

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CIVIL

SERGIO LUIS KRAUSE JUNIOR

FORMULAÇÃO DE ESTRUTURAS CONSIDERANDO RECALQUES

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2015

SERGIO LUIS KRAUSE JUNIOR

FORMULAÇÃO DE ESTRUTURAS CONSIDERANDO RECALQUES

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à Disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior de Engenharia de Produção Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Luiz Martinechen Beghetto

Co-orientador: Prof. MSc. José Luiz Gonçalves Brandi

CURITIBA

2015

FOLHA DE APROVAÇÃO

FORMULAÇÃO DE ESTRUTURAS CONSIDERANDO RECALQUES

Por

SERGIO LUIS KRAUSE JUNIOR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, defendido e aprovado em 23 de Março de 2015, pela seguinte banca de avaliação:

Prof. Orientador – Fernando Luiz Martinechen Beghetto, Dr.
UTFPR

Prof. Co-orientador José Luiz Gonçalves Brandi, MSc.
UTFPR

Prof. João Elias Abdalla Filho, Dr.
UTFPR

RESUMO

O presente trabalho, formulou uma matriz de rigidez de pórtico plano partindo dos princípios da Viga de Timoshenko e adicionando o efeito da tensão normal, obtendo assim uma matriz no sistema local. Utilizando-se de uma inspeção gráfica foi possível obter uma matriz transformação de coordenadas, que equacionada corretamente transfere a matriz de rigidez do pórtico plano do sistema local de coordenada para o sistema de coordenadas globais.

Considerando o princípio de recalque por adensamento secundário, utilizou-se o modelo reológico de Zaretsky, para obtenção do recalque no tempo, modelo este que apresenta similaridade ao comportamento real de solos argilosos.

A associação das duas formulações, foi realizada utilizando-se do método da rigidez direta para solução de pórticos, tanto com princípio de Timoshenko quanto de Euler-Bernoulli, acrescentando o recalque fornecido pelo formulação do modelo reológico de Zaretsky. Utilizando a metodologia do método da rigidez direta realizou-se uma formulação matemática para verificar a possibilidade de sua utilização.

Palavras-chave: Elementos Finitos, Viga de Timoshenko, Recalque, Modelo reológico de Zaretsky.

ABSTRACT

This work, made a gantry stiffness matrix plan based on principles of Timoshenko and adding the effect of normal stress, thereby obtaining a matrix on the local system. Using a graphical inspection was possible to obtain a coordinate transformation matrix which equated correctly transfers the array of the gantry plane stiffness of the local coordinate system to the global coordinate system.

Considering the principle of discharge of secondary thickening was used Zaretsky rheological model for obtaining the discharge time, this model has similarities to the actual behavior of clay soils.

The association of the two formulations was carried out using the method of direct rigidity to gates solution, both Timoshenko principle as the Euler-Bernoulli, adding the settlement provided by the formulation of the rheological model Zaretsky. Using the methodology of the method of direct stiffness held a mathematical formulation to verifying the possibility of its use.

Keywords: Finite Element, Timoshenko beam, settlement, Rheological model of Zaretsky.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Engastamento perfeito nos apoios.....	12
Figura 2 - Imposição das Rigidezes no apoio.....	12
Figura 3 - Cargas aplicadas e recalques no bloco	13
Figura 4 - Malha de Elementos Finitos.....	14
Figura 5 - Tipos de Elementos Finitos.....	15
Figura 6 - Diferença entre a malha de elemento finito e a superfície real	15
Figura 7 - Casos de interação de solo-estrutura	16
Figura 8 - Viga Convencional de Euler-Bernoulli	17
Figura 9 - Modelo Hookeano.....	20
Figura 10 - Comportamento Elástico Linear.....	20
Figura 11 - Modelo Newtoniano	21
Figura 12 - Comportamento Viscoso Linear.....	21
Figura 13 - Modelo de Maxwell	22
Figura 14 - Comportamento da Fluência no Modelo de Maxwell	23
Figura 15 - Modelo de Kelvin.....	23
Figura 16 - Comportamento da Fluência no Modelo de Kelvin.....	25
Figura 17 - Deformação em vigas considerando os efeitos de cisalhamento	26
Figura 18 - Convenções de sinais do método dos elementos finitos.....	27
Figura 19 - Configuração do elemento após a deformação	27
Figura 20 – Elemento de pórtico	35
Figura 21 - Deslocamentos e rotações do elemento de viga no sistema de coordenadas local (a) e no sistema de coordenadas global (b)	37
Figura 22 - Gráfico para determinação do coeficiente de atenuação da fluência.....	42
Figura 23 - Composição da Curva $U_T \times T$	44
Figura 24 – Pórtico analisado.....	45
Figura 25 – Numeração: Nós (a), elementos (b) e Incidência(c).....	48
Figura 26 – Coordenadas Globais (a), Coordenadas Locais (b)	48

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 OBJETIVOS	9
2.1 OBJETIVO GERAL	9
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	9
3 JUSTIFICATIVAS	10
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
4.1 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA	11
4.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	13
4.3 ESTUDO DA ESTRUTURA	16
4.4 TEORIA DE EULER-BERNOULLI	16
4.5 SOLO	17
4.6 RECALQUE	18
4.7 MODELOS REOLÓGICOS.....	19
4.7.1 Modelo de Maxwell.....	21
4.7.2 Modelo de Kelvin.....	23
5 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	26
5.1 ELEMENTOS FINITO	26
5.2 VIGAS DE TIMOSHENKO.....	26
5.3 PÓRTICO PLANO	35
5.4 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS	37
5.5 MODELAGEM DE RECALQUE POR ADENSAMENTO.....	39
5.6 MODELO REOLÓGICO DE ZARETSKY	40
6. FORMULAÇÃO NUMÉRICA	45
6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	45
6.2 RECALQUE	46
6.3 ESTRUTURA.....	47
6.3.1 Numerações.....	47
6.3.2 Matriz de rigidez do elemento segundo suas coordenadas locais	48
6.3.3 Matriz de rigidez do elemento segundo suas coordenadas globais	49
6.3.4 Matriz de rigidez da estrutura.....	50

6.3.5 Método da Rigidez direta	50
6.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	52
6.4.1 Solo	52
6.4.2 Estrutura.....	52
7 CONCLUSÕES	54
8 REFERÊNCIAS.....	55

1 INTRODUÇÃO

Um dos aspectos mais importantes em projetos e obras associados à engenharia geotécnica é a determinação das deformações (recalques) devidas a carregamentos verticais aplicados na superfície do terreno ou em camadas próximas à superfície (GERSCOVICH, 2011).

Durante a construção das fundações é esperado ocorrências de deformações do solo devido a fatores associados com a variação do estado de tensões efetivas, tais como: a poro-pressão, peso próprio da estrutura, etc. Após a construção ainda é possível ocorrer variações no estado de tensões. Por exemplo, o nível d'água no subsolo de assentamento de uma fundação superficial poderá ser modificado sazonalmente ou por algum tipo de rebaixamento, alterando o estado de tensões e podendo levar a ocorrências de deformações adicionais (BARA, 1976).

O MEF é uma técnica numérica bastante versátil e fácil de adaptar a diferentes tipos de elementos estruturais e variados regimes de comportamento. Permite modelar estruturas com geometria, condições de apoio e carregamentos perfeitamente gerais (CASTRO, 2009).

O Método dos Elementos Finitos, se apoiou inicialmente em procedimento físico e intuitivo, tendo como ideia central a subdivisão do domínio complexo de um meio contínuo em elementos menores de geometria simples, interligados entre si por pontos nodais que formam elementos e uma malha, denominada malha dos elementos finitos, ou seja, faz-se a discretização do domínio objetivando facilitar a solução. Com o advento do computador e a evolução da análise matricial de estruturas, torna-se possível a análise numérica. (AZEVEDO, 2003; SORIANO, 2003).

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem o objetivo de resolver uma formulação matemática de um pórtico plano sofrendo recalque.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Previsão de recalques em solos considerando o adensamento e a fluência da argila (ou adensamento secundário);
- Formular uma matriz de rigidez de pórtico plano partindo da teoria de viga de Timoshenko.

3 JUSTIFICATIVAS

A viga é tratada como um modelo unidimensional, fazendo-se a hipótese que o comprimento é bem maior que as dimensões da seção transversal, para sua formulação, geralmente, consideram-se os modelos de viga de Euler-Bernoulli e de Timoshenko. A diferença básica entre estes modelos está relacionada ao fato que a formulação de Euler-Bernoulli não considera a deformação de cisalhamento presente nas seções transversais. Para incluir este efeito, deve-se considerar o modelo de Timoshenko.

O incentivo em estudar os problemas de vigas de Timoshenko está em melhorar a formulação empregada no Método dos Elementos Finitos quando considerando um recalque, já que este pode produzir o efeito de cisalhamento.

Existem hipóteses que podem afastar o comportamento do recalque da previsão realizada pela teoria do adensamento unidimensional, dentre elas: efeitos tridimensionais, heterogeneidade do solo, lentes de areia, fluxo lateral e dentre outros, o adensamento secundário.

Se a definição de adensamento secundário é algo de menor importância não é um termo adequado para o fenômeno de deformação a longo prazo que ocorre nos solos, pois algumas vezes, o adensamento secundário pode ser tão ou mais importante que o adensamento primário.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para o desenvolvimento deste trabalho faz-se necessário a compreensão de alguns aspectos.

4.1 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

A interação solo-estrutura pode ser definida de forma simples como: a análise da interação do solo com a estrutura de forma integrada. O princípio desta análise está na redistribuição dos esforços na estrutura e na modificação dos recalques na fundação, e se dá através de processos iterativos. Tais análises já foram implantadas e desenvolvidas sobre vários aspectos e a partir de vários métodos desenvolvidos por diversos autores. CHAMECKI (1956), por exemplo, foi um pioneiro ao utilizar um processo iterativo na análise de uma interação solo-estrutura. Esta análise consistiu basicamente em calcular as reações nos apoios da estrutura os considerando indeslocáveis; determinar recalques devido às reações dos apoios sem considerar a rigidez estrutural; determinar a rigidez do apoio impondo deslocamentos unitários nas coordenadas dos apoios da estrutura. Com isso, surge uma equação da qual se podem obter reações em determinadas coordenadas em função dos recalques das mesmas e de outras coordenadas. A proposta é a realização de um processo iterativo até que todas as reações e recalques atinjam uma convergência desejada.

Posteriormente, AOKI (1987), também considerou a rigidez da estrutura em processo iterativo, no entanto, sua proposta era obter os recalques não através da imposição dos recalques na base da estrutura, como propôs CHAMECKI (1956), mas sim através do cálculo das reações com a consideração do grupo de estacas. O modelo de estaqueamento consiste basicamente em se calcular, através de modelos matriciais e vetoriais, as reações e recalques de cada estaca e utilizar-se destes resultados para se determinar o recalque de cada bloco e assim sucessivamente. Ainda, o método proposto por AOKI (1987), calculava a rigidez no apoio dividindo as reações deste apoio por seu respectivo deslocamento. Estas rigidezes, por sua vez, são impostas nos respectivos apoios, que recalculados, mantendo-se os carregamentos originais da estrutura, fornecem resultados novos de reações e esforços, diferentes daqueles calculados quando se considerou o apoio indeslocável.

A iteração deste processo sucede-se até que ocorra uma convergência nos resultados de recalque ou de reação de dois processos iterativos consecutivos.

As Figuras 1 e 2 são exemplos do comportamento da estrutura quando no engastamento perfeito e quando na imposição das rigidezes, respectivamente.

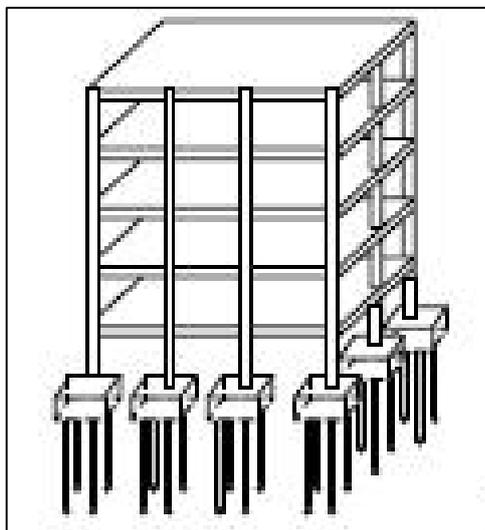


Figura 1 - Engastamento perfeito nos apoios
FONTE: Iwamoto (2000)

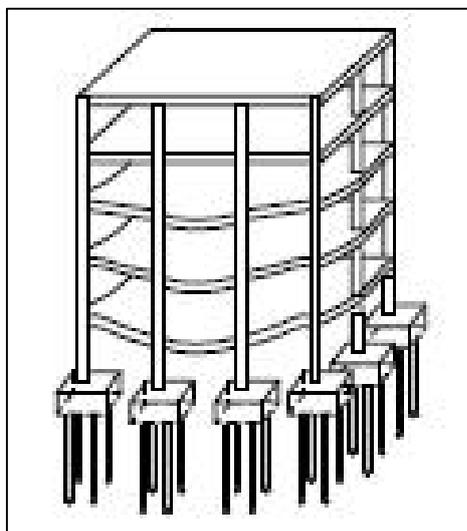


Figura 2 - Imposição das Rigidezes no apoio
FONTE: Iwamoto (2000)

A Figura 3 demonstra o aparecimento de deslocamentos verticais, ou recalques (δ_x), bem como deslocamentos angulares (θ_y e θ_z) uma vez desconsiderado o engastamento perfeito nos apoios.

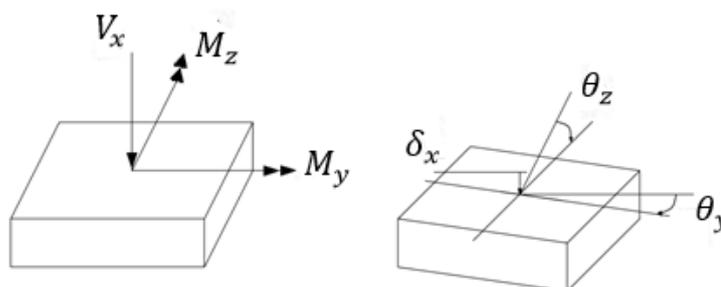


Figura 3 - Cargas aplicadas e recalques no bloco
FONTE: Autor

Portanto, toda a análise solo-estrutura é delineada na análise das reações e recalques calculados nos apoios considerando-os indeslocáveis e o retorno das informações para a estrutura quando considerado o recalque que tal rigidez pode causar no solo. Esse processo ocorre a fim de fazer com que os projetos se tornem mais eficientes e mais confiáveis, uma vez que através da análise da estrutura e do solo como um único bloco, pode-se estimar a redistribuição de esforços nos elementos estruturais, da maneira e da intensidade dos recalques diferenciais causados no solo. É a partir destes métodos iterativos que a metodologia deste trabalho se desenvolverá.

4.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo Azevedo (2003), no âmbito da Engenharia de Estruturas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações externas. Este tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens, etc. Quando existe a necessidade de projetar uma estrutura, é habitual proceder-se a uma sucessão de análises e modificações das suas características, com o objetivo de se alcançar uma solução satisfatória, quer em termos econômicos, quer na verificação dos pré-requisitos funcionais e regulamentares.

O MEF tem como pioneiros os engenheiros Argyris e Kelsey, que utilizaram sua aplicação em chapas da asa de um avião com a finalidade de encontrar a distribuição

de tensão, entretanto, somente em 1965 se descobriu que o método se tratava apenas de um caso particular do Método de Rayleigh-Ritz (SORIANO, 2003).

A ideia inicial do MEF provém de um procedimento intuitivo de transformar um problema complexo em outros mais simples, particionando a geometria do meio contínuo em um número finito de elementos de geometria mais simples, formando a malha dos elementos finitos (Figura 4), conforme expõe Souza (2003) e Azevedo (2003).

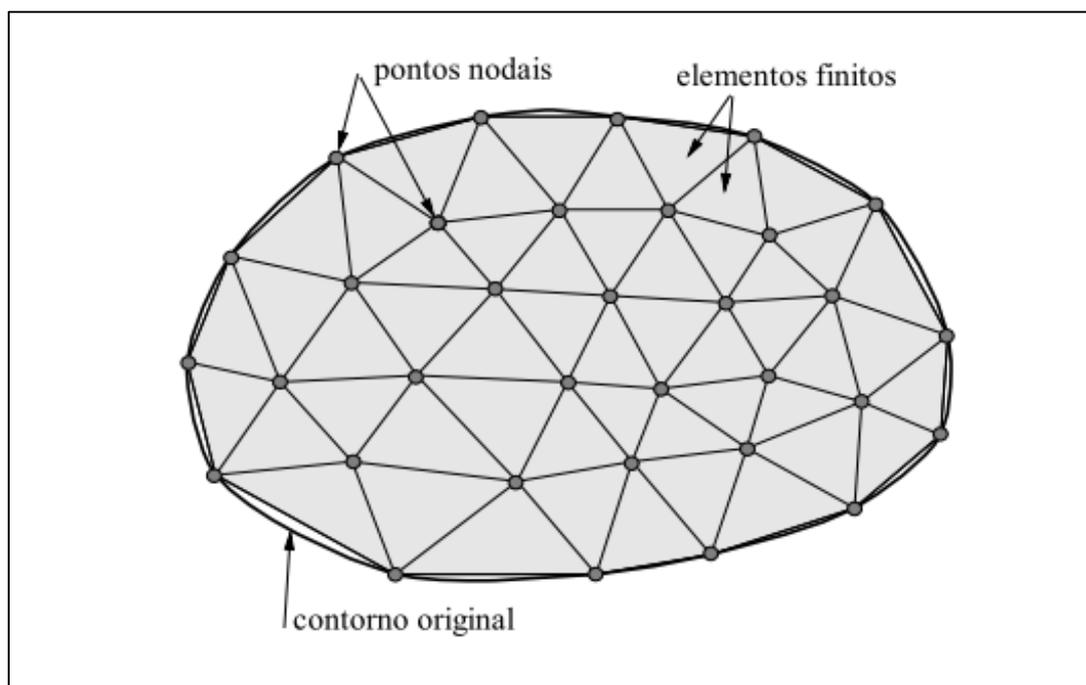


Figura 4 - Malha de Elementos Finitos
Fonte: Souza (2003)

De acordo com Zienkiewicz e Taylor (2000), fatores que influenciam na convergência dos resultados e ficam a encargo do responsável pela análise, são as escolhas do elemento e da função de forma, logo o usuário de programas deve ter um bom domínio sobre o assunto.

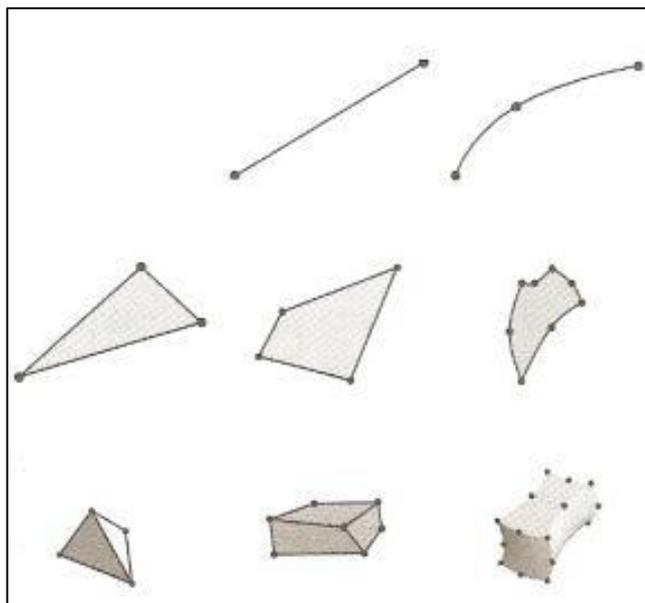


Figura 5 - Tipos de Elementos Finitos
Fonte: Silva (2010)

Além do grau de aproximação a escolha do número de elementos é outro fator relevante para a convergência. Pois teoricamente obtém-se solução exata aumentando a quantidade de elementos, fazendo os números de nós tender a infinito e como consequência o tamanho dos elementos tende a zero, reduzindo-se a diferença entre a malha e a superfície real. Porém assim ocorre um aumento no tempo de processamento dos dados aumentando os custos computacionais (BATHE, 1982; SOUTO FILHO, 2003; SOUZA, 2003).

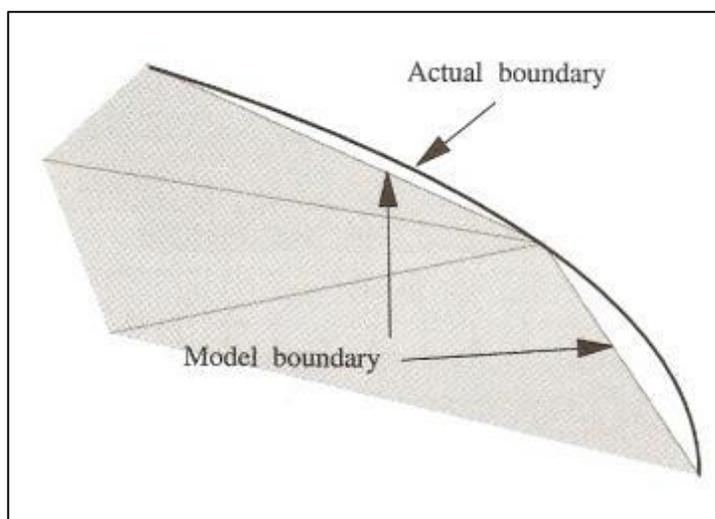


Figura 6 - Diferença entre a malha de elemento finito e a superfície real
Fonte: Silva (2010)

4.3 ESTUDO DA ESTRUTURA

Segundo Souza (2011), Edifícios de concreto armado se enquadram como uma estrutura visco-elástica, onde a rigidez depende da velocidade de progressão dos recalques. Se os recalques acontecerem durante um período de tempo curto, a estrutura funciona como elástica. No entanto, se a progressão destes recalques acontecer de forma muito lenta, a deformação ocorrerá como a de um líquido viscoso e seu comportamento tenderá a não apresentar rigidez aos recalques diferenciais. Este tipo de estrutura se adapta às deformações do solo e não há modificação nas distribuições de pressão de contato ao longo da progressão dos recalques.

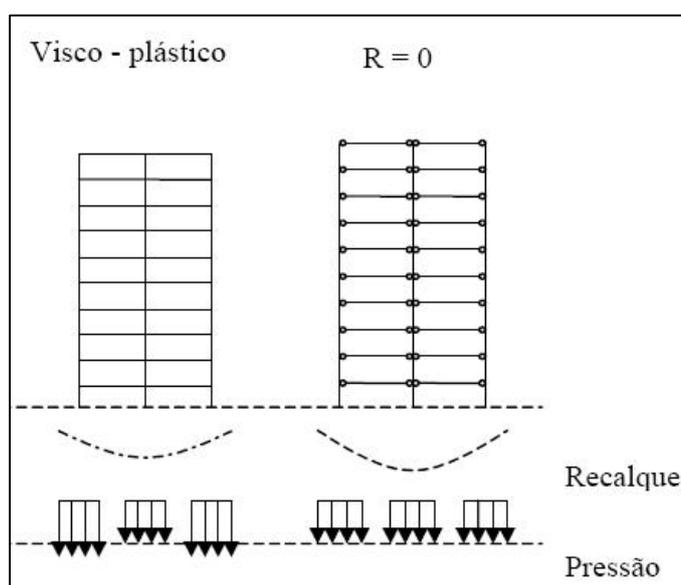


Figura 7 - Casos de interação de solo-estrutura
Fonte: Chamecki (1956)

4.4 TEORIA DE EULER-BERNOULLI

Segundo Nascimento (2005), a Teoria de Euler-Bernoulli considera uma viga de comprimento L , de largura B , de altura H , área da seção transversal A e momento de inércia I , sobre a qual atua uma série de cargas verticais e momentos contidos no plano xz , admitindo as seguintes hipóteses:

- Os deslocamentos verticais de todos os pontos de uma mesma seção transversal são pequenos e iguais ao eixo da viga.

- O deslocamento lateral (segundo o eixo y é nulo).
- As seções transversais ortogonais ao eixo da viga antes da deformação, permanecem planas e ortogonais ao eixo após a deformação.

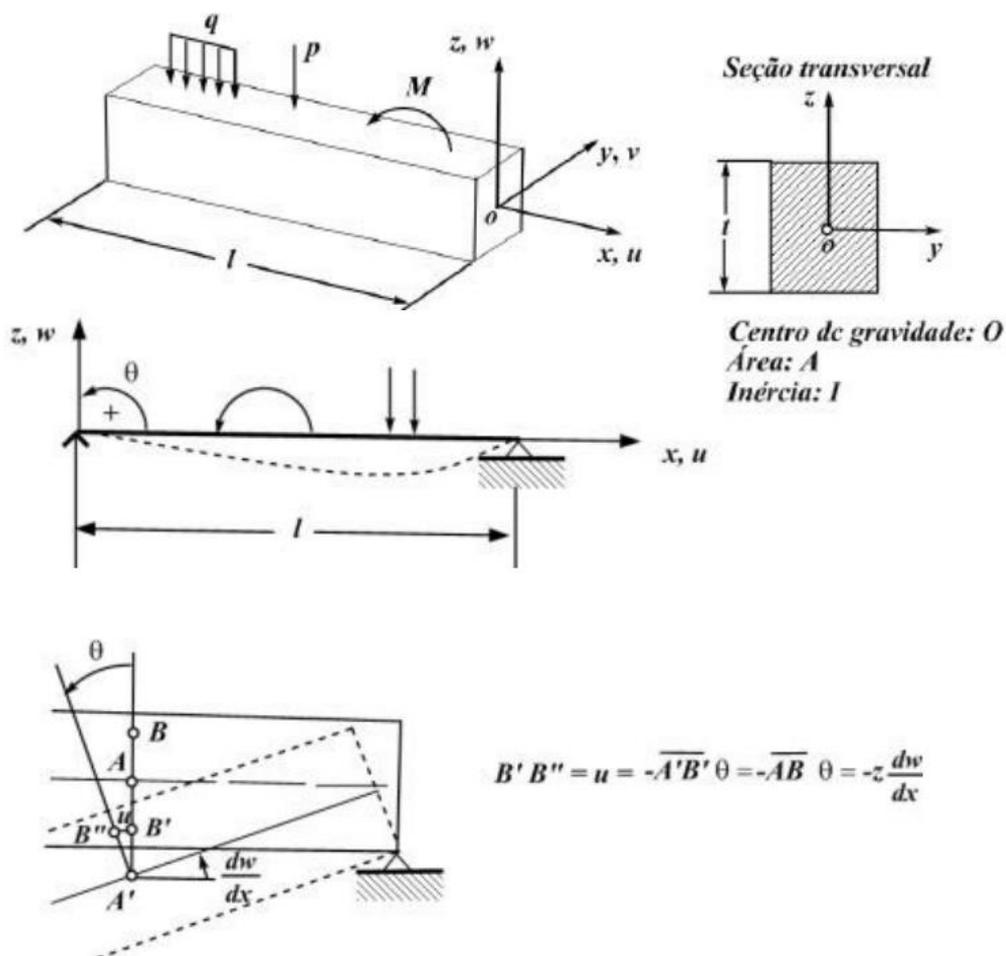


Figura 8 – Viga Convencional de Euler-Bernoulli
Fonte: Nascimento (2005)

4.5 SOLO

De acordo com Ortigão (2007), a definição de solo depende de quem o utilizará. Para o engenheiro são aglomerantes com origem da decomposição das rochas, escavado com facilidade, e que são utilizados como material de construção ou de suporte para estrutura.

O solo como qualquer material, pode ser deformado se aplicados esforços sobre ele, pois é composto de partículas (Souza et al., 2011).

De acordo com MINDLIN (1936), durante a realização de ensaios de compressão do solo parcialmente confinado pode ser percebida certa linearidade entre o acréscimo de pressões e as deformações do material, com isso é possível dizer que a deformação do solo está ligada à teoria da elasticidade.

O Ensaio de Adensamento de TERZAGHI (1948) permitiu assimilar a forma de deformação dos solos com a Lei de Hooke. Através deste ensaio se extrai o módulo de adensamento ao comprimir unidimensionalmente argilas saturadas confinadas, medindo a variação na altura do corpo de prova. É importante ressaltar que o solo não é considerado um material elástico mesmo havendo semelhanças que permitam o solo ser analisado pela Teoria da Elasticidade.

4.6 RECALQUE

Segundo a NBR 6122:2010, recalque é o movimento descendente vertical de uma estrutura. Quando este for ascendente, denomina-se levantamento. O recalque é convencionalizado com o sinal positivo. A razão entre as diferenças dos recalques de dois apoios e a distância entre eles é denominado recalque diferencial específico. Nas obras em que as cargas mais importantes são verticais, a medição dos recalques constitui o recurso fundamental para a observação do comportamento da obra (ABNT, 2010).

De acordo com Colares (2006) apesar de já terem sido bastante estudados, recalques ainda desafiam as teorias. Boa parte da dificuldade imposta à sua previsão advém da própria heterogeneidade do solo.

De forma geral o recalque constitui-se por três parcelas:

$$r = r_i + r_p + r_s \quad (1)$$

onde:

r_i – recalque imediato;

r_p – recalque por adensamento primário;

r_s – recalque por adensamento secundário.

O recalque imediato é o que ocorre concomitantemente com a aplicação da carga, gerando recalque sem a alteração do volume, assim podendo ser calculado pela teoria da elasticidade.

No caso do recalque por adensamento primário, é a parcela calculada devido a redução do volume, devido a permeabilidade do solo, podendo ser calculada pela teoria de adensamento de Terzaghi (Alonso, 1991).

Já a parcela do recalque por adensamento secundário, segundo Alonso (1991), ocorre após o primário e é verificado após a dissipação da energia neutra.

Segundo Alonso (1991), para que a equação (1) seja validada, a camada compressível de solo tem que sofrer deformação estritamente vertical. E assim sendo tem que considerar que a camada compressível é de pequena espessura e se situar em elevadas profundidades, além de as dimensões da fundação ser grande comparado a espessura desta mesma camada.

4.7 MODELOS REOLÓGICOS

Segundo Ramos (1999), existem várias representações matemáticas do comportamento unidimensional de materiais. Dois desses elementos mais básicos seria o modelo Hookeano (linear elástico) e o Newtoniano (viscoso).

O modelo Hookeano consiste, em uma mola helicoidal ideal perfeitamente linear e sem massa, obedecendo a Lei de Hooke. O modelo é representado como:

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon(t) \quad (2)$$

Onde:

$\sigma(t)$ – tensão aplicada;

$\varepsilon(t)$ – deformação;

E – Modulo de elasticidade, característica intrínseca do material.

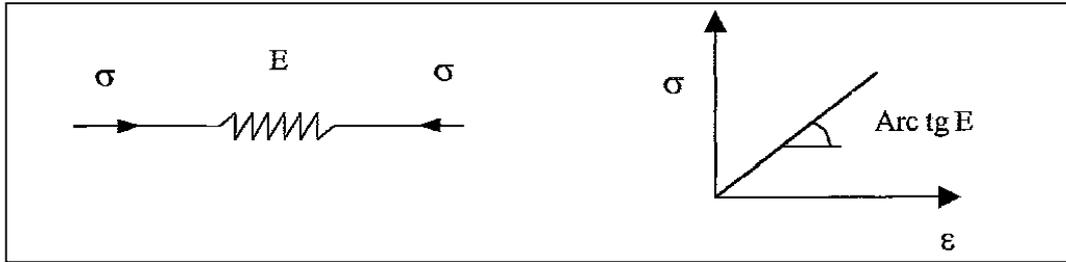


Figura 9 - Modelo Hookeano
Fonte: Ramos (1999)

“Aplicando-se uma tensão constante $\sigma(t) = \sigma_0$ (Figura 10 a), é dito que o corpo apresenta comportamento elástico linear caso se observe uma deformação constante e proporcional à tensão aplicada (Figura 10 b)” (Santos, 2008).

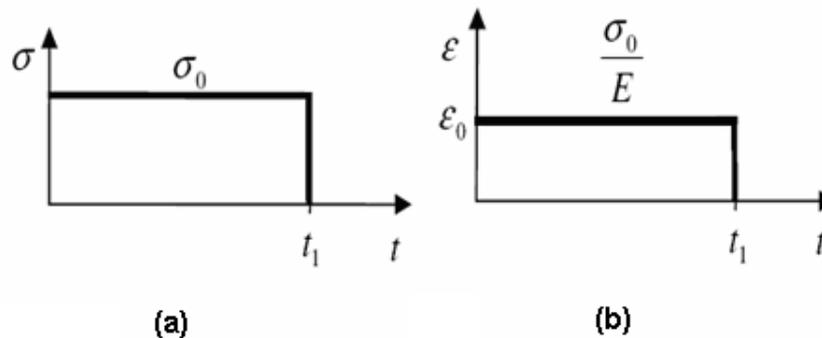


Figura 10 - Comportamento Elástico Linear
Fonte: adaptado de Santos (2008)

O modelo newtoniano consiste, em um amortecedor representando o comportamento viscoso, obedecendo às leis de Newton. O modelo é representado como:

$$\sigma(t) = \eta \dot{\epsilon}(t) = \eta \frac{d\epsilon}{dt} \quad (3)$$

Onde:

η – constante de viscosidade;

$\dot{\epsilon}$ – taxa de deformação;

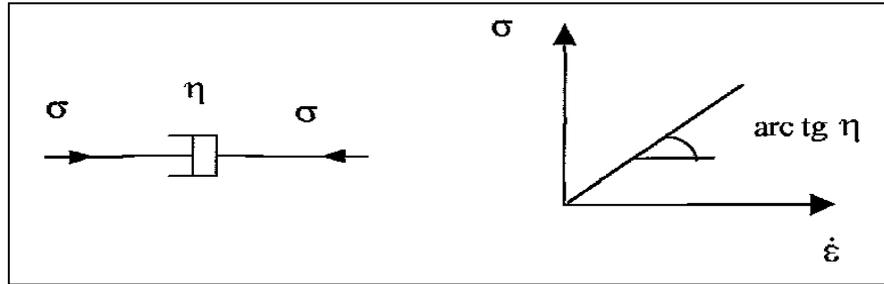


Figura 11 - Modelo Newtoniano
Fonte: Ramos (1999)

“Aplicando-se nesse elemento uma tensão constante $\sigma(t) = \sigma$ (Figura 12 a), é dito que o elemento se comporta como fluido newtoniano se sua taxa de deformação foi diretamente proporcional à tensão aplicada. Nesse caso, a constante de proporcionalidade η é conhecida como viscosidade, e seu valor irá determinar o grau de resistência ao cisalhamento do fluido, sendo um parâmetro característico para a descrição da curva de deformação apresentada na Figura 12 b” (Santos, 2008).

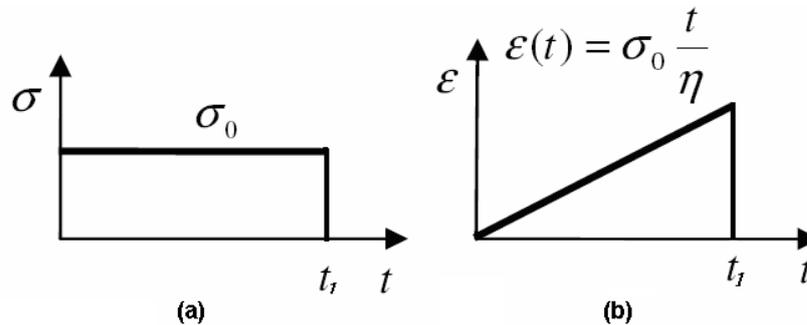


Figura 12 - Comportamento Viscoso Linear
Fonte: adaptado de Santos (2008)

Porém para representar o comportamento viscoelástico dos solos, o correto é se adotar combinações dos modelos anteriormente mostrados.

4.7.1 Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell consiste em colocar em série os modelos Hookeano e Newtoniano, conforme a Figura – 12. Segundo Santos (2008), “Esse modelo foi proposto inicialmente por James Clerk Maxwell, em analogia aos modelos elétricos”.



Figura 13 - Modelo de Maxwell
Fonte: Santos (2008)

De acordo com Cogliati (2011), Ramos (1999) e Santos (2008), para o modelo de Maxwell pode ser escrita as seguintes equações: Eq. de Equilíbrio (4), Eq. de compatibilidade (5), Eq. constitutiva para elementos elásticos (6) e Eq. constitutiva para elementos viscosos (7). Isso se verifica, pois tensão é igual nos dois elementos e a deformação total a soma das parcelas de cada um.

$$\sigma^e = \sigma^v = \sigma \quad (4)$$

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v \quad (5)$$

$$\sigma^e = E \cdot \sigma^v \quad (6)$$

$$\sigma^v = \eta \cdot \dot{\varepsilon}^v \quad (7)$$

Rearranjando as equações de (4) à (7), chega-se em uma equação diferencial do modelo de Maxwell (8).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (8)$$

Admitindo as funções de tensão $\sigma(t)$ ou de deformação $\varepsilon(t)$, determina-se a solução geral da equação (8). Resolvendo a equação diferencial linear não homogênea, para condições de $\sigma(0) = \sigma_0$ em $t = 0$, obtém-se a equação (9) (Ramos, 1999).

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} t \quad (9)$$

Para uma condição inicial $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$ em $t = 0$, se obtém a seguinte solução para equação (8):

$$\sigma = \sigma_0 e^{\left(-\frac{E}{\eta}t\right)} \quad (10)$$

A relação deformação x tempo é linear, quando σ_0 constante, conseqüentemente a deformação tende para o infinito ao longo de muito tempo. Segundo Ramos (1999), e este modelo consegue representar as deformações elásticas imediatas e a fluência secundária.

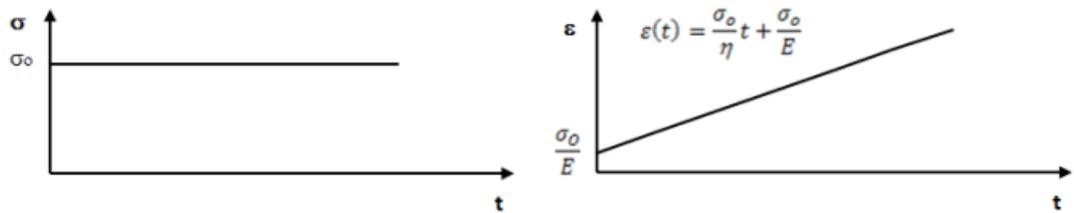


Figura 14 - Comportamento da Fluência no Modelo de Maxwell
Fonte: Congliati (2011)

4.7.2 Modelo de Kelvin

O modelo de Kelvin consiste em colocar em paralelo os modelos Hookeano e Newtoniano, com forme a Figura - 12.

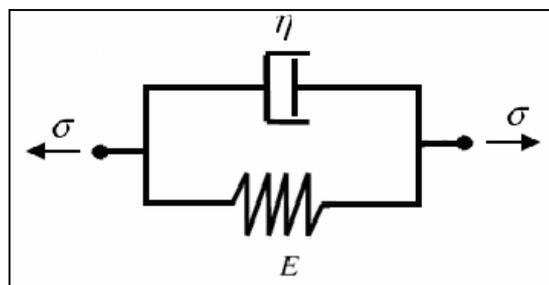


Figura 15 - Modelo de Kelvin
Fonte: Santos (2008)

De acordo com Cogliati (2011) e Ramos (1999), para o modelo de Kelvin podem ser escritas as seguintes equações: Eq. de Equilíbrio (11), Eq. de compatibilidade (12), Eq. constitutiva para elementos elásticos (13) e Eq. constitutiva para elementos

viscosos (14). Isso se verifica, pois a deformação é igual nos dois elementos e a tensão total a soma das parcelas de cada um.

$$\sigma^e = \sigma^v - \sigma \quad (11)$$

$$\varepsilon = \varepsilon^e = \varepsilon^v \quad (12)$$

$$\sigma^e = E \cdot \varepsilon^e \quad (13)$$

$$\sigma^v = \eta \cdot \dot{\varepsilon}^v \quad (14)$$

Rearranjando as equações de (11) à (14), chega-se em uma equação diferencial do modelo de Kelvin (15).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{E}{\eta} \varepsilon \quad (15)$$

A solução para a condição inicial da Equação (15), para condição inicial $\sigma(0) = \sigma_0$ em $t = 0$ é:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left[1 - e^{\left(-\frac{E}{\eta} t\right)} \right] \quad (16)$$

A solução para condição inicial da Equação (15), para condição inicial $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$ em $t = 0$, tem-se $\dot{\varepsilon} = \infty$.

$$\sigma = \infty, \quad \text{para } t = 0 \quad (17)$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_0, \quad \text{para } t > 0 \quad (18)$$

Segundo Ramos (1999), o modelo de Kelvin modela a fluência primária, mas não prevê a deformação elástica inicial, pois deformação regride assintoticamente para zero.

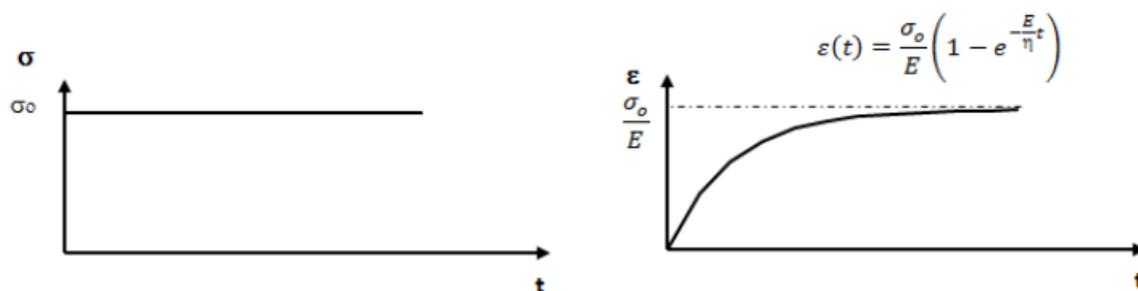


Figura 16 - Comportamento da Fluência no Modelo de Kelvin
Fonte: Congliati (2011)

5 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

5.1 ELEMENTOS FINITO

Na modelagem deste trabalho será utilizado modelos de pórticos planos com a teoria de viga de Timoshenko. Consideram-se as seguintes hipóteses:

- Linearidade física;
- Linearidade geométrica;
- Homogeneidade e isotropia do material estrutural.

5.2 VIGAS DE TIMOSHENKO

Vigas de Timoshenko tem sua teoria baseada na teoria de Euler-Bernoulli, levando em conta o efeito de deformação por esforços cortantes. Assim, continua válida a hipótese que as seções planas permanecem planas após as deformações, porém não são mais perpendiculares ao eixo deformado (BRANCO 2002).

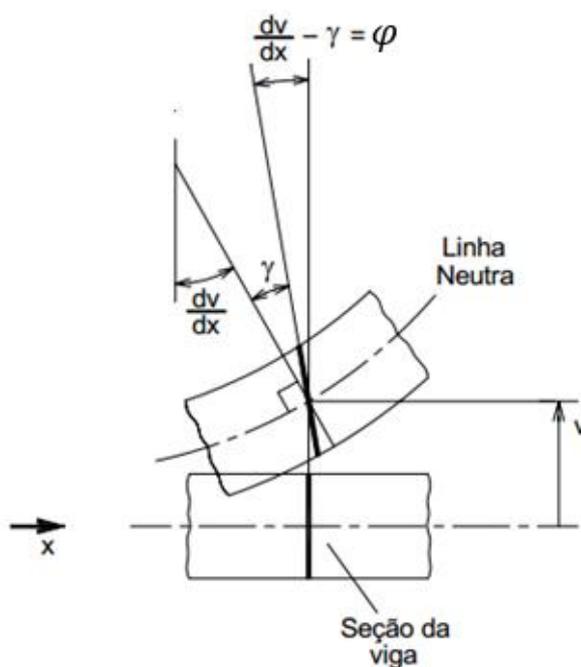


Figura 17 - Deformação em vigas considerando os efeitos de cisalhamento

Fonte: Branco (2002)

Com distorção diferente de zero, ocorre um acréscimo da curvatura de flexão conforme Figura 17, o que de acordo Nascimento (2005), é muito significativo quando se trata de vigas curtas, vigas com baixo módulo de elasticidade ou quando se necessita determinar a elasticidade de forma mais precisa.

Para obtenção de matriz rigidez do elemento de viga de Timoshenko, foi utilizado a dedução contida em Branco (2002), pois segundo o próprio seria uma formulação simples e eficiente.

Primeiramente para a dedução foram tomados os seguintes parâmetros nodais:

- v_1 e v_2 – flechas devidas a flexão e cisalhamento;
- φ_1 e φ_2 – rotações devido a flexão;

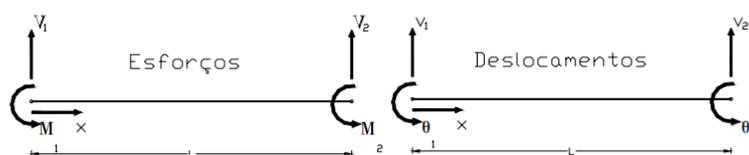


Figura 18 - Convenções de sinais do método dos elementos finitos
Fonte: Branco (2002)

Na Figura 18 mostra-se a convenções de sinais adotadas para a resolução da matriz. φ_1

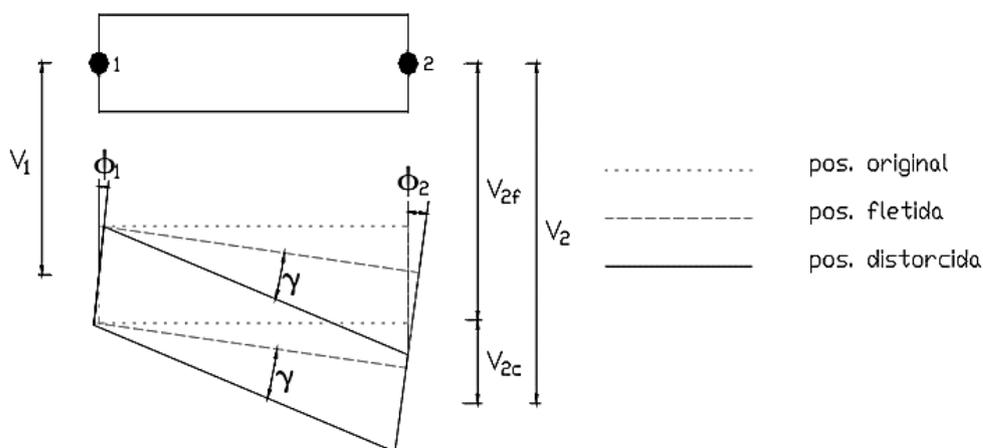


Figura 19 - Configuração do elemento após a deformação
Fonte: Neves (2000)

Utilizando-se da Figura 19 escreve-se a seguinte relação geométrica, e termos da flecha:

$$v_i = v_f + v_c \quad (19)$$

onde:

v_i – deslocamento transversal total;

v_f – deslocamento transversal devido à flexão;

v_c – deslocamento transversal devido ao cisalhamento.

E assim a relação é mantida em termos da primeira e segunda derivada:

$$\frac{d}{dx} v_i = \frac{d}{dx} v_f + \frac{d}{dx} v_c \quad (20)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} v_i = \frac{d^2}{dx^2} v_f + \frac{d^2}{dx^2} v_c \quad (21)$$

A equação (20) também pode ser escrita da seguinte forma:

$$\theta = \varphi + \gamma \quad (22)$$

Proveniente da Resistência dos Materiais, toma-se as equações de equilíbrio para um elemento isolado:

$$\frac{d}{dx} V = -q \quad (23)$$

$$\frac{d}{dx} M = V \quad (24)$$

onde:

V – Força cortante;

M – Momento fletor;

q – Carga distribuída no elemento.

Também da Resistência dos Materiais têm-se a equação da linha elástica, contendo as parcelas de flexão e cisalhamento:

$$v_t'' = -\frac{M}{EI} + \frac{k \cdot V}{GA} \quad (25)$$

onde,

E – Módulo de Elasticidade;

G – Módulo de Elasticidade Transversal;

A – Área da seção transversal;

k – coeficiente de forma.

No método dos elementos finitos, a carga é convertida em um carregamento nodal equivalente, assim admite-se a primeira equação de equilíbrio:

$$\frac{d}{dx}V = 0 \quad (26)$$

Assim a equação (25) resulta em:

$$M = -EI \cdot v_t'' \quad (27)$$

onde,

I – Momento de Inércia;

Utilizando-se às equações (20) e (22), obtém-se que a rotação de flexão e de distorção são respectivamente:

$$\varphi = \frac{d}{dx}v_f \quad \therefore \frac{d}{dx}\varphi = v_f'' \quad (28)$$

$$\gamma = \frac{d}{dx}v_t - \varphi \quad (29)$$

Substituindo as equações (23), (24) e (29) na expressão da linha elástica, equação (28), são obtidas as seguintes relações constitutivas:

$$M = -EI \left(\frac{d}{dx} \varphi + \frac{d}{dx} \gamma \right) \quad (30)$$

$$V = -EI \left(\frac{d^2}{dx^2} \varphi + \frac{d^2}{dx^2} \gamma \right) \quad (31)$$

$$V = k. GA. \gamma = k. GA. \left(\frac{d}{dx} v_t - \varphi \right) \quad (32)$$

Substituindo a força cortante da equação (26), pelo valor obtido com a relação constitutiva da equação (32), assim:

$$\frac{d}{dx} k. GA. \left(\frac{d}{dx} v_t - \varphi \right) = 0 \quad (33)$$

resultando em:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} v_t - \varphi \right) = 0 \quad (34)$$

e conseqüentemente:

$$\frac{d^2}{dx^2} v_c = \frac{d}{dx} \gamma = 0 \quad (35)$$

A partir da equação (35), pode-se reescrever as equações constitutivas (30) e (31) como:

$$M = -EI \frac{d}{dx} \varphi \quad (36)$$

$$V = -EI \frac{d^2}{dx^2} \varphi \quad (37)$$

Substituindo as expressões constitutivas obtidas das equações (36) e (37), na equação de equilíbrio (24), tem-se:

$$\frac{d}{dx} \left(-EI \frac{d}{dx} \varphi \right) = k \cdot GA \cdot \left(\frac{d}{dx} v_t - \varphi \right) \quad (38)$$

Simplificando a equação (38), obtém-se:

$$EI \frac{d^2}{dx^2} \varphi + k \cdot GA \cdot \left(\frac{d}{dx} v_t - \varphi \right) = 0 \quad (39)$$

Aplicando a relação constitutiva (37) e a equação (26), na equação de equilíbrio (23), encontra-se

$$\frac{d^3}{dx^3} \varphi = 0 \quad (40)$$

Para se anular a terceira derivada da rotação, escolhe-se a seguinte interpolada:

$$\varphi = c + b \cdot x + a \cdot x^2 \quad (41)$$

Substituindo os valores dados pelas equações (41) e (36), na equação (39), tem-se:

$$EI \frac{d^2}{dx^2} (c + b \cdot x + a \cdot x^2) + k \cdot GA \cdot \gamma = 0 \quad (42)$$

$$EI \cdot 2a + k \cdot GA \cdot \gamma = 0 \quad (43)$$

Reorganizando a equação (43), obtém-se:

$$\gamma = -\frac{2a \cdot EI}{k \cdot GA} \quad (44)$$

Utilizando a distorção angular obtida na equação (44) e a equação interpolada (41), para substituir na equação (39), se consegue a primeira derivada do deslocamento transversal total:

$$\frac{d}{dx} v_t = c + b \cdot x + a \cdot x^2 - \frac{2a \cdot EI}{k \cdot GA} \quad (45)$$

Integrando a equação (45), chega-se deslocamento transversal total, dado por:

$$v_t = d + cx + \frac{b x^2}{2} + a \left(\frac{1}{3} x^3 - \frac{2 \cdot EI}{k \cdot GA} x \right) \quad (46)$$

Definindo a constante g para viga de Timoshenko, como sendo:

$$g = \frac{6 \cdot EI}{k \cdot GA \cdot L^2} \quad (47)$$

onde,

L - Comprimento da viga.

Substitui-se a equação (47) na equação (46) para se obter:

$$v_t = d + cx + \frac{b x^2}{2} + \frac{a}{3} (x^3 - g \cdot L^2 x) \quad (48)$$

As equações (41) e (48), representam respectivamente o polinômio aproximado do deslocamento e o polinômio aproximado das rotações, onde o primeiro contém as parcelas devido à flexão e cisalhamento e o segundo apenas a parcela da flexão.

Os dois polinômios estão expressos em função dos parâmetros generalizados. Com os devidos ajustes de convenções é possível reescrever as equações (41) e (48) em função dos parâmetros nodais.

Para isso, no contorno do elemento, tem-se:

- $x = 0 \rightarrow v = v_1, x = 0 \rightarrow \varphi = \varphi_1;$
- $x = L \rightarrow v = v_2, x = L \rightarrow \varphi = \varphi_2;$

Matricialmente as relações acima são escritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3}L^3(1-g) & \frac{1}{2}L^2 & L & 1 \\ L^2 & L & 1 & 0 \end{bmatrix} x \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \quad (49)$$

Resolvendo o sistema (49), encontra-se que:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \frac{(2.v_1 + \varphi_1.L - 2.v_2 + \varphi_2.L)}{[L^3.(2.g + 1)]} \\ -2 \frac{(3.v_1 + \varphi_1.L.g - 3.v_2 + \varphi_2.L - \varphi_2.L.g)}{[L^2.(2.g + 1)]} \\ \varphi_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Em função dos parâmetros generalizados, a rotação total e sua primeira derivada, são respectivamente:

$$\theta = -\frac{1}{3}gL^2a + c + bx + ax^2 \quad (51)$$

$$\theta' = b + 2ax \quad (52)$$

Transformando nos parâmetros nodais é dado por:

$$\theta' = \frac{2}{L^2} \cdot \frac{[3v_1 + 2\varphi_1L(2+g) - 3v_2 + \varphi_2L(1+g)]}{(1+2g)} - \frac{6x}{L^3} \cdot \frac{(2v_1 + \varphi_1L - 2v_2 + \varphi_2L)}{(1+2g)} \quad (53)$$

Substituindo os pontos, pela derivada (53) representar a curvatura $1/r$, obtém-se respectivamente:

$$\frac{1}{r_0} = \left[\frac{6}{L^2.(1+2g)} \right] \cdot v_1 + \left[\frac{4.(1+\frac{g}{2})}{L^2.(1+2g)} \right] \cdot \varphi_1 - \left[\frac{6}{L^2.(1+2g)} \right] v_2 + \left[\frac{2(1-g)}{L^2.(1+2g)} \right] \cdot \varphi_2 \quad (54)$$

$$\frac{1}{r_L} = \left[\frac{6}{L^2.(1+2g)} \right] \cdot v_1 + \left[\frac{2(1-g)}{L^2.(1+2g)} \right] \cdot \varphi_1 - \left[\frac{6}{L^2.(1+2g)} \right] v_2 + \left[\frac{4.(1+\frac{g}{2})}{L^2.(1+2g)} \right] \cdot \varphi_2 \quad (55)$$

Organizando as equações (54) e (55) em matriz, se obtém:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{r_0} \\ \frac{1}{r_L} \end{pmatrix} = \frac{1}{1+2g} \begin{bmatrix} \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L}\left(1+\frac{g}{2}\right) & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L}(1-g) \\ -\frac{6}{L^2} & -\frac{2}{L}(1-g) & \frac{6}{L^2} & -\frac{4}{L}\left(1+\frac{g}{2}\right) \end{bmatrix} x \begin{pmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} \quad (56)$$

Substituindo a expressão (50) na equação (44), e realizando a simplificação, se obtém a distorção angular da seção transversal em função dos parâmetros nodais:

$$\gamma = (-2v_1 + 2v_2 - L\varphi_1 - L\varphi_2) \cdot \frac{g}{L(1+2g)} \quad (57)$$

Utilizando o processo de Ritz, minimiza-se o funcional da energia de deformação do elemento, para obtenção da matriz rigidez.

Levando em consideração as parcelas de flexão e cisalhamento, a energia de deformação do elemento de viga de Timoshenko, fica:

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{1}{r}\right)^2 dx + \frac{k \cdot GA}{2} \int_0^L (\gamma)^2 dx \quad (58)$$

Substituindo no funcional da energia (58) às expressões (52) e (57), e realizando as devidas simplificações tem-se:

$$U = \frac{EI}{(1+2g) \cdot L^3} (2L^2\varphi_2^2 + L^2\varphi_2^2g + 2L^2\varphi_1\varphi_2g - 6v_2\varphi_2L + 6v_1\varphi_2L + L^2\varphi_1^2g + 2L^2\varphi_2^2 + 6v_1\varphi_1L - 6v_2\varphi_1L - 12v_1v_2 + 6v_1^2 + 6v_2^2) \quad (59)$$

Derivando a expressão (58) segundo o princípio da mínima energia, em relação aos parâmetros nodais, tem-se:

$$\frac{dU}{dv_1} = \frac{6EI}{(1+2g) \cdot L^3} (2v_1 + L\varphi_1 - 2v_2 + L\varphi_2) \quad (60)$$

$$\frac{dU}{d\varphi_1} = \frac{-2EI}{(1+2g) \cdot L^2} (3v_1 - 2L\varphi_1 + L\varphi_1g - 3v_2 - L\varphi_2 + L\varphi_2g) \quad (61)$$

$$\frac{dU}{dv_2} = \frac{-6EI}{(1+2g).L^3} (2v_1 + L\varphi_1 - 2v_2 + L\varphi_2) \quad (62)$$

$$\frac{dU}{d\varphi_2} = \frac{-2EI}{(1+2g).L^2} (3v_1 + L\varphi_1 + L\varphi_1 g - 3v_2 + 2L\varphi_2 + L\varphi_2 g) \quad (63)$$

Organizando as equações de (60) à (63) de forma matricial, obtém-se:

$$[K] = \frac{EI}{1+2g} \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L}(2+g) & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L}(2+g) \\ -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L}(2+g) & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L}(2+g) \end{bmatrix} \quad (64)$$

5.3 PÓRTICO PLANO

Utilizando o elemento finito de viga de Timoshenko como base e acrescentando a parcela do esforço normal, obteremos o elemento de pórtico plano.



Figura 20 – Elemento de pórtico

Fonte: Autor (2014)

A energia total de deformação, se dá através da seguinte expressão:

$$U = U_f + U_c + U_n \quad (65)$$

onde,

$U_f + U_c$ - são parcelas incorporadas na matriz de rigidez de Timoshenko; e

$$U_n = \frac{EA}{2} \int_0^L u'(x)^2 dx \quad (66)$$

Utilizando uma aproximação linear para deslocamento longitudinal, dada por:

$$u_{(x)} = ax + b \quad (67)$$

Aplicando a as condições de contorno $x = 0$ e $x = L$, na equação (67), têm-se respectivamente:

- $x = 0 \rightarrow u_1 = b$;
- $x = L \rightarrow v_2 = a + Lb$;

Utilizando os resultados obtidos através das condições de contorno, obtém-se:

$$u_{(x)} = \frac{u_2 - u_1}{L}x + u_1 \quad (68)$$

Diferenciando a equação (68), chega-se:

$$u'_{(x)} = \frac{u_2 - u_1}{L} \quad (69)$$

Na equação (66) substitui-se a derivada (69), chegando em:

$$U_n = \frac{EA}{2L}(u_2^2 - 2u_1u_2 + u_1^2) \quad (70)$$

Na equação da energia de deformação (70), aplica-se o princípio de estacionaridade, obtendo:

$$\frac{dU_n}{du_1} = \frac{EA}{L}(u_1 - u_2) \quad (71)$$

$$\frac{dU_n}{du_2} = \frac{EA}{L}(u_2 - u_1) \quad (72)$$

Obtém-se a matriz rigidez referente ao esforço normal, usando o sistema de equação $\{f\}_N = [K]_N x u_n$ e substituindo as expressões (71) e (72), assim obtendo:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = EA \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EL}{A} & 0 & 0 & -\frac{EL}{A} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+2g)} & \frac{6EI}{L^2(1+2g)} & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+2g)} & \frac{6EI}{L^2(1+2g)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+2g)} & \frac{2(2+g)EI}{L(1+2g)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+2g)} & \frac{2(2+g)EI}{L(1+2g)} \\ -\frac{EL}{A} & 0 & 0 & \frac{EL}{A} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+2g)} & -\frac{6EI}{L^2(1+2g)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+2g)} & -\frac{6EI}{L^2(1+2g)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+2g)} & \frac{2(2+g)EI}{L(1+2g)} & 0 & -\frac{6EI}{L^2(1+2g)} & \frac{2(2+g)EI}{L(1+2g)} \end{bmatrix} \quad (74)$$

Como a matriz (74), será utilizado o método da rigidez direta para calcular os deslocamentos nos graus de liberdade das estruturas analisadas.

5.4 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

As matrizes de rigidez para o elemento de pórtico plano (57) são obtidas considerando-se o sistema de coordenadas local do elemento, conforme Figura 7. Para que estas matrizes possam ser aplicadas a estruturas formadas por diversos elementos é necessário a transformação destas do sistema de coordenadas local para o sistema de coordenadas global, antes da solução do problema.

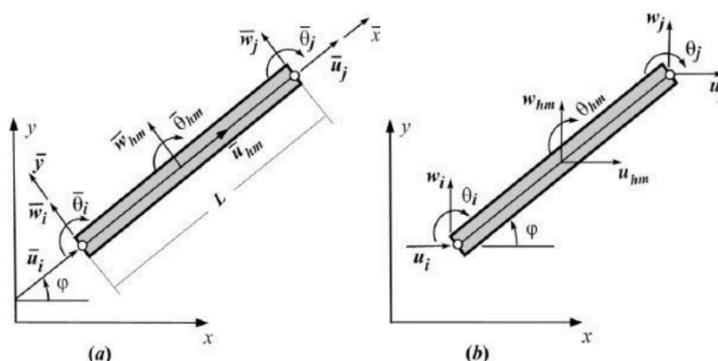


Figura 21 - Deslocamentos e rotações do elemento de viga no sistema de coordenadas local (a) e no sistema de coordenadas global (b)

Fonte: Nascimento (2005)

Para que haja a transformação entre os dois referenciais local e global, para o elemento de viga, é necessário estabelecer uma matriz de transformação entre os referenciais.

Segundo Nascimento (2005), a matriz neste caso é obtida através da inspeção da Figura 21, cujos componentes são calculados com base nos cossenos e senos dos ângulos formados pelos eixos do sistema de referencial local com relação ao sistema de referencial global.

Observando a Figura 21, verifica-se que a relação entre os graus de liberdade do sistema local e os graus de liberdade do sistema global são:

$$\bar{u}_i = u_i \cos \varphi + w_i \sin \varphi \quad (75)$$

$$\bar{w}_i = -u_i \sin \varphi + w_i \cos \varphi \quad (76)$$

$$\bar{\theta}_i = \theta_i \quad (77)$$

$$\bar{u}_j = u_j \cos \varphi + w_j \sin \varphi \quad (78)$$

$$\bar{w}_j = -u_j \sin \varphi + w_j \cos \varphi \quad (79)$$

$$\bar{\theta}_j = \theta_j \quad (80)$$

De acordo com Soriano (2005), a transformação de coordenadas pode ser representada na forma matricial, a partir das equações de 75 a 80.

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{w}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{w}_j \\ \bar{\theta}_j \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ w_i \\ \theta_i \\ u_j \\ w_j \\ \theta_j \end{pmatrix} \quad (81)$$

No qual,

$$\cos \varphi = \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \quad (82)$$

$$\cos \varphi = \frac{y_j - y_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \quad (83)$$

Onde,

(x_i, y_i) - coordenadas do nó i no sistema de coordenada global;

(x_j, y_j) - coordenadas do nó j no sistema de coordenada global.

φ - angulo formado pelos eixos do sistema de referência local com relação ao sistema de referência global.

Como observado na matriz (81), a matriz de transformação é ortogonal, ou seja:

$$[T_{iso}]^T = [T_{iso}]^{-1} \quad (84)$$

De uma maneira compacta, a transformação de coordenadas, pode ser dada por (NASCIMENTO, 2005):

$$\{a_{iso}\} = [T_{iso}]^{-1} \cdot \{\bar{a}_{iso}\} \cdot [T_{iso}] \quad (85)$$

onde,

$\{\bar{a}_{iso}\}$ – coordenada no sistema local;

$\{a_{iso}\}$ – coordenada no sistema global;

$[T_{iso}]$ – Matriz de transformação.

5.5 MODELAGEM DE RECALQUE POR ADENSAMENTO

Para a modelagem do solo foi utilizado o Modelo Reológico de ZARETSKY, que parte dos fundamentos básicos da viscoplasticidade dos materiais.

5.6 MODELO REOLÓGICO DE ZARETSKY

O adensamento secundário se comporta com fluência dos materiais, cuja deformação é dada por:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_{inst}} + \bar{K}(t - t_0) \sigma(t_0) \Delta t_0 \quad (86)$$

onde,

ε_{inst} – deformação volumétrica instantânea;

σ - tensão total no estágio analisado

Acrescentando um carregamento contínuo em (86), se tem:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_{inst}} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t - t_0) \sigma(t_0) dt_0 \right] \quad (87)$$

Com parcela que comanda a fluência, sendo:

$$K(t - t_0) = \bar{K}(t - t_0) E_{inst} \quad (88)$$

Por meio de ajuste experimentais da equação (88), chega-se:

$$\bar{K}(t - t_0) = \delta e^{-\delta_1(t-t_0)} \quad (89)$$

onde:

δ e δ_1 - são parâmetros de fluência;

Onde δ e δ_1 podem ser definidos através de experiências, porém, assim serão necessários definir outros parâmetros.

O Coeficiente de variação volumétrica final:

$$m_v^f = \frac{\rho_t}{\sigma H} \quad (90)$$

onde:

ρ_t – recalque estabilizado no tempo, no estágio analisado;

σ – tensão total no estágio analisado;

H – espessura da camada compressível.

O coeficiente de variação volumétrica inicial, pode ser calculado como sendo o adensamento médio de 20% a 30% e pela expressão do adensamento primário:

$$m'_v = \frac{k}{\gamma_w c_v} \quad (91)$$

onde,

γ_w - peso específico da água;

c_v - coeficiente de adensamento vertical;

m'_v - coeficiente de variação volumétrica primário;

O Coeficiente de fluência, pode ser dado através de:

$$\delta = \delta_1 \frac{m''_v}{m'_v} \quad (92)$$

Estimando-se o tempo de estabilização do recalque, se obtém o coeficiente de variação volumétrica secundário:

$$m''_v = \frac{km_v^f - m'_v}{1 - e^{-\delta_1 t_f}} \quad (93)$$

Segundo Funtai (2010), o coeficiente δ_1 pode ser obtido com o gráfico mostrado na Figura 21, onde $\dot{\rho}$ é a velocidade de recalque.

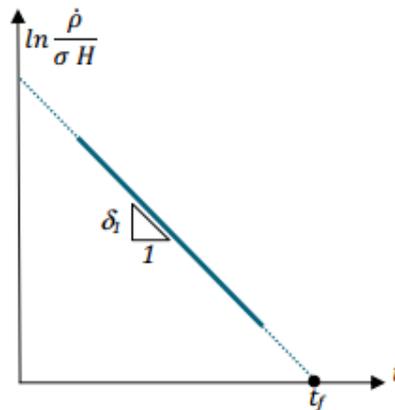


Figura 22 - Gráfico para determinação do coeficiente de atenuação da fluência

Fonte: Funtai (2010)

Apenas foi deduzido a parcela da fluência do solo até o momento, para tornar o modelo reológico composto também pela parcela do adensamento será incorporada a mesma.

Para obtenção da função do recalque, usa-se a solução estruturada tradicional de integração no tempo, resultando em:

$$r = H m'_v \Delta \sigma \left[1 + \int_0^t K(t - t_0) \sigma(t_0) dt_0 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \bar{\epsilon}(t) \right] \quad (94)$$

onde,

H – altura da camada de solo;

A função da fluência é dada pela seguinte expressão:

$$\bar{\epsilon}(t) = e^{-\left(\frac{\pi m}{2H}\right)^2 c_v} + \frac{\delta}{\delta_1} \frac{e^{-\left(\frac{\pi}{2H}\right)^2 c_v} - e^{-\delta_1 \cdot t}}{1 - e^{-\left(\frac{\pi}{2H}\right)^2 \frac{c_v}{\delta_1}}} \quad (95)$$

O recalque pode ser calculado como a soma das contribuições das duas fases de adensamento:

$$r = H \Delta \sigma [m'_v U_{prim} + m''_v U_{sec}] \quad (96)$$

onde,

U_{prim} – percentagem do recalque primário;

U_{sec} – percentagem do recalque secundário.

O grau de adensamento decorrente do adensamento secundário de Zaretsky, é dado:

$$U_{sec} = 1 - e^{-\delta_1 \cdot t} - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1,3,..}^{\infty} \frac{1}{m^2} \left[\frac{e^{-\left(\frac{\pi m}{2H}\right)^2 c_v} - e^{-\delta_1 \cdot t}}{1 - e^{-\left(\frac{\pi m}{2H}\right)^2 \frac{c_v}{\delta_1}}} \right] \quad (97)$$

Na equação (97), apenas o primeiro termo do somatório é significativo, assim:

$$U_{sec} \cong 1 - e^{-\delta_1 \cdot t} - \frac{8}{\pi^2} \left[\frac{e^{-\left(\frac{\pi}{2H}\right)^2 c_v} - e^{-\delta_1 \cdot t}}{1 - e^{-\left(\frac{\pi}{2H}\right)^2 \frac{c_v}{\delta_1}}} \right] \quad (98)$$

O grau de adensamento dado pelo adensamento primário e secundário é obtido através de:

$$U_T = \frac{U_{prim} + \frac{\delta}{\delta_1} U_{sec}}{1 + \frac{\delta}{\delta_1}} \quad (99)$$

onde:

U_{prim} - calculado pela própria teoria de TERZAGHI E FRÖLICH;

Para demonstração do modelo, Funtai (2010) traçou curvas que representam o adensamento primário, de fluência e a combinação delas (UT), dada pela equação (98) o resultado pode ser visto na Figura 23.

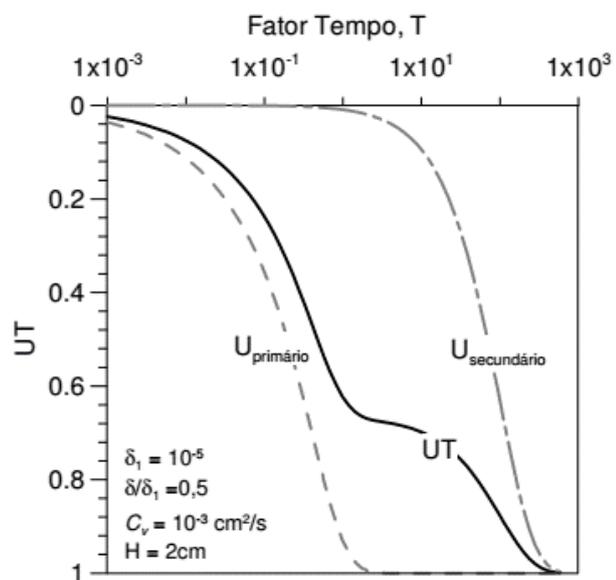


Figura 23 - Composição da Curva UT x T
Fonte: Funtai (2010)

6. FORMULAÇÃO NUMÉRICA

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A estrutura utilizada para análise do modelo está representada na Figura (24), as características adotadas a partir de elementos de barras contidas em CASTRO (2009) de foram as seguintes:

- Seção retangular: $k = 1 / 1,2$;
- Largura dos elementos: $B = 0,2$ m;
- Altura dos elementos: $H = 0,1$ m;
- Módulo de elasticidade: $E = 210$ GPa;
- Momento de inércia: $I = BH^3/12$
- Módulo de elasticidade transversal: $G = E / 2 (1+v)$;
- Poisson: $v = 0,3$;

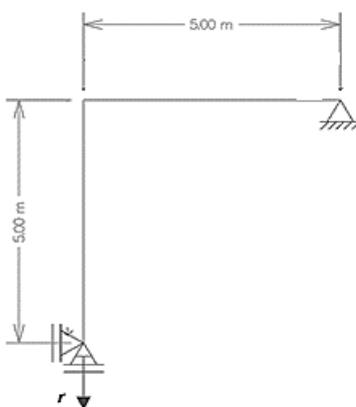


Figura 24 – Pórtico analisado
Fonte: Autor (2015)

No dimensionamento do recalque foram utilizados obtidos em Funtai (2010) referente a um solo argiloso da cidade do Rio de Janeiro:

- $H = 10,5$ m
- $H_d = 5,25$ m
- $C_v = 9,4 \times 10^{-4}$ cm²/s
- $T = 0,031$

- Ao final do processo ocorrerá um recalque de 1,40 m e a tensão efetiva final será de 38 kPa,
- $\delta/\delta_1 = 0,4$
- $U_{\text{pri}} = 0,74$
- $r_{\text{pri}} = 0,17$ m

6.2 RECALQUE

Pela teoria de Terzaghi ser amplamente conhecida, considerou desnecessária a apresentação do cálculo do adensamento médio decorrente do adensamento primário nem do recalque primário.

Para o cálculo do adensamento médio decorrente do adensamento secundário, primeiramente precisou calcular o coeficiente de atenuação δ_1 . Conforme Figura 22, pode ser obtido a partir de dois pontos estimados: um próximo ao começo e outro ao final do processo.

Admitindo que no começo do processo (20% de deformação) o tempo pode ser calculado pela teoria de Terzaghi:

$$t_{20} = \frac{T C_v}{H d^2} = 9,18 \cdot 10^6 \text{ s}$$

E que o tempo final ocorre em 5000 anos:

$$t_f = 1,58 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

É possível calcular a o logaritmo da relação entre velocidade de deformação e tensão:

Para $U_{20\%}$, obteve-se:

$$\ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\sigma H}\right) = -23,33$$

Para o tempo final, obteve-se:

$$\ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\sigma H}\right) = -31,48$$

Assim, o valor do coeficiente de atenuação obtido, foi:

$$\delta_1 = \frac{-23,33 + 31,48}{1,58 \cdot 10^{11} - 9,18 \cdot 10^6} = 5,2 \cdot 10^{-11}$$

Calculou-se o grau de adensamento médio decorrente da parcela de fluência utilizando a equação (98):

$$U_{sec} \cong 1 - e^{-5,2 \cdot 10^{-11} \cdot t} - \frac{8}{\pi^2} \left[\frac{e^{-\left(\frac{\pi}{2.1050}\right)^2 9,4 \times 10^{-4}} - e^{-5,2 \cdot 10^{-11} \cdot t}}{1 - e^{-\left(\frac{\pi}{2.1050}\right)^2 9,4 \times 10^{-4}} / 5,2 \cdot 10^{-11}}} \right]$$

Utilizando a equação (99), chega-se em:

$$U_T = \frac{0,74 + 0,4 \left\{ 1 - e^{-5,2 \cdot 10^{-11} \cdot t} - \frac{8}{\pi^2} \left[\frac{e^{-\left(\frac{\pi}{2.1050}\right)^2 9,4 \times 10^{-4}} - e^{-5,2 \cdot 10^{-11} \cdot t}}{1 - e^{-\left(\frac{\pi}{2.1050}\right)^2 9,4 \times 10^{-4}} / 5,2 \cdot 10^{-11}}} \right] \right\}}{1,4}$$

O recalque no tempo é dado $r(t) = r_{pri} \cdot U_T$, assim resultando:

$$r(t) = 0,47 \cdot \frac{0,17 + 0,4 \left\{ 1 - e^{-5,2 \cdot 10^{-11} \cdot t} - \frac{8}{\pi^2} \left[\frac{e^{-\left(\frac{\pi}{2.1050}\right)^2 9,4 \times 10^{-4}} - e^{-5,2 \cdot 10^{-11} \cdot t}}{1 - e^{-\left(\frac{\pi}{2.1050}\right)^2 9,4 \times 10^{-4}} / 5,2 \cdot 10^{-11}}} \right] \right\}}{1,4}$$

Para análise em questão, foi calculado o recalque para $t = 50$ anos, que resultou em:

$$r(t) = 0,182 \text{ m}$$

6.3 ESTRUTURA

6.3.1 Numerações

- Arbitrou-se a numeração dos nós, elementos e incidência dos elementos conforme a Figura (25):

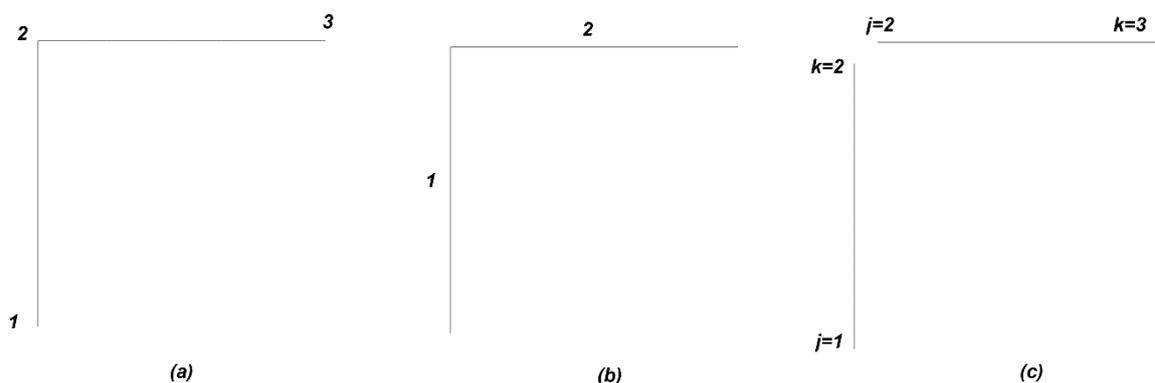


Figura 25 – Numeração: Nós (a), elementos (b) e Incidência(c)
Fonte: Autor (2015)

- Determinou-se a numeração dos graus de liberdade, fazendo os 3 graus de liberdade para o nó 01, as próximas 3 para o nó 02 e assim sucessivamente, como é visto na Figura 26 (a).
- As coordenadas locais são demonstradas na Figura 26 (b).

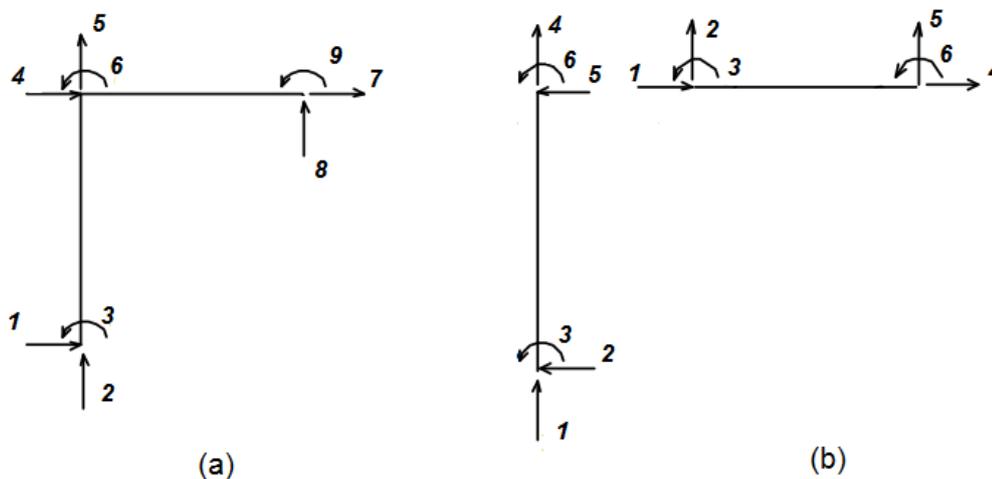


Figura 26 – Coordenadas Globais (a), Coordenadas Locais (b)
Fonte: Autor (2015)

6.3.2 Matriz de rigidez do elemento segundo suas coordenadas locais

Utilizando diretamente a matriz (74) obtém-se as seguintes matrizes:

- Elemento 1

$$[\bar{K}_1] = \begin{bmatrix} 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \\ -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & -3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

- Elemento 2

$$\bullet [\bar{K}_2] = \begin{bmatrix} 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \\ -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & -3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

6.3.3 Matriz de rigidez do elemento segundo suas coordenadas globais

Utilizando diretamente a matriz (85) obtém-se as seguintes matrizes:

- Elemento 1

$$[K_1] = \begin{bmatrix} 3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & -3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 \\ -3,36 \cdot 10^5 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 3,36 \cdot 10^5 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

- Elemento 2

$$\bullet [K_2] = \begin{bmatrix} 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \\ -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & -3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

6.3.4 Matriz de rigidez da estrutura

A Matriz de Rigidez da Estrutura é constituída pela soma adequada das matrizes de rigidez globais de todos os elementos. A ordem dessa matriz é de acordo com os números de graus de liberdade de cada nó, ou seja, de acordo com os deslocamentos de translação vertical, translação horizontal e giro.

Assim a matriz rigidez da estrutura encontrada, foi:

$$[K] = \begin{bmatrix} 3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & -3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ -3,36 \cdot 10^5 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 & 5,6 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \\ 0 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

6.3.5 Método da Rigidez direta

Utilizando o método da rigidez $\{F\} = [K] \cdot \{d\} + \{F_{eq}\}$, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ V_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_7 \\ V_8 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 - 3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 0 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ -3,36 \cdot 10^5 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 & 5,6 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 3,36 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,182 \\ \phi_3 \\ v_4 \\ u_5 \\ \phi_6 \\ 0 \\ 0 \\ \phi_9 \end{Bmatrix}$$

Resolvendo o sistema de equações, se obtém os seguintes resultados utilizando-se do pórtico com a teoria de Timoshenko:

$$\begin{Bmatrix} \phi_3 \\ v_4 \\ u_5 \\ \phi_6 \\ \phi_9 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,0182 \text{ rad} \\ 2,64 \cdot 10^{-17} \text{ m} \\ 0,182 \text{ m} \\ -0,0182 \text{ rad} \\ -0,0364 \text{ rad} \end{Bmatrix}$$

Entretanto para realizar uma análise da teoria de Timoshenko, será realizado me mesmo procedimento utilizando-se do pórtico com viga de Euler-Bernoulli, para comparação dos resultados. Segundo McGuire (2000) a matriz rigidez de um pórtico plano com viga de Euler-Bernoulli é:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EL}{A} & 0 & 0 & -\frac{EL}{A} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{EI}{L} \\ -\frac{EL}{A} & 0 & 0 & \frac{EL}{A} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \end{bmatrix} \quad (100)$$

Utilizada a mesma sequência de resolução, tem-se para método da rigidez $\{F\} = [K] \cdot \{d\} + \{F_{eq}\}$, para pórtico com viga de Euler-Bernoulli:

$$\begin{Bmatrix} H_1 \\ V_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_7 \\ V_8 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 - 3,36 \cdot 10^5 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 0 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ -3,36 \cdot 10^5 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 8,39 \cdot 10^5 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 \\ -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 2,80 \cdot 10^6 & 8,39 \cdot 10^5 & 8,39 \cdot 10^5 & 5,6 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & -8,4 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 8,4 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,36 \cdot 10^5 & -8,39 \cdot 10^5 & 0 & 3,36 \cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,39 \cdot 10^5 & 2,80 \cdot 10^6 & 0 & -8,39 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,182 \\ \phi_3 \\ v_4 \\ u_5 \\ \phi_6 \\ 0 \\ 0 \\ \phi_9 \end{Bmatrix}$$

Resolvendo o sistema de equações, se obtém os seguintes resultados utilizando-se do pórtico com a teoria de Euler-Bernoulli:

$$\begin{Bmatrix} \phi_3 \\ v_4 \\ u_5 \\ \phi_6 \\ \phi_9 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,0182 \text{ rad} \\ 2,64 \cdot 10^{-17} \text{ m} \\ 0,182 \text{ m} \\ -0,0182 \text{ rad} \\ -0,0364 \text{ rad} \end{Bmatrix}$$

6.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.4.1 Solo

Comparando os recalques considerando apenas o adensamento primário pela teoria de Terzaghi com o recalque considerando também ao adensamento secundário, nota-se que recalque obtido utilizando do modelo reológico de Zaretsky que além do adensamento primário adiciona o efeito da fluência, está um pouco maior que o obtido pelo Terzaghi, o que parece correto já que o adensamento secundário é menos significativo que o adensamento primário.

6.4.2 Estrutura

Utilizando-se do método rigidez direta, obteve-se os deslocamentos nos graus de liberdade tanto para o pórtico partindo do princípio viga de Timoshenko, quanto para o pórtico partindo do princípio da viga de Euler-Bernoulli, isso demonstra que realmente o efeito devido a força de cisalhamento, pode ser desconsiderado para vigas longas. Como a principal diferença entre as matrizes de rigidez é o coeficiente g de Timoshenko, onde o valor encontrado foi da ordem de 10^{-4} , o que manteve as

matrizes de rigidez iguais e por consequência os deslocamentos nos graus de liberdade.

Como o coeficiente g de Timoshenko é inversamente proporcional ao quadrado do comprimento, para uma viga curta realmente ocorreria uma alteração dos deslocamentos.

7 CONCLUSÕES

Foi possível obter um modelo para o recalque no decorrer do tempo, o modelo reológico de Zaretzky ser aceitável já que comparado com o adensamento de Terzaghi apresentou um pequeno acréscimo. Porém pelo autor deste trabalho não saber ao certo se os coeficientes e incógnitas para utilização do modelo, são de fácil obtenção através de ensaios ou literaturas, não pode-se afirmar que sua utilização é viável.

Também foi possível obter um pórtico plano, partindo do princípio da Viga de Timoshenko, modelo este que quando comparado com o pórtico partindo do princípio da viga de Euler-Bernoulli, demonstrou ter uma melhor utilidade em vigas curtas.

Não foi possível, conseguir uma modelagem utilizando o modelo reológico de Zaretzky associado diretamente a matriz de rigidez do pórtico plano, pois o modelo do solo é apenas um deslocamento prescrito em um determinado tempo adotado.

A partir da metodologia adotada para analisar o deslocamento devido ao recalque, conseguiu-se chegar em resultados similares as formulações mais utilizadas, viga de Euler-Bernoulli e teoria de adensamento de Terzaghi, demonstrado assim ser possível analisar uma estrutura através da metodologia adotado neste trabalho.

Sugestões para trabalhos futuros:

- Realizar uma análise computacional com um pórtico plano com o recalque no decorrer do tempo, utilizando as modelagens do presente trabalho;
- Criar uma modelagem de pórtico tridimensional, partindo da viga de Timoshenko;
- Realizar uma análise detalhada do modelo geológico de Zaretzky, verificando a precisão comparado um ensaio empírico.

8 REFERÊNCIAS

ALONSO, U. R. **Previsão e Controle das Fundações**. São Paulo: Edgar Blücher. 1991.

AOKI, N. **Modelo simples de transferência de carga de estaca vertical sujeita à carga axial de compressão**. Recife: III Ciclo de Palestras sobre Engenharia de Fundações, ABMS/NR Nordeste. 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122**: Projeto e Execução de Fundações. Rio de Janeiro, 2010

AZEVEDO, Álvaro Ferreira Marques. **Método dos Elementos Finitos**. 1ª Edição, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

BARA, J. P. **Collapsible Soils**. ASCE Annual Convention and Exposition, held at Philadelphia, Pa. Presented at the September 1976;

BATHE, Klaus Jurgen. **Finite Element Procedures**. Prentice Hall: New Jersey, 1996.

BEGHETTO, Fernando. L. M. **Modelagem Tridimensional da Interação Dinâmica entre Veículo e Ponte Ferroviária Considerando Contato Roda-trilho, Irregularidades da Via e Variação da Velocidade** - Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2011.

BRANCO, A. L. L. V. **Análise não-linear de pórtico planos, considerando os efeitos de cisalhamento no cálculo de esforços e deslocamentos** – Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, São Carlos, 2002.

CASTRO, Luís M. S. **Método dos elementos finitos: Análise de pórticos planos**. Lisboa: Aest, 2009.

CHAMECKI, S. **Structural rigidity in calculating settlements**, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, v. 82, n SM-1, p 1-19, 1956.

COGLIATI, Belén. **Modelos Viscosos em Mecânica dos Solos: Análise de uma equação visco-hipoplástica**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

COLARES, George M. **Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios** – Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

CRAIG, R. F. **Mecânica dos Solo** R.F. Craig; tradução Amir Kurban, 7ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

FUNTAI, Marcos M. **Considerações sobre a influência do adensamento secundário e do uso de reforços em aterros sobre solos moles** - Tese de Livre Docência. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - São Paulo, 2010.

IWAMOTO, Roberto K. **Alguns aspectos da interação solo-estrutura – estrutura em edifícios de múltiplos andares com fundação profunda** - Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

ORTIGÃO, J. A. R. **Mecânica dos Solos dos Estados Críticos**. 3ª Edição, Rio de Janeiro, Terratek, 2007.

MCGUIRE, William; GALLAGHER, Richard H.; ZIEMIAN, Ronald D. **Matrix Structural Analysis**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc. 2000.

MINDLIN, R. D. **Force at a point in the interior of a semi-infinite solid**. Physics. 7. Ed. 1936.

MOREIRA, Maicon S.; PINTO, Waldir T.; DIAS, Cláudio R. R. **Um modelo para simulação de ensaios oedométricos pelo método dos elementos finitos**. In: Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica, 2006, Rio Grande, Artigo, Rio Grande. <http://www.semengo.furg.br/2006/46.pdf>

NASCIMENTO, Rangel F do. **Análise dinâmica de vigas utilizando o elemento finito de Timoshenko com refinamento p-adaptativo** – Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira: 2005.

RAMOS, Viviane C. L. **Modelagem Numérica do Comportamento Viscoso dos solos** – Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro. 1999.

SANTOS, João P. L. **Análise de Modelos Reológicos Viscoelásticos Através de Formulações Mistas em Elementos Finitos** – Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2008.

SILVA, Nelson U. P. da. **Análise de tensões verticais em edifícios de alvenaria estrutural considerando a interação solo-estrutura** - dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais. 2006.

SILVA, Samuel. **Introdução ao método dos elementos finitos**. Notas de Aula – Centro de Engenharia e Ciências Exatas, Unioeste, Foz do Iguaçu, 2010.

SORIANO, Humberto Lima. **Método dos elementos finitos em análise de estruturas**. São Paulo: EDUSP, 2003.

SOUTO FILHO, Marcello Varella. **Modelagem numérica de reforço estrutural em vigas de concreto armado**. 2002. 110 f. Mestrado (em engenharia de estruturas). Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2002.

SOUZA, Mariana R. F. de; MENEGHATI, Thiago O. **Estudo dos Impactos no Dimensionamento da Estrutura de um Edifício de Concreto Devido ao Emprego da Modelagem com Interação Solo-Estrutura - Estudo de Caso** – Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade tecnológica federal do Paraná, Curitiba, 2011.

TERZAGHI, K. PECK, R. B: **Soil Mechanics in engineering practice**. John Wiley and Sons. Nova Iorque. 1. Ed. 1948.

ZIENKIEWICZ, Olgierd C. TAYLOR, R. L. **The finite element method**, vol. 01: The Basis. 5^o edição. Butterworth-Heinemann Linacre House, 2000.