

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA
CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL ELÉTRICA – ELETROTÉCNICA

ANA CARLA CORDEIRO
MICHEL ADOLPHO SLEDER ROSS

**IDENTIFICAÇÃO DE ILHAMENTO ELÉTRICO EM REDES DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA
2015

ANA CARLA CORDEIRO
MICHEL ADOLPHO SLEDER ROSS

IDENTIFICAÇÃO DE ILHAMENTO ELÉTRICO EM REDES DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à disciplina de TCC 2 do curso de Engenharia Industrial Elétrica - Ênfase em Eletrotécnica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito.

CURITIBA
2015

Ana Carla Cordeiro
Michel Adolpho Sleder Ross

Identificação de Ilhamento Elétrico em Redes de Transmissão de Energia

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação foi julgado e aprovado como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Eletricista, do curso de Engenharia Industrial Elétrica – Ênfase Eletrotécnica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Curitiba, 13 de fevereiro de 2015.

Prof. Emerson Rigoni, Dr.
Coordenador de Curso
Engenharia Industrial Elétrica – Ênfase Eletrotécnica

Profa. Annemahlen Gehrke Castagna, Mestre
Coordenadora dos Trabalhos de Conclusão de Curso
de Engenharia Industrial Elétrica – Ênfase Eletrotécnica do DAELT

ORIENTAÇÃO

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Orientador

BANCA EXAMINADORA

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Paulo Cícero Fritzen, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Odilon Luís Tortelli, Dr.
Universidade Federal do Paraná

A folha de aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Industrial Elétrica – Ênfase Eletrotécnica

AGRADECIMENTOS

Agradecer é o ato de reconhecimento pela possibilidade de realizar as ações ao longo da jornada. Sendo assim, agradecemos primeiramente a Deus por ser a base da estrutura pessoal.

Sendo parte da construção moral agradecemos aos nossos pais por terem mantido o equilíbrio para que a caminhada até a finalização da graduação fosse alcançada.

Agradecemos também ao nosso professor orientador Raphael Augusto de Souza Benedito, por sua energia e perseverança em relação as horas empregadas para a realização deste trabalho.

E por fim, um obrigado a banca examinadora por seu interesse no trabalho realizado e por sua disposição de tempo.

"A vida é como andar de bicicleta. Para ter equilíbrio você tem que se manter em movimento."

(Albert Einstein)

RESUMO

CORDEIRO, Ana C.; ROSS, Michel A. S. **Identificação de ilhamento elétrico em redes de transmissão de energia**. 2015. 78 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Elétrica – Eletrotécnica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

A operação em tempo real de um sistema elétrico de potência (SEP) é uma tarefa extremamente complexa, e por isso exige diversas funções de análise e controle da rede. Dessa forma, a interrupção no abastecimento de energia e a formação de ilhas elétricas nos sistemas de transmissão representa um ponto crucial para análise de confiabilidade do sistema. Consequentemente, a detecção e identificação correta de "ilhamento" elétrico devem ser realizadas o mais rápido possível. Neste contexto, o ilhamento elétrico ocorre quando subconjuntos da rede de transmissão ficam eletricamente isolados do sistema interligado de potência. Dada a importância do tema, o objetivo deste trabalho de conclusão é implementar em computador um algoritmo capaz de detectar e identificar ilhamento elétrico em redes de transmissão, e além disso, identificar ramos (linhas) críticos. O diferencial deste trabalho é a possibilidade da identificação de ramos críticos para sistemas conexos ou não, através da adição de pseudo-informações críticas. Para verificar a eficácia do algoritmo, são utilizados sistemas elétricos simples (de dimensão reduzida) e os sistemas bem conhecidos do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*): sistema de 14 barras e 30 barras.

Palavras-chave: Sistema de Potência. Linhas de Transmissão. Conectividade. Ramos Críticos. Ilhamento Elétrico.

ABSTRACT

CORDEIRO, Ana C.; ROSS, Michel A. S. **Electric islanding identification in power transmission networks**. 2015. 78 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Elétrica – Eletrotécnica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

The real-time operation of a power electric system (SEP) is an extremely complex task, and therefore requires several functions analysis and control of the network. Thus, interruption of the energy supply and the formation of islands in electrical systems transmission is a crucial point for analysis system reliability. Consequently, the detection and correct identification the "islanding" electrical must be performed more fast possible. In this context, occurs the islanding electrical when transmission network subsets are electrically isolated from the interconnected power system. Given the importance this theme, the goal this conclusion work is implement in computer an algorithm able to detect and identify islanding electrical in transmission of networks, and moreover, to identify (Lines) critical branches. The differential of this work is the possibility of identification of critical branches to connected systems or not, through the addition of pseudo-information critical. To verify the effectiveness of algorithm, are used simple electrical systems (of dimension reduced) and systems well known IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*): 14- bus system and 30 bus.

Keywords: Power Systems. Transmission Lines. Connectivity. Critical branches. Electrical islanding.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema Interligado Nacional - Horizonte 2014.	12
Figura 2 – Exemplo de Geração Hidroelétrica longe dos principais centros consumidores.	13
Figura 3 – Etapas do Sistema de Análise de Redes.	23
Figura 4 – Exemplo de Modelo Barra-Linha considerando chaves e medidores.	24
Figura 5 – Sistema Elétrico de Potência composto por 11 barras e 12 ramos.	30
Figura 6 – Sistema composto por 20 barras.	34
Figura 7 – Matriz dos fatores triangulares inferiores L.	34
Figura 8 – Árvore dos caminhos de fatoração.	36
Figura 9 – O pivô-nulo na Matriz H fatorada para sistema não conexo.	36
Figura 10 – Caminhos de Fatoração do Exemplo 5.	39
Figura 11 – Representação Gráfica modelo genérico.	40
Figura 12 – Fluxograma do Algoritmo.	42
Figura 13 – Sistema de potência de 4 barras e 4 ramos.	43
Figura 14 – Sistema de potência de 4 barras e 5 ramos.	48
Figura 15 – Sistema de potência de 4 barras e 1 ramo.	50
Figura 16 – Ilhas Elétricas formadas.	51
Figura 17 – Sistema de potência de 11 barras e 12 ramos.	53
Figura 18 – Sistema de potência de 11 barras e 12 ramos.	55
Figura 19 – Sistema de potência de 11 barras e 13 ramos.	57
Figura 20 – Sistema de potência de 11 barras e 11 ramos (barra 11 isolada).	59
Figura 21 – Sistema de potência de 11 barras e 11 ramos (barra 6 isolada).	62
Figura 22 – Sistema Teste IEEE 14 barras.	65
Figura 23 – Sistema Teste IEEE 14 barras (barra 8 isolada).	67
Figura 24 – Sistema Teste IEEE 30 barras.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela do caminho da rede.....	35
Tabela 2 – Representação dos Ramos do Sistema IEEE 30 barras.	69

LISTA DE SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AT	Alta Tensão
BT	Baixa Tensão
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
LDU	<i>Lower, Diagonal e Upper</i>
MATLAB®	<i>Matrix Laboratory</i>
MME	Ministério de Minas e Energia
MT	Média Tensão
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PLCC	<i>Power Line Carrier Communication</i>
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
SCADA	<i>Supervisory Control and Data Aquisition</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 TEMA	15
1.1.1 Delimitação do Tema	15
1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS.....	16
1.3 OBJETIVOS	17
1.3.1 Objetivo Geral	17
1.3.2 Objetivos Específicos	17
1.4 JUSTIFICATIVA	18
1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	18
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	19
2. REVISÃO SOBRE O PROBLEMA DE ILHAMENTO ELÉTRICO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO E GERAÇÃO	21
2.1 INTRODUÇÃO	21
2.2 TECNOLOGIAS E ABORDAGENS PARA DETECÇÃO DE ILHAMENTO ELÉTRICO	24
2.3 DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DAS ILHAS ELÉTRICAS.....	27
2.3.1 Metodologia para Detecção de Ilhamento.....	28
2.3.2 Identificação de Ilhas Elétricas.....	33
3. DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DE DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE ILHAMENTO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA.....	40
4. ANÁLISE DE RAMOS CRÍTICOS E DE ILHAS ELÉTRICAS DE SISTEMAS TESTES DO IEEE.....	65
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
REFERÊNCIAS.....	73
ANEXOS	77

1. INTRODUÇÃO

O sistema interligado nacional (SIN) é um sistema de grande porte devido sua grande capacidade de geração de energia elétrica instalada, da vasta extensão territorial cerca 4.000 km (MME, 2007, p. 188) e do grande grau de interconexões, sendo considerado único em ambiente mundial, conforme pode ser observado na Figura 1. De modo geral, os sistemas elétricos são divididos em subsegmentos como: geração, transmissão e distribuição.

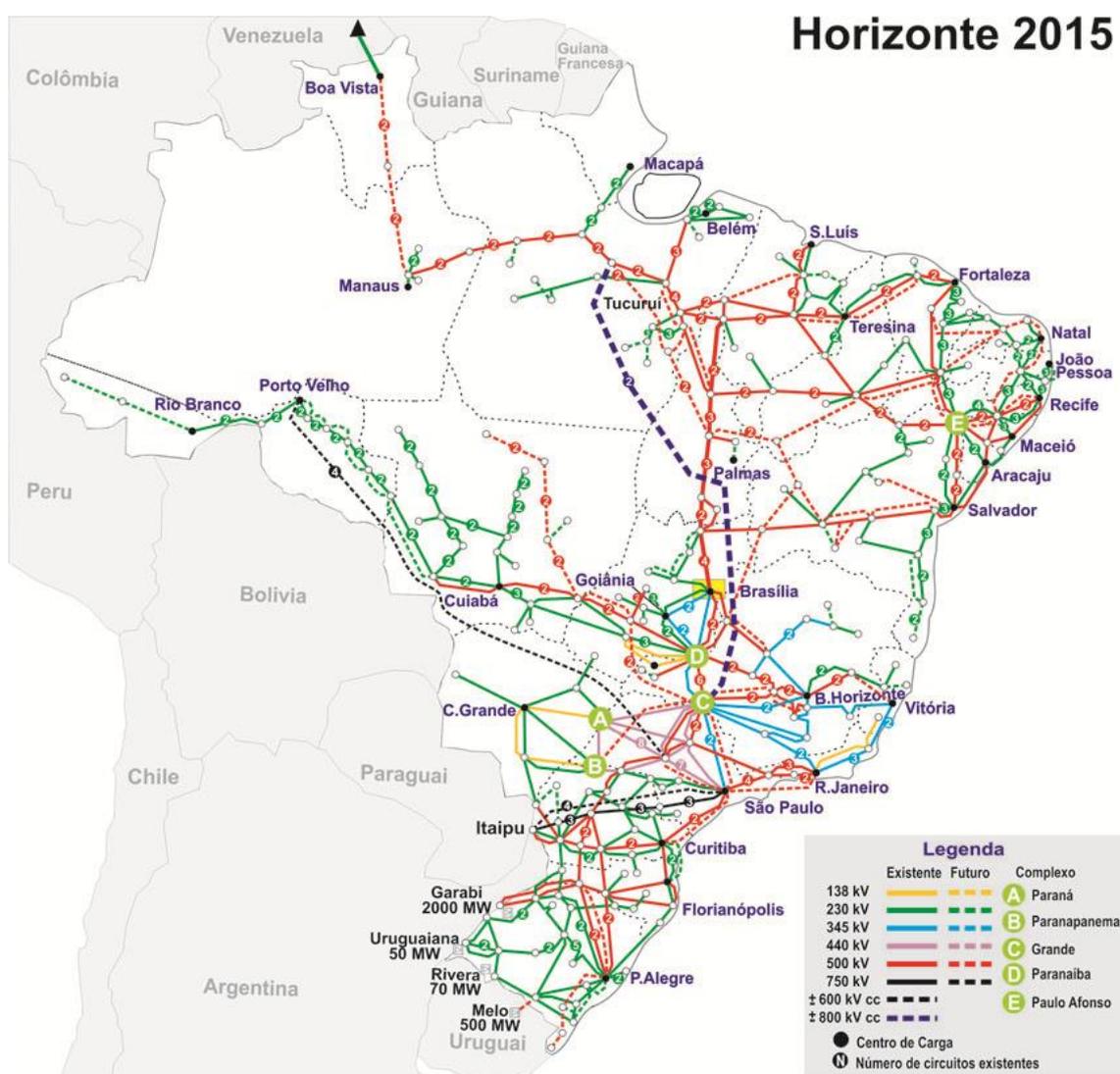


Figura 1 – Sistema Interligado Nacional - Horizonte 2015.
 Fonte: ONS (2015).

A geração de energia elétrica brasileira é predominantemente hidrotérmica, isto é, a matriz de geração elétrica é composta de usinas hidroelétrica com complementação de usinas termoelétricas. Atualmente, a capacidade instalada de geração em usinas hidroelétricas corresponde a 67,87% (EPE, 2014, p. 176).

As usinas hidroelétricas estão em locais onde se pode ter um melhor aproveitamento do seu potencial fluvial, e na maioria dos casos, em locais afastados dos grandes centros consumidores, conforme ilustrado na Figura 2.



Figura 2 – Exemplo de Geração Hidroelétrica longe dos principais centros consumidores.

Fonte: Siqueira Junior (2005, p. 9).

O SIN tem como objetivo o transporte de energia elétrica pelas cinco regiões brasileiras, além de minimizar a utilização de energia térmica e o melhor aproveitamento do uso da água. Nos períodos de seca ou quando não há disponibilidade de energia hidráulica suficiente para atender o consumidor as usinas térmicas são injetadas no sistema interligado brasileiro.

Com a exploração coordenada dos recursos renováveis e não renováveis ocorre uma ampliação no fornecimento de energia reduzindo assim os custos para seus receptores. Portanto, a introdução de usinas térmicas no sistema de potência brasileiro exige que as interligações sejam confiáveis.

Como as usinas hidroelétricas estão geralmente distantes dos centros consumidores, necessita-se a implantação de um sistema transmissão que contém caminhos alternativos (com várias malhas), possibilitando o aumento da confiabilidade de transporte de energia. Com a interligação do sistema é possível obter benefícios quanto se diz respeito ao aproveitamento da hidrologia brasileira.

Além de integrar diferentes regiões e subsistemas, o sistema de transmissão de energia elétrica no Brasil integra aos sistemas de distribuição através de subestações abaixadoras. Este sistema é controlado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), que trabalha com a participação de empresas e agentes que estão localizadas no território brasileiro. A operação interligada de sistemas elétricos de potência proporciona algumas vantagens, por exemplo:

- Manutenção de níveis adequados de tensão, corrente, frequência, etc.;
- Utilização de energia hidráulica de outros lugares do sistema possibilitando diminuir custos operativos, minimização de riscos no fornecimento de energia elétrica;
- Controle de níveis de reservatórios em época de secas (SIQUEIRA JUNIOR, 2005, p. 2).

Embora o sistema de transmissão elétrico brasileiro abasteça a maior parte territorial do país, existem sistemas pequenos e isolados que abastecem principalmente as regiões Norte e Nordeste. Segundo o Operador Nacional do Sistema Elétrico, atualmente, apenas 1,7% da capacidade de produção de eletricidade do país encontra-se fora desse sistema, em pequenos sistemas isolados, localizados principalmente na região amazônica (ONS, 2014). Os sistemas isolados geram a energia que vai ser consumida apenas em uma determinada localidade ou até mesmo para uma só indústria (Eletrobrás, 2014).

Através de linhas de transmissão, o sistema elétrico brasileiro é composto por dois grandes sistemas considerando a geração hidrotérmica. Um deles reunindo as concessionárias localizadas nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste e outro reunindo as empresas presentes na região Nordeste e parte da região Norte. Esses dois sistemas foram unidos por uma linha de transmissão, a interligação Norte-Sul, passando a formar um único sistema interligado de âmbito nacional (COURY, 1997, p. 8).

O setor de transmissão de energia tem importância estratégica para o país, pois proporciona acesso aos agentes do setor elétrico, interligação dos submercados de energia e promove o desenvolvimento dos diversos setores produtivos (ANEEL, 2009, p. 13).

Os sistemas de distribuição de energia elétrica no Brasil incluem todas as redes e linhas de distribuição de energia elétrica em tensão inferior a 138 kV, seja em baixa tensão (BT), média tensão (MT) ou alta tensão (AT). As redes de distribuição alimentam consumidores industriais de médio e pequeno porte,

consumidores comerciais e de serviços e consumidores residenciais (LEÃO, 2009, p. 19).

Em sistemas integrados como o SIN podem haver blecautes por uma série de razões tais como: defeitos em linhas de transmissão, barras, transformadores e demais equipamentos do sistema elétrico, erros humanos, fenômenos atmosféricos e outros, bem como decorrentes da falta de investimentos na melhoria e expansão da rede de transmissão (ALMEIDA, P. C., 2002, p. 159).

Em agosto de 2013, ocorreu o desligamento de duas linhas de transmissão de 500 kV entre as subestações Ribeiro Gonçalves e São João do Piauí em função de uma queimada. Os dispositivos de proteção atuaram e isolaram a área afetada para conter a propagação do distúrbio provocado pela perda dessas duas linhas. Os procedimentos do sistema "ilharam" a Região Nordeste, de modo que o resto do Brasil não teve problemas no abastecimento de energia (MME, 2013).

O entendimento da causa de ilhamento elétrico e a implementação de medidas corretivas representam a base para minimização das interrupções no suprimento de energia devido a grandes distúrbios na rede, melhorando a confiabilidade do sistema (ALMEIDA, P. C., 2002, p. 156).

1.1 TEMA

Através da crescente preocupação com a transmissão de energia devido a sua elevada importância aos sistemas elétricos interligados, torna-se essencial o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para auxiliar na identificação de desconexão elétrica em sistemas interligados de potência, isto é, identificação de ilhamento elétrico nas redes de transmissão.

1.1.1 Delimitação do Tema

O Ilhamento elétrico ocorre quando parte da rede de transmissão torna-se eletricamente isolada do sistema. A perda no transporte e/ou fornecimento de energia elétrica acontece devido a desligamentos de trechos de linhas, ramos ou subestações.

A detecção de ilhamentos nos sistemas de transmissão tem ganhado grande destaque na análise de segurança e controle destes sistemas. Dois dos principais problemas causados pelo ilhamento elétrico são descritos a seguir (VIEIRA JÚNIOR, 2006, p. 8):

- As tensões e a frequência do subsistema isolado variam dinamicamente dependendo do desbalanceamento de potência ativa e reativa, e a concessionária usualmente não tem controle dessas tensões e frequência dentro do sistema ilhado.
- Os dispositivos de proteção contra curtos-circuitos existentes dentro da ilha podem perder completamente a coordenação entre si, podendo também tornar o sistema não aterrado devido à separação física da rede elétrica. Com isso, a ocorrência de curtos-circuitos fase-terra são de difícil ou impossível detecção pelos relés de sobrecorrente, pois a corrente de curto-circuito torna-se muito pequena ou nula.

Como os problemas desse porte podem ocorrer em todo o sistema, faz-se necessário um método em tempo real para identificação do ilhamento elétrico e ramos críticos. Logo, a proposta deste trabalho é elaborar um algoritmo que atualize, a cada mudança na rede, a análise de ilhamento elétrico identificando todas as ilhas bem como, os possíveis ramos críticos do sistema em estudo.

1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

A expansão dos sistemas elétricos traz muitos benefícios, entretanto, como ocorre no SIN, muitos trechos na rede de transmissão tem uma única alternativa para transmitir energia, os chamados ramos críticos. As áreas interligadas através desses ramos críticos possuem a tendência de ficar sem abastecimento de energia, refletindo um sistema pouco confiável e malhado.

A identificação correta de ilhamento elétrico em tempo real, bem como de ramos críticos, é uma análise essencial para fins de confiabilidade do SEP. É relevante entender o que é o ilhamento elétrico, como ele é causado e quais suas consequências para o sistema elétrico na rede de transmissão.

Para a resolução das questões mencionadas, a construção de uma modelagem matemática é essencial nesse contexto, e o desenvolvimento de um algoritmo torna o processo mais rápido.

Para obter os resultados matemáticos a utilização do *Software* MATLAB[®] possibilita implementar um algoritmo com uma linguagem de fácil entendimento e grande familiarização adquirida durante anos do curso de engenharia.

É esperado que os resultados encontrados na análise de ilhamento possam contribuir para tomada de ações e soluções no sistema elétrico de potência, apontando alternativas que possam fazer com que o sistema seja mais robusto.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolvimento de um algoritmo para identificação de ilhas elétricas em sistemas elétricos de potência de grande porte. Além disso, o algoritmo proposto tem a capacidade de identificar também os possíveis ramos críticos das ilhas ou do sistema elétrico.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Realização da fundamentação teórica e revisão de literatura sobre o problema de ilhamento no sistema elétrico de potência na rede de transmissão brasileira;
- Estudo dos conceitos de métodos de programação no *Software* MATLAB[®];
- Desenvolvimento e implementação do algoritmo para detecção e identificação de ilhamento em sistemas elétricos de potência utilizando o *Software* MATLAB[®];

- Desenvolvimento e implementação da metodologia para identificação de ramos críticos ou linhas críticas de cada ilha elétrica ou do sistema como um todo;
- Estudo e simulação de sistemas - testes do IEEE, 14 e 30 barras através do algoritmo desenvolvido em MATLAB®;
- Análise e interpretação da metodologia apresentada comparada com os resultados obtidos nos testes com o algoritmo desenvolvido.

1.4 JUSTIFICATIVA

Embora o Sistema Interligado Nacional apresente várias malhas (elétricas) em sua conexão, é de extrema importância ter um método que facilite a localização de possíveis ilhas elétricas e ramos críticos, para que não haja indisponibilidade de energia elétrica para os consumidores. Tendo como base este fato, o presente trabalho visou implementar um algoritmo que facilite a detecção de ilhas elétricas e ramos críticos de maneira eficiente.

Esse algoritmo teve como objetivo ser um método matemático prático, pois se trata de um programa desenvolvido em uma ferramenta computacional de fácil acesso e entendimento. Além disso, ele permite simular a retirada de uma linha e observação do efeito que tal causa em todo o sistema. Podendo também ser auxiliador na manutenção de linhas.

Portanto, o desenvolvimento desta nova ferramenta é útil para a análise de transmissão de energia elétrica para casos mais simples contendo poucas ramificações e até sistemas de alta complexidade com dimensões continentais.

1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Primeiramente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica em livros, artigos técnicos, teses e dissertações relacionadas ao tema desenvolvido deste trabalho.

Posteriormente, foi realizado o equacionamento matemático do problema através da fatoração triangular, via eliminação de Gauss, da matriz incidência barra-ramo. Por isso, o método permite uma análise fácil e simples das relações de

dependência linear das linhas ou colunas da matriz de incidência de modo similar ao desenvolvido por Theodoro *et al.* (2010). Vale ressaltar que no trabalho de Theodoro *et al.* (2010) foi utilizada a álgebra Módulo-2, que consiste apenas de “0” e “1”. Já no trabalho realizado a ideia constitui na utilização da álgebra dos números reais.

Em seguida, com o método matemático desenvolvido, foi realizada a implementação do mesmo no *Software* MATLAB[®] para detecção e identificação de ilhamento em sistemas elétricos de potência.

Durante o processo de implementação, foram realizados testes através de um problema em sistemas de 14 e 30 barras para verificar a funcionalidade e confiabilidade do programa desenvolvido. Os sistemas de 14 e 30 barras do IEEE são muito utilizados em testes e análises de sistemas de Geração e Transmissão.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura do trabalho foi dividida da seguinte forma:

Capítulo 1 – Introdução: Neste capítulo foi apresentado o tema do trabalho, os fatores que justificam a escolha desse tema, os problemas e premissas que envolvem esse estudo, os objetivos propostos nessa pesquisa e os procedimentos metodológicos para a elaboração deste trabalho.

Capítulo 2 – Revisão sobre o problema de ilhamento elétrico em sistemas de transmissão e geração: Neste capítulo foram apresentados conceitos gerais sobre o SEP na rede de transmissão no território brasileiro e os problemas causados pelo ilhamento elétrico e ramos críticos.

Capítulo 3 – Desenvolvimento do algoritmo de detecção e identificação de ilhamento em sistemas elétricos de potência: Neste capítulo foi apresentado a metodologia desenvolvida, assim como alguns detalhes do algoritmo implementado a partir dos conceitos sobre o *Software* MATLAB[®]. O algoritmo realizou a análise de ramos críticos, detecção e identificação de ilhamento em sistemas elétricos na rede de transmissão para casos genéricos.

Capítulo 4 – Análise de Ramos Críticos e de Ilhas Elétricas de Sistemas Testes do IEEE: Neste capítulo foram analisadas as respostas obtidas pela simulação de sistemas-testes do IEEE para 14 e 30 barras no *Software* MATLAB[®].

Capítulo 5 – Considerações finais: Neste capítulo foram apresentadas as considerações e as conclusões. Além disso, foi proposta uma sugestão de um possível trabalho futuro.

2. REVISÃO SOBRE O PROBLEMA DE ILHAMENTO ELÉTRICO EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO E GERAÇÃO

2.1 INTRODUÇÃO

Como tratado no capítulo anterior, o Ilhamento elétrico ocorre quando subconjuntos da rede de transmissão tornam-se eletricamente isolados do conjunto interligado de potência. A falta de fornecimento de energia elétrica ocorre devido a interrupções de trechos de linhas, ramos ou subestações. Assim, há o ilhamento elétrico quando trechos do SEP deixam de trabalhar em conjunto e separam-se em subconjuntos que funcionam independentes caso haja unidades geradoras ou geração no subconjunto ilhado. Porém, nos casos que não houver geração no subconjunto isolado a área em análise ficará totalmente sem energia elétrica.

No entanto, o Ilhamento na subtransmissão ocorre quando parte da rede elétrica torna-se eletricamente isolada da concessionária, mas ainda continua a ser energizada por geradores distribuídos conectados no subsistema isolado (VIEIRA JÚNIOR, 2006, p. 7). A detecção de ilhamento, ou a determinação de possíveis casos de ilhamento, nos sistemas de transmissão em SEPs tem ganhado importância na análise de segurança e controle destes sistemas, uma vez que tal tipo de ocorrência pode levar o SEP ao colapso (perda de estabilidade transitória/ tensão/ frequência) de todo o sistema ou a colapsos parciais em uma ou mais partes (ilhas) do mesmo (THEODORO *et al.*, 2010).

A perda do suprimento da rede acontece devido a desligamentos de trechos de linha, ramos ou subestações provocados pela atuação dos dispositivos de proteção em resposta a faltas no sistema elétrico, bem como em razão de desligamentos indevido/acidentais provocados por algum procedimento operativo (VIEIRA JÚNIOR, 2006, p. 7). Assim, existem dois tipos de ilhamento elétrico: o intencional e o não intencional.

Souza *et al.* (2012), afirma que o Ilhamento elétrico intencional ou controlado, é uma das muitas ações corretivas adotadas pelo operador do sistema de potência como um recurso emergencial plausível, diante de algum distúrbio para evitar que o sistema de potência entre em colapso. De acordo com a literatura, o ilhamento intencional consiste em particionar a rede elétrica interligada em subsistemas menores (ilhas) estáveis quando a integridade do SEP é ameaçada.

De acordo com Neto (2012), o ilhamento não intencional é aquele que ocorre devido a distúrbios do sistema elétrico, provocando sérios problemas na rede elétrica e as pessoas que nela trabalham, tais como risco de morte dos funcionários das concessionárias e danos aos equipamentos. Além disso, vale destacar que um ilhamento elétrico não intencional pode ser seguido de um ilhamento intencional.

A identificação da conectividade no SIN em tempo real é importante para detectar subsistemas que podem ficar isolados caso haja distúrbios na rede elétrica. Dessa forma, quanto mais rápida for identificado o ilhamento mais rápido será a identificação da estratégia de solução do problema. Assim, por exemplo, podem-se verificar onde as usinas hidroelétricas estão dispostas e caso haja necessidade qual delas pode alimentar uma região que ficou isolada devido a alguma falha ocorrida no sistema como um todo.

As estratégias de identificação de ilhamento elétrico são aplicadas nos Centros de Controle e Operação do setor elétrico através do Sistema de Análise de Redes, o qual aglutina várias funções ou programas distintos, que interagem conforme pode ser verificado na Figura 3 (BENEDITO, 2007).

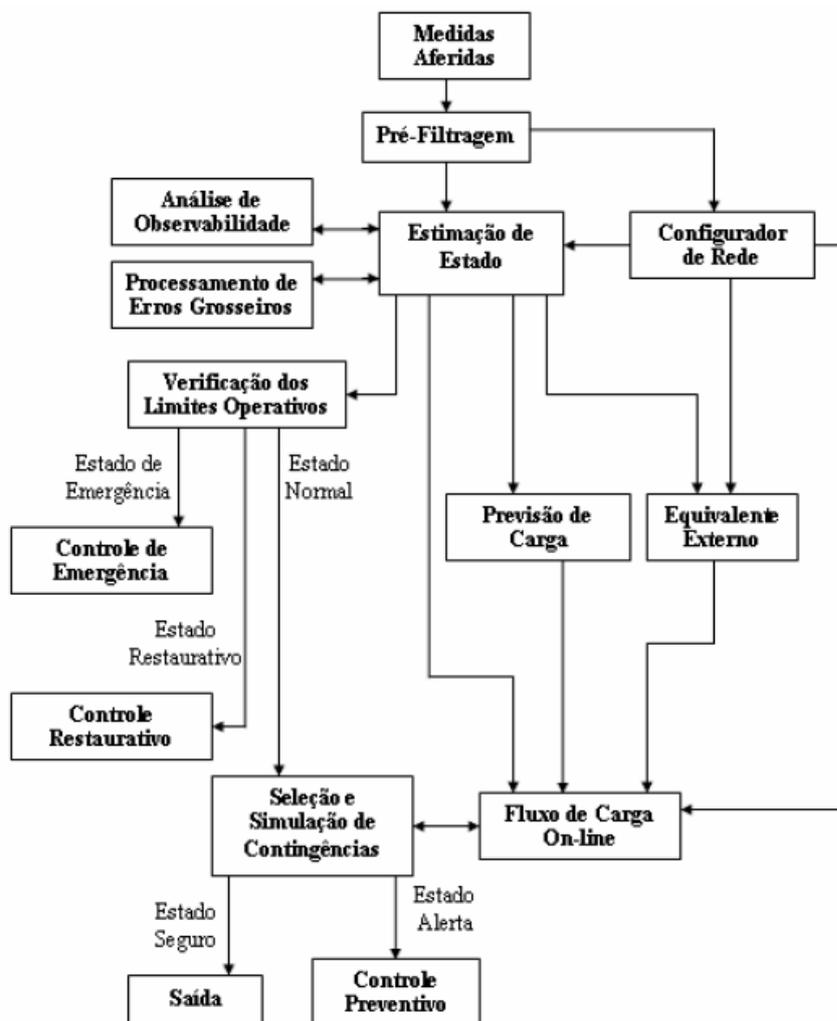


Figura 3 – Etapas do Sistema de Análise de Redes.
Fonte: Benedito (2007).

As metodologias ou estratégias para identificação e detecção de ilhamento elétrico estão presentes nos **configuradores de rede** que são responsáveis pela obtenção, em tempo-real, da topologia e correspondente configuração de medidores, no modelo barra-linha, que corresponde ao diagrama unifilar (ou trifilar) da rede, conforme ilustrado na Figura 4 (BENEDITO, 2014). Cada barra deve ser identificada juntamente com a sua geração, suas cargas e dispositivos em derivação. A conectividade entre as barras devido à presença de linhas de transmissão e transformadores deve também ser descrita. Um SEP é conexo se e somente se, todas as barras que compõe seu sistema de transmissão estão conectadas através dos ramos (linhas de transmissão/transformadores) (THEODORO *et al.*, 2010).

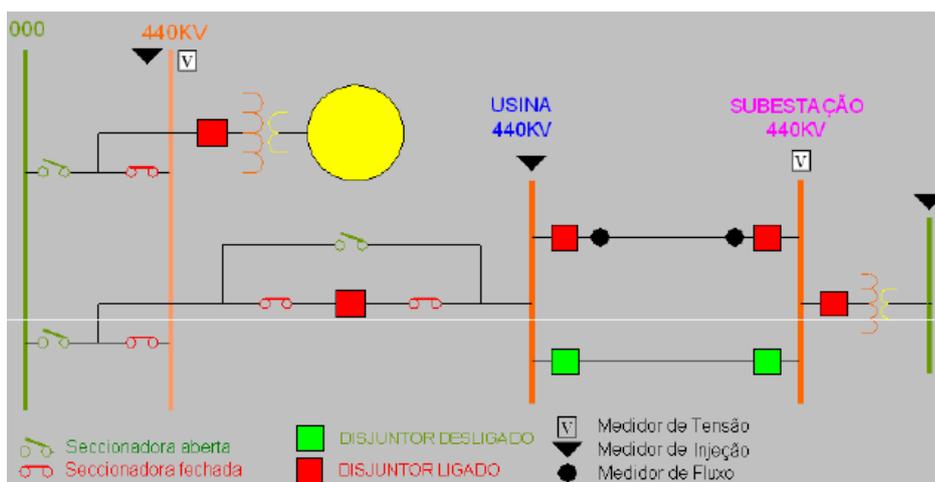


Figura 4 – Exemplo de Modelo Barra-Linha considerando chaves e medidores.
Fonte: Benedito (2014).

O configurador de rede em um caso específico deve igualmente identificar ilhamentos e descartar as ilhas que não tem geração, incluindo barras e ramos isolados (PIERETI, 2007, p. 17). Para isto, o configurador processa medidas digitais, transmitidas pelo sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*), que consistem em informações lógicas sobre os estados de disjuntores/chaves (BENEDITO, 2007, p.13.). Além disso, o configurador de rede utiliza também os dados armazenados em um banco de dados estático que descreve a conexão dos equipamentos do sistema (geradores, transformadores, cargas, capacitores, linhas, etc.) com as seções de barramento (PIERETI, 2007, p. 17).

2.2 TECNOLOGIAS E ABORDAGENS PARA DETECÇÃO DE ILHAMENTO ELÉTRICO

Na literatura são descritos vários métodos para a detecção de ilhamento elétrico na subtransmissão e na transmissão de energia, sendo divididos em diferentes concepções de classificações de acordo com os trabalhos tomados como referência, por exemplo Vieira Júnior (2006) e Theodoro *et al.* (2010). A seguir serão descritos essas duas concepções citadas.

Segundo Vieira Júnior (2006, p. 11), as tecnologias de detecção de ilhamentos em Geração Distribuída especificamente para os casos de subtransmissão são classificadas em função de seus princípios operativos. Existem duas classes principais, ou grandes áreas de classificação, que são subdivididas em

subclasses. Dentro de cada subclasse existem diversas abordagens possíveis e a escolha de uma ou mais delas depende de sua viabilidade técnica e econômica. A classificação é apresentada da seguinte forma:

- Remotas:

- Baseadas em sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*);
- Baseadas em sistema PLCC (*Power Line Carrier Communication*);
- Rede de Comunicação de Dispositivos de Proteção.

- Locais:

- Passivas;
- Ativas.

De acordo com Vieira Júnior (2006, p. 12) as Tecnologias Remotas são definidas como o envolvimento de algum tipo de comunicação entre a concessionária, os dispositivos de proteção e manobra presentes na rede elétrica e os geradores distribuídos. A principal vantagem do emprego dessas tecnologias é a elevada eficácia na identificação de situações de ilhamento. Como desvantagens estão os altos custos da instalação, uma vez que envolve o uso de esquemas sofisticados de comunicação, controle e aquisição de dados. Dessa forma, torna-se uma opção pouco atraente para pequenos geradores distribuídos.

Nas tecnologias Locais Vieira Júnior (2006, p. 14) define que o princípio básico é a detecção do ilhamento usando medidas de tensões e correntes (ou outra variável) disponíveis no local de instalação do gerador distribuído. Essas tecnologias se dividem em passivas e ativas.

As tecnologias passivas são baseadas em medidas de grandezas elétricas no ponto de interconexão entre o gerador distribuído e o sistema elétrico de potência. O ilhamento é identificado quando apresentam variações significativas das grandezas elétricas (VIEIRA JÚNIOR, 2006, p. 16).

As tecnologias ativas são utilizadas na detecção de ilhamentos que necessitam que o gerador distribuído injete sinais que provoquem pequenos distúrbios no sistema elétrico de potência. Dessa forma, o sistema em análise apresentará um comportamento diferente entre as condições de operação interligada com a concessionária e a operação quando estiver isolada do sistema (VIEIRA JÚNIOR, 2006, p. 16).

Segundo Theodoro *et al.* (2010), as abordagens de detecção de ilhamento elétrico são divididas em duas concepções: a primeira enfatiza o controle corretivo, priorizando a separação física da rede (ilhamento) como uma ferramenta para evitar a perda total do SEP; a segunda é a análise de segurança em tempo real do sistema, tendo como intenção a possibilidade de uma rápida detecção de modo a identificar os efeitos sobre o SEP.

Segundo Najafi (2009), para a concepção de controle corretivo existem dois principais grupos: um baseado na teoria de grafos e o outro baseado da detecção de coerência de grupos geradores. No primeiro grupo, é utilizada a teoria de grafos para determinar uma estratégia factível, tanto do ponto de vista estático (restrições de tensão e fluxo de potência) como dinâmico (sincronismo entre os geradores), de ilhamento para o SEP. Já no segundo grupo, é aplicado o conceito de coerência lenta (em inglês *slow coherency*) na determinação das ilhas de forma a assegurar que os geradores pertencentes a cada subsistema permaneçam em sincronismo. Também através desse conceito é realizado o agrupamento dos geradores na formação das ilhas, e a partir do conceito de árvores de decisão é associado à detecção de coerência lenta na determinação da estratégia de ilhamento (THEODORO *et al.*, 2010).

Na análise de segurança em tempo real a rapidez na identificação de casos de ilhamento no sistema é um requisito essencial, uma vez que medidas corretivas podem ser necessárias para eliminar possíveis vulnerabilidades no SEP.

Segundo Theodoro *et al.* (2012), há uma variedade de métodos que foram desenvolvidos para identificação de formação das ilhas elétricas. Podendo ser divididos em três grupos: o primeiro com base em listas de correntes ou tabelas e teoria dos grafos, chamado de métodos topológicos, o segundo com base em métodos numéricos, e o terceiro com base em composições das duas últimas, conhecido como método híbrido.

Os métodos topológicos geralmente contam com algoritmos de busca podendo ocorrer explosão combinatória e conseqüentemente problemas na identificação de todos os casos possíveis de formação de ilhas elétricas. O método de Sasson *et al.* (1973), por exemplo, usa uma lista de cadeia para armazenar a topologia do sistema e verificar, usando algoritmos de varredura, a conectividade da rede.

Os métodos numéricos exploraram a estrutura da matriz Jacobiana fatorada do fluxo de potência ou/e a matriz incidência barra-barra fatorada (TINNEY *et al.*,

1985). O método de Montagna *et al.* (1995), por exemplo, usa a matriz Jacobiana fatorada de fluxo de potência para detectar formação de ilhas elétrica. Onde uma refatorização da matriz Jacobiana é comumente efetuada para a análise de contingência de ilhas através do critério N-1 (ramos críticos).

Os métodos híbridos podem ser considerados como a combinação dos métodos topológicos e numéricos. O método de Guler *et al.* (2007), por exemplo, emprega o conceito de fatores de distribuição de transferência de energia generalizada associados com a teoria dos grafos para identificar, dado um conjunto de falhas de linhas elétricas, uma possível formação de ilha. Já o método de Goderya *et al.* (1980), consiste na multiplicação de uma matriz de conectividade para verificar ocorrência de ilhamento dado um conjunto de falhas de linha.

O método proposto por Theodoro *et al.* (2012), é baseado na fatoração triangular da matriz de incidência barra-ramo, podendo identificar a formação de ilha para qualquer conjunto de ramos que causam interrupções (lista de contingências). As vantagens deste método é a fácil implementação, alta velocidade e captura absoluta de todos os casos possíveis de ilhamento. A característica especial deste novo método, fazendo com que ele seja muito eficiente para aplicações de análise de segurança, é a capacidade de identificar simultaneamente todos os casos possíveis de ilhamento, devido à perda de um único equipamento (critério N-1), com uma única fatoração da matriz de incidência barra-ramo. Esse recurso não se encontra em contrapartida em nenhuma outra das metodologias existentes. A metodologia também permite a identificação de todas as ilhas elétricas através dos caminhos de fatoração sem perder a informação dos possíveis ramos críticos. Esta característica faz com que o método proposto por Theodoro *et al.* (2012) seja uma escolha plausível para substituir os algoritmos de busca, e por isso foi escolhida como metodologia base deste trabalho.

2.3 DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DAS ILHAS ELÉTRICAS

A proposta de Theodoro *et al.* (2012) é um método rápido para identificação de ilhamento elétrico, no contexto da análise de segurança dinâmica em tempo real, baseado na fatoração triangular da matriz incidência barra-ramo, de forma a localizar os ramos (linha de transmissão/transformadores) cuja retirada do SEP causaria o

ilhamento de uma ou mais barras do mesmo fazendo com que o mesmo esteja na interface entre os métodos numéricos e métodos baseados em teoria de grafos.

Como anteriormente mencionado, o diferencial desse trabalho é a possibilidade de análise de redundância dos ramos componentes do sistema de transmissão do SEP tratado em questão e a respectiva identificação de todos os possíveis casos de ilhamento, considerando o critério N-1 para perdas de equipamentos, através de uma única análise do sistema (THEODORO *et al.*, 2012).

2.3.1 Metodologia para Detecção de Ilhamento

A "matriz incidência barra-ramo", H , descreve a topologia da rede de transmissão de um determinado SEP através de uma matriz esparsa¹, onde os elementos não-nulos descrevem as interconexões entre as barras do sistema através dos ramos do mesmo (THEODORO *et al.*, 2010).

Definição 1: *Chama-se "matriz incidência barra-ramo", e denota-se por H , a matriz associada ao SEP cujos elementos são definidos pela relação:*

$$h_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o ramo "j" é incidente} \\ & \text{à barra i;} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

onde $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$, sendo n e m respectivamente o número de barras e de ramos que compõe o SEP."

É importante observar que cada coluna da matriz incidência barra-ramo H possui exatamente 2 elementos não-nulos (THEODORO *et al.*, 2010).

Definição 2: *"Um SEP é conexo se e somente se, todas as barras que compõem seu sistema de transmissão estão conectadas através dos ramos (linhas de transmissão/transformadores) deste."*

Algebricamente, um modo simples de analisar o problema de conectividade (ou conectividade) de um SEP é através da dependência linear do conjunto de equações que representa o sistema e suas conexões, neste caso, a matriz de

¹ Uma matriz é dita "esparsa" se a mesma possui um grande número de entradas (elementos) iguais à zero, ou seja, a relação entre o número de elementos nulos e o número total de elementos da mesma é próximo de 1.

incidência barra-ramo. A partir dessas considerações, segue abaixo o Teorema 1 apresentado em Theodoro *et al.* (2010):

Teorema 1: “*Considere um SEP composto por n barras e $m \geq (n-1)$ ramos. Se este sistema é conexo, então, o posto da “matriz incidência barra-ramo”, $\rho(H)$, na álgebra modulo-2 (vide Anexo A), é no máximo igual a $n-1$.”*

Sendo $\rho(H)$ o número de vetores linhas ou colunas linearmente independentes.

A partir da fatoração triangular, via eliminação de Gauss (escalonamento) ou algoritmos LDU (*Lower, Diagonal e Upper*), da matriz incidência H , pode-se determinar o número de vetores linhas (ou colunas) linearmente independentes e inferir sobre a conectividade do sistema elétrico. Além disso, os fatores da eliminação de Gauss ainda podem ser aproveitados para análise de redundância (ramos críticos) e, até mesmo, identificação de ilhas elétricas.

Segue abaixo o teorema 2 definido por Theodoro *et al.* (2010), que diz respeito à matriz barra-ramo fatorada e das questões levantadas acima.

Teorema 2: “*Considere um SEP composto por n barras e $m \geq (n-1)$ ramos. Se este sistema é conexo, existe uma matriz C invertível, tal que $H_f = C^{-1}H$, sobre o corpo módulo-2, onde H é a “matriz incidência barra-ramo” do SEP sob análise, e a “matriz incidência barra-ramo fatorada” H_f possui a seguinte expressão:*

$$H_f = \left[\begin{array}{c|c} [I]_{(n-1) \times (n-1)} & [R]_{(n-1) \times q} \\ \hline [0]_{[1 \times (n-1)]} & [0]_{\{1 \times q\}} \end{array} \right] \quad (1)$$

onde $q = [m - (n-1)]$, I representa a matriz identidade, e R representa a matriz de redundância dos ramos.”

Para sistemas conexos, torna importante também a verificação dos ramos críticos. Assim, uma forma direta de identificar todos os ramos críticos de um SEP em estudo é através da análise da sub-matriz “R”, conforme o Teorema 3 abaixo (THEODORO *et al.*, 2010).

Teorema 3: “*Considere um SEP composto por n barras e $m \geq (n-1)$ ramos conexo e seja H_f a “matriz incidência barra-ramo fatorada” na expressão (1). Se o k -ésimo vetor linha que compõe a matriz H_f , com $k < n$, possui apenas um elemento diferente de zero, então o respectivo ramo, associado a este elemento, é o ramo crítico.”*

Baseado no Teorema (3) e admitindo o SEP inicialmente conexo, a análise de ilhamento para o mesmo pode ser realizado a partir do Algoritmo 1 (THEODORO *et al.*, 2010):

- Passo 1: Construir a "matriz incidência barra-ramo" H , conforme a Definição (1);
- Passo 2: Obter a matriz H_f , a partir da fatoração triangular da matriz incidência H sobre o corpo módulo-2;
- Passo 3: Percorrer as linhas da matriz H_f de modo a determinar as que possuem um único elemento não-nulo;
- Passo 4: As colunas onde se posicionam os elementos não-nulos anteriores indicam os ramos cuja eliminação causa o ilhamento do SEP.

A seguir serão apresentados dois exemplos, um tratando do caso conexo e o outro de um caso não conexo.

Exemplo 1

O Exemplo 1 mostra a **Análise de Conectividade e de Ramos Críticos** do sistema de potência da Figura 5. Aplicando o passo 1 do Algoritmo 1, a matriz de incidência barra-ramo H é obtida (THEODORO *et al.*, 2012):

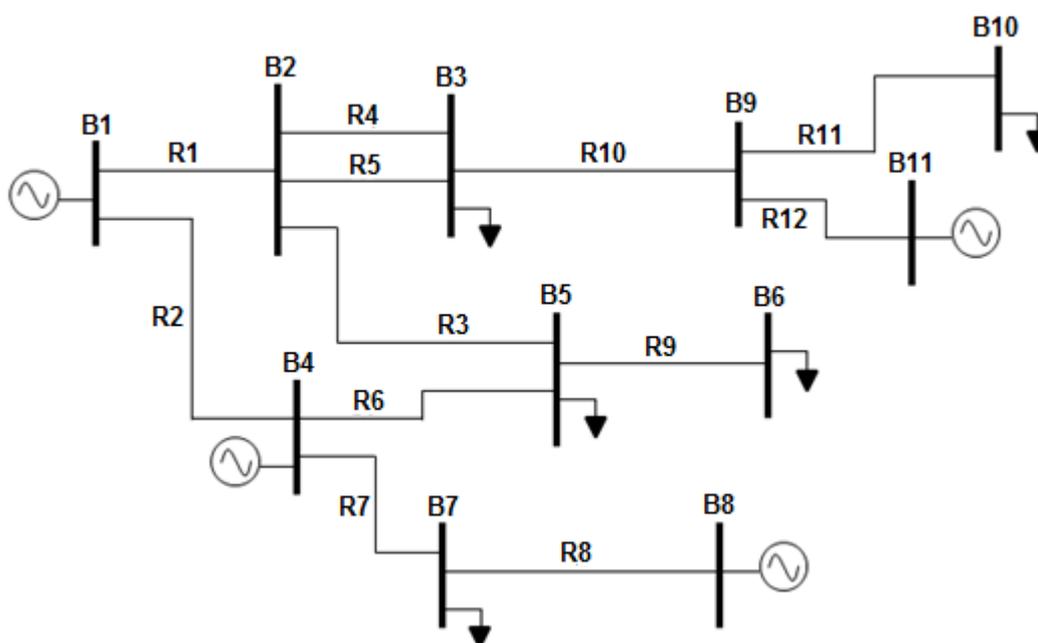


Figura 5 – Sistema Elétrico de Potência composto por 11 barras e 12 ramos.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

$$H = \begin{matrix} & R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 & R_6 & R_7 & R_8 & R_9 & R_{10} & R_{11} & R_{12} \\ \begin{matrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \\ B_9 \\ B_{10} \\ B_{11} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Na construção da matriz incidência barra-ramo H foi convencionado que a nomenclatura $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}$ e B_{11} são as barras e sua posição respectiva no sistema em análise. Além disso, foi definido que $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}$ e R_{12} são os ramos e sua posição do sistema mencionado anteriormente.

Após a fatoração triangular da matriz H , considerando permutações de colunas (informações de ramos do sistema) sobre o corpo módulo-2, a matriz H_f é obtida:

$$H_f = \begin{matrix} & R_1 & R_2 & R_4 & R_3 & R_7 & R_9 & R_8 & R_{10} & R_{11} & R_{12} & R_6 & R_5 \\ \begin{matrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \\ B_9 \\ B_{10} \\ B_{11} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

As linhas (barras do sistema) 5, 6, 7, 8, 9 e 10 da matriz H_f têm um único elemento diferente de zero, conforme passo 3 do Algoritmo 1. Assim, os ramos críticos são $\{R_7, R_9, R_8, R_{10}, R_{11}, R_{12}\}$, ou seja, os ramos associados com as

colunas destes elementos não-nulos, passo 4 do Algoritmo 1. Uma inspeção na Figura 5 confirma a exatidão do método proposto. É notável que estes 6 casos possíveis de ilhamento (ramos críticos), para o critério N-1, foram corretamente identificados com uma fatoração única da matriz de incidência barra-ramo (THEODORO *et al.*, 2012).

Exemplo 2

O Exemplo 2 mostra a **Análise de Conectividade (Sistema não conexo)** do sistema de potência em estudo representado no esquemático da Figura 5.

Agora, vamos analisar a interrupção simultânea de transmissão dos ramos R_2 e R_3 . A aplicação do Algoritmo 1 para esta nova situação, verifica-se que não é possível obter a mesma estrutura da matriz H_f do Teorema 2. Portanto, o sistema em análise não é conexo e pode-se ver um pivô-nulo antes da diagonal (N-1), conforme a matriz G_f :

$$G_f = \begin{matrix} & R_1 & R_4 & R_{10} & R_6 & R_7 & R_9 & R_8 & R_5 & R_{11} & R_{12} \\ \begin{matrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \\ B_9 \\ B_{10} \\ B_{11} \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Para situações de sistemas não conexos, faz-se necessário a identificação adequada de todas as ilhas elétricas. Importa salientar que a metodologia apresentada até esse ponto não é capaz de identificar as ilhas elétricas, entretanto as informações dos fatores da eliminação de Gauss podem ser aproveitadas como será verificado na próxima seção.

2.3.2 Identificação de Ilhas Elétricas

Além do algoritmo para análise de conectividade e identificação de ramos críticos, o trabalho de Theodoro *et al.* (2012) também apresentou uma metodologia e algoritmo para identificação de ilhas elétricas.

A transformação Linear apresentada para a formação da matriz H_f somente é válida para sistemas conexos, conforme apresentado no Teorema 2. Assim, para sistemas com mais de uma ilha elétrica a transformação não é possível devido ao aparecimento de pivô-nulo antes do elemento (N-1), mesmo considerando possíveis permutações de coluna da matriz durante a fatoração triangular. Desse modo, o interesse está em identificar todas as ilhas elétricas. Para isso utilizam-se as informações dos fatores associados à fatoração triangular da matriz incidência, ou seja, dos caminhos de fatoração (THEODORO *et al.*, 2012). Outro ponto importante é que pode-se verificar a conectividade da rede (sistema conexo ou não) através dos caminhos de fatoração associados aos fatores da sub-matriz triangular inferior.

Segundo Theodoro *et al.* (2012) tal análise pode ser contemplada através do seguinte Teorema:

Teorema 4: Considere um sistema de potência composto por n barras e $m \geq (n - 1)$ ramos. A rede do sistema de potência está conectada se e somente se a matriz L_H tem um caminho de fatoração (ou grafo). Sendo L_H a matriz de fatores inferiores.

Exemplo 3

O Exemplo 3 mostra a **Análise do Caminho de Fatoração (rápido)** do sistema de potência de 20 barras ilustrado pela Figura 6. A montagem da matriz de fatores inferiores (L) (Figura 7) pode ser obtida conforme o desenvolvimento a seguir:

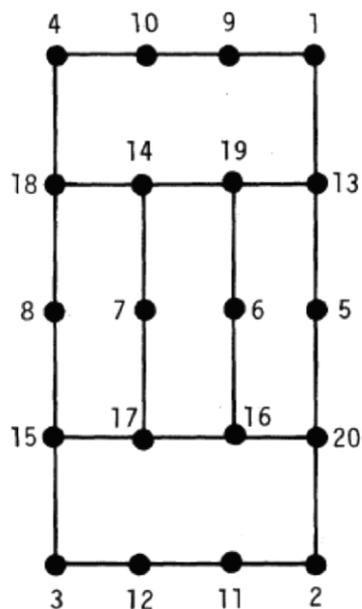


Figura 6 – Sistema composto por 20 barras.
Fonte: Tinney *et al.* (1985).

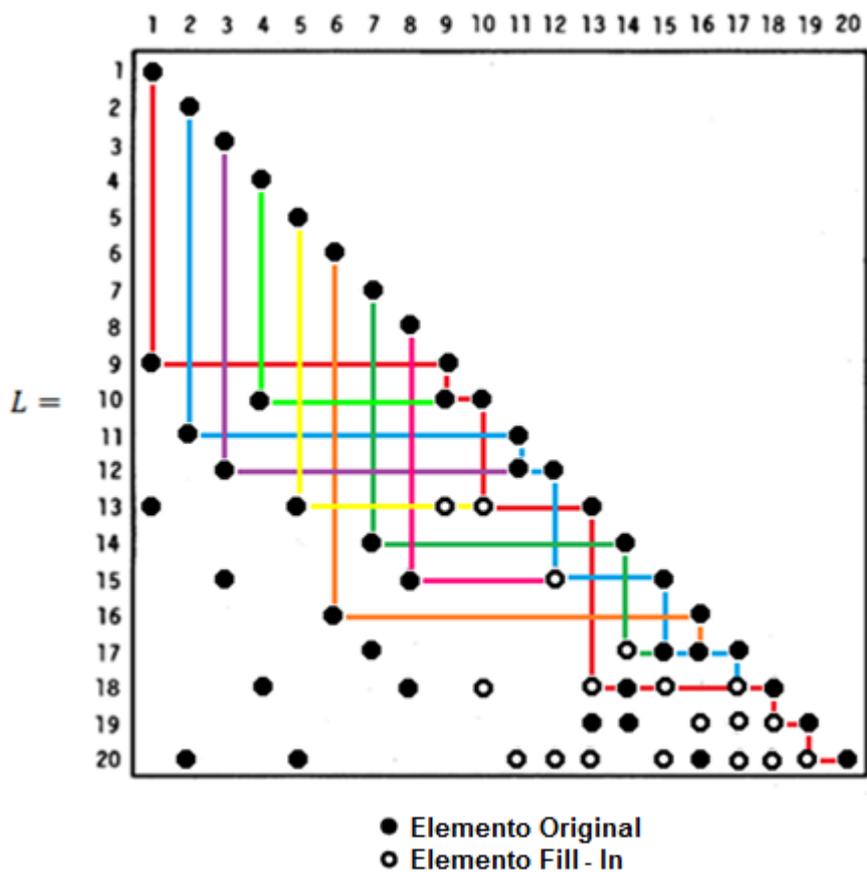


Figura 7 – Matriz dos fatores triangulares inferiores L.
Fonte: Tinney *et al.* (1985).

Na matriz acima os elementos não-nulos são representados por círculos preenchidos em preto ou em branco (elemento *Fill-In*²); já os elementos nulos não são representados (vazio).

Para traçar os caminhos³, basta percorrer a matriz de fatores começando do elemento (1,1) da diagonal principal, e encontrar o primeiro elemento não-nulo na respectiva coluna; após isso, seguir até a diagonal desse elemento não-nulo, e encontrar o primeiro elemento não-nulo referente a coluna dessa outra diagonal; e ir repetindo o procedimento até chegar ao último elemento da diagonal principal.

Após a primeira “varredura” dos elementos não-nulos para compor o caminho de fatoração, deve-se fazer uma nova “varredura” da matriz a partir do primeiro elemento da diagonal principal que não foi analisado até o momento, e refazer o processo mencionado no parágrafo anterior até que todos os elementos da diagonal principal sejam percorridos. Vale salientar que o caminho mais rápido deve ter prioridade, ou seja, o caminho obtido considerando o primeiro elemento não-nulo de cada coluna (sem ser o elemento da diagonal principal).

Importa salientar que as informações a serem armazenadas dizem respeito às conexões entre as barras, conforme pode ser verificado na tabela 1 abaixo:

Tabela 1 – Tabela do caminho da rede

<i>Barra origem (elemento da diagonal)</i>	<i>Barra destino (elemento fora da diagonal)</i>	<i>Barra origem (elemento da diagonal)</i>	<i>Barra destino (elemento fora da diagonal)</i>
1	9	8	13
9	10	6	16
10	13	16	17
13	18	2	11
18	19	11	12
19	20	12	15
4	10	15	17
7	14	17	18
14	17	5	13
3	12		

Fonte: Autoria própria.

² O chamado *Fill-In* é aquele elemento nulo que durante a fatoração se transforma em um elemento não-nulo.

³ Os passos do algoritmo estão no **Anexo B**.

Ao finalizar a montagem da Tabela 1 é traçado o caminho de fatoraço em formato de árvore baseado nas conexões entre barras mencionadas anteriormente, conforme pode ser visualizado na Figura 8.

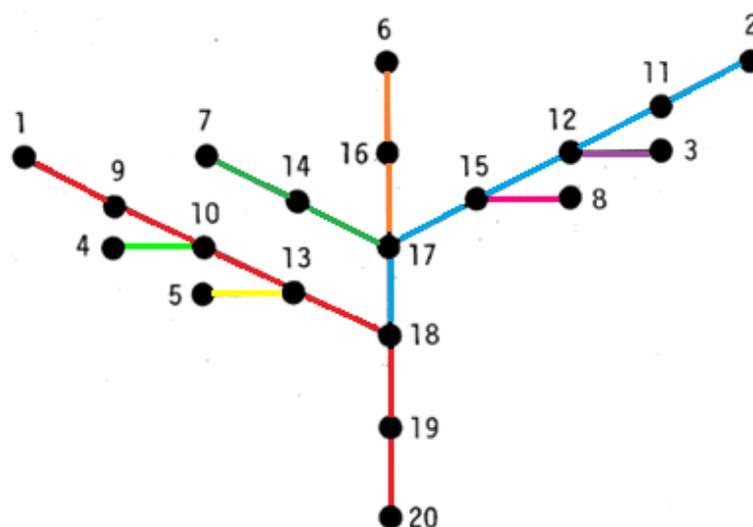


Figura 8 – Árvore dos caminhos de fatoraço.
Fonte: Tinney *et al.* (1985).

No exemplo de aplicação dos caminhos de fatoraço de Tinney *et al.* (1985), utilizou-se a matriz de incidência barra-barra, que apresenta ordem quadrada ($n \times n$). A fatoraço triangular desse tipo de matriz pode resultar em mais de dois elementos não-nulos por coluna associados à sub-matriz dos fatores L, diferentemente do que ocorre com a fatoraço da matriz incidência barra-ramo, que resulta em apenas dois elementos como provado em Theodoro *et al.* (2012).

Nos casos que o sistema de potência em análise for não conexo como um todo, aparecerá um pivô-nulo durante o processo de fatoraço (ou eliminação) do triângulo inferior (L) na diagonal (i, i), sendo $i < (n - 1)$ e os outros elementos da linha e coluna “i” são nulos conforme a Figura 9.

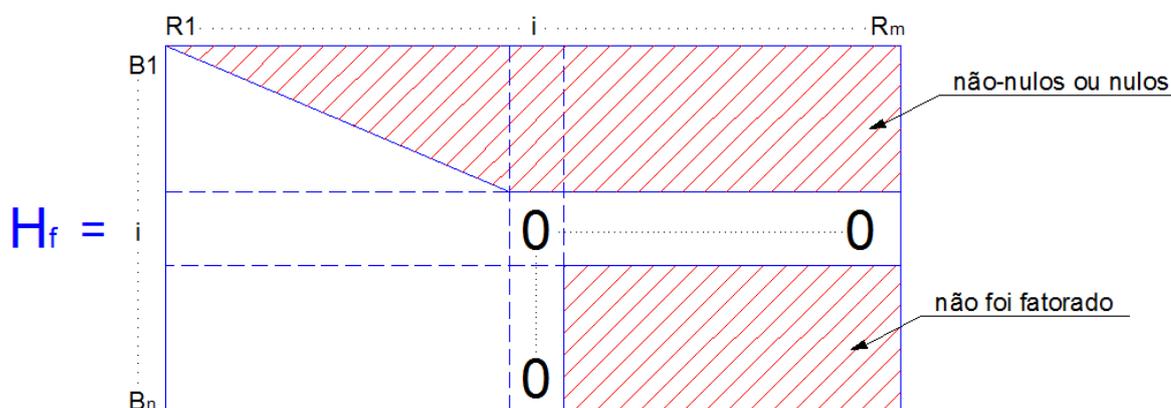


Figura 9 – O pivô-nulo na Matriz H fatorada para sistema não conexo.
Fonte: Autoria própria.

Os elementos envolvidos por caixas indicam os componentes do caminho de fatoração. Iniciando pelo primeiro elemento da diagonal principal, tomando o sentido para baixo através da primeira coluna observa-se que o ramo R_1 está ligado a duas barras B_1 e B_2 . Seguindo para a direita, encontramos o primeiro elemento diferente de zero ($R_2 \times B_2$) que se encontra na diagonal principal. Continua-se o processo, neste caso, pela coluna 2 da matriz (R_2), assim uma conexão entre o ramo R_2 e a barra B_4 é encontrada, devido à presença do elemento não-nulo ($R_2 \times B_4$). O procedimento é finalizado quando o último elemento da diagonal principal é utilizado.

Exemplo 5

O Exemplo 5 é a continuação do exemplo 2 (**sistema não conexo**). Este exemplo é a análise da interrupção simultânea das linhas de transmissão (ramos) R_2 e R_3 . Para haver interrupção, duas colunas (ramos do sistema) da matriz H são retiradas e a nova matriz fatorada $H_f^{(R_2, R_3)}$ pode ser obtida explorando técnicas de refatorização. Assim, segue-se a matriz $L_f^{(R_2, R_3)}$:

$$L_f^{(R_2, R_3)} = \begin{matrix} & R_1 & R_4 & R_{10} & R_6 & R_7 & R_9 & R_8 & R_5 & R_{11} & R_{12} \\ \begin{matrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \\ B_9 \\ B_{10} \\ B_{11} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} & \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

As caixas e parêntesis identificam os elementos em cada um dos dois caminhos de fatoração diferentes. Existem dois caminhos de fatoração disjuntos no $L_H^{(L_2, L_3)}$ que são associados com os conjuntos de barras $\{B_1, B_2, B_3, B_9, B_{10}, B_{11}\}$ e $\{B_4, B_5, B_6, B_7, B_8\}$. Estes conjuntos de barras compõem as duas ilhas do sistema

de potência. Por inspeção da Figura 5 pode ser visto que as linhas de transmissão de R_2 e R_3 dividem a rede do sistema de potência em duas ilhas, conforme a Figura 10. Além disso, estas ilhas são compostas pelos conjuntos de barras determinadas previamente, confirmando a exatidão dos resultados do método proposto.

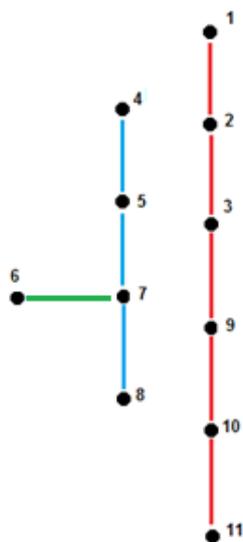


Figura 10 – Caminhos de Fatoração do Exemplo 5.
Fonte: Autoria própria.

3. DESENVOLVIMENTO DO ALGORITMO DE DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE ILHAMENTO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Para a elaboração deste algoritmo, utilizou-se uma metodologia que se baseia na **álgebra dos números reais**, ou seja, foi utilizado para o algoritmo desenvolvido a entrada de matrizes compostas por números positivos, negativos e zeros, cujo sinal depende do sentido do fluxo, sendo proposto que o fluxo segue em direção as cargas e seu sinal depende se ele esta saindo ou entrando na barra do sistema. Arbitrariamente tomamos como sinal negativo à entrada do fluxo na barra e sinal positivo a saída do fluxo da barra.

Assim, foi elaborado um banco de dados onde foram armazenadas as matrizes incidências barra-ramo que representam cada sistema analisado de forma matemática. A elaboração da matriz incidência barra-ramo utilizando os números reais realiza-se da seguinte forma:

- Considera-se um sentido de fluxo arbitrário para as “flechas” que podem sair ou entrar nas barras do sistema;

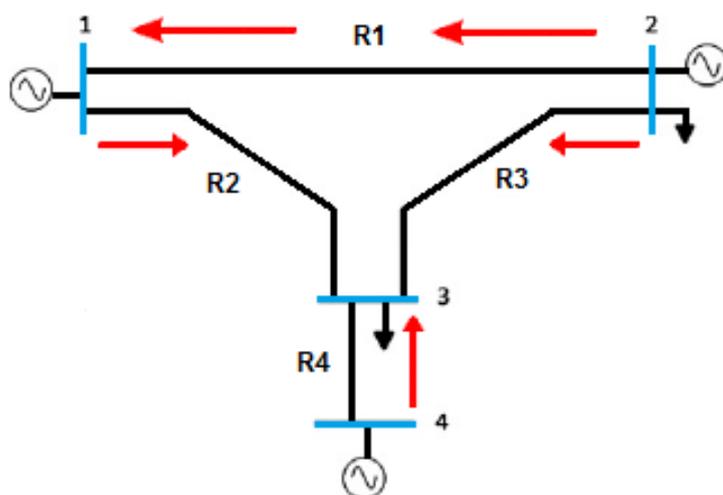


Figura 11 – Representação Gráfica modelo genérico.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

- Considera-se que a elaboração da matriz incidência barra-ramo H segue o critério que quando há a saída da flecha (fluxo) da barra do sistema o elemento será positivo e quando a flecha (fluxo) entrar na barra o elemento será negativo;

- As colunas da matriz incidência barra-ramo H serão a representação dos ramos do sistema e as linhas da matriz serão a representação das barras do sistema;
- A montagem da matriz incidência barra-ramo H será a junção das informações presentes na barra do sistema. Assim, as linhas da matriz serão a representação de quais ramos estão conectadas aquela barra e a informação se o fluxo sai ou entra na barra.

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R3 & R4 \\ B1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ B2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ B3 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ B4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

É importante observar que cada coluna da matriz incidência barra-ramo H possui exatamente 2 elementos não-nulos, conforme a teoria apresentada por Theodoro *et al.* (2010).

Após a elaboração das matrizes incidências barra-ramo dos sistemas, e quando necessário a permutação das colunas da matriz (ramos do sistema), estes dados coletados são inseridos no algoritmo repetindo o processo para todos os sistemas analisados.

Outra diferença entre o algoritmo implementado neste trabalho e o apresentado em Theodoro *et al.* (2012) é que toda vez que um pivô-nulo ocorrer (sistema não conexo), uma **pseudo-informação de barra** é adicionada na respectiva coluna do pivô-nulo. Na realidade, cada pseudo-informação de barra é uma coluna a mais da matriz de incidência, contendo apenas o valor “1” na posição “i,i” (posição diagonal na matriz) e “0” nas demais posições.

As pseudo-informações de barras (ou nós), diferentemente das informações de ramos (arestas), não criam conexão com outras barras do sistema. Eles servem para possibilitar a fatoração triangular da matriz de incidência para sistemas que não são conexos.

Com estes dados armazenados o algoritmo segue segundo o fluxograma apresentado a seguir.

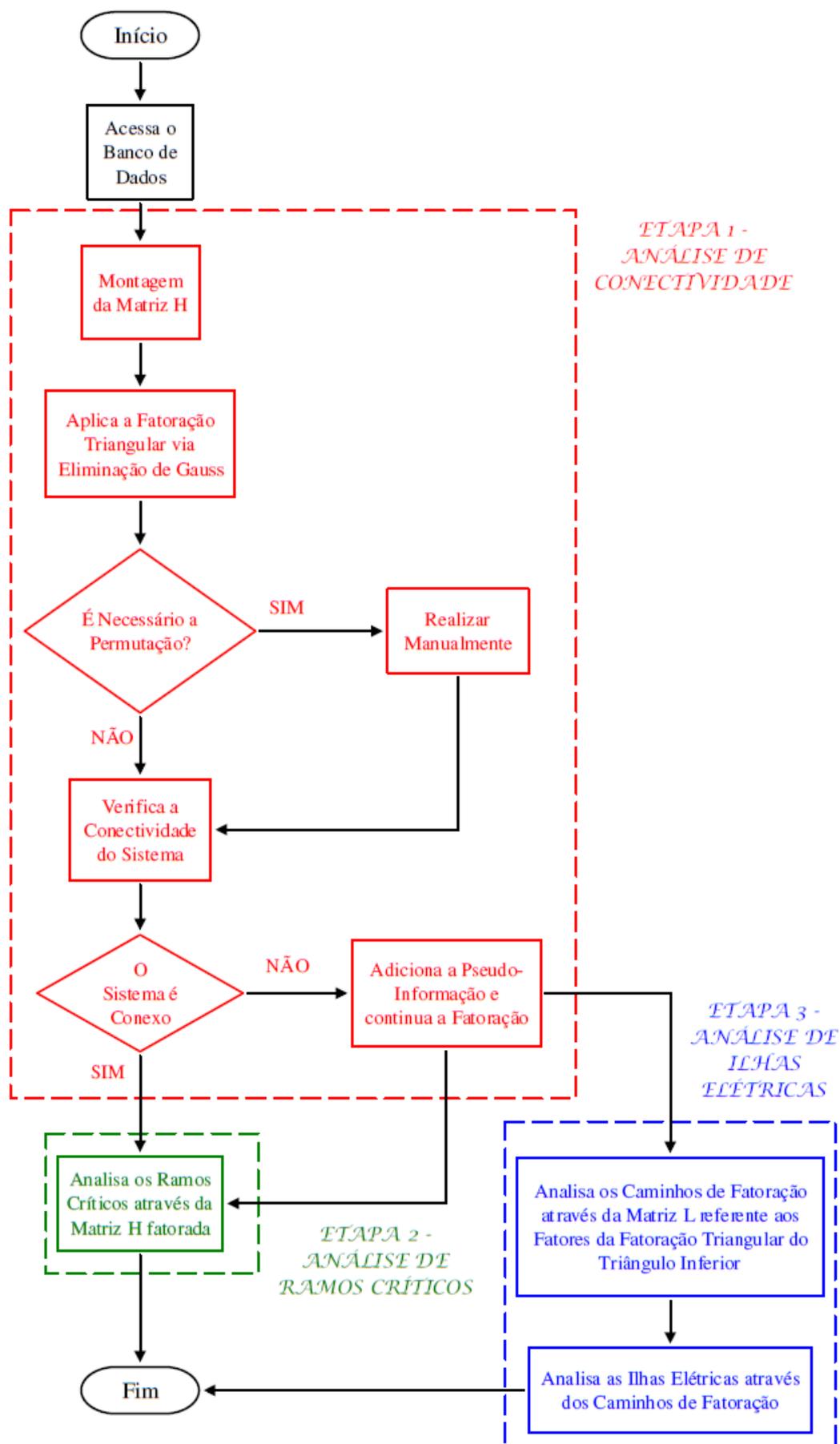


Figura 12 – Fluxograma do Algoritmo.
Fonte: Autoria própria.

Para o melhor entendimento do que foi implementado no algoritmo e apresentado na teoria do Capítulo 2, nas próximas seções serão apresentados os resultados obtidos através das simulações realizadas.

Exemplo 1

O Exemplo 1 mostra a **aplicação do algoritmo** no sistema de potência de 4 barras e 4 ramos. Considerando o sistema representado pela Figura 13, que pode ser representado matematicamente pela matriz incidência barra-ramo H, formada segundo o critério apresentado neste capítulo.

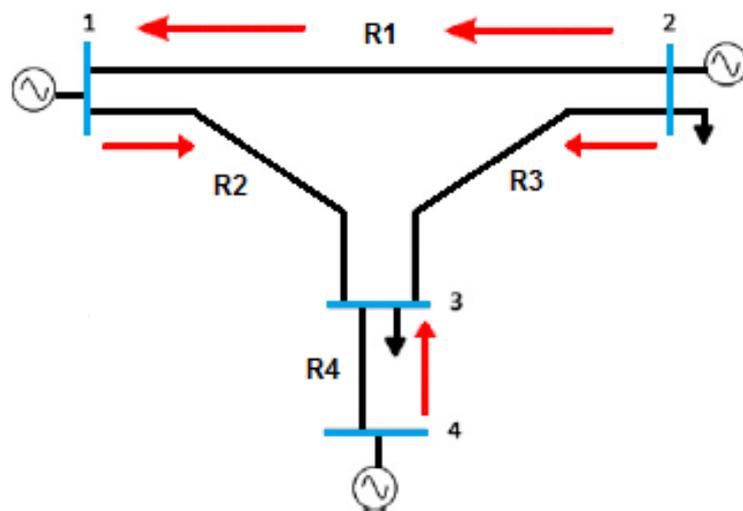


Figura 13 – Sistema de potência de 4 barras e 4 ramos.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R3 & R4 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

a) Análise de Conectividade

Após a construção da matriz incidência barra-ramo H e ao longo do processo de eliminação de Gauss fez-se necessária a permutação de algumas colunas da matriz (ramos do sistema), neste caso, o ramo R_3 e R_4 . Para este sistema, não se fez necessário inserir pseudo-informação, apenas foi realizado a permutação de colunas para continuar o processo de fatoração.

A fatoração triangular via eliminação de Gauss é separada em três etapas, fatoração do triângulo inferior, fatoração da diagonal e fatoração do triângulo superior. Após a fatoração realizada no algoritmo, conclui-se que **o sistema é conexo**, além disso, um sub-produto da fatoração é a matriz incidência barra-ramo fatorada representada pela nomenclatura H_f .

$$H_f = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} R1 & R2 & R4 & R3 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]^{n-1}$$

Importante ressaltar que, caso fosse necessário utilizar uma pseudo-informação (pivô-nulo) o sistema não seria conexo.

b) Análise de Ramos Críticos

A partir da matriz H_f obtida anteriormente, verifica-se que o **ramo crítico deste sistema é o ramo R_4** , pois a respectiva linha (barra B_3) apresenta um único elemento não-nulo, que é justamente a informação do ramo R_4 . Além disso, os ramos R_1 , R_2 e R_3 são ditos **redundantes**, pois não são críticos.

c) Análise de Ilhas Elétricas

Como o sistema é conexo tem-se **uma única ilha elétrica**⁴, deste modo, não seria necessário realizar a identificação de ilhas elétricas. Por outro lado, o algoritmo implementado também serve para identificar ilhas elétricas mesmo para sistemas conexos.

A matriz de fatores, que é composta pelos fatores acumulados no processo da aplicação da fatoração triangular, via eliminação de Gauss para este caso tem a seguinte configuração:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

⁴ Neste trabalho, principalmente para os resultados do algoritmo implementado, uma única ilha elétrica significa sistema conexo como um todo.

Na matriz de fatores identificamos em azul os fatores que compõe a matriz triangular inferior (L ou L_H) que são utilizados para encontrar os caminhos de fatoração, em verde os fatores que correspondem a diagonal (D) e em vermelho os fatores que compõe a matriz triangular superior (U).

Para identificar os caminhos de fatoração e posteriormente as ilhas elétricas utiliza-se apenas a sub-matriz L da matriz de fatores conforme mostrado a seguir:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{bmatrix} (-1) & 1 & 0 & 0 \\ (-1) & (1) & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & (-1) & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & (1) \end{bmatrix}$$

Em termos do algoritmo implementado, os caminhos de fatoração são armazenados em uma matriz denominada “Caminhos de Fatoração”, identificando quantos caminhos (colunas da matriz) existem e quais são as barras (linhas da matriz) que o compõe, conforme apresentado abaixo, onde verificamos que há apenas um caminho de fatoração composto pelas barras B_1 , B_2 , B_3 e B_4 . Assim, conclui-se que há apenas a formação de **uma única ilha elétrica**. Pode-se verificar há a formação de um único caminho de fatoração.

$$\text{Caminhos de Fatoração} = \begin{matrix} & C1 & C2 & C3 & C4 \\ B1 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B2 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B3 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B4 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

O anexo B apresenta os detalhes para a construção dos caminhos de fatoração.

Exemplo 1.1

O Exemplo 1.1 trata-se da **retirada de um ramo crítico** no sistema de potência de 4 barras e 4 ramos. Para este caso, retiramos o ramo R_4 do sistema e aplicaremos novamente a algoritmo desenvolvido.

a) Análise de Conectividade

Com esta modificação verifica-se que não é possível obter a mesma estrutura da matriz H_f do Teorema 2 **considerando apenas as informações disponíveis**. O algoritmo identifica um pivô-nulo antes da diagonal n-1 (diagonal (3,3)), conforme a matriz G_f parcialmente fatorada apresentada a seguir:

$$G_f = \begin{array}{c} \\ B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{ccc} R1 & R2 & R3 \\ \left[\begin{array}{ccc} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Assim, conclui-se que **o sistema não é conexo**.

Diferentemente da metodologia apresentada por Theodoro *et al.* (2012), esta nova metodologia apresentada neste trabalho permite obter a estrutura de H_f através da adição de pseudos-informações toda a vez que há a ocorrência de um pivô-nulo.

Assim, com a adição da **pseudo-Informação** no sistema de potência quando ocorrer um caso não conexo, mesmo quando a permutação for realizada manualmente, o algoritmo além de avisar que estamos tratando de um caso não conexo ele permite acrescentar ao sistema falsas informações sobre as barras, permitindo a análise das ilhas elétricas, pois como mencionado anteriormente a transformação linear apresentada para a formação da matriz H_f somente é válida para casos conexos. Essas falsas informações, são apenas informações das barras (ou nós) e, diferentemente das informações de ramos (arestas), não criam conexão com outras barras do sistema. Eles servem para possibilitar a fatoração triangular da matriz de incidência para sistemas que não são conexos.

b) Análise de Ramos Críticos

Com a **retirada do ramo R_4** e a **adição da pseudo-informação** em seu lugar, podemos analisar os ramos críticos do sistema. A matriz incidência barra-ramo H será:

$$H = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{cccc} R1 & R2 & P4 & R3 \\ \left[\begin{array}{cccc} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Com a adição da pseudo-informação o algoritmo faz novamente o teste e verifica que o sistema torna-se matematicamente conexo, ou seja, a matriz H_f pode ser construída. Assim, o processo ocorre como esperado e os ramos críticos são encontrados através da matriz H_f abaixo:

$$H_f = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{cccc} R1 & R2 & P4 & R3 \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Observando a matriz incidência barra-ramo fatorada apenas a pseudo-informação referente à barra três é crítica. Lembrando que, a pseudo-informação de barra serve apenas para tornar o sistema “artificialmente” conexo para análise de redundância de ramos e ilhas elétricas.

Além disso, toda pseudo-informação é crítica e a quantidade de pseudo-informações inseridas revela a quantidade de ilhas elétricas (ou barramentos isolados), para este caso, temos duas ilhas elétricas.

Importa observar que os **ramos R_1 , R_2 e R_3 são redundantes** para um sistema não conexo logo, faz-se necessário identificar as ilhas elétricas e associar os ramos redundantes a cada uma das ilhas.

c) Análise de Ilhas Elétricas

Verificamos pela matriz de caminhos de fatoração, que é construída através da matriz de fatores utilizados na eliminação de Gauss, há presença de dois caminhos de fatoração como é observado abaixo:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{bmatrix} (-1) & -1 & 0 & 0 \\ (-1) & (1) & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & (1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [1] \end{bmatrix}$$

Através da matriz de fatores se constrói a matriz de caminhos de faturação:

$$\text{Caminhos de Faturação} = \begin{matrix} & C1 & C2 & C3 & C4 \\ B1 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B2 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B3 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B4 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

O primeiro caminho representativo de faturação (C_1) é formado pelas barras B_1 , B_2 e B_3 , o segundo caminho representativo de faturação (C_2) é formado pela barra B_4 . Após encontrar este resultado foi verificado que as barras utilizadas para a formação do primeiro caminho representativo não são utilizadas para a formação do segundo caminho representativo, ou seja, as barras não se interceptam. Assim temos **a formação de duas ilhas elétricas**.

Exemplo 1.2

O Exemplo 1.2 trata da **adição do ramo R_5** no sistema de potência de 4 barras e 4 ramos. A configuração para o sistema é a seguinte:

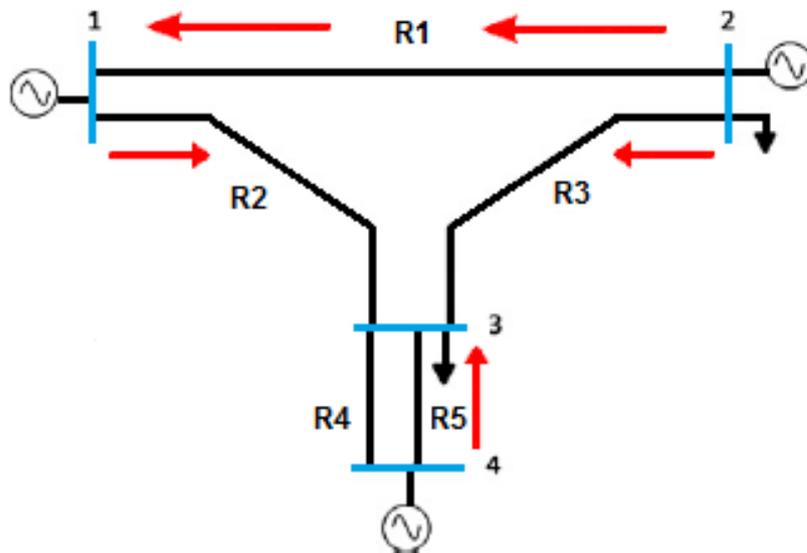


Figura 14 – Sistema de potência de 4 barras e 5 ramos.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

a) Análise de Conectividade

Inserimos o ramo R_5 entre as barras B_3 e B_4 com esta modificação verificou-se que o ramo R_4 não é mais um ramo crítico do sistema. A matriz incidência barra-ramo H é formada e apresentada a seguir:

$$H = \begin{array}{c} \\ B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{ccccc} R1 & R2 & R4 & R5 & R3 \\ \left[\begin{array}{ccccc} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

A permutação proposta anteriormente entre o ramo R_4 e o ramo R_3 é mantida. Assim, o ramo R_5 é disposto à frente do ramo R_4 . Com estas informações o algoritmo produz a seguinte matriz incidência barra-ramo fatorada:

$$H_f = \begin{array}{c} \\ B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{ccccc} R1 & R2 & R4 & R5 & R3 \\ \left[\begin{array}{ccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Com este resultado verifica-se que **o sistema é conexo.**

b) Análise de Ramos Críticos

Realizando a análise dos ramos críticos do sistema após a adição do ramo R_5 , verifica-se que **não há nenhum ramo crítico e todos os ramos são redundantes.**

c) Análise de Ilhas Elétricas

Há apenas um caminho de fatoração composto pelas barras B_1 , B_2 , B_3 e B_4 , como pode ser verificado pela matriz de fatores abaixo:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{bmatrix} (-1) & 1 & 0 & 0 \\ (-1) & (1) & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & (-1) & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & (1) \end{bmatrix}$$

Como há apenas um caminho de faturação e nenhuma pseudo-informação, **só existe uma ilha elétrica (sistema conexo)** para esta configuração do sistema.

Exemplo 1.3

O Exemplo 1.3 trata da **retirada de ramos e adição de pseudo-Informações** no sistema de potência de 4 barras e 4 ramos. Para este caso, foi realizada a possibilidade de duas barras serem isoladas no sistema. Assim, mantendo somente o ramo entre a barra B_1 e a barra B_2 (Figura 15) e adicionando duas pseudo-informações ao sistema para que este pudesse ser matematicamente conexo, temos a seguinte matriz incidência barra-ramo H:

$$H = \begin{array}{c} \\ B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{ccc} R1 & P2 & P3 \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Esta configuração do sistema, verifica-se que há mais de uma ilha elétrica devida o sistema necessitar de duas pseudo-informações para ser um sistema matematicamente conexo. A adição das pseudo-informações pode ser verificado na Figura 15.

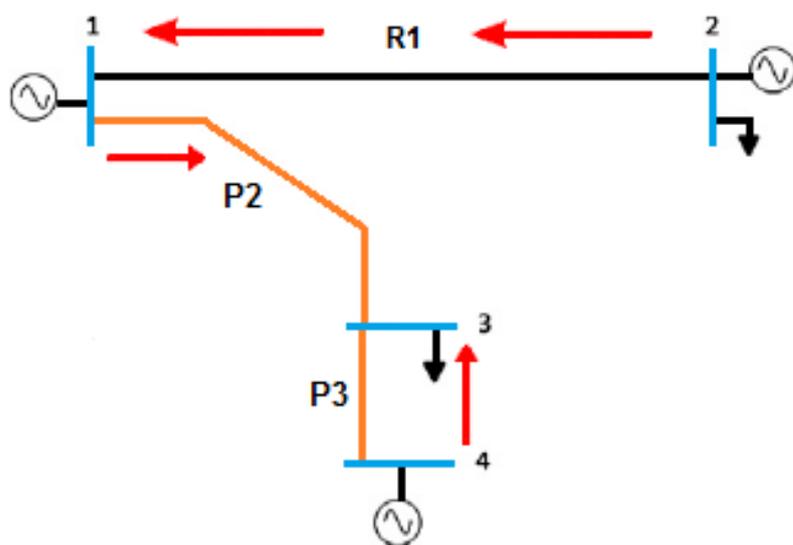


Figura 15 – Sistema de potência de 4 barras e 1 ramo.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

a) Análise de Conectividade

Aplicando o algoritmo desenvolvido obtemos a matriz incidência barra-ramo fatorada a seguir:

$$H_f = \begin{matrix} & R1 & P2 & P3 \\ B1 & \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\ B2 & \\ B3 & \\ B4 & \end{matrix}$$

Através da matriz anterior, verifica-se que o sistema após a inserção das pseudo-informações é **um sistema matematicamente conexo**.

b) Análise de Ramos Críticos

Verificam-se através da matriz H_f citada acima que **todos os ramos do sistema são críticos** e **não há ramos redundantes no sistema**, já que foi utilizado apenas um ramo existente no sistema e houve a adição de pseudo-informações .

c) Análise de Ilhas Elétricas

Como é esperado, há a formação de mais de um caminho de fatoração. Neste caso, **há três ilhas elétricas** como pode ser verificado por inspeção na Figura 16.

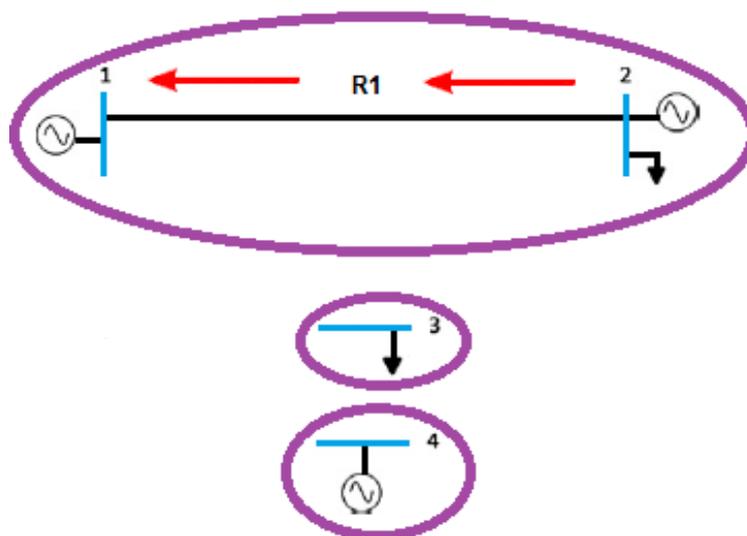


Figura 16 – Ilhas Elétricas formadas.
Fonte: Autoria própria.

Comprova-se este resultado matematicamente já que a matriz de fatores encontrada como resposta no algoritmo é:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{bmatrix} (-1) & 0 & 0 & 0 \\ (-1) & (1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [1] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{1\} \end{bmatrix}$$

Como é verificado há três caminhos de faturação:

$$\text{Caminhos de Faturação} = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \end{array} \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Podemos verificar que há três caminhos representativos de faturação (C_1 , C_2 e C_3), em que as barras não se repetem neles. Assim, a primeira ilha elétrica é composta pelas barras B_1 e B_2 , a segunda ilha pela barra B_3 (barramento isolado) e a terceira ilha pela barra B_4 (barramento isolado). Faz-se necessário especificar que os caminhos representativos mencionados são caminhos que foram constituídos em uma das varreduras da matriz de fatores, ou seja, quando os caminhos de varreduras diferentes se interceptam estes caminhos representativos fazem parte do caminho de faturação e conseqüentemente ser a formação de uma ilha elétrica.

Assim, por inspeção na Figura 16 e por comprovação matemática apresentada pelo algoritmo desenvolvido temos **três ilhas elétricas**.

Exemplo 2

Para aumentarmos o teste de capacidade do algoritmo e suas aplicações, foi realizada a análise de um sistema de potência com maior número de barras e maior número de ramos. Este sistema possui 11 barras e 12 ramos, como pode ser verificado na Figura 17.

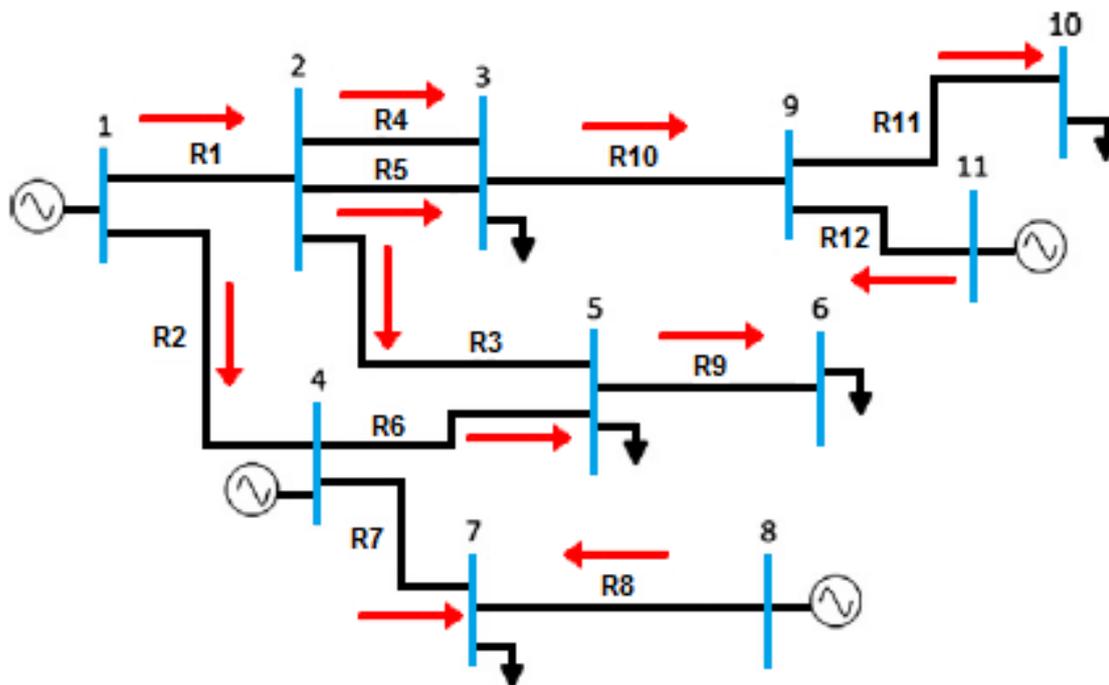


Figura 17 – Sistema de potência de 11 barras e 12 ramos.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

a) Análise de Conectividade

Obtêm-se a seguinte matriz incidência barra-ramo H:

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R3 & R4 & R5 & R6 & R7 & R8 & R9 & R10 & R11 & R12 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Verifica-se a necessidade de realizar algumas permutações de coluna (ramos do sistema) ao longo da fatoração, pois ela é necessária para que a fatoração triangular via eliminação de Gauss seja possível. Assim, a matriz com as permutações (H') necessárias é apresentada abaixo:

$$H' = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{array} \begin{array}{c} R1 \\ R2 \\ R4 \\ R3 \\ R7 \\ R9 \\ R8 \\ R10 \\ R11 \\ R12 \\ R6 \\ R5 \end{array} \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Após a inserção destes dados ao algoritmo desenvolvido a fatoração triangular, via eliminação de Gauss é realizada e o seguinte resultado é obtido:

$$H_f = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{array} \begin{array}{c} R1 \\ R2 \\ R4 \\ R3 \\ R7 \\ R9 \\ R8 \\ R10 \\ R11 \\ R12 \\ R6 \\ R5 \end{array} \begin{array}{cccccccccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Assim, com a apresentação desta matriz H_f , verifica-se que **o sistema é conexo.**

b) Análise de Ramos Críticos

Com a análise da matriz H_f , os **ramos críticos do sistema são: R_7 , R_9 , R_8 , R_{10} , R_{11} e R_{12} e os demais são ramos redundantes.**

c) Análise de Ilhas Elétricas

Sendo um sistema conexo, **existe apenas uma ilha elétrica**, tal afirmação pode ser verificada através da matriz de fatores apresentada a seguir:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{bmatrix} (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-1) & (1) & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \downarrow & [-1] & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & (-1) & (1) & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (-1) & (1) & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \downarrow & \{-1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) & (-1) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (1) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) \end{bmatrix}$$

Verifica-se que os três caminhos de fatoração se cruzam em determinado ponto.

Exemplo 2.1

Sabendo os ramos críticos deste sistema, apresentados no exemplo anterior, para este caso, modificamos o sistema e **retiramos os ramos R_5 e R_6** . Como pode ser verificado na Figura 18.

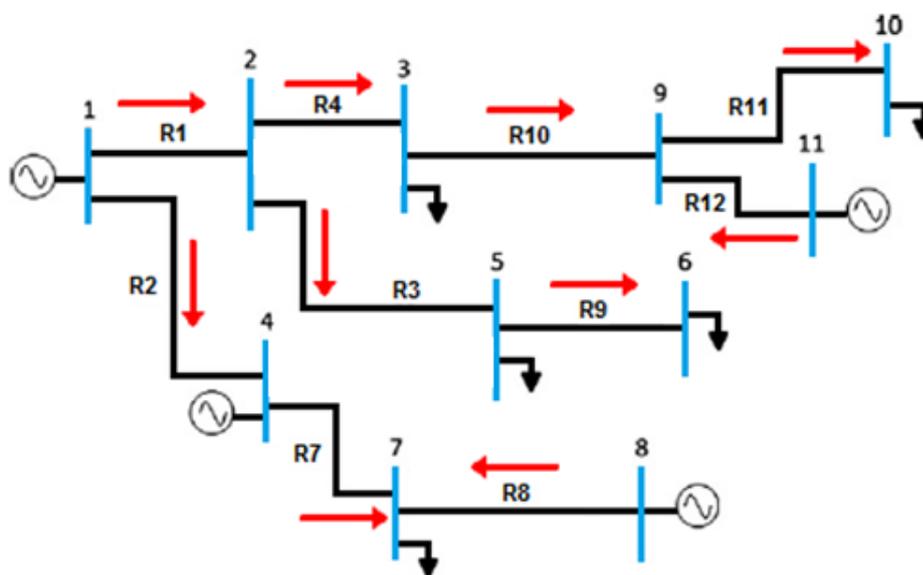


Figura 18 – Sistema de potência de 11 barras e 12 ramos.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

a) Análise de Conectividade

A matriz incidência barra-ramo H será:

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R4 & R3 & R7 & R9 & R8 & R10 & R11 & R12 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Aplicando o algoritmo, obtemos a matriz incidência barra-ramo fatorada H_f :

$$H_f = \begin{matrix} & R1 & R2 & R4 & R3 & R7 & R9 & R8 & R10 & R11 & R12 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Como é esperado, quando retiramos dois ramos redundantes deste sistema, **o sistema ainda é conexo.**

b) Análise de Ramos Críticos

Para este caso, **todos os ramos do sistema são críticos**, já que este caso embasa-se em retirar somente os ramos redundantes do sistema.

c) Análise de Ilhas Elétricas

O sistema é conexo e não houve a adição de pseudo-informação, portanto **existe apenas uma ilha elétrica.**

Exemplo 2.2

Neste exemplo, analisamos uma adaptação do sistema tratado, foram **adicionados alguns ramos ao sistema**, sendo **o ramo R_{13}** , entre as barras B_7 e B_8 e **o ramo R_{14}** entre as barras B_5 e B_6 , como pode ser verificado na Figura 19.

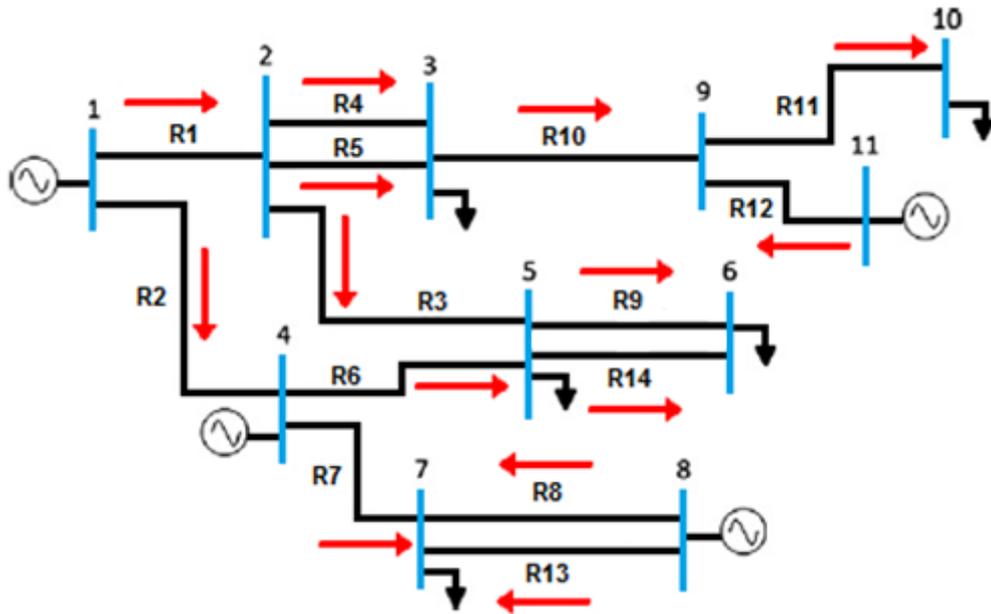


Figura 19 – Sistema de potência de 11 barras e 13 ramos.
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

a) Análise de Conectividade

Através do algoritmo desenvolvido teremos a seguinte matriz incidência barra-ramo H, onde as devidas permutações necessárias para a realização da fatoração triangular, via eliminação de Gauss foram realizadas manualmente e inseridas no algoritmo:

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R4 & R3 & R7 & R9 & R8 & R10 & R11 & R12 & R6 & R5 & R13 & R14 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Com os dados inseridos no algoritmo resulta em uma matriz incidência barra-ramo fatorada abaixo:

$$H_f = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{array} \begin{array}{cccccccccccc|cccc} R1 & R2 & R4 & R3 & R7 & R9 & R8 & R10 & R11 & R12 & R6 & R5 & R13 & R14 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Conclui-se com a matriz acima que **o sistema é conexo**.

b) Análise de Ramos Críticos

Através da fatoração temos a identificação dos **ramos críticos do sistema** que são: R_7 , R_{10} , R_{11} e R_{12} e os demais são ramos redundantes.

c) Análise de Ilhas Elétricas

Por ser um sistema conexo, **não há formação de ilhamento elétrico**.

Exemplo 2.3

Neste caso, tratamos da análise da barra B_{11} isolada no sistema, como mostrado na Figura 20.

Como a matriz incidência barra-ramo H formada, o algoritmo desenvolvido tem como resposta a seguinte matriz incidência barra-ramo fatorada como resposta:

$$H_f = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{array} \begin{array}{c} R1 \\ R2 \\ R4 \\ R3 \\ R7 \\ R9 \\ R8 \\ R10 \\ R11 \\ P10 \\ R6 \\ R5 \end{array} \left[\begin{array}{cccccccccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Conclui-se que o sistema com a **pseudo-infomação** é um sistema **matematicamente conexo**.

b) Análise de Ramos Críticos

Através da análise da matriz H_f , os **ramos críticos são: R_7, R_9, R_8, R_{10} e R_{11}** e a pseudo-infomação P_{10} inserida na coluna 10 da matriz incidência barra-ramo H do sistema e **os demais são ramos redundantes**.

c) Análise Ilhas Elétricas

Com a matriz de fatores armazenados através da realização da fatoração triangular, via eliminação de Gauss apresentada pelo algoritmo a seguir:

$$\text{Matriz de fatores} = \begin{bmatrix} (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-1) & (1) & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [-1] & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1) & (-1) & (1) & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (-1) & (1) & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \{-1\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) & (-1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) & (-1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & (-1) & (1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1) \end{bmatrix}$$

Analisamos os caminhos de fatoração, neste caso serão três caminhos representativos (C_1, C_2, C_3 e C_4). Como respostas têm a seguinte matriz:

$$\text{Caminhos de Fatoração} = \begin{matrix} & C1 & C2 & C3 & C4 & C5 & C6 & C7 & C8 & C9 & C10 & C11 \\ B1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B7 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B8 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B9 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B10 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

O caminho representativo (C_1) é constituído pelas seguintes barras do sistema $B_1, B_2, B_4, B_5, B_7, B_8, B_9, B_{10}$. O caminho representativo (C_2) é representado pelas barras $B_3, B_4, B_5, B_7, B_8, B_9, B_{10}$. O caminho representativo (C_3) é constituído pelas barras $B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}$. O caminho representativo (C_4) é formado somente pela B_{11} , por se tratar de uma barra isolada.

Para este caso, **há duas ilhas elétricas**, sendo composta a primeira ilha pelas seguintes barras $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9$ e B_{10} e a segunda ilha está representada pela barra isolada B_{11} .

Exemplo 2.4

Para apresentarmos a diferença ocasionada com a retirada de outro ramo, diferentemente do ramo R_{12} e conseqüentemente isolamento da barra B_{11} apresentada no exemplo anterior, temos para este caso a retirada do ramo R_9 e conseqüente **isolamento da barra B_6** do sistema. Assim, a nova configuração do sistema está apresentada na Figura 21.

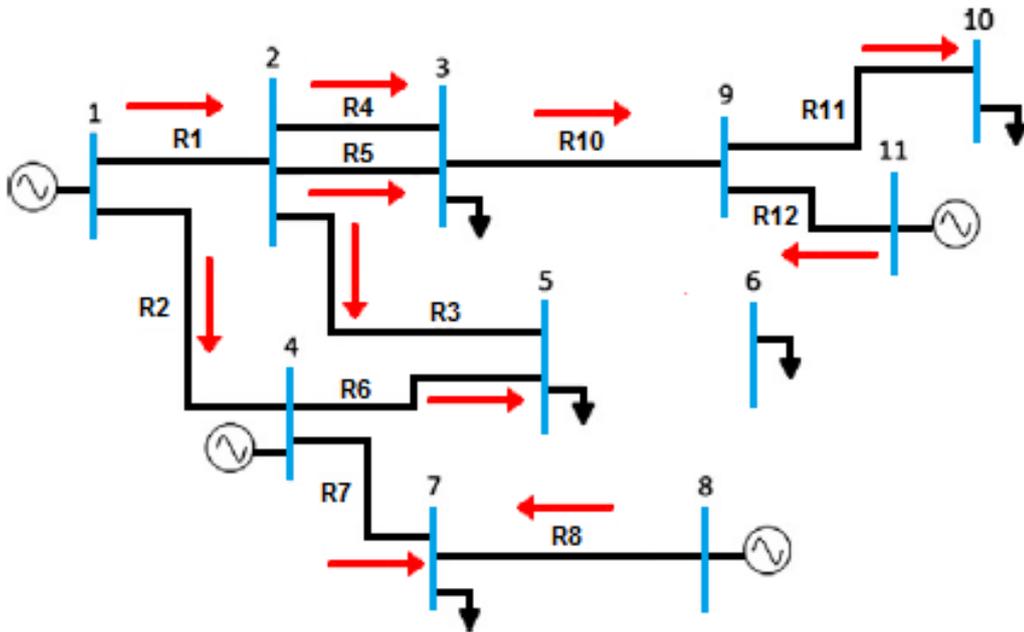


Figura 21 – Sistema de potência de 11 barras e 11 ramos (barra 6 isolada).
Fonte: Theodoro *et al.* (2012).

a) Análise de Conectividade

A matriz incidência barra-ramo H construída com a nova configuração e suas necessárias permutações além-inserção de sua pseudo-informação P_6 , pois o sistema apresentado é um **sistema não conexo** e necessita desta informação para que seja analisado, é a seguinte:

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R4 & R3 & R7 & P6 & R8 & R10 & R11 & R12 & R6 & R5 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Com esta matriz incidência barra-ramo H formada, podemos inserir no algoritmo esta configuração de sistema, assim a matriz incidência barra-ramo fatorada apresentada é:

$$H_f = \begin{array}{c} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \end{array} \begin{array}{c} R1 \\ R2 \\ R4 \\ R3 \\ R7 \\ P6 \\ R8 \\ R10 \\ R11 \\ R12 \\ R6 \\ R5 \end{array} \begin{array}{cccccccccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

b) Análise de Ramos Críticos

Com a análise da matriz H_f , os **ramos críticos do sistema são: R_7 , R_8 , R_{10} , R_{11} e R_{12}** e a pseudo-informação P_6 inserida na coluna 6 da matriz incidência barra-ramo H e **os demais são ramos redundantes**.

c) Análise de Ilhas Elétricas

A matriz de fatores utilizados na eliminação de Gauss apresentada pelo algoritmo foi:

$$\text{Matriz de Fatores} = \begin{array}{cccccccccccc} \begin{array}{c} (1) \\ (-1) \end{array} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{array}{c} (1) \\ (-1) \end{array} & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & \begin{array}{c} (-1) \\ (-1) \end{array} & (-1) \end{array}$$

Assim, os caminhos representativos de fatoração são dados pela seguinte matriz, lembrando que a construção desta matriz o algoritmo utilizou os fatores relacionados à fatoração do triângulo inferior, via eliminação de Gauss.

$$\text{Caminhos de Fatoração} = \begin{matrix} & C1 & C2 & C3 & C4 & C5 & C6 & C7 & C8 & C9 & C10 & C11 \\ B1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B7 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B8 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B9 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B10 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B11 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Por inspeção temos que o caminho representativo (C_1) é composto pelas barras $B_1, B_2, B_4, B_5, B_7, B_8, B_9, B_{10}, B_{11}$. O caminho representativo (C_2) é formado pelas barras $B_3, B_4, B_5, B_7, B_8, B_9, B_{10}, B_{11}$. O caminho representativo (C_3) como é esperado, devido ser uma barra isolada é composto pela barra B_6 .

Como resposta da formação das ilhas elétricas, temos que os caminhos representativos (C_1 e C_2) são formados por barras que se repetem ao longo da fatoração por este motivo estes dois caminhos fazem parte da mesma ilha elétrica. O caminho (C_3) por não ter nenhuma barra que intercepta os demais caminhos é uma ilha elétrica. Assim, **há a formação de duas ilhas elétricas.**

4. ANÁLISE DE RAMOS CRÍTICOS E DE ILHAS ELÉTRICAS DE SISTEMAS TESTES DO IEEE

Neste capítulo serão apresentadas as simulações realizadas para os sistemas do IEEE de 14 e 30 barras.

Exemplo 1 – Sistema IEEE 14 Barras

O Exemplo 1 trata da Aplicação do Algoritmo no sistema de potência de 14 barras. Como apresentado na proposta deste trabalho foi analisado o sistema teste do **IEEE 14 barras**. Dado pelo seguinte grafo:

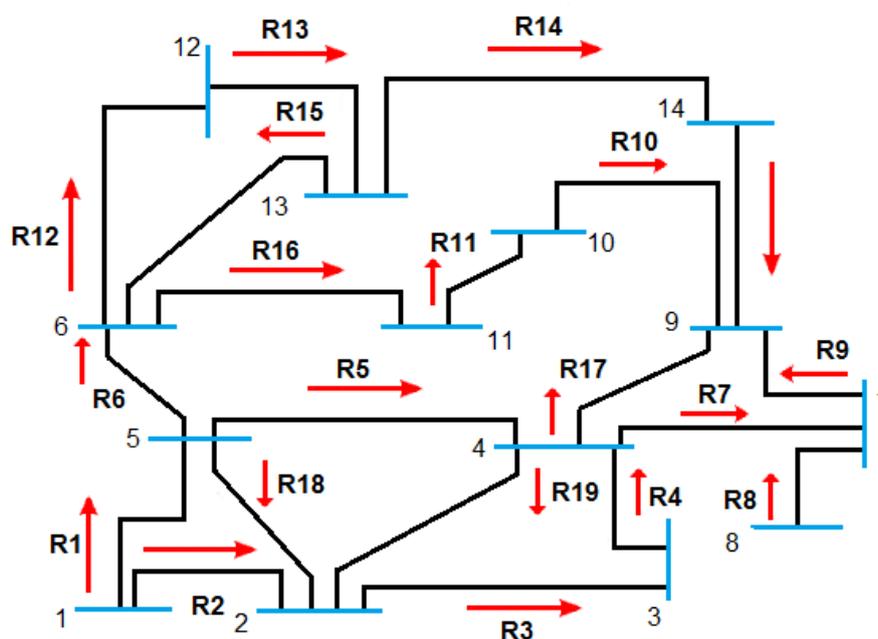


Figura 22 – Sistema Teste IEEE 14 barras.
Fonte: Vide *et al.* (2006).

a) Análise de Conectividade

Após a elaboração da matriz incidência barra-ramo H , considerando sentidos arbitrários para os fluxos e seguindo a regra de elaboração da matriz incidência barra-ramo H e as devidas permutações pertinentes. A matriz H foi inserida no algoritmo e realizada a fatoração triangular, via fatoração de Gauss.

$$H = \begin{matrix} & R1 & R2 & R3 & R4 & R6 & R7 & R8 & R9 & R10 & R11 & R12 & R13 & R14 & R5 & R15 & R16 & R17 & R18 & R19 & R20 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \\ B12 \\ B13 \\ B14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Com o auxílio do algoritmo desenvolvido obtém como resposta a seguinte matriz incidência barra-ramo fatorada resultante:

$$H_f = \begin{matrix} & R1 & R2 & R3 & R4 & R6 & R7 & R8 & R9 & R10 & R11 & R12 & R13 & R14 & R5 & R15 & R16 & R17 & R18 & R19 & R20 \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \\ B12 \\ B13 \\ B14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Conclui-se a partir da matriz incidência barra-ramo fatorada que **o sistema é conexo**.

b) Análise de Ramos Críticos

Realizando a análise do **ramo crítico** do sistema temos que somente **o ramo R_8 é crítico**. Pode-se confirmar este fato de que o ramo R_8 ser o único ramo que mantém a barra B_8 conexa ao sistema e **os demais são ramos redundantes**.

c) Análise de Ilhas Elétricas

O sistema é conexo, portanto **há apenas uma ilha elétrica**.

Exemplo 1.1

Neste caso, tratamos da análise da barra B_8 isolada no sistema, como mostrado na Figura 23.

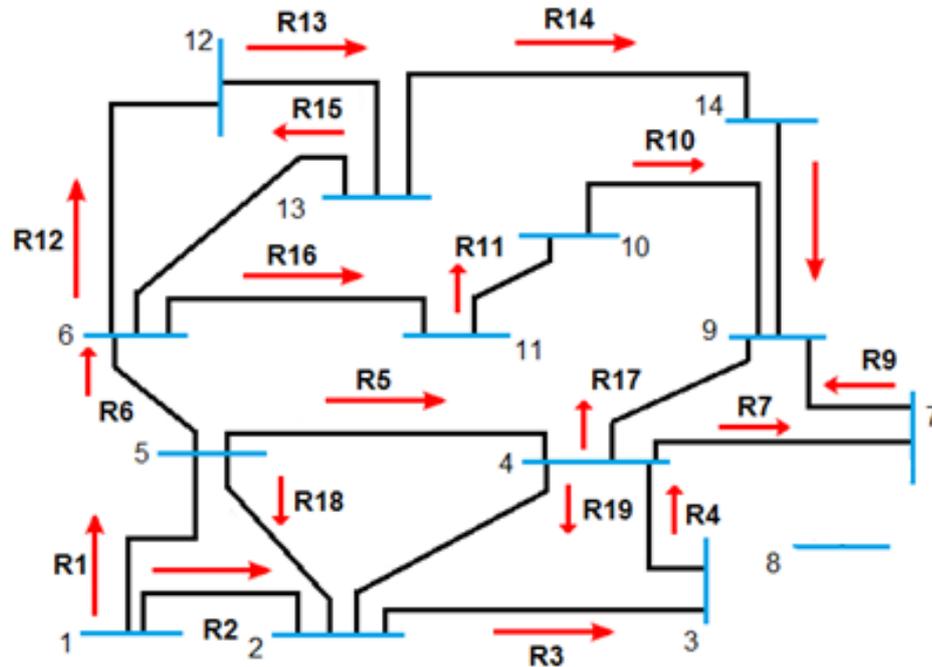


Figura 23 – Sistema Teste IEEE 14 barras (barra 8 isolada).
Fonte: Vide *et al.* (2006).

a) Análise de Conectividade

Realizando uma modificação na configuração do sistema teste IEEE onde se retirou o ramo R_8 (Figura 23) e em seu lugar adicionou-se uma **pseudo-infomção** para que o sistema se torne matematicamente conexo, já que com a retirada deste ramo **o sistema não é conexo**. Portanto, a seguinte matriz incidência barra-ramo H já com as devidas permutações das colunas é construída abaixo:

$$H = \begin{matrix} & \begin{matrix} R1 & R2 & R3 & R4 & R6 & R7 & R9 & P8 & R10 & R11 & R12 & R13 & R14 & R5 & R15 & R16 & R17 & R18 & R19 & R20 \end{matrix} \\ \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ B4 \\ B5 \\ B6 \\ B7 \\ B8 \\ B9 \\ B10 \\ B11 \\ B12 \\ B13 \\ B14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Com o auxílio do algoritmo temos a seguinte matriz incidência barra-ramo fatorada:

$$H_f = \begin{array}{c|cccccccccccc|cccccccc} & R1 & R2 & R3 & R4 & R6 & R7 & R9 & P8 & R10 & R11 & R12 & R13 & R14 & R5 & R15 & R16 & R17 & R18 & R19 & R20 \\ \hline B1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ B2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ B3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ B4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ B5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ B6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ B7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ B8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ B12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ B13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ B14 & 0 \end{array}$$

b) Análise de Ramos Críticos

Faz-se a análise e verifica-se que a **pseudo-informação P_8** inserida é **crítica**, já que está foi inserida com o intuito de fazer com que o sistema fosse matematicamente conexo e **os demais são ramos redundantes**.

c) Análise de Ilhas Elétricas

O algoritmo obteve como resposta dois caminhos de faturação. Assim, **há a formação de duas ilhas elétricas**.

Exemplo 2 – Sistema IEEE 30 Barras

Outro sistema teste **IEEE 30 barras** foi analisado pelo algoritmo desenvolvido. Dado pelo seguinte grafo:

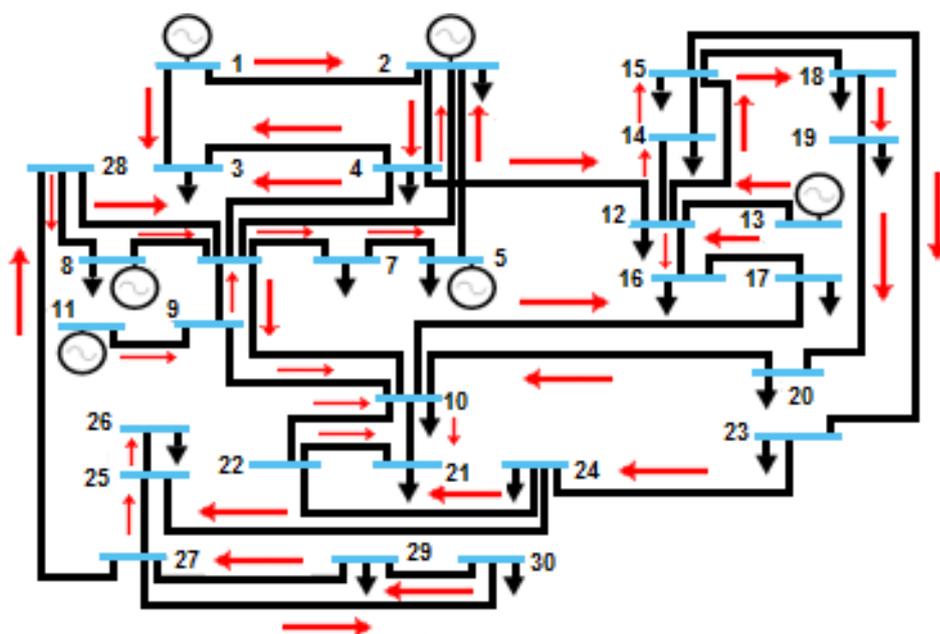


Figura 24 – Sistema Teste IEEE 30 barras.
Fonte: Rodríguez *et al.* (2007).

Tabela 2 – Representação dos Ramos do Sistema IEEE 30 barras.

Barra (origem)	Barra (chegada)	Identificação
1	2	R1
1	3	R2
4	3	R3
2	4	R4
6	4	R5
5	6	R6
4	6	R7
28	6	R8
28	8	R9
8	6	R10
6	7	R11
7	5	R12
9	6	R13
6	10	R14
11	9	R15
9	10	R16
10	17	R17
20	10	R18
19	20	R19
18	19	R20
15	18	R21
12	15	R22
12	14	R23
13	12	R24
4	12	R25
12	16	R26
17	16	R27
15	23	R28
23	24	R29
24	26	R30

24	22	R31
22	21	R32
22	10	R33
10	21	R34
27	30	R35
30	29	R36
29	27	R37
26	27	R38
25	26	R39
27	28	R40
14	15	R41

Fonte: Autoria própria.

a) Análise de Conectividade

Após a montagem manual da matriz incidência barra-ramo H, utilizado o mesmo critério de formação dos exemplos anteriores e sua posterior fatoração no algoritmo desenvolvido, conclui-se que **o sistema é conexo**.

b) Análise de Ramos Críticos

Por inspeção na matriz incidência barra-ramo fatorada dada pelo algoritmo obtém os seguintes **ramos críticos: R_{15} , R_{24} e R_{39}** e **os demais são ramos redundantes**.

c) Análise de Ilhas Elétricas

Como estamos tratando de um sistema conexo e não realizamos nenhuma modificação neste sistema **não há formação ilhamento elétrico** para esta configuração de sistema.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade deste trabalho foi o desenvolvimento de um algoritmo para a análise de sistemas de potência na transmissão de energia, buscando a facilitação na localização de possíveis ramos críticos e ilhas elétricas de maneira eficiente em tempo real.

Inicialmente foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre o tema de detecção de ilhamento elétrico na área de subtransmissão e transmissão, sendo o foco a área de transmissão do sistema de potência. Dentre as metodologias existentes, enfatizou-se a metodologia elaborada por Theodoro *et al.* (2012) para detecção de ilhamento que demonstrou ser eficiente para o estudo de análise de conectividade, ramos críticos e possíveis ilhamentos elétricos no sistema.

Em um segundo momento, foi abordada o estudo de Theodoro *et al.* (2012) e a metodologia de Tinney *et al.* (1985), sobre caminhos de fatoração e ilhas elétricas, e conclui-se que se existe um único caminho de fatoração o sistema é conexo, caso contrário é definido como um sistema não conexo com o número de pivôs-nulos indicando a quantidade de ilhas elétricas presentes no sistema.

Assim, foi realizado o desenvolvimento de um algoritmo que é capaz de identificar conectividade, ramos redundantes, ramos críticos e ilhas elétricas de sistemas de potência na transmissão de energia para casos mais simples e até sistemas com maior complexidade. Diferentemente de outras metodologias esta desenvolvida neste trabalho permite o estudo de casos de sistemas não conexos, já que apresenta a novidade da inserção de pseudo-informações.

Na implementação do algoritmo foi encontrado dificuldade para realizar as permutações manualmente, pois a cada modificação no sistema de potência acarretava em uma modificação na matriz incidência barra-ramo, além de que à medida que foi analisado casos com maior número de barras a formação da matriz incidência barra-ramo tornou-se uma matriz de grande dimensão. Conclui-se que, a identificação de ilhas elétricas de forma manual torna-se inviável necessitando de ferramentas matemáticas para tal estudo.

Na análise da implementação do algoritmo foi verificado que cada caso precisa ser analisado individualmente, e dessa forma foi preciso realizar adequações ao algoritmo para determinadas situações estudadas.

Portanto, o algoritmo desenvolvido é uma ferramenta útil para detectar ilhas elétricas e ramos críticos em tempo real, onde se pode verificar a confiabilidade do sistema tratado.

Para trabalhos futuros, sugere-se a realização de estudos sobre a análise de contingência de linhas de transmissão pelo critério N-2, em que os sistemas suportam contingências duplas sem corte de carga.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Paulo C.. **Esquemas de Proteção de Sistemas de Energia Elétrica**. 2002. 212 f. Dissertação (Mestrado em Sistemas de Energia) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

ANEEL.**Revista Pesquisa e Desenvolvimento da ANEEL**. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/arquivos/pdf/revistap&d3.pdf>>. Acesso em: 03 dez. 2013.

BENEDITO, Raphael A. de S. **Avaliação da Qualidade e Redundância das Medidas para Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência**. 2007. 208f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

_____. **Notas de aula da disciplina: Planejamento de Sistemas Energéticos**. Disponível em: <<http://paginapessoal.utfpr.edu.br/raphaelbenedito>>. Acesso em: 02 mai. 2014.

COELHO, F. U.; LOURENÇO, M. L. **Um Curso de Álgebra Linear**. 2. Ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.

COURY, D. V. **Apostila: Introdução aos Sistemas Elétricos de Potência**. São Carlos – SP: EESC/USP, 1997.

ELETRÓBRÁS. **Como a energia elétrica é transmitida no Brasil**. Disponível em: <<http://www.eletrabras.com/elb/data/Pages/LUMIS293E16C4PTBRIE.htm>>. Acesso em: 28 mar. 2014.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Balanco Energético Nacional 2014: Ano base 2013**. 288 f. Rio de Janeiro, RJ, 2014.

GODERYA, F.; METWALLY, A. A.; MANSOUR, O. **Fast detection and identification of islands in power networks**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1980.

GULER, T.; GROSS, G. **Detection of Island formation and identification of causal factors under multiple line outages**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 2007.

LEÃO, Ruth. **Notas de aula da disciplina: geração, transmissão, distribuição e energia elétrica**. Curso promovido pela Universidade Federal do Ceará. Ceará, 2009.

MAHARANA, M. K.; SWARUP, K. S. **Graph theoretic approach for preventive control of power systems**. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, v. 32, p. 254-261, 2010.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. **Desligamento foi causado por queimadas, confirma laudo técnico da Aneel**. Disponível em: <http://www.mme.gov.br/system/modules/br.com.mme/elements/pdf/pdf-noticia.pdf?urlPdf=%7Cmme%7Cnoticias%7Clista_destaque%7Cdestaque_999005!html>. Acesso em: 28 mar. 2014.

_____. **Matriz Energética Nacional 2030: Novembro de 2007**. 253 f. Rio de Janeiro, RJ, 2007.

MONTAGNA, M.; GRANELLI, G. P. **Detection of jacobian singularity and network Islanding in Power flow computations**. Generation, Transmission and Distribution IEEE Proceedings, 1995.

NAJAFI, S. **Evaluation of Interconnected Power Systems Controlled Islanding**. IEEE Bucharest Power Tech Conference, p. 1-8, jun./jul. 2009.

NETO, Aimé F. de C. P. **Qualificação e Etiquetagem de Inversores para Sistemas Fotovoltaicos Conectados à Rede**. 2012. 141f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Energia, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2012.

O PORTAL SETOR ELÉTRICO. Disponível em: <<http://www.osetoelettrico.com.br/web/component/content/article/175-painel-de-mercado-apagao.html>>. Acesso em: 03 dez. 2013.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. **O que é o SIN – Sistema Interligado Nacional**. Disponível em: <<http://www.ons.org.br>>. Acesso em: 28 mar. 2014.

_____. **Mapas do SIN**. Disponível em: <http://www.ons.org.br/conheca_sistema/mapas_sin.aspx>. Acesso em: 22 fev. 2015.

PIERETI, SAULO A. R. **Configurador de Redes Baseado na Representação Não-Profundidade Para Efeito de Estimação de Estado**. 2007. 140f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

RODRÍGUEZ, Y. M.; SAAVEDRA, O. R.; PRADA, R. B. Minimização do custo do serviço de potência reativa fornecida pelos geradores levando em conta a reserva de potência: uma abordagem evolutiva. **SBA: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática**, v. 18, n. 2, abr./jun. 2007.

SASSON, A. M.; EHRMANN, S. T.; LYNCH, P.; SLYCH, L. S. V. **Automatic power system network topology determination**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1973.

SIQUEIRA Jr., C. F. **Um Modelo de Interação Gráfica para Suporte ao Préd despacho de Sistemas de Energia Elétrica**. 2005. 110f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

SAVULESCU, S. C. **Grafos, dígrafos e redes elétricas: aplicações na pesquisa operacional**. São Paulo: IBEC, 1980.

SOUZA, Paulo V. L. de; THEODORO, Edson A. R.; ALBERTO, Luís F. C. **Um método grafo-algébrico para ilhamento intencional**. XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012.

TINNEY, W. F.; BRANDWAJN, V.; CHAN, S. M. **Sparse vector methods**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 104, n. 2, feb. 1985.

THEODORO, Edson A. R.; BENEDITO, Raphael A. de S.; ALBERTO, Luís F. C. **Método rápido para identificação de ilhamento em sistemas elétricos de potência**. XVIII Congresso Brasileiro de Automática, 2010.

THEODORO, Edson A. R.; BENEDITO, Raphael A. de S.; LONDON JÚNIOR, J. B. A.; ALBERTO, Luís F. C. **Algebraic-graph method for identification of islanding in Power system grids**. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Oxford, v. 35, n. 1, p. 171-179, fev. 2012.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. **Normas para elaboração de trabalhos acadêmicos**. Curitiba: UTFPR, 2008.

VIDE, P. S. C.; BARBOSA, F. P. M.; FERREIRA, I. M.; CARVALHO, J. B. **Effect on Convergence Patterns by the Use of Line Current Measurements on Power System State Estimation**. IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, p. 960-963, mai. 2006.

VIEIRA JÚNIOR, J. C. de M. **Metodologias para Ajuste e Avaliação do Desempenho de Relés de Proteção Anti-Ilhamento de Geradores Síncronos Distribuídos**. 2006. 207 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

ZHANG, Y.; TINNEY, W. F. **Partial refactorization with unrestricted topology changes**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 10, p. 1361-1368, aug. 1995.

ANEXOS

Anexo A - Notas sobre a álgebra Módulo-2

Segundo Coelho *et al.* (2005) o corpo módulo-2, \mathbf{Z}_2 é uma estrutura algébrica que comporta apenas dois elementos: 0 e 1, ou seja, $k = \{0,1\}$, sendo as operações de + (adição) e . (multiplicação) definidas como:

- $a+b = d$, onde d é o resto da divisão usual (sobre o corpo \mathbf{R}) de $a + b$ por 2, ou seja, $a+b = c \cdot 2 + d$, sendo $a, b, c, d \in \mathbf{Z}_2$.
- $a \cdot b = d$ onde d é o resto da divisão usual (sobre o corpo \mathbf{R}) de $a \cdot b$ por 2, ou seja, $a \cdot b = c \cdot 2 + d$ sendo $a, b, c, d \in \mathbf{Z}_2$.

Desta maneira, pode-se mostrar que o conjunto $k = \{0,1\}$, munido das operações de adição e multiplicação definidas anteriormente é um corpo, e será portanto chamado de corpo módulo -2 (\mathbf{Z}_2).

Para efeitos práticos podem-se resumir as operações de adição (+) e multiplicação (.) no corpo módulo -2 nas seguintes possibilidades:

$$0 + 0 = 0; 0 + 1 = 1 + 0 = 1; 1 + 1 = 0$$

$$0 \cdot 0 = 0; 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0; 1 \cdot 1 = 1$$

Por fim, é importante observar que os conceitos algébricos de independência linear, posto inversão de uma matriz, etc., são válidos em qualquer corpo e portanto aplicáveis também ao corpo módulo-2.

Anexo B – Construção dos Caminhos de Fatoração

Para encontrar os caminhos de fatoração utilizamos as seguintes etapas:

- Percorrer a matriz de fatores começando do elemento (1,1) da diagonal principal, e encontrar o primeiro elemento não-nulo na respectiva coluna;
- Seguir até a diagonal desse elemento não-nulo, e encontrar o primeiro elemento não-nulo referente a coluna dessa outra diagonal; e ir repetindo o procedimento até chegar ao último elemento da diagonal principal;
- Após a primeira “varredura” dos elementos não-nulos para compor o caminho de fatoração, deve-se fazer uma nova “varredura” da matriz a partir do primeiro elemento da diagonal principal que não foi analisado até o momento, e refazer o processo mencionado nos passos anteriores até que todos os elementos da diagonal principal sejam percorridos.