

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CIVIL

HENRIQUE MACHADO KROETZ
JONATHAN DA MAIA SANTOS DE MELO
RODOLFO KRUL TESSARI

DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA DETERMINAÇÃO DOS
ESFORÇOS INTERNOS, RESISTÊNCIA E ANÁLISE DA
CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2012

HENRIQUE MACHADO KROETZ
JONATHAN DA MAIA SANTOS DE MELO
RODOLFO KRUL TESSARI

**DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA DETERMINAÇÃO DOS
ESFORÇOS INTERNOS, RESISTÊNCIA E ANÁLISE DA
CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção Civil, do Departamento de Construção Civil / DACOC, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: M. Eng. Amacin Rodrigues Moreira

CURITIBA

2012



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Curitiba – Sede Ecoville
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Curso de Engenharia de Produção Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS INTERNOS, RESISTÊNCIA E ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

por

**HENRIQUE MACHADO KROETZ
JONATHAN DA MAIA SANTOS DE MELO
RODOLFO KRUL TESSARI**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 14 de dezembro de 2012 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção Civil. Os candidatos foram arguidos pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

(Amacin Rodrigues Moreira)
Prof.(a) Orientador(a)

(José Manoel Caron)
Membro titular

(Rogério Francisco Küster Puppi)
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

RESUMO

KROETZ, Henrique Machado; MELO, Jonathan da Maia Santos de; TESSARI, Rodolfo Krul. **Desenvolvimento de software para determinação dos esforços internos, resistência e análise da confiabilidade de vigas de concreto armado.** 2012. 92f. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia de Produção Civil - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2012.

A ocorrência de uma falha ao longo da vida útil de uma estrutura pode ocasionar graves perdas, não somente de valor financeiro, mas também humano. Devido a isso, surgiram inúmeras recomendações normativas que se posicionaram a favor da segurança, arbitrando coeficientes para a majoração de solicitações externas e minoração de resistências. Por outro lado, a infundável busca pela minimização de custos trouxe consigo um apelo à precisa estimativa do nível de segurança das estruturas e de seus elementos, visando a otimização do desempenho estrutural. Visto que as recomendações normativas impossibilitam o conhecimento das reais probabilidades de falha das estruturas, procurou-se desenvolver modelos que permitissem uma análise mais precisa da estabilidade de elementos estruturais, frente aos possíveis cenários de solicitação a que podem ser submetidos. Estes cenários, por sua vez, começaram a ser abordados sob um enfoque probabilístico, visto que a aleatoriedade dos fenômenos impossibilita seu tratamento de maneira determinística, incorrendo em erros e não garantindo um desempenho satisfatório de uma estrutura. Sendo assim, foi desenvolvido um software que permite aferir o índice de confiabilidade de um elemento de viga de concreto armado, através de um modelo computacional baseado em simulações de Monte Carlo. Uma abordagem probabilística foi utilizada, através da qual as solicitações e as resistências foram modeladas segundo funções de distribuição de probabilidade adequadas. Deste modo, pode-se aferir o grau de segurança de elementos de viga. O software desenvolvido tem uma orientação para utilização em meio acadêmico, incentivando estudantes a questionar os índices normativos em vigor e incitando o aprendizado sobre segurança estrutural.

Palavras-chave: Índice de Confiabilidade. Segurança Estrutural. Simulação de Monte Carlo. Modelo Computacional. Software de Cálculo.

ABSTRACT

KROETZ, Henrique Machado; MELO, Jonathan da Maia Santos de; TESSARI, Rodolfo Krul. **Software development for determine the internal forces, resistance and reliability analysis of reinforced concrete beams.** 2012. 92 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia de Produção Civil - Federal Technology University - Parana. Curitiba, 2012.

The occurrence of any failure during a structure's lifetime may lead to serious losses, not only of financial value, but also human. Thanks to that, several normative recommendations oriented towards safety emerged, arbitrating coefficients to increase incident actions and mitigate resistances. On the other hand, the endless pursuit for cost reduction demands an accurate estimation of structures and its elements safety level, in order to optimize their performance. Since these normative recommendations preclude the knowledge of structures real failure probabilities, it has been sought to develop models that allow a more precise analysis of the structural elements stability against possible load scenarios. These scenarios, in turn, were analyzed from a probabilistic approach, since the randomness of the phenomena precludes its treatment in a deterministic way, incurring in error and not guaranteeing a satisfactory structural performance. Therefore, it has been developed a software that allows to measure the reliability index of reinforced concrete beam, through a computational model based on Monte Carlo simulations. A probabilistic approach was performed, modeling loads and strengths according to appropriate probability distribution functions. This way, it's possible to measure the security degree of beam elements. The developed software is for academic utilization oriented, encouraging students to question the normative values in force, and inciting the learning about structural safety.

Keywords: Reliability Index. Structural Safety. Monte Carlo Simulation. Computational Model. Calculation Software.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Elemento finito de pórtico plano	24
Figura 2 – Tabela de frequências e respectivo polígono de frequência acumulada..	30
Figura 3 – Superfície de probabilidade.....	32
Figura 4 – Curva Normal	36
Figura 5 – Curva Log-Normal.....	37
Figura 6 – Comportamento das solicitações e resistências em função da var. Z.....	41
Figura 7 – Índice de confiabilidade no espaço amostral reduzido	42
Figura 8 – Tela inicial	48
Figura 9 – Tela “Dados do Projeto”	50
Figura 10 – Aba Solicitações Externas.....	51
Figuras 11 e 12 – Inserção de apoios e carga distribuída.....	51
Figura 13 – Elemento de viga.....	54
Figura 14 – Elemento de pórtico	54
Figura 15 – Demonstração das reações de apoio.....	55
Figura 16 – Diagrama de esforços cortantes e cortante máximo verificado.....	57
Figura 17 – Diagrama de momentos fletores e momento fletor máximo verificado...	57
Figura 18 – Modelo de treliça de Ritter e Mörsch.....	59
Figura 19 – Exibição dos resultados de resistências.....	60
Figura 20 – Aviso sobre inversão de viga T	65
Figura 21 – Demonstração do link para edição de linhas de armaduras.....	66
Figura 22 – Janela de edição de linhas de armaduras.....	66
Figura 23 – Aba Resistência Interna	68
Figura 24 – Tabela de recomendações do índice β	72
Figura 25 – Entrada principal da tela de ajuda do software	73
Figura 26 – Exemplo de ajuda – Adicionar força pontual	73
Figura 27 – Exemplo de ajuda – Adicionar força pontual	74
Figura 28 – Aba Dados do Projeto – Exemplo 1	76
Figura 29 – Aba Solicitações Externas (Forças Aplicadas) – Exemplo 1	76
Figura 30 – Aba Solicitações Externas (Reações de Apoio) – Exemplo 1	77
Figura 31 – Aba Solicitações Externas (Esforços Cortantes) – Exemplo 1	77
Figura 32 – Aba Solicitações Externas (Momentos Fletores) – Exemplo 1	78
Figura 33 – Aba Resistência Interna – Exemplo 1	78
Figura 34 – Aba Confiabilidade – Exemplo 1	79
Figura 35 – Aba Dados do Projeto – Exemplo 2	81
Figura 36 – Aba Solicitações Externas (Forças Aplicadas) – Exemplo 2	81
Figura 37 – Aba Solicitações Externas (Reações de Apoio) – Exemplo 2	82
Figura 38 – Aba Solicitações Externas (Esforços Cortantes) – Exemplo 2	82
Figura 39 – Aba Solicitações Externas (Momentos Fletores) – Exemplo 2.....	83

Figura 40 – Aba Resistência Interna – Exemplo 2	83
Figura 41 – Aba Confiabilidade – Exemplo 2	84
Figura 42 – Gráfico N° de Ciclos x Tempo de processamento.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição de frequências de variáveis aleatórias	29
Tabela 2 – Coeficientes de variação das variáveis aleatórias.....	52
Tabela 3 – Matriz Dimensional da Confiabilidade	69
Tabela 4 – Tempos de processamento e confiabilidade para diversos n° de ciclos .	85

LISTA DE SIGLAS

ABCP	Associação Brasileira de Cimento Portland
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
FORM	First Order Reliability Method
F.D.P.	Função Densidade de Probabilidade
MC	Simulação de Monte Carlo
MCIS	Simulação de Monte Carlo com amostragem por Importância Adaptativa
NB	Norma Brasileira
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
ANN	Redes Neurais Artificiais
RS	Superfície de Resposta
SCMI	Structures Condition Marking Index
SORM	Second Order Reliability Method

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>CV</i>	Coeficiente de variação
<i>E</i>	Experimento aleatório
<i>Ev</i>	Evento
<i>F</i>	Falha estrutural

f_{ck}	Resistência característica do concreto
f.d.p.	Função densidade de probabilidade
$F(x)$	Função distribuição acumulada
f_{yk}	Resistência característica do aço
$G(R, S)$	Função de estado limite da estrutura
H	Amplitude das classes
K	número de classes da amostra
Lc	Limite das classes
N	Número total de elementos
P_f	Índice da probabilidade de falha
Q_n	Ação da carga nominal
R	Resistência do elemento estrutural
R_n	Resistência nominal
S	Solicitação do elemento estrutural
S	Espaço amostral
S	Desvio padrão amostral
s^2	Variância amostral
$V_{máx}$	valor máximo da amostra
$V_{mín}$	valor mínimo da amostra
x_i	valor do element
Z	Variável reduzida
B	Índice de confiabilidade
Γ	Coeficiente de ponderação da ação
Δ	Amplitude total
Λ	Média da variável com distribuição log-normal
$\mu = \mu_x$	Média amostral
Ξ	Desvio padrão da variável com distribuição log-normal
σ	Desvio padrão da distribuição do universo
σ^2	Variância da distribuição do universo
Φ	Coeficiente de resistência

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 OBJETIVOS.....	11
1.2 JUSTIFICATIVA.....	12
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	13
2.1 DESEMPENHO E SEGURANÇA ESTRUTURAL.....	13
2.1.1 Definições	13
2.1.2 Desempenho Estrutural	14
2.1.3 Confiabilidade	16
2.1.4 Riscos, Incertezas e Aleatoriedade em Problemas Estruturais	18
2.1.5 Trabalhos Realizados na Área de Confiabilidade de Estruturas.....	19
2.2 ANÁLISE DE ESTRUTURAS.....	22
2.2.1 Análise Estática ou Dinâmica.....	22
2.2.2 Análise Linear ou Não Linear.....	23
2.2.3 Método das Forças	23
2.2.4 Método dos Deslocamentos	23
2.2.4.1 Deslocamentos	24
2.2.4.2 Forças.....	24
2.2.4.3 Representação dos carregamentos como cargas nodais	25
2.2.4.4 Matrizes de rigidez	25
2.3 CONCEITOS ESTATÍSTICOS.....	26
2.3.1 Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidade	26
2.3.2 Experimento Aleatório.....	27
2.3.3 Variáveis Aleatórias	27
2.3.4 Espaço Amostral e Evento.....	27
2.3.5 Probabilidade: Propriedades.....	27
2.3.6 Variáveis Aleatórias Contínuas.....	28
2.3.7 Distribuição de Frequências.....	28
2.3.8 Número e Limite das Classes	29
2.3.9 Amplitude Total (Δ) e Amplitude das Classes (h).....	29
2.3.10 Distribuição de Frequência Acumulada	30
2.3.11 Função Distribuição Acumulada.....	30
2.3.12 Variáveis Aleatórias Independentes	31
2.3.13 Função Conjunta de Densidade de Probabilidade de Duas Variáveis	31
2.3.14 Medidas Representativas de Uma Amostra	32
2.3.14.1 Média e variância	32
2.3.14.2 Desvio padrão e desvio padrão reduzido	33
2.3.14.3 Coeficiente de variação	34
2.3.15 Modelos de Distribuição de Probabilidade	34

2.3.15.1 Distribuição binomial	34
2.3.15.2 Distribuição normal ou de Gauss	35
2.3.15.3 Distribuição Log-normal.....	37
2.4 CONCEITOS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	38
2.4.1 Probabilidade de Falha e Confiabilidade	39
2.4.2 Índice de Confiabilidade.....	41
2.4.3 Métodos de Obtenção da Confiabilidade Estrutural.....	42
2.4.4 Métodos de Simulação	43
2.4.4.1 Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)	43
2.4.4.2 Método de confiabilidade de segunda ordem (SORM)	44
2.4.4.3 Método de Monte Carlo.....	44
2.5 CONCRETO ARMADO.....	46
2.5.1 Flexão Simples	46
2.5.2 Cisalhamento	46
3 METODOLOGIA.....	48
3.1 ABA INICIAL	48
3.2 DADOS DE PROJETO	49
3.3 SOLICITAÇÕES EXTERNAS	50
3.3.1 Método da Rigidez Direta	53
3.3.2 Determinação dos Esforços Internos Máximos.....	56
3.4 RESISTÊNCIA INTERNA	58
3.4.1 Cálculo do Momento Fletor Máximo Resistente.....	59
3.4.2 Cálculo do Esforço Cortante Máximo Resistente.....	66
3.5 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	69
3.6 TELA DE AJUDA	72
4 RESULTADOS	75
4.1 EXEMPLO 1 - CÁLCULO DE VIGA T BIPOIADA.....	75
4.2 EXEMPLO 2 - CÁLCULO DE VIGA RETANGULAR HIPERESTÁTICA	80
4.3 ANÁLISE: TEMPO DE PROCESSAMENTO X PRECISÃO DOS CÁLCULOS.....	85
5 CONCLUSÕES	87
6 REFERÊNCIAS	88

1 INTRODUÇÃO

Na engenharia civil, é inevitável a ligação dos termos ‘desempenho estrutural’ e ‘confiabilidade’ com a questão da segurança requerida em nossas estruturas. Sejam elas de concreto armado, madeira ou aço, todos os profissionais envolvidos no processo devem ter em mente a dimensão das possíveis consequências da ocorrência de uma falha na concepção ou execução de um empreendimento. Tais consequências são capazes de assumir uma ordem não somente econômica e estética, mas também humana, quando condições de ruína de algum elemento estrutural ocasionam o colapso global da estrutura, colocando em risco o bem infungível que é a vida do homem.

Neste capítulo, serão apresentados os objetivos gerais e específicos deste trabalho, assim como as justificativas que motivaram seu desenvolvimento.

No capítulo 2, referente à revisão da literatura, serão abordadas questões referentes à segurança estrutural. Além disso, será feita a introdução a algumas técnicas estatísticas para análise de fenômenos aleatórios e serão analisados alguns modelos probabilísticos relevantes para a análise de confiabilidade. Serão tratados alguns tópicos da Teoria da Confiabilidade, de Concreto Armado, e será feita uma breve explanação sobre o Método da Rigidez Direta, todos conceitos necessários para a realização do presente trabalho.

Por conseguinte, no capítulo 3 o software é apresentado, sendo detalhados seu funcionamento e seu processo de implementação.

Por fim, o capítulo 4 apresenta resultados obtidos a partir do software através de exemplos, também são comparados a precisão dos resultados com o tempo de processamento necessário para obtê-los.

A conclusão do trabalho é feita no capítulo 5.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é o desenvolvimento de modelo computacional para a determinação de esforços internos solicitantes e análise de confiabilidade de vigas de concreto armado.

Buscando atingir esta meta, o projeto foi dividido em objetivos específicos:

- Desenvolvimento de uma função que determine a resistência de cálculo, a flexão e cisalhamento, de uma viga de concreto armado a partir da entrada de dados pelo usuário, segundo recomendações na NBR 6118/2008;
- Desenvolvimento de funções que determinem o momento fletor e o esforço cortante em um elemento de barra horizontal, dado seu carregamento, através do método da rigidez direta, bem como a identificação dos pontos onde cada esforço interno é máximo;
- Análise estatística das resistências e esforços internos encontrados através de simulações de Monte Carlo;
- Determinação da probabilidade de falha direta da estrutura e de seu índice de confiabilidade (β);
- Ambientação gráfica das funções e rotinas criadas, visando a criação de uma interface amigável e didática.

1.2 JUSTIFICATIVA

Como coloca Ellingwood (2000), as demandas no sistema da construção civil são altamente variáveis, sendo que as falhas, de maneira geral, são bastante visíveis e costumam trazer consigo consequências severas. Nesse contexto, os estudos no campo da confiabilidade tem sua razão de existir, na busca de um tratamento mais preciso e real das condições de estabilidade de elementos estruturais, frente aos variados cenários de solicitação a que tais elementos podem ser submetidos. Além disso, estruturas mais seguras do que o suficiente podem ser otimizadas, mantendo-se assim seguras, porém com menor gasto de material.

Os cursos de graduação em engenharia civil no Brasil não costumam abordar em seus programas disciplinas sobre confiabilidade estrutural, ainda que o tema seja tão importante. Sendo assim, se faz relevante o desenvolvimento de utilitários didáticos que introduzam o tema ao futuro projetista de estruturas, e o instigue aprofundar seu conhecimento na área.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, será feita uma abordagem sobre segurança estrutural e alguns de seus principais conceitos. Serão também introduzidas as principais ferramentas estatísticas para análise probabilística de variáveis aleatórias, essenciais ao desenvolvimento da teoria de confiabilidade estrutural. Serão também explorados alguns tópicos referentes a esta teoria, procurando elucidar os métodos computacionais mais comumente empregados na análise da segurança estrutural. Será feita também uma breve revisão sobre a teoria aplicada à solução de estruturas de concreto armado e sobre o método da rigidez direta.

2.1 DESEMPENHO E SEGURANÇA ESTRUTURAL

De acordo com Krüger (2008), o assunto confiabilidade estrutural é relativamente recente e possui ainda poucas publicações em determinadas áreas específicas. Em contrapartida, a bibliografia acerca do desempenho estrutural apresenta diversas maneiras para realizar a análise de estruturas, seja em termos de deterioração dos materiais, estimações da vida útil, realizações de ensaios, entre outros.

2.1.1 Definições

Uma definição sucinta para “desempenho estrutural” é dada por Souza e Ripper (1998), que conceituam como o comportamento de cada elemento ou estrutura, ao longo de sua vida útil. Para se identificar a vida útil de uma estrutura ou elemento é necessário definir qual o limite da deterioração aceitável, ou seja, seu desempenho mínimo. Os autores finalizam comentando que o desempenho estrutural é dependente não somente dos agentes de deterioração, da qualidade das metodologias e dos materiais empregados nas fases de planejamento, mas também do processo executivo e da posterior utilização da edificação.

Krüger (2008) define desempenho estrutural como a capacidade de uma estrutura apresentar resistência ou capacidade de suporte superior às solicitações atuantes em si ao longo da vida útil do sistema. Além disso, o autor expressa sua

concepção sobre a confiabilidade em engenharia como sendo a “probabilidade de ocorrência do desempenho satisfatório”. Ao falar sobre obtenção de desempenho satisfatório, remete-se basicamente à ideia de atendimento ou não a requisitos essenciais pré-estabelecidos em uma estrutura.

Em adição, como já mencionado, a confiabilidade está fortemente ligada ao quesito segurança. É no âmbito da verificação desta que Mohamed (1996) define a confiabilidade estrutural como sendo a probabilidade de sobrevivência de um componente ou sistema estrutural, desde que utilizado de acordo com as especificações do projeto.

De maneira análoga, a confiabilidade requerida pode ser entendida como a probabilidade máxima de ruína aceita em um dado período de tempo. Tal condição extrema relaciona-se a um estado limite particular (fronteira entre o domínio seguro e de falha) ou colapso global da estrutura (JCSS,1996).

Rostam (1992) versa sobre as responsabilidades de cada participante direto de uma estrutura no que diz respeito à garantia do desempenho. Em uma primeira etapa, de planejamento, atribui-se ao proprietário a função de definir as necessidades e possíveis demandas. Ao projetista cabe o projeto em si e a sugestão das propostas de controle de qualidade. Tais indicações devem ser seguidas, numa terceira etapa, pelo construtor no ato da execução. Finalmente, o usuário é a figura responsável pela manutenção da estrutura ao longo de toda sua vida útil.

2.1.2 Desempenho Estrutural

A análise do desempenho estrutural é justificada, principalmente, por possibilitar ao avaliador tomar uma decisão adequada sobre a necessidade de intervenção de edificações. Para tal análise, Moreira (2002) afirma ser necessário considerar as alterações nas características dos materiais e a influência da presença de danos estruturais no sistema analisado. Com relação às formas de investigação estrutural, o autor complementa que a análise de estruturas existentes tem sido feita, de modo geral, por meio de inspeções visuais e ensaios amostrais para a avaliação dos materiais.

Metodologias para a realização de tais inspeções e ensaios vêm sendo desenvolvidas no decorrer dos últimos anos. Através de seu agrupamento e

posterior categorização, observa-se a existência de cinco tipologias de métodos em função do resultado fornecido pela análise realizada. A seguir é comentada cada tipologia, seguida de um exemplo de estudo realizado baseado na mesma.

- Métodos que fornecem apenas informações de cadastramento geométrico e de patologias:

No trabalho de ICOMOS (2001), o estudo de falhas estruturais começa pelo mapeamento de danos visíveis. A observação direta da estrutura é uma fase essencial do estudo, geralmente feita por uma equipe qualificada, a fim de fornecer uma compreensão inicial da estrutura e de dar uma direção apropriada às investigações subsequentes.

Entre os objetivos principais desta observação estão:

- I- Identificar deterioração e danos;
- II- Determinar se os fenômenos estão estabilizados ou não;
- III- Decidir se há riscos imediatos e medidas urgentes a serem tomadas;
- IV- Descobrir se o meio ambiente é danoso ao edifício.

- Métodos que fornecem índices indicativos dos graus de danos:

Ribeiro (2007) versa sobre um índice que reflete o estado geral de conservação para qualquer obra de arte. Trata-se do chamado SCMI, (Structures Condition Marking Index) estabelecido pela especificação "The Structures Condition Marking Index Handbook, 2001". O índice pode ser aplicado a todas as obras sujeitas a inspeções detalhadas. Através do SCMI uma obra de arte pode ser classificada numa escala que varia entre 0 e 100, sendo que o valor máximo de 100 corresponde a uma estrutura em perfeitas condições.

- Métodos que apresentam estimativas de vida útil:

Em seus estudos, Gomes e Awruch (2000) procedem a análise da confiabilidade de estruturas de concreto armado, incluindo o efeito da corrosão. É obtida uma curva descrevendo a probabilidade de falha com o tempo, considerando os conceitos de carbonatação e corrosão por cloretos (baseado na Lei de Fick).

- Métodos baseados em ensaios de desempenho:

Em "Avaliação de Desempenho Estrutural de Ponte com Base nos Testes Dinâmicos e Calibrados por Modelos Numéricos", Almeida e Penner (2002) apud Moreira (2002) baseiam-se na análise do desempenho da estrutura por meio da medição e controle dos efeitos causados pela aplicação de ações externas de natureza e intensidade previamente definidas. Vale ressaltar que estes métodos

baseados em ensaios de desempenho, de modo geral, apresentam um custo elevado comparados aos demais métodos.

- Métodos que avaliam a confiabilidade da estrutura:

Esses métodos compõe o escopo do presente trabalho e serão abordados com maior minúcia no decorrer. Em resumo, também basear-se-ão em parâmetros que considerem as condições reais do elemento estrutural, porém buscando um resultado de ordem probabilística que represente, com satisfatória precisão, o estado de confiabilidade em que se encontra a estrutura. Esse tipo de análise pode ser realizado em estruturas pré-existentes ou em fase de projeto (MOREIRA, 2002).

2.1.3 Confiabilidade

Há duas décadas já se buscava conceber estruturas cujo desempenho fosse otimizado através da aplicação dos conceitos de confiabilidade. Como salienta Breitschaft et al (1992), de acordo com os critérios do Eurocode as estruturas deverão ser projetadas, construídas e mantidas de modo que, com adequados graus de confiabilidade:

- Tenham desempenho adequado sobre todas as ações esperadas;
- Considerem todas as ações e outras influências que possam ocorrer durante a execução e uso;
- Tenham adequada durabilidade em relação aos custos de manutenção;
- Apresentem danos não proporcionais para causas excepcionais.

Com a evolução da tecnologia, da ciência e da dinamicidade no acesso à informação, foi possível ao homem obter um maior controle sobre a segurança de suas obras, seja em termos de monitoramento das ações, seja no emprego de materiais cada vez mais apropriados a anseios específicos. O crescente aprimoramento dos materiais estruturais faz com que as estruturas trabalhem cada vez mais próximas de seus limites. Atrelado a esse quadro, ainda não existem normas que abordam o projeto e/ou verificação estrutural em termos totalmente probabilísticos, impossibilitando o conhecimento das probabilidades de falha das estruturas. Buscando solucionar esses inconvenientes, a Teoria da Confiabilidade Estrutural é empregada com o objetivo de diminuir as incertezas da avaliação da segurança estrutural (NOGUEIRA, 2005).

As instruções normativas brasileiras utilizam-se dos coeficientes parciais de segurança para a determinação da capacidade de carga. Sob a ótica de Krüger (2008), esse tipo de abordagem tradicional simplifica o problema ao considerar os parâmetros de maneira determinística e desconsiderar sua variabilidade, incorrendo em erros ao desprezar seu tratamento probabilístico. Afirma ainda que os coeficientes de segurança são geralmente baseados em experiências anteriores, porém não garantem segurança ou desempenho satisfatório de forma absoluta.

De maneira análoga, Soares e Venturini (2001) tratam “análise determinística” como funções de estado limite, que se baseiam em conhecimentos de sistemas. Complementam ainda que na análise determinística é possível verificar se a estrutura é segura, porém não em termos quantificáveis. Diferentemente, na análise probabilística a resposta do problema pertence a um domínio de falha ou de segurança, permitindo a quantificação da distância do limite da estrutura.

Ao pesquisar a bibliografia referente ao assunto confiabilidade, um parecer é convergente entre grande parte dos autores: na forma tradicional como são realizadas nossas estruturas, há uma carência do conhecimento de seu nível de segurança. Nessa linha de raciocínio, Real e Campos Filho (2001) analisaram a determinação do índice de confiabilidade de vigas e pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118/2008. Os resultados mostraram que o uso de coeficientes parciais pode levar elementos estruturais a diferentes níveis de confiabilidade, além de uma interpretação equivocada, uma vez que não se define a situação real da estrutura. Neste estudo, por exemplo, foram obtidas para vigas e pilares probabilidades de ocorrência de falha da ordem de 10^{-18} e 10^{-8} , respectivamente.

A partir disto, fica evidente que diferentes elementos estruturais devem ser dimensionados de acordo com sua importância relativa à segurança global da estrutura. Do mesmo modo, podem-se extrapolar os resultados e concluir que adequados graus de confiabilidade devem estar intrinsecamente ligados à destinação da estrutura. Ou seja, estruturas com usos diferentes devem considerar a utilização de níveis de confiabilidade adequados à gravidade da ocorrência de falhas.

Segundo Soares e Venturini (2001), usualmente há dois aspectos principais a se considerar em um projeto adequado em engenharia. O primeiro deles é o modelo mecânico, o qual deve ser escolhido de tal forma que represente o mais fielmente possível o comportamento atual da estrutura. Já o segundo é o modelo de

confiabilidade, devendo ser escolhido para estimar precisamente as probabilidades de falha. Além disso, através deste último modelo, torna-se possível a determinação dos estados limites mais críticos para uma determinada estrutura em função de suas condições de carregamento, elementos constituintes e propriedades de resistência.

O trabalho de Soares e Venturini (2001) apresenta os conceitos básicos da Teoria de Confiabilidade aplicada à engenharia de estruturas, considerada como uma simples transformação da experiência adquirida durante o desenvolvimento da humanidade em modelos matemáticos.

Notavelmente, os trabalhos envolvendo a análise de confiabilidade em estruturas de concreto armado utilizam, em sua grande maioria, o índice de confiabilidade β como resposta final da análise. Esse índice, disseminado em 1969 por Cornell (SOARES E VENTURINI, 2001), é abordado com maior clareza na seção 2.3, onde são apresentados os métodos probabilísticos para tratamento e simulação dos dados envolvidos nos problemas de confiabilidade estrutural.

2.1.4 Riscos, Incertezas e Aleatoriedade em Problemas Estruturais

Muitos autores trazem definições próprias para o que entendem por “risco” no campo da engenharia. Em geral, conceituam risco como o produto da probabilidade de acontecimento indesejado por algo relacionado à ocorrência da falha. Hartford e Baecher (2004) apud Krüger (2008) definem risco como o valor esperado de um resultado adverso: $\text{Risco} = \text{Probabilidade} \times \text{Consequências}$.

Verzenhassi (2008), em seu estudo “Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade”, analisa o risco sob uma ótica de custos associados, entendendo risco como o produto de um custo de falha pela probabilidade de que esta falha aconteça.

Soares e Venturini (2001) comentam a afirmação presente na norma Norueguesa (NS5814) que conceitua risco como uma lista de consequências e suas probabilidades.

Ao optar-se por observar fenômenos estruturais do ponto de vista da confiabilidade, análises de informações estatísticas e probabilísticas são necessariamente incorporadas ao problema, surgindo assim a noção de incerteza.

As incertezas em um sistema podem ser de origem quantitativa (ou não cognitivas) ou qualitativa (cognitivas). As incertezas quantitativas podem

surgir de diversas fontes, tais como: aleatoriedade do fenômeno físico, incerteza estatística devido à insuficiência ou inadequação dos dados observados e incerteza no modelo escolhido para representar o fenômeno em estudo.

As incertezas qualitativas surgem em função de fatores difíceis de quantificar, tais como a definição dos parâmetros relevantes no desempenho, qualidade, deterioração dos materiais, experiência e habilidade dos operários e engenheiros, impactos ambientais dos projetos, condições de estruturas existentes, fatores humanos e outras definições das inter-relações entre os parâmetros (KRÜGER, 2008, p. 19).

Tratando das imprecisões das previsões e estimativas dos fenômenos do mundo real, muitas vezes causadas por um desconhecimento ou inadequação dos modelos utilizados, Ang e Tang (2007) trazem uma classificação similar. Separando as incertezas em aleatórias e epistêmicas, aquelas estão relacionadas à origem quantitativa e estas ao conhecimento científico do fenômeno de estudo.

É possível ainda a divisão das incertezas em mais de dois tipos. Bulleit (2008) divide as incertezas nos cinco tipos a seguir, nos quais se acredita que os exemplos mais importantes sejam contemplados:

1. Tempo: incerteza na previsão do futuro ou passado;
2. Limites Estatísticos: dificuldade na obtenção de dados suficientes;
3. Limites do modelo: simplificação de alguns aspectos da estrutura em função do modelo estrutural adotado;
4. Aleatoriedade: dificuldade de determinação de algumas propriedades aleatórias (por ex., módulo de elasticidade, resistências do concreto), visto que seus valores podem variar em uma determinada faixa;
5. Erros humanos: No caso de projetos de engenharia a condição de haver erros grosseiros não é admitida.

2.1.5 Trabalhos Realizados na Área de Confiabilidade de Estruturas

Na busca por fontes variadas acerca do tema ‘confiabilidade estrutural’ – a fim de estabelecer uma base teórica para o desenvolvimento do presente estudo – destacam-se alguns trabalhos devido à forma como encaram e desdobram o assunto, à maneira como procedem ao tratamento dos dados estatísticos, bem como aos modelos probabilísticos adotados.

Segundo Moreira (2002) as primeiras formulações matemáticas do problema da segurança estrutural são atribuídas a Mayer em 1926, Wierzbicki em 1936 e Streletzki em 1947. Após tais estudos, tomou-se consciência de que nenhuma estrutura é absolutamente segura, isto é, possui probabilidade de falha nula.

Nogueira e Venturini (2009) realizaram um estudo que muito se aproxima da ideia deste trabalho, à diferença que estudaram também a otimização estrutural. Os autores apresentam um modelo de otimização baseada em confiabilidade com aplicação ao dimensionamento de vigas em concreto armado. Buscaram aliar a economia com a segurança necessária, cujo modelo de minimização envolvia restrições mecânicas e de confiabilidade. Os resultados mostraram que o modelo adotado, de fato, otimiza o dimensionamento em relação ao dimensionamento padrão. Foi obtido um tempo de processamento de 8 minutos para um tratamento não linear dos materiais contra pouco mais de 1 segundo quando considerado modelo linear.

Araújo (2001) apresenta uma abordagem via elementos finitos para a análise probabilística de pilares de concreto armado. As propriedades do concreto são representadas como campos estocásticos Gaussianos homogêneos. A tensão de escoamento do aço, a localização das armaduras, as dimensões da seção transversal do pilar e a carga axial são consideradas como variáveis aleatórias. Para a obtenção dos valores esperados e dos desvios padrões da carga de ruptura o método de Monte Carlo é utilizado, sendo a segurança estrutural avaliada através do índice de confiabilidade. Verificou-se que, considerando as variações espaciais das propriedades do concreto, a ruptura pode ocorrer em qualquer seção transversal ao longo do comprimento do pilar. Os procedimentos que consideram as propriedades do concreto como simples variáveis aleatórias não são satisfatórios para uma análise de confiabilidade, pois predeterminam a seção onde a ruptura irá ocorrer.

Gomes (2001) busca avaliar a influência das incertezas na verificação do comportamento estrutural, objetivando uma melhor representação das características do sistema e uma quantificação do significado destas incertezas no projeto. O autor compara os principais modelos probabilísticos utilizados em problemas de confiabilidade, tais como FORM, Simulação de Monte Carlo (MC) e simulação de Monte Carlo com amostragem por importância Adaptativa (MCIS), e os métodos aproximados da superfície de resposta (RS) e de Redes Neurais Artificiais (ANN). Como conclusão, Gomes afirma que o método da simulação de Monte Carlo

é viável em termos de CPU apenas em problemas com muito poucas variáveis e valores do índice de confiabilidade não superiores a 5.

Bernardo (1999) determina, via simulação Monte Carlo, os índices de confiabilidade para estruturas em grelhas de concreto armado em relação aos estados limites último e de utilização. Conclui que o coeficiente parcial de segurança deve ser determinado individualmente para cada sistema estrutural, considerando as cargas, as propriedades dos materiais, os dados geométricos e as incertezas do modelo.

Krüger (2008) estendeu os conceitos de confiabilidade para analisar barragens de concreto, cuja quantidade de estudos publicados referente à análise por vias probabilísticas ainda é bastante reduzida. O autor objetivou em seu estudo desenvolver uma metodologia para a análise de confiabilidade estrutural de barragens de concreto comparando-a com os procedimentos determinísticos normalmente utilizados nas análises de estabilidade, além de elaborar programas computacionais genéricos para o cálculo da probabilidade de falha, ponto de projeto, etc., em situações semelhantes de barragens de concreto à gravidade. Foram desenvolvidas equações de estado limite para os vários modos de falha analisados em barragens de concreto à gravidade: flutuação, tombamento, deslizamento e tensões normais. Utilizou-se os métodos FORM, SORM e, para fins de comparação, simulações pelo método de Monte Carlo.

López et al. (2011) propõe um critério para avaliar a confiabilidade estrutural segundo uma expressão matemática que considera o acúmulo de danos ocasionados por terremotos em um intervalo de tempo. Tal expressão leva em conta, simultaneamente, a variação no tempo da capacidade estrutural e a demanda sísmica para uma dada intensidade. Considera-se na formulação incertezas epistêmicas associadas à capacidade e demanda, assim como a aleatoriedade dos eventos sísmicos e da resposta estrutural. A confiabilidade se expressa em termos do número esperado de falhas ao término de um intervalo de tempo, correspondente a diferentes estados limites. A abordagem é exemplificada pela análise de um edifício de 10 pavimentos, com características semelhantes ao local onde se encontra o Ministério das Comunicações e Transportes da Cidade do México.

Biondini et al. (2006) realiza um estudo de confiabilidade levando em consideração a degradação das estruturas de concreto. Em seu estudo, para a previsão probabilística da vida útil estrutural e para o planejamento da manutenção

de estruturas de concreto sob deterioração, a formulação proposta é baseada em uma metodologia que utiliza algoritmos evolutivos e processos de difusão química para a estimativa do desempenho de estruturas sob ataques de agentes agressivos externos.

Após a abordagem dos principais trabalhos realizados na área de análise da confiabilidade estrutural, o presente trabalho prossegue com a fundamentação estatística necessária para o cálculo probabilístico do índice de confiabilidade de vigas de concreto armado.

2.2 ANÁLISE DE ESTRUTURAS

Para se analisar uma estrutura, é necessário classificar o problema quanto à sua geometria, ao modelo do material constituinte da estrutura analisada, e das solicitações a que ela será submetida. Para a análise estrutural assistida por computador, o método dos elementos finitos e a formulação do método da rigidez direta mostram elevada importância (AZEVEDO 2003). Para o caso do método dos deslocamentos, e conseqüentemente o método da rigidez direta, é interessante definir para cada estrutura um campo de forças em equilíbrio, ou um sistema de forças em que solicitações externas e reações de apoio, juntamente com os esforços internos existentes satisfaçam todas as condições de equilíbrio da estrutura. Define-se também uma configuração de deslocamentos compatíveis, ou uma forma deformada da estrutura tal que os deslocamentos externos e as deformações internas satisfaçam as condições de compatibilidade da estrutura (MARTHA 1993).

2.2.1 Análise Estática ou Dinâmica

As ações que atuam sobre diferentes tipos de estruturas são em sua maioria dinâmicas, devendo ser consideradas as forças de inércia a que cada parte da estrutura fica sujeita. Em muitas situações, porém, as ações são aplicadas de modo suficientemente lento, de modo que as forças inerciais e acelerações de seus componentes são desprezíveis, analisando-se assim a estrutura estaticamente. (AZEVEDO 2003). No presente trabalho, as estruturas serão analisadas sempre de maneira estática.

2.2.2 Análise Linear ou Não Linear

Ao receber carga, qualquer estrutura real, de rigidez não infinita, sofre deformações. Após se deformar, sua configuração será diferente daquela em seu estado indeformado, e, portanto, a distribuição dos esforços pode ser outra que não aquela definida para a estrutura indeformada submetida ao mesmo carregamento. Se esta hipótese for considerada, a análise da estrutura é considerada não linear do ponto de vista da geometria. Em muitos casos, porém, as deformações causadas são tão pequenas com relação às dimensões dos componentes da estrutura que se admite que não há influência da modificação da sua geometria na distribuição dos esforços internos. Outra consideração frequente é que o material ou materiais constituintes da estrutura trabalham com uma relação linear entre suas tensões e deformações, que é bastante razoável quando as deformações são suficientemente pequenas (AZEVEDO 2003). No presente trabalho, as estruturas serão sempre analisadas linearmente, quer do ponto de vista da geometria ou do material, salvo simplificações sobre as resistências dos materiais sugeridas pela NBR 6118/2008.

2.2.3 Método das Forças

Também conhecido como método da compatibilidade ou método da flexibilidade. Neste método, determina-se entre as configurações de carregamentos e esforços que satisfazem as condições de equilíbrio, quais satisfazem também as condições de compatibilidade de deslocamentos. As incógnitas do problema são forças e momentos, e suas equações finais são de compatibilidade (MARTHA 1993).

2.2.4 Método dos Deslocamentos

Também conhecido como método do equilíbrio ou método da rigidez. Neste método, determina-se o conjunto de configurações deformadas que satisfazem condições de compatibilidade, obtendo-se assim a estrutura em equilíbrio. As incógnitas do problema são deslocamentos, inclusive rotações, e suas equações finais são de equilíbrio. Este é o método que melhor se aplica quando da utilização

de computadores (MARTHA 1993), e por isso será o método utilizado e abordado mais profundamente no presente trabalho.

2.2.4.1 Deslocamentos

Ao definir-se um ponto no espaço que pertence a um corpo, este sujeito a deslocamentos e deformações, pode-se associar a este ponto seis graus de liberdade, sendo três deslocamentos translacionais e três rotações (AZEVEDO 2003). Ao agrupamento destes seis deslocamentos em um mesmo vetor dá-se o nome de deslocamentos generalizados, gerando-se assim o vetor dos deslocamentos utilizado no método da rigidez direta. Não necessariamente todas as posições deste vetor serão relevantes para a análise de alguns casos. Para a implementação da análise de elementos finitos de quadro plano, por exemplo, interessam apenas dois deslocamentos e uma rotação por nó (MARTHA 1993). Um exemplo de elemento finito de quadro plano é ilustrado pela Figura 1:

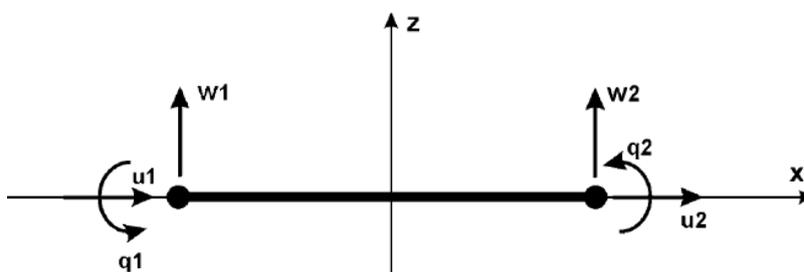


Figura 1 – Elemento finito de pórtico plano
Fonte: Abdalla 2006

2.2.4.2 Forças

Ao se utilizar o termo “forças”, se está referindo neste trabalho tanto a forças quanto a momentos. As forças que atuam em um dado nó são agrupadas num vetor de forças, com uma posição sendo correspondente a cada grau de liberdade. As forças assim encontradas podem ser forças diretamente aplicadas no ponto ou forças nodais equivalentes, facilmente obtidas em diversas tabelas na literatura para o caso de elementos de barra (AZEVEDO 2003).

2.2.4.3 Representação dos carregamentos como cargas nodais

As equações obtidas a partir da formulação do método da rigidez direta são equações de equilíbrio dos nós da estrutura. Desse modo, é necessário que toda informação que influencia a estrutura esteja resumida em uma linguagem que faça menção a apenas seus nós, uma vez que analisar o equilíbrio de apenas o nó desconsidera as cargas aplicadas ao longo das barras fora dos nós. Para estudar estes carregamentos não nodais, utiliza-se o conceito de forças nodais equivalentes (MARTHA 1993). A estrutura será então analisada para as cargas nodais combinadas, compostas pela soma das cargas aplicadas nos nós com as cargas nodais equivalentes. As forças nodais equivalentes devem manter os deslocamentos na barra conforme eles ocorrem com as cargas quando aplicadas normalmente ao longo das barras. Do princípio da superposição dos efeitos, tem-se que as reações de engaste perfeito com o sinal contrário fazem o papel das forças nodais equivalentes, segundo Martha (1993).

2.2.4.4 Matrizes de rigidez

As matrizes de rigidez estabelecem relações entre as forças e os deslocamentos na estrutura, segundo a Equação (1):

$$\{F\} = [K]\{d\} + \{F^{eq}\} \quad \text{onde:} \quad (1)$$

$\{F\}$ = Vetor de ações locais aplicadas diretamente nos nós.

$[K]$ = Matriz de rigidez global da estrutura.

$\{d\}$ = Vetor de deslocamentos nodais.

$\{F^{eq}\}$ = Vetor de ações locais de engastamento perfeito nas extremidades do elemento (cargas nodais equivalentes).

Sendo D o vetor dos deslocamentos, F um vetor no qual estão agrupadas as forças aplicadas na estrutura, e K a matriz de rigidez global da estrutura. Cada termo K_{ij} da matriz representa a “Força que deve ser aplicada na direção i para estabelecer o equilíbrio da estrutura quando $D_j = 1$ e os outros $D_n = 0$ ” (MARTHA 1993). O teorema de Maxwell implica na reciprocidade das ações e deslocamentos, e resulta na simetria da matriz de rigidez, o que pode facilitar a análise em alguns

casos (GHALI E NEVILLE, 1972). Este sistema inclui os deslocamentos nos apoios nas direções restritas, que são nulos, e as respectivas reações de apoio.

O problema pode ser descrito em termos de coordenadas globais ou gerais, que expressa as coordenadas de todos os nós da estrutura, a ser utilizado para definir a posição das barras, ou em coordenadas locais, em geral, para elementos de barra, definido por três eixos, sendo um deles o eixo da barra, e os outros dois eixos principais centrais de inércia de sua seção transversal (AZEVEDO 2003). A descrição de uma situação pode ser transformada de um para outro sistema de coordenadas com a aplicação de uma matriz de transformação, com valores de senos e cossenos pertinentes para realizar a conversão matricial. Conforme detalhado em 3.3, o problema abordado nesta versão do Beta Tool dispensa a utilização de matrizes de transformação.

2.3 CONCEITOS ESTATÍSTICOS

Técnicas estatísticas são especialmente utilizadas para nos ajudar a entender a variabilidade que está intrinsecamente ligada à maioria dos problemas de engenharia. Com base nisto, os subcapítulos a seguir expõem as principais ferramentas relevantes para o presente trabalho.

2.3.1 Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidade

Segundo Morettin (1999), o fenômeno da variabilidade pode ser definido como a propriedade de um sistema ou modelo, mesmo em condições normais de experimentação, apresentar resultados distintos ao longo de sucessivas observações, não permitindo a previsão de resultados futuros com absoluta certeza. Para explicar esta propriedade, adota-se um modelo matemático probabilístico. A fim de melhor entender este modelo, é necessário anteriormente introduzir alguns conceitos:

2.3.2 Experimento Aleatório

Segundo Morettin (1999), experimentos aleatórios são experimentos que, muito embora sejam repetidos indefinidamente sob as mesmas condições, apresentam diferentes resultados. Tais resultados são impossíveis de serem adivinhados “a priori”, porém possuem a particularidade de permitirem a descrição de todos os seus possíveis resultados por meio de probabilidades.

Além disso, experimentos aleatórios apresentam regularidade, ou seja, após serem realizados inúmeras vezes, apresentam uma estabilidade da fração (frequência relativa), em que “ n ” é o número de repetições e “ r ” é o número de sucessos de um particular resultado estabelecido antes da realização do experimento.

2.3.3 Variáveis Aleatórias

Variáveis aleatórias são variáveis numéricas, cujos valores medidos podem variar de uma réplica para outra durante a realização de experimentos aleatórios.

São divididas em variáveis aleatórias discretas e contínuas, sendo que a primeira classe representa aquelas cuja medida é fracionada e limitada a pontos discretos na linha real, enquanto a segunda pode assumir qualquer valor em determinado intervalo da reta real (MORETTIN, 1999).

2.3.4 Espaço Amostral e Evento

Fonseca e Martins (1996) Define espaço amostral (S) como sendo o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório E realizado.

Já evento (E_v) é um conjunto de resultados do experimento, sendo, portanto, um subconjunto de S .

2.3.5 Probabilidade: Propriedades

Dado um experimento aleatório E e seu espaço amostral S , utiliza-se a probabilidade para quantificar a chance que um resultado tem de estar associado a

um determinado evento Ev – denotada por $P(Ev)$. Para isso, tal probabilidade deve satisfazer três axiomas (FONSECA E MARTINS, 1996):

I. $0 \leq P(Ev) \leq 1$

II. $P(S) = 1$

III. Se Ev_1 e Ev_2 forem mutuamente excludentes, ($Ev_1 \cap Ev_2 = \Phi$), então

$$P(Ev_1 \cup Ev_2) = P(Ev_1) + P(Ev_2)$$

O primeiro axioma é tido como a probabilidade de um evento ocorrer e implica que probabilidade não pode ser negativa. Já o segundo, define que o valor máximo para uma probabilidade é 1, visto que um experimento aleatório sempre exibirá resultados contidos em seu espaço amostral. Por fim, o terceiro axioma estabelece a probabilidade de ocorrência de eventos mutuamente excludentes.

2.3.6 Variáveis Aleatórias Contínuas

Para cada tipo de variável aleatória há modelos que melhor representam a descrição da distribuição de probabilidades. Portanto, é necessário definir primeiramente qual o tipo de variáveis aleatórias que serão estudadas.

Observando o comportamento das principais variáveis que serão analisadas ao longo deste trabalho (variáveis de resistência e solitação), pode-se defini-las como variáveis aleatórias contínuas com base em Montgomery, Runger e Hubele (2004), pois seu contradomínio é geralmente um intervalo de valores ou uma coleção de intervalos.

2.3.7 Distribuição de Frequências

Conforme afirmam Fonseca e Martins (1996), a Estatística tem como objetivo encontrar leis de comportamento para qualquer conjunto de amostras, por meio da sintetização dos dados numéricos sob a forma de tabelas, gráficos e funções.

Deste modo, a distribuição de frequências corresponde a uma maneira prática de representar o número de vezes que um dado bruto (ou elemento) aparece na amostra com relação ao número total de dados obtidos. Estes dados, por sua vez, podem ser organizados segundo intervalos numéricos, definidos como classes.

Tabela 1 - Distribuição de frequências de variáveis aleatórias
(a) Variável discreta

Nº Falhas (Xi)	Freq. (Fi)
21	5
22	4
23	8
24	6
25	2
26	1
Σ	26

(a)

(b) Variável contínua

Classe	Freq. (Fi)
[40; 45)	12
[45; 50)	30
[50; 55)	35
[55; 60)	29
[60; 65)	10
[65; 70)	3
Σ	119

(b)

Fonte: Adaptada de Fonseca e Martins (1996).

2.3.8 Número e Limite das Classes

Para o cálculo do número de classes (K) não há uma fórmula exata. Porém, uma regra prática se destaca por sua simplicidade (FONSECA E MARTINS, 1996):

$K = 5$ para $n \leq 25$ e $K = \sqrt{n}$ para $n > 25$, sendo n o número de elementos da amostra.

Sendo assim, o limite das classes (L_c) corresponde a:

$$L_c = (v_{m\acute{a}x} - v_{m\acute{i}n})/K \quad \text{onde:} \quad (2)$$

$v_{m\acute{a}x}$ = valor máximo da amostra;

$v_{m\acute{i}n}$ = valor mínimo da amostra;

K = número de classes da amostra.

2.3.9 Amplitude Total (Δ) e Amplitude das Classes (h)

Amplitude total é a diferença entre o maior e o menor valor observado. Ou seja, representa a diferença presente na Equação (2): ($v_{m\acute{a}x} - v_{m\acute{i}n}$) (FONSECA E MARTINS, 1996).

Já a amplitude do intervalo de classe é razão da amplitude total de dados (Δ) pelo número de classes (K).

$$h \sim (\Delta / K) \quad (3)$$

Assim como o número de classes é uma aproximação da raiz quadrada do tamanho da amostra, a amplitude das classes também deve ser arredondada ao

número fracionário ou inteiro mais interessante para a montagem da tabela de distribuição de frequências (ver Tabela 1-b).

2.3.10 Distribuição de Frequência Acumulada

Distribuição de frequência acumulada é a soma das frequências de todos os valores iguais ou inferiores a um dado limite superior de classe. Sua representação gráfica recebe o nome de polígono de frequência acumulada (FONSECA E MARTINS, 1996).

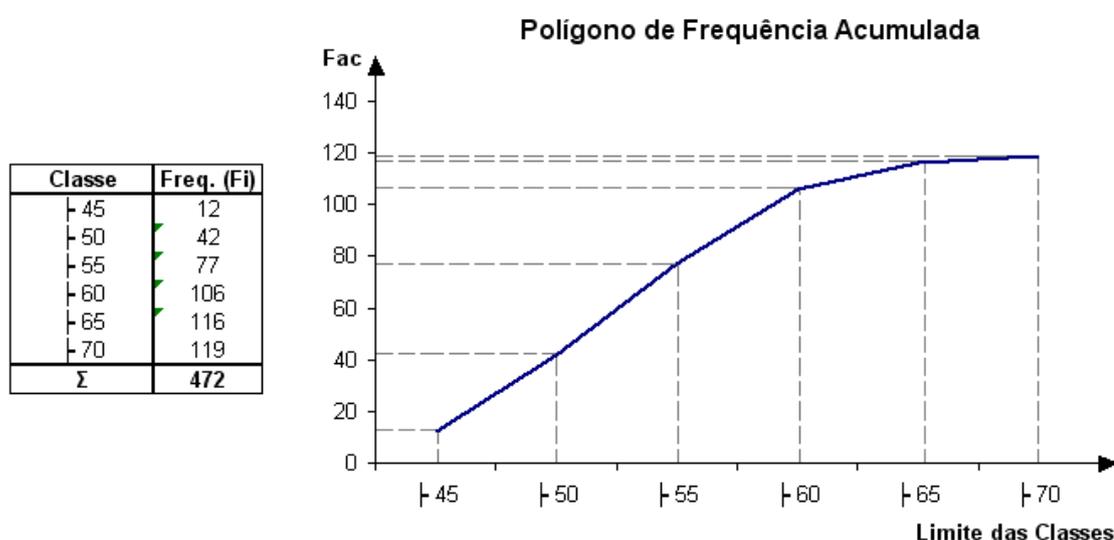


Figura 2 – Tabela de frequências e respectivo polígono de frequência acumulada
Fonte: Autoria própria

2.3.11 Função Distribuição Acumulada

Fonseca e Martins (1996) descreve a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória contínua através de sua função de distribuição acumulada. Esta função é dada em função de um número real u e fornece a probabilidade de uma variável X apresentar valores iguais ou menores a u .

$$F(x) = P(X \leq u) = \int_{-\infty}^u f(x) \cdot dx \quad (4)$$

para $-\infty < u < \infty$.

A função distribuição acumulada $F(x)$ pode ainda ser utilizada para determinar a probabilidade de X estar num intervalo pré-definido, como por exemplo, entre a e b .

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x).dx = \int_{-\infty}^b f(x).dx - \int_{-\infty}^a f(x).dx \quad (5)$$

A expressão (6) ilustra ainda a função densidade de probabilidade (f.d.p.), correspondente à integral contida no centro da igualdade.

$$f.d.p. = \int_a^b f(x).dx \quad (6)$$

2.3.12 Variáveis Aleatórias Independentes

Variáveis aleatórias estatisticamente independentes são aquelas cujas características estatísticas não se alteram devido à presença de outra variável na análise. Isto implica que, para duas variáveis aleatórias X e Y , a probabilidade dos eventos $X = x$ e $Y = y$ ocorrerem permanece inalterada para todo x e todo y (SPIEGEL, 1978). Deste modo, quaisquer valores obtidos para uma variável não depende ou influi no valor da outra variável. Ou seja:

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x).P(Y = y) \quad (7)$$

De um modo geral, a maioria das variáveis envolvidas na análise estrutural pertence a este grupo. Assim como em Nogueira (2005), neste trabalho as resistências à compressão do concreto e do aço serão consideradas como variáveis aleatórias e independentes.

2.3.13 Função Conjunta de Densidade de Probabilidade de Duas Variáveis

A partir de exposto acima, é possível fazer uma importante consideração. Visto que a probabilidade de uma variável aleatória X apresentar um valor x pertencente a um intervalo pré-definido $[a, b]$ pode ser calculada por meio de sua função densidade de probabilidade, pode-se reescrever a Equação (7) da seguinte forma:

$$P(a < X < b, Y = y) = \int_a^b f(x).dx . P(Y = y) \quad (8)$$

Da mesma forma, o processo pode ser repetido para a variável aleatória Y de maneira independente:

$$P(a < X < b, c < Y < d) = \int_a^b \int_c^d f(x, y).dx dy \quad (9)$$

A Equação (9) recebe o nome de *função conjunta de densidade de X e Y* e apresenta as seguintes propriedades (SPIEGEL, 1978):

- i. $f(x, y) \geq 0$
- ii. $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y). dx dy = 1$

Tal função pode ser representada graficamente através da chamada *superfície de probabilidade*, como demonstrado na Figura 3. Esta nada mais é que a representação espacial da distribuição de frequências de X e Y de maneira conjunta, segundo eixos cartesianos tridimensionais, na qual o eixo z representa a probabilidade do evento $P(a < X < b, c < Y < d)$.

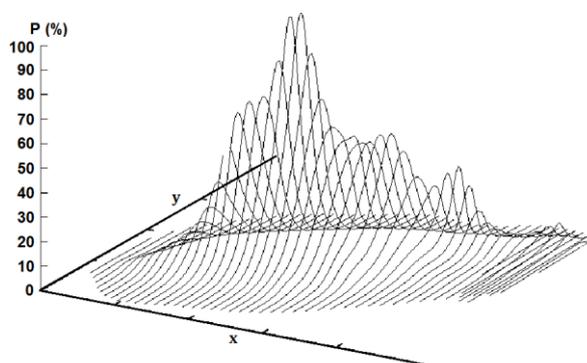


Figura 3 – Superfície de probabilidade
 Fonte: Adaptada de Castanheira et al. (2004)

2.3.14 Medidas Representativas de Uma Amostra

2.3.14.1 Média e variância

Além da sintetização dos dados relativos à observação de qualquer fenômeno aleatório sob a forma de tabelas e gráficos, outra maneira possível de representá-los é através das chamadas medidas de posição ou medidas de tendência central (MAGALHÃES E LIMA, 2010). Tais medidas fornecem orientações acerca da posição da distribuição no eixo x, através de um valor central ao redor do qual tendem a concentrarem-se os dados.

A principal medida de valor central utilizada é a média, obtida pela divisão do somatório dos valores de todos os elementos de um conjunto pelo número total de elementos deste conjunto, conforme (10):

$$\mu_x = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{onde:} \quad (10)$$

x_i = valor do elemento; e

n = número total de elementos

Podem ainda ser utilizadas outras medidas de posição, tal como média ponderada, média harmônica, mediana e moda.

Apesar de úteis, tais medidas não são suficientes para caracterizar uma amostra. Devido a isso, faz-se necessário o uso das chamadas medidas de dispersão para determinar o grau de variabilidade dos valores em torno da média. Uma das principais medidas de dispersão utilizadas é a variância, cuja fórmula encontra-se abaixo:

$$s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \quad \text{onde:} \quad (11)$$

n = número elementos da amostra

x_i = valor do elemento

μ_x = média amostral

Para o cálculo da variância populacional, ou seja, da variância do universo das amostras, representa-se a variância por σ^2 e utiliza-se o número total de amostras n no lugar da correção $(n - 1)$.

2.3.14.2 Desvio padrão e desvio padrão reduzido

Devido à distorção dimensional ocasionada pelo cálculo da variância, torna-se necessária a definição de outra medida de dispersão. Por exemplo, se a unidade da variável for metro (m), a variância retornará um resultado medido em metro quadrado (m²), conforme exemplificam Fonseca e Martins (1996). Deste modo, costuma-se utilizar o valor do desvio padrão de uma amostra, que é a simples raiz quadrada da variância.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \quad (12)$$

Para o desvio padrão populacional utiliza-se a nomenclatura σ e o desvio padrão é dito reduzido quando o conjunto de dados possui valor médio igual a um.

2.3.14.3 Coeficiente de variação

O coeficiente de variação, por sua vez, mede de forma adimensional a dispersão dos dados da variável aleatória em torno da média (NOGUEIRA, 2005). Deste modo, valores baixos indicam uma baixa dispersão dos valores da variável aleatória em torno da média, enquanto que valores altos indicam o contrário.

$$CV = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (13)$$

2.3.15 Modelos de Distribuição de Probabilidade

Como foi visto no início deste capítulo, uma das principais aplicações para as técnicas estatísticas no estudo de qualquer fenômeno é a formulação de modelos teóricos para o problema analisado.

Para tanto, é essencial o conhecimento das funções de distribuição associadas às variáveis de projeto. Porém, existem diversas funções de distribuição, cabendo ao engenheiro escolher a que julgar ser mais adequada para representar estatisticamente o universo do problema em análise. Cada uma destas funções de distribuição, por conseguinte, integra um modelo probabilístico diferente, com suas respectivas particularidades.

A seguir serão apresentados alguns dos principais modelos de distribuição de probabilidade comumente utilizadas no cálculo estatístico de estruturas, conforme estudos realizados por Soares e Venturini (2001). Posteriormente será realizada a escolha do modelo mais apropriado para lidar com as variáveis aleatórias analisadas neste trabalho.

2.3.15.1 Distribuição binomial

A distribuição Binomial apresenta uma distribuição de probabilidade adequada a experimentos envolvendo variáveis discretas que apresentam apenas dois resultados: sucesso ou fracasso. Fundamenta-se em três premissas básicas (SPIEGEL, 1978):

- i. São realizadas n provas independentes e do mesmo tipo;
- ii. Há apenas dois resultados possíveis por prova: sucesso ou fracasso;

- iii. A probabilidade de sucesso em cada prova é p e a probabilidade de fracasso como o seu complemento, $1 - p = q$.

Portanto, para o cálculo da probabilidade de y sucessos utiliza-se a seguinte expressão:

$$P(y) = \binom{n}{y} \cdot p^y \cdot q^{n-y} \quad (14)$$

O coeficiente binomial $\binom{n}{y}$ é empregado em (14) devido ao fato de não ser especificada a ordem em que devem ocorrer os y sucessos. Logo,

$$\binom{n}{y} = C_n^y = \frac{n!}{y!(n-y)!} \quad (15)$$

O nome da distribuição decorre justamente do fato de que a expressão (14) representa o termo de grau y em p no desenvolvimento do Binômio de Newton $(q - p)^n$. As demais propriedades do modelo são vistas a seguir:

Média: $\mu_x = n \cdot p$

Variância: $\sigma^2 = n \cdot p(1 - p)$

2.3.15.2 Distribuição normal ou de Gauss

Dentre todos os modelos teóricos, o modelo Normal é o mais largamente utilizado. Também conhecido por distribuição gaussiana, este modelo é resultado do teorema central do limite, o qual pode ser explicado da seguinte maneira: à medida que o número de réplicas de um experimento aumenta e tende ao infinito, a variável aleatória que for igual ao resultado médio das réplicas tenderá a ter uma distribuição normal (MONTGOMERY, RUNGER E HUBELE, 2004).

Muitos fenômenos aleatórios comportam-se próximos a essa distribuição, apresentando valores muito frequentes em torno da média e com frequência decrescente à medida que nos afastamos da mesma. Sua curva possui uma forma similar à de um sino, sendo representada na Figura 4:

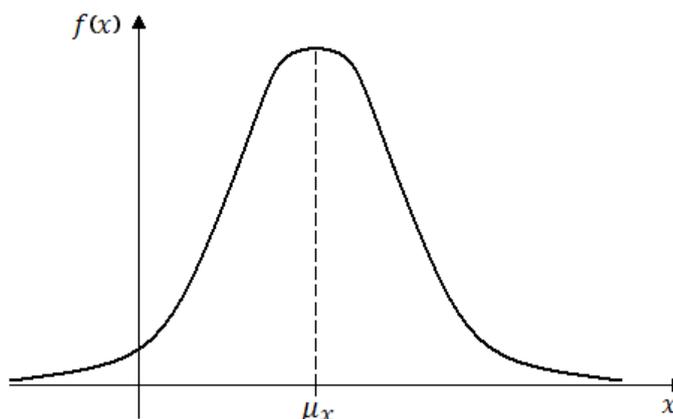


Figura 4 – Curva Normal
Fonte: Adaptada de Magalhães e Lima (2010)

A partir da curva da distribuição Normal, podem ser retiradas algumas de suas principais propriedades:

- i. $f(x)$ é simétrica em relação à μ_x ;
- ii. $f(x) \rightarrow 0$, quando $x \rightarrow \pm\infty$;
- iii. O valor máximo de $f(x)$ se dá para $x = \mu_x$.

Tal curva é resultado da função densidade de probabilidade (f.d.p.) que a descreve. Diz-se, portanto, que uma variável aleatória X com média μ_x e variância σ^2 tem distribuição Normal se sua função densidade for expressa por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \text{ para } -\infty < x < \infty \text{ e } \sigma > 0. \quad (16)$$

A área sob a curva Normal representa a probabilidade da variável X apresentar quaisquer valores entre intervalos de interesse. Portanto, para o cálculo de probabilidades para variáveis aleatórias contínuas, deve-se resolver a integral de sua função densidade no intervalo desejado, isto é,

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) \cdot dx = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \cdot dx \quad (17)$$

Entretanto, a integral acima só pode ser resolvida por aproximação através de métodos numéricos. Por essa razão, costuma-se dispor de tabelas que auxiliam nos cálculos probabilísticos. Para evitar a confecção de tabelas diferentes para cada par de valores (μ_x, σ^2) , utiliza-se uma transformação de variáveis que conduz sempre ao cálculo de probabilidades com uma variável denominada variável reduzida (MAGALHÃES E LIMA, 2010):

$$Z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \quad (18)$$

Esta variável apresenta a particularidade de possuir média $\mu_z = 0$ e variância $\sigma_z^2 = 1$, sendo sua densidade de probabilidade $f(z)$ expressa por:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{z^2}{2}\right)} \quad (19)$$

Deste modo, para determinar a probabilidade de $X \in [a, b]$, basta realizar a transformação de variável para cada um dos limites do intervalo e utilizar os valores tabelados para z , presentes em diversos livros de estatística.

2.3.15.3 Distribuição Log-normal

Segundo Fusco (1976) uma variável aleatória X terá uma distribuição log-normal quando seu logaritmo $y = \ln(X)$ tiver uma distribuição normal. Sua propriedade mais importante advém do fato de que uma distribuição log-normal é definida apenas para valores positivos de X .

Sua função densidade de probabilidade é definida por:

$$f(y) = \frac{1}{x\xi\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[-\frac{(\ln x - \lambda)^2}{2\xi^2}\right]} \quad \text{onde:} \quad (20)$$

λ = média da variável normal y

ξ = desvio padrão da variável normal y

$$\text{Média: } \lambda = \mu_{\ln x} = \ln(\mu_x) - \xi^2/2 \quad (21)$$

$$\text{Desvio padrão: } \xi^2 = \sigma_{\ln x}^2 = \ln \left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2 \right] \quad (22)$$

Sua representação gráfica é expressa pela Figura 5:



Figura 5 – Curva Log-Normal
Fonte: Autoria própria

2.4 CONCEITOS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Os projetos de sistemas estruturais são especificados e dimensionados de modo que tais sistemas possam cumprir com sua função ao longo de sua vida útil. Desse modo, buscam-se soluções para que as estruturas sejam resistentes, duradouras e estáveis com o menor custo possível (NOGUEIRA, 2005). Para tal, é necessário o conhecimento das características geométricas da estrutura, de seus materiais componentes e das solicitações que nela atuarão.

Além disso, é de suma importância a adoção de um modelo de análise que possa simular satisfatoriamente o comportamento da estrutura, possibilitando assim a aplicação prática da análise de confiabilidade estrutural (MOREIRA, 2002). Tais conhecimentos, porém, envolvem incertezas, o que contribui para a existência de uma probabilidade não nula de que a estrutura falhe em atender aos objetivos para os quais é dimensionada (BARBOSA et al, 2005).

Nogueira (2005) mostra em ordem cronológica a evolução da forma de encarar o problema da segurança estrutural por parte dos projetistas. Parte-se do código de Hamurabi, que vigorava há cerca de 4000 anos e instituiu responsabilidades em função das consequências causadas pela eventual ruína da estrutura. Já as primeiras formulações matemáticas sobre segurança estrutural só surgiram na primeira metade do século XX, vindo sendo refinadas desde então.

A evolução dos métodos de dimensionamento está relacionada com o desenvolvimento das teorias que tratam sobre segurança estrutural. Moreira (2002) traz detalhes sobre a evolução das recomendações para dimensionamento de estruturas no Brasil. Segundo o autor, no início da década de 1930 adotava-se o método das tensões admissíveis, que trabalhava com os valores médios tanto das solicitações quanto das resistências dos materiais. Este método considerava apenas um coeficiente de segurança, que, ao ser aplicado às tensões de ruptura dos materiais, as transformava em tensões admissíveis. Desse modo, não havia qualquer controle sobre possíveis variabilidades.

Já em 1937, foi publicado pela ABCP o Método de Cálculo no Regime de Ruptura, mantido pela ABNT na publicação da NB-1 em 1940. Este método considerava as incertezas através da aplicação de mais um coeficiente de segurança, aplicado para majorar as solicitações. Em 1960, a revisão da NB-1 passou a aplicar um método parcialmente probabilístico, que considera

variabilidades para diferentes tipos de materiais. Tais considerações de projeto são empregadas ainda hoje no dimensionamento de estruturas de concreto armado.

Ribeiro e Ten Caten (2011) justificam que o aparecimento tardio de tais considerações deve-se ao fato de que o controle da produção de diversos materiais ao redor do mundo somente foi aplicado em larga escala após a segunda guerra mundial, quando houve uma expansão da aplicação do controle estatístico da produção.

O método atualmente recomendado pela NBR 6118/2008 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento é conhecido como método dos estados limites. Define-se como estado limite a condição na qual um elemento estrutural passa a ser considerado inadequado para desempenhar determinada função para a qual foi concebido (FREITAS et al, 2007). Tal método foi desenvolvido no sentido de minorar as objeções referentes ao método das tensões admissíveis, utilizando a formulação geral expressa em (23):

$$\varphi \cdot R_n \geq \sum_{i=1}^j \gamma_i \cdot Q_{ni} \quad (23)$$

A capacidade de resistência do elemento estrutural é representada pelo lado esquerdo da equação, enquanto os carregamentos são representados pelo lado direito. Representa-se por R_n a resistência nominal, por φ o coeficiente de resistência, por Q_n a ação da carga nominal e por γ o coeficiente de ponderação da ação correspondente (FREITAS et al, 2007).

2.4.1 Probabilidade de Falha e Confiabilidade

O problema básico da confiabilidade estrutural consiste em comparar a solicitação a que uma estrutura está submetida com sua resistência (NOGUEIRA, 2005). Deste modo, a confiabilidade é uma probabilidade que reflete a segurança da estrutura.

Em geral, uma estrutura possui diversos modos de falha, sendo sua confiabilidade calculada através da associação dos diversos modos (VERZENHASSI, 2008). Adotando-se a abordagem probabilística, sendo R a resistência do elemento estrutural e S a solicitação à qual ele é submetido, tem-se

que R e S são variáveis aleatórias cujo comportamento pode ser descrito através de uma distribuição de probabilidade.

A probabilidade de falha pode ser então representada analiticamente pela integração:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^S f(r, s). dr ds \quad (24)$$

Sendo P_f a função conjunta de densidade de probabilidades das variáveis aleatórias R e S .

Outra possibilidade é definir a probabilidade de falha da estrutura como o conjunto das realizações em que o valor de S supera o valor de R (NOGUEIRA, 2005). Sendo assim, a probabilidade de falha do elemento pode ser descrita como:

$$P_f = P(R \leq S) = P[(R - S) \leq 0] = P[G(R, S) \leq 0] \quad (25)$$

Sendo $G(R, S)$ a função de estado limite da estrutura, definida por:

$$G(R, S) = R(x_i) - S(y_i) \quad (26)$$

Onde x e y são variáveis aleatórias consideradas no problema que influenciam o comportamento da estrutura.

Como resistência e solitação têm a mesma unidade, podem-se escrever ambas as situações na mesma variável Z , da seguinte forma:

$$Z_{S,p} = Z_p(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (27)$$

$$Z_{R,p} = Z_p(y_1, y_2, \dots, y_m) \quad (28)$$

Logo, se for fixado o valor de uma das funções, $Z_{S,p} = Z_p(x_1, x_2, \dots, x_m)$ ou $Z_{R,p} = Z_p(y_1, y_2, \dots, y_m)$, é possível visualizar o comportamento de suas *f.d.p.*, definindo-se uma região no espaço que representa a falha da estrutura (FUSCO, 1976). A Figura 6 ilustra o exposto, na qual a região em amarelo representa a região em que é possível a ocorrência de falha estrutural.

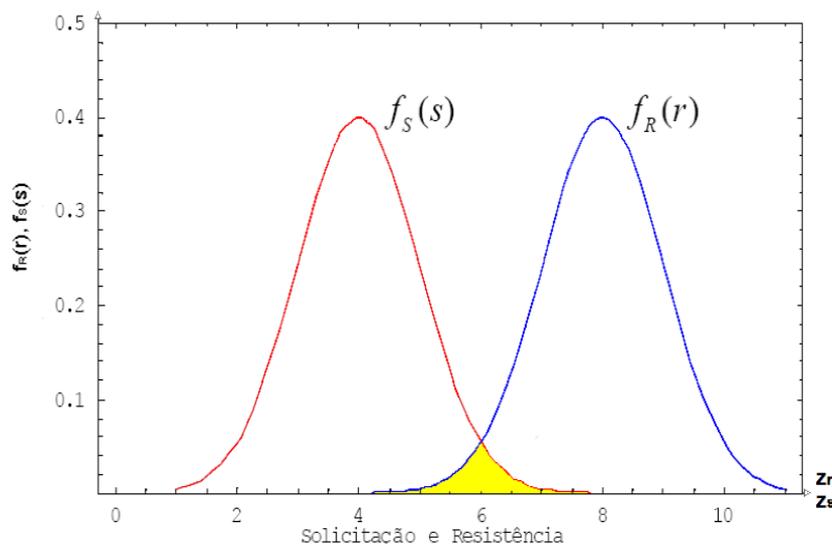


Figura 6 – Comportamento das solicitações e resistências em função da var. Z
Fonte: Adaptada de Verzenhassi (2008)

Por outro lado, Soares e Venturini (2001) definem a confiabilidade da estrutura como sendo o complemento da probabilidade de falha, ou seja:

$$C = 1 - P_f \quad (29)$$

A confiabilidade calculada dessa forma diz respeito a apenas um modo de falha por vez, deixando de considerar o comportamento de outras variáveis aleatórias. Soares e Venturini (2001) citam o exemplo de se calcular a confiabilidade tomando por base apenas as solicitações externas como variáveis aleatórias. Desse modo, ignora-se nesta conta o caráter estatístico da degradação dos materiais, das imprecisões na geometria do elemento estrutural, dentre outros.

Portanto, determina-se primeiramente a probabilidade de que a estrutura atinja cada modo de falha, para que, numa etapa posterior, sejam relacionados os diversos modos de falha. Com isto é possível obter a probabilidade de falha global da estrutura, bem como o seu índice de confiabilidade (VERZENHASSI, 2008).

2.4.2 Índice de Confiabilidade

Moreira (2002) define genericamente o índice de confiabilidade como sendo, em um espaço reduzido de probabilidades, a menor distância entre o centro do sistema de coordenadas e o ponto de falha mais provável, também conhecido como ponto de projeto. A representação gráfica do significado matemático de tal índice pode ser observada na Figura 7:

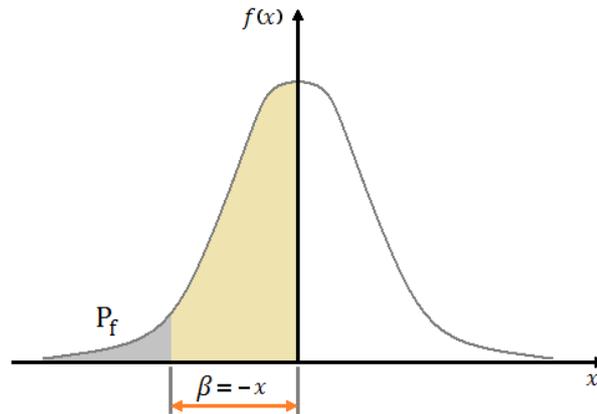


Figura 7 – Índice de confiabilidade no espaço amostral reduzido
Fonte: Adaptado de Moreira (2002)

Segundo Soares e Venturini (2001), o conceito de índice de confiabilidade foi popularizado em 1969 por Cornell, que o definiu para variáveis dependentes ou não. Possuindo as variáveis aleatórias distribuições normais e sendo linear, pode-se escrever o índice de confiabilidade como sendo:

$$\beta = \frac{\bar{X}_R - \bar{X}_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (30)$$

Deste modo, pode-se utilizar (25) para calcular a probabilidade de falha da seguinte maneira:

$$P_f = P[G(R, S) \leq 0] = \varphi(-\beta) \quad (31)$$

Sendo φ a função de distribuição Normal no espaço normal reduzido.

2.4.3 Métodos de Obtenção da Confiabilidade Estrutural

Madsen et al. (1986) apud Krüger (2008) e Soares e Venturini (2001) organizam os métodos de confiabilidade em diversos níveis, atribuindo uma numeração crescente conforme os métodos tornam-se mais precisos e sofisticados, exigindo o fornecimento de mais informações sobre a estrutura estudada. De um modo geral, podem-se identificar quatro níveis principais, a saber:

NÍVEL 1: Métodos em que se atribui um valor característico a cada variável não determinística. É o caso do método dos estados limites, em que se utilizam os coeficientes parciais de segurança.

NÍVEL 2: São os métodos em que são atribuídos dois valores para cada variável estocástica, dos quais em geral um é de dispersão e outro de tendência

central. Não se utiliza neste nível o conhecimento da distribuição de probabilidade de tais variáveis.

NÍVEL 3: Métodos que utilizam as funções de distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias para o cálculo da probabilidade de falha, partindo do princípio de que tais funções são conhecidas.

NÍVEL 4: São os métodos que combinam a confiabilidade com a otimização estrutural, visando a minimização dos custos envolvidos, considerando inclusive questões éticas sobre o risco associado à estrutura.

2.4.4 Métodos de Simulação

A obtenção da probabilidade de ruína de uma estrutura, em geral, não é um problema de fácil solução. Para tal, é comum a necessidade de solução de diversas expressões matemáticas que não possuem solução analítica (SOARES E VENTURINI, 2001). Sendo assim, as técnicas de simulação são uma alternativa aproximada para a avaliação da probabilidade de falha estrutural.

Os métodos de simulação consistem, basicamente, na repetição de um determinado fenômeno por um determinado número de vezes, enquanto observam-se os eventos de interesse que possam vir a ocorrer (NOGUEIRA, 2005). Segundo Krüger (2008), os métodos de simulação podem ser baseados na teoria das probabilidades, utilizando as expansões em séries de Taylor – como é o caso dos métodos de confiabilidade de primeira e segunda ordem –, ou podem se basear na geração de amostras analíticas, como ocorre nas simulações de Monte Carlo.

2.4.4.1 Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM)

Segundo Moreira (2002), o método FORM fornece uma estimativa da probabilidade de falha através da linearização da superfície de estado limite no ponto de projeto no espaço normal padrão. Seu desenvolvimento se deu a partir de métodos que utilizam o primeiro e o segundo momento das variáveis aleatórias (KRÜGER, 2008).

De acordo com Soares e Venturini (2001), grande parte das normas de projetos cuja elaboração envolve métodos de aproximação de confiabilidade se baseia neste método.

Se R e S forem variáveis aleatórias independentes com comportamento normal, tem-se da Equação (26) que $G(R, S)$ também apresentará comportamento normal, pois uma combinação linear de variáveis aleatórias gaussianas também resulta numa variável gaussiana (FUSCO, 1976). Para este caso, o método utiliza a média e a variância da variável aleatória, do seguinte modo:

$$P_f = 1 - \varphi \left(\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right) \quad (32)$$

Obtendo-se assim o índice de confiabilidade, conforme definido em (30).

2.4.4.2 Método de confiabilidade de segunda ordem (SORM)

Nem sempre a equação do estado limite do problema apresentará caráter linear. Nos casos em que a relação entre as variáveis aleatórias estudadas for não linear, ou quando se tratarem de variáveis não normais, o problema apresentará maior complexidade e a linearização fornecida pelo FORM pode não ser eficaz em descrever satisfatoriamente a situação (KRÜGER, 2008). No sentido de refinar tais resultados é, então, utilizado o SORM.

Segundo Moreira (2002), para sua utilização há a necessidade de informações sobre a curvatura da superfície de falha, possibilitando deste modo que o modelo trabalhe com aproximação através de uma superfície quadrática.

2.4.4.3 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo tem a origem de seu nome na cidade homônima, situada em Mônaco, onde há famosas roletas que se comportam como geradores simples de números aleatórios (MOREIRA, 2002). É um método amplamente utilizado para a obtenção com precisão da probabilidade de falha de uma estrutura.

Neste método, para uma dada variável estocástica, são gerados valores aleatórios respeitando sua distribuição de probabilidade. A cada repetição, estes

valores são utilizados para alimentar um modelo mecânico que fornecerá uma resposta sobre seu comportamento de acordo com o valor da variável (NOGUEIRA, 2005).

Para que o processo possa acontecer, é necessária a geração de números aleatórios. Há diversos algoritmos prontos específicos para isso disponíveis, mas eles em geral necessitam que o usuário forneça um parâmetro para que a geração possa ter início. Devido a isso, a geração deixa de ser puramente aleatória, sendo classificada como pseudo-aleatória, uma vez que caso o mesmo dado de entrada seja fornecido, a mesma sequência de números aleatórios será novamente gerada (KRÜGER, 2008).

Geram-se então valores correspondentes a cada percentil da distribuição de probabilidade e a simulação é feita, por exemplo, comparando-se o valor aleatório recém-atribuído à variável S de solicitação, e o valor aleatório recém-atribuído à variável R de resistência. Neste caso, considera-se falha (f) a ocorrência em que o valor de R subtraído do valor de S resulta em número negativo, como em (33):

$$R - S < 0 \therefore f \quad (33)$$

A probabilidade de falha é então calculada diretamente, dividindo-se o número de ocorrências de falha pelo número de ciclos de simulação. O índice de confiabilidade da estrutura pode então ser obtido diretamente através de (31).

Como o método de Monte Carlo é um método de amostragem, as soluções apenas apresentam boa precisão se o número de ciclos for grande o suficiente (KRÜGER, 2008). Segundo Soares e Venturini (2001), para a solução de uma probabilidade de falha da ordem de 10^{-n} , o número mínimo de ciclos de simulação necessário é da ordem de 10^{n+2} . Para problemas de confiabilidade estrutural, é comum trabalhar com probabilidades de falha inferiores a 10^{-3} , sendo que há casos em que este número chega a ser da ordem de 10^{-18} .

Em decorrência disto, apesar de seu baixo custo computacional para cada ciclo de simulação, o método de Monte Carlo apresenta um custo alto devido ao grande número de simulações necessárias para quantificar a probabilidade de falha estrutural. Ainda assim, este método é muito utilizado para calibrar outros métodos de cálculo.

2.5 CONCRETO ARMADO

O concreto resiste à compressão mais economicamente que o aço, e o aço das armaduras resiste à tração de forma mais econômica que o concreto. Por este motivo, é importante que os dois materiais sejam dispostos nas seções transversais de modo que os materiais sejam usados de forma eficiente. Para o estudo de vigas de concreto armado submetidas à flexão, admite-se que as seções transversais permanecem planas após a flexão, ainda que não paralelas. Devido à usual fissuração do concreto na parte tracionada da viga, considera-se que o concreto não contribui para resistir à tração. Considera-se ainda que as deformações unitárias estão sujeitas a determinados valores limites, que o diagrama de tensão x deformação para compressão no concreto se assemelha a uma parábola quadrática e um retângulo, e que as tensões de cálculo na armadura são obtidas no diagrama tensão x deformação de projeto do aço que está sendo utilizado (RÜSH, 1981).

2.5.1 Flexão Simples

Uma seção está sujeita à flexão quando a solicitação que sobre ela atua é um momento fletor. Na maioria dos casos práticos, haverá também esforço cortante para ser resistido. Para uma seção transversal de forma qualquer, em geral, o processo de solução para o caso de flexão simples envolve tentativas nas quais se varia a posição da linha neutra até que as condições de equilíbrio sejam satisfeitas. Uma vez a linha neutra definida, fica definida uma área de concreto considerada de forma simplificada como uniformemente comprimida, assim como as deformações das barras de aço de todas as armaduras, e, conseqüentemente, as tensões nelas atuantes. Desse modo, o problema se torna estaticamente determinado (PFEIL 1983).

2.5.2 Cisalhamento

A abordagem usual para tratar cisalhamento foi desenvolvida no início do século XX por Ritter e Mörsch, que se basearam na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça. Foi idealizado um modelo clássico onde se admite que para

uma viga de seção transversal retangular biapoiada, seu comportamento assemelha-se ao de uma treliça, com a parte inferior resistindo exclusivamente à tração. Esta seria então formada pelos elementos:

- Banzo Superior – cordão de concreto comprimido;
- Banzo Inferior – armadura longitudinal de tração;
- Diagonais Comprimidas – bielas de concreto entre as fissuras;
- Diagonais Tractionadas – armadura transversal (de cisalhamento).

É usual a adoção de modelos de treliça com 30 ou 45° de inclinação do banzo comprimido, devendo o aço resistir aos esforços de tração, em geral com a utilização de armaduras transversais, e o concreto deve resistir à compressão gerada pelo cisalhamento.

3 METODOLOGIA

O software foi desenvolvido na linguagem de programação Visual Basic e se objetivou durante sua implementação a obtenção de uma interface amigável para sua fácil utilização por parte de um estudante de engenharia civil. As diferentes funcionalidades do software foram agrupadas em abas, de modo que o usuário possa utilizar todos os recursos oferecidos pelo programa ou apenas alguma parte específica, conforme ilustrado pela Figura 8:

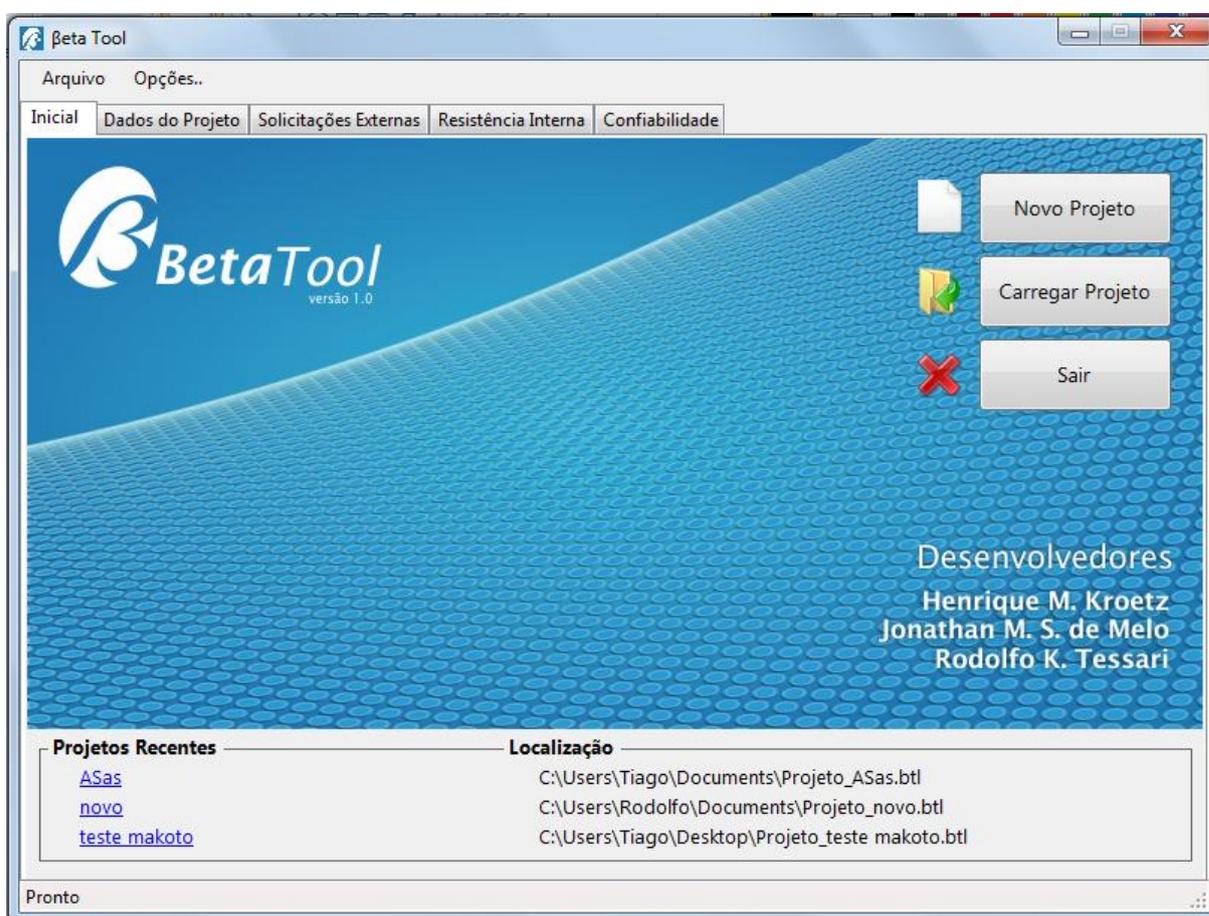


Figura 8 – Tela inicial
Fonte: Autoria própria

3.1 ABA INICIAL

Ao abrir o programa é exibida ao usuário a tela inicial mostrada pela Figura 8. Esta janela ilustra a identidade visual do programa, que se preocupa em exibir textos curtos, botões grandes e ícones autoexplicativos. Nesta tela, é possível iniciar um novo projeto, opção que direciona automaticamente o usuário à próxima aba,

carregar um projeto existente, ou sair do programa. Não é possível utilizar as outras abas do programa sem escolher uma das opções constantes nesta aba. Há também, na parte inferior da janela, links para os três últimos projetos salvos, que abrirão automaticamente o projeto escolhido, desde que seu caminho esteja acessível. Os arquivos são salvos e carregados através da função `SalvarArquivoBin()`, que converte a informação contida nas variáveis para números binários e gera um arquivo interpretável pelo software, que é armazenado na memória do dispositivo de destino. Na parte superior, é possível selecionar a opção “Arquivo” a qualquer momento, que basicamente oferece as mesmas opções de novo arquivo, carregar arquivo e sair do programa, constantes nesta primeira aba. A opção “Opções” possibilita o acesso a uma ajuda, que será explorada no capítulo 3.6, bem como a exibição da tela ilustrada na Figura 26, contendo informações sobre o programa e seus desenvolvedores.

3.2 DADOS DE PROJETO

A segunda aba do programa é reservada para a entrada de dados sobre a viga a ser analisada. Alguns dados foram deixados para outras abas, de modo a facilitar a visualização de diferentes resultados quando se altera apenas um parâmetro, como é o caso para os dados sobre o carregamento a que a estrutura é submetida e sobre suas armaduras. A geometria da viga inteira é definida nesta seção, na qual é possível optar por trabalhar com uma seção transversal retangular ou com uma seção T, especificando-se as dimensões da parte retangular e da mesa, quando for o caso. O comprimento da viga, por se tratar de uma propriedade geométrica, é também definido nesta aba. Os dados sobre os materiais são também inseridos aqui, a saber, a resistência característica do aço e do concreto, e os coeficientes de minoração utilizados para o cálculo da resistência. Os valores dos coeficientes são arbitrários para que o usuário possa calcular a resistência de uma seção transversal segundo recomendações normativas, mas para que possa também fazer cálculos de confiabilidade sem a utilização destes coeficientes, ou ainda observar como o grau de segurança da estrutura varia com a alteração dos coeficientes. No canto inferior esquerdo da tela exibida, há o desenho de uma seção transversal, que se atualiza automaticamente caso a opção selecionada mude entre

seção retangular ou seção T. No desenho, são ilustradas variáveis a serem definidas, de modo a prevenir erros por parte do usuário no lançamento das informações. Há também um botão de ajuda para auxiliar o usuário, que será explorado no capítulo 3.6.

Beta Tool

Arquivo Opções..

Inicial Dados do Projeto Solicitações Externas Resistência Interna Confiabilidade

Informações Gerais

Título do Projeto: Testes

Denominação da Viga: Teste_01

Dados dos Materiais

Resistência Caract. do Concreto (fck): 15 [MPa] γ_c : 1

Resistência Caract. do Aço (fyk): 50 [kN/cm²] γ_s : 1

Dados Geométricos da Viga

Seção Retangular

Seção 'T'

Altura da Viga (h): 100 [cm]

Largura da Viga (b): 12 [cm]

Espessura da Mesa (tf): 40 [cm]

Largura da Mesa (bf): 40 [cm]

Comprimento da Viga (L): 10 [m]

Pronto.

Figura 9 – Tela “Dados do Projeto”
Fonte: Autoria própria

3.3 SOLICITAÇÕES EXTERNAS

Visando a simplicidade na utilização do software e também buscando torná-lo útil ao dia a dia do estudante, foi desenvolvida, em detrimento de uma entrada simplificada de dados na qual o usuário previamente obteria com o auxílio de outra ferramenta os esforços solicitantes máximos de sua estrutura, para então alimentar o presente software com a média e o desvio padrão das variáveis solicitantes, uma ferramenta simplificada de análise estrutural de vigas, cujo manuseio exige do usuário apenas a entrada dos tipos e localizações dos apoios, comprimento da peça

e carregamentos permanentes e/ou acidentais, conforme ilustram as Figuras 10, 11 e 12.

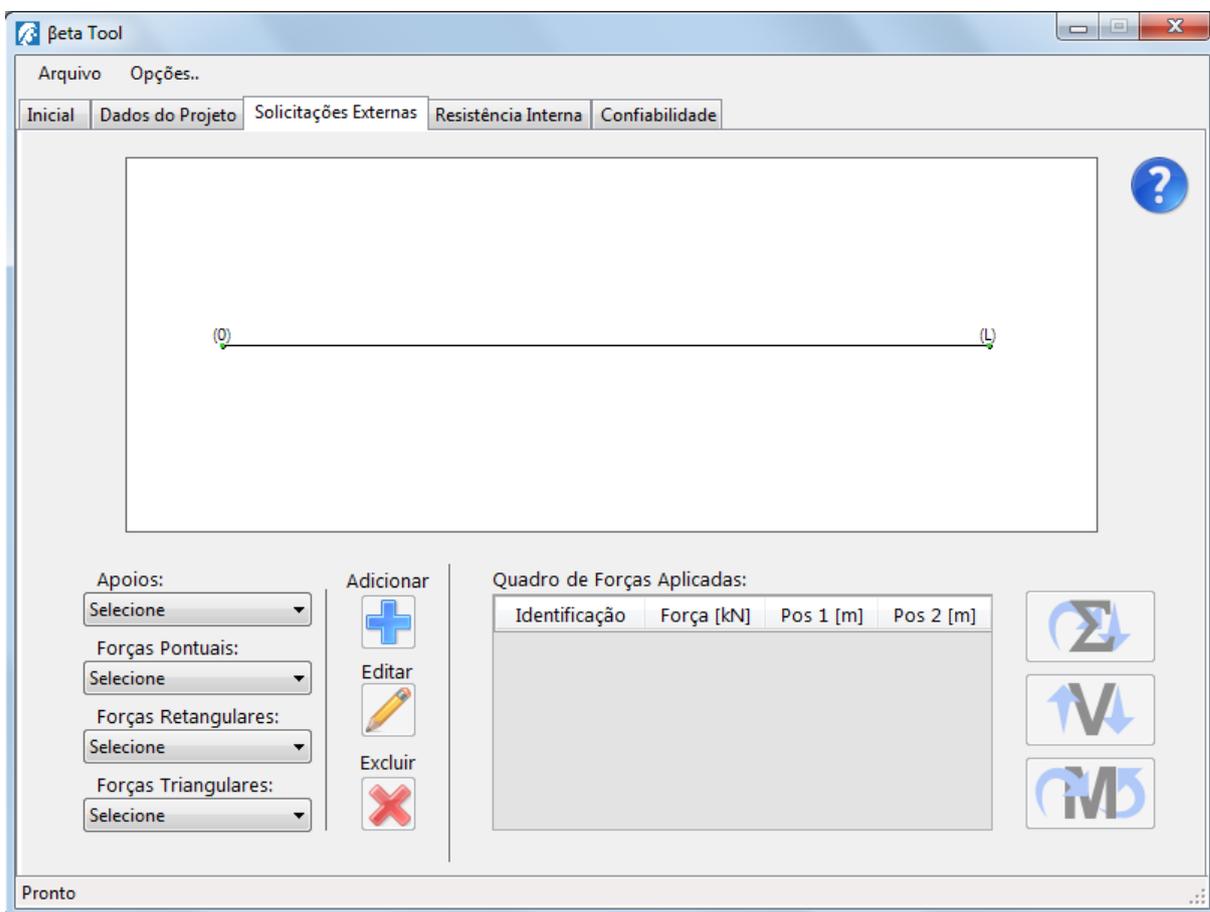
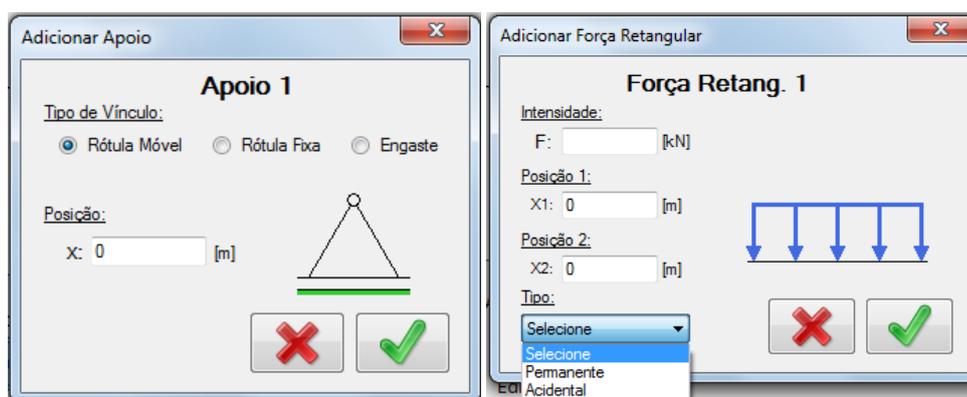


Figura 10 – Aba Solicitações Externas
Fonte: Autoria própria



Figuras 11 e 12 – Inserção de apoios e carga distribuída
Fonte: Autoria própria

Após o lançamento dessas informações, obtêm-se como resposta os diagramas de momento fletor e esforço cortante da viga, além do diagrama de corpo livre com os valores das reações de apoio encontrados.

Para a posterior análise de confiabilidade é necessária a definição de uma medida de dispersão para cada carga que solicite a estrutura. Para tal, diferenciou-se cargas permanentes e acidentais segundo a recomendação do Boletim nº 227 do CEB (1995). Para o tratamento das resistências adotou-se os estudos de Real e Campos Filho (2001), “estudo sobre variações estatísticas no comportamento de vigas de concreto armado”. Ambos os trabalhos procedem a um tratamento das variáveis segundo a distribuição de Gauss. A Tabela 2 ilustra os valores recomendados.

Tabela 2 – Coeficientes de variação das variáveis aleatórias

Variável	Distribuição	Coef. de Variação	Percentil
Resistência em vigas	Normal	5%	Resistência Média
Permanente	Normal	10%	Solicitação Média
Acidental	Normal	40%	98%

Fonte: Adaptada de CEB (1995) e Real e Campos Filho (2001).

Os percentis dizem respeito ao valor da variável, que é considerado como sendo um determinado percentil da distribuição dependendo de sua natureza. Cargas acidentais são tratadas com um percentil maior, precisando assim de uma correção para a média, dividindo-se seu valor por uma quantidade referente ao percentil. No caso de resistências e cargas permanentes, já se trabalha com o 50º percentil, não sendo necessária a correção.

Como uma falha em qualquer ponto da estrutura pode, em geral, ocasionar seu colapso, é importante conhecer qual é o ponto em que os esforços internos à estrutura são máximos, assim como seus valores. Assim sendo, fez-se necessária a implementação de um algoritmo que após execução de uma varredura nos diagramas de esforços internos fornece como saída a posição na peça e a magnitude do esforço máximo verificado. A aba “Resistência Interna” apresenta, portanto, os resultados obtidos via modelagem da estrutura pelo Método da Rigidez Direta sob um enfoque matricial, além de fornecer como dado de saída o esforço máximo encontrado através do algoritmo supracitado. Nos tópicos subsequentes será abordado o desenvolvimento de cada um destes procedimentos.

3.3.1 Método da Rigidez Direta

Em se tratando de um modelo computacional para análise estrutural, uma forma bastante eficiente e coerente para proceder ao cálculo das reações de apoio e dos esforços internos é fazer uso do Método da Rigidez Direta. Este método, utilizado sob um enfoque matricial, facilita o tratamento computacional das variáveis por utilizar matrizes e vetores em sua composição. O problema é descrito pela Equação (1). A partir dela é possível encontrar as forças nodais desconhecidas, que para este caso são as reações de apoio. No caso específico do elemento de viga com inclinação nula, abrangendo o escopo deste trabalho, não há a necessidade de utilizar matrizes de transformação de coordenadas do sistema local para o sistema global. Assim, entende-se neste caso por matriz de rigidez global da estrutura a matriz que sobrepõe nas posições pertinentes as matrizes de rigidez local de cada elemento de viga. Os elementos de viga aqui descritos são tratados no código do programa como elementos de pórtico plano, ou seja, toda a implementação do método da rigidez direta contemplou, em cada nó, a possibilidade de existência dos três tipos de esforços internos, a saber: reações horizontais, reações verticais e momentos resistentes. Ainda que as cargas inseridas sejam todas exclusivamente verticais, sendo possível somente a análise de vigas, o modelo computacional implementado já é compatível com uma expansão da análise para também quadros planos. Dessa maneira, uma viga com “n” nós terá como resultado matrizes de rigidez local nas dimensões 6x6 e uma matriz de rigidez global nas dimensões (3n)x(3n).

Para a resolução da estrutura foram utilizados valores tabelados para as diferentes cargas nodais equivalentes possíveis, segundo os tipos de carregamento disponibilizados ao usuário (cargas distribuídas retangulares, triangulares ou cargas pontuais). De modo a possibilitar o uso das consagradas tabelas encontradas nas mais diversas fontes bibliográficas concernentes ao tema, foi necessária a inserção de nós nos seguintes pontos singulares da estrutura:

- Apoios;
- Início e fim de cargas distribuídas;
- Na posição $x = 0$ e $x = L$ sendo "L" o comprimento total da viga.

Buscando facilitar a operação do programa, ao contrário de outros programas utilizados para a análise matricial de estruturas que exigem que o usuário primeiro insira manualmente um nó para só então estar apto a inserir os carregamentos, a tarefa de inserção dos nós nos pontos relevantes é realizada automaticamente pelo software, sendo necessário ao usuário apenas indicar a posição de início e fim de cada carga distribuída, além de sua magnitude.

Após a entrada de dados pelo usuário e a automática definição dos nós, são montados os vetores de deslocamento “d”, os vetores de forças nodais aplicadas “F” e os vetores de cargas nodais equivalentes “F_{eq}”. Cada espaço adjacente a dois nós compreende um elemento finito.



Figura 13 – Elemento de viga
Fonte: Autoria própria

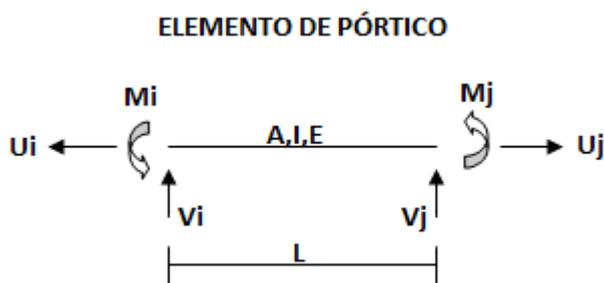


Figura 14 – Elemento de pórtico
Fonte: Autoria própria

O próximo passo executado refere-se à montagem das matrizes de rigidez local, as quais exigem o conhecimento da área da seção transversal da viga, de seu momento de inércia e comprimento entre nós. Na sequência, para a estruturação da matriz de rigidez global é necessário realizar a sobreposição das matrizes de rigidez locais nas posições destas que se referem a nós utilizados em dois elementos de viga. Por sobreposição entende-se a soma dos valores de rigidez nas posições de nós comuns e a simples repetição dos valores nas posições onde não há dupla

utilização de nós. Também são sobrepostos os vetores de cargas nodais equivalentes resultando em um vetor com $(3n)$ linhas.

Finalizando a montagem da matriz e de todos os vetores integrantes da Equação (1), a próxima etapa do método prevê o escalonamento do sistema, tendo como incógnitas os deslocamentos desconhecidos. Para que se tenha um sistema possível e determinado, são excluídas as linhas cujo deslocamento é nulo, de modo a evitar o processamento de forças como mais incógnitas ao problema.

Em posse dos deslocamentos obtidos pelo escalonamento citado é possível encontrar as forças nodais desconhecidas (reações de apoio), caracterizando o término do processo matricial da rigidez direta. Rotinas gráficas implementadas disponibilizam ao usuário, por meio de uma tabela, os valores das reações de apoio obtidas, bastando ao usuário clicar no botão “ Σ ” como mostra a Figura 15.

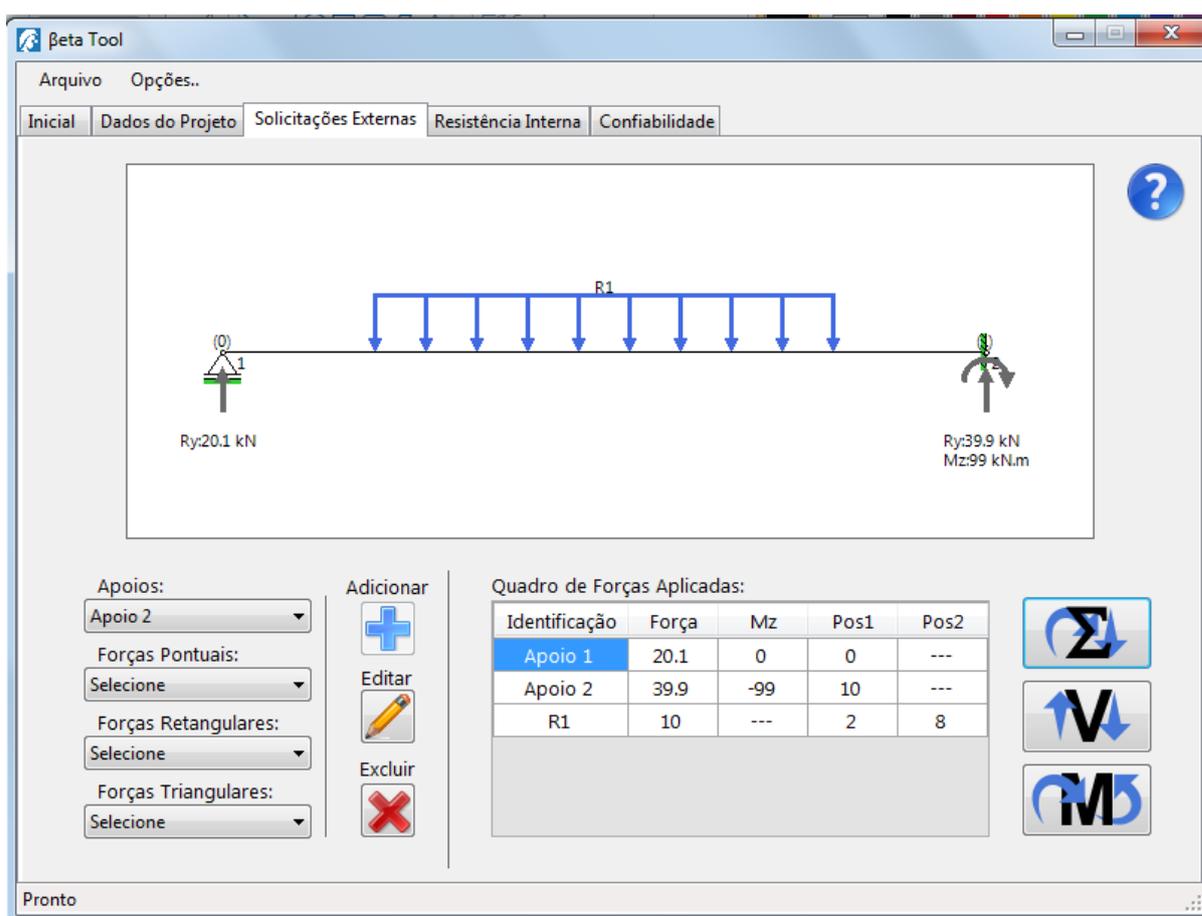


Figura 15 – Demonstração das reações de apoio
Fonte: Autoria própria

Os dois outros botões observados na Figura 15 com os símbolos “V” e “M” referem-se aos procedimentos de cálculo do programa que determinam os esforços internos cortantes e de momentos fletores, respectivamente.

3.3.2 Determinação dos Esforços Internos Máximos

Além da preocupação em gerar os gráficos de esforços cortantes bem como de momentos fletores, pensou-se em apresentar de maneira mais explícita ao usuário o valor e a posição na viga dos maiores esforços verificados. Para ambos os casos, exigia-se que a viga fosse dividida em inúmeros pontos para a verificação da estabilidade por meio das 3 equações da estática. A ligação dos resultados encontrados através de uma reta para os esforços internos em cada ponto caracteriza o desenho do diagrama desejado. Para tanto, uma divisão da estrutura em um número de partes satisfatoriamente grande, de modo a se obter partes suficientemente pequenas se fez necessário. Considerando uma viga com 10 metros de comprimento como sendo relativamente longa para estruturas convencionais, considerou-se suficiente a divisão do comprimento da peça por 10000. Dessa maneira, para uma viga hipotética de 10 metros, seriam calculados pontos dos gráficos de esforços a cada 1 milímetro.

Definidas as partes da estrutura no algoritmo em questão são calculados os esforços internos em cada ponto da viga e feita a verificação, a cada passo, se o esforço encontrado é o maior em módulo entre os já calculados. Cada vez que um esforço calculado supera o valor do imediatamente anterior, esse novo valor é armazenado em uma variável de cortante máximo, ou momento máximo, conforme o caso.

Finalizado esse processo, rotinas gráficas desenharam os diagramas de esforços na tela branca, constante na aba “Solicitações Externas”, e mostram em uma tabela os valores dos esforços nos apoios e o valor máximo encontrado. Tais ações são desencadeadas através dos botões “V” e “M”, conforme exemplificado pelas Figuras 16 e 17.

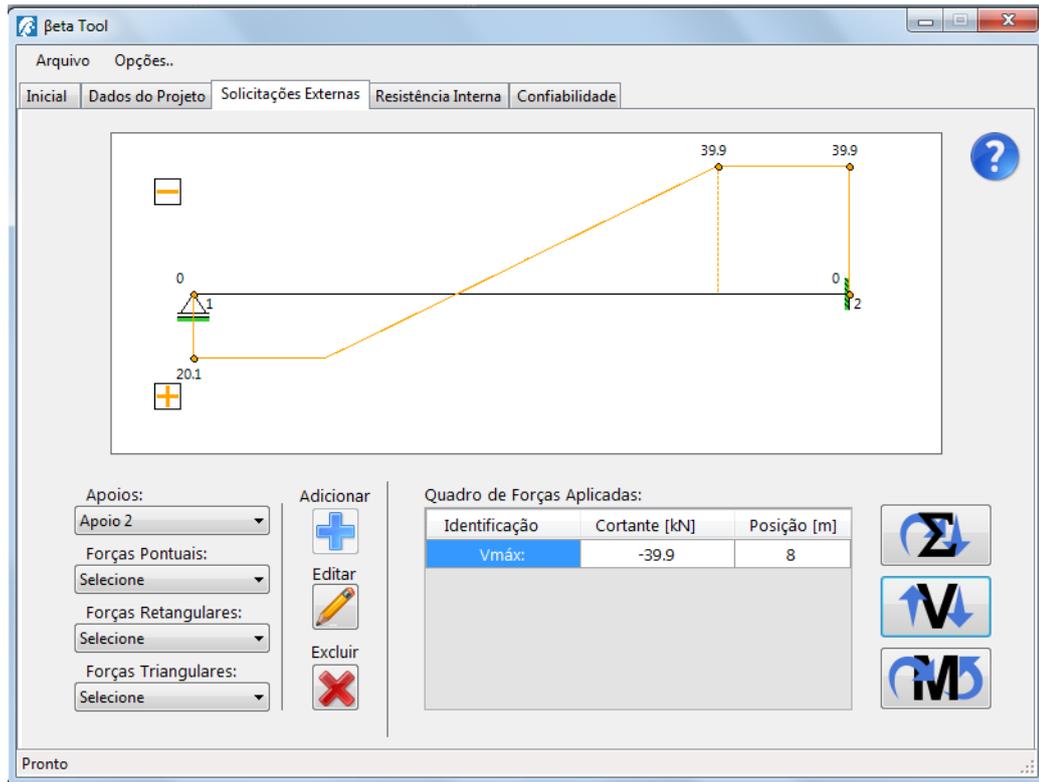


Figura 16 – Diagrama de esforços cortantes e cortante máximo verificado
Fonte: Autoria própria

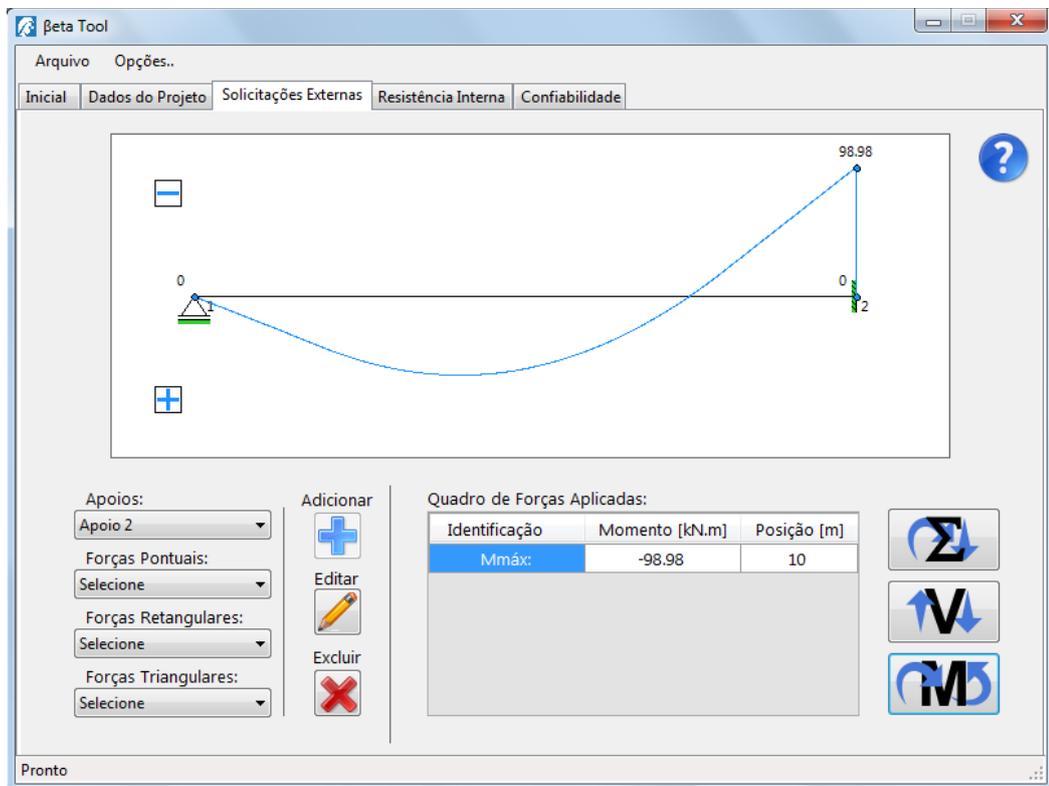


Figura 17 – Diagrama de momentos flectores e momento fletor máximo verificado
Fonte: Autoria própria

3.4 RESISTÊNCIA INTERNA

Para fins de simulações de Monte Carlo e definição da função de desempenho da estrutura tal como definida neste trabalho, necessita-se o conhecimento dos esforços máximos que a peça de concreto armado resiste frente às solicitações a que será submetida. No caso específico desse estudo, os problemas incorporam casos típicos de verificação da seção transversal utilizando basicamente as mesmas equações sugeridas pela NBR 6118/2008 para os casos de dimensionamento. A diferença consiste na maneira em organizar estas equações, visto que a variável procurada para esta situação é a carga máxima, ou momento solicitante máximo que a estrutura admite na seção transversal mais desfavorável dada a sua geometria e características dos materiais. Nos casos de dimensionamento a carga aplicada e a geometria são dados de entrada, buscando-se normalmente uma área de aço incógnita que garanta o equilíbrio da estrutura.

As equações referentes ao cálculo do momento máximo resistente envolvem duas noções básicas do equilíbrio na seção: o equilíbrio das forças horizontais protagonizadas pelo concreto e aço utilizados e a compatibilidade de deformações entre estes materiais. Encontradas as forças horizontais máximas admitidas, procede-se com o equilíbrio de momentos na seção para a obtenção do máximo momento fletor admitido.

A montagem das equações para o cálculo do esforço cortante máximo resistente se faz, por sua vez, através da mera inversão de posições nas equações de cisalhamento na flexão presentes na NBR 6118/2008. São duas as equações que definem este caso: uma relaciona-se ao limite de esmagamento da biela de compressão, sendo a equação que determina o limite superior da capacidade resistente da viga à força cortante, e a outra faz referência ao limite de ruína por tração diagonal, relativa a uma possível insuficiência do aço integrante dos estribos em resistir ao esforço a que é submetido. Quando o foco está no dimensionamento, solicitações que superam o valor limite correspondente ao esmagamento da biela de compressão não são admitidas e torna-se necessário a mudança da geometria da peça. Nos problemas de verificação, este valor limite define o esforço cortante máximo ao qual a seção em questão pode ser solicitada, já que ainda que os estribos proporcionem maiores resistências, o concreto não absorverá solicitações compressivas superiores ao seu limite.

Para as verificações deste software, as treliças são idealizadas treliças de Ritter e Morsh com o ângulo de 45° nos banzos e 90° nos estribos, devido à simplificação trigonométrica das formulações para estes valores usuais. A Figura 18 apresenta a treliça idealizada pelo software.

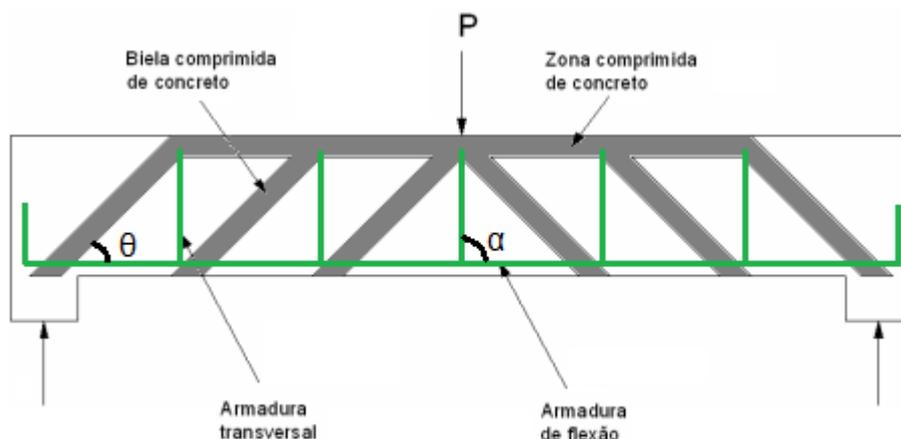


Figura 18 – Modelo de treliça de Ritter e Morsch.
Fonte: Autoria própria

Nos tópicos seguintes serão abordados os procedimentos de cálculo incorporados às rotinas do programa que calculam o máximo momento fletor e o máximo esforço cisalhante resistente.

3.4.1 Cálculo do Momento Fletor Máximo Resistente

Para o cálculo da resistência à flexão de uma seção transversal de uma viga de concreto armado, é necessária a inserção pelo usuário da geometria da seção transversal da viga a ser analisada, altura e largura no caso de viga retangular, e altura e largura também da mesa para o caso de vigas T, a quantidade em cm^2 de área de aço disposta na seção – com campos de preenchimento que contemplam o caso de armadura dupla - e as resistências dos materiais. É necessário também o parâmetro "d", que representa a distância entre o centro de gravidade das armaduras tracionadas até a fibra mais comprimida da seção transversal. Para o caso de haver armadura dupla, se faz necessário informar também o "d' ", análogo ao "d", porém com relação à armadura comprimida. A resposta exibida pelo programa é o valor de momento fletor máximo que a presente seção transversal pode suportar. Como resultado, são apresentadas também as deformações do aço e

do concreto, permitindo ao usuário identificar se o momento máximo ocorreria no domínio 2, 3 ou 4 de deformação, segundo apresentado na NBR 6118/2008. Uma interface gráfica implementada auxilia na visualização da posição da linha neutra assim como a posição das forças horizontais resultantes do concreto e do aço, conforme ilustrado pela Figura 19.

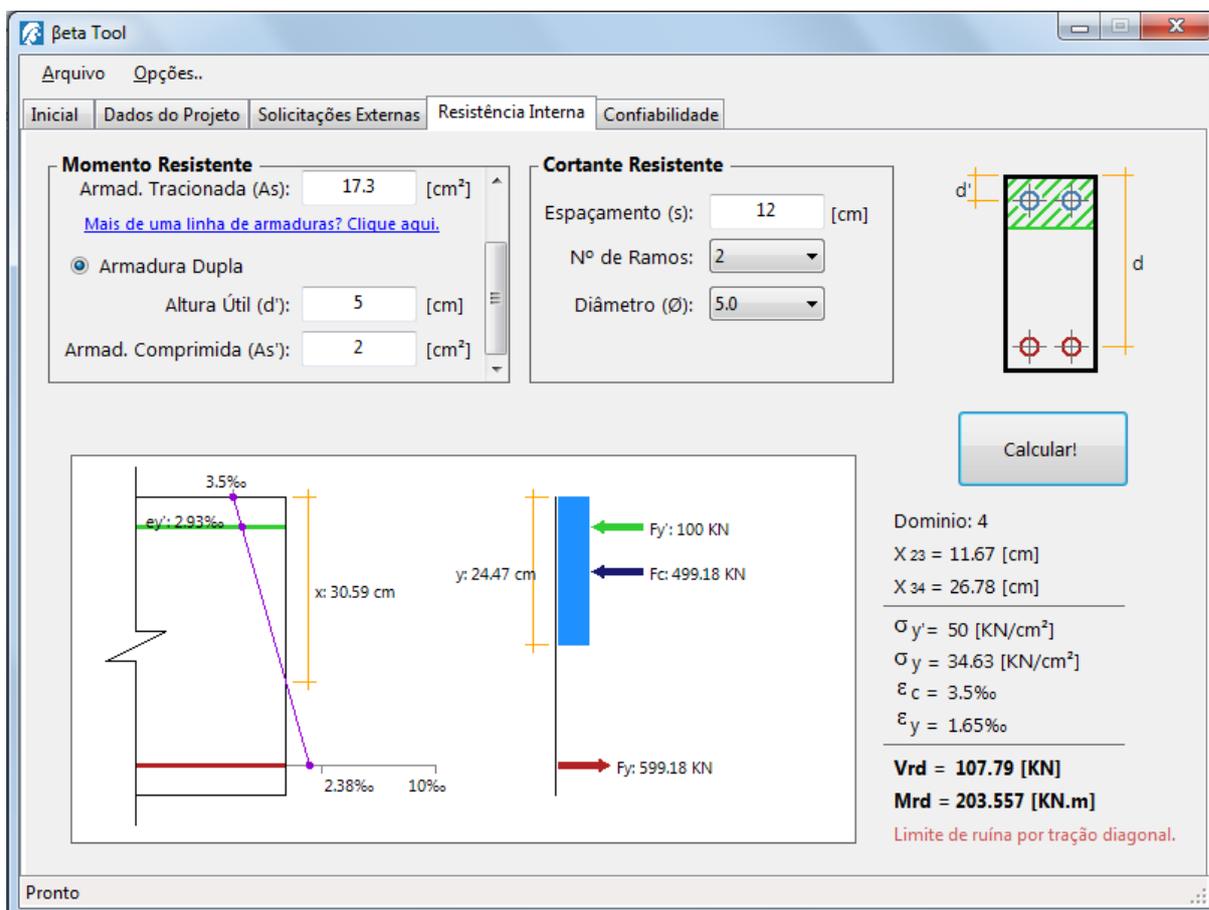


Figura 19 – Exibição dos resultados de resistências
Fonte: Autoria própria

Para o cálculo do momento utiliza-se o equilíbrio de esforços na seção transversal, tendo-se como incógnitas a posição da linha neutra e a tensão nas armaduras. As mesmas equações utilizadas para o cálculo das deformações específicas são também utilizadas para encontrar a tensão nas armaduras tracionadas e comprimidas quando estas não são solicitadas com f_{yd} . Para isso, basta multiplicar o valor encontrado para a deformação específica pertinente pelo módulo de elasticidade do aço, sendo a deformação em função do posicionamento da linha neutra. As deduções das equações que seguem são provenientes de relações de semelhança de triângulos, devendo-se, no entanto, saber em qual domínio se está trabalhando.

$$\varepsilon'_y(3,4) = (x - d') * 0,0035/x \quad (34)$$

$$\varepsilon_y(3,4) = (d - x) * 0,0035/x \quad (35)$$

$$\varepsilon'_y(2) = (x - d') * 0,01/(d - x) \quad (36)$$

$$\varepsilon_c(2) = 0,01 * x/(d - x) \quad (37)$$

Sabendo que existe apenas um posicionamento possível para a linha neutra que torna nula a equação de equilíbrio de forças, são feitos uma sequencia de testes de hipóteses a fim de buscar a altura “x” da linha neutra, bem como as tensões ou deformações nos aços.

Para os casos de armadura dupla é possível precisar em qual posição da linha neutra o aço “superior” estará sendo solicitado com tensão inferior a f_{yd} . Isso é feito também por semelhança, de acordo com a distância d' do aço com a fibra mais comprimida da seção transversal, e define uma posição de linha neutra teste, que será aqui trada como “ X_t ”, a ser levada em consideração na sequência de testes de hipóteses dos domínios. A seção transversal em questão pode estar inserida, portanto, em três casos: com “ X_t ” definindo-a como um caso no domínio 2, domínio 3 ou domínio 4. Em cada um dos três casos, podem ocorrer 4 situações. Ocorrendo X_t no domínio 2, a altura da linha neutra procurada pode ser menor que “ X_t ”, maior que “ X_t ” e menor que o x limite do domínio 2-3, maior que o x limite do domínio 2-3 e menor que o X limite do domínio 3-4, e maior que o x limite do domínio 3-4. Para cada uma das 4 situações a equação de equilíbrio de forças assume uma forma diferente, pois a tensão com a qual as armaduras atuam é diferente entre estes casos. Definido o “caso” da seção transversal dada, parte-se então inicialmente do princípio que esta atua no domínio 2. Sequencialmente, testam-se as situações possíveis dentro do caso em questão. Quando “ x ” calculado assume um valor maior que um valor coerente com a situação testada, entende-se que a fórmula utilizada foi inapropriada e parte-se para a próxima situação, até que “ x ” assuma um valor condizente com a situação testada, ou seja, a hipótese preconizada na montagem da fórmula da situação procurada for validada. O algoritmo que descreve esta sequência de testes, conforme implementado na criação do software, está apresentado abaixo.

[Public Sub Calculo_Armadura_Simples\(\)](#)

[Dim kk As Single](#)

[Dim aa As Single](#)

```

Dim bb1 As Single
Dim cc1 As Single
Dim caso As Integer = 0

b = OProjeto.getBase
h = OProjeto.getAltura
d = OProjeto.getDutil
A_s = OProjeto.getArmSimp
fck = OProjeto.getFck
GamaC = OProjeto.getgamaC
fyk = OProjeto.getFyk
GamaS = OProjeto.getgamaS
'-----
If SecTê.Checked = True Then
    TAlma = OProjeto.getBase
    TMesa = OProjeto.getTF
End If

'cálculos preliminares
fc = 0.85 * (fck / 10) / GamaC
fyd = fyk / GamaS
Ep_yd = fyd / Ey

'cálculo da linha neutra limite dos dominios
x23 = d / (10 / 3.5 + 1)
Tx23.Text = Math.Round(x23, 2).ToString + " [cm]"
x34 = d / (Ep_yd * 1000 / 3.5 + 1)
Tx34.Text = Math.Round(x34, 2).ToString + " [cm]"

'calculo da área de aço limite (dominio 4: sub-aproveitamento do aço)
If SecTê.Checked = True And (0.8 * x34) > TMesa Then
    As_lim34 = fc * (TMesa * (b - TAlma) + 0.8 * TAlma * x34) / fyd
    caso = 1
Else
    As_lim34 = fc * 0.8 * x34 * b / fyd
    caso = 2
End If

aa = fc * 0.8 * TAlma
bb1 = A_s * Ey * 0.0035 + fc * (b - TAlma) * TMesa
cc1 = A_s * Ey * 0.0035 * d
If caso = 1 Then
    If A_s > As_lim34 Then 'Dominio 4: SigmaY diferente de fyd
        x = (-bb1 + (bb1 ^ 2 + 4 * aa * cc1) ^ 0.5) / (2 * aa)
        If x < 0 Or x > d Then x = (-bb1 - (bb1 ^ 2 + 4 * aa * cc1) ^ 0.5) / (2 * aa)
        Ep_c = 0.0035
        Ep_y = (d / x - 1) * Ep_c
        SigmaY = Ey * Ep_y
    End If
End If

```

```

2))      Mrd = fc * (b * TMesa * (d - TMesa / 2) + TAlma * (0.8 * x - TMesa) * (d - 0.4 * x - TMesa /
Rcd = fc * (b * TMesa + TAlma * (0.8 * x - TMesa))
TDominio.Text = "4"
Else 'Dominio 2 ou 3: tensão igual a fyd
x = (A_s * fyd) / (0.8 * b * fc)
SigmaY = fyd
Mrd = fc * 0.8 * x * b * (d - 0.4 * x)
Rcd = fc * 0.8 * x * b
If (0.8 * x) > TMesa Then
x = (A_s * fyd - fc * (b - TAlma) * TMesa) / (TAlma * fc * 0.8)
Mrd = fc * (b * TMesa * (d - TMesa / 2) + TAlma * (0.8 * x - TMesa) * (d - 0.4 * x - TMesa /
2))
Rcd = fc * (b * TMesa + TAlma * (0.8 * x - TMesa))
End If
End If
Else
End If

If caso = 2 Then
If A_s > As_lim34 Then 'Dominio 4: SigmaY diferente de fyd
kk = A_s * Ey * 0.0035 / (fc * b * 0.8)
x = (-kk + (kk ^ 2 + 4 * kk * d) ^ 0.5) / 2
If x < 0 Or x > d Then
x = (-kk - (kk ^ 2 + 4 * kk * d) ^ 0.5) / 2
End If
Ep_c = 0.0035
Ep_y = (d / x - 1) * Ep_c
SigmaY = Ey * Ep_y
Mrd = A_s * SigmaY * (d - (0.8 * x) / 2)
Rcd = fc * 0.8 * x * b
TDominio.Text = "4"
If SecTê.Checked = True And (0.8 * x) > TMesa Then
x = (-bb1 + (bb1 ^ 2 + 4 * aa * cc1) ^ 0.5) / (2 * aa)
If x < 0 Or x > d Then x = (-bb1 - (bb1 ^ 2 + 4 * aa * cc1) ^ 0.5) / (2 * aa)
Ep_c = 0.0035
Ep_y = (d / x - 1) * Ep_c
SigmaY = Ey * Ep_y
Mrd = fc * (b * TMesa * (d - TMesa / 2) + TAlma * (0.8 * x - TMesa) * (d - 0.4 * x - TMesa /
2))
Rcd = fc * (b * TMesa + TAlma * (0.8 * x - TMesa))
TDominio.Text = "4"
End If
Else 'Dominio 2 ou 3: tensão igual a fyd
x = (A_s * fyd) / (0.8 * b * fc)
SigmaY = fyd
Mrd = A_s * SigmaY * (d - (0.8 * x) / 2)
Rcd = fc * 0.8 * x * b
End If

```

```

End If

If x < x23 Then 'dominio 2: Ep_y = 10/1000
    Ep_y = 0.01
    Ep_c = Ep_y / (d / x - 1)
    TDominio.Text = "2"

Elseif x >= x23 And x <= x34 Then 'dominio 3: Ep_c = 3.5/1000
    Ep_c = 0.0035
    Ep_y = (d / x - 1) * Ep_c
    TDominio.Text = "3"
End If

'converte o momento: KN.cm para KN.m
Mrd = Mrd / 100

TsigmaY.Text = Math.Round(SigmaY, 2).ToString + " [KN/cm²]"
TEpc.Text = Math.Round(Ep_c * 1000, 2).ToString + "%o"
TEpy.Text = Math.Round(Ep_y * 1000, 2).ToString + "%o"
LabelMrd.Text = Math.Round(Mrd, 3).ToString + " [KN.m]"
TMrd.Text = Format(Mrd, "#,##0.##").ToString
End Sub

```

Uma vez encontrada a posição da linha neutra é possível determinar o momento fletor resistente máximo por uma questão de equilíbrio de momentos na seção. Se as deformações no aço “superior” forem negativas, ou seja, aço sendo solicitado à tração, uma rotina somará a força resultante dos aços “superior” e “inferior” e calculará uma altura “d” resultante para esta condição, permitindo o cálculo corrigido do momento fletor resistente máximo.

O tratamento para o caso de vigas T é semelhante ao caso para vigas retangulares, com a adição da condição de que caso a altura da área comprimida seja maior que a altura da mesa, o cálculo é feito considerando uma seção transversal composta. Se o momento máximo a que a viga estiver sendo solicitada, conforme calculado na aba de Solicitações Externas, for negativo, é exibida uma tela de aviso ao usuário, atentando para o fato e perguntando se ele deseja inverter a seção transversal, com a mesa sendo considerada na parte inferior da viga, resistindo à compressão. Caso o usuário confirme, a troca é feita automaticamente. A janela de aviso é ilustrada pela Figura 20.

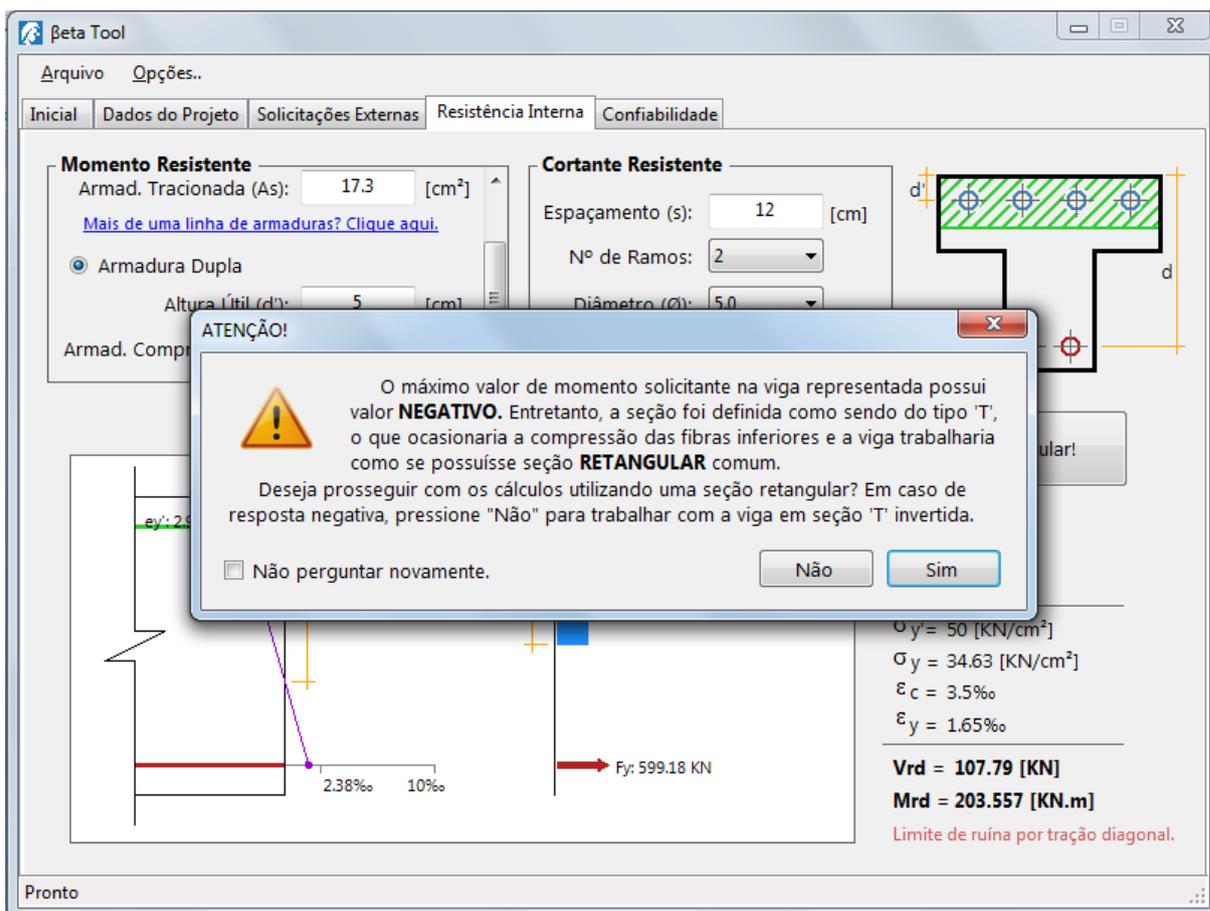


Figura 20 – Aviso sobre inversão de viga T
Fonte: Autoria própria

Para calcular vigas com armadura dupla ou com mais de uma linha de armadura tracionada, foi desenvolvida a interface gráfica ilustrada pela Figura 22, acessada a partir do quadro "Momento Resistente" da Figura 21.

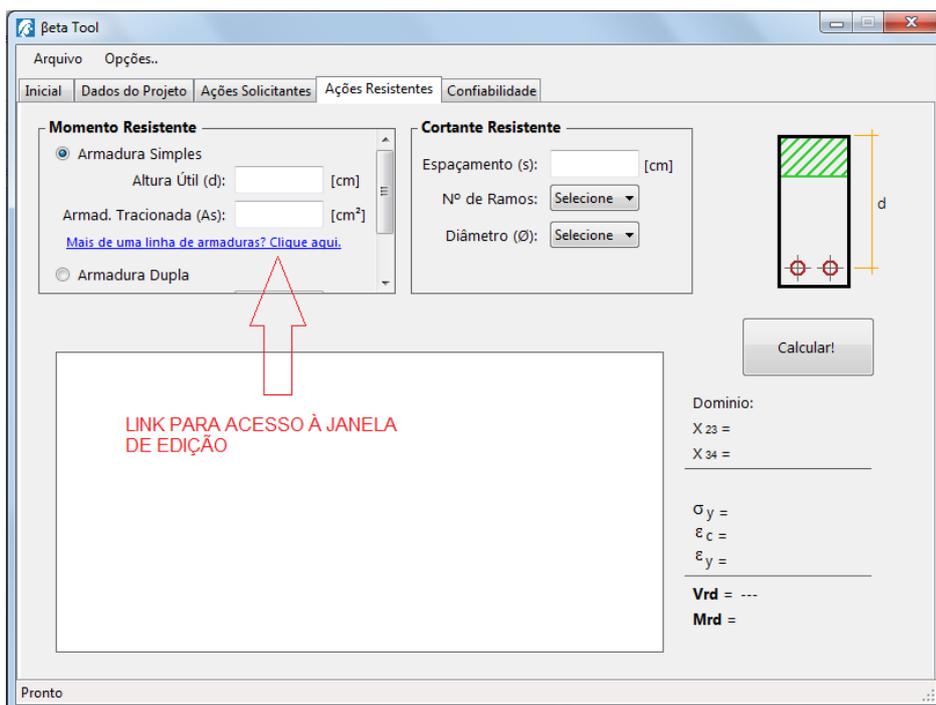


Figura 21 – Demonstração do link para edição de linhas de armaduras
Fonte: Autoria própria

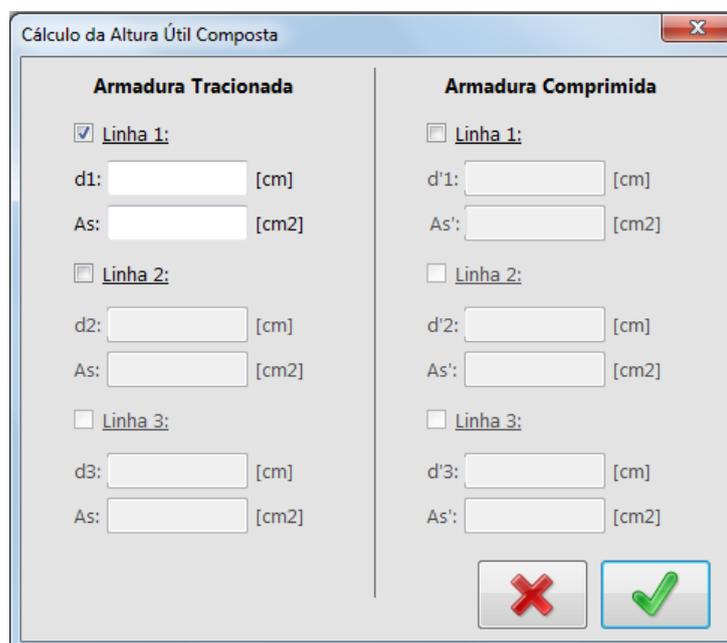


Figura 22 – Janela de edição de linhas de armaduras
Fonte: Autoria própria

3.4.2 Cálculo do Esforço Cortante Máximo Resistente

Para o modelo de treliça idealizado por Ritter e Morsch, duas equações fundamentais devem ser levadas em consideração na verificação das peças de

concreto armado com seção transversal retangular. A primeira equação refere-se à verificação quanto ao esmagamento da biela de compressão. É verificada a resistência à compressão da peça na área da seção transversal compreendida entre a linha das armaduras inferiores e o topo da viga. No presente estudo adotaram-se as formulações para o cisalhamento na flexão da NBR 6118. Assim, a 1ª equação fica:

$$Vrd2 = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot fcd \cdot b_w \cdot d \cdot \text{sen}^2 \theta \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \text{ sendo:} \quad (38)$$

$$\alpha_{v2} = (1 - fck/250) \quad (39)$$

Para $\theta=45^\circ$ e $\alpha=90^\circ$ chega-se a:

$$Vrd2 = 0,27 \cdot fcd \cdot b_w \cdot d (1 - fck/250) \quad (40)$$

A segunda equação faz alusão à resistência a tração do concreto e à resistência à tração do aço dos estribos. Tal equação fica:

$$Vrd3 = 0,6 \cdot fctd \cdot b_w \cdot d + A_{sw} \cdot 0,9 \cdot d \cdot \frac{f_{wyd}}{s} \quad (41)$$

As variáveis são:

fcd = Valor minorado da resistência à compressão do concreto.

b_w = Largura da alma da viga.

d = Distância entre a linha de armaduras inferiores e o topo da viga.

fck = Resistência característica do concreto (MPa).

$fctd = (0,21 \cdot (fck^{2/3}) / \gamma_c) / 10$; Resistência de cálculo à tração do concreto (kN/cm²).

A_{sw} = Área de aço dos estribos em uma seção, multiplicada pelo número de ramos.

$f_{wyd} = f_{yk} / \gamma_s$. Esse valor é limitado por norma em 43,48 kN/cm² para aços com f_{yk} maiores que 500 MPa ou γ_s menores que 1,15.

s = Espaçamento dos estribos (cm).

Após o cálculo das duas forças de cisalhamento resistentes de cálculo, $Vrd2$ e $Vrd3$, e a comparação de ambas pelo software, é apresentada ao usuário a menor dentre as duas, e, portanto, em qual limite de ruína a estrutura estará submetida caso ultrapassado tal valor resistente inferior. A Figura 23 apresenta a tela do programa na aba Resistência Interna, com os resultados das verificações de resistência máxima à flexão e ao cisalhamento para uma viga hipotética.

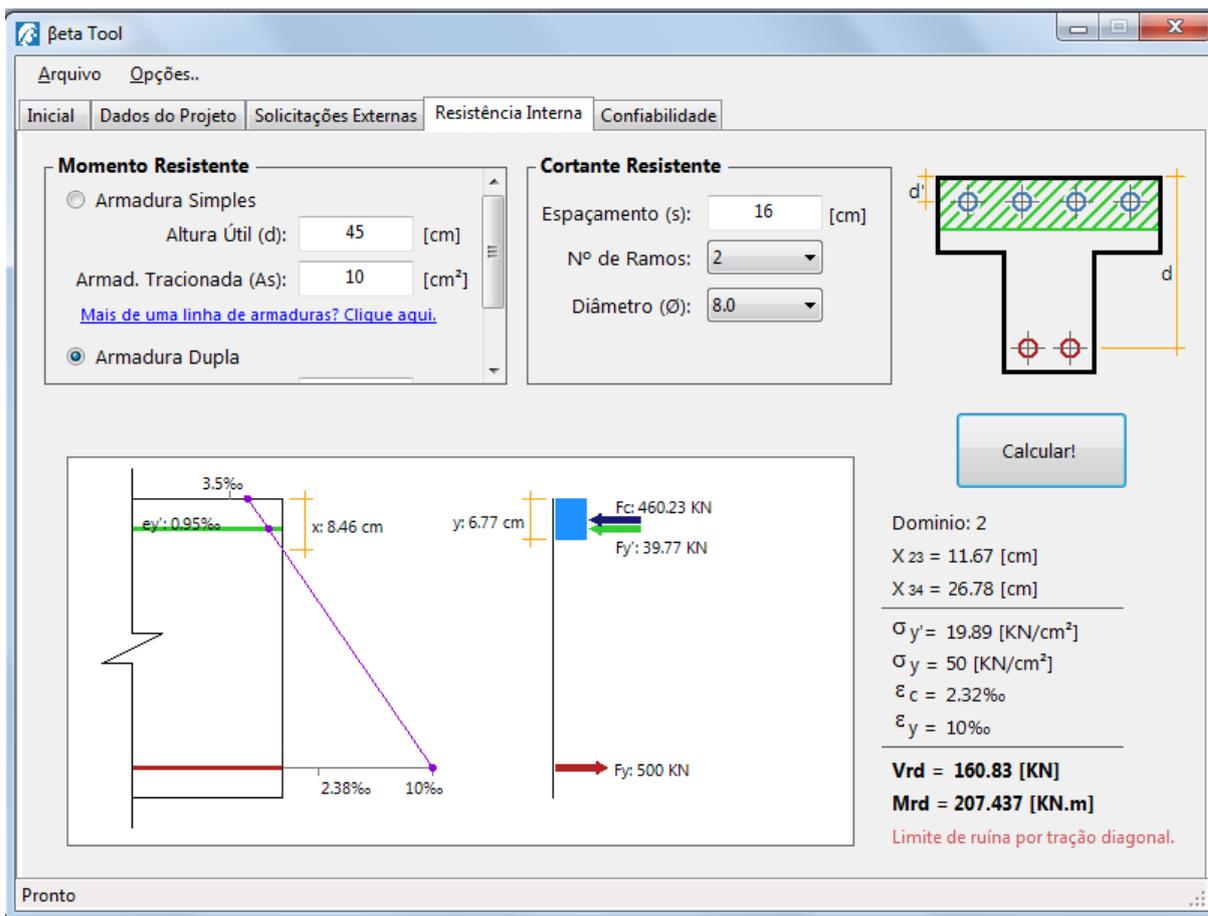


Figura 23 – Aba Resistência Interna
Fonte: Autoria própria

É importante salientar que o amparo da normatização brasileira compreende concretos com resistências máximas características de 90 MPa, sendo os concretos com resistências compreendidas entre 50 e 90 MPa considerados de alta resistência (CAR). Por fazer uso das formulações da norma brasileira e para que haja coerência dos resultados obtidos, não se recomenda a extrapolação deste limite em verificações realizadas pelo software.

O software não considera improbabilidade da simultaneidade das cargas acidentais. Deste modo, a análise dos resultados, inclusive a confiabilidade, será referente à configuração de carregamentos inseridos pelo usuário. Se a ferramenta for utilizada para análise ao longo de toda sua vida útil, se obterá um resultado a favor da segurança, porém não otimizado, uma vez que se estará considerando que todas as cargas acidentais atuam sobre a estrutura simultaneamente. Sendo assim, esta análise pode ser feita, porém não é o objetivo do software fazê-la.

3.5 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Para analisar a estrutura sob um enfoque probabilístico, a primeira etapa adotada no presente trabalho consiste na geração de uma matriz bidimensional de 20000 colunas. Ao mesmo tempo em que a matriz vai sendo gerada, a alimentando, é integrada através do método numérico dos trapézios uma curva normal reduzida com amplitude de dez desvios padrão. Cada passo do método numérico é adicionado ao passo anterior, iniciando-se pelo número do menor desvio padrão, que vale -5, atribuindo-se assim a cada posição da primeira linha da matriz uma quantidade de desvios padrão. À outra linha da matriz, na mesma coluna, é atribuído o valor da área calculada por integração do início da curva até aquela posição, sendo que para a primeira posição, de valor -5, a área associada é a solução da integral imprópria desta curva entre $-\infty$ e -5. A matriz conta com 20000 posições, e terá valores conforme representado pela Tabela 3.

Tabela 3 – Matriz Dimensional da Confiabilidade

Área	0	7.19E-07	...	0.49960 1	0.5	0.50039 9	...	0.9999	1
DP	-5	-4.9995	...	-0.001	0	0.001	...	4.9995	5

Fonte: Autoria própria

Uma vez a matriz preenchida, são gerados dois vetores de números aleatórios, cada um com tantas casas quanto existem posições na matriz, através de uma função que utiliza como semente os microssegundos marcados pelo relógio do computador em que o software está sendo executado.

Para a definição da função de desempenho da estrutura, serão utilizados a resistência máxima da seção transversal, tanto para o caso de momento fletor quanto para o de esforço cortante, e a solicitação máxima de cada esforço ao longo da viga. Ambas as variáveis são associada a uma distribuição normal, com os desvios padrão adequados, conforme a Tabela 2. Desse modo, a função de desempenho é definida como a subtração dos esforços e resistências, falhando-se toda vez que se obtém um resultado negativo.

$$G(x) = R(x) - S(x) \quad (42)$$

Para as cargas acidentais utilizou-se o tratamento sugerido por Soares e Venturini (2001), que trazem para a média o valor característico do carregamento antes da multiplicação deste pelo coeficiente de variação, objetivando-se o desvio

padrão a ser utilizado. Como sugerem os autores, o valor da média das ações acidentais é representado pelo percentual de 98% da distribuição normal. As Equações 43, 44 e 45 ilustram esse procedimento.

$$\bar{Q} = Q_k - 2,05 \cdot \sigma_q \quad (43)$$

$$\text{Como } \sigma_q = 0,4 \cdot \bar{Q} \quad (44)$$

$$\text{Teremos } \bar{Q} = \frac{Q_k}{1,82} \quad (45)$$

Os valores padrão adotados para R e S são aqueles obtidos como resultado nas abas de Solicitação e Resistência Interna, e os coeficientes de dispersão, aqueles recomendados pelo Boletim nº 227 do CEB (1995) e por Real e Campos Filho (2001). Há, porém, a opção para o usuário de escolher os valores adotados, tanto de média quanto de dispersão. Esta opção é válida para possibilitar a utilização do programa para um caso especial, no qual o usuário saiba informações específicas sobre o caso de uma solicitação com outro desvio padrão, e também para que seja possível utilizar a parte de confiabilidade do software com dados obtidos a partir de outra fonte, não se fazendo necessário o preenchimento das etapas anteriores para se acessar esta.

As simulações de Monte Carlo consistem em sortear, segundo as distribuições de probabilidade de cada variável aleatória, valores para R e S, obtendo-se assim um valor para a função de desempenho da estrutura. Caso o valor de $G(x)$ seja negativo, incrementa-se um contador de falhas.

Para a definição do valor tanto do momento fletor quanto do esforço cortante em cada ciclo, é utilizado o número aleatório gerado que está armazenado na primeira posição de um dos vetores de números aleatórios. Para a resistência, o processo é o mesmo, porém utilizando a posição de mesmo número no outro vetor de números aleatórios, comparando-se assim solicitações e resistências influenciadas por processos aleatórios separados. Este número é associado a uma área na segunda linha da matriz gerada a partir da curva normal, e é feita uma busca na matriz através do método numérico da bissecção, de modo a minimizar o tempo de processamento da busca. É feita então uma interpolação linear entre a área imediatamente maior do que a sorteada e a imediatamente menor. A outra linha da matriz, na mesma coluna, recebe o mesmo tratamento de interpolação com relação a seus valores vizinhos, de modo a se obter um valor referente à interpolação recém-calculada, associando-se assim a área sorteada a uma

quantidade de desvios padrão. Esta quantidade será multiplicada pelo desvio padrão da solicitação, padrão ou fornecido pelo usuário, e aplicada sobre a solicitação ou resistência média adotada. Após comparar dessa forma a resistência e a solicitação e se incrementar ou não o contador de falhas, é feita outra comparação, utilizando agora o número armazenado na próxima posição do vetor de números aleatórios. O processo de repete até ser realizada uma quantidade de ciclos igual ao solicitado pelo usuário.

Terminados todos os ciclos, a probabilidade de falha da estrutura é calculada diretamente dividindo-se o número armazenado no contador de falhas pelo número de ciclos realizados. Como a função de desempenho é uma combinação linear de vetores com distribuição normal e independentes, $G(x)$ apresenta também distribuição normal (KRÜGER 2008). A partir daí, calcula-se diretamente o índice de confiabilidade da estrutura, associando-se a probabilidade de falha obtida a um determinado número de desvios padrão, de forma análoga ao realizado durante o cálculo da solicitação em cada ciclo. O número de desvios padrão assim obtido é o índice de confiabilidade da estrutura. Desse modo, o software pode calcular apenas valores de índice de confiabilidade entre 0 e 5. Como se trata de uma aplicação sobre construção civil, esta amplitude foi considerada suficiente, visto um valor nulo obtido significa uma falha iminente da estrutura, e a maior recomendação encontrada na literatura, para o caso mais crítico, foi a de adoção de um β de 4,8 (JCSS, 2001). Como a análise é feita tanto para esforços cortantes quanto para momentos fletores, obtêm-se dois índices de confiabilidade, um referente a cada esforço interno. O β da viga é então definido como o menor deles. Isso se dá pelo fato de que as resistências variam independentemente dos esforços, e os esforços variam, no modelo adotado, exclusivamente acompanhando a variação das cargas que são aplicadas sobre a viga. Desse modo, a variação da solicitação implica em uma variação de esforço cortante correspondente à variação de momento fletor na viga. O índice de confiabilidade da viga poderia ser calculado variando-se esforços cortantes e momentos fletores num mesmo ciclo, e sendo considerada uma falha toda vez que ao menos um dos dois esforços ultrapassasse sua resistência correspondente. Porém, como suas variações são proporcionais, o esforço mais desfavorável sempre irá falhar quando o menos desfavorável falhar, e falhará algumas vezes quando o outro não falhar. Desse modo, a quantidade de falhas estruturais será igual a quantidade de falhas referente ao esforço interno mais

desfavorável, podendo-se assim adotar que o índice de confiabilidade da viga é o menor entre os dois índices de confiabilidade obtidos.

Após o cálculo dos índices de confiabilidade, é exibida ao usuário uma tela mostrando os índices obtidos juntamente de uma tabela que mostra recomendações de valores de β obtidas a partir de JCSS (2001) para diferentes aplicações, conforme mostrado na Figura 24:

Índice Beta

Índices de confiabilidade (β) relacionados à vida do projeto

Custo relativo de medida de segurança	Consequências esperadas dada uma falha		
	Pequena	Moderada	Grande
Elevado	2,8	3,3	3,8
Moderado	3,3	3,8	4,3
Baixo	3,8	4,3	4,8

Fonte: JCSS - Background Documentation (1996).

Confiabilidade da Estrutura

Probabilidade de Falha: **0%**

Índice de confiabilidade (β): **≥ 5,0**

Figura 24 – Tabela de recomendações do índice β
Fonte: Adaptada de JCSS (2001)

A exibição desta tabela foi adotada para que o usuário possa ter noção do quão segura é a estrutura estudada para determinado custo relativo médio de segurança e consequências esperadas de uma falha. Optou-se por não considerar estes como dados de entrada para que o usuário não seja obrigado a preencher tais informações para obter um valor de β . Além disso, a exibição da tabela completa implica em exibição de mais informações ao usuário, incentivando assim o aprendizado.

3.6 TELA DE AJUDA

Disponibilizada em “Opções..” ou pelos botões simbolizados com um sinal de interrogação nas abas do programa, é possível acessar uma tela de ajuda ao usuário, que busca auxiliar no manuseio do software descrevendo quais os

procedimentos para inserção de informações, bem como o significado de cada parte integrante do programa.

Conforme apresentam as Figura 25 e 26, os tópicos de ajuda disponíveis encontram-se agrupados à aba do programa à qual se relacionam. É ainda disponibilizado ao usuário um e-mail para contato, visando sanar possíveis dúvidas ou receber sugestões que possam surgir no decorrer do uso do software.

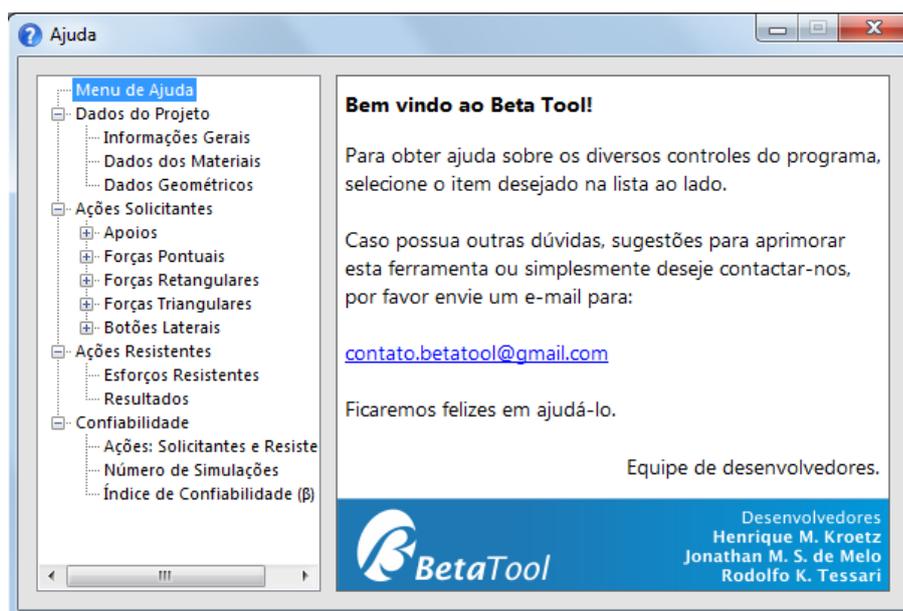


Figura 25 – Entrada principal da tela de ajuda do software
Fonte: Autoria própria

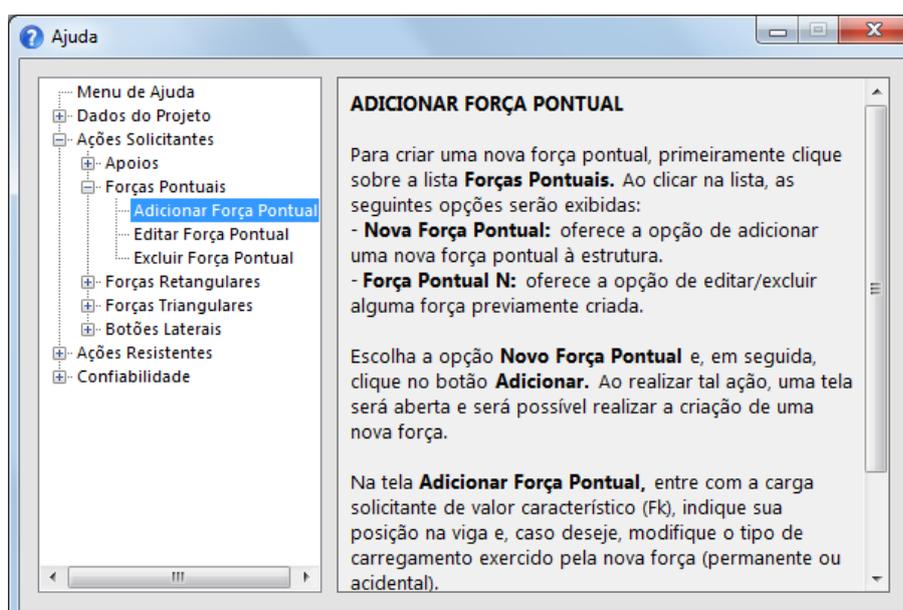


Figura 26 – Exemplo de ajuda – Adicionar força pontual
Fonte: Autoria própria

A Figura 27 ilustra a tela denominada “Sobre o Beta Tool”, que é acessada a partir da guia “opções” no topo do software. Essa tela traz informações acerca das ferramentas disponibilizadas na versão além de fornecer informações complementares orientando o uso e as características do programa.

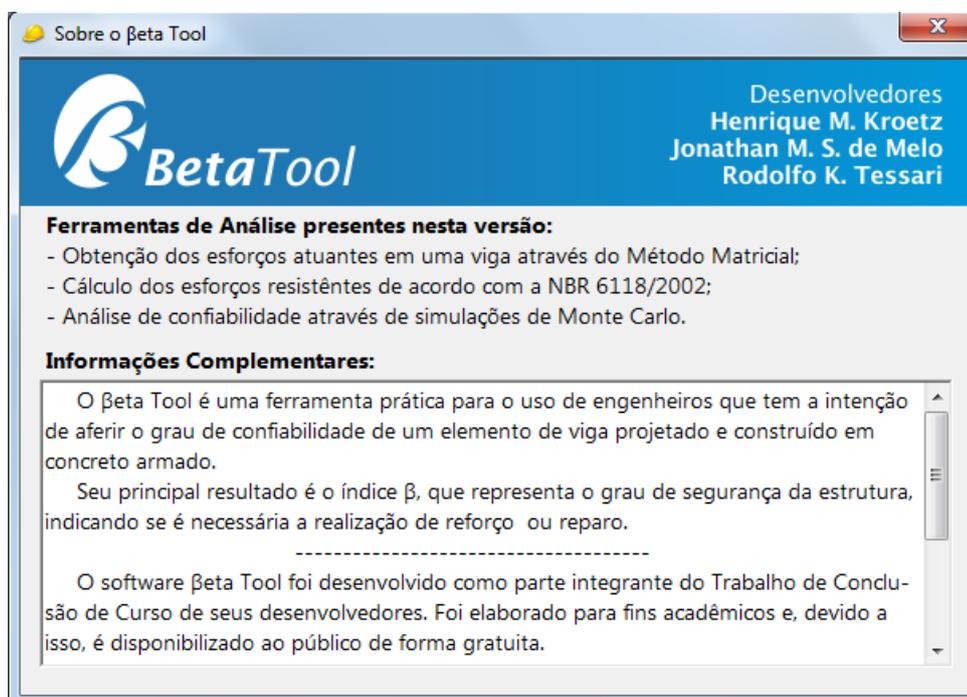


Figura 27 – Exemplo de ajuda – Adicionar força pontual
Fonte: Autoria própria

4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados exemplos de solução de algumas estruturas utilizando o software desenvolvido. Serão também explorados a precisão dos resultados dos cálculos de confiabilidade e seu tempo de processamento.

4.1 EXEMPLO 1 - CÁLCULO DE VIGA T BIAPOIADA

As informações referentes a esta viga foram obtidas a partir de um dimensionamento orientado pela NBR 6118/2008 com relação a um carregamento arbitrário. Desse modo, a segurança calculada refere-se àquela oferecida pelas recomendações normativas. Para fins de análise de confiabilidade estrutural, ao entrar com esses dados no software retirou-se das cargas o fator multiplicativo de 1,4 referente ao estado limite último e adotaram-se coeficientes minoradores de resistência como iguais a 1. Assim, a cada ciclo de Monte Carlo, solicitações e resistências são comparadas com suas devidas variações probabilísticas, como prevê o método. As variáveis f_{ck} , f_{yk} , seção transversal e área de aço permanecem inalteradas. Dados:

Carga Permanente = 32 kN/m

Carga Acidental = 30 kN/m

$\gamma_s = 1,15$ $\gamma_c = 1,4$

Comprimento da Viga: 10m

Armadura Longitudinal (simples): = 21,728 cm²

Armadura Transversal: espaçamento 9 cm, 2 ramos, aço 6.3 mm

A inserção dos dados no software é ilustrada pelas figuras 28 e 29:

Beta Tool

Arquivo Opções..

Inicial Dados do Projeto Solicitações Externas Resistência Interna Confiabilidade

Informações Gerais

Título do Projeto: Testes

Denominação da Viga: Teste_01

Dados dos Materiais

Resistência Caract. do Concreto (fck): 15 [MPa] γ_c : 1

Resistência Caract. do Aço (fyk): 50 [kN/cm²] γ_s : 1

Dados Geométricos da Viga

Seção Retangular

Seção 'T'

Altura da Viga (h): 100 [cm]

Largura da Viga (b): 12 [cm]

Espessura da Mesa (tf): 40 [cm]

Largura da Mesa (bf): 40 [cm]

Comprimento da Viga (L): 10 [m]

Pronto.

Figura 28 – Aba Dados do Projeto – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

Beta Tool

Arquivo Opções..

Inicial Dados do Projeto Solicitações Externas Resistência Interna Confiabilidade

Forças Aplicadas:

Identificação	Força [kN]	Pos 1 [m]	Pos 2 [m]
Força Retang. 1	22.85	0	10
Força Retang. 2	21.43	0	10

Pronto.

Figura 29 – Aba Solicitações Externas (Forças Aplicadas) – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

Os resultados obtidos são ilustrados pelas figuras 30 a 33.

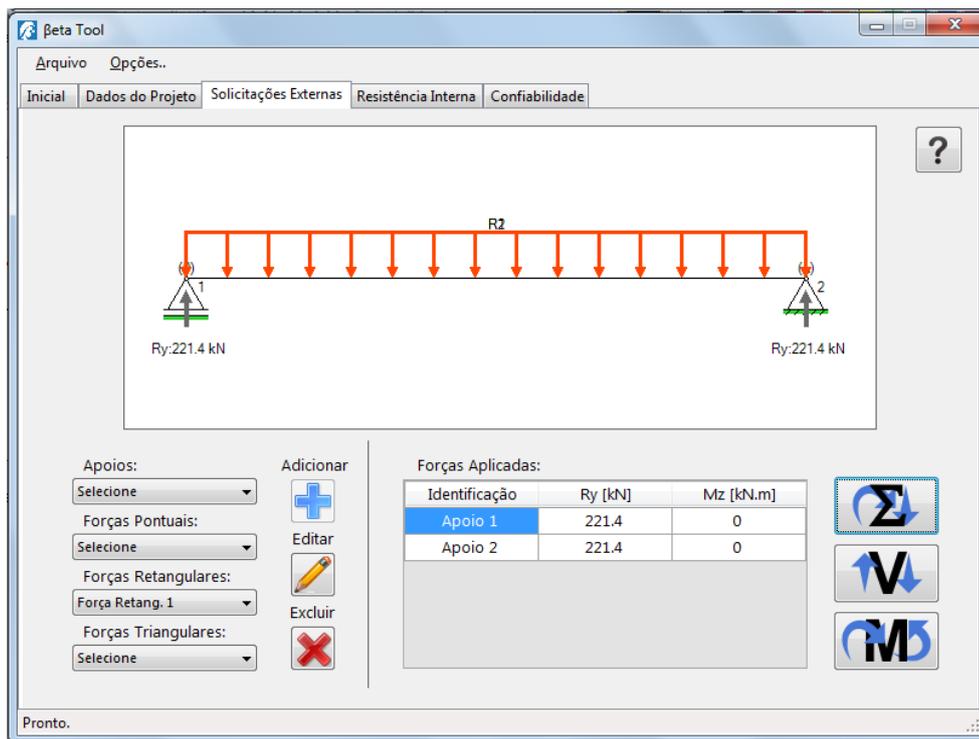


Figura 30 – Aba Solicitações Externas (Reações de Apoio) – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

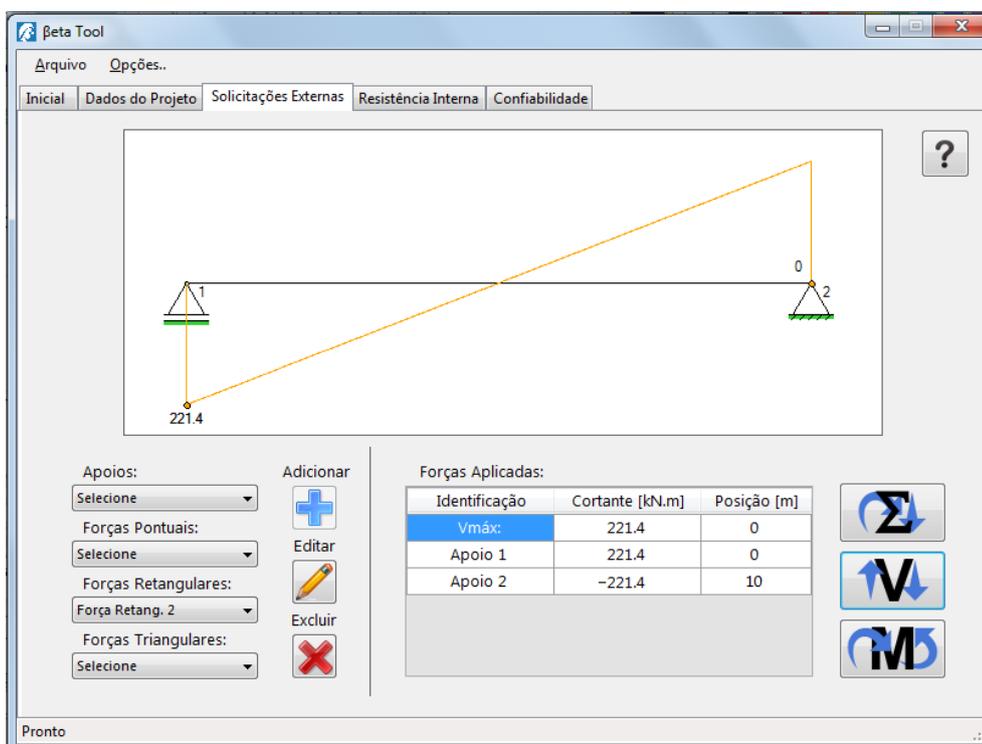


Figura 31 – Aba Solicitações Externas (Esforços Cortantes) – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

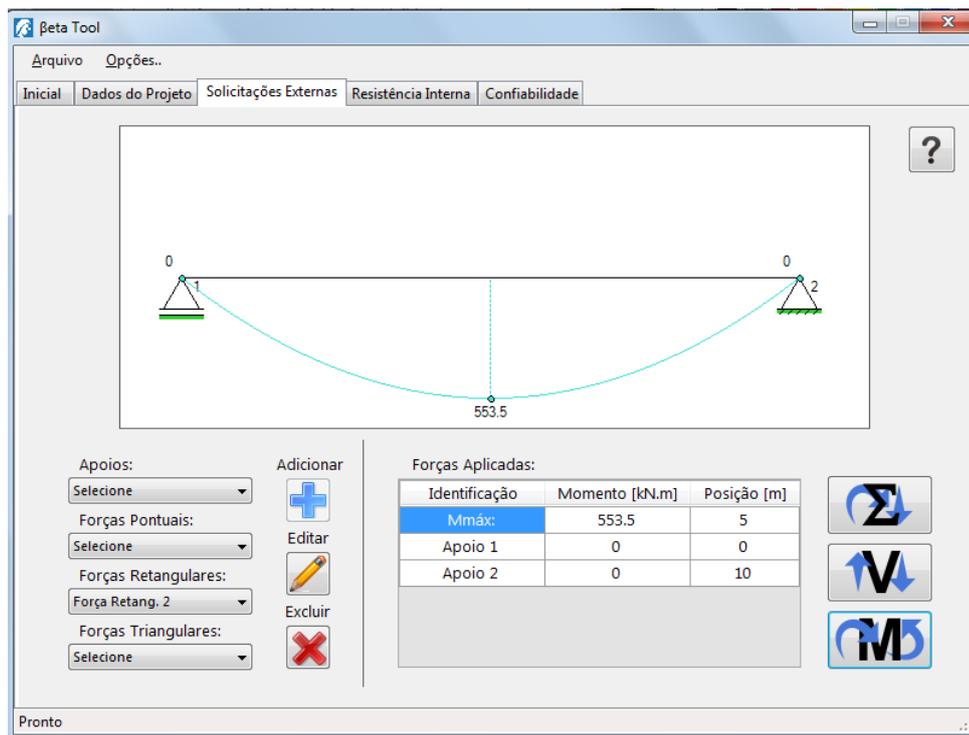


Figura 32 – Aba Solicitações Externas (Momentos Fletores) – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

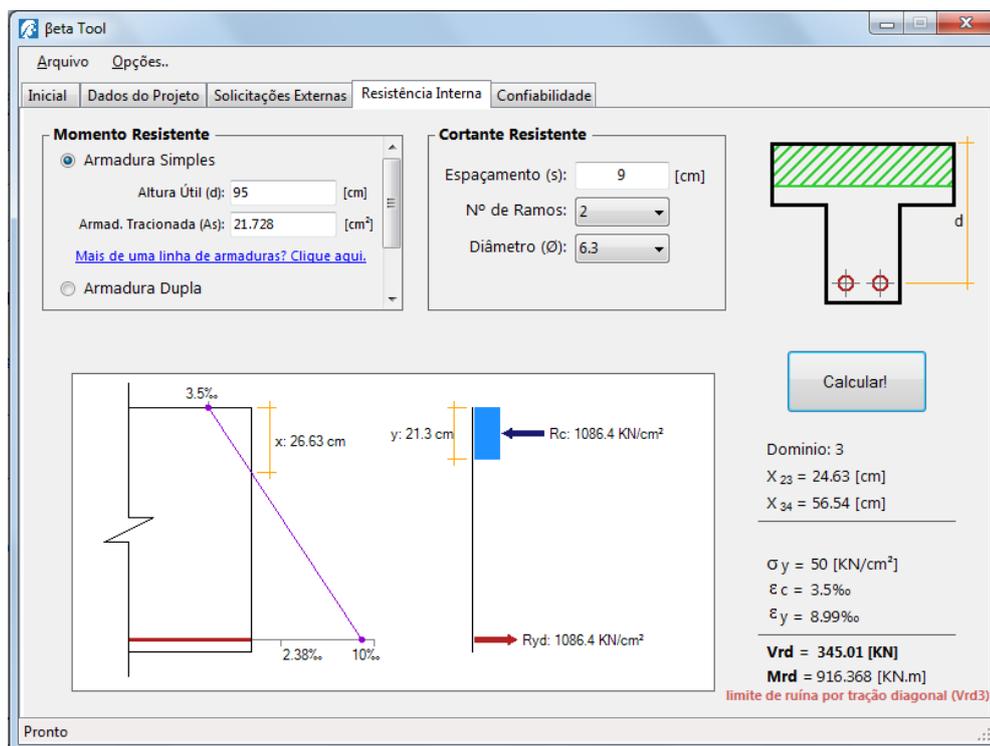


Figura 33 – Aba Resistência Interna – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

A partir dos dados apresentados em tela, obtém-se as informações de uma reação de apoio vertical de valor 221,4 kN em cada apoio, que o esforço cortante máximo a que a viga é submetida é de valor 221,4 kN junto aos apoios e o momento

fletor máximo que atua sobre a viga é de 553,5 kN.m no meio do vão. Ainda, obtém-se que a linha neutra está passando a 26,63 cm de distância do topo da viga, que a viga está trabalhando no domínio 3 da NBR 6118/2008, que os aços estão trabalhando sob uma tração de 50 kN/cm², que o concreto está se deformando a 3,5‰ onde se deforma mais, que o aço está se deformando a 8,99‰, que o momento fletor máximo resistido por esta viga é de 916,368 kN.m, que o esforço cortante máximo resistido por esta viga é de 345,01 kN, e que este limite de esforço cortante se dá pelo limite de ruína por tração diagonal.

Em posse destes dados, é possível partir para a aba de confiabilidade, que já estará preenchida automaticamente pelo fato de o software ter sido utilizado para calcular os esforços e resistências da viga, conforme ilustrado pela Figura 34.

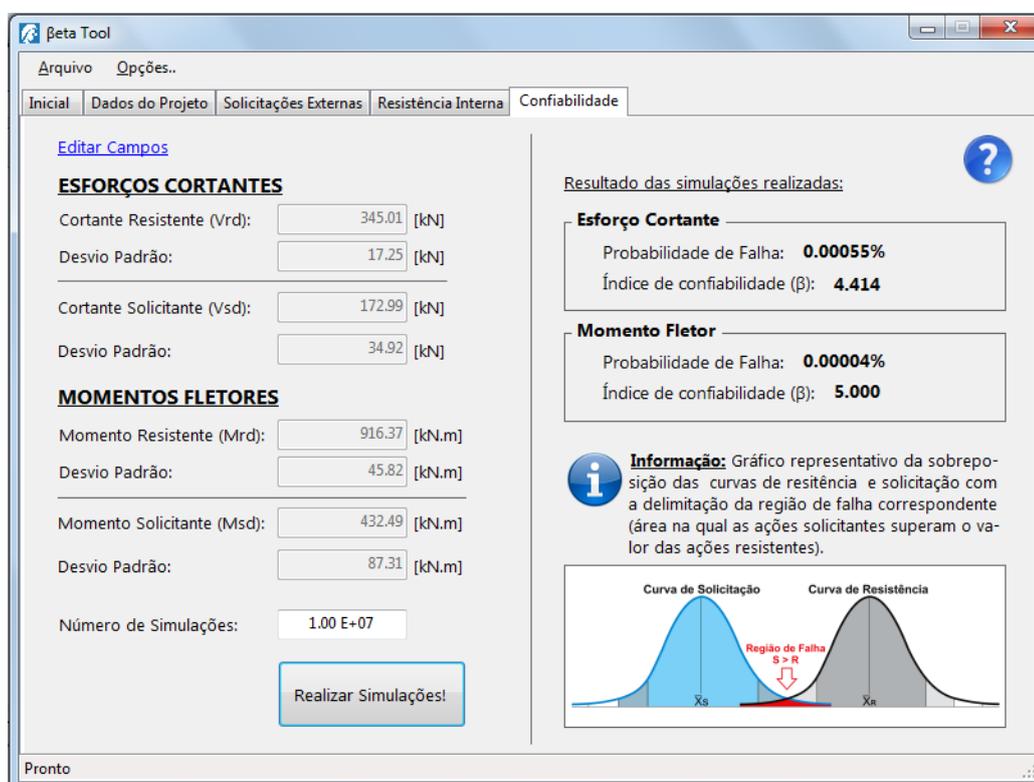


Figura 34 – Aba Confiabilidade – Exemplo 1
Fonte: Autoria própria

Observa-se que os valores de desvio padrão são preenchidos automaticamente, porém há a opção de editar os campos. Fica também pré-definido um número de um milhão de ciclos de Monte Carlo, podendo o usuário alterar este valor livremente. Foram obtidos os valores de $\beta = 4,414$ para esforços cortantes, e $\beta > 5,0$ para momentos fletores. Desse modo, o β da viga assume também o valor de 4,414.

4.2 EXEMPLO 2 - CÁLCULO DE VIGA RETANGULAR HIPERESTÁTICA

As informações referentes a esta viga foram também obtidas a partir de um dimensionamento orientado pela NBR 6118/2008 com relação a um carregamento arbitrário. Desse modo, a segurança calculada refere-se mais uma vez àquela oferecida pelas recomendações normativas, de forma semelhante ao exemplo 1. Será aqui tratada uma viga retangular, hiperestática, com armadura dupla, com 5 apoios e submetida a diversas cargas de diversas configurações.

Dados:

Carga Acidental Pontual 1: 70kN

Carga Acidental Pontual 2: 203kN

Carga Acidental Triangular: 126kN/m

Carga Permanente Retangular 1: 210kN/m

Carga Permanente Retangular 2: 56 kN/m

Carga Permanente Triangular: 189Kn/m

$\gamma_s = 1,15$ $\gamma_c = 1,4$

Comprimento da Viga: 18m

Armadura Longitudinal Tractionada: 20,18cm²

Armadura Longitudinal Comprimida: 1,33cm²

Armadura Transversal: espaçamento 8 cm, 2 ramos, aço 10 mm

As Figuras 35 e 36 ilustram o lançamento de dados no software:

Informações Gerais

Preencha os campos abaixo para dar início ao projeto:

Título do Projeto: Testes Denominação da Viga: Testes_03

Dados dos Materiais

Resistência Caract. do Concreto (fck): 30 [MPa] γ_c : 1

Resistência Caract. do Aço (fyk): 50 [kN/cm²] γ_s : 1

Dados Geométricos da Viga

Seção Retangular
 Seção 'T'

Altura da Viga (h): 60 [cm]
Largura da Viga (b): 25 [cm]
Espessura da Mesa (tf): 0 [cm]
Largura da Mesa (bf): 0 [cm]

Comprimento da Viga (L): 18 [m]

Figura 35 – Aba Dados do Projeto – Exemplo 2
Fonte: Autoria própria

Apoios:
Selecione
Forças Pontuais:
Força Pontual 1
Forças Retangulares:
Selecione
Forças Triangulares:
Selecione

Forças Aplicadas:

Identificação	Força [kN]	Pos 1 [m]	Pos 2 [m]
Força Pontual 1	50	2	---
Força Pontual 2	145	18	---
Força Retang. 1	150	0	4
Força Retang. 2	40	12	16
Força Triang. 1	90	4	8
Força Triang. 2	135	8	12

Figura 36 – Aba Solicitações Externas (Forças Aplicadas) – Exemplo 2
Fonte: Autoria própria

As Figuras 37 a 40 ilustram os resultados obtidos:

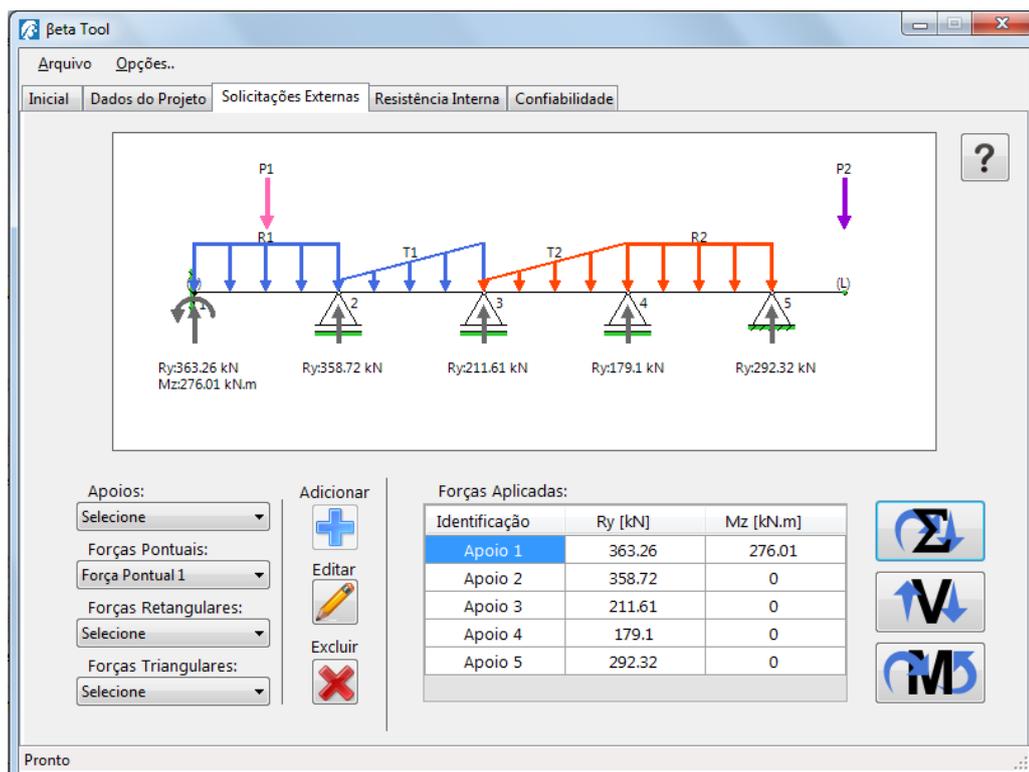


Figura 37 – Aba Solicitações Externas (Reações de Apoio) – Exemplo 2
 Fonte: Autoria própria

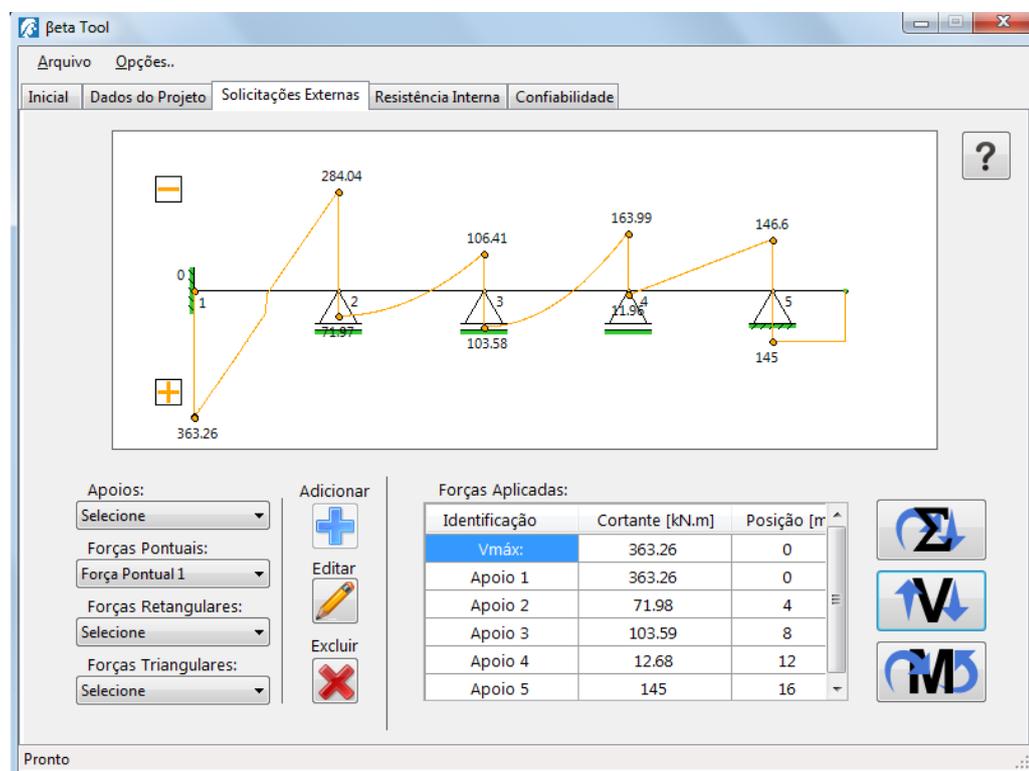


Figura 38 – Aba Solicitações Externas (Esforços Cortantes) – Exemplo 2
 Fonte: Autoria própria

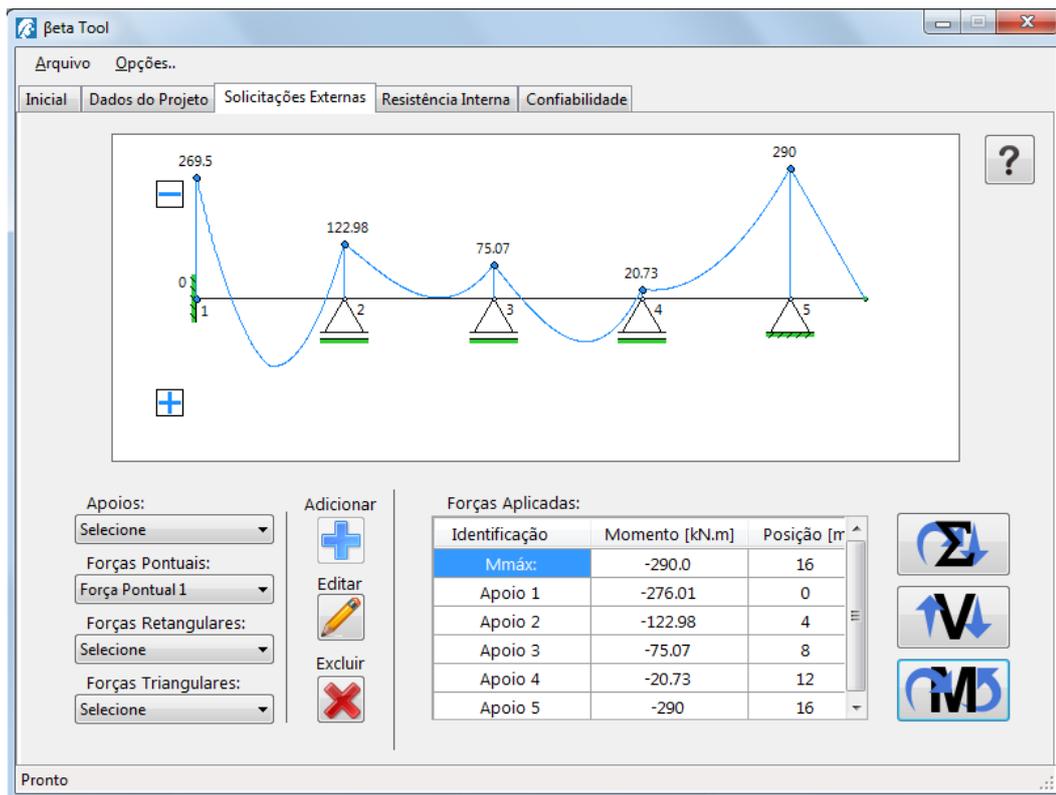


Figura 39 – Aba Solicitações Externas (Momentos Fletores) – Exemplo 2
Fonte: Autoria própria

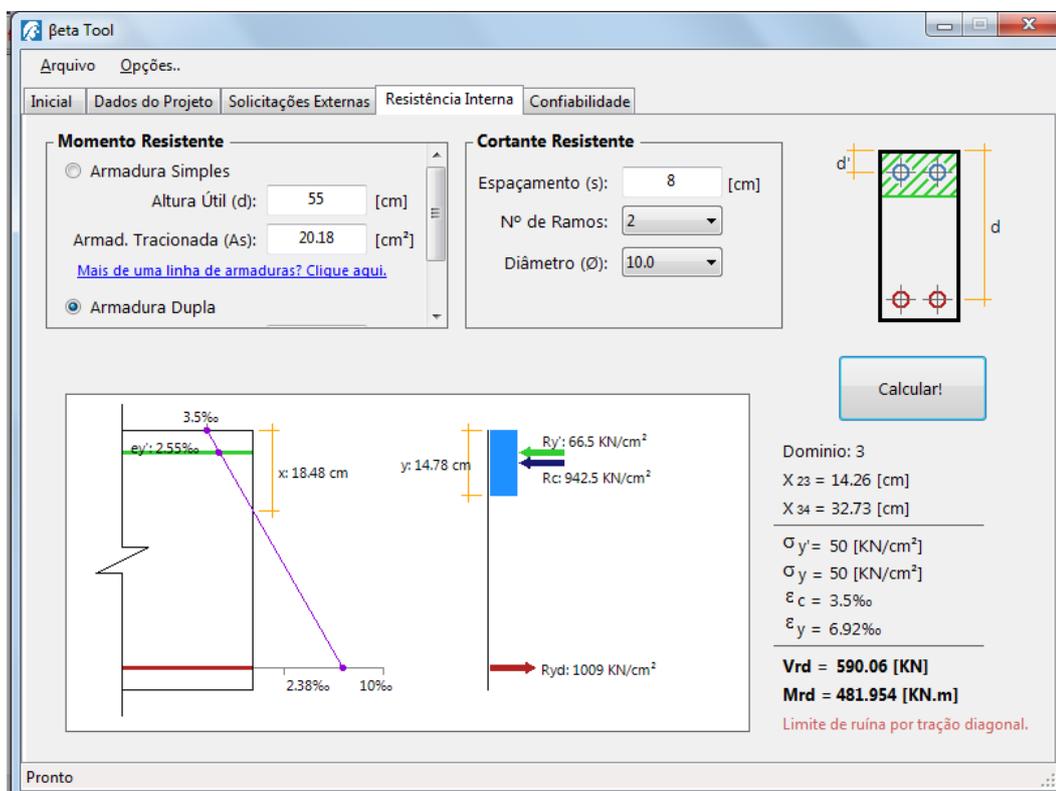


Figura 40 – Aba Resistência Interna – Exemplo 2
Fonte: Autoria própria

A partir dos dados apresentados em tela, obtêm-se as informações de que há reações de apoio verticais de valor 363,26 kN no apoio 1, 358,72 kN no apoio 2, 211,61 kN no apoio 3, 179,1 kN no apoio 4 e 292,32 kN no apoio 5, além de um momento de 276,01 kN.m no apoio 1. O esforço cortante máximo a que a viga é submetida é de valor 363,26 kN junto ao apoio 1 e o maior momento fletor máximo que atua sobre a viga é um momento negativo de 290 kN.m sobre o apoio 5. Ainda, obtêm-se que a linha neutra está passando a 18,48 cm de distância do topo da viga, que a viga está trabalhando no domínio 3 da NBR 6118/2008, que os aços estão trabalhando sob uma tração de 50 kN/cm², que o concreto está se deformando a 3,5‰ onde se deforma mais, que o aço tracionado está se deformando a 6,92‰, que o aço comprimido está se deformando a 2,55‰, que o momento fletor máximo resistido por esta viga é de 481,954 kN.m, que o esforço cortante máximo resistido por esta viga é de 590,06 kN, e que este limite de esforço cortante se dá pelo limite de ruína por tração diagonal.

Os resultados obtidos na aba de confiabilidade utilizando-se o que foi calculado pelo software são exibidos na Figura 41:

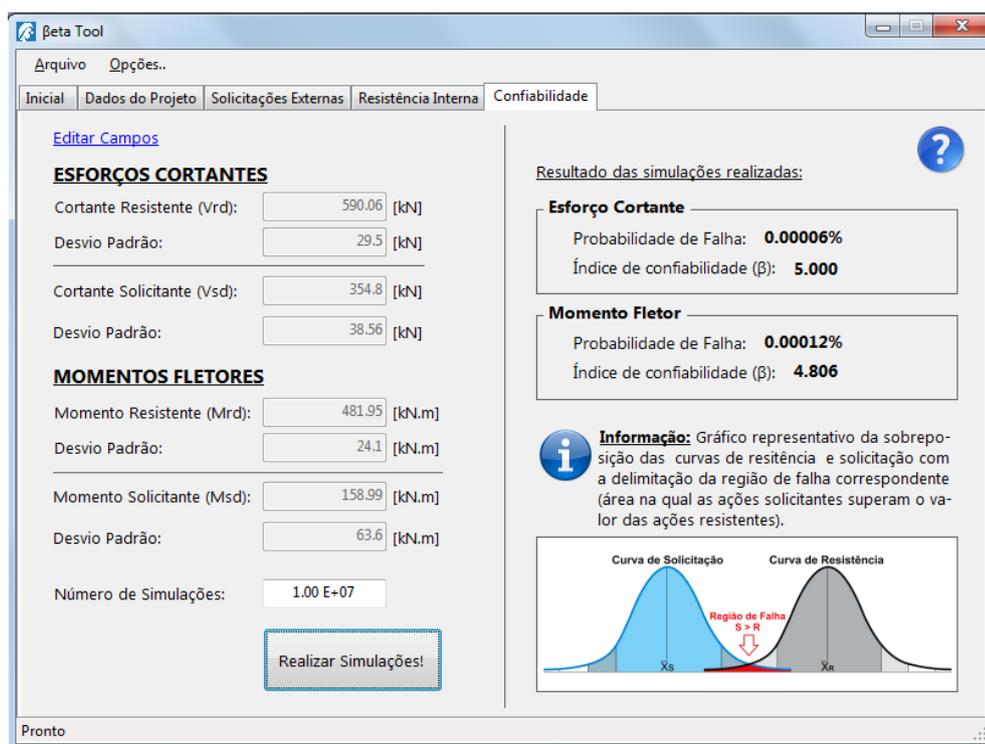


Figura 41 – Aba Confiabilidade – Exemplo 2
Fonte: Autoria própria

Foram obtidos os valores de $\beta > 5$ para esforços cortantes, e $\beta = 4,806$ para momentos fletores. Desse modo, o β da viga assume o valor de 4,806.

4.3 ANÁLISE: TEMPO DE PROCESSAMENTO X PRECISÃO DOS CÁLCULOS

As probabilidades de falha e os índices de confiabilidade calculados apresentam diferentes precisões de cálculo para diferentes quantidades de ciclos de Monte Carlo realizados. Quanto mais ciclos, mais preciso é o resultado, e maior é o número de casas decimais que não se alteram ao se refazer o cálculo. Ao mesmo tempo, o custo computacional aumenta quando mais ciclos são realizados. A Tabela 4 apresenta uma relação de tempo de processamento, probabilidade de falha e índice de confiabilidade para várias quantidades de ciclos de Monte Carlo para uma viga arbitrária. Nesta tabela são mostrados os resultados obtidos ao se alimentar o programa quatro vezes com os mesmos dados para cada quantidade de ciclos.

Deste modo, é possível observar a dispersão dos resultados e sua aproximação conforme aumenta o número de ciclos e o tempo de processamento necessário para a obtenção do resultado.

Tabela 4 – Tempos de processamento e confiabilidade para diversos n° de ciclos

Tempo de Processamento x Precisão: Ciclos de Monte Carlo					
N° de Ciclos	Tempo (s)				MÉDIA
	Probabilidade de Falha		Índice de Confiabilidade β		
10^3	0,006	0,006	0,006	0,004	0,006
	0,001	0,003	0	0,001	0,00125
	3,720	2,748	5	3,090	3,640
10^4	0,038	0,038	0,037	0,038	0,038
	0,0009	0,0005	0,0007	0,0013	0,00085
	3,122	3,291	3,195	3,012	3,155
10^5	0,389	0,357	0,356	0,360	0,366
	0,00063	0,00084	0,00068	0,00078	0,00073
	3,225	3,142	3,203	3,163	3,183
10^6	3,086	3,444	3,483	3,474	3,372
	0,000775	0,000749	0,000737	0,000727	0,00075
	3,165	3,175	3,180	3,184	3,176
10^7	34,972	34,812	34,860	34,873	34,879
	0,0007569	0,0007571	0,0007553	0,0007556	0,00076
	3,172	3,172	3,173	3,173	3,173

Fonte: Autoria própria

Na Figura 42, é exibido um gráfico que apresenta uma relação entre o tempo de processamento e o número de ciclos de Monte Carlo utilizados. O gráfico conta com escala logarítmica no eixo das ordenadas para facilitar a visualização sobre a tendência linear de relação entre as variáveis.

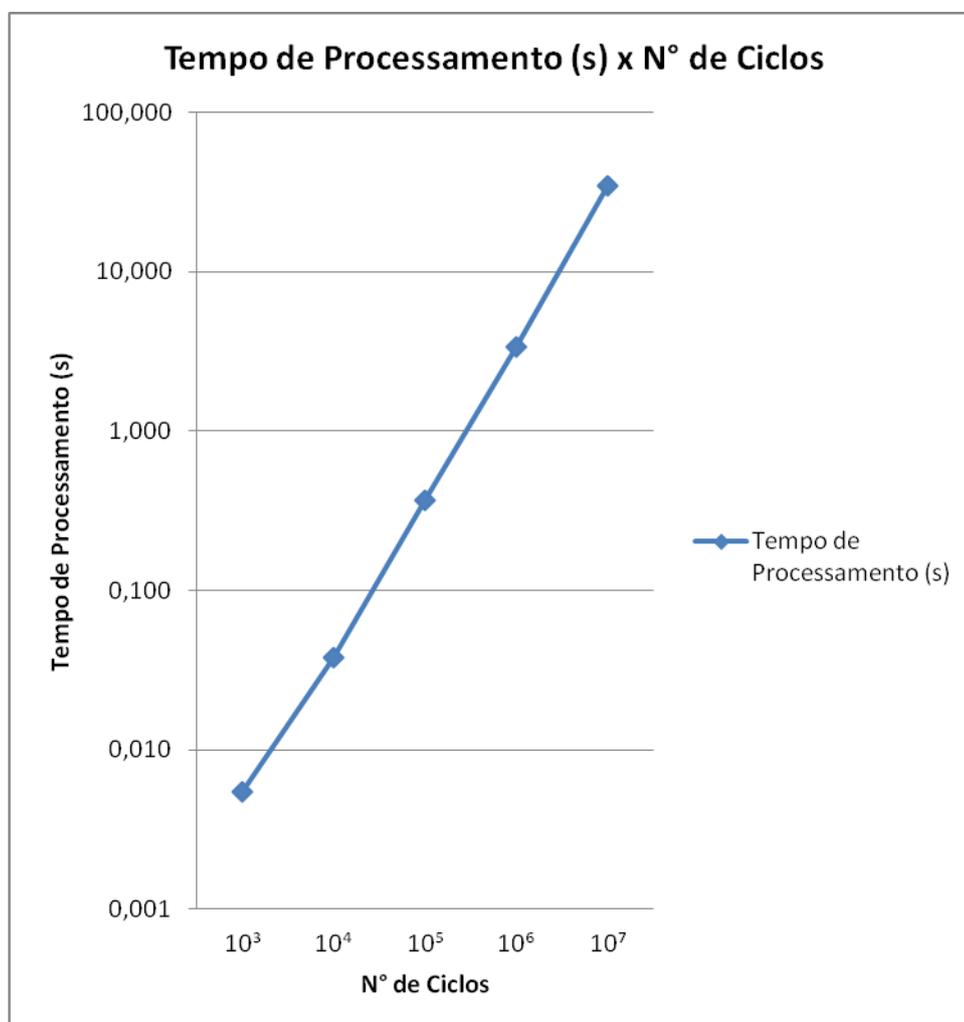


Figura 42 – Gráfico N° de Ciclos x Tempo de processamento
Fonte: Autoria própria

5 CONCLUSÕES

Foram desenvolvidos ambientes gráficos e funções que possibilitam, a partir da inserção de informações sobre a geometria, os materiais, e o carregamento de uma viga, o cálculo de seu esforço cortante e momento fletor resistentes máximos, bem como o cálculo e desenho de seus diagramas de esforço cortante e momento fletor. Foi também desenvolvido um ambiente gráfico que permite ao usuário utilizar as informações obtidas nas etapas anteriores do programa ou utilizar informações arbitrárias para o cálculo da confiabilidade da viga, bem como a possibilidade de escolher a quantidade de ciclos de Monte Carlo utilizados. Os ambientes desenvolvidos contam com imagens explicativas e ícones grandes e claros, além de ter sido implementada uma ajuda para orientar o usuário sobre qualquer funcionalidade do software. Desse modo, foi possível dar uma abordagem didática a todas as abas do programa. Os valores obtidos nos testes realizados são coerentes e concordam com aqueles obtidos manualmente, bem como com o auxílio de outros softwares já bem aceitos no âmbito acadêmico. As confiabilidades calculadas confirmaram a previsão feita por Soares e Venturini (2001), sendo necessária uma quantidade de ciclos da ordem de $n+2$ para a obtenção de uma precisão da ordem de $-n$. Sendo assim, os resultados obtidos são precisos para a aplicação a inúmeros problemas de engenharia. Observou-se que o tempo de processamento cresce de forma aproximadamente linear com o número de ciclos de Monte Carlo realizados, aumentando assim a precisão do cálculo, porém também o seu custo computacional e tempo de processamento. Desse modo, resultados com quatro casas decimais de precisão são obtidos em menos de um minuto, um tempo razoável para viabilizar a utilização do software.

Sugere-se para trabalhos futuros a implementação de momentos pontuais como carregamentos e a expansão da análise para abordar grelhas e pórticos. Sugere-se também a possibilidade de inserção e análise de variáveis aleatórias que seguem outras distribuições de probabilidade.

6 REFERÊNCIAS

ABDALLA FILHO, João E.; FAGUNDES, Florentino A.; MACHADO, Roberto D. **Identification and elimination of parasitic shear in a laminated composite beam finite element.** Advances in Engineering Software, vol. 37, no. 8, 2006.

ANG, Alfredo H-S; TANG, Wilson. **Probability Concepts in Engineering. Emphasis on Applications in Civil & Environmental Engineering.** John Wiley & Sons, Inc. Second Edition. 2007.

ARAÚJO, J. M. **A confiabilidade no projeto de pilares de concreto armado.** Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 2, p.1-8, Ed. Dunas, Rio Grande, Maio, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estruturas e Concreto – Procedimento (NBR 6118)**, 2008.

AZEVEDO, Álvaro F. M. - **Método dos Elementos Finitos** - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1ª edição, 2003

BARBOSA, Anderson H.; FREITAS, Marcílio S. da Rocha; NEVES, Francisco de A. das. Confiabilidade estrutural utilizando o método de Monte Carlo e redes neurais. **Revista Escola de Minas**, Ouro Preto (MG), v. 58, n. 3, p. 247-255, jul/set. 2005.

BERNARDO, T. R. R. **Contribuição à análise da confiabilidade em pavimentos de edifícios de concreto armado.** 1999. 175 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1999.

BIONDINI, F.; BONTEMPI, F.; FRANGOPOL, D. M. **Probabilistic Life Assessment and Maintenance Planning of Concrete Structures.** Journal of Structural Engineering. ASCE. 2006.

BREITSCHAFT, G; OESTLUND, L.; KERSKEN-BRADLEY, M. **The structural eurocodes – conceptual approach.** IABSE Conference, Davos, 1992.

BULLEIT, W. M. **Uncertainty in Structural Engineering. Practice Periodical on Structural Design and Construction.** Vol. 13. No. 1. ASCE. 2008.

CASTANHEIRA, B. G.; et al. Observations of the Pulsating White Dwarf G 185–32. **A&A**, vol. 413, n. 2, p. 623-634, 2004.

CEB BULLETIN D'INFORMATION. **Non-linear analysis of beams and frames**. Comité Euro-Internacional du Béton, n. 227, 1995.

ELLINGWOOD, B. R. **LRFD: implementing structural reliability in professional practice**. Engineering Structures 22: 106-115. 2000.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Curso de estatística**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

FREITAS, Marcílio S. da Rocha; CASTANHEIRA, Aparecida M.; FREITAS, Arlene M. S. Confiabilidade de vigas metálicas dimensionadas pela norma brasileira NBR 8800. **Revista Escola de Minas**, Ouro Preto (MG), v. 60, n. 2, p. 261-269, abr./jun. 2007.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de Concreto: Fundamentos Estatísticos da Segurança das Estruturas**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo e Editora McGraw-Hill do Brasil, 1976.

GHALI, A; Neville, A. M. - **Structural analysis: A unified classical and matrix approach**, Intext Educational Publishers, 1972

GOMES, Herbert Martins. **Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2001.

GOMES, Herbert Martins; AWRUCH, A. M. **Análise da confiabilidade de estruturas de concreto armado incluindo o efeito da corrosão**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2000.

ICOMOS. **Recomendações para Análise, Conservação e Restauração Estrutural do Patrimônio Arquitetônico**. Trad. de S. Puccioni e A. Albuquerque. Brasília: IPHAN, 2001.

JCSS – Joint Committee on Structural Safety. **Background Documentation. Eurocode 1 (ENV 1991). Part 1: Basis of Design.** Working Document. March, n.94, edition 1, 1996.

KRÜGER, Cláudio Marchand. **Análise de confiabilidade de estruturas aplicada às barragens de concreto.** 2008. 157 f. Tese (Doutorado) – Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2008.

LÓPEZ, D. T.; GÓMEZ, S. E. R.; PÉREZ-NEGRÓN, M. A. T.; ORTEGA, M. A. M. **Confiabilidad de estructuras considerando el daño acumulado en el tiempo.** Revista de Ingenieria Sismica No. 84 25-46. Distrito Federal, México, 2011.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento; LIMA, Antônio Carlos Pedroso de. **Noções de Probabilidade e Estatística.** 7. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2010.

MARTHA, Luiz Fernando - **O Método da Rigidez Direta sob um Enfoque Matricial** - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1993

MOHAMED, A. **RYFES Theoretical manual version 1.0.** LaRAMA – Laboratoire de Recherches et Applications en Mécanique Avancée. Clermont Ferrant, France, 1996.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C.; HUBELE, Norma Faris. **Estatística aplicada à engenharia.** 2. ed. São Paulo: LTC, 2004.

MOREIRA, Amacin Rodrigues. **Metodologia para avaliação de estruturas de pontes usando a teoria de confiabilidade:** estudo de caso. 2002. 147 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2002.

MORETTIN, Luiz Gonzaga. **Estatística Básica: Probabilidade.** 7. ed. São Paulo: Makron Books, 1999.

NOGUEIRA, C.G. **Um modelo de confiabilidade e otimização aplicado às estruturas de barras de concreto armado.** 2005. 166 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2005.

NOGUEIRA, C.G; VENTURINI, W. S. Um modelo para projeto ótimo baseado em confiabilidade aplicado a vigas em concreto armado. **Caderno de engenharia de estruturas**, São Carlos, v. 11, n. 53, p. 145-149, 2009.

PFEIL, Walter. **Concreto Armado** - Rio de Janeiro - LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1985

REAL, M. de V.; CAMPOS FILHO, A. Variações estatísticas no comportamento de vigas e pilares de concreto armado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 43., 2001, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu : Ibracon, 2001. p.107.

RIBEIRO, José Luís Duarte; TEN CATEN, Carla Shwengber. **Controle estatístico do processo**: cartas de controle para variáveis, cartas de controle para atributos, função de perda quadrática, análise de sistemas de medição. Porto Alegre: FEENG/UFRGS, 2001.

RIBEIRO, Luís Fernando Vasconcelos. **Análise de Custos ao Longo do Ciclo de Vida de Pontes Ferroviárias**. 2007. 184 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade do Minho. Portugal, 2007.

ROSTAM, Steen. Serviceability and durability. In : IABSE CONFERENCE, 1992, Davos. **Anais....** Zürich : IABSE, p. 145-158. 1992.

RÜSCH, Hubert. **Concreto Armado e Protendido: propriedades dos materiais e dimensionamento** - Rio de Janeiro: Editora Campus, 1980.

SOARES, Rodrigo de Carvalho; VENTURINI, Wilson Sergio. **Introdução à análise de confiabilidade**. São Carlos: Universidade de São Carlos, 2001.

SOUZA, V.C.M. de; RIPPER, T. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. 1 ed. São Paulo. Editora Pini, 1998. p. 14-78.

SPIEGEL, Murray R. **Probabilidade e estatística**: resumo da teoria, 760 problemas resolvidos. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.

VERZENHASSI, Camila Cardozo. **Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade**. 2008. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Escola Engenharia São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2008.