

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NEUMAR REGIANE MACHADO ALBERTONI

**REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS TRABALHOS APRESENTADOS NO ENEM  
NO PERÍODO DE 1987 - 2016: ENSINO DE TRIGONOMETRIA**

PROJETO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA  
2018

NEUMAR REGIANE MACHADO ALBERTONI

**REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS TRABALHOS APRESENTADOS NO ENEM  
NO PERÍODO DE 1987 - 2016: ENSINO DE TRIGONOMETRIA**

Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso, do curso de Licenciatura em Matemática do Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Curitiba.

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Luciana Schreiner de Oliveira

CURITIBA  
2018



Ministério da Educação  
**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
Câmpus Curitiba  
Diretoria de Graduação e Educação Profissional  
*Departamento Acadêmico de Matemática*  
*Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática*



## TERMO DE APROVAÇÃO

### “REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS TRABALHOS APRESENTADOS NO ENEM NO PERÍODO DE 1987-2016: ENSINO DE TRIGONOMETRIA”

por

“**NEUMAR REGIANE MACHADO ALBERTONI**”

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 9 horas do dia 25 de junho de 2018 na sala E102 como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Curitiba. A aluna foi arguida pela Banca de Avaliação de Defesa abaixo assinados. Após deliberação, de acordo com o parágrafo 1º do art. 21 do Regulamento Específico do Trabalho de Conclusão de Curso para o Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR do Câmpus Curitiba, a Banca de Avaliação considerou o trabalho APROVADO.

_____ Profa. Dra. Luciana Schreiner de Oliveira (Presidente - UTFPR/Curitiba)	_____ Profa. Ms. Violeta Maria Estephan (Avaliadora 1 – UTFPR/Curitiba)
_____ Profa. Dra. Edna Sakon Banin (Avaliadora 2 – UTFPR/Curitiba)	_____ Profa. Ms. Violeta Maria Estephan (Professora Responsável pelo TCC – UTFPR/Curitiba)
_____ Profa. Dra. Neusa Nogas Tocha (Coordenadora do Curso de Licenciatura em Matemática – UTFPR/Curitiba)	

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.”

## AGRADECIMENTOS

Certamente, estes agradecimentos não contemplam a todos que de alguma forma estiveram presente nesta fase da minha vida, apoiando e contribuindo de alguma forma para realização deste trabalho.

Quero agradecer imensamente a professora Luciana, que desde o início do curso na disciplina de Geometria I sempre apoiou e disponibilizou todas as ferramentas, na construção desta trajetória.

A minha família, em especial os meus filhos que apesar de tão novos, compreenderem minha ausência em determinados momentos nesse processo de construção.

A minha mãe que sempre me apoiou e me incentivou a continuar nessa caminhada.

Aos meus amigos que conheci nesta Universidade, os quais foram fundamentais para essa caminhada de mais de quatro anos.

Aos meus amigos do coração Ana e Gustavo, amigos que sempre estiveram presentes em vários momentos, com palavras sinceras me incentivando a continuar.

A minha amiga e companheira Bruna Feroldi de muitos momentos difíceis e também felizes.

A banca, professoras Edna e Violeta, por aceitarem esse convite de compor a banca de defesa deste trabalho e participarem desse momento único e tão importante no caminho de um formando.

A professora, Maria Lúcia suplente da banca, que com toda sua dedicação e experiência realizou considerações relevantes no pré-projeto de pesquisa.

A UTFPR, por disponibilizar os materiais de pesquisa, o espaço, também por promover a pesquisa na graduação. Em especial, ao corpo docente do Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT) que me incentivou e colaborou com a minha pesquisa.

E por fim, a Deus, pela vida e por estar presente comigo em todos os momentos.

## **RESUMO**

O objetivo deste trabalho é contribuir no âmbito acadêmico com o tema, para tanto, o trabalho de natureza qualitativa, fundamentado em uma pesquisa bibliográfica, apresenta como questão norteadora: Como o Ensino de Trigonometria vem sendo abordado em sala de aula? Com o objetivo de perceber como a Trigonometria vem sendo abordada em sala de aula, para responder tal questionamento, buscou-se realizar uma análise ao principal evento nacional da Educação Matemática, o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

**Palavras-chave:** Trigonometria. Práticas na sala de aula. Metodologias de Ensino.

## **ABSTRACT**

The present work of a qualitative nature, based on the bibliographical research, presents as a guiding question: How is Trigonometry Teaching being approached in the classroom? With the objective of understanding how Trigonometry has been approached in the classroom, to answer such questioning, an attempt was made to analyze the main national event of Mathematics Education, the National Meeting of Mathematics Education (ENEM).

**Keywords:** Trigonometry. Practices in the classroom. Teaching Methodologies.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - MAPA CONCEITUAL DE TRIGONOMETRIA .....	13
Figura 2 - TRABALHOS DE TRIGONOMETRIA NAS 12 EDIÇÕES DO ENEM.....	16
Figura 3 - RELATOS E COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS SOBRE TRIGONOMETRIA NAS 12 EDIÇÕES DO ENEM.....	17
Figura 4 - COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ENCONTRADAS .....	23
Figura 5 - QUADRO APRESENTADO NO ARTIGO .....	35
Figura 6 - HEXÁGONO APRESENTADO NO ARTIGO.....	38
Figura 7 - CONSTRUÇÃO DO MATERIAL.....	41
Figura 8 - QUADRO APRESENTADO NO ARTIGO.....	42
Figura 9 - OBSERVE OS TRIÂNGULOS ABAIXO E INDIQUE OS QUE FOREM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS. JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.....	44
Figura 10 - PODEMOS AFIRMAR QUE TRÊS DESTES TRIÂNGULOS SÃO SEMELHANTES ENTRE SI. QUAIS SÃO ESSES TRIÂNGULOS?.....	45
Figura 11 - ATIVIDADE 3: COM BASE NAS FIGURAS ABAIXO DETERMINE, $\text{sen } \alpha$ , $\text{cos } \alpha$ e $\text{tan } \alpha$ : .....	45

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - TRABALHOS ENCONTRADOS NOS ENEM's.....	15
Quadro 2 - COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ENCONTRADAS NOS ENEM's (PALAVRA CHAVE "TRIGONOMETRIA").....	21
Quadro 3 - TRABALHOS SELECIONADOS .....	24
Quadro 4 - METODOLOGIAS.....	49

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	9
CAPÍTULO 1 - CAMINHOS DO PROJETO.....	13
CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA E TRABALHOS ENCONTRADOS.....	18
2.1 PERCURSOS METODOLÓGICOS .....	18
2.1 ESCOLHA DOS ARTIGOS.....	18
CAPÍTULO 3 - SÍNTESE COMPREENSIVA DOS TRABALHOS ESTUDADOS ...	26
3.1 ARTIGO 1 – O ENSINO DA TRIGONOMETRIA SUBSIDIADO PELA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E PELA TEORIA DOS CAMPOS .....	26
3.2 ARTIGO 2 – TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO. ....	28
3.3 ARTIGO 3 – COORDENADAS POLARES NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS.....	31
3.4 ARTIGO 4 – TRIGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA .....	34
3.5 ARTIGO 5 – FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA .....	36
3.6 ARTIGO 6 – OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ARCO SENOS E ARCO COSSENOS.....	39
3.7 ARTIGO 7 – RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO-RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENOS, COSSENOS E TANGENTE COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO. ....	40
3.8 ARTIGO 8 – UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS .....	43
CAPÍTULO 4 – SÍNTESE REFLEXIVA DOS ARTIGOS.....	47
CONCLUSÕES FINAIS .....	53

## INTRODUÇÃO

Há doze anos, quando estava no Ensino Médio, minha disciplina preferida sempre foi a Matemática e me lembro como eu gostava de estudá-la, devido a influência de professores, porém quando terminei o 3º ano do Ensino Médio e fiz vestibular, eu tentei o curso de Administração e não passei. Depois de alguns anos, me mudei para Passo Fundo – RS, onde concluí o curso de Bacharelado em Administração na Universidade de Passo Fundo. Como não estava contente com minha formação por não me identificar com a área, tomei a decisão de cursar Licenciatura em Matemática na UTFPR, em Curitiba. Confesso que no começo eu tinha muito medo de não conseguir acompanhar a turma, afinal já fazia exatamente 10 anos que tinha terminado o Ensino Médio.

No primeiro semestre eu tinha muita dificuldade em Fundamentos da Matemática I, mas foi no segundo semestre, na disciplina de Fundamentos da Matemática 2, que encontrei um desafio e justamente nessa disciplina que conquistei a minha primeira reprovação. A ementa contemplava o conteúdo de Trigonometria, no qual eu tinha muitas dificuldades, por desconhecer o assunto, que não foi apresentado em sala de aula durante o Ensino Médio, porém foi nesse momento que eu comecei a pesquisar sobre o tema e encontrei muitos materiais que me ajudaram. Um deles foi o aplicativo para o celular chamado ciclo trigonométrico (apresenta como funcionam as projeções dos arcos do seno, cosseno e tangente; porque os valores de seno e cosseno são limitados a  $-1$  e  $+1$ ; porque as tangentes de  $90^\circ$  e  $270^\circ$  não são definidas; quando e onde os valores das razões trigonométricas (seno, cosseno, tangente) são positivas, negativas, zero ou nulas). Esse aplicativo me ajudou muito a entender sobre o assunto, e também notei através do relato de outros colegas que os mesmos tiveram igual percepção já que muitos nunca tinham estudado Trigonometria na escola. Então, por conta desta experiência, descobri que os conteúdos matemáticos se tornam mais fáceis e interessantes quando ensinados através de metodologias diferenciadas.

A escolha da Trigonometria se deu por ser este um conteúdo do Ensino Médio, com grande aplicabilidade na Matemática e no cotidiano. Ao estudar esse tema, entendemos que os estudantes devam desenvolver a habilidade de explorar o ciclo trigonométrico, reconhecer fenômenos que se repetem em funções trigonométricas e resolver problemas, porém notamos que ele é pouco ou nada explorado durante o Ensino Médio.

A Trigonometria é um assunto de grande importância no currículo do Ensino Médio, pois será por meio deste conteúdo que o estudante irá compreender conceitos e modelos de fenômenos da natureza em que se utilizam funções periódicas para representá-los.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam o estudo da trigonometria,

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p. 44).

Esse assunto está presente nos currículos escolares como um conteúdo que deve ser abordado nos três anos do Ensino Médio, especialmente no 1º e 2º ano. Alguns conceitos estudados nesses anos sobre a Trigonometria são: definição de seno, cosseno e tangente, razões trigonométricas no triângulo retângulo, razões trigonométricas em um triângulo qualquer, ciclo trigonométrico, correspondência entre graus e radianos, redução de arcos ao primeiro quadrante e funções trigonométricas.

A construção da história da Trigonometria ocorreu ao longo de milhares de anos com a participação de grandes civilizações que buscavam fundamentá-la com elementos da Geometria e da Álgebra. Acredita-se que a sua formação inicial se desenvolveu no mundo antigo a partir de necessidades práticas, principalmente ligadas a Astronomia, Agrimensura e Navegação. No Egito a Trigonometria era aplicada nas construções de pirâmides, na qual era essencial manter uma inclinação constante das faces e também com a ideia de associar a sombra projetada por uma vara vertical a sequências numéricas relacionando seus comprimentos com horas do dia.

Nos últimos anos o ensino da Matemática tem sido muito discutido principalmente na forma de interiorização dos conteúdos pelos estudantes. Esse projeto propõe uma revisão bibliográfica dos trabalhos de Trigonometria apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) bem como realizar uma análise de quais as tendências metodológicas encontradas, considerando como essencial para auxiliar o professor no desenvolvimento do conteúdo, tornando a aula mais atraente e agradável e fazendo com que o aprendizado se torne mais significativo.

O ensino da Matemática precisa estar vinculado com as demais áreas do conhecimento e com situações práticas do cotidiano, de forma contextualizada de modo a contribuir para a formação integral do estudante. O professor deve proporcionar um

ambiente motivador de tal modo que todos os estudantes se sintam seguros e capazes de solucionar os desafios propostos, com o ensino da Matemática sendo trabalhado de forma lúdica, dinâmica, sistêmica e produtiva, de modo que o mesmo se torne prazeroso. Nessa perspectiva, tem-se constatado algumas considerações a respeito de diversas possibilidades metodológicas, cabendo ao professor empregar aquela que julgar mais conveniente em sua aula.

Segundo Perez, “Nossa trajetória profissional nos tem mostrado que a maioria dos estudantes encontra dificuldades para aprender os conceitos matemáticos e poucos conseguem perceber a utilidade e aplicação do que aprenderam”. (PEREZ, G, In: BICUDO, 2004, p. 251). Para Baldino, “O ensino da matemática é uma atividade humana assombrada pelo fracasso”. (BALDINO, R. R, In: BICUDO, 1999, p.221)

Muito desse desempenho insatisfatório do estudante na educação básica tem uma relação com a visão de ensino, de aprendizagem e da Matemática, pois o que se percebe nas escolas é a concepção tradicional de ensino:

Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. (D’AMBRÓSIO, B., 1989, p.15)

D’Ambrósio nos apresenta uma concepção de ensino de Matemática diferente da tradicional,

Optamos pelas propostas que colocam o aluno como o centro do processo educacional, enfatizando o aluno como um ser ativo no processo de construção de seu conhecimento. Propostas essas onde o professor passa a ter um papel de orientador e monitor das atividades propostas aos alunos e por eles realizadas. Estas propostas partem do princípio de que o aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências e essas interpretações ocorrem inclusive quando se trata de um fenômeno matemático. São as interpretações dos alunos que constituem o se saber matemática “de fato”. (ibidem, p.16)

Vários são os caminhos apontados na forma de tendências metodológicas para tornar a aula de Matemática mais interessante e criativa na tentativa de atrair o interesse dos estudantes.

Assim, neste estudo, pretendemos fazer uma revisão bibliográfica dos trabalhos de trigonometria apresentados no ENEM, no período de 1987 a 2016 para tentarmos

perceber quais as tendências metodológicas em Educação Matemática estão sendo adotadas pelos professores, bem como qual o modo com que o professor de matemática tem desenvolvido este conteúdo em sala de aula. Portanto a questão norteadora desse estudo é: “Como o ensino de Trigonometria vem sendo abordado em sala de aula?”.

Ressalta-se que, no meu terceiro ano na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), no ano de 2016 participei do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) com mais duas estudantes e duas orientadoras, tal que apresentamos um trabalho no grupo de comunicações científicas.

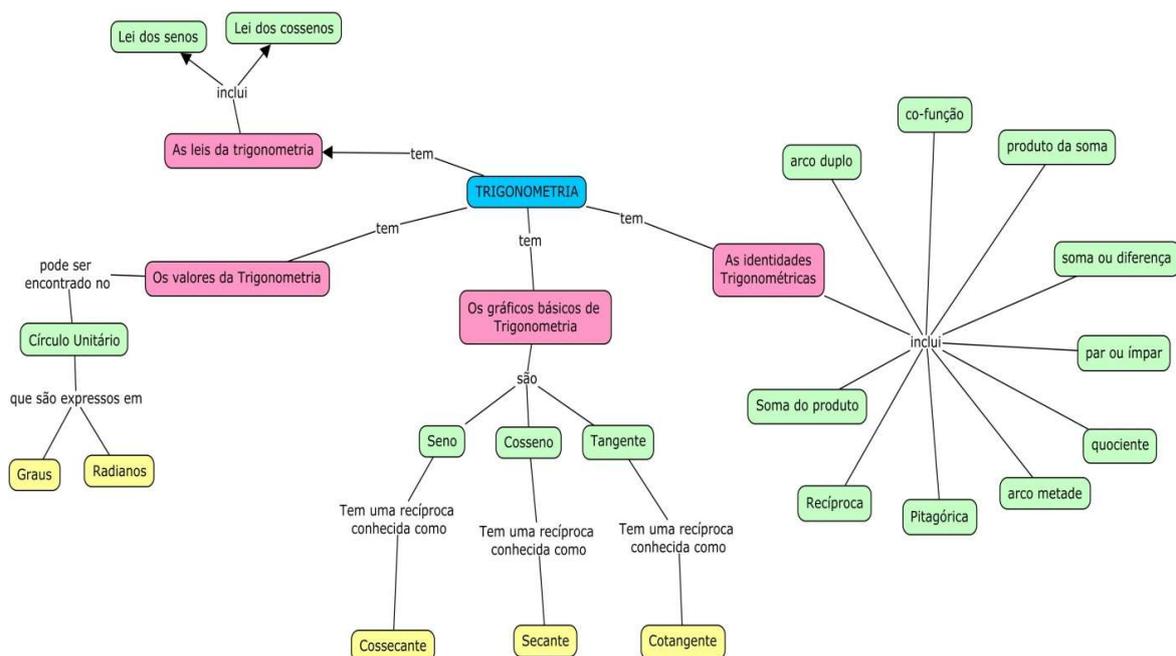
Diante disso, foi possível ter a experiência de conhecer um evento de tal importância a nível nacional e presenciar relatos de atividades desenvolvidas em sala de aulas por professores e pesquisadores da área.

## CAPÍTULO 1 - CAMINHOS DO PROJETO

A problemática desta pesquisa foi elaborada, tendo como questão norteadora: “Como o ensino de Trigonometria vem sendo abordado em sala de aula?”.

Feijó (2018 apud CHICONGA,2016, p.174) apresenta um mapa conceitual (FIGURA Q) expondo à amplitude de conteúdos que estão diretamente ligados a trigonometria.

Figura 1 - MAPA CONCEITUAL DE TRIGONOMETRIA



Fonte: FEIJÓ (2018)

Diante desse mapa, destacamos a importância de apresentar ao aluno a estrutura do tema, no sentido de se localizar perante os assuntos abordados objetivando que faça sentido para o estudante.

Feijó (2018, apud Tall & Vinner ,1981, citado por Tall 1991, p.7) apresenta a descrição do mapa conceitual (figura 1) como,

[...] a completa estrutura cognitiva que é associada com o conceito, que inclui todas as imagens mentais e propriedades e processos associados. Ela é construída ao longo dos anos, por meio de experiências de todos os tipos, mudando à medida que o indivíduo encontra novos estímulos e maturidade (FEIJÓ, 2018 apud TALL & VINNER, 1981, p.7 tradução de FEIJÓ).

Por outro lado, no sentido de dificuldade dos professores, as autoras Brito e Morey (2004), apresentam que:

Analisando as dificuldades encontradas pelos professores podemos afirmar que tais dificuldades estão intimamente relacionadas à formação escolar das décadas de 70 e 80 caracterizadas, entre outros aspectos, pelo descaso para com

a geometria e a trigonometria, pela formalização precoce de conceitos geométricos e trigonométricos – quando esses eram estudados - e pela memorização de procedimentos sem a compreensão deles (BRITO; MOREY, 2004, p.31).

Fernandes (2010, p.23) também relata que, “(...) as dificuldades que os estudantes têm em assimilar com clareza os conceitos de Trigonometria, especificamente o significado do seno e cosseno no Ensino Médio” lhe despertou interesse de pesquisar sobre a construção desse conhecimento de maneira significativa.

Com isso, pretende-se com a realização desse estudo, averiguar como o Ensino de Trigonometria vem sendo abordado em sala de aula, através da análise das pesquisas apresentadas durante os quase 30 anos do ENEM<sup>1</sup>. Essa escolha em pesquisar os trabalhos apresentados no presente evento, em específico se deu devido a sua importância na área de Ensino de Matemática em aspecto nacional na atualidade.

O ENEM é o maior evento organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), tendo como foco o professor que ensina Matemática, e representa um importante fator no crescimento da SBEM e na organização da comunidade de Educação Matemática. Constitui-se em um espaço privilegiado para o intercâmbio entre professores e pesquisadores, de modo que os avanços no campo científico se disseminem nas salas de aula, bem como as experiências dos professores são compartilhadas pela comunidade científica escolar (APRESENTAÇÃO X ENEM, 2010)<sup>2</sup>.

Desde 1980 alguns grupos constituídos por professores, pesquisadores e estudantes da área no país, alavancaram debates e discussões pertinentes a preocupações sobre a Educação Matemática. Devido a essas inquietações, ocorreu a realização do I Encontro Nacional de Educação Matemática, na PUC/SP em 1987. No ano seguinte, realizou-se o II ENEM, na cidade de Maringá/PR, no qual ocorreu a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). A partir de então a SBEM realizou os ENEM seguintes, bianualmente até 1995, e após essa data, passou a ser trianual.

---

<sup>1</sup> As informações expostas aqui foram encontradas na página da SBEM (<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>) que remete para os dados das diversas edições do ENEM, incluindo informações sobre cada um dos eventos, edição, público alvo e trabalhos apresentados e publicados.

<sup>2</sup> Disponível em <[http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/?info\\_type=apresenta&lang\\_user=](http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/?info_type=apresenta&lang_user=)> Acesso em: 29 abr. 2018.

O evento citado constitui-se num momento privilegiado de exposição e de produção de conhecimentos, sendo realizado atualmente de três em três anos. Caracteriza-se por programações de cunho científico e pedagógico em que são apresentadas produções do conhecimento na área, debatem-se grandes temas e são expostos problemas de pesquisa. É um evento de comunicação das pesquisas, de trocas de experiências e estudos relacionados à Educação Matemática.

Como o ENEM é o maior encontro nacional de Educação Matemática, estudar suas publicações permite aproximar-se da ideia de pesquisa do uso das diferentes tendências metodológicas na Educação Matemática, adotadas no Brasil. Para tal fim, pretende-se analisar os anais de todas as edições do ENEM, ocorridos desde o seu início, 1987 até o último, em 2016, que se encontram disponíveis no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM.

Dessa forma, uma análise dos artigos publicados nos Anais do ENEM nos ajudará a perceber quais aspectos metodológicos têm sido priorizados no ensino da Trigonometria pelos autores que discutiram tal temática e de que forma ele tem sido trabalhado em sala de aula.

Nas primeiras edições do ENEM, mais precisamente da primeira edição até a sexta, os arquivos estão digitalizados com pouca qualidade ou os arquivos trazem apenas resumos em arquivos em PDF, o que o torna inviável para análise pretendida. O quadro a seguir, resume o encontrado no movimento de pesquisa.

Quadro 1 - TRABALHOS ENCONTRADOS NOS ENEM's

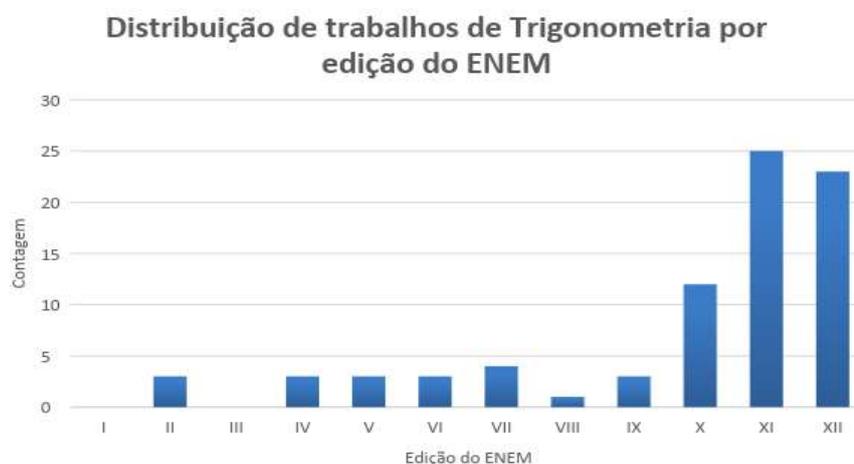
<b>Evento</b>	<b>Total de textos verificados</b>	<b>Palavra chave “Trigonometria”</b>	<b>Palavra chave “Trigonometria” Comunicações e Relatos</b>	<b>Textos de interesse</b>
ENEM I ao VI	-	12	4	Verificação inviável
ENEM VII	-	4	4	Verificação inviável
ENEM VIII	230	1	1	0
ENEM IX	399	3	1	0
ENEM X	235	12	9	1
ENEM XI	1412	25	18	3
ENEM XII	1898	23	20	4
<b>TOTAL</b>	<b>4174</b>	<b>80</b>	<b>57</b>	<b>8</b>

Fonte: AUTORA (2017).

Analisando os anais das doze edições do ENEM, foram encontrados 80 trabalhos que tinham como tema “Trigonometria”, os trabalhos se dividem entre as modalidades de apresentação: Comunicação Científica, Pôster, Minicurso e Relato de Experiências. Direcionando a pesquisa para os relatos de experiência e comunicações científicas, chegamos a um número de 26 artigos são Comunicação Científica e mais 31 Relatos de Experiência.

Há uma grande disparidade entre o número de publicações e a edição do evento percebe-se que até o nono encontro o número de trabalhos produzidos eram mínimos, como se pode observar no gráfico (Figura 2).

Figura 2 - TRABALHOS DE TRIGONOMETRIA NAS 12 EDIÇÕES DO ENEM.

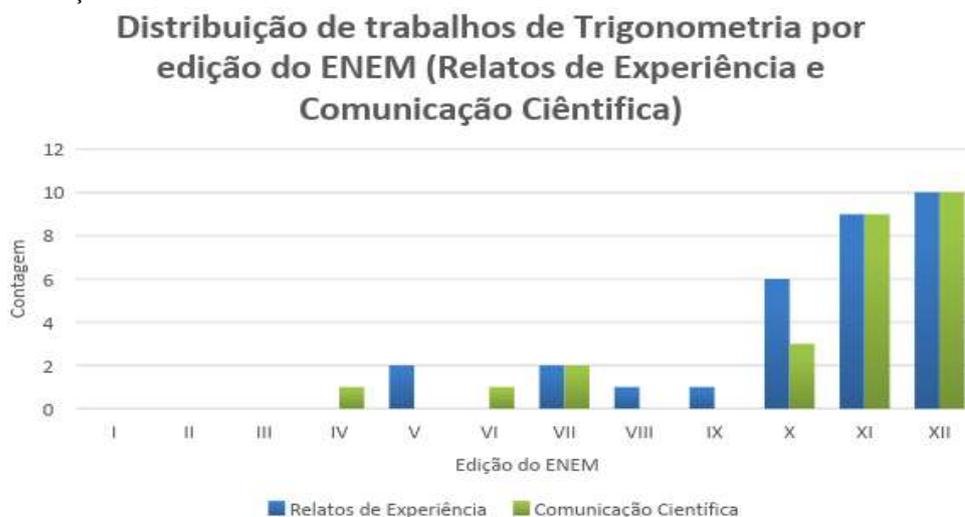


**Fonte:** AUTORA (2017).

Na pesquisa realizada foi possível perceber um salto quantitativo nas edições XI e XII. Neste gráfico (Figura 2) percebemos ainda que as pesquisas de trabalhos de Trigonometria no ENEM eram mínimas e nas edições I, II e III não houve publicações sobre o tema no evento.

Inicialmente, pretendia-se analisar os relatos de experiência e comunicações científicas, pois continham o maior número de informações sobre o assunto escolhido. No gráfico (Figura 3), podemos perceber que o número de publicações nos dois eixos é igual nas edições VII, XI e XII, já na X edição o número de relatos é maior e em alguns eventos não obtiveram comunicações, somente relatos. Quando iniciou-se as leituras, identificamos que muitos relatos não continham exatamente o que procurava-se, para responder a questão norteadora desta pesquisa, sendo assim partimos para a leitura das comunicações científicas.

Figura 3 - RELATOS E COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS SOBRE TRIGONOMETRIA NAS 12 EDIÇÕES DO ENEM



**Fonte:** AUTORA (2017).

Ao realizar análise dos 80 artigos publicados nos doze eventos, observou-se que muitos trabalhos falam sobre a formação do professor, que é um assunto de extrema importância, mas não é o foco desta pesquisa. Em busca de textos que apontassem perspectivas de como vem sendo abordado o ensino de Trigonometria na sala de aula, foram averiguados 4174 trabalhos disponíveis nos grupos de relatos de experiência, comunicação científica, pôsteres, minicursos e mesas redondas utilizando como pesquisa a palavra “Trigonometria”, o número de publicações em todas as modalidades de apresentação reduziu-se para 80, refinando a pesquisa delimitamos a busca entre comunicações e relatos, passando para 57 trabalhos. Dentre estes trabalhos, conforme relacionado no Quadro 1, alguns não possuem informações suficientes para devidas conclusões, outros não possuem o enfoque no ensino na sala de aula e também encontramos trabalhos que sugerem a atividade, mas sem aplicação.

Ressalta-se que o estudo foi direcionado para as comunicações científicas que trazem como tema principal a prática no ensino de Trigonometria na sala de aula. Nesse contexto apenas oito trabalhos se revelaram pertinentes aos objetivos desta pesquisa, que foram lidos, sintetizados e analisados. Tal estudo encontra-se no capítulo 3.

## **CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA E TRABALHOS ENCONTRADOS**

### **2.1 PERCURSOS METODOLÓGICOS**

O intuito desse trabalho foi realizar um estudo bibliográfico dos trabalhos de Trigonometria apresentados no ENEM, encontramos características na pesquisa qualitativa que nos evidenciaram ser a abordagem mais adequada. Sobre este aspecto temos que:

A pesquisa qualitativa pode ser caracterizada como sendo um estudo detalhado de um determinado fato, objeto, grupo de pessoas ou ator social e fenômenos da realidade. Esse procedimento visa buscar informações fidedignas para se explicar em profundidade o significado e as características de cada contexto em que encontra o objeto de pesquisa (OLIVEIRA, 2014, p. 60).

Todavia, a ênfase dada foi nos trabalhos apresentados no modelo de comunicação científica, no qual descrevem atividades direcionadas para o Ensino de Trigonometria na sala de aula, com detalhes nas informações descritas, objetivando aprofundar o contexto dos artigos relacionados.

A fundamentação para desenvolver o trabalho de coleta de dados, ocorreu em, diretamente nos anais do ENEM, especificamente no processo de ensino na sala de aula, nos trabalhos escolhidos no grupo das comunicações científicas. Nessa perspectiva, buscou-se responder a questão norteadora dessa pesquisa.

Os próximos passos foram os estudos em busca da resposta para a questão chave desta pesquisa, averiguando nos trabalhos escolhidos os relatos das atividades aplicadas em sala de aula.

### **2.1 ESCOLHA DOS ARTIGOS**

Ao pesquisar os trabalhos disponíveis no banco de dados das doze edições do ENEM, foi possível constatar que:

Na primeira até a sétima edição, a qualidade dos trabalhos é baixa, pois são digitalizados em um único arquivo e trazem apenas o resumos, sendo alguns deles resumos ampliados e outros com informações não conclusivas para a análise proposta.

A partir da oitava edição realizamos a busca em três etapas. Primeiro identificando todos os trabalhos sobre Trigonometria, posteriormente relatos de

experiência e as comunicações e por fim utilizando como busca o Ensino e aprendizagem de trigonometria na sala de aula.

Na oitava edição os relatos de experiência e comunicações científicas foram separados em Grupos de Trabalho (GT), no total são 12 GT's:

- GT 1 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS
- GT 2 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
- GT 3 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO
- GT 4 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR
- GT 5 - HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E CULTURA
- GT 6 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: NOVAS TECNOLOGIAS E EDUCAÇÃO Á DISTÂNCIA
- GT 7 - FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA
- GT 8 - AVALIAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
- GT 9 - PROCESSOS COGNITIVOS E LINGUÍSTICOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
- GT 10 - MODELAGEM MATEMÁTICA
- GT 11 - FILOSOFIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
- GT 12 - ENSINO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA.

Os trabalhos encontrados na oitava edição está localizado no GT 5, e é um relato de experiência que não foi abordado no trabalho, devido a ênfase nas comunicações científicas, pois estas apresentam maiores detalhes nas informações descritas. Portanto nesta edição do evento, não foi localizada comunicações científicas.

Dando continuidade, no décimo encontro os arquivos foram divididos por tema, que são:

01. Avaliação e Educação Matemática
02. Educação Estatística
03. Educação Matemática nos Anos Iniciais
04. Ensino e Aprendizagem Em Álgebra
05. Filosofia da Educação Matemática
06. História da Matemática e da Educação Matemática
07. Educação à Distancia

08. Organização e Desenvolvimento Curricular
09. Educação Matemática no Ensino Superior
10. Educação Matemática e Políticas Públicas
11. Educação Matemática no Ensino Médio
12. Ensino e Aprendizagem de Geometria
13. Formação Continuada de Professores
14. Modelagem Matemática
15. Recursos e Processos Tecnológicos
16. Educação Matemática e Sociedade
17. Ensino e Aprendizagem de Aritmética
18. Formação Inicial de Professores
19. Educação Matemática e Inclusão Social
20. Processos Cognitivos e Linguísticos
21. Resolução de Problemas e Investigações Matemáticas
22. Etnomatemática.

As comunicações, relatos, pôster e minicursos não tinham separações, a busca pelos trabalhos foi realizada utilizando a palavra chave “Trigonometria”, encontrando três comunicações, cinco relatos, dois minicursos e um pôster. Duas das comunicações não apresentaram uma proposta para o ensino em aprendizagem de Trigonometria na sala de aula, um traz uma abordagem teórica sobre os livros didáticos, o outro realiza uma sequência de atividades, porém com alunos do PIBID, voltado para a formação do professor, o qual não é o foco deste trabalho. Por outro lado, identificamos uma comunicação que pode ajudar a responder o problema desta pesquisa.

Por fim nas demais edições, nona, décima primeira e décima segunda, não havia divisão dos arquivos entre grupos de trabalho ou tópicos. Sendo assim utilizamos a ferramenta de busca usando a palavra chave “Trigonometria” desta forma verificamos quais textos abordavam a Trigonometria.

Contudo, na nona edição não foram apresentadas comunicações que remetessem ao tema de “Trigonometria”, já na décima edição encontramos três comunicações, destas duas estão relacionadas com a formação de professores e uma se enquadra nos requisitos propostos para análise. Na décima primeira edição do evento, identificamos 8 comunicações, dessas 3 atendem aos objetivos da pesquisa. Já no último evento, foram apresentadas dez comunicações, porém foram escolhidas 4 que se encaixam a proposta da presente pesquisa. No quadro 2 temos a relação de todas as comunicações citadas.

Quadro 2 - COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ENCONTRADAS NOS ENEM's (PALAVRA CHAVE "TRIGONOMETRIA")

	COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA	EDIÇÃO/ANO	
1	HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA NA GRÉCIA	IV(1992)	TEÓRICO
2	A METACOGNIÇÃO REVOLUCIONANDO A TRIGONOMETRIA	V(1995)	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA/ RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.
3	UMA NOVA VISÃO NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA	V(1995)	MATERIAIS MANIPULATIVOS
4	TRIGONOMETRIA: UMA ANÁLISE DA SUA EVOLUÇÃO HISTÓRICA E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DESSE CONHECIMENTO PRESENTE NO MANUAIS DIDÁTICOS E PROPOSTAS CURRÍCULARES	VI(1998)	PESQUISA BIBLIOGRÁFICA/HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
5	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA: IMPORTANTE RECURSO NA FORMAÇÃO DE CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS	VII(2001)	INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E MATERIAL MANIPULATIVO
6	PROBLEMAS PRÁTICOS DE TRIGONOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DOS SÉCULOS XVIII, XIX E XX	X(2010)	TEÓRICO
7	POTENCIALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: UM EXEMPLO COM ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA	X(2010)	FORMAÇÃO DE PROFESSORES
8	O ENSINO DA TRIGONOMETRIA SUBSIDIADO PELA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E PELA TEORIA DOS CAMPOS	X(2010)	TEÓRICO/PRÁTICA NO ENSINO
9	ATIVIDADES PRÁTICAS INTEGRADAS AO COMPONENTE CURRICULAR: O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	XI(2013)	FORMAÇÃO DE PROFESSORES
10	FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E O USO DE JOGOS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA	XI(2013)	FORMAÇÃO DE PROFESSORES

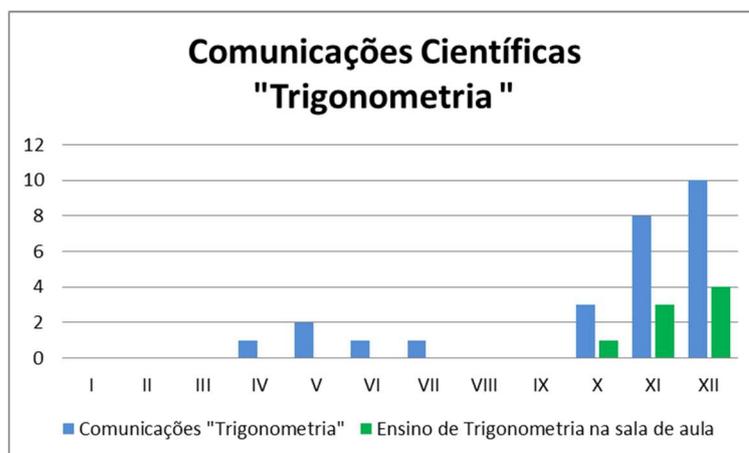
11	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS EM VIDEOAULAS: POSSÍVEL CONTRIBUIÇÃO PARA A APRENDIZAGEM	XI(2013)	FORMAÇÃO DE PROFESSORES
12	APRENDIZAGEM EM TRIGONOMETRIA – CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	XI(2013)	TEÓRICO
13	TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO	XI(2013)	TEÓRICO/ PRÁTICA NO ENSINO
14	UMA ANÁLISE DE ERROS NAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	XI(2013)	TESTE PARA ANÁLISE DE ERROS COMETIDOS
15	COORDENADAS POLARES NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS	XI(2013)	SEQUÊNCIA DIDÁTICA/ PRÁTICA NO ENSINO
16	TRIGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA	XI(2013)	TEÓRICO/PRÁTICA NO ENSINO
17	A GÊNESE INSTRUMENTAL DO MATERIAL MANIPULATIVO RÉGUA TRIGONOMÉTRICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DO OBJETO MATEMÁTICO REDUÇÃO AO 1º QUADRANTE	XII(2016)	FORMAÇÃO DE PROFESSORES
18	APRENDIZAGEM DAS NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: REFLEXÕES À LUZ DA NEUROCIÊNCIA COGNITIVA	XII(2016)	TEÓRICO
19	FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA	XII(2016)	INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA
20	O ENSINO DA TRIGONOMETRIA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	XII(2016)	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (TEÓRICO)
21	OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ARCO SENOS E ARCO COSSENOS	XII(2016)	TECNOLOGIA (PRÁTICA NO ENSINO)
22	RELAÇÕES TRIGONOMETRICAS NO TRIANGULO-RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENOS, COSSENOS E TANGENTE COMO UMA	XII(2016)	FORMAÇÃO DE PROFESSORES

	RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO.		
23	TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM E A COMPREENSÃO DAS RELAÇÕES TRIGONÔMETRICAS NO CICLO	XII(2016)	TEÓRICO
24	TRIGONOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	XII(2016)	TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, DE GÉRARD VERGNAUD (PRÁTICA NO ENSINO)
25	UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	XII(2016)	DIDÁTICA FRANCESA (PRÁTICA NO ENSINO)
26	UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE AS PRESCRIÇÕES E OS USOS QUE OS AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO FAZEM SOBRE O CONTEÚDO TRIGONOMETRIA	XII(2016)	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA (TEÓRICO)

FONTE: Autora (2018).

Oito foram os textos que relatam experiências ou pesquisas realizadas. Na sequência serão expostos no Quadro 3, que explicita os trabalhos encontrados e uma síntese que anuncia a intenção proclamada em cada um deles. Na figura 4, o gráfico faz uma relação entre as comunicações encontradas e as escolhidas para tal estudo. Sendo assim, foram escolhidas comunicações das três últimas edições do ENEM, tais comunicações tratam do Ensino de Trigonometria na sala de aula.

Figura 4 - COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ENCONTRADAS



Fonte: AUTORA (2018).

Os oito artigos escolhidos estão descritos no quadro abaixo:

Quadro 3 - TRABALHOS SELECIONADOS

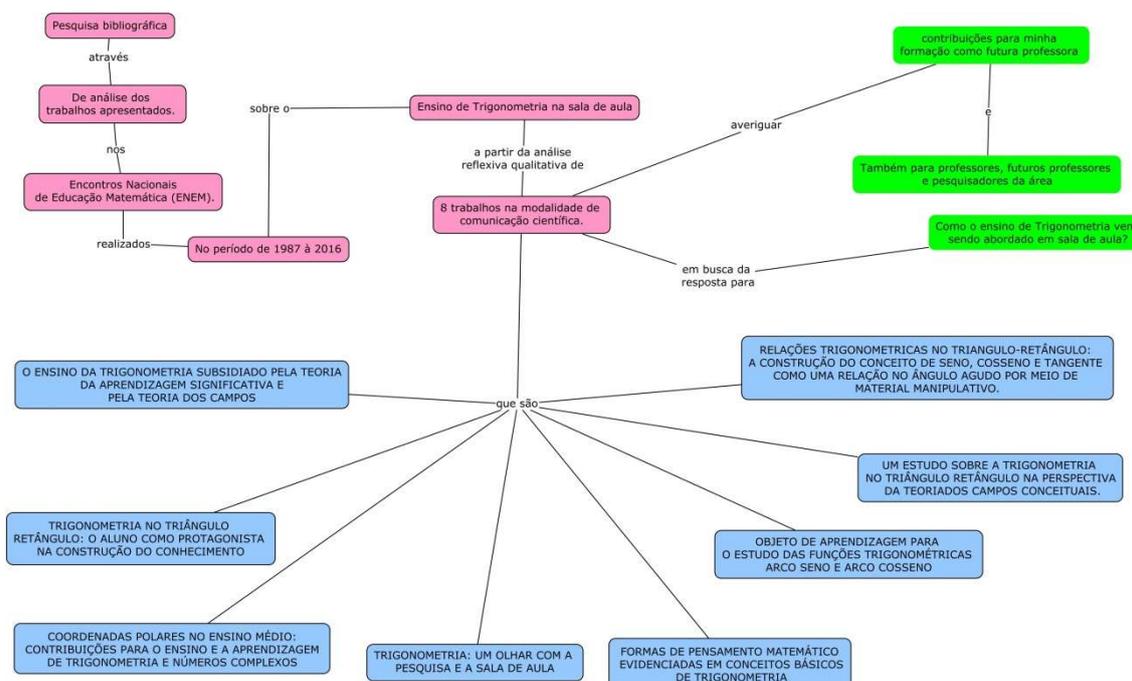
<b>TÍTULO</b>	<b>AUTORES</b>	<b>EVENTO/ANO</b>
O ENSINO DA TRIGONOMETRIA SUBSIDIADO PELA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E PELA TEORIA DOS CAMPOS	Marjúnia Édita Zimmer Klein	ENEM X – 2010
TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO	Luciano André Carvalho Reis Prof. Dra. Norma Suely Gomes Allevato	ENEM XI – 2013
COORDENADAS POLARES NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS	Carla Antunes Fontes Rafaela dos Santos Souza Muniz	ENEM XI – 2013
TRIGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA	Maurício Alves Nascimento	ENEM XI – 2013
FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA	Daniele Cristina Gonçalves Maria Auxiliadora Lage	ENEM XII – 2016
OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONÔMETRICAS ARCO SENOS E ARCO COSSENO.	Mauro José da Rocha João Bosco Laudares	ENEM XII – 2016
RELAÇÕES TRIGONÔMETRICAS NO TRIÂNGULO-RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENOS, COSSENO E TANGENTE COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO.	Angélica Novaes de Assis	ENEM XII – 2016
UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.	Paulo Roberto dos Santos Cíntia A. B. dos Santos	ENEM XII – 2016

FONTE: Autora (2018).

Em síntese, ao realizar análise das 12 edições do ENEM, em busca de textos que apontassem perspectivas metodológicas para o ensino e aprendizagem de Trigonometria na Sala de aula, encontramos oito trabalhos que se revelaram pertinente a esta temática.

A partir disso, trilhamos uma mapa conceitual do percurso metodológico da presente pesquisa, tal mapa está representado na Figura 4.

Figura 4 – MAPA CONCEITUAL PERCURSO METODOLÓGICO



Fonte: AUTORA

Com o mapa construído, identificamos todos os caminhos já percorridos desde a construção do tema, passando para a formulação da pergunta norteadora dessa pesquisa, direcionando as análises realizadas e com isso a pesquisa encaminhou-se para a realização sínteses dos artigos escolhidos e através das leituras, objetivou-se encontrar as respostas.

Sendo assim, a seguir será realizado uma síntese compreensiva de cada um dos trabalhos escolhidos no ENEM.

## CAPÍTULO 3 - SÍNTESE COMPREENSIVA DOS TRABALHOS ESTUDADOS

### 3.1 ARTIGO 1 – O ENSINO DA TRIGONOMETRIA SUBSIDIADO PELA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E PELA TEORIA DOS CAMPOS

Marjúnia Édita Zimmer Klein

O Artigo discute sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, com objetivo de discutir sobre uma metodologia que possa contribuir na construção dos conceitos de Trigonometria.

A autora se propôs a responder a seguinte pergunta:

É possível promover, facilitar uma aprendizagem significativa em trigonometria, utilizando uma metodologia baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais de (TCC) Vergnaud? (KLEIN, 2010, p.1).

Klein, faz uma abordagem teórica sobre a teoria dos campos conceituais, relatando que:

A teoria dos campos conceituais é uma teoria psicológica cognitivista que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento das competências complexas, sobretudo, às que dependem da ciência e da técnica. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entende-se por “conhecimentos”, tanto as habilidades quanto as informações expressas (KLEIN, 2010, p.3).

Também se destaca:

[...] através da sua teoria dos campos conceituais, fornece um referencial muito rico para compreender, explicar e investigar o processo da aprendizagem significativa de Ausubel. [...] não basta copiar e repetir, é necessário refletir sobre as ações e, através delas, superar as dificuldades que forem encontradas, pouco a pouco; logo o processo de aprendizagem acontece aos poucos e a formação de um conceito pode durar vários anos (KLEIN, 2010, p.3 apud VERGNAUD, 1993).]

A partir disso, a autora descreve que os envolvidos na presente pesquisa, foram estudantes do segundo ano do Ensino Médio, sendo realizada em três etapas. A primeira foi realizada através da análise de um questionário, com o objetivo de identificar os conceitos prévios dos estudantes em relação ao que é um triângulo retângulo, as características que os diferenciam dos demais e das capacidades em desenhá-los.

Sendo assim, nesta etapa foram apresentadas as seguintes situações:

Situação 1 (elaborada a partir do questionário anterior) :Definição das razões trigonométricas e identificação da propriedade de que, independente das dimensões dos lados dos triângulos, as razões permanecem iguais, desde que os ângulos internos desses triângulos sejam iguais. Situação 2: Construção de um astrolábio para determinação da altura de um objeto, elegendo a razão trigonométrica mais adequada para esse fim. Situação 3: Re-construção do conceito do número com o auxílio de círculos; determinação das equivalências entre arcos e ângulos; do comprimento (perímetro) da circunferência e comprimento de um arco relacionado a um ângulo; equivalência entre graus e radianos. Situação 4: Abdicar da ideia de razão trigonométrica para seno, cosseno e tangente e redefini-las como funções trigonométricas, a partir da construção de um círculo trigonométrico (CT) no qual a medida do raio é unitária. Situação 5: Observar a relação entre os arcos côngruos por meio da utilização de CT e estabelecer “regras” para os eu uso, bem como visualizar a redução ao primeiro quadrante. Situação 6: Construção dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente e exposição dos mesmos em sala de aula., definindo domínio, imagem e período para cada gráfico. Situação 7: Utilização do ambiente “moodle”, com o software “free” Graphmática para visualização de possíveis mudanças causadas na imagem da senóide, cossenóide e tangentóide, quando pó ocasião de mudanças na escrita da função trigonométrica. Situação 8: Visualização e definição das funções derivadas, secante, cossecante e cotangente, por meio do Círculo Trigonométrico (CT).

Na segunda etapa, Klein (2010, p.6) “diz respeito à elaboração e aplicação das situações de aprendizagem, estimulando o desenvolvimento cognitivo dos alunos, nesse campo conceitual”. Para ajudar no processo de criação do conceito, a autora destaca algumas situações programadas para contribuir neste processo, tais situações são: Diferenciação progressiva; Reconciliação integrativa; Organização sequencial; Promoção da consolidação; Uso e o manuseio de material concreto; A elaboração e a explicitação de hipóteses; Trabalho em grupo; Organização das aulas; Participação do aluno; Situações do cotidiano; Conhecimentos-em-ação; Desafiar a pensar. A partir disso a autora relata que:

Durante a realização das situações, observou-se um clima de concentração, atenção e envolvimento com as tarefas que estavam sendo realizadas. Os alunos sentiam-se participantes do processo de ensino e aprendizagem. A aula era mais dinâmica, os alunos participavam efetivamente, evitavam-se os procedimentos mecânicos e desconectados da realidade, o que propiciou alguns momentos de prazer e de satisfação em aprender. Estabeleceu-se uma relação de parceira entre a professora-pesquisadora e os alunos. Ainda, a desinibição em realizar questionamentos melhorou a auto-estima e a auto-confiança (KLEIN, 2010, p.7).

Por fim, a terceira etapa caminhou junto com a segunda e “diz respeito à avaliação das competências e habilidades alcançadas, a formulação de hipóteses, a resolução de problemas e a utilização dos conhecimentos aprendidos” (KLEIN, 2010,p.8).

A autora conclui:

[...] que essa metodologia favorece a concentração dos alunos, sua participação, seu envolvimento, sua criatividade; a possibilidade de argumentação, o levantamento de hipóteses, a reflexão, a oportunidade de estarem mais preparados para resolver os problemas do cotidiano; (KLEIN, 2010, p.9).

### 3.2 ARTIGO 2 – TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.

Luciano André Carvalho Reis

Norma Suely Gomes Allevato

O Artigo tem como objetivo analisar uma prática do ensino de Trigonometria no triângulo retângulo. Os autores relatam atividades e também o diálogo entre professor e estudante, realizando uma análise prática de ensino do tema proposto. A aula descrita no artigo apresenta como característica principal o posicionamento dos estudantes, relatando o que aprenderam em anos anteriores e assim foram construindo um conjunto de conhecimento.

Para corroborar com tais discussões, se propuseram a fazer um estudo teórico, a partir da prática de algumas atividades que duraram 135 minutos realizada por uma professora em uma turma do Ensino Médio com 37 estudantes envolvidos, mais especificamente no conteúdo “Trigonometria no triângulo retângulo”.

Os autores Inicialmente para tal estudo os autores concluíram através de uma pesquisa:

Realizamos, então, um levantamento no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o propósito de elencar as pesquisas de mestrado e doutorado que foram realizadas no período de 1987 a 2009, que tinham como foco de pesquisa “A Trigonometria no Ensino Médio”, e descobrir, entre outros, que aspectos do ensino da Trigonometria foram privilegiados pela produção acadêmica nesses estudos. Com este levantamento (REIS & ALLEVATO, 2011) encontramos 22 (vinte e duas) dissertações e 03 (três) teses e constatamos, entre outras coisas, que “a Resolução de Problemas é a categoria com o maior número de trabalhos, levando a crer que esta é uma das mais utilizadas formas de realizar o trabalho com Trigonometria no Ensino Médio”. (REIS, et al,2013,p.1-2).

Luciano e Norma apresentaram suas compreensões, fundamentadas nas opiniões de outros pesquisadores a respeito da construção do conhecimento pelo sujeito-aluno, abordando a metodologia direcionada a investigação, na qual,

[...] os processos de ensino e de aprendizagem parecem caminhar para práticas baseadas no diálogo. Esta estratégia possibilita, ao aluno, descobrir novos conceitos, desenvolver seu raciocínio e assumir e expressar posicionamentos. É no diálogo que aflora, também, o conflito, ativando, assim, as discussões e a presença participativa dos alunos. Nesse aspecto, o professor precisa ter atitude de abertura, de aceitação do outro com sua subjetividade e suas diferenças, criando a unidade educador-educando, num processo de intercomunicação. Quando o educador tem respostas prontas, cala o aluno, elimina o diálogo e estabelece uma tal relação de poder entre eles, que pode bloquear a capacidade de pensar do aluno, ou mesmo, sua capacidade de ser (REIS, et al.,2013,p.4)

A partir disso os autores relatam uma aula, cujo objetivo era verificar o que foi aprendido pelos estudantes em relação aos conceitos iniciais da “Trigonometria no triângulo retângulo”. O artigo apresenta diálogos entre a professora e os estudantes, evidenciando a forma como os alunos trazem os conhecimentos prévios sobre o assunto.

Os diálogos relatam a construção do conhecimento em um trecho do artigo fica evidente uma outra questão no processo de ensino e aprendizagem:

*Fefe – Multiplica em cima e em baixo por raiz de 10 e corta a raiz!*

*Prof.: – Corta a raiz? Como é isso?*

*Fefe – Eu aprendi assim, professora.*

*Prof.: – Na verdade a raiz “não corta nada”, o que acontece é que raiz de 10 multiplicada por raiz de 10 é igual a raiz de 100, que vale 10; entenderam?*

*Fefe - Ah professora, viu como cortou?*

Para os autores:

São os erros de conceitos que vêm acompanhando nossos alunos e que podem levá-los a perder o sentido da matemática. Quando o aluno não assimila o “porquê” das propriedades e conceitos da matemática, e começa a assumir posições imediatas como o exemplo de “cortar a raiz”, ela perde seu sentido e o desmotiva a aprender." Em um exercício proposto pela professora podemos verificar que a maneira como é conduzida a resolução, com a participação dos estudantes torna a aula interessante. (REIS, et al.,2013,p. 8)

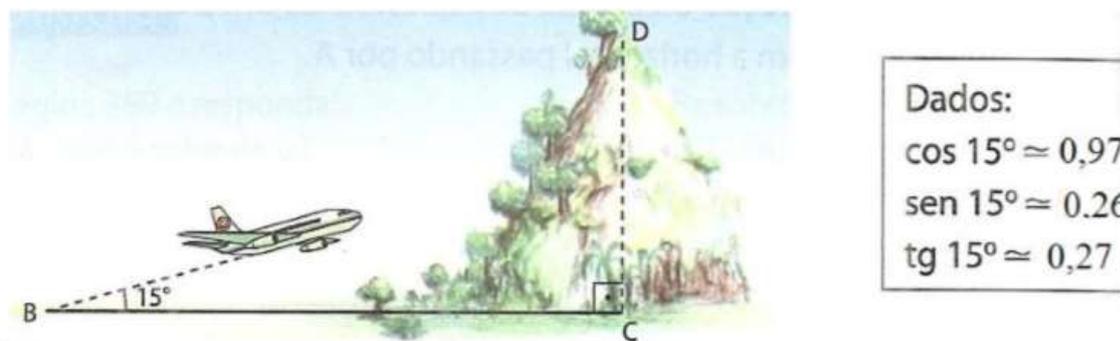
No decorrer da aula a professora utiliza exercícios do livro didático com situações contextualizadas e faz o uso de práticas baseadas no diálogo, na qual

Esta estratégia possibilita, ao aluno, descobrir novos conceitos, desenvolver seu raciocínio e assumir e expressar posicionamentos. É no diálogo que aflora, também, o conflito, ativando, assim, as discussões e a presença participativa dos alunos. Nesse aspecto, o professor precisa ter atitude de abertura, de aceitação do outro com sua subjetividade e suas diferenças, criando a unidade educador-educando, num processo de intercomunicação.

Quando o educador tem respostas prontas, cala o aluno, elimina o diálogo e estabelece uma tal relação de poder entre eles, que pode bloquear a capacidade de pensar do aluno, ou mesmo, sua capacidade de ser. (REIS, et al.,2013,p.4)

A seguir será relatado um dos exercícios apresentados no artigo:

Um avião decola de um ponto B sob inclinação constante de  $15^\circ$  com a horizontal. A 2 km de B se encontra a projeção vertical C do ponto mais alto D de uma serra de 600 metros de altura, conforme figura.



Fonte: KLEIN, 2010, p.10.

FIGURA 5 - EXERCÍCIO APRESENTADO NO ARTIGO.

É correto afirmar que:

- não haverá colisão do avião com a serra.
- haverá colisão do avião com a serra antes de alcançar 540\ m de altura.
- haverá colisão do avião com a serra em D.
- se o avião decolar 220 metros antes de B, mantendo a mesma inclinação, não haverá colisão do avião com a serra.

Carcar – Trata-se de um avião que subirá sob um ângulo de  $15^\circ$  com a horizontal, há uma distância de 2000 m de uma serra que tem 600 m de altura e várias afirmações para serem analisadas (REIS, et al.,2013,p.10).

Cácá – Tangente de  $15^\circ$  igual a h sobre 2000m. Como tomamos a tangente de  $15^\circ$  como 0,27, então teremos, por regra de três, que  $h = 540\text{m}$ . É a altura em que o avião colidiria com a serra. Na letra b, devemos considerar a altura da serra de 610m, por conta da margem de segurança, e aplicar tangente de  $15^\circ$  igual a 610 sobre x, onde x é a distância mínima para a decolagem. Por regra de três teremos que x é aproximadamente 2222m. (REIS, et al.,2013,p.10) .

Carcar – Eu fiz por proporção, 2000m está para 540m assim como x está para 610m e descobri que x é aproximadamente 2222m. Regra de três simples que dá o resultado, e acabou! (REIS, et al.,2013,p.10)

Prof.: – E com a mesma distância de 2000m, qual seria o ângulo para o avião não colidir com a serra? (REIS, et al.,2013,p.11)

Cácá – Basta dividir 610m por 2000m e, por serem respectivamente os catetos oposto e adjacente, teremos o valor da tangente. Daí é só procurar na tabela! (REIS, et al.,2013,p.11)

Para as autoras:

A resolução de um problema matemático leva, necessariamente, o aluno a refletir sobre tal, mesmo que, às vezes, de forma superficial e fragmentária. Essa reflexão, muitas vezes, não é explicitada e o próprio aluno não toma consciência sobre o que está pensando. No entanto, durante a interação, ele precisa explicitar suas ideias e suas hipóteses para que o colega tome conhecimento delas e possa, assim, compartilhar esse pensamento de forma que ambos construam a solução. (REIS, et al.,2013, p.11)

Como reflexão sobre as aulas as autoras concluem que:

[...] os dados atestam que a aprendizagem de um conteúdo ou a resolução de um problema, conjuntamente, onde os alunos tenham a oportunidade de explicitar o seu conhecimento e confrontar o seu ponto de vista com o de outros colegas, pode vir a ser uma situação favorável para que os participantes ajudem-se mutuamente, no sentido de superarem as dificuldades que encontram ou os erros que podem cometer durante a realização da tarefa. (REIS, et al.,2013, p.13).

### 3.3 ARTIGO 3 – COORDENADAS POLARES NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS

Carla Antunes Fontes  
Rafaela dos Santos Souza Muniz

O artigo enfatiza que a trigonometria é um conteúdo necessário para o ensino de números complexos e diante dessa temática, as autoras apresentam uma sequência didática, pautada nos pressupostos teóricos compostos pelas teorias da representação semiótica de Raymond Duval, da criação didática e da transposição didática, de Yves Chevallard.

Segundo Fontes e Muniz (2013, p. 5) apud Neves (2009, p. 25), “o objetivo da transposição didática é, na verdade, promover o contínuo processo de atualização dos saberes ou conteúdos escolares, de forma a acompanhar a evolução dos saberes científico (produto das comunidades científicas)”.

Ainda, Fontes e Muniz destacam que,

No processo de transposição didática dos Números Complexos, o elemento que lhes garantiu a aceitação como saber científico legítimo – a representação gráfica – não mereceu destaque no saber escolar. A introdução das Coordenadas Polares visa também resgatar a importância da representação gráfica para a compreensão dos Números Complexos. Assim como ocorreu na história da evolução do conceito, a representação gráfica pode ajudar o aluno

a visualizar e compreender os Números Complexos como objetos matemáticos. (FONTES, MUNIZ, 2013, p.5).

Também relatam que,

Em aproximadamente 18 anos de trabalho com turmas de oitava série e do Ensino Médio, observamos a dificuldade apresentada pelos alunos durante aulas de trigonometria, ou quando são abordados problemas a ela relacionados, ou mesmo problemas da física que usam algum conceito trigonométrico básico. (FONTES, MUNIZ, 2013, p.2, apud OLIVEIRA 2006, p.11)

Segundo Fontes e Muniz (2013, p. 5), a semiótica pode ser considerada, de forma simples, tudo que se relaciona com a linguagem e os signos ou teoria das representações.

Ao longo desta pesquisa, constatou-se que a representação gráfica de um número complexo é relegada ao segundo plano, e aspectos algébricos são enfatizados. Com a introdução das Coordenadas Polares, pretende-se realizar o tratamento de representações – transformações entre coordenadas cartesianas e polares – e conversões de representações – passagem do registro algébrico para o registro gráfico, e vice-versa. De acordo com Duval, isto contribuirá para que o aluno compreenda melhor o objeto matemático Número Complexo. (FONTES, MUNIZ, 2013, p.7).

Para as autoras, os problemas na aprendizagem da Trigonometria, afetam no ensino e aprendizagem dos Números Complexos, a partir do momento em que inicia sua escrita da forma polar ou trigonométrica.

[...] observamos que nossos alunos do segundo ano apresentam notáveis dificuldades durante as aulas referentes ao conteúdo de Números Complexos. Estas dificuldades se acentuam mais quando aparecem números representados na forma trigonométrica e em questões que envolvem a primeira e a segunda fórmula de De Moivre. (ARAÚJO, 2006, p. 15, apud FONTES, MUNIZ, 2013, p.2)

Nesse sentido, as autoras enfatizam sobre a representação gráfica ou geométrica, não fica clara nos registros e representações do Número Complexo. Assim,

No caso dos Números Complexos, as Coordenadas Polares podem ser utilizadas como auxílio à visualização, uma vez que sua escrita na forma trigonométrica é uma aplicação do sistema de Coordenadas Polares. Da mesma forma, a circunferência trigonométrica pode ser abordada tanto sob o ponto de vista do sistema de coordenadas retangulares como polares. (FONTES, MUNIZ, 2013, p.3).

A partir desses questionamentos sobre o ensino da Trigonometria e sua relação com a aprendizagem de números complexos, as autoras propõem uma sequência didática, propondo a introdução do sistema de Coordenadas Polares como elemento facilitador do ensino e da aprendizagem de Números Complexos e Trigonometria.

Foi elaborada uma sequência didática, composta por um teste de sondagem e três atividades (Listas 1, 2 e 3), tendo como público alvo alunos do 3º ano do

Ensino Médio. A aplicação se deu em uma turma de uma Instituição Federal de Ensino do município de Campos dos Goytacazes, que já havia estudado Trigonometria no ano anterior e estava iniciando Números Complexos à época da aplicação do teste de sondagem. Os alunos ainda não conheciam a forma trigonométrica, que seria abordada pela professora regente nas aulas subsequentes. (FONTES, MUNIZ, 2013, p.8).

Na lista 1, foram abordados a representação gráfica de pontos nos planos cartesiano e polar, sem mencionar que o “outro” plano era o polar e também a introdução das coordenadas polares com ênfase na representação geométrica.

Mostrou-se a aplicação dessas novas coordenadas na análise do ciclo trigonométrico, e chamou-se atenção para o fato de que um mesmo ponto representava um ângulo sob a ótica das Coordenadas Polares e ao mesmo tempo o cosseno e o seno deste ângulo, em coordenadas retangulares. Consequentemente, o sinal da abscissa será o sinal do cosseno, e o da ordenada será o do seno (FONTES, MUNIZ, 2013, p.9).

Para as autoras, a Lista 1 foi essencial para a compreensão de Coordenadas Polares, que por ser um conteúdo totalmente novo. Ressaltando que os estudantes mostraram-se bastante interessados, sempre perguntando, tirando dúvidas e acompanhando a atividade. Alguns estavam inclusive à frente do que era feito no quadro, e contribuía explicando uns aos outros.

Na lista 2 foram lembradas as formas algébrica e trigonométrica dos Números Complexos. Os estudantes tinham como tarefa passar o número complexo da forma algébrica para a representação gráfica em coordenadas polares e na sequência escrever na forma trigonométrica

De acordo com Fontes e Muniz “...sempre fazendo conexão entre o ponto no plano de Argand-Gauss e a forma algébrica do número, e entre o ponto no plano polar e a forma trigonométrica do número, frisando que "é o mesmo número, representado de maneiras diferentes". (FONTES, MUNIZ, 2013, p.10).

A lista 3, apresentada para os estudantes e respondida sem auxílio algum, pois objetivo era avaliar a contribuição das atividades realizadas nas outras duas listas. As autoras concluíram que os estudantes ficaram à vontade para realizar os exercícios, terminando rapidamente.

Um fato interessante observado durante a realização do exercício foi o de que os alunos deram mais ênfase à resolução da parte algébrica do que ao registro gráfico. Uma possível causa seria o histórico do ensino, que prioriza a representação algébrica. Outra seria a própria maneira pela qual a questão foi elaborada. (FONTES, MUNIZ, 2013, p.12).

Como conclusão das atividades realizadas, as autoras destacaram, que os estudantes não apresentaram dificuldades de aprendizagem em relação à introdução das Coordenadas Polares.

Na aplicação das Coordenadas Polares à Trigonometria, foi destacado que o mesmo ponto possuía duas representações diferentes, que são: o raio e o ângulo; e os valores da abscissa e da ordenada. Assim, quando o ponto está representado no plano polar, duas características são percebidas de imediato: seu raio e seu ângulo. Se o raio for um, está-se referindo à circunferência trigonométrica, e assim imediatamente temos o valor do cosseno e do seno desse ângulo, já que o valor do cosseno é a abscissa do ponto e o valor do seno é a ordenada do ponto, em coordenadas retangulares (FONTES, MUNIZ, 2013, p.13 – p.14).

### 3.4 ARTIGO 4 – TRIGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA

Maurício Alves Nascimento

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre ensino-aprendizagem da Trigonometria através da Resolução e Exploração de Problemas, no cotidiano escolar da sala de aula. Esse levantamento de dissertações realizado pelo autor tem como objetivo,

[...]investigar as potencialidades do ensino-aprendizagem da Trigonometria na perspectiva da Resolução e Exploração de Problemas, no cotidiano escolar da sala de aula, na qual iremos refletir não apenas processos de ensino-aprendizagem do conteúdo de Trigonometria, mas também o contexto da escola e da sala de aula de Matemática em que estamos mergulhados (NASCIMENTO, 2013, p.1).

O autor relata o que as pesquisas apontam em relação ao ensino e aprendizagem de Trigonometria, destacando a busca por diferentes metodologias como sequências didáticas, tecnologias e Trajetória Hipotética da Aprendizagem que faz uma abordagem histórica para se pensar Trigonometria na sala de aula.

Após uma pesquisa realizada com base em alguns autores, destacam-se as metodologias mais abordadas por cada autor (FIGURA 5).

Figura 5 - QUADRO APRESENTADO NO ARTIGO

<b>METODOLOGIAS</b>	<b>PESQUISAS</b>
Sequência Didática	Silva (2005)
Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA)	Barbosa (2009)
	Rosenbaum (2010)
Uso das Tecnologias (Software: Geogebra)	Borges (2009)
	Fernandes (2010)
Uso das Tecnologias (Software Geogebra) com Registro de Representação Semiótica	Neto (2010)
	Quintaneiro (2010)
Uso das Tecnologias (Software Cabri Gèomètre II)	Junior (2006)
Abordagem histórico-filosófica (Construção de Uma Sequência Didática)	Sampaio (2008)
Mista (Várias Metodologias)	Oliveira (2010)

**Fonte:** TRIGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA, p.3.

O autor conclui que,

Revisitando tais trabalhos, é comum perceber que toda pesquisa de cunho pedagógico ou que trabalhe conteúdos explorados na Educação Básica, tenha raízes em dificuldades, em sua grande maioria, oriundas do processo de ensino-aprendizagem no exercício profissional do docente. (NASCIMENTO, 2013, p.5).

Diante desta pesquisa, o autor traz perguntas fundamentais para tal discussão,

Por que esse conteúdo é considerado tão difícil? O que podemos fazer para desmistificar tais impressões? Será que tais impressões não estimulam para garantir má fama desse conteúdo? Se fizéssemos os alunos vislumbrar a aplicabilidade dos tópicos que enlaçam a trigonometria, não se tornaria mais prazeroso o estudo desse conteúdo? (NASCIMENTO, 2013, p.6).

Traz também algumas falas que são usadas pelos alunos em sala de aula:

- Professor! Não sei manusear o transferidor, nem o compasso;
- Professor! Esse lado é cateto oposto ou adjacente?
- Professor! Não sei se uso seno, cosseno ou tangente;
- Professor! É mais fácil trabalhar com o ângulo medindo em graus. Não precisa trabalhar com radianos;
- São muitas fórmulas para decorar!

O autor através de suas pesquisas ressalta três percepções que resultam nos principais problemas de ensino e aprendizagem de Trigonometria que são: distribuição curricular, integração entre conteúdos e falta de significado do conteúdo.

Nascimento faz também uma reflexão sobre as implicações do livro didático e documentos curriculares no ensino e aprendizagem de Trigonometria.

As pesquisas apontam necessidades por um ensino da trigonometria diferente das que encontramos expostas em diversos livros didáticos que circulam o nosso país. Estes livros, em sua grande maioria, apresentam tópicos totalmente desconectados da realidade. (NASCIMENTO, 2013, p.12).

Também ressalta,

São livros extensos, com ênfase nas manipulações algébricas contribuindo para a memorização e não para o entendimento. Quando trazem situações da História da Matemática apresentam-nas descontextualizadas – como “historinhas”. Em relação ao uso da tecnologia são raros os que apresentam. No que se referem a aplicação em outras disciplinas estas aparecem apenas como ferramenta, quando na verdade deveria ser um espaço para discutir tais interligações, gerando a tão “sonhada e encantadora” interdisciplinaridade (NASCIMENTO, 2013, p.13).

Para o autor, embora que pesquisas indiquem que o livro didático tem melhorado, existe uma distância entre o que as pesquisas apontam e o que o livro propõe.

Concluindo sua pesquisa,

Percebemos que a sala de aula tornou-se num ambiente mais vivo, onde se percebia nitidamente o envolvimento dos alunos. Eles mediam, perguntavam quando apareciam às dúvidas, questionavam, interagiam uns com os outros, se aborreciam quando não encontrava de imediato as respostas, ajudavam o professor na hora de recolher o material e apagar o quadro. A relação professor-aluno não era a mesma que perpetuou, com predominância, pelos séculos passados e, que ainda hoje é efetivada. Relação pautada pelo absolutismo burocrático, como dizia Skovesmove, onde o professor onipotente do saber passava todas as informações para os alunos como se eles não soubessem de nada para mostrar ao aluno que o conteúdo é importante. (NASCIMENTO, 2013, p.14).

### 3.5 ARTIGO 5 – FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA

Daniele Cristina Gonçalves

Maria Auxiliadora Lage

O artigo apresenta três questões sobre trigonometria, dentre sete que foram aplicadas em uma turma de 2ª série do Ensino Médio e tem como objetivo analisar e relatar as formas de pensamento na resolução das atividades propostas. Daniele e Maria enfatizam sobre a visualização, no sentido de criar, manipular e compreender imagens mentais tanto em situações matemáticas quanto em outros contextos.

Participaram das atividades 37 alunos de uma escola particular, como os alunos já tinham estudado esse conteúdo, a proposta das atividades foi de revisar e averiguar como os estudantes resolveriam os problemas propostos.

As atividades, buscavam a participação dos estudantes afim de possibilitar discussões, com o objetivo de proporcionar vivências no pensamento matemático como: visualizar, perceber regularidades, analisar, experimentar, generalizar, descrever, abstrair, provar, formalizar, entre outros.

Outro aspecto importante da atividade proposta é o possível estabelecimento de relações entre os conhecimentos já construídos e a atividade realizada, além da possibilidade de estabelecer relação entre as representações algébricas e geométricas envolvidas nos conceitos, propriedades e relações trigonométricas. Consideramos que a atividade foi adequada para que os participantes estabelecessem essas relações, uma vez que seria necessária a interação entre vários processos mentais e a mobilização das diversas formas de pensar em matemática. (GONÇALVES, LAGES, 2016, p.5).

As questões aplicadas para os estudantes foram:

Questão 1 - Analise as afirmativas abaixo e classifique-as como verdadeiras ou falsas. Justifique.

- I.  $\text{tg } 92^\circ = - \text{tg } 88^\circ$
- II.  $\text{tg } 178^\circ = \text{tg } 88^\circ$
- III.  $\text{tg } 268^\circ = \text{tg } 88^\circ$
- IV.  $\text{tg } 272^\circ = - \text{tg } 88^\circ$

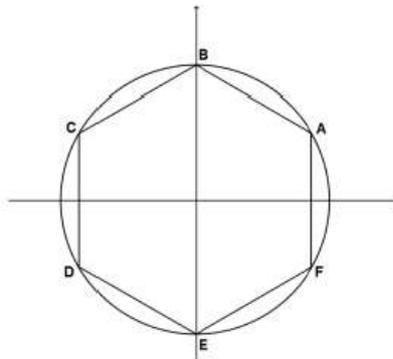
Pela análise da questão 1, podemos perceber que foram mobilizados hábitos de pensamento relacionados à visualização, tanto de forma mental quanto na representação geométrica, além da exploração e percepção de regularidades. Foi possível perceber também que os alunos foram capazes de generalizar as relações estudadas de simetria de arcos, uma vez que os ângulos contidos na questão não eram notáveis (GONÇALVES, LAGES, 2016, p.7, apud GOLDENBERG, 1998b).

Questão 2 - A âncora de um barco pescueiro, depois de lançada, atingiu o fundo do rio. Como a profundidade do rio nesse ponto é menor que o comprimento da corda que rende a âncora ao barco, este se moveu 20 metros em relação ao ponto A, de onde foi

lançada a âncora, esticando completamente a corda, que formou um ângulo agudo de medida  $\alpha$  com a superfície do rio tal que  $\text{sen}\alpha = \frac{5}{13}$ . Calcular a profundidade do rio nesse ponto.

Nessa questão, muitas duplas tiveram dificuldade em representar a situação proposta em forma de figura. Os principais erros foram referentes à posição do ângulo  $\alpha$  e da medida de 20 metros, que foram representadas como a medida do cateto oposto ao ângulo  $\alpha$  ou como a medida da hipotenusa. Algumas duplas representaram uma figura que não faz sentido no contexto da questão e uma deixou a questão em branco. Apenas três resoluções estavam completamente corretas[...]. (GONÇALVES, LAGES, 2016, p.7).

Questão 3 - Na figura, o hexágono regular ABCDEF está inscrito na circunferência trigonométrica.



**Fonte:** FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA) p.7.

Figura 6 - HEXÁGONO APRESENTADO NO ARTIGO.

- Determine em radianos os números que correspondem aos vértices do hexágono.
- Escreva a expressão geral dos arcos cômruos, em radianos, determinados pelos pontos do hexágono.

Em todas as resoluções, ficou explícita alguma estratégia de visualização para determinar os números correspondentes aos vértices do hexágono, como a observação da simetria entre os vértices, a identificação do intervalo de variação angular entre os vértices, dentre outros. (GONÇALVES, LAGES, 2016, p.9).

Para as autoras, no desenvolvimento da presente questão os estudantes apresentaram formas de pensamento matemático, vindo a descrever formalmente relações.

As conclusões das atividades desenvolvidas com a turma foram,

Identificamos, a partir da dificuldade dos alunos, a necessidade de uma atenção especial do professor, para que sejam trabalhadas questões que exijam a interpretação de textos e que sejam incentivadas a descrição formal das relações e processos matemáticos. Também é preciso trabalhar os conteúdos como um processo de evolução, desde o mais elementar ao mais formal, para que o aluno tenha a oportunidade de desenvolver os processos de generalização, formalização e abstração (GONÇALVES, LAGES, 2016, p.11).

### 3.6 ARTIGO 6 – OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ARCO SENO E ARCO COSSENO

Mauro José da Rocha

João Bosco Laudares

O trabalho teve como objetivo descrever parte de uma pesquisa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática sobre o ensino e aprendizagem das funções trigonométricas seno, cosseno, e suas inversas arco seno e arco cosseno.

Os autores relatam a criação de um Objeto de Aprendizagem (AO) estruturado com uma sequência de atividades com questões de trigonometria e de aplicações em circuitos elétricos e o triângulo de potências.

A presente atividade foi aplicada em estudantes do curso técnico de Eletrônica. O objetivo do nosso estudo a respeito das funções trigonométricas seno e cosseno suas inversas, arco seno e arco cosseno, quanto ao seu ensino e aprendizagem, foi compreender e propor uma alternativa de estudo, acerca da dificuldade apresentada pela maioria dos estudantes durante a introdução desse conteúdo nos ensinos Médio e Técnico, devido ao excesso de cálculos e a ausência de significado dessas funções, sobretudo as inversas, arco seno e arco cosseno [...]. (ROCHA, LAUDARES, 2016, p.1).

Os autores fazem uma análise a respeito do uso de Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), no ensino da matemática. O *software* GeoGebra, foi utilizado na atividade, com finalidade de evitar o excesso de cálculos,

[...] através de animações feitas nele, o estudante pode perceber facilmente a mudança de comportamento dos gráficos das funções trigonométricas seno (senóide) e cosseno (cossenóide), ao alterar os seus parâmetros. Sem uma ferramenta computacional, o trabalho com esse conteúdo tende a ficar bastante limitado no campo algébrico. Utilizamos também como recurso computacional o ExeLearning, que é um editor de código aberto. (ROCHA, LAUDARES, 2016, p.3).

A descrição do Objeto de Aprendizagem (AO) segundo os autores,

São propostas, neste OA, 4 (quatro) atividades e todas foram estruturadas com: título, objetivo, suporte teórico, metodologia utilizada e desenvolvimento. Elas são compostas de 24 (vinte e quatro) itens objetivos, cada um com 4 (quatro) opções de respostas, sendo apenas uma delas a correta. Para tanto, se propõe trabalhar utilizando os campos aritmético (tabelas), algébrico (equações) e geométrico (gráficos). Priorizamos a utilização de animações gráficas presentes nas atividades do OA com os objetivos de dinamizá-las e torná-las mais interativas e atrativas (ROCHA, LAUDARES, 2016, p.4).

Segundo os autores, o objeto de aprendizagem foi dividido em três etapas, a primeira tinha o objetivo de preparar o estudante para o entendimento do conceito de função inversa e a segunda aborda as funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas, arco seno e arco cosseno, aplicadas ao Ensino Médio. As demais atividades foram direcionadas aos Cursos Técnicos da Área de Eletroeletrônica, no qual o enfoque foi à aplicação das funções construídas na atividade anterior no estudo dos Circuitos Elétricos e nos Triângulos de Potências.

Concluem por fim que:

Elaboramos as atividades desse Objeto de Aprendizagem (OA) na forma de sequências didáticas, segundo as orientações de Zabala, (1998). Desse modo, o estudante teve a oportunidade de aplicar os conceitos de funções trigonométricas seno, cosseno e suas inversas, adquiridos através das sequências de atividades desse OA, nos circuitos elétricos e no triângulo de potências, que são objetos de estudo do seu curso técnico (ROCHA, LAUDARES, 2016, P.4).

### 3.7 ARTIGO 7 – RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO-RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENO, COSSENO E TANGENTE COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO.

Angélica Novaes de Assis

O artigo discute uma proposta de atividade com uso de material concreto desenvolvida em cinco etapas: aplicação de questionário socioeconômico, pré-teste, construção de material, registro e análise mediante manipulação e pós-teste sistematizadas em duas etapas paralelas: a de manipulação e a de registro da atividade.

A autora inicia o artigo relatando sobre o uso do material concreto nas aulas de matemática, que segundo ela,

O uso de material concreto, nas aulas dessa disciplina, assim como o uso de jogos, história da Matemática, Tic's etc. demonstra, no que diz respeito às pesquisas em Educação Matemática, um valoroso instrumento de aquisição,

formalização e representação de conceitos e procedimentos de forma concreta, pois compreende a atribuição de significados a partir das articulações de mobilização entre o real e o mental. (ASSIS, 2016, p.2).

O artigo traz uma abordagem sobre a teoria dos campos conceituais de Vergnaud,

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud permite-nos a compreensão dos aspectos que permeiam a construção do conhecimento pelo discente e do modo como ocorre à construção de situações em que os conhecimentos podem ser configurados a partir do crescimento progressivo inerentes a formalização de um conceito (ASSIS, 2016, p.4).

Na primeira etapa,

[...] consistiu da elaboração e levantamento de dados por meio da aplicação de um questionário socioeconômico com o objetivo não só de traçar um pouco do perfil dos sujeitos de nossa pesquisa como também de analisar e entender algumas variáveis, como o gosto pela disciplina Matemática e estudo da mesma fora da escola, ocorrência ou não de ajuda de terceiros nas tarefas, a maneira como o professor proporciona o ensino desse componente curricular e, em particular, sobre a Trigonometria (ASSIS, 2016, p.5).

Segunda etapa,

[...] à aplicação de um pré-teste contendo 10 questões que envolviam a noção de seno, cosseno e tangente, comunicando previamente aos alunos os objetivos dessa ação e sua importância no trabalho. Para o desenvolvimento efetivo da proposta, envolvemos, para a aplicação da atividade, apenas 6 alunos, os quais obtiveram um desenvolvimento consideravelmente bem mais negativo em relação à turma no pré-teste inicial (ASSIS, 2016, p.5).

Terceira etapa,

[...] abordavam a revisão de conceitos, como o de semelhança de triângulos e leitura de ângulos, razão, retas perpendiculares e semirretas, pois acreditamos que, sem esses conhecimentos prévios e/ou consolidação dos mesmos, tornar-se inviável a manipulação mediante o registro na atividade [...] ocorreu o trabalho de elaboração da atividade, mediante a utilização de materiais, como isopor (para a base de servir de sustentação do material), tachinhas ou alfinetes coloridos (para simular pontos no plano), nylon transparente, canudinho, furador de papel e impressão da ficha de atividade e dos planos cartesianos, que ficaram a cargo do professor (ASSIS, 2016, p.5-6).

Figura 7 - CONSTRUÇÃO DO MATERIAL



**Fonte:** RELAÇÕES TRIGONOMETRICAS NO TRIANGULO-RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENO, COSSENO E TANGENTE COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO P.6-7.

Na quarta etapa, os estudantes preencheram uma tabela, na qual utilizavam o material construído na etapa anterior e a partir de um questionário com oito perguntas, sobre a atividade realizada, tais que,

Ao final de cada item da atividade para avaliação da aprendizagem, tornou-se interessante que os alunos socializassem os resultados e as ideias empregadas na busca das explicações de maneira conjunta, a fim de que se promovessem o diálogo, a discussão e conclusão de argumentos e de que se estabelecessem comparações com os resultados dos colegas, construindo analogias frente às diferenças de notações na atividade proposta (ASSIS, 2016, p.8).

Figura 8 - QUADRO APRESENTADO NO ARTIGO.

Ponto	Afastamento (cm)/ largura	Altura (cm)	Triângulo formado
A	4 cm	3 cm	$\triangle OPP'$

**Fonte:** RELAÇÕES TRIGONOMETRICAS NO TRIANGULO-RETÂNGULO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENO, COSSENO E TANGENTE COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO P.7.

Quinta etapa,

A última parte da proposta consta da aplicação do pós-teste que se refere ao mesmo aplicado inicialmente, com o objetivo de estabelecer a comparação da evolução ou não do desempenho dos alunos com baixo rendimento no teste inicial em relação a atividade com material manipulativo abordada nesse experimento. Essa etapa ainda se encontra em fase de aplicação (ASSIS, 2016, p.8).

Os autores concluíram que:

Julgamos importante salientar que a metodologia proposta, assim como qualquer outra atividade, deve ser realizada de forma eficiente, jamais de maneira improvisada e sem objetivos empregados na ação docente. Recomendamos ainda que as atividades devem ser estruturadas de forma prática e de fácil compreensão [...] Na construção das tabelas, tornou-se necessária, por vezes, uma participação mais efetiva do professor nas orientações, mantendo-se claros os objetivos a serem alcançados pela atividade, de modo a conduzir o aluno à construção desses significados. (ASSIS, 2016, p.9).

### 3.8 ARTIGO 8 – UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Paulo Roberto dos Santos

Cíntia A. B. dos Santos

O artigo apresenta uma defesa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, no qual o objetivo da pesquisa foi desenvolver um estudo sobre a trigonometria no triângulo retângulo, pautado na Didática Francesa. Tomando como referência a teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, a qual envolve as relações entre saber, professor e aluno e a Teoria dos Campos Conceituais, visando destacar as questões com ênfase na construção de conceitos por parte dos estudantes e as relações que estabelecem entre conhecimentos novos e antigos.

Os autores apresentam parte de uma sequência didática que foi desenvolvida com alunos de um 2º ano de uma escola pública estadual. Paulo relata,

Sendo professor de uma escola pública estadual da cidade de São Paulo, percebi que, ano após ano, uma parcela significativa de alunos apresentava dificuldades no aprendizado de trigonometria no triângulo retângulo. Mesmo planejando melhor as aulas, verificava que a maioria dos alunos apresentava rendimento insatisfatório nas provas (SANTOS, SANTOS, 2016, p.1).

Os autores apresentam parte de uma sequência didática que foi desenvolvida com alunos de um 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. O artigo traz uma análise sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

A escolha da teoria de Vergnaud (1996, 1998, 2012) para fundamentar a elaboração da pesquisa se deu porque, para Vergnaud (2012), parte de nosso conhecimento é resultante de habilidades e a utilização da linguagem é especialmente importante para realizar a simbolização e a conceitualização. Pretende-se, com essa teoria, entender como alunos constroem conceitos e como fazem as conexões entre conhecimentos novos e antigos (SANTOS, SANTOS, 2016, p.2).

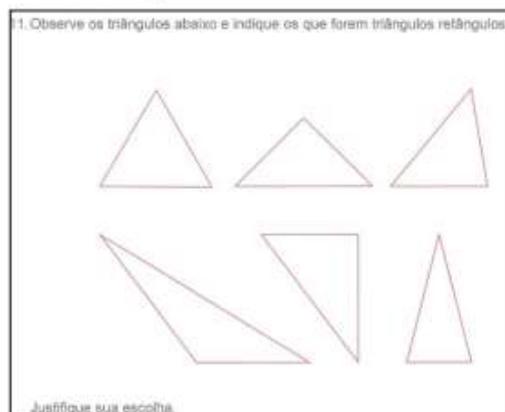
As atividades foram desenvolvidas,

[...] individualmente, sem consulta a qualquer material ou a outros participantes, utilizando somente régua, esquadro e transferidor. O acompanhamento foi registrado em um diário de bordo, em que o professor pesquisador tomou nota das principais dúvidas, questionamentos e comentários, à medida que os alunos escreviam nos protocolos o raciocínio empregado em cada questão (SANTOS, SANTOS, 2016, p.5).

Da sequência elaborada, para o presente artigo foram selecionadas três atividades de um total de dez, as quais foram consideradas mais significativas para a realização da análise proposta.

A primeira atividade consistia em identificar os triângulos e indicar os que fossem triângulo retângulo e também justificar. Na segunda atividade o objetivo era identificar triângulos semelhantes e na última atividade a proposta era identificar o seno, cosseno e tangente nos triângulos dados com medidas estabelecidas. Ressaltando que os alunos não tiveram contato com esse conteúdo naquele ano, buscando verificar o conhecimento adquirido nos anos anteriores.

Figura 9 - OBSERVE OS TRIÂNGULOS ABAIXO E INDIQUE OS QUE FOREM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS. JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

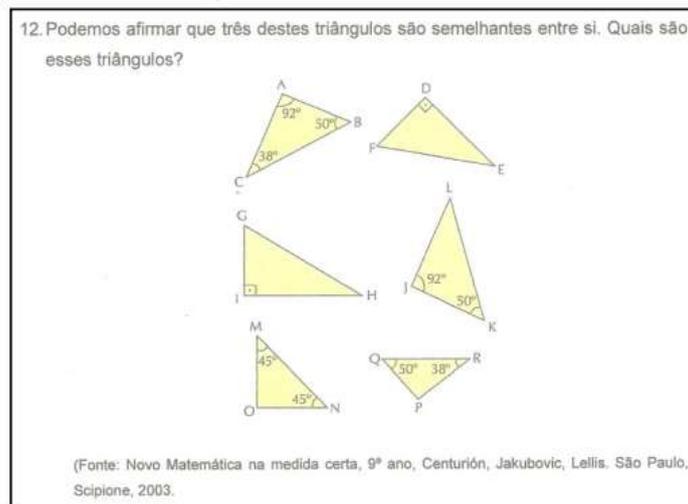


**Fonte:** UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS P.5.

Para Paulo e Cíntia,

[...] os alunos associaram o triângulo retângulo à figura geométrica de um retângulo. Isso fez refletir que a palavra “retângulo”, usada para qualificar um tipo de triângulo, poderia ser vista por alguns alunos como nome, o que caracterizaria um conceito-em-ação em situações em que o conceito de triângulo retângulo fosse evocado. (SANTOS, SANTOS, 2016, p.7).

Figura 10 - PODEMOS AFIRMAR QUE TRÊS DESTES TRIÂNGULOS SÃO SEMELHANTES ENTRE SI. QUAIS SÃO ESSES TRIÂNGULOS?



**Fonte:** UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS P.6.

Para os autores,

Verificou-se que, em quatro das indicações, um dos três triângulos escolhidos não indicava a medida dos ângulos internos e, em uma das indicações, o triângulo escolhido apresentava as medidas de dois ângulos internos de  $45^\circ$ , ou seja, mesmo evocando corretamente o teorema-em-ação, os alunos indicaram incorretamente um dos triângulos. Esse erro poderia estar relacionado à determinação da medida de um dos ângulos internos de qualquer triângulo, dados os outros dois, sabendo que a soma de suas medidas é  $180^\circ$  (SANTOS, SANTOS, 2016, p.10).

Figura 11 - ATIVIDADE 3: COM BASE NAS FIGURAS ABAIXO DETERMINE,  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  e  $\text{tan } \alpha$ :

17. Com base nas figuras abaixo, determine  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$ ,  $\text{tan } \alpha$  e  $\text{sen } \beta$ ,  $\text{cos } \beta$  e  $\text{tan } \beta$ :

$\text{sen } \alpha$	
$\text{cos } \alpha$	
$\text{tan } \alpha$	
$\text{sen } \beta$	
$\text{cos } \beta$	
$\text{tan } \beta$	

**Fonte:** UM ESTUDO SOBRE A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS P.6.

De acordo com os autores,

Observou-se que os 2 casos parcialmente corretos ocasionaram-se do fato de que os alunos não haviam respondido a todos os itens, no entanto, os itens já respondidos estavam corretos. Dentre os 5 casos de respostas incorretas, em 4

deles, os alunos apresentaram as medidas dos lados dos triângulos retângulos como se fossem os valores do seno, cosseno e tangente, ou seja, mobilizaram os conceitos-em-ação de seno, cosseno e tangente como sendo as medidas dos lados do triângulo retângulo (SANTOS, SANTOS, 2016, p.11).

Os autores concluíram que:

[...] pôde-se constatar que a mobilização dos conceitos-em-ação de seno, cosseno e tangente exige a utilização de uma diversidade de variantes operatórios que não foram reconhecidos pela maioria dos alunos diante de algumas situações, ou seja, a mobilização de conceitos trigonométricos exige a disponibilidade de conceitos e teoremas-em-ação dos quais os estudantes não dispunham naquele momento, fato verificado pelos educandos, com apenas um acerto no problema sobre razões trigonométricas. (SANTOS, SANTOS, 2016, p.12).

## CAPÍTULO 4 – SÍNTESE REFLEXIVA DOS ARTIGOS

A Trigonometria vem sendo objeto de estudo de alguns autores e pesquisadores da área, as suas inúmeras aplicabilidades e importância. Considerado como um dos mais antigos ramos da matemática, na antiguidade usada para medir ângulos e distâncias com o objetivo de localizar pontos sobre a superfície terrestre, a fim de resolver problemas oriundos das necessidades da sociedade. Hoje a Trigonometria é utilizada em situações práticas e teóricas envolvendo não somente problemas internos da matemática, mas também de outras disciplinas científicas e tecnológicas que englobam fenômenos periódicos como eletricidade, termodinâmica, óptica, eletrocardiogramas entre outros. Podemos encontrar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a ênfase dada em relação ao estudo de Trigonometria, em que é enfatizado seu potencial no que tange as aplicações,

[...] o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa (BRASIL, 1999, p. 44).

Não é o foco desta pesquisa contemplar as dificuldades de aprendizagem dos alunos perante a Trigonometria, mas observamos em muitas falas de autores e pesquisadores Brito e Morey (2004) e Fernandes(2010) que em relação, ao Ensino de Trigonometria em sala de aula há uma resistência no processo de ensino,

No que tange ao ensino da Trigonometria nas escolas, podemos apurar (ou constatar) que há entre os estudantes e até mesmo professores, uma indagação de como estudar, entender e ensinar esse conteúdo. Assim por diversas vezes, fica notório certo desinteresse ou uma desmotivação para a aprendizagem da Trigonometria, por parte do aluno (JÚNIOR, 2017. p. 17).

Não foi diferente, nos trabalhos estudados, que em alguns trechos foi possível identificar falas que a “dificuldade” é uma palavra presente no tema discutido. Tais relatos são:

Klein justifica sua escolha,

(...) pelo desenvolvimento do conteúdo de trigonometria parece-me apropriado por representar um desafio, tendo em vista as dificuldades de aprendizagem manifestadas pelos alunos ano após ano e por ser, ao mesmo tempo, um tema de grande impacto na vida cotidiana dos alunos. (KLEIN, 2010. p. 2).

Para Fontes e Muniz (2013, p.3) apud Araújo (2006, p.70), “A dificuldade do aluno na maioria das vezes refere-se à falta de conhecimento do conteúdo anterior, no caso, a Trigonometria”.

Ainda para Fontes e Muniz (2013, p.8) “Podemos comprovar o que foi afirmado nas pesquisas, sobre a dificuldade dos alunos em Trigonometria, com a consequente não apreensão de conceitos. Alguns haviam apenas memorizado valores, como notamos pelos comentários feitos por eles”.

Rocha e Laudares (2016, p.2) apud Vazquez (2010), apontam que “é necessário refletir sobre a prática pedagógica em sala de aula a respeito do ensino de trigonometria. Os estudantes apresentam muita dificuldade de aprender esse conteúdo devido à exigência da simples memorização e manipulação de fórmulas”.

Para Assis (2016, p.9), “observamos uma expressiva dificuldade, tanto no estabelecimento das relações, quanto em conhecimentos básicos, como a simples identificação dos catetos e hipotenusa em um triângulo-retângulo”.

Nascimento faz os seguintes questionamentos,

Revisitando tais trabalhos, é comum perceber que toda pesquisa de cunho pedagógico ou que trabalhe conteúdos explorados na Educação Básica, tenha raízes em dificuldades, em sua grande maioria, oriundas do processo de ensino e aprendizagem no exercício profissional do docente. Portanto, no tópico a seguir, iremos apresentar o que as pesquisas apontam como principais problemas ou dificuldades no ensino da Trigonometria. (NASCIMENTO, 2013, p.6).

Nascimento enfatiza que:

De fato, assim como diz um dos significados da palavra dificuldades, temos e convivemos numa situação crítica. Uma rede de obstáculos, que quando não se dá importância incitam um ensino que estimula o fracasso. Não apenas o escolar, como também, o fracasso das convicções, das motivações, das possibilidades. (NASCIMENTO, 2013, p.7).

Nota-se na fala de Nascimento que a palavra dificuldade remete a uma situação crítica, que dependendo, sua abordagem acaba direcionando para uma sequência de fracassos, não apenas escolar, pois a dificuldade está interligada com o fracasso das oportunidades, motivações e princípios.

Por outro lado, Gonçalves e Lages (2016, p.11), na conclusão do artigo 5, identifica a dificuldade como uma oportunidade para o professor investigar e dar uma atenção especial para tal problemática.

Todavia, tais dificuldades relatadas vêm inquietando pesquisadores, autores, professores e acadêmicos, que se motivam em estudar o tema e propor soluções metodológicas no processo de ensino e aprendizagem, esse fato constatamos no aumento de publicações no ENEM, que conforme as figuras 2 e 3, quantidade de publicações sobre o tema teve um crescimento considerável.

Para Oliveira,

Na área da Matemática, no Brasil dos últimos anos, os trabalhos que tiveram a trigonometria como foco de interesse se constituem estudos com abordagens bastante diversificadas. Apesar disso, eles ainda não são em grande número, o que nos facilita a fazer a análise de alguns deles (OLIVEIRA, 2006, p.15).

Podemos observar na fala de Oliveira (2006) que as publicações já estavam em um crescimento, ou seja, já era alvo de estudo de pesquisadores da área. Agora depois de 12 anos identificamos um salto significativo nas pesquisas sobre tal temática.

Sendo assim, com a análise realizada dos sete artigos estudados, foi possível observar as seguintes metodologias abordadas nas atividades em sala de aula e nas propostas metodológicas dos teóricos da área em estudo.

Quadro 4 - METODOLOGIAS.

TÍTULO	METODOLOGIA
1º -O ensino da trigonometria subsidiado pela teoria da aprendizagem significativa e pela teoria dos campos.	Utilizando a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, apresentou uma metodologia em três etapas: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Identificar os conceitos prévios dos estudantes;</li> <li>✓ Criação dos conceitos;</li> <li>✓ Avaliação das competências e habilidades alcançadas;</li> </ul>
2º-Trigonometria no triângulo retângulo: o aluno como protagonista na construção do conhecimento.	Ênfase na construção do conhecimento pelo sujeito aluno, do papel do professor e das situações didáticas, mediadores nesse processo.
3º-Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos.	Elaboração de três questões que compuseram uma sequência didática, pautada na transposição didática.
4º-Trigonometria: um olhar com a pesquisa e a sala de aula.	Estudo bibliográfico, destacando como as metodologias: sequência didática, Trajetória Hipotética da Aprendizagem, tecnologias, representação semiótica com o auxílio da tecnologia, abordagem histórico-filosófica e mista (várias metodologias), Abordadas pelos teóricos que trazem contribuição para o ensino de trigonometria na sala de aula.

5°-Formas de pensamento matemático evidenciadas em conceitos básicos de trigonometria.	Atividades realizadas através de uma investigação, com destaque para a visualização (no sentido de criar, manipular e compreender).
6°-Objeto de aprendizagem para o estudo das funções trigonométricas arco seno e arco cosseno.	Seqüência didática com o uso da tecnologia: utilização do software Geogebra, com o objetivo de construir o conceito de funções seno e cosseno, bem como suas inversas.
7°-Relações trigonométricas no triângulo-retângulo: a construção do conceito de seno, cosseno e tangente como uma relação no ângulo agudo por meio de material manipulativo.	Utilizando a teoria dos campos conceituais de Vergnaud. A partir do uso de material concreto, realizou-se a construção do conceito de seno, cosseno e tangente, como uma relação em um ângulo agudo de um triângulo retângulo.
8°-Um estudo sobre a trigonometria no triângulo retângulo na perspectiva da teoria dos campos conceituais	Investigação pautada na teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, a qual envolve as relações entre saber, professor e aluno e a teoria dos campos conceituais.

**Fonte:** AUTORA (2018).

As presentes metodologias relacionadas no (QUADRO 4), nos remetem a prática do ensino da Trigonometria, destacando a abordagem do tema na sala de aula, a partir das metodologias diferenciadas. Destaca-se que todas estão direcionadas para o mesmo objetivo, que é aprimorar o Ensino de Trigonometria.

No primeiro artigo os autores utilizam como aporte teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e também a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, tais teorias são apresentadas pela autora de tal forma que,

[...]pelo envolvimento dos alunos e da pesquisadora, pode-se afirmar que uma metodologia baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (TAS) e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud provoca uma significativa mudança no processo de ensino e aprendizagem. Contribui para uma educação inovadora, mais humana, que desperta, no estudante, o interesse em participar da aula, transforma a sala de aula num rico laboratório, provocando o seu crescimento pessoal e cognitivo, considerando o aluno como um ser ativo, durante todo o processo (KLEIN, 2010, p.9).

Entende-se que,

A teoria da aprendizagem de Ausubel propõe que os conhecimentos prévios dos alunos sejam valorizados, para que possam construir estruturas mentais utilizando, como meio, mapas conceituais que permitem descobrir e redescobrir outros conhecimentos, caracterizando, assim, uma aprendizagem prazerosa e eficaz (PELIZZARI et al, 2002, p.1).

Para isso o estudante precisa ter disposição para aprender e o conteúdo ter um significado que depende da natureza do conteúdo e das informações que possuem como experiências para si mesmo.

Ainda no primeiro artigo e também nos artigos sétimo e oitavo temos a presença da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, sendo assim identifica-se nestes três artigos, relatos em que os autores descrevem bons resultados, que são observados nas falas de ASSIS(2016), SANTOS(2016) e também KLEIN(2010) já citado anteriormente.

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud permite-nos a compreensão dos aspectos que permeiam a construção do conhecimento pelo discente e do modo como ocorre a construção de situações em que os conhecimentos podem ser configurados a partir do crescimento progressivo inerentes a formalização de um conceito [...] (ASSIS, 2016, p.4)

Considerando que, para Vergnaud, “os conceitos-em-ação permitem identificar os objetos, as propriedades e as relações” (VERGNAUD, 2009, p. 22), observou-se que os alunos mobilizaram os seguintes conceitos-em-ação quanto ao conhecimento do triângulo retângulo: •Ângulo de 90°, Triângulo e Retângulo (SANTOS, SANTOS, 2016, p.7 Apud VERGNAUD, 2009, p. 22).

Notou-se que tal Teoria Teoria dos Campos Conceituais visa fornecer um panorama e também princípios para o desenvolvimento e da aprendizagem de conhecimentos que possuem algum grau de complexidade para os estudantes.

Nesse sentido temos que,

Trata-se de uma teoria cognitivista, que busca analisar o desenvolvimento e a aprendizagem de competências complexas dos estudantes. Para isso, subsidia o professor de modo que ele possa compreender os processos e as práticas de ensino que possibilitem o desencadeamento dos processos de aprendizagem (SANTANA et al, 2015, p.1163)

Na sequência, o segundo artigo traz uma ênfase para o na construção do conhecimento pelo estudante, do papel do professor e das situações didáticas. Através de experiências anteriores do estudante no meio que está inserido, a partir de um diálogo rever alguns conceitos, dando voz para estudante.

No terceiro artigo sintetizado, a metodologia aplicada foi uma sequência didática para o Ensino de Trigonometria e Números Complexos, tal sequência enfatizou a importância do conhecimento prévio de Trigonometria para o Ensino de Números Complexos com ênfase nas coordenadas polares.

O quarto artigo apresenta um estudo bibliográfico sobre o Ensino de Trigonometria e destacando as metodologias mais estudadas, como também os pesquisadores identificados na (Figura 6).

No quinto artigo, notou-se um destaque para a forma como o estudante representa a solução, ou seja, na forma gráfica ou algébrica e também na questão da abstração, na qual as autoras identificaram uma necessidade de trabalhar com questões

que exijam a interpretação de textos e que incentivem a descrição formal das relações e processos matemáticos

Com essa análise dos artigos, percebeu-se que o uso da tecnologia pode colaborar nesse processo, no sexto artigo sintetizado observou-se uma aplicação para um curso técnico, o que proporcionou que estes estudantes vivenciassem de uma forma diferenciada um conteúdo que é aplicado em uma disciplina específica do curso.

Dando continuidade, foi possível verificar outras metodologias, como Situações Didáticas de Guy Brousseau mencionada e aplicada no oitavo artigo.

Sendo assim, tomando como base os trabalhos sintetizados, observamos importância de a escola trabalhar a Trigonometria, notamos que o Ensino da Trigonometria vem avançando no âmbito das publicações, estes avanços são essenciais e mostram o interesse dos envolvidos em suprir a “dificuldade no processo de ensino e aprendizagem”. Diante disso temos as metodologias, as quais foram identificadas nos artigos publicados no ENEM e apresentadas nesta pesquisa, que reforçam essa afirmação.

Destaca-se a utilização da Didática Francesa na pesquisa realizada, com aporte nas teoria dos campos conceituais, situações didáticas e transposição didática.

## CONCLUSÕES FINAIS

Ao finalizar este estudo, a sensação é de que o objetivo foi alcançado, e de fato, abrindo possibilidades para futuras pesquisas.

Ao iniciar esta pesquisa, buscando em alguns textos relatos de práticas sobre o Ensino de Trigonometria na sala de aula, tinha algumas expectativas e curiosidades em relação ao que encontraria durante o caminho de estudos e análises.

Importante, destacar que houve uma dificuldade em pesquisar e identificar os trabalhos sobre Trigonometria, nos primeiros eventos, especificamente da primeira até a sétima edição, pois havia somente resumos que não nos apresentavam nenhuma conclusão.

No entanto, durante todo o processo de pesquisa e leituras, constatamos que a Trigonometria, é um tema abordado em sala de aula que causa certo desconforto no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, através da sintetização dos trabalhos, foi possível perceber um grande esforço dos pesquisadores em propor metodologias visando o ensino para melhorar a aprendizagem dos alunos.

Encontramos alguns trabalhos sobre a temática, para este trabalho usamos oito, localizados nas comunicações científicas do ENEM, no qual a maioria das exposições é de professores que estão na sala de aula investigando sobre suas práticas.

O crescimento nas publicações remete a inúmeros questionamentos, que podem ser feitos a partir da pesquisa realizada: Qual seria o motivo deste aumento? O tema ainda gera complexidade no processo de Ensino e Aprendizagem? Será que no próximo evento essa quantidade de publicações irá aumentar?

Outro fato que identificamos nesta pesquisa e no meu processo de formação como futura professora é que estamos diante de uma evolução no processo de inclusão, portanto será que nessa temática existe alguma abordagem sendo realizada em sala de aula? Na pesquisa não encontramos trabalhos que abordasse a inclusão neste contexto.

Diante disso, em próximos trabalhos, pretendemos, a partir dessa pesquisa, aprimorar a abordagem teórica e direcionar o estudo, com uma ligação entre a Trigonometria e a inclusão, identificando estudos e propondo atividades no sentido de incluir estudantes com necessidades especiais.

Destaca-se a importância desta pesquisa, para minha formação como futura professora, identificando as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, verificando as metodologias empregadas pelos professores em sala de aula e com isso

transformar minha prática, sabedora dos desafios existentes no ensino de trigonometria com objetivo de contribuir para o ensino da mesma.

## REFERÊNCIAS

ASSIS A. N. de. **Relações trigonométricas no triângulo-retângulo: A construção do conceito de seno, cosseno e tangente, como uma relação no ângulo agudo, por meio de material manipulativo.** In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2016, São Paulo- SP. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: < [http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4583\\_3896\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4583_3896_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

BALDINO, R. R. **Pesquisa-ação na formação de professores: leitura sintomal de relatórios.** In: BICUDO, M. A. V, (org). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editoras UNESP, 1999. p. 221-246.

BICUDO, M. A. V; VIANA, C. C. de S.; PENTEADO, M. G. **Considerações sobre o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista(UNESP, Rio Claro).** Bolema, Ano 14, n.15, pp. 104 a 137, 2001.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio), Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em 20/Abr/2017.

BRITO, A. J; MOREY, B. B. **Geometria e trigonometria: Dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental.** In Jonh A. Fossa (org). presenças Matemáticas. Natal: Edufrn, 2004. p. 9-33.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

FEIJÓ,R.S.A.A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria Um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal.**2018.108 f Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade de Brasília (UNB),Brasília, 2018.

FERNANDES, R. U. **Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência.** 2010. 135f. Dissertação (Mestrado) – PUC-SP, São Paulo, 2010.

FONTES, C. A.; MUNIZ, R. dos S. S. **Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos.** In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2013, Curitiba - PR. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: < [http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3540\\_1977\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3540_1977_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

GONÇALVES, D. C.; LAGE, M. A. **Formas de pensamento matemático evidenciadas em conceitos básicos de trigonometria.** In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2016, São Paulo- SP. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: <[http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5926\\_4170\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5926_4170_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

JUNIOR, A. de L. O. **Trigonometria: da origem à aplicações no esporte**. 2017, 66 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Goiás (UFG), Jataí, 2017.

KLEIN, M. É. Z. **O ensino da trigonometria subsidiado pela teoria da aprendizagem significativa e pela teoria dos campos conceituais**. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2010, Salvador - BA. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: <[http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T11\\_CC301.pdf](http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T11_CC301.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

NASCIMENTO, M. A. **Trigonometria: um olhar com a pesquisa e a sala de aula**. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2013, Curitiba - PR. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/916\\_2029\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/916_2029_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

OLIVEIRA, F.C. **Dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. 2006, 74 f. Dissertação de Mestrado do Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática Natal. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006 [Dissertação de Mestrado].

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 6ª ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

PEREZ, G. **Prática reflexiva do professor de Matemática**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C., (orgs), Educação Matemática: pesquisa em movimento. 2ª edição. São Paulo: Cortez, 2005. P. 250-263.

SANTANA, E; ALVES, A, A; NUNES, C. B. A. **Teoria dos Campos Conceituais num Processo de Formação Continuada de Professores**. BOLEMA, Rio Claro, SP, v. 29, n. 53, p. 1162-1180, dez. 2015.

REIS, L. A. C.; ALLEVATO, N. S. G. **Trigonometria no triângulo retângulo: o aluno como protagonista na construção do conhecimento**. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2013, Curitiba - PR. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: <[http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1245\\_203\\_ID.pdf](http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1245_203_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

ROCHA, M. J. da; LAUDARES, J. B. **Objeto de aprendizagem para o estudo das funções trigonométricas arco seno e arco cosseno**. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2016, São Paulo- SP. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: <[http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5379\\_2349\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5379_2349_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.

SANTOS, P. R. dos.; SANTOS, Cíntia A. B. dos. **Um estudo sobre a trigonometria no triângulo retângulo na Perspectiva da teoria dos campos conceituais.** In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 2016, São Paulo- SP. Anais eletrônicos SBEM. Disponível em: <[http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5054\\_3100\\_ID.pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5054_3100_ID.pdf)>. Acesso em: 18 mar. 2018.