $x=x_0$  e  $t=t_0$ , pode-se aproximar a curva que representa a verdadeira solução por uma reta tangente com inclinação:

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{x=x_0} = f(x_0, t_0) \quad (3.2)$$



**Figura 3.1 – Representação do método de Euler**  
Fonte: Kundur (1994)

Assim,

$$\Delta x = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{x=x_0} \times \Delta t \quad (3.3)$$

O valor de  $x$  para  $t=t_1=t_0+\Delta t$  é calculado pela equação da reta tangente.

$$x_1 = x_0 + \Delta x = x_0 + \left. \frac{dx}{dt} \right|_{x=x_0} \times \Delta t = x_0 + f(x_0, t_0) \times \Delta t \quad (3.4)$$

O método de Euler consiste na repetição deste procedimento gerando uma sucessão de pontos dados genericamente por:

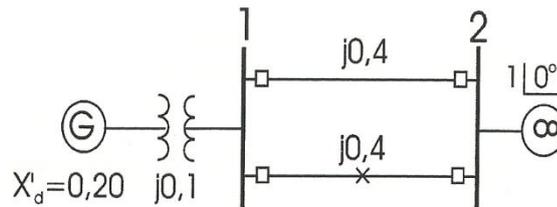
$$t_{i+1} = t_i + \Delta t, \text{ com } i \text{ de } 0 \text{ até } n \quad (3.5)$$

$$x_{i+1} = x_i + f(x_i, t_i) \times \Delta t, \text{ com } i \text{ de } 0 \text{ até } n \quad (3.6)$$

Onde  $\Delta t$ , também chamado de  $h$ , é o passo de iteração. Este define o número de vezes que esse processo será repetido dentro de determinado intervalo  $[t_0, t_f]$  da seguinte forma:

$$n = \frac{t_f - t_0}{\Delta t} \quad (3.7)$$

Com o intuito de encontrar o tempo de abertura para que o sistema continue estável, aplicou-se o método de Euler no problema apresentado por Bretas e Alberto (2000) e demonstrado na Figura 3.2.



**Figura 3.2 – Sistema a ser analisado**  
Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Como as barras 1 e 2 estão conectadas através de uma reatância pura, para o sistema pré-falta a partir da Equação (2.20) encontra-se:

$$P_{12} = \frac{|E_1| \times |E_2|}{|X_{12}|} \times \text{sen}(\delta_1 - \delta_2) \quad (3.8)$$

Como o barramento infinito é usado como referência,  $\delta_2$  é zero. Também deve-se observar que o fluxo de potência ativa nas linhas deve ser 1,0 p.u. Dessa forma:

$$\text{sen}(\delta_1) = \frac{P_{12} \times |X_{12}|}{|E_1| \times |E_2|} \rightarrow \text{sen}(\delta_1) = \frac{1,0 \times 0,2}{1 \times 1} \rightarrow \delta_1 = 11,54^\circ \quad (3.9)$$

A corrente que circula pelo gerador será:

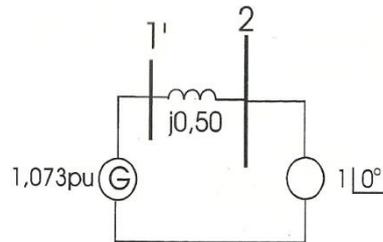
$$\dot{I}_1 = \frac{E_1 - E_2}{j \times X_{12}} \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{1,0 \angle 11,54^\circ - 1,0 \angle 0^\circ}{j \times 0,2} \rightarrow \dot{I}_1 = 1,005 \angle 5,77^\circ \text{ (p.u.)} \quad (3.10)$$

Da Figura 2.2, a tensão no gerador é dada pela expressão:

$$\begin{aligned} \dot{E}_G &= \dot{E}_1 + \dot{I}_1 \times (X'_d + X_{tr}) \rightarrow \dot{E}_G = 1,0 \angle 11,54^\circ + 1,005 \angle 5,77^\circ \times j \times 0,3 \rightarrow \\ \dot{E}_G &= 1,073 \angle 27,8^\circ \text{ (p.u.)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

No instante da ocorrência da falta, a velocidade e o ângulo da máquina não podem variar abruptamente, logo o ângulo  $\delta_{G0}=27,8^\circ$  (0,485 rad) e a variação de velocidade  $\omega=0$  rad<sub>e</sub>/s serão as condições iniciais das equações do sistema em falta.

Reduzindo o sistema a barra interna do gerador conforme a Figura 3.3, encontra-se a equação de *swing* que descreve o comportamento no sistema pré-falta ao se desconsiderar o amortecimento.

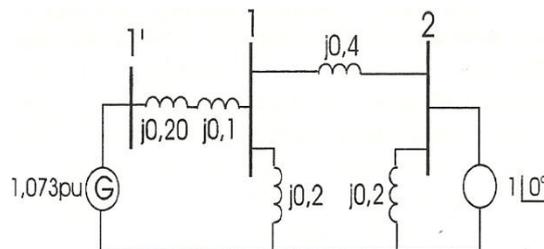


**Figura 3.3 – Sistema em análise no período pré-falta reduzido à barra interna do gerador**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

$$P_e^{prf} = \frac{1,073 \times 1}{0,5} \times \text{sen}(\delta_G) \rightarrow P_e^{prf} = 2,146 \times \text{sen}(\delta_G) \quad (3.12)$$

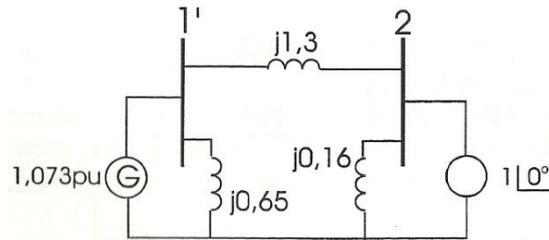
$$M \times \ddot{\delta}_G = 1 - 2,146 \times \text{sen}(\delta_G) \text{ (p.u.)} \quad (3.13)$$

Esse mesmo procedimento deve ser realizado para os outros intervalos de tempo. Para o período durante a falta tem-se o seguinte sistema mostrado na Figura 3.4. O ponto da falta é colocado na referência durante o curto.



**Figura 3.4 – Sistema em análise no período durante a falta**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

Utilizando a transformação delta-estrela para eliminar a barra 1, obtêm-se, o sistema da Figura 3.5.



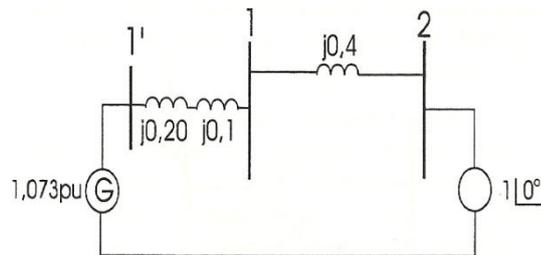
**Figura 3.5 – Sistema em análise no período durante a falta após a transformação delta-estrela**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

Assim, encontra-se como equação de *swing* para o período durante a falta:

$$P_e^f = \frac{1,073 \times 1}{1,3} \times \text{sen}(\delta_G) \rightarrow P_e^f = 0,8254 \times \text{sen}(\delta_G) \quad (3.14)$$

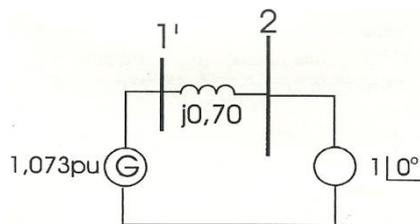
$$M \times \ddot{\delta}_G = 1 - 0,8254 \times \text{sen}(\delta_G) \text{ (p.u.)} \quad (3.15)$$

O sistema resultante após a abertura da proteção que foi utilizado para análise do sistema pós-falta é mostrado na Figura 3.6.



**Figura 3.6 – Sistema em análise no período pós-falta**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

Reduzindo o sistema a barra interna do gerador, tem-se o sistema da Figura 3.7.



**Figura 3.7 – Sistema em análise no período pós-falta reduzido à barra interna do gerador**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

A equação de *swing* que representa o comportamento do gerador no período pós-falta será:

$$P_e^{pf} = \frac{1,073 \times 1}{0,7} \times \text{sen}(\delta_G) \rightarrow P_e^{pf} = 1,5329 \times \text{sen}(\delta_G) \quad (3.16)$$

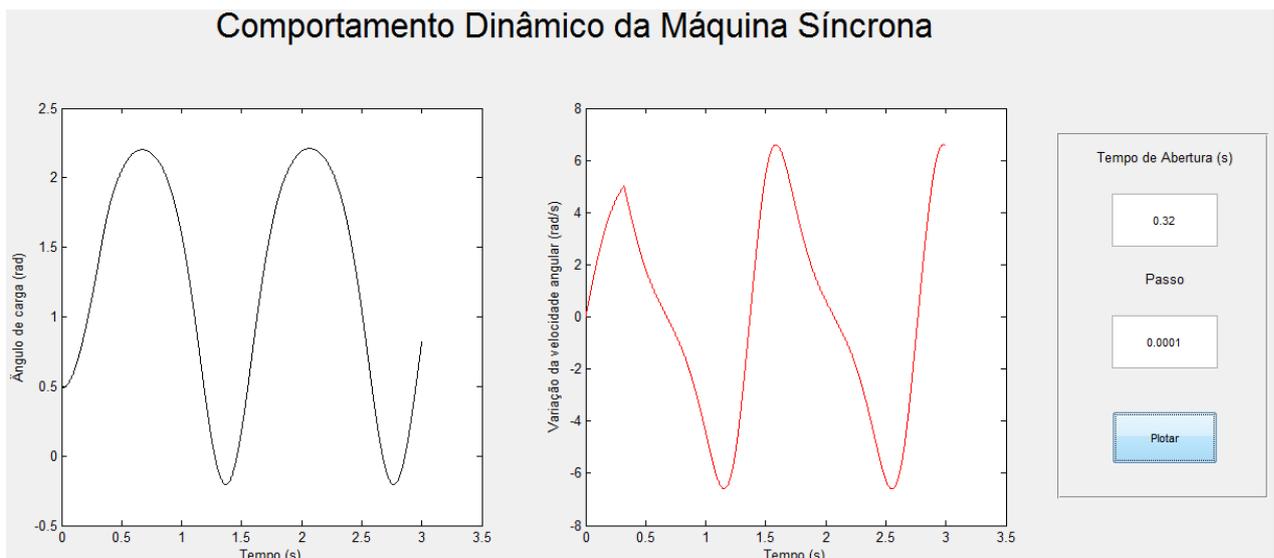
$$M \times \ddot{\delta}_G = 1 - 1,5329 \times \text{sen}(\delta_G) \text{ (p.u.)} \quad (3.17)$$

Com a consideração de uma constante de inércia M igual a 0,0265 para este gerador e a partir das Equações (3.12), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16) e (3.17), construiu-se um algoritmo parcial no MATLAB®, para encontrar o tempo crítico de abertura da proteção.

Considerando um passo de integração de 0,0001, foram feitos vários testes para encontrar o tempo necessário para a atuação da proteção sem que houvesse perda de estabilidade por parte do sistema.

Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura<sup>1</sup> podem ser visualizados nas Figuras 3.8 e 3.9.

- 1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,32 s.

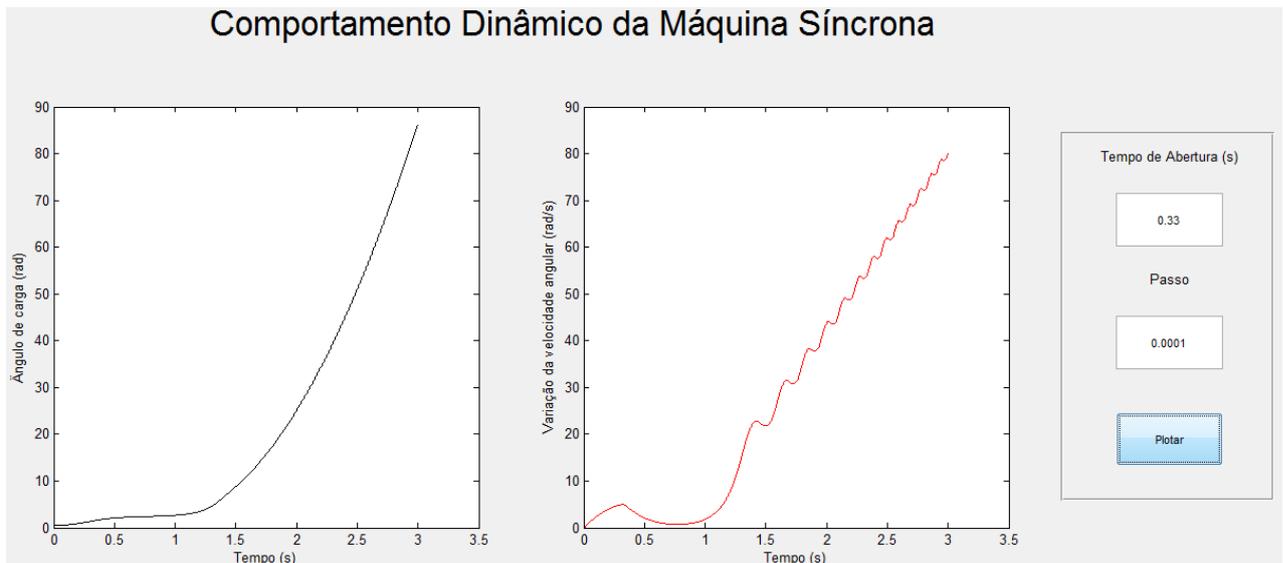


**Figura 3.8 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o  $t_a = 0,32$  s (Método de Euler)**

**Fonte: Autoria Própria**

<sup>1</sup> Para esta e para as demais simulações presentes neste trabalho a perturbação ocorre no tempo  $t = 0$  s.

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,33 s.



**Figura 3.9 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o  $t_a = 0,33$  s (Método de Euler)**  
**Fonte: Autoria Própria**

Pode-se dessa forma perceber que o tempo de abertura crítico calculado para esse sistema na resolução pelo método de Euler encontra-se entre 0,32 s e 0,33 s.

A solução foi encontrada através do método da tentativa e erro, no qual uma solução plausível é escolhida e aplicada na resolução do problema, caso o resultado esperado não seja alcançado, repete-se o procedimento. Normalmente utiliza-se como solução plausível, o tempo de abertura dos equipamentos instalados ou de outros disponíveis no mercado.

A presença de um barramento infinito no sistema elimina a inconsistência colocada no final do item 2.5. Como o barramento infinito é equivalente a uma máquina de capacidade de geração e absorção de potência infinita, e momento de inércia infinito, todo o desequilíbrio de potência existente será absorvida por ele. Neste caso, a máquina só permanecerá em sincronismo com o barramento infinito se sua velocidade for igual à velocidade deste que, por sua vez é igual a velocidade síncrona, ou, se pelo menos permanecer oscilando em torno desta. Assim, para este caso, a estabilidade e o sincronismo são a mesma coisa (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Porém, segundo Kundur (1994), os métodos explícitos, não são numericamente estáveis. Consequentemente, o tamanho do passo de integração ( $\Delta t$ ) fica restrito pelas pequenas constantes do sistema.

Ou seja, conforme colocado anteriormente, no caso dos métodos explícitos caso não seja utilizado um passo de integração pequeno, o erro torna-se mais relevante quanto mais rígido numericamente for o sistema de equações diferenciais. A rigidez numérica é uma condição análoga a de mau condicionamento numérico em conjunto de equações algébricas. Ela é medida através da relação entre a menor e a maior constante de tempo presente no sistema, aumentando com um detalhamento na modelagem (STOTT, 1979).

Ainda segundo Stott (1979), os métodos amplamente utilizados nos problemas de sistemas elétricos de potência (como o método de Euler explícito ou o método de Runge-Kutta) não são muito estáveis numericamente quando comparados com os métodos implícitos mais usados recentemente.

Dessa forma, neste trabalho, escolheu-se o estudo de estabilidade transitória de um sistema elétrico de potência através do método trapezoidal implícito, pois segundo Kundur (1994), este é o método implícito de mais simples implementação.

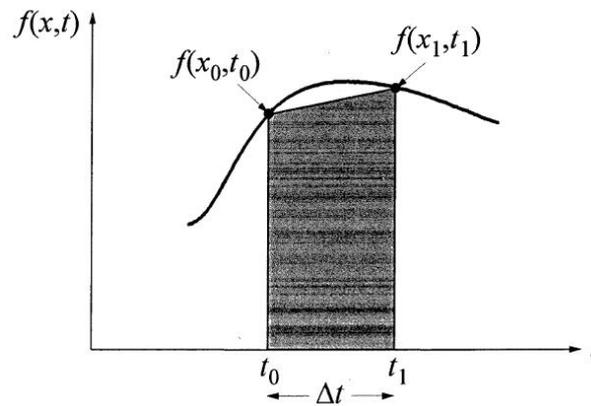
### 3.2 MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO

Considerando a mesma equação diferencial apresentada na Equação (3.1) com as condições iniciais dadas pela Equação (3.2), pode-se expressar a solução para  $x$  em  $t=t_1=t_0+\Delta t$  através da sua forma integral.

$$x_1 = x_0 + \int_{t_0}^{t_1} f(x, \tau) d\tau \quad (3.18)$$

Os métodos implícitos usam funções de interpolação para a expressão sob a integral. O processo de interpolação implica que as funções devem passar através de pontos ainda desconhecidos no tempo  $t_1$ .

Dentre os métodos de integração implícita, o mais simples é a regra do trapézio, que utiliza interpolação linear, colocado na Figura 3.10.



**Figura 3.10 – Representação do método da regra do trapézio**  
**Fonte: Kundur (1994)**

Como demonstrado, a área sob a integral é aproximada por trapézios, por isso, este método é denominado regra do trapézio.

Reescrevendo a Equação (3.18) pela regra do trapézio:

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta t}{2} \times [f(x_0, t_0) + f(x_1, t_1)] \quad (3.19)$$

Sendo a forma generalizada da Equação (3.19):

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2} \times [f(x_n, t_n) + f(x_{n+1}, t_{n+1})] \quad (3.20)$$

Na Equação (3.20), pode-se perceber que  $x_{n+1}$  aparece em ambos os lados da equação, o que implica em calculá-lo em função do seu valor no passo anterior bem como em função do seu valor atual (o qual é desconhecido). Logo, uma equação implícita deve ser resolvida.

A regra do trapézio é um método de segunda ordem e, dentre os métodos implícitos, é apropriado para aplicações em sistemas elétricos de potência. Outros métodos implícitos de ordem mais elevada são de difícil programação e não são tão estáveis numericamente quanto à regra do trapézio (KUNDUR, 1994).

### 3.2.1 Aplicação considerando a rede reduzida

Quando a rede elétrica é reduzida aos nós internos dos geradores têm-se apenas variáveis de estado ( $\delta$  e  $\omega$ ), que serão denominadas por “ $X$ ”, pois as variáveis da rede ( $V$ ) não são incógnitas (ou variáveis) no sistema de equações diferenciais.

Assim, a solução (ou trajetória) das equações do problema de estabilidade transitória através da regra do trapézio é descrita por:

$$\underline{X}_{n+1} = \underline{X}_n + \frac{\Delta t}{2} \times [f(\underline{X}_n) + f(\underline{X}_{n+1})] \quad (3.21)$$

Como o vetor  $\underline{X}_{n+1}$  é desconhecido, deve-se encontrar o de valor de  $\underline{X}_{n+1}$  de modo que  $F(\underline{X}_{n+1}) = 0$ , sendo:

$$F(\underline{X}_{n+1}) = \underline{X}_{n+1} - \underline{X}_n - \frac{\Delta t}{2} \times [f(\underline{X}_n) + f(\underline{X}_{n+1})] \quad (3.22)$$

A Equação (3.22) demonstra a transformação da equação diferencial apresentada na Equação (3.1) em uma equação algébrica através de uma fórmula implícita.

Através do método de Newton, resolve-se a Equação (3.22) iterativamente, sendo que para cada iteração “ $k+1$ ” tem-se:

$$\underline{X}_{n+1}^{k+1} = \underline{X}_{n+1}^k + \Delta \underline{X}_{n+1}^k \quad (3.23)$$

Onde  $\Delta \underline{X}_{n+1}^k$  é calculado da seguinte forma:

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial X} \right]^k \times \Delta \underline{X}_{n+1}^k = -F(\underline{X}_{n+1}^k) \quad (3.24)$$

Sendo  $\left[ \frac{\partial F}{\partial X} \right]$  a matriz Jacobiana, dada por:

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial \underline{X}} \right] = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & \dots & X_m \\ F_1 & \left[ \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial X_m} \right] \\ F_2 & \left[ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial X_m} \right] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_m & \left[ \frac{\partial F_m}{\partial X_1} & \frac{\partial F_m}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial X_m} \right] \end{matrix} \quad (3.25)$$

O processo iterativo para a obtenção do vetor  $\underline{X}_{n+1}$  termina quando:

$$\Delta \underline{X}_{n+1}^k \leq \varepsilon \quad (3.26)$$

$$F(\underline{X}_{n+1}^k) \leq \varepsilon \quad (3.27)$$

Pode-se ainda reescrever a Equação (3.22) separando os “valores dados” dos “valores calculados” da seguinte forma:

$$F(\underline{X}_{n+1}^k) = \left\{ \underline{X}_{n+1}^k - \frac{\Delta t}{2} \times [f(\underline{X}_{n+1}^k)] \right\} - \left\{ \underline{X}_n + \frac{\Delta t}{2} \times [f(\underline{X}_n)] \right\} \quad (3.28)$$

Sendo a primeira parcela dada pelos valores “calculados” a cada iteração no passo “ $n+1$ ” e a segunda parcela os valores “dados” ou obtidos no  $n$ -ésimo passo (anterior).

A Equação (3.28) pode ser vista como uma equação de resíduos, sendo que a primeira parcela é atualizada a cada iteração e a segunda é constante para aquele passo “ $n$ ” (portanto, esta é calculada somente uma vez naquele passo). Outra forma de escrever a Equação (3.28) é:

$$F(\underline{X}_{n+1}^k) = \left\{ \underline{X}_{n+1}^k - \frac{\Delta t}{2} \times [f(\underline{X}_{n+1}^k)] \right\} + \underline{C}_n \quad (3.29)$$

Onde:

$$\underline{C}_n = - \left\{ \underline{X}_n + \frac{\Delta t}{2} \times [f(\underline{X}_n)] \right\} \quad (3.30)$$

### 3.2.2 Aplicação do método em estabilidade transitória

Como explicado anteriormente, para os estudos de estabilidade transitória em sistemas de potência com m-máquinas, o comportamento dos geradores síncronos são descritos por equações dinâmicas denominadas Equações de Swing, dadas no sistema p.u. como colocado na Equação (2.18) ou da seguinte forma:

$$M_i \times \delta_{ei}'' + D_i \times \dot{\delta}_i = P_{mi} - P_{ei} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.31)$$

Desprezando-se a constante de amortecimento da máquina na Equação (3.31), tem-se:

$$M_i \times \delta_{ei}'' = P_{mi} - P_{ei} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.32)$$

Para obter a solução de “ $\delta_{ei}$ ”, também denominada trajetória do problema, decompõe-se a equação diferencial de segunda ordem apresentada na Equação (3.32) em duas equações de primeira ordem.

$$M_i \times \dot{\omega}_{ei} = P_{mi} - P_{ei} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.33)$$

$$\dot{\delta}_{ei} = \omega_{ei} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.34)$$

Com o intuito de facilitar a aplicação do Método Trapezoidal Implícito ao conjunto de equações diferenciais da Equação (3.34), é conveniente escrever as funções  $f(\underline{X}_n)$  e  $F(\underline{X}_{n+1})$  que descrevem o método em função das equações diferenciais, assim como descrever as variáveis  $\underline{X}$ .

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \\ - \\ \delta_{e1} \\ \vdots \\ \delta_{em} \end{bmatrix}_{(2m \times 1)} \quad (3.35)$$

$$f(\underline{X}) = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \vdots \\ \dot{\omega}_m \\ \delta_{e1} \\ \vdots \\ \dot{\delta}_{em} \end{bmatrix}_{(2m \times 1)} = \begin{bmatrix} \frac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} \\ \vdots \\ \frac{P_{mm} - P_{em}}{M_m} \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix}_{(2m \times 1)} \quad (3.36)$$

Para cada passo ( $n+1$ ) da solução tem-se um processo iterativo como colocado na Equação (3.28):

$$F(\underline{X}_{n+1}^k) = \left\{ \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \\ \delta_{e1} \\ \vdots \\ \delta_{em} \end{bmatrix}_{n+1} - \frac{\Delta t}{2} \times \begin{bmatrix} \frac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} \\ \vdots \\ \frac{P_{mm} - P_{em}}{M_m} \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix}_{n+1}^k \right\} - \left\{ \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \\ \delta_{e1} \\ \vdots \\ \delta_{em} \end{bmatrix}_n + \frac{\Delta t}{2} \times \begin{bmatrix} \frac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} \\ \vdots \\ \frac{P_{mm} - P_{em}}{M_m} \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix}_n \right\} \quad (3.37)$$

Onde:

$\underline{X}_{n+1}$  – É a solução atual (contador de passos de trajetória);

$\underline{X}_n$  – É a solução calculada no passo anterior;

$n$  – É o contador de passos do método de integração numérica;

$k$  – É o contador de iteração para o método de Newton;

$\Delta t$  – É o tamanho do passo de integração.

Dessa forma, a cada passo de integração a seguinte solução iterativa deve ser calculada através da Equação (3.24) com a seguinte matriz Jacobiana:

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial X} \right] = \begin{array}{c} F(\omega_1) \\ F(\omega_2) \\ \vdots \\ F(\omega_m) \\ \text{---} \\ F(\delta_1) \\ F(\delta_2) \\ \vdots \\ F(\delta_m) \end{array} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} \omega_1 & \omega_2 & \cdots & \omega_m & \delta_1 & \delta_2 & \cdots & \delta_m \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \frac{\Delta t}{2 \times M_1} \times \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{e1}} & \frac{\Delta t}{2 \times M_1} \times \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{e2}} & \cdots & \frac{\Delta t}{2 \times M_1} \times \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{em}} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \frac{\Delta t}{2 \times M_2} \times \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{e1}} & \frac{\Delta t}{2 \times M_2} \times \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{e2}} & \cdots & \frac{\Delta t}{2 \times M_2} \times \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{em}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \frac{\Delta t}{2 \times M_m} \times \frac{\partial P_{em}}{\partial \delta_{e1}} & \frac{\Delta t}{2 \times M_m} \times \frac{\partial P_{em}}{\partial \delta_{e2}} & \cdots & \frac{\Delta t}{2 \times M_m} \times \frac{\partial P_{em}}{\partial \delta_{em}} \\ \text{---} & \text{---} \\ -\frac{\Delta t}{2} & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta t}{2} & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\frac{\Delta t}{2} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right] \quad (3.38)$$

Estrutura da matriz Jacobiana:

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial X} \right] = \begin{array}{c} F(\omega) \\ \text{---} \\ F(\delta) \end{array} \left[ \begin{array}{c|c} \omega & \delta \\ \hline [I]_{(mxm)} & \frac{\Delta t}{2} \times \left[ \frac{1}{M} \right]_{(mxm)} \times \left[ \frac{\partial P_e}{\partial \delta_e} \right]_{(mxm)} \\ \text{---} & \text{---} \\ -\frac{\Delta t}{2} \times [I]_{(mxm)} & [I]_{(mxm)} \end{array} \right]_{(2mx2m)} \quad (3.39)$$

Como a rede de transmissão foi reduzida aos nós internos dos geradores, a submatriz Jacobiana  $\left[ \frac{\partial P_e}{\partial \delta_e} \right]$  não possui elementos nulos.

$$\left[ \frac{\partial P_e}{\partial \delta_e} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{e1}} & \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{e2}} & \cdots & \frac{\partial P_{e1}}{\partial \delta_{em}} \\ \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{e1}} & \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{e2}} & \cdots & \frac{\partial P_{e2}}{\partial \delta_{em}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{em}}{\partial \delta_{e1}} & \frac{\partial P_{em}}{\partial \delta_{e2}} & \cdots & \frac{\partial P_{em}}{\partial \delta_{em}} \end{bmatrix}_{(mxm)} \quad (3.40)$$

Sendo que seus elementos podem ser obtidos a partir da Equação (2.20) da seguinte forma:

$$\frac{\partial P_{ei}}{\partial \delta_{ei}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |E_i| \times |E_j| \times |Y_{ij}| \times [\text{sen } \phi_{ij} \times \cos(\delta_i - \delta_j) - \cos \phi_{ij} \times \text{sen}(\delta_i - \delta_j)] \quad i = 1, \dots, m \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial P_{ei}}{\partial \delta_{ej}} = |E_i| \times |E_j| \times |Y_{ij}| \times [\cos \phi_{ij} \times \sin(\delta_i - \delta_j) - \sin \phi_{ij} \times \cos(\delta_i - \delta_j)] \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, m \\ j \neq i \end{cases} \quad (3.42)$$

Já a submatriz  $\begin{bmatrix} 1 \\ M \end{bmatrix}$  é uma matriz diagonal.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{M_m} \end{bmatrix}_{(m \times m)} \quad (3.43)$$

O método trapezoidal implícito pode ser utilizado como um “corretor” dentro de uma estratégia de solução de equações diferenciais ordinárias chamada “Previsor-Corretor”. Esta estratégia de solução utiliza um método explícito (por exemplo, o método de Euler) como “Previsor” para a obtenção de “ $\underline{X}_{n+1}^0$ ”.

Com o valor “previsto” de  $\underline{X}_{n+1}^0$ , calcula-se  $\underline{X}_{n+1}^{k=0}$  a partir do Método de Newton, considerando a regra do trapézio, e em seguida atualiza-se o valor de  $\underline{X}_{n+1}^{k+1}$ .

O processo segue iterativamente até que  $\Delta \underline{X}_{n+1}^k$  seja menor que certo “ $\epsilon$ ” (erro) estipulado. Este é colocado na Figura 3.11.

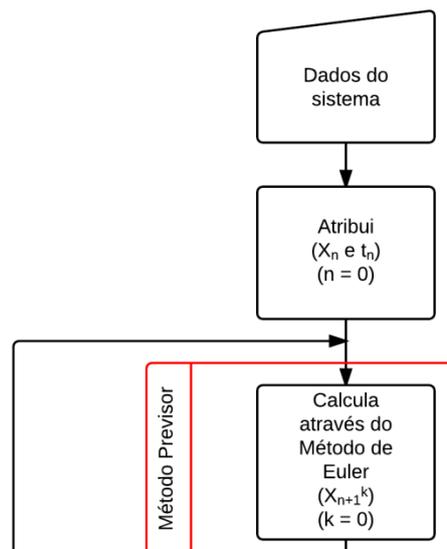
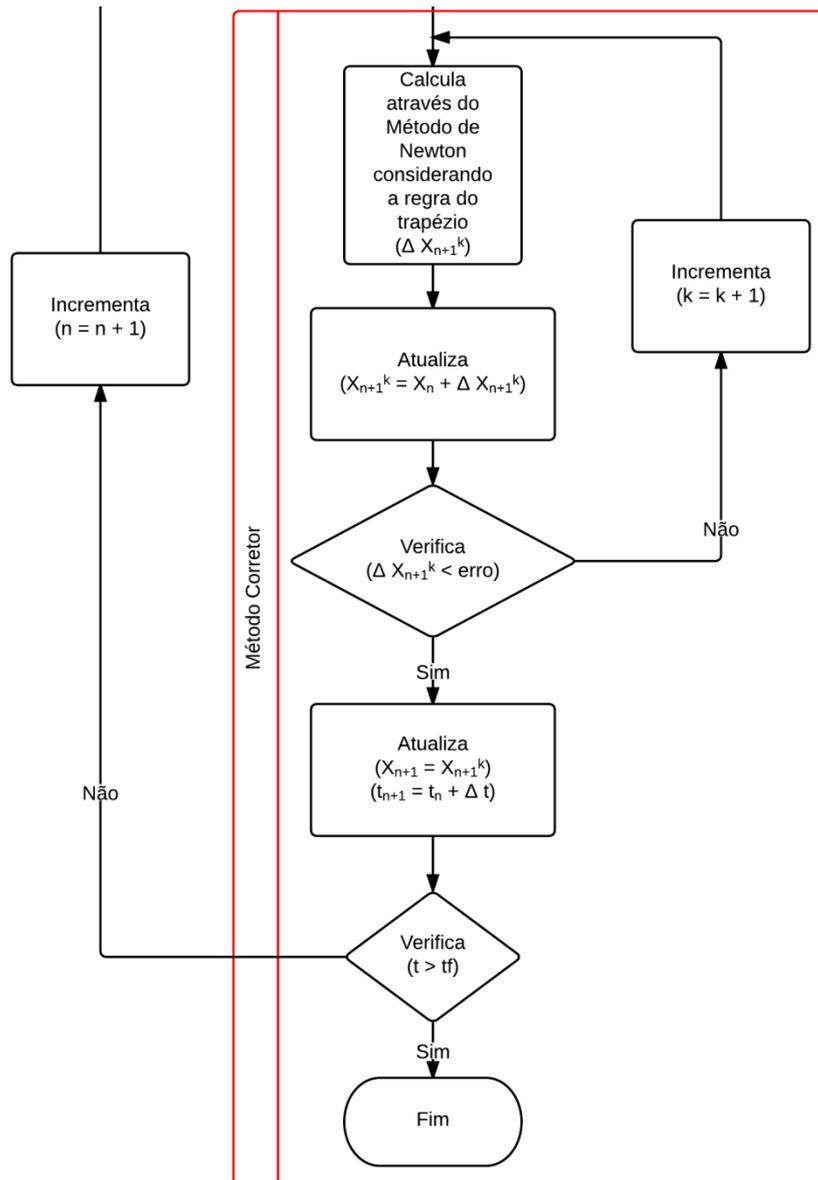


Figura 3.11 – Fluxograma do algoritmo parcial que utiliza o método trapezoidal implícito

Fonte: Autoria própria



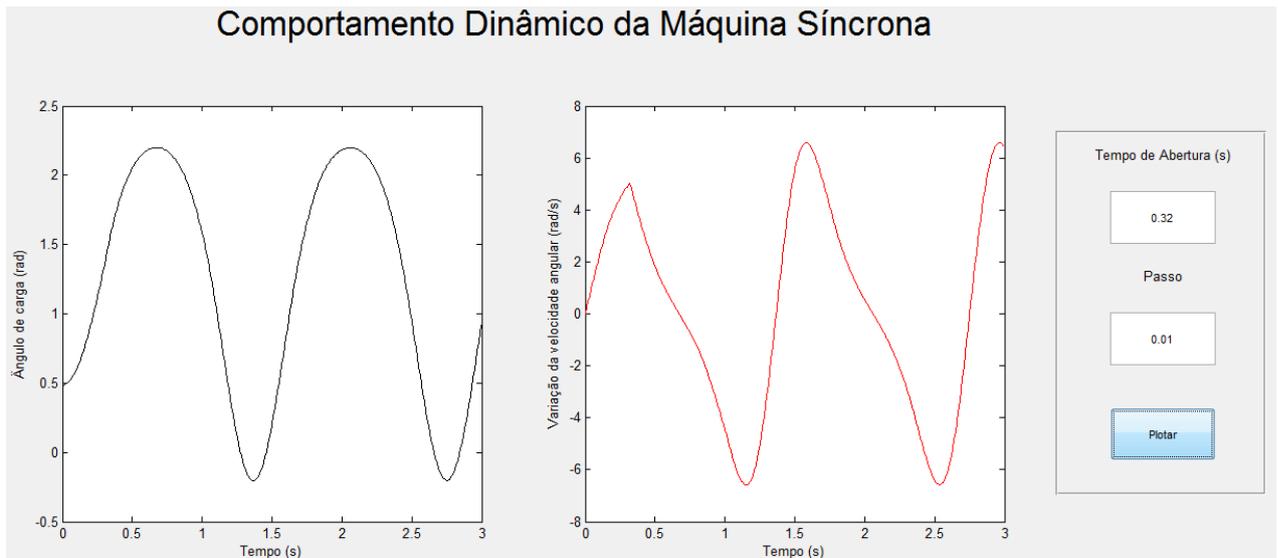
**Figura 3.11– Fluxograma do algoritmo parcial que utiliza o método trapezoidal implícito (Continuação)**  
**Fonte: Autoria própria**

Analisando o mesmo sistema apresentado no item 3.1 e demonstrado na Figura 3.2, construiu-se um algoritmo parcial no MATLAB® com base no método trapezoidal implícito, para encontrar o tempo crítico de abertura da proteção.

Considerando um passo de integração de 0,01 e um erro do método de Newton de  $10^{-6}$ , foram feitos vários testes para encontrar o tempo necessário para a atuação da proteção sem que houvesse perda de estabilidade por parte do sistema.

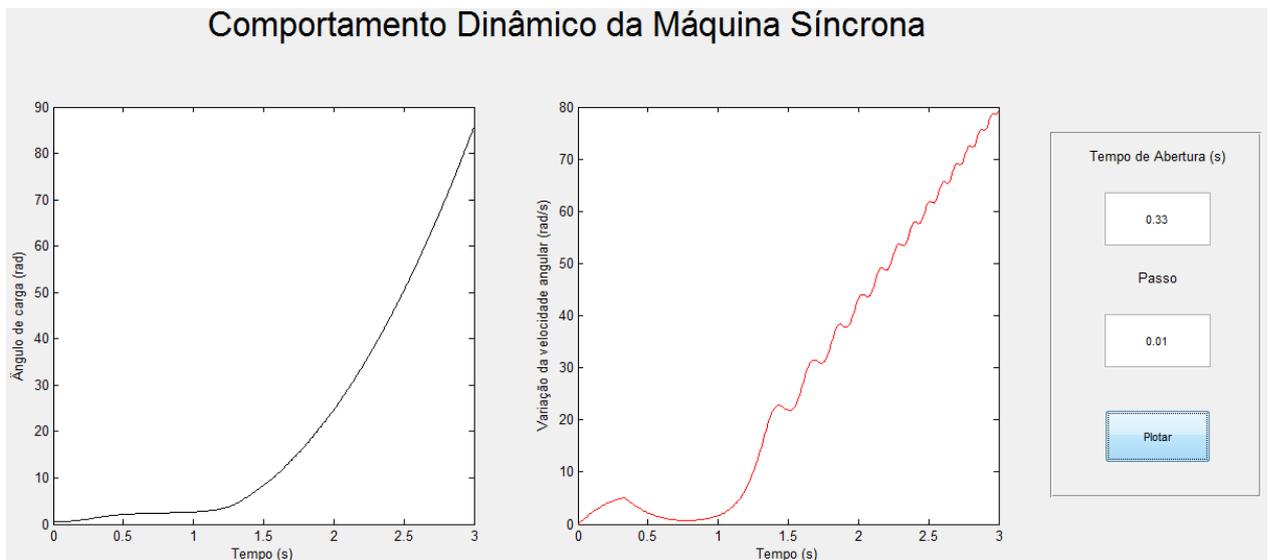
Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura podem ser visualizados nas Figuras 3.12 e 3.13.

- 1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,32 s.



**Figura 3.12 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o  $t_a = 0,32$  s (Método trapezoidal implícito)**  
**Fonte: Autoria própria**

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,33 s.



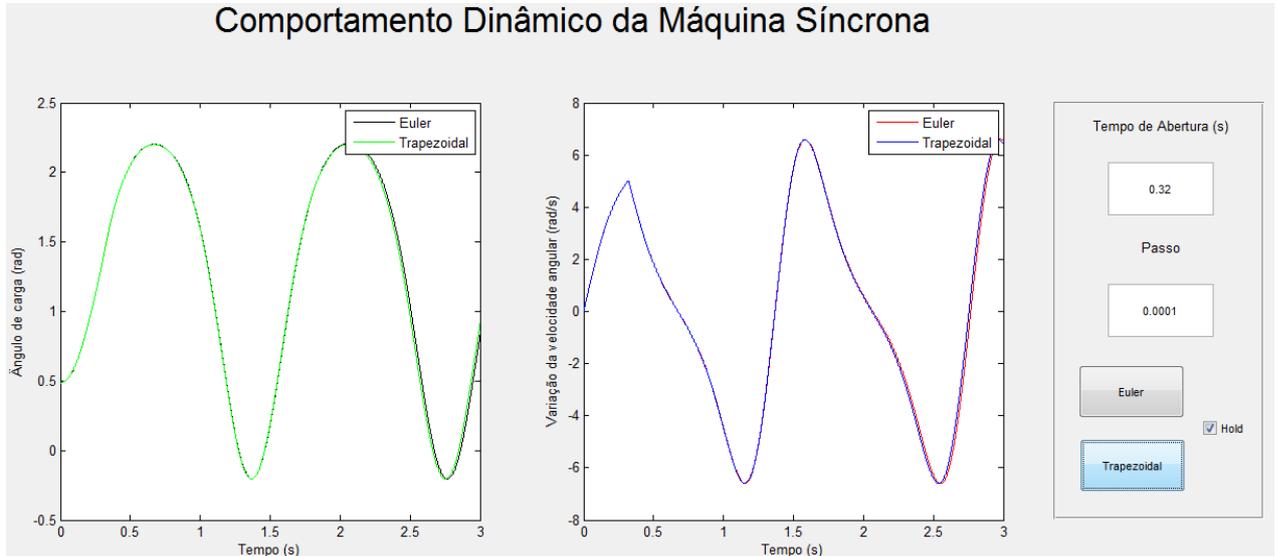
**Figura 3.13 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o  $t_a = 0,33$  s (Método trapezoidal implícito)**  
**Fonte: Autoria própria**

Ainda com o intuito de comprovar a vulnerabilidade dos métodos explícitos, aqui representados pelo método de Euler, à condição de rigidez numérica, condição citada no início deste capítulo, foram realizados testes comparativos utilizando como referência os resultados obtidos nas Figuras 3.12 e 3.13 com os passos de integração de 0,0001 s, 0,001 s e 0,01 s.

Os resultados podem ser visualizados nas Figuras 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19.

Com o passo de integração de 0,0001 s:

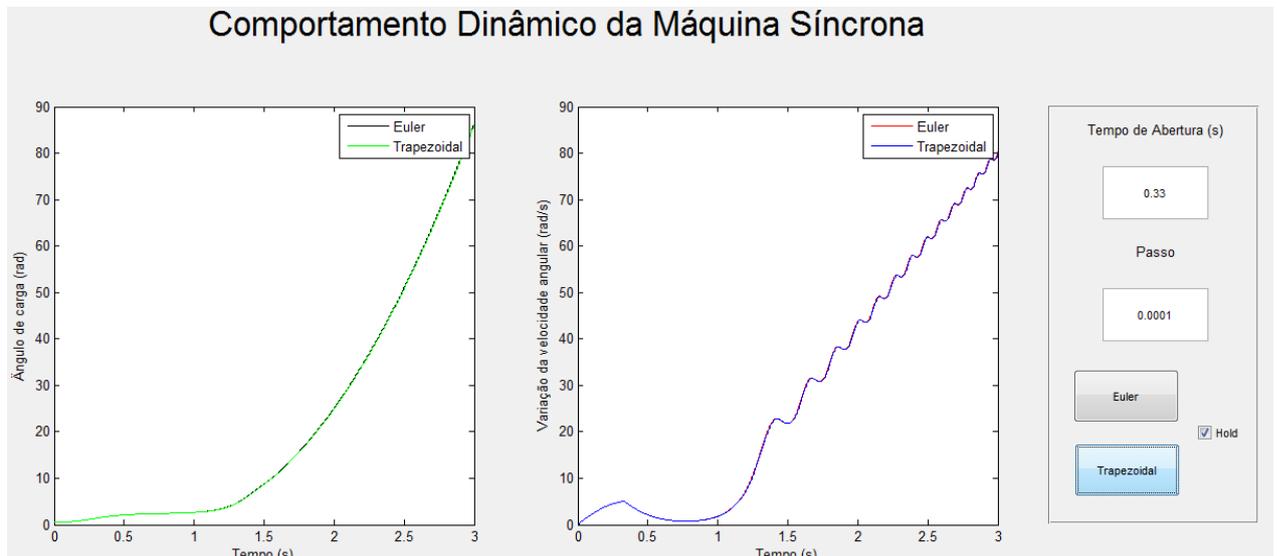
1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,32 s.



**Figura 3.14 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o  $t_a = 0,32$  s (Passo de integração de 0,0001 s)**

Fonte: Autoria própria

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,33 s.

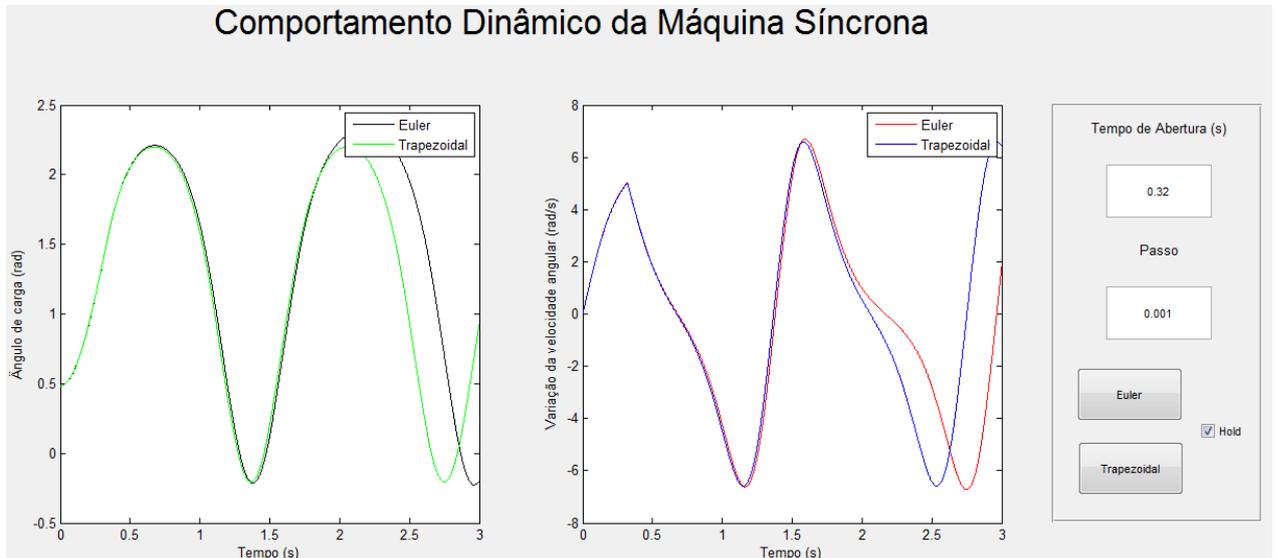


**Figura 3.15 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o  $t_a = 0,33$  s (Passo de integração de 0,0001 s)**

Fonte: Autoria própria

Com o passo de integração de 0,001 s:

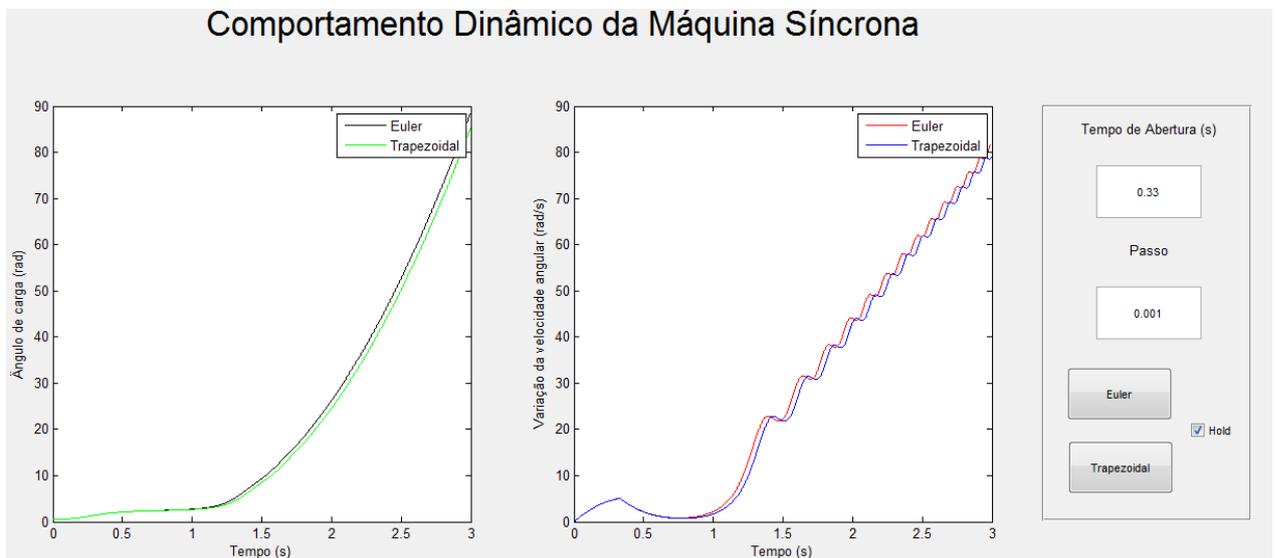
1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,32 s.



**Figura 3.16 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o  $t_a = 0,32$  s (Passo de integração de 0,001 s)**

Fonte: Autoria própria

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,33 s.

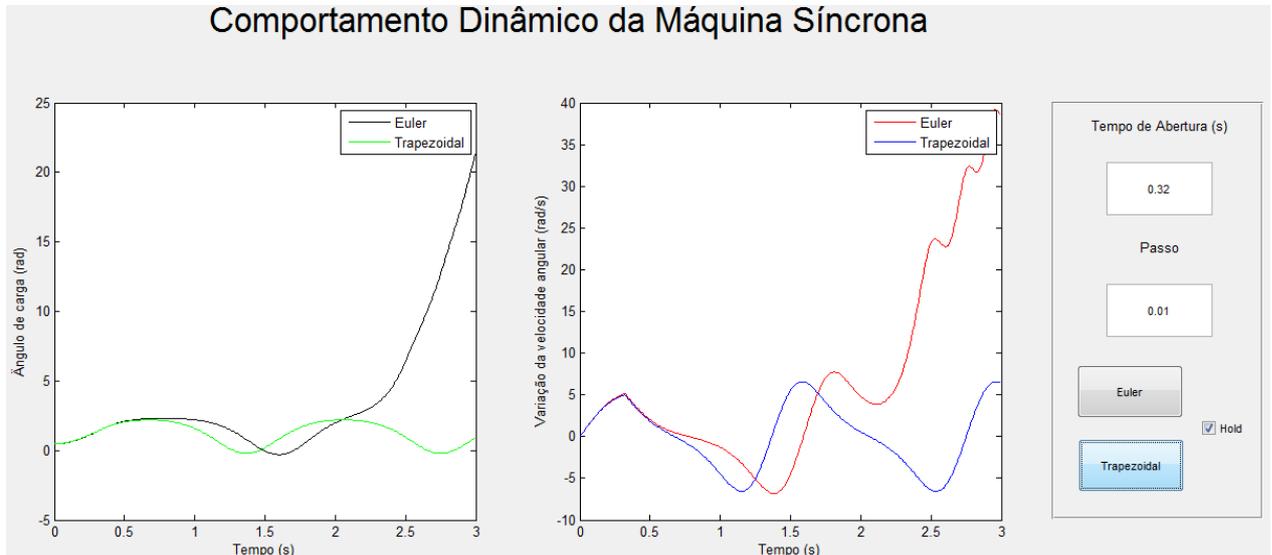


**Figura 3.17 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o  $t_a = 0,33$  s (Passo de integração de 0,001 s)**

Fonte: Autoria própria

Com o passo de integração de 0,01 s:

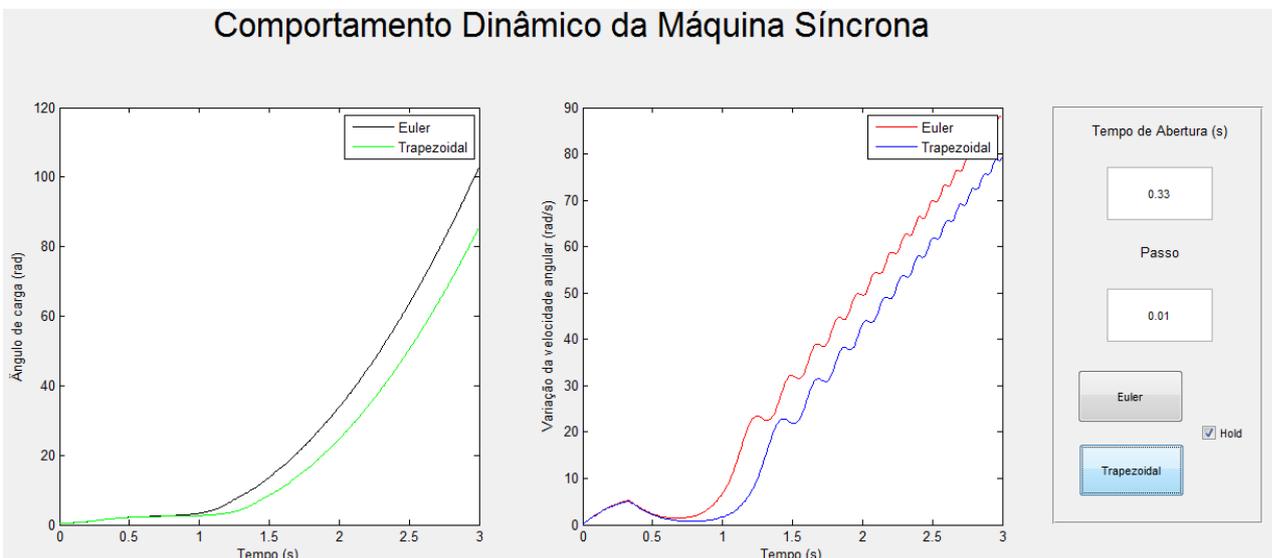
1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,32 s.



**Figura 3.18 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o  $t_a = 0,32$  s (Passo de integração de 0,01 s)**

Fonte: Autoria própria

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,33 s.



**Figura 3.19 – Comparativo entre os resultados obtidos através dos dois métodos para o  $t_a = 0,33$  s (Passo de integração de 0,01 s)**

Fonte: Autoria própria

Através da análise dos resultados obtidos, pode-se perceber que à medida que o passo de integração aumenta, o método de Euler passa a acumular erro, ou seja, o erro começa a ser

passado para as iterações seguintes. Dessa forma, o resultado obtido através do método de Euler não é o esperado, apresentando no tempo de 3 s um erro já expressivo e com tendência a aumentar com o passar do tempo, como colocado por Stott (1979).

Pode-se perceber também que a mudança no passo de integração não ocasionou mudanças expressivas na resposta obtida pelo método trapezoidal implícito. Dessa forma, por questões computacionais, para este método foi mantido o valor de passo de integração utilizado nas Figuras 3.12 e 3.13 (0,01 s).

Sendo o sistema em questão um sistema relativamente simples com apenas uma máquina síncrona e um barramento infinito, fica evidenciado a não aplicabilidade do método de Euler, quando este é submetido a grandes passos de integração, para análises de estabilidade transitória. Isto ocorre, pois normalmente os sistemas sob análise possuem maior número de máquinas, e conseqüentemente, maior número de equações, e caso seja utilizado um passo de integração pequeno o suficiente para o método de Euler funcionar devidamente, o tempo de processamento deste problema será elevado.

### 3.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO TRAPEZOIDAL IMPLÍCITO PARA UM SISTEMA MULTIMÁQUINAS

Com o objetivo de verificar a funcionalidade do algoritmo parcial de análise de estabilidade transitória em um sistema multimáquinas simples, alterou-se o sistema presente na Figura 3.2, substituindo o barramento infinito por outro gerador síncrono. Este possui uma constante de inércia igual a três vezes a constante de inércia do gerador 1 e está conectado a barra 2 através de transformador com mesmas características do existente na barra 1.

Além dessa alteração, acrescentou-se uma carga resistiva de 2 p.u. a barra 2 para absorver a potência gerada pelos geradores 1 e 2. Como o sistema anterior possuía um barramento infinito, que representa uma máquina com capacidade infinita de geração e absorção de potência, nesse toda a potência fornecida pelo gerador 1 era absorvida pelo barramento infinito.

Considerou-se ainda que o fluxo de potência apresenta mesma intensidade e sentido do existente na Figura 3.2 (Fluxo de potência de 1 p.u. da barra 1 para a barra 2).

O sistema em questão é demonstrado na Figura 3.20.

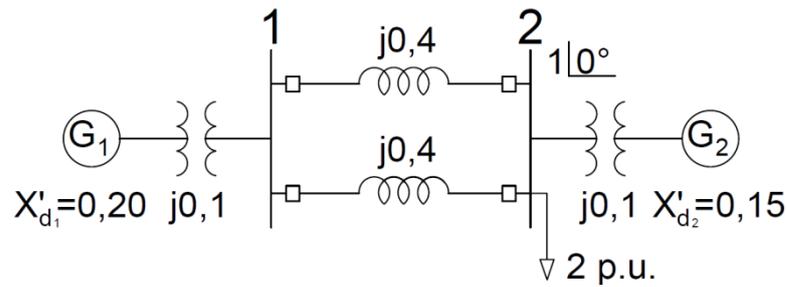


Figura 3.20 – Sistema de duas barras e dois geradores  
Fonte: Autoria própria

Realizando o fluxo de potência do sistema apresentado na Figura 3.20 com o auxílio do *software* ANAREDE® (Análise de Redes Elétricas) (CEPEL)<sup>2</sup> e considerando como potência base 100 MW, foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1 – Dados de barra do sistema de duas barras e dois geradores**

Barra	Tipo	V(p.u.)	$\theta$ (°)	Pg (MW)	Qg (MVar)	PI (MW)	QI (MVar)
1	1	1	11,5	100	10,1	0	0
2	2	1	0	100	10,1	200	0

Fonte: Autoria própria

Onde:

Tipo – É o tipo de barra, sendo 0 – PQ, 1 – PV e 2 Slack;

V – É o valor eficaz da tensão elétrica na barra;

$\theta$  – É o ângulo da tensão elétrica da barra;

Pg – É a potência ativa gerada na barra;

Qg – É a potência reativa gerada na barra;

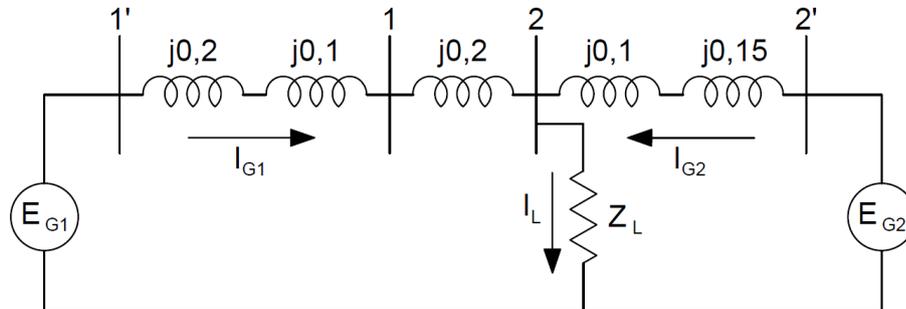
PI – É a potência ativa consumida na barra;

QI – É a potência reativa consumida na barra.

Com a manutenção do fluxo de potência presente na Figura 3.2 para o sistema da Figura 3.20, o ângulo  $\theta$  da tensão da barra 1 encontrado é similar ao calculado para o sistema anterior.

<sup>2</sup> Licença Acadêmica celebrada pelo Contrato 187/2014.

Assim como foi realizado para o sistema de uma máquina com um barramento infinito, é necessário encontrar as tensões internas nos geradores do sistema multimáquinas no período pré-falta, representado na Figura 3.21.



**Figura 3.21 – Sistema em análise no período pré-falta**  
Fonte: Autoria própria

Analisando a Figura 3.21, percebe-se que a corrente que circula pelo gerador 1 será:

$$I_{G1} = \frac{E_1 - E_2}{j \times X_{12}} \rightarrow I_{G1} = \frac{1,0 \angle 11,5^\circ - 1,0 \angle 0^\circ}{j \times 0,2} \rightarrow I_{G1} = 1,002 \angle 5,75^\circ \text{ (p.u.)} \quad (3.44)$$

Da Figura 2.2, a tensão no gerador é dada pela expressão:

$$E_{G1} = E_1 + I_{G1} \times (X'_{d1} + X_{tr1}) \rightarrow E_{G1} = 1,0 \angle 11,5^\circ + 1,002 \angle 5,75^\circ \times j \times 0,3 \rightarrow \\ E_{G1} = 1,073 \angle 27,689^\circ \text{ (p.u.)} \quad (3.45)$$

Como explicado anteriormente no item 2.3.3.3, para estudos de estabilidade transitória em sistemas de potência as cargas são representadas pelo seu modelo de impedância constante. Assim, a carga de potência igual a 2 p.u. presente na barra 2 terá o seguinte valor de impedância:

$$Z_L = \frac{E_2^2}{S_L} \rightarrow Z_L = \frac{(1,0 \angle 0^\circ)^2}{2,0 \angle 0^\circ} \rightarrow Z_L = 0,5 \angle 0^\circ \text{ (p.u.)} \quad (3.46)$$

Pela lei dos Nós, percebe-se que a corrente que circula pelo gerador 2 pode ser calculada pela diferença entre a corrente na carga  $Z_L$  e a corrente que circula pelo gerador 1. Assim:

$$I_{G2} = I_L - I_{G1} \rightarrow I_{G2} = \frac{E_2}{Z_L} - I_{G1} \rightarrow I_{G2} = \frac{1,0 \angle 0^\circ}{0,5 \angle 0^\circ} - 1,002 \angle 5,75^\circ \rightarrow \\ I_{G2} = 1,008 \angle -5,714^\circ \text{ (p.u.)} \quad (3.47)$$

Como realizado para o gerador 1:

$$\begin{aligned} E_{G2} \dot{=} E_2 + I_{G2} \times (X'_{d2} + X_{tr2}) &\rightarrow E_{G2} = 1,0 \angle 0^\circ + 1,008 \angle -5,714^\circ \times j \times 0,25 \rightarrow \\ E_{G2} &= 1,055 \angle 13,747^\circ \text{ (p.u.)} \end{aligned} \quad (3.48)$$

No instante da ocorrência da falta, a velocidade e o ângulo das máquinas não podem variar abruptamente, logo os ângulos  $\delta_{G1}=27,689^\circ$  (0,483 rad) e  $\delta_{G2}=13,747^\circ$  (0,24 rad) e as variações de velocidade  $\omega_1=0$  rad<sub>el</sub>/s e  $\omega_2=0$  rad<sub>el</sub>/s serão as condições iniciais das equações do sistema em falta.

Reduzindo o sistema às barras internas dos geradores conforme a Figura 3.22, encontram-se as equações de *swing* que descrevem o comportamento no sistema pré-falta ao se desconsiderar o amortecimento.

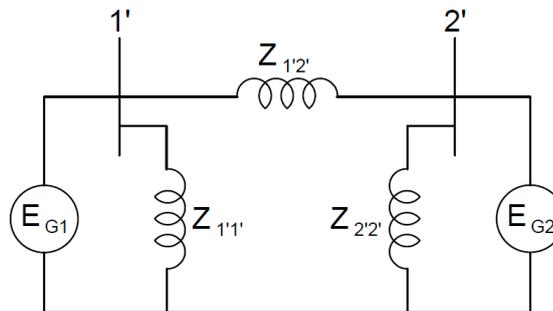


Figura 3.22 - Sistema em análise reduzido às barras internas dos geradores  
Fonte: Autoria própria

Os respectivos valores de impedâncias no período pré-falta encontrados foram:

$$Z_{1'2'}^{prf} = -0,25 + j \times 0,75 \text{ (p.u.)} \quad (3.49)$$

$$Z_{1'1'}^{prf} = 1,5 + j \times 0,5 \text{ (p.u.)} \quad (3.50)$$

$$Z_{2'2'}^{prf} = 0,75 + j \times 0,25 \text{ (p.u.)} \quad (3.51)$$

Transformando-os em admitâncias:

$$Y_{1'2'}^{prf} = -0,4 - j \times 1,2 \text{ (p.u.)} \quad (3.52)$$

$$Y_{1'1'}^{prf} = 0,6 - j \times 0,2 \text{ (p.u.)} \quad (3.53)$$

$$Y_{2'2'}^{prf} = 1,2 - j \times 0,4 \text{ (p.u.)} \quad (3.54)$$

Como foi explicado no item 2.4, com os valores das admitâncias que descrevem o sistema, é possível construir a matriz de admitâncias reduzida. Assim:

$$Y_{RED}^{prf} = \begin{bmatrix} Y_{1'1'}^{prf} + Y_{1'2'}^{prf} & -Y_{1'2'}^{prf} \\ -Y_{1'2'}^{prf} & Y_{2'2'}^{prf} + Y_{1'2'}^{prf} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$Y_{RED}^{prf} = \begin{bmatrix} 0,2 - j \times 1,4 & 0,4 + j \times 1,2 \\ 0,4 + j \times 1,2 & 0,8 - j \times 1,6 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Dessa forma, através da Equação (2.20), calculam-se as potências elétricas geradas por cada gerador:

$$P_{e1}^{prf} = 1,073^2 \times 0,2 + 1,073 \times 1,055 \times [0,4 \times \cos(\delta_1 - \delta_2) + 1,2 \times \sin(\delta_1 - \delta_2)]$$

$$\rightarrow P_{e1}^{prf} = 0,23 + 0,453 \times \cos(\delta_{12}) + 1,358 \times \sin(\delta_{12}) \text{ (p.u.)} \quad (3.56)$$

$$P_{e2}^{prf} = 1,055^2 \times 0,8 + 1,055 \times 1,073 \times [0,4 \times \cos(\delta_2 - \delta_1) + 1,2 \times \sin(\delta_2 - \delta_1)]$$

$$\rightarrow P_{e2}^{prf} = 0,891 + 0,453 \times \cos(\delta_{21}) + 1,358 \times \sin(\delta_{21}) \text{ (p.u.)} \quad (3.57)$$

Como no período pré-falta não há uma aceleração angular, de acordo com a Equação (2.15), a potência mecânica injetada no gerador síncrono será igual à potência elétrica entregue pelo mesmo. Essa potência mecânica será constante em todo o período onde será feita a análise de estabilidade transitória, premissa colocada no início do item 2.2.

Assim, das Equações (3.56) e (3.57) e dos respectivos valores dos ângulos de carga ( $\delta$ ) dos geradores, tem-se:

$$P_{m1} = 0,23 + 0,453 \times \cos(27,689^\circ - 13,747^\circ) + 1,358 \times \sin(27,689^\circ - 13,747^\circ)$$

$$\rightarrow P_{m1} = 0,997 \text{ (p.u.)} \quad (3.58)$$

$$P_{m2} = 0,891 + 0,453 \times \cos(13,747^\circ - 27,689^\circ) + 1,358 \times \sin(13,747^\circ - 27,689^\circ)$$

$$\rightarrow P_{m2} = 1,004 \text{ (p.u.)} \quad (3.59)$$

Dessa forma, através da Equação (2.15), encontram-se as respectivas equações de *swing* dos geradores síncronos.

$$M_1 \times \ddot{\delta}_1 = 0,997 - [0,23 + 0,453 \times \cos(\delta_{12}) + 1,358 \times \sin(\delta_{12})] \text{ (p.u.)} \quad (3.60)$$

$$M_2 \times \ddot{\delta}_2 = 1,004 - [0,891 + 0,453 \times \cos(\delta_{21}) + 1,358 \times \sin(\delta_{21})] \text{ (p.u.)} \quad (3.61)$$

Com exceção dos cálculos das potências mecânicas injetadas nos geradores síncronos, esse mesmo procedimento deve ser realizado para os outros intervalos de tempo. Para o período de ocorrência da falta tem-se o seguinte sistema mostrado na Figura 3.23. O ponto da falta é colocado na referência durante o curto.

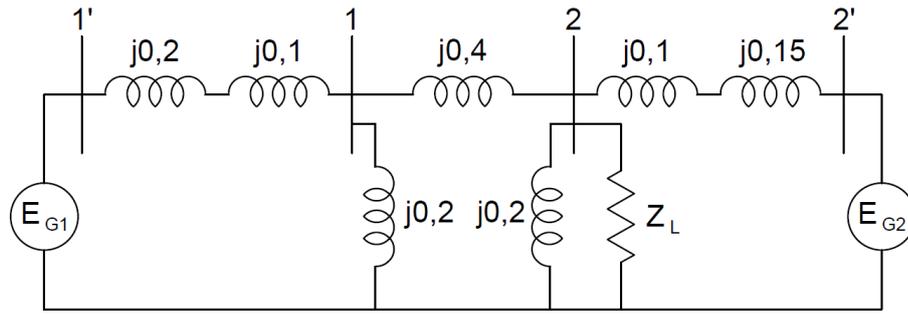


Figura 3.23 – Sistema em análise no período durante a falta

Fonte: Autoria própria

Reduzindo este sistema às barras internas dos geradores, encontra-se um sistema similar ao demonstrado na Figura 3.22, porém com diferentes valores de impedâncias. Estas, nessa situação possuem os seguintes valores:

$$Z_{1'2'}^f = -0,65 + j \times 3,55 \text{ (p.u.)} \quad (3.62)$$

$$Z_{1'1'}^f = 1,512 \times 10^{-2} + j \times 0,504 \text{ (p.u.)} \quad (3.63)$$

$$Z_{2'2'}^f = 5,695 \times 10^{-2} + j \times 0,425 \text{ (p.u.)} \quad (3.64)$$

Transformando-as em admitâncias:

$$Y_{1'2'}^f = -0,05 - j \times 0,273 \text{ (p.u.)} \quad (3.65)$$

$$Y_{1'1'}^f = 5,952 \times 10^{-2} - j \times 1,983 \text{ (p.u.)} \quad (3.66)$$

$$Y_{2'2'}^f = 0,309 - j \times 2,31 \text{ (p.u.)} \quad (3.67)$$

Dessa forma, encontra-se a matriz de admitâncias reduzida para sistema no período de ocorrência da falta com sendo:

$$Y_{RED}^f = \begin{bmatrix} 9,614 \times 10^{-3} - j \times 2,256 & 0,05 + j \times 0,273 \\ 0,05 + j \times 0,273 & 0,26 - j \times 2,583 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

E através da Equação (2.20), calculam-se as potências elétricas geradas por cada gerador:

$$P_{e1}^f = 1,073^2 \times 9,614 \times 10^{-3} + 1,073 \times 1,055 \times [0,05 \times \cos(\delta_1 - \delta_2) + 0,273 \times \text{sen}(\delta_1 - \delta_2)]$$

$$\rightarrow P_{e1}^f = 0,011 + 0,056 \times \cos(\delta_{12}) + 0,308 \times \text{sen}(\delta_{12}) \text{ (p.u.)} \quad (3.69)$$

$$P_{e2}^f = 1,055^2 \times 0,26 + 1,055 \times 1,073 \times [0,05 \times \cos(\delta_2 - \delta_1) + 0,273 \times \text{sen}(\delta_2 - \delta_1)]$$

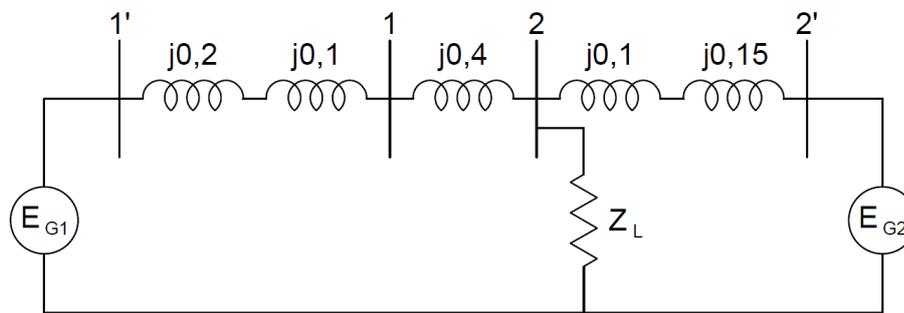
$$\rightarrow P_{e2}^f = 0,289 + 0,056 \times \cos(\delta_{21}) + 0,308 \times \text{sen}(\delta_{21}) \text{ (p.u.)} \quad (3.70)$$

Resultando nas seguintes equações de *swing* que descrevem o comportamento dos geradores síncronos no sistema durante o período de existência da falta ao se desconsiderar o amortecimento.

$$M_1 \times \ddot{\delta}_1 = 0,997 - [0,011 + 0,056 \times \cos(\delta_{12}) + 0,308 \times \text{sen}(\delta_{12})] \text{ (p.u.)} \quad (3.71)$$

$$M_2 \times \ddot{\delta}_2 = 1,004 - [0,289 + 0,056 \times \cos(\delta_{21}) + 0,308 \times \text{sen}(\delta_{21})] \text{ (p.u.)} \quad (3.72)$$

O sistema resultante após a abertura da proteção que será utilizado para análise do sistema pós-falta é mostrado na Figura 3.24.



**Figura 3.24 – Sistema em análise no período pós-falta**  
Fonte: Autoria própria

Reduzindo o sistema anterior às barras internas dos geradores, novamente encontra-se um sistema similar ao demonstrado na Figura 3.22, com os seguintes valores de impedâncias para esta situação:

$$Z_{1'2'}^{pf} = -0,35 + j \times 0,95 \text{ (p.u.)} \quad (3.73)$$

$$Z_{1'1'}^{pf} = 1,9 + j \times 0,7 \text{ (p.u.)} \quad (3.74)$$

$$Z_{2'2'}^{pf} = 0,678 + j \times 0,25 \text{ (p.u.)} \quad (3.75)$$

Transformando-as em admitâncias:

$$Y_{1'2'}^{pf} = -0,341 - j \times 0,927 \text{ (p.u.)} \quad (3.76)$$

$$Y_{1'1'}^{pf} = 0,463 - j \times 0,171 \text{ (p.u.)} \quad (3.77)$$

$$Y_{2'2'}^{pf} = 1,298 - j \times 0,478 \text{ (p.u.)} \quad (3.78)$$

Em seguida, calcula-se a matriz de admitâncias reduzida que descreve o sistema no período pós-falta:

$$Y_{RED}^{pf} = \begin{bmatrix} 0,122 - j \times 1,098 & 0,341 + j \times 0,927 \\ 0,341 + j \times 0,927 & 0,956 - j \times 1,405 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

E com a Equação (2.20), calculam-se as potências elétricas geradas por cada gerador:

$$P_{e1}^{pf} = 1,073^2 \times 0,122 + 1,073 \times 1,055 \times [0,341 \times \cos(\delta_1 - \delta_2) + 0,927 \times \text{sen}(\delta_1 - \delta_2)]$$

$$\rightarrow P_{e1}^{pf} = 0,14 + 0,387 \times \cos(\delta_{12}) + 1,049 \times \text{sen}(\delta_{12}) \text{ (p.u.)} \quad (3.80)$$

$$P_{e2}^{pf} = 1,055^2 \times 0,956 + 1,055 \times 1,073 \times [0,341 \times \cos(\delta_2 - \delta_1) + 0,927 \times \text{sen}(\delta_2 - \delta_1)]$$

$$\rightarrow P_{e2}^{pf} = 1,065 + 0,387 \times \cos(\delta_{21}) + 1,049 \times \text{sen}(\delta_{21}) \text{ (p.u.)} \quad (3.81)$$

Segundo premissa apresentada no item 2.2 as potências mecânicas injetadas nos geradores síncronos permanecem constantes para esta análise. Dessa forma, a partir das Equações (2.15), (3.58), (3.59), (3.80) e (3.81) encontram-se as respectivas equações de *swing* que descrevem o comportamento dos geradores síncronos do sistema no período após a extinção da falta pela abertura da proteção. Nestas equações de *swing* as perdas por amortecimento são desconsideradas.

$$M_1 \times \ddot{\delta}_1 = 0,997 - [0,14 + 0,387 \times \cos(\delta_{12}) + 1,049 \times \text{sen}(\delta_{12})] \text{ (p.u.)} \quad (3.82)$$

$$M_2 \times \ddot{\delta}_2 = 1,004 - [1,065 + 0,387 \times \cos(\delta_{21}) + 1,049 \times \text{sen}(\delta_{21})] \text{ (p.u.)} \quad (3.83)$$

Com o auxílio do algoritmo parcial descrito no fluxograma da Figura 3.11, pretende-se encontrar o tempo crítico de abertura da proteção para o sistema apresentado na Figura 3.20.

Considerando os mesmos passos de integração e de erro do método de Newton utilizados na análise do sistema mostrado na Figura 3.2, com valores de 0,01 e de  $10^{-6}$  respectivamente, foram feitos vários testes para encontrar o tempo necessário para a atuação da proteção sem que houvesse perda de estabilidade por parte do sistema.

Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura podem ser visualizados nas Figuras 3.25 e 3.26.

1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,29 s.

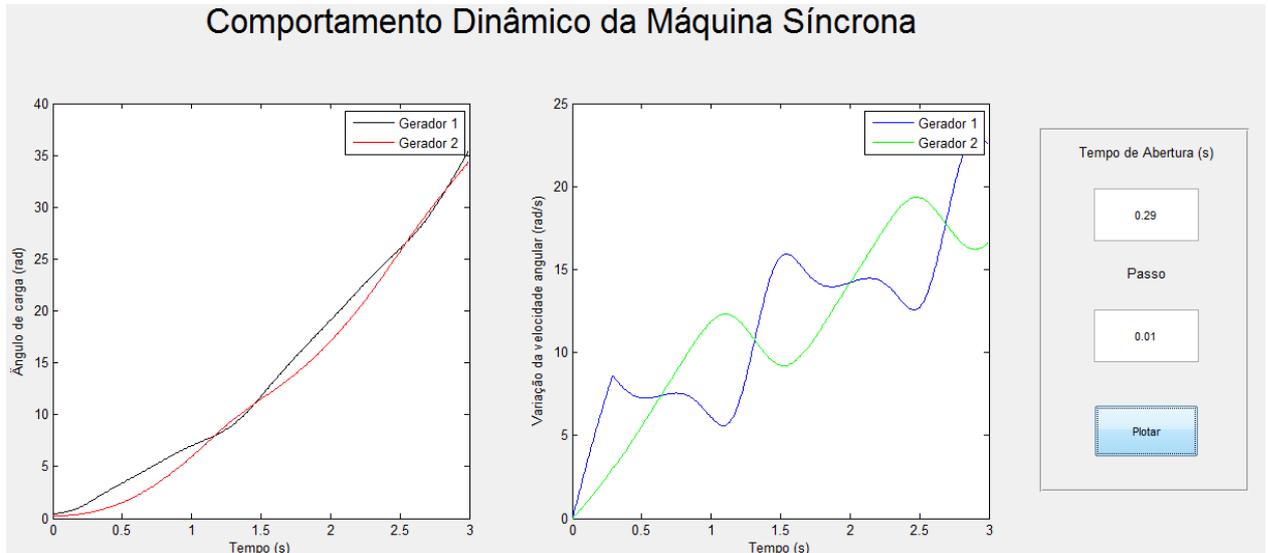


Figura 3.25 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,29$  s

Fonte: Autoria própria

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,3 s.

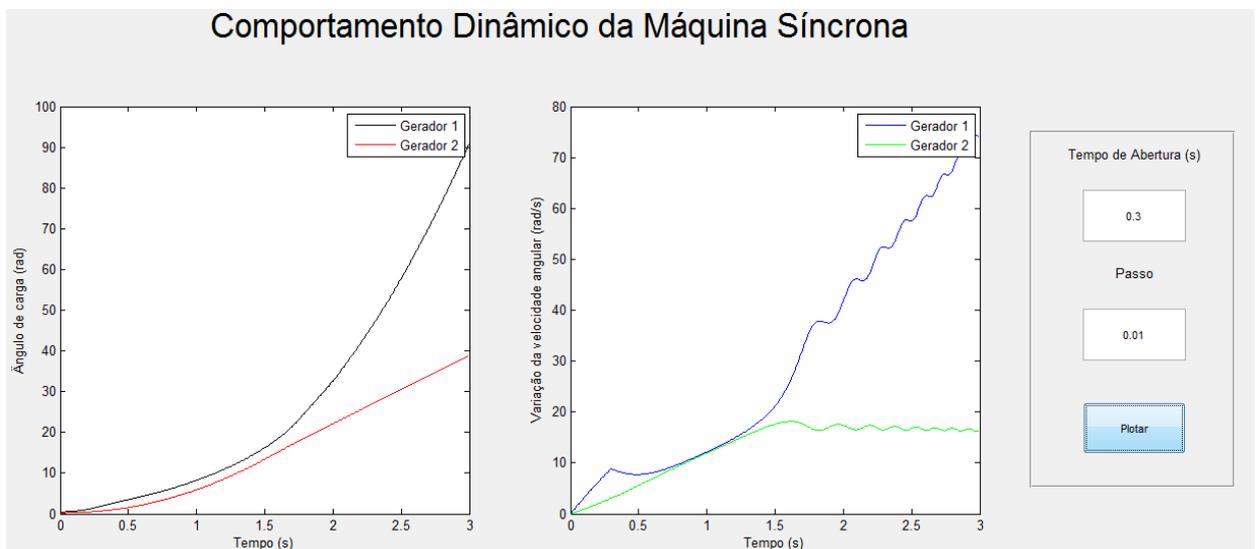


Figura 3.26 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,3$  s

Fonte: Autoria própria

Pode-se dessa forma perceber que o tempo de abertura crítico calculado para esse sistema encontra-se entre 0,29 s e 0,3 s. Como colocado anteriormente para o sistema de uma máquina contra um barramento infinito, a solução foi encontrada através do método da tentativa e erro.

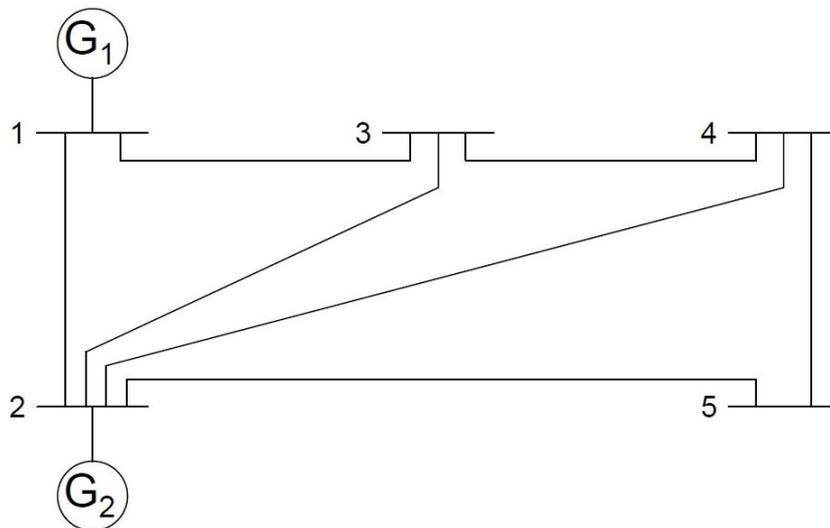
De acordo com definição apresentada no item 2.5, um sistema é considerado estável do ponto de vista transitório, quando todos os geradores síncronos do sistema permanecem oscilando em conjunto. Portanto para o tempo de abertura de 0,3 s este sistema não é mais estável transitoriamente, pois o gerador com menor constante de inércia, o gerador 1, perde o sincronismo com o gerador 2 conforme mostra a Figura 3.26

Deve-se ressaltar que ao se aumentar a constante de inércia do gerador 2 à valores elevados, tendendo ao infinito, este passará a se comportar como um barramento infinito como o existente no sistema apresentado na Figura 3.2.

## 4 SISTEMA MULTIMÁQUINAS ESCOLHIDO

### 4.1 APRESENTAÇÃO DO SISTEMA

O sistema escolhido para a análise final deste trabalho é amplamente conhecido, sendo apresentado por Bretas e Alberto (2000), conforme Figura 4.1. Este é composto por cinco barras, contando com a presença de geradores em duas destas e de cargas em quatro.



**Figura 4.1 – Sistema de cinco barras com dois geradores**  
**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

Os respectivos dados de barra, de linha e de gerador em p.u. do sistema em estudo, expostos por Bretas e Alberto (2000), podem ser visualizados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3. Estes também foram validados através da execução do *software* de Fluxo de Potência ANAREDE® (CEPEL)<sup>3</sup>. Os dados aqui apresentados estão referenciados para uma potência base de 100 MVA.

<sup>3</sup> Licença Acadêmica celebrada pelo Contrato 187/2014.

Tabela 4.1 – Dados de barra do sistema de cinco barras com dois geradores

Barra	Tipo	V (pu)	Teta (graus)	Pg (MW)	Qg (Mvar)	Pl (MW)	Ql (Mvar)
1	2	1,060	0,0	127,9	8,9	0,0	0,0
2	1	1,042	-2,7	41,7	29,5	20,0	10,0
3	0	1,016	-4,9	0,0	0,0	45,0	15,0
4	0	1,015	-5,2	0,0	0,0	40,0	5,0
5	0	1,010	-6,0	0,0	0,0	60,0	10,0

Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Onde:

Tipo – É o tipo de barra, sendo 0 – PQ, 1 – PV e 2 Slack;

V – É o valor eficaz da tensão elétrica na barra;

$\theta$  – É o ângulo da tensão elétrica da barra;

Pg – É a potência ativa gerada na barra;

Qg – É a potência reativa gerada na barra;

Pl – É a potência ativa consumida na barra;

Ql – É a potência reativa consumida na barra.

Tabela 4.2 – Dados de linha do sistema de cinco barras com dois geradores

Origem	Destino	Resist. (%)	Reat. (%)	Suscept. (%)	Tap
1	2	2,0	6,0	3,0	1,0
1	3	8,0	24,0	2,5	1,0
2	3	6,0	18,0	2,0	1,0
2	4	6,0	18,0	2,0	1,0
2	5	4,0	12,0	1,5	1,0
3	4	1,0	3,0	1,0	1,0
4	5	8,0	24,0	2,5	1,0

Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Onde:

Resist. – É a resistência série da linha em p.u.;

Reat. – É a reatância indutiva série da linha em p.u.;

Suscept. – É a susceptância capacitiva (*shunt*) total da linha em p.u.;

Tap – É o ajuste do “tap” do transformador, indicando a relação nominal quando é unitário.

Tabela 4.3 – Dados de gerador do sistema de cinco barras com dois geradores

Barra	X'd (%)	M (p.u.)
1	25	0,265
2	50	0,005

Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Onde:

X'd – É a reatância transitória de eixo direto do gerador síncrono em p.u.;

M – É a constante de inércia do gerador síncrono.

## 4.2 SIMULAÇÕES

As simulações apresentadas neste item foram realizadas com o auxílio do algoritmo final desenvolvido no *software* MATLAB® ao longo deste trabalho. Algoritmo este que é descrito no fluxograma da Figura 4.2.

O bloco representando o método trapezoidal implícito tem o seu princípio de funcionamento descrito no fluxograma da Figura 3.11 apresentada anteriormente.

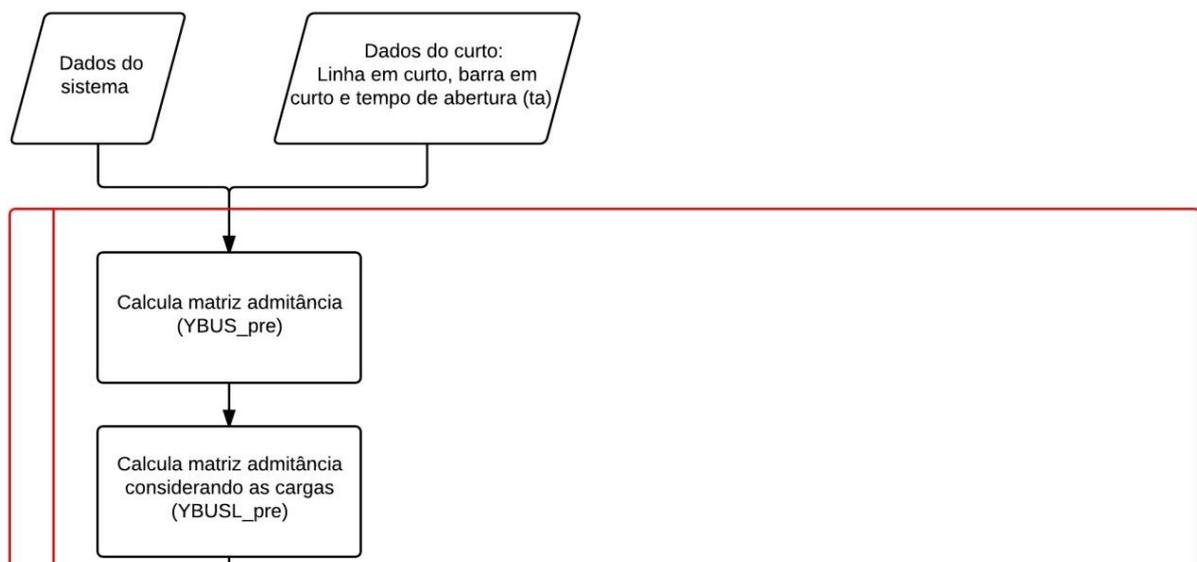


Figura 4.2 – Fluxograma do algoritmo final de estabilidade transitória

Fonte: Autoria própria

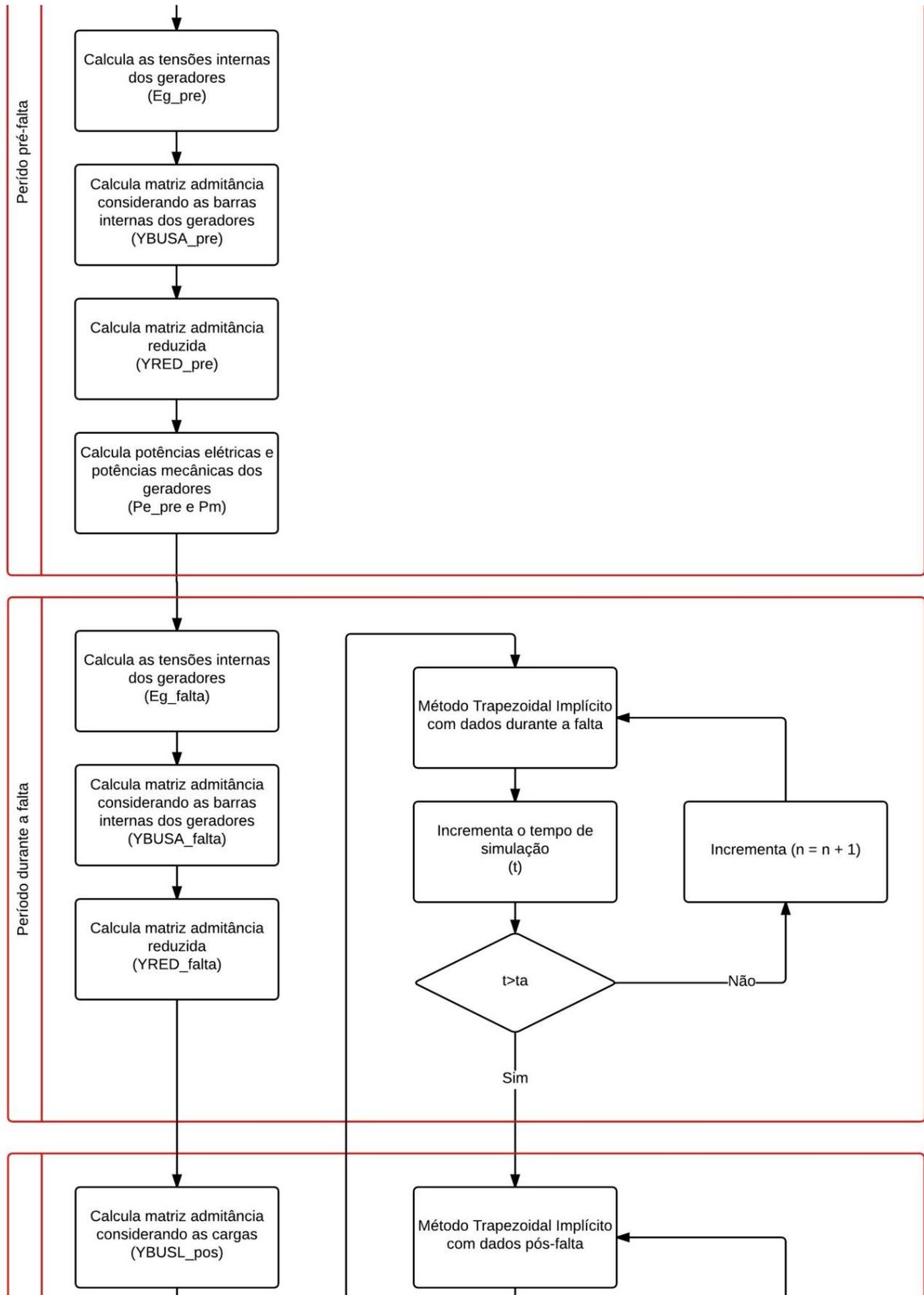
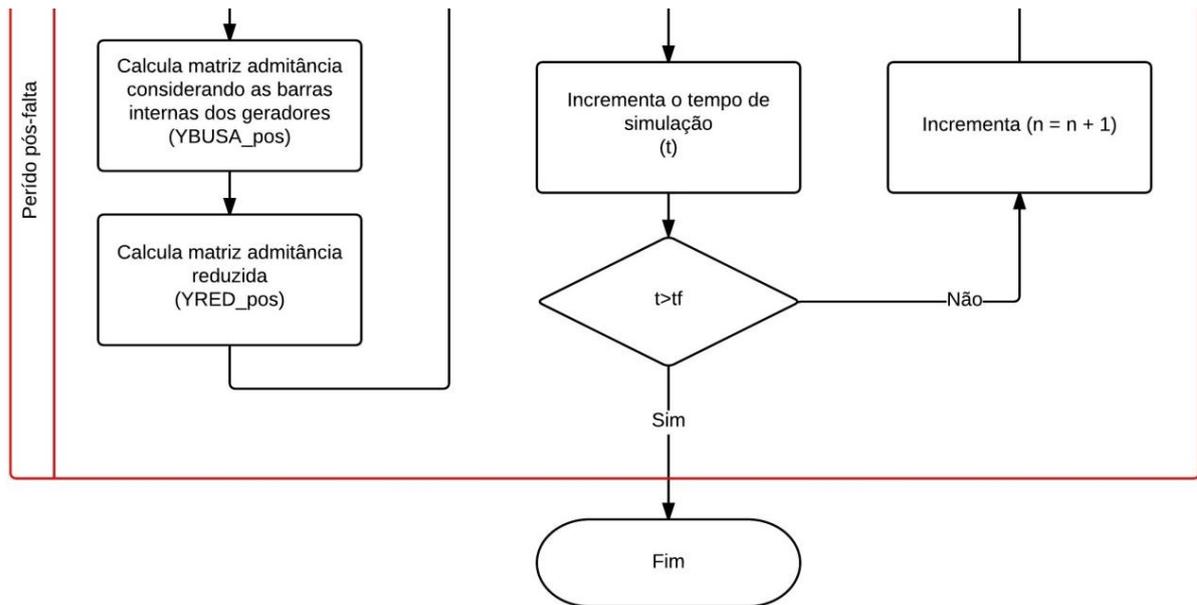


Figura 4.2– Fluxograma do algoritmo final de estabilidade transitória (Continuação)

Fonte: Autoria própria



**Figura 4.2– Fluxograma do algoritmo final de estabilidade transitória (Continuação)**

Fonte: Autoria própria

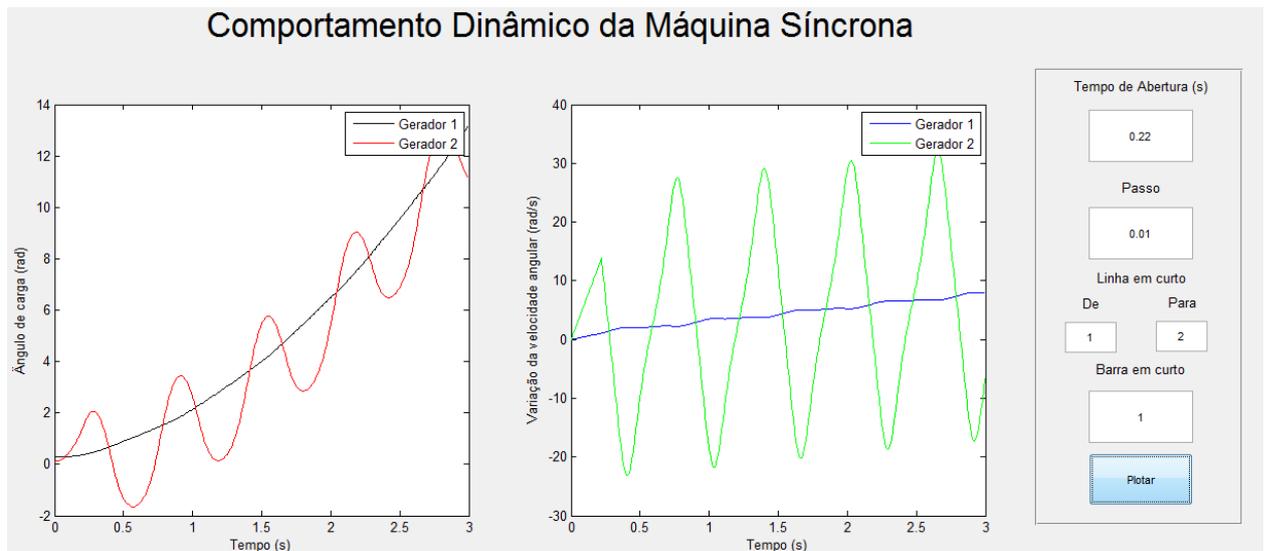
Nas simulações apresentadas neste capítulo, foram considerados os mesmos passos de integração e de erro do método de Newton utilizados na análise do sistema mostrado na Figura 3.2, com valores de 0,01 e de  $10^{-6}$  respectivamente.

Como colocado no item 3.1, as soluções aqui apresentadas foram obtidas através do método da tentativa e erro.

#### 4.2.1 Análise considerando o curto na linha 1-2, próximo a barra 1

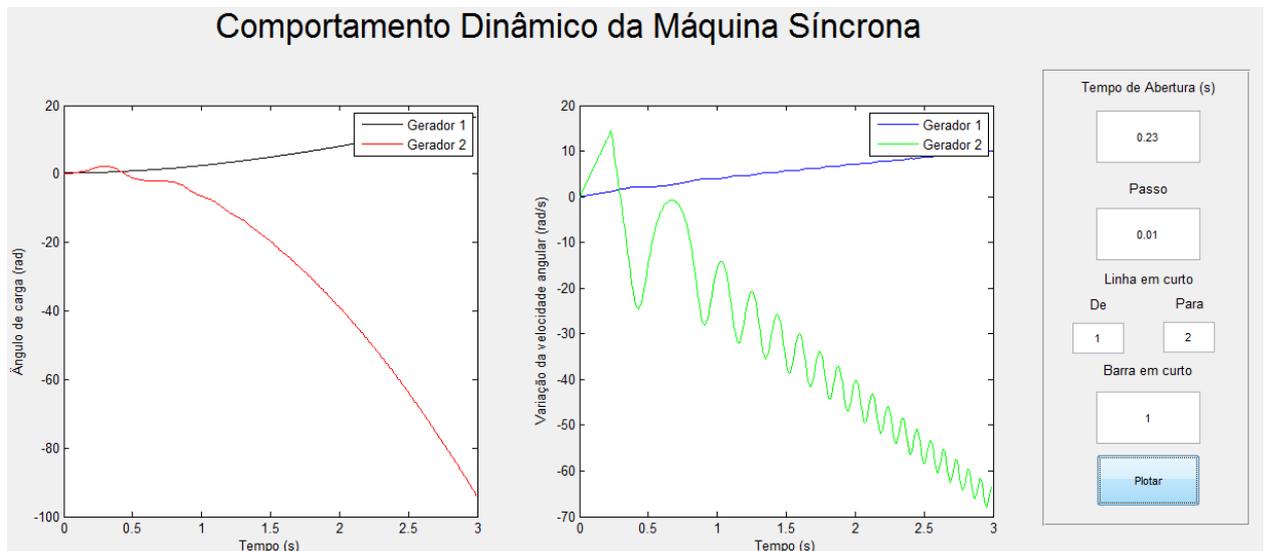
Nesta situação foi simulado um curto-circuito trifásico na linha 1-2 próximo a barra 1, podendo este ser atribuído à própria barra. Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura podem ser visualizados nas Figuras 4.3 e 4.4.

1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,22 s.



**Figura 4.3 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,22$  s**  
**Fonte: Autoria própria**

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,23 s.



**Figura 4.4 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,23$  s**  
**Fonte: Autoria própria**

Pode-se dessa forma perceber que o tempo de abertura crítico calculado para esse sistema encontra-se entre 0,22 s e 0,23 s.

Verificou-se que mesmo se o curto ocorrer próximo a barra em que está conectado o gerador 1, este oscila bem menos que o outro gerador pois possui uma constante de inércia

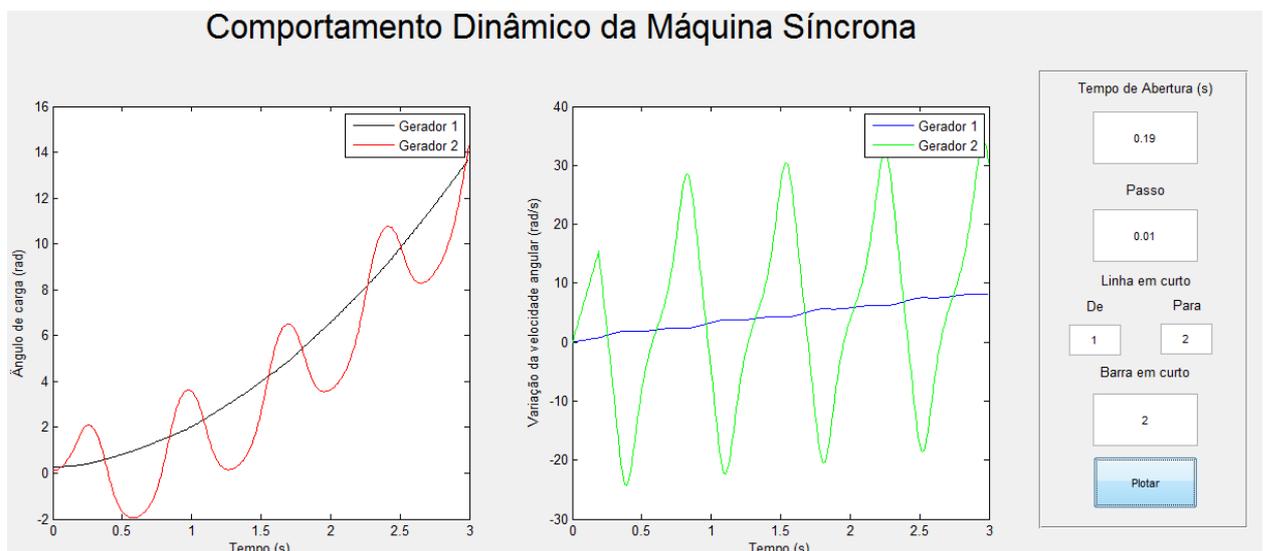
cinquenta e três vezes maior que o gerador 2, tornando-o menos susceptível a esse comportamento oscilatório. Isto é explicado pela contribuição dessa constante na equação de *swing* da máquina síncrona conforme Equação (2.15).

Outro fenômeno observado nesta simulação foi a presença de um comportamento imprevisível de não coerência entre os geradores. Segundo Mijolaro (2008), duas máquinas são ditas coerentes se, após certa perturbação, estas apresentam um comportamento dinâmico similar. Fato este que não ocorre para o caso em estudo, pois enquanto o gerador 1 (azul) continua acelerando, o gerador 2 (verde) desacelera.

#### 4.2.2 Análise considerando o curto na linha 1-2, próximo a barra 2

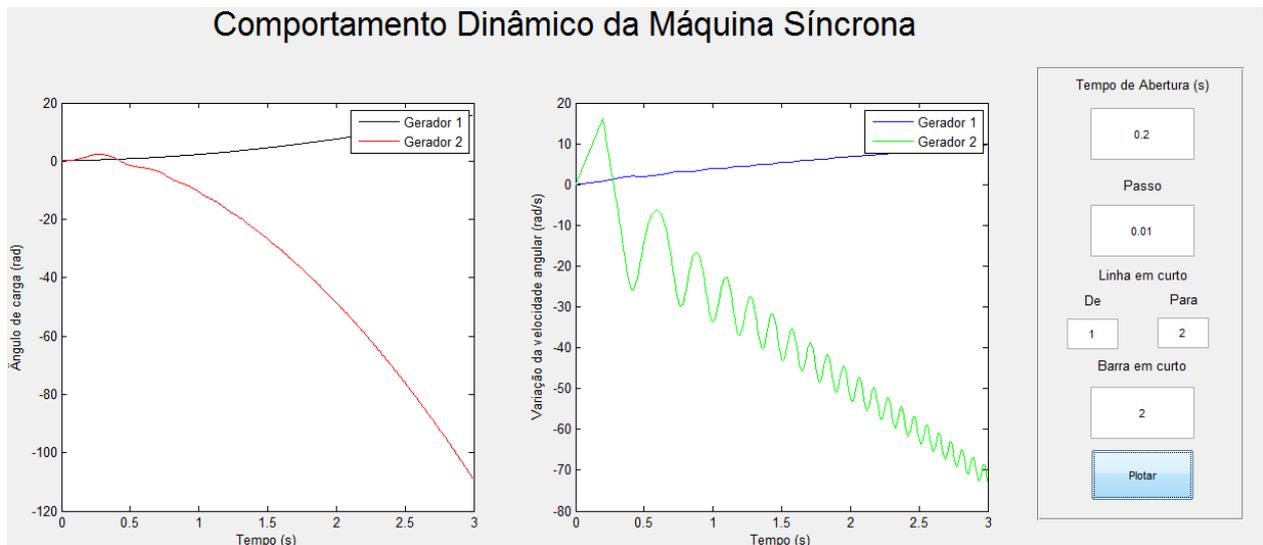
Nesta situação foi simulado um curto-circuito trifásico na linha 1-2 próximo a barra 2, podendo este ser atribuído à própria barra. Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura podem ser visualizados nas Figuras 4.5 e 4.6.

- 1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,19 s.



**Figura 4.5 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,19$  s**  
**Fonte: Autoria própria**

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,2 s.



**Figura 4.6 - Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,2$  s**  
**Fonte: Autoria própria**

Pode-se dessa forma perceber que o tempo de abertura crítico calculado para esse sistema encontra-se entre 0,19 s e 0,2 s.

Ao se comparar este caso com o anterior, verifica-se que este apresenta menor tempo crítico de abertura, situação possivelmente explicada pelo fato do curto-circuito trifásico ter ocorrido nas proximidades da barra do gerador mais susceptível a perda de sincronismo (com menor constante de inércia).

Assim como no caso anterior, novamente está presente o fenômeno de não coerência entre os geradores, fazendo com que o gerador 2 (verde) desacelere enquanto o gerador 1 (azul) acelere.

Como normalmente a zona de proteção abrange a totalidade da linha, a proteção desta deve ser ajustada no menor tempo crítico de abertura encontrado em sua extensão. Portanto, em um eventual projeto do sistema de proteção da linha de transmissão 1-2, o tempo de abertura crítico utilizado será o encontrado neste item.

#### 4.2.3 Análise considerando o curto na linha 3-4, próximo a barra 4

Nesta situação foi simulado um curto-circuito trifásico na linha 3-4 próximo a barra 4, podendo este ser atribuído à própria barra. Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura podem ser visualizados nas Figuras 4.7 e 4.8.

1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,87 s.

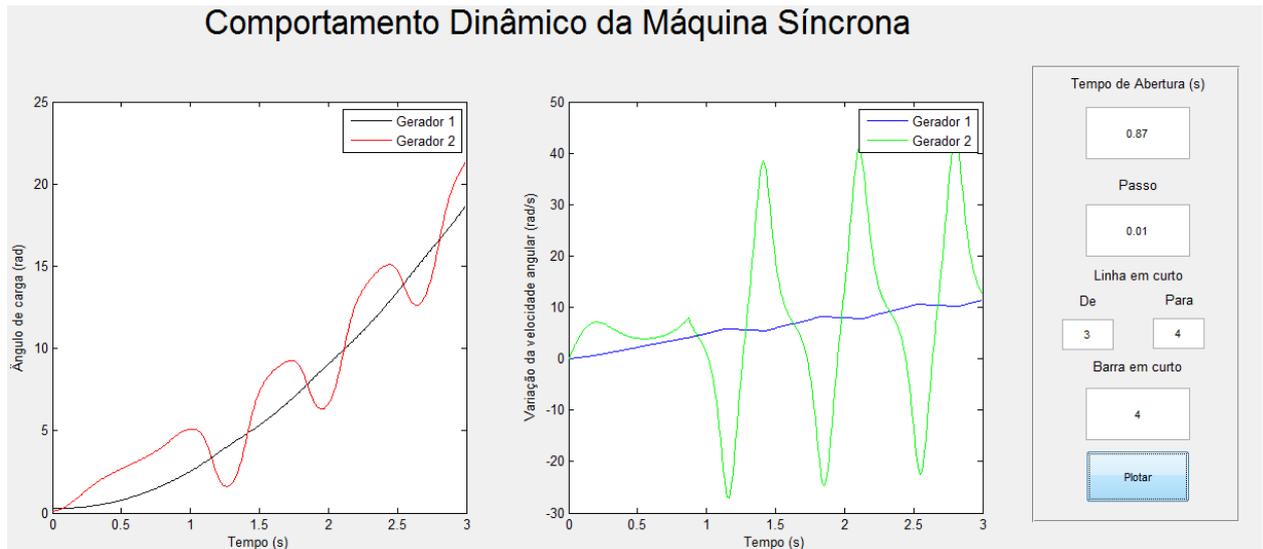


Figura 4.7 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,87$  s

Fonte: Autoria própria

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,88 s.

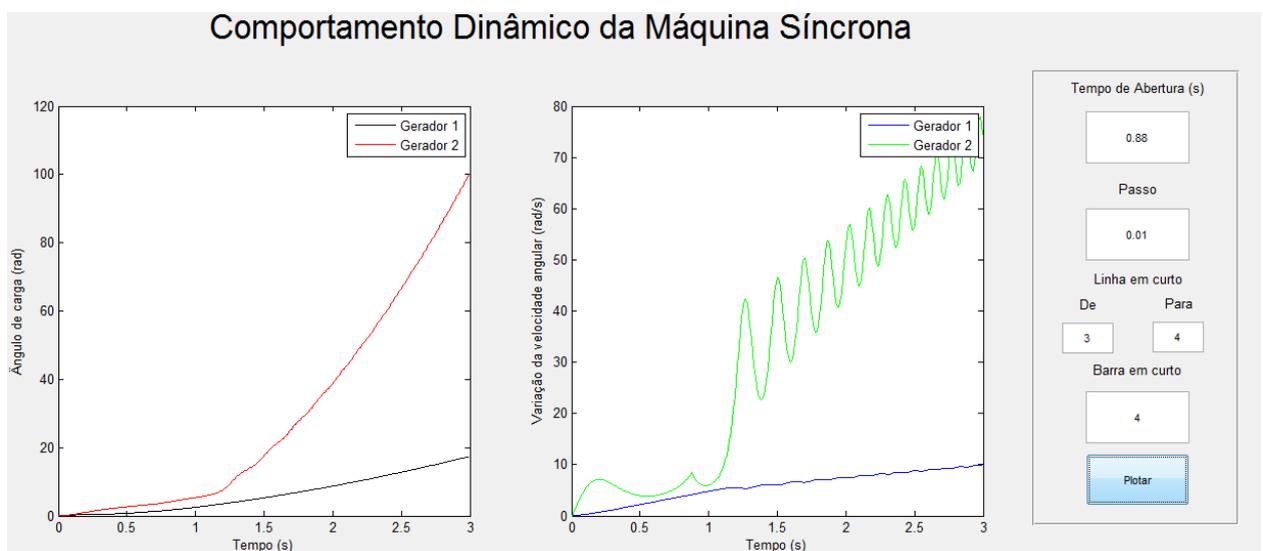


Figura 4.8 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 0,88$  s

Fonte: Autoria própria

Pode-se dessa forma perceber que o tempo de abertura crítico calculado para esse sistema encontra-se entre 0,87 s e 0,88 s.

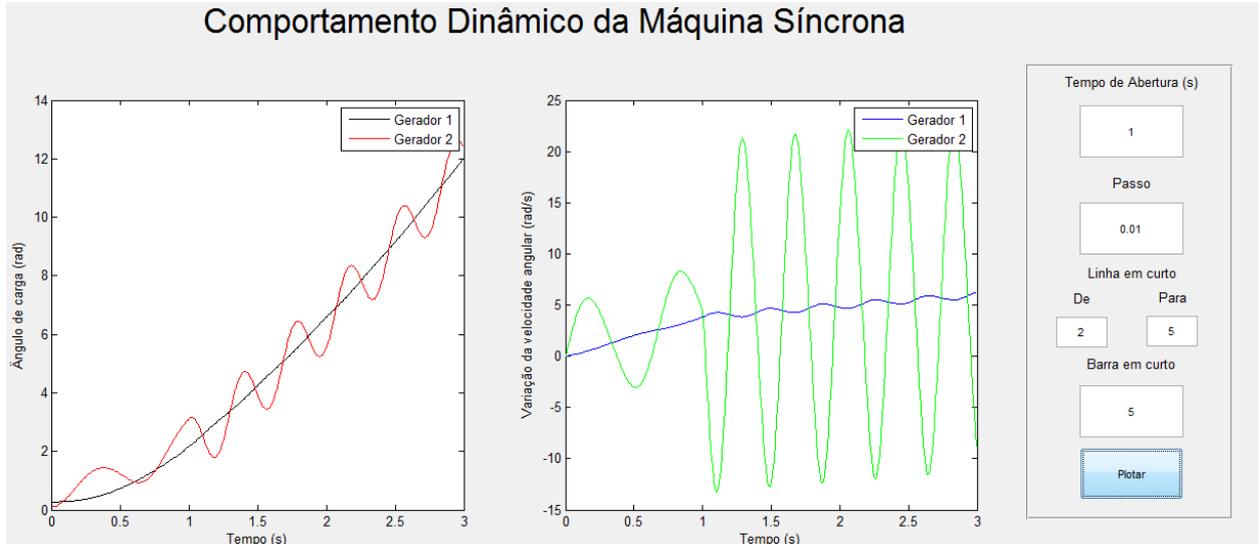
Na simulação analisada, o curto-circuito trifásico ocorre em uma linha localizada entre duas barras de carga (barras do tipo PQ), apresentando assim um maior tempo crítico de abertura, ou seja, a linha 3-4 possui um maior intervalo de tempo para ser desconectada do sistema sem que haja a perda de sincronismo dos geradores síncronos.

Em comparação com os resultados apresentados nos itens 4.2.1 e 4.2.2, o tempo de abertura para este caso é maior. Isto ocorre, pois nos casos analisados anteriormente o curto-circuito trifásico ocorre próximo à uma barra de geração, pior situação para os casos de estabilidade transitória, pois quanto mais próximo a falta está do gerador síncrono, menor será o tempo para que o sistema de proteção atue isolando a falta sem que haja a perda de sincronismo do mesmo.

#### 4.2.4 Análise considerando o curto na linha 2-5, próximo a barra 5

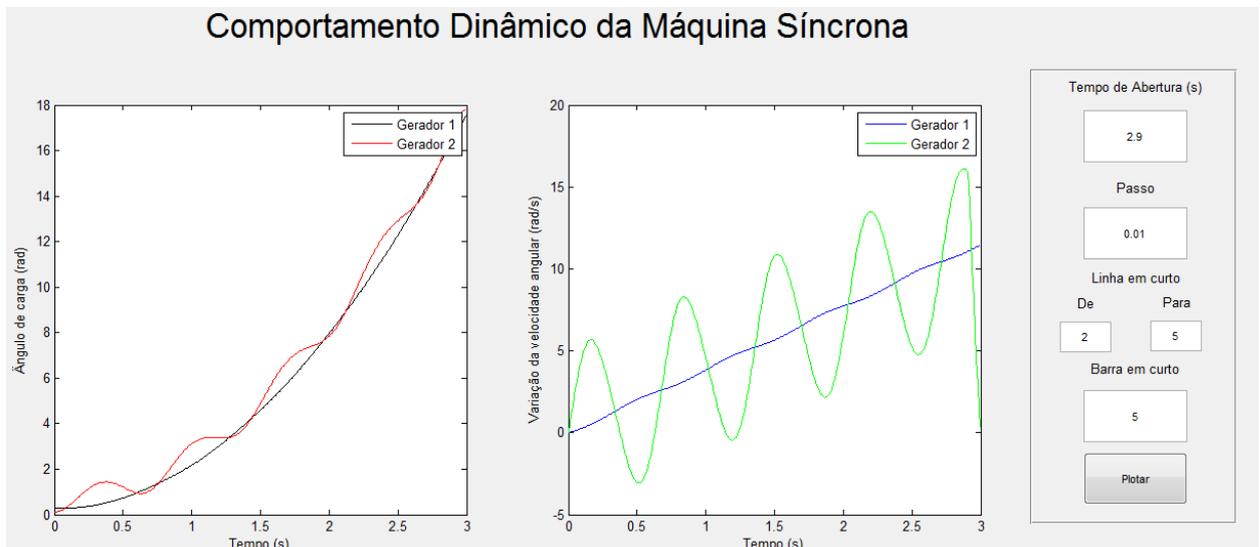
Nesta situação foi simulado um curto-circuito trifásico na linha 2-5 próximo a barra 5, podendo este ser atribuído à própria barra. Os resultados obtidos podem ser visualizados nas Figuras 4.9 e 4.10.

1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 1,00 s.



**Figura 4.9 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 1,00$  s**  
**Fonte: Autoria própria**

2) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 2,9 s.



**Figura 4.10 – Comportamento dinâmico das máquinas síncronas para o  $t_a = 2,9$  s**  
**Fonte: Autoria própria**

Pode-se dessa forma perceber que a situação em estudo não possui um tempo de abertura crítico. Ou seja, do ponto de vista da estabilidade transitória, qualquer tempo de abertura da proteção garante o sincronismo entre as máquinas síncronas do sistema.

Porém deve-se ressaltar que apesar de não existir um tempo crítico de abertura, a proteção deve ser acionada o mais rápido possível, de forma a evitar danos aos equipamentos conectados ao sistema elétrico de potência em decorrência das altas correntes de curto-circuito que circularão pelo mesmo.

#### 4.2.5 Resumo dos resultados obtidos

Na Tabela 4.4 são apresentados os tempos críticos de abertura para todas as situações analisadas considerando o sistema elétrico de potência colocado na Figura 4.1.

**Tabela 4.4 – Tempos críticos de abertura para diferentes casos**

<b>Linha em curto</b>	<b>Barra em curto</b>	<b>Tempo crítico de abertura (ta)</b>
1-2	2	0,19
1-2	1	0,22
2-3	2	0,22
2-4	2	0,22
2-5	2	0,22
1-3	1	0,26
2-4	4	0,87
3-4	4	0,87
4-5	4	0,87
1-3	3	0,88
2-3	3	0,88
3-4	3	0,88
2-5	5	Não existe
4-5	5	Não existe

**Fonte: Autoria própria**

O sistema em análise não apresentou nenhuma situação onde independente do tempo de abertura os geradores síncronos perdiam o sincronismo, situação contrária a evidenciada nas simulações onde o curto é atribuído à barra 5.

Nota-se também que em situações onde o curto-circuito trifásico não envolve duas barras de geração (barras PV), o tempo crítico de abertura encontrado é o mesmo (ou muito próximo) para qualquer curto próximo de determinada barra. Como exemplo, pode-se citar os

curtos atribuídos a barra 3 que apresentam o mesmo tempo crítico de abertura (igual a 0,88 s) independente da linha em curto.

#### 4.2.6 Validação do algoritmo desenvolvido

Com o objetivo de validar o algoritmo de estabilidade transitória aqui desenvolvido, pretendia-se comparar os resultados obtidos com o sistema 5 barras com 2 geradores, porém não foram encontrados resultados suficientes do mesmo para possibilitar a validação.

Dessa forma, os dados de entrada do algoritmo final, colocado na Figura 4.2, foram alterados de forma a simular situações de falta no sistema apresentado por Bretas e Alberto (2000) conhecido como sistema de três barras em anel com três geradores. Este é apresentado na Figura 4.11.

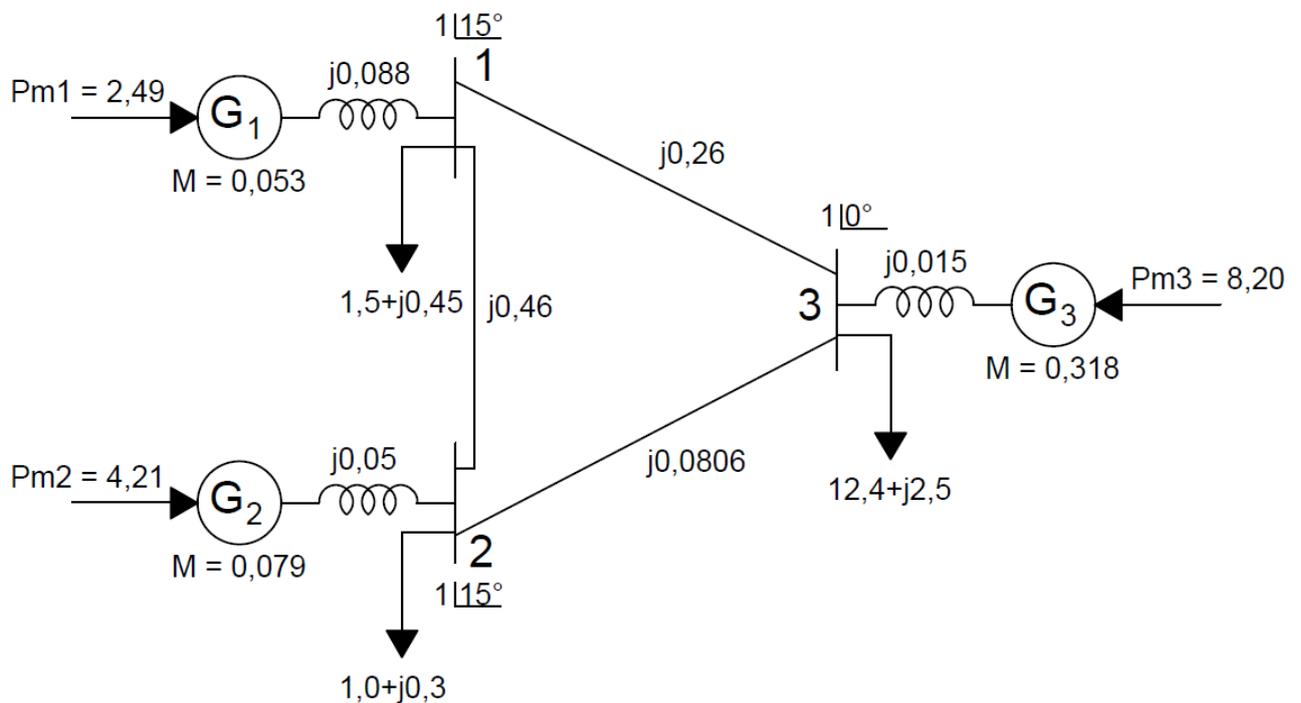


Figura 4.11 – Sistema de três barras com três geradores  
Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Como não foram encontrados outros trabalhos que utilizassem o método trapezoidal implícito na resolução das equações diferenciais ordinárias para o sistema em questão, os

resultados obtidos nesse trabalho foram comparados a resultados encontrados a partir da utilização do método de Euler.

Os resultados obtidos nas simulações com o sistema da Figura 4.11 não serão apresentados, pois foram muito próximos aos expostos por Bretas e Alberto (2000) e complementados nos trabalhos de Garcia et al. (2013) e Brasil (2013).

A maior diferença entre os tempos críticos de abertura encontrada entre os diferentes métodos foi próxima a 0,01 segundos (mesma ordem de grandeza do passo de integração utilizado). Esta diferença pode ser explicada pela propagação do erro a qual o método de Euler está propenso conforme explicado no final no item 3.1 e evidenciado no final do item 3.2.

#### 4.3 ANÁLISE GRÁFICA CONSIDERANDO O GERADOR 1 COMO REFERÊNCIA

Conforme explicado no final do item 2.5, os sistemas de potência em geral, não possuem um ponto de equilíbrio estável após a abertura da proteção. Dessa forma, não é possível estudar matematicamente a estabilidade de um ponto de equilíbrio do sistema na sua formulação original, sendo necessária a reformulação do problema em termos de sincronismo entre as máquinas síncronas. Dentre as formulações existentes, neste item escolheu-se a que utiliza uma máquina como referência.

Para tanto, segundo Bretas e Alberto (2000), subtrai-se do conjunto de equações diferenciais que descrevem o comportamento de cada máquina síncrona, as respectivas equações da máquina síncrona considerada como referência, encontrando-se assim um novo subsistema. Ou seja, para um sistema elétrico de potência com  $m$  máquinas onde a máquina considerada como referência possui subíndice  $n$ , encontram-se a partir das Equações (3.33) e (3.34) as seguintes equações para cada máquina síncrona.

$$\dot{\omega}_{ei} = \frac{P_{mi} - P_{ei}}{M_i} - \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \quad i = 1, \dots, (m-1) \text{ com } i \neq n \quad (4.1)$$

$$\dot{\delta}_{ei} = \omega_{ei} - \omega_{en} \quad i = 1, \dots, (m-1) \text{ com } i \neq n \quad (4.2)$$

$$\dot{\omega}_{en} = \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \quad (4.3)$$

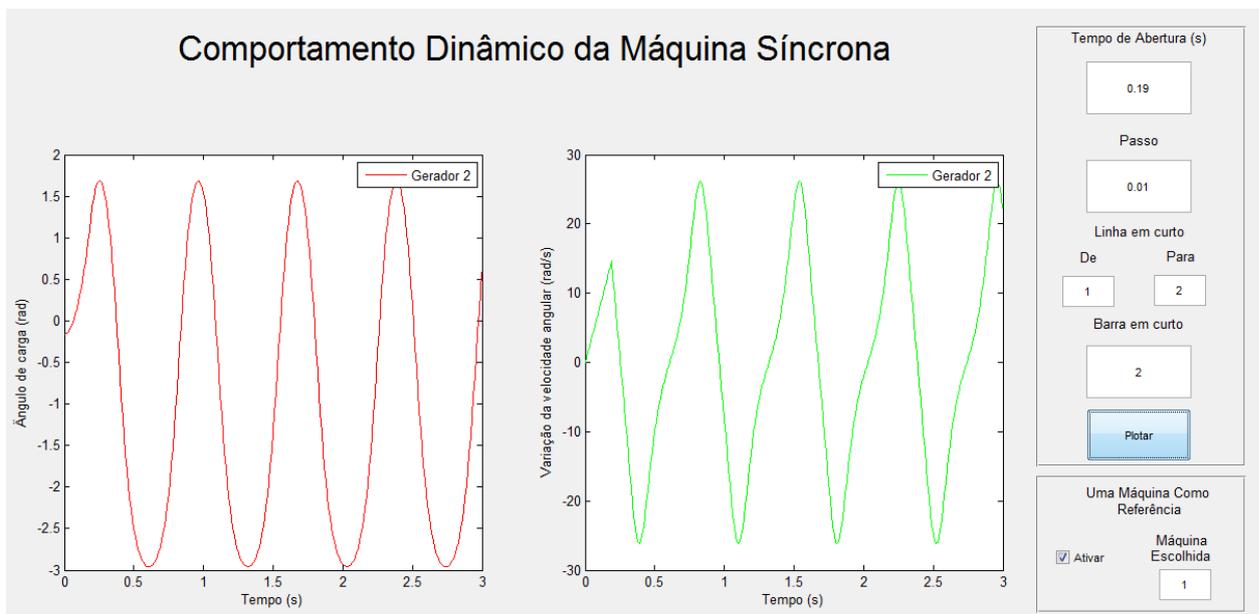
$$\dot{\delta}_{en} = \omega_{en} \quad (4.4)$$

Se o sistema dinâmico composto pelas Equações (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4) não se afasta significativamente de um ponto de equilíbrio estável, então as máquinas no sistema original permanecem próximas uma das outras em termos de ângulo e velocidade. Portanto, o estudo de estabilidade nesse subsistema é equivalente ao estudo de sincronismo das máquinas síncronas no sistema original.

Escolheu-se para esta análise o mesmo caso simulado no item 4.2.2, porém atribuindo como referência o gerador 1, pelo fato deste apresentar maior constante de inércia.

Os resultados obtidos para diferentes tempos de abertura podem ser visualizados nas Figuras 4.12 e 4.13.

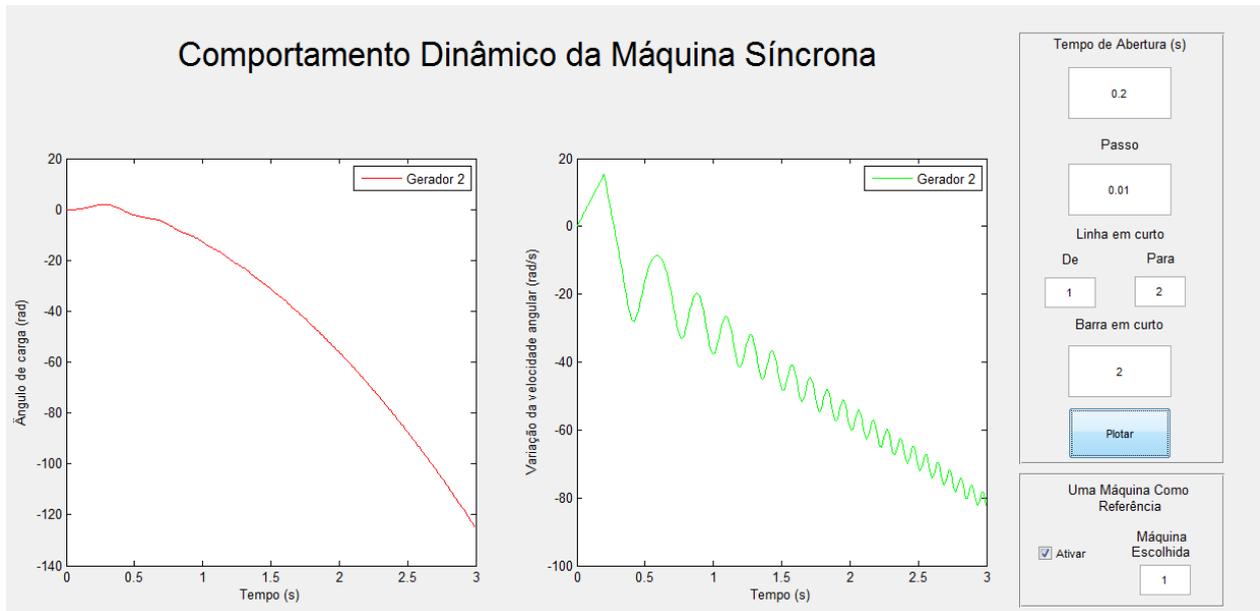
- 1) Para o tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,19 s.



**Figura 4.12 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o  $t_a = 0,19$  s (Considerando o gerador 1 como referência)**

Fonte: Autoria própria

2) Para tempo de abertura ( $t_a$ ) de 0,2 s.



**Figura 4.13 – Comportamento dinâmico da máquina síncrona para o  $t_a = 0,2$  s (Considerando o gerador 1 como referência)**

**Fonte: Autoria própria**

O tempo de abertura crítico encontrado foi o mesmo do item 4.2.2 (entre 0,19 s e 0,2 s), comprovando assim a afirmação colocada anteriormente, na qual foi dito que o estudo de estabilidade no sistema resultante considerando uma máquina como referência é equivalente ao estudo de sincronismo das máquinas síncronas no sistema original.

Pode-se perceber ainda que para esta análise, assim como no caso da Figura 3.2, a estabilidade e o sincronismo são a mesma coisa.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho de conclusão de curso apresentou o desenvolvimento de um algoritmo elaborado no *software* MATLAB® que visa encontrar o tempo crítico de abertura dos dispositivos de proteção, de forma a isolar um curto-circuito trifásico, sem que haja a perda de sincronismo dos geradores síncronos presentes no sistema.

Durante seu desenvolvimento, a utilização de sistemas menores como os apresentados nas Figuras 3.2 e 3.20 foi de extrema importância, pois dessa forma, deu-se ênfase a compreensão do método numérico utilizado na resolução das equações diferenciais que descrevem o comportamento das máquinas síncronas. Dessa forma, após a consolidação dos conhecimentos referentes ao método numérico, a elaboração do algoritmo final foi simplificada, pois esta se resumiu a adaptação dos algoritmos parciais, desenvolvimentos para esses sistemas considerados mais simples.

O método aqui utilizado (Método Trapezoidal Implícito) mostrou-se eficiente na resolução das equações diferenciais resultantes da modelagem do comportamento dinâmico das máquinas síncronas. Este apresentou uma maior resistência a propagação de erros entre as iterações quando submetido à passos de integração numéricos considerados grandes, como demonstrado no item 3.2.2.

Apesar de o algoritmo elaborado simular pequenos sistemas elétricos de potência, pelo seu fim didático, este se mostrou bastante flexível a mudanças de configuração do sistema. Dentre os sistemas testados, além dos apresentados nas Figuras 3.2, 3.20 e 4.1, utilizou-se também o sistema apresentado por Bretas e Alberto (2000) constituído por 3 barras e 3 geradores conectados em anel. Dessa forma, através de testes em vários sistemas conhecidos no meio acadêmico, foi realizada a validação do mesmo.

Com o intuito de facilitar a sua utilização, em conjunto com o desenvolvimento do algoritmo, foi desenvolvida uma interface gráfica utilizando uma função própria do *software* MATLAB® (Função GUIDE). Permitindo dessa forma que o usuário seja capaz de manipular de forma prática os parâmetros de simulação utilizados, assim como os dados de curto para determinado sistema.

O conteúdo aqui apresentado pode ser resumido da seguinte forma:

O primeiro capítulo introduz o estudo de estabilidade transitória em relação às variações de ângulo do rotor de gerador, delimitando-o para o desenvolvimento deste trabalho. Neste capítulo também são apresentados os objetivos a serem alcançados buscando traçar o plano de trabalho a ser seguido.

No segundo capítulo, após a definição do conceito geral de estabilidade em sistemas elétricos de potência e suas subclassificações, deu-se ênfase a estabilidade transitória, escopo deste trabalho. Além desta conceituação, foram apresentados os principais elementos constituintes do sistema e suas principais modelagens utilizadas nos diferentes tipos de estudos, principalmente em análise de estabilidade transitória.

Após o embasamento teórico sobre o sistema elétrico de potência, no capítulo seguinte, fez-se uma revisão sobre os métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias que descrevem o comportamento dos geradores síncronos a este conectados. Dentro deste capítulo foram apresentados os tipos de métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias, classificados em explícitos, implícitos, de passo único ou passo múltiplo, além de maior detalhamento dos métodos diretamente envolvidos no desenvolvimento do algoritmo de estabilidade transitória (Método de Euler Explícito e Método Trapezoidal Implícito).

Com a consolidação do conhecimento dos métodos numéricos após a aplicação dos mesmos em sistemas menores, no capítulo 4 é exposto o sistema final escolhido constituído por 5 barras com dois geradores síncronos. Em seguida, detalha-se em forma de fluxograma o funcionamento do algoritmo final utilizado para a análise de estabilidade transitória neste trabalho. Ainda neste capítulo são apresentados os gráficos obtidos através de simulações de curtos-circuitos trifásicos em linhas entre duas barras de geração, duas barras de carga e entre uma barra de geração e uma de carga. Sendo realizada ao final de cada item de simulação uma análise do caso em questão buscando a explicação do resultado evidenciado.

## 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma linha de estudo que poderá dar sequência a este trabalho, será a análise de estabilidade transitória preservando a rede de transmissão, sem reduzi-la aos barramentos

internos dos geradores como foi realizado no item 2.4. Isto possibilitará a análise da variação das tensões dos barramentos.

Outra sugestão é considerar os efeitos do amortecimento e a atuação dos equipamentos de controle mais rápidos, como os reguladores de tensão que aqui foram desconsiderados. Pois como colocado anteriormente, em sistemas reais, estes contribuem para encontrar o novo ponto de estabilidade do sistema.

Também será interessante a utilização de outros métodos de análise do problema de estabilidade transitório, como outros métodos implícitos ou até mesmo métodos energéticos, como o método PEBS (*Potencial Energy Boundary Surface*).

Além das sugestões supracitadas, poderão ser efetuados novos estudos em outros sistemas amplamente conhecidos na literatura, como os sistemas IEEE 14 barras e IEEE 30 barras. Dessa forma, poder-se-á verificar de maneira mais expressiva a vulnerabilidade dos métodos utilizados à condição de rigidez numérica.

## REFERÊNCIAS

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. United States of America: IEEE Power Engineering Society, 2ª edição, 2003.

BORGES, C. L. T.; HAZAN, S. S.; GUERRA, L. N. DE A. **Análise de sistemas de potência**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: <[http://www.dee.ufrj.br/lasp/disciplinas/Apostila\\_Completa\\_ANALISE\\_DE\\_SISTEMAS\\_DE\\_POTENCIA.pdf](http://www.dee.ufrj.br/lasp/disciplinas/Apostila_Completa_ANALISE_DE_SISTEMAS_DE_POTENCIA.pdf)>. Acesso em: MAIO, 2014.

BRASIL, K. S. **Análise de estabilidade transitória em sistemas de potência utilizando função energia**. 2013. 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso Superior de Engenharia de Energia. Universidade de Brasília, Brasília, 2013. Disponível em: <[http://bdm.unb.br/bitstream/10483/6949/1/2013\\_KallyannySilvaBrasil.pdf](http://bdm.unb.br/bitstream/10483/6949/1/2013_KallyannySilvaBrasil.pdf)>. Acesso em: NOVEMBRO, 2014.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade transitória em sistemas eletroenergéticos**. São Carlos - SP: EESC/USP, 2000.

GARCIA, L. M.; LOPES, L. G.; DA SILVA, P. M. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas**. 2013. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso Superior de Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <[http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1922/1/CT\\_COELE\\_2013\\_1\\_05.pdf](http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1922/1/CT_COELE_2013_1_05.pdf)>. Acesso em: DEZEMBRO, 2013.

GUIMARÃES, G. C. **Curso estabilidade de sistemas elétricos de potência**. Universidade Federal de Uberlândia, 2009. Disponível em: <<http://www.feelt.ufu.br>>. Acesso em: DEZEMBRO, 2013.

KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJARAPU, V.; ANDERSON, G.; BOSE, A.; CANIZARES, C.; HATZIARGYRIOU, N.; HILL, D.; STANKOVIC, A.; TAYLOR, C.; VAN CUTSEM, T.; VITTAL, V. **Definition and classification of power system stability**. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, n. 2, p. 1387 – 1401, Aug. 2004. Disponível em: <[ieeexplore.ieee.org/iel5/59/29221/0\\_1318675.pdf](http://ieeexplore.ieee.org/iel5/59/29221/0_1318675.pdf)>. Acesso em: DEZEMBRO, 2013.

KUNDUR, P. **Power system stability and control**. United States of America: Electric Power Research Institute, 1994.

MACHOWSKI, J.; BIALEK, J. W.; BUMBY, J. R.; **Power System Dynamics: Stability and Control**. Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2008.

MIJOLARO, A. P. **Sincronização de uma classe de Sistemas não-lineares Acoplados com Aplicações em Sistemas Elétricos de Potência**. 2008. 138 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18154/tde-15102008-134152/pt-br.php>>. Acesso em: NOVEMBRO, 2014.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas - SP: Editora da Unicamp, 2003.

NAZARENO, I. S. **Método dinâmico para detecção do pebs e “shadowing” para cálculo do ponto de equilíbrio de controle em estudos de estabilidade transitória**. 2003. 152 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18133/tde-29102003-170326/publico/IvoSNazareno.pdf>>. Acesso em: MAIO, 2014.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. DA R. **Cálculo numérico: Aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo – SP: Makron Books – Pearson, 1998.

STOTT, B. **Power System Dynamic Response Calculations**. IEEE Proceeding, vol. 67, n. 2, p. 219 - 241, Feb. 1979. Disponível em: <[ieeexplore.ieee.org/iel5/5/31274/01455502.pdf](http://ieeexplore.ieee.org/iel5/5/31274/01455502.pdf)>. Acesso em: ABRIL, 2014.

STEVENSON JR., W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo - SP: McGraw-Hill do Brasil, 1986.