

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CIVIL

CLEVERSON FERNANDO KVAS
HENRIQUE NÉO SÃO MARCOS

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE BLOCOS SOBRE ESTACAS
EM CONCRETO ARMADO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2014

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CIVIL

CLEVERSON FERNANDO KVAS
HENRIQUE NÉO SÃO MARCOS

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE BLOCOS SOBRE ESTACAS EM CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Engenharia de Produção Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Renata Sá Brito Stramandinoli

CURITIBA

2014

FOLHA DE APROVAÇÃO

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE BLOCOS SOBRE ESTACAS EM CONCRETO ARMADO

Por

CLEVERSON FERNANDO KVAS, HENRIQUE NÉO SÃO MARCOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, defendido e aprovado em 27 de Agosto de 2014, pela seguinte banca de avaliação:

Prof. Orientador – Renata Sá Brito Stramandinoli, Dr^a.
UTFPR

Prof. Fernando Luiz Martinechen Beghetto, Dr.
UTFPR

Prof. José Manoel Caron, Me.
UTFPR

AGRADECIMENTOS

Aos nossos estimados pais, Cleocir Kvas, Maria Acacia Kvas e Adriane Néo São Marcos, pela dedicação, apoio e compreensão na realização deste trabalho.

A nossa orientadora Renata Sá Brito Stramandinoli, por todo o conhecimento e experiência transmitidos.

A Deus, pela força que nos deu para que fosse possível a conclusão desta pesquisa.

A Universidade Tecnológica do Paraná por toda a estrutura de ensino de qualidade fornecida ao longo de todos esses anos de curso.

Great men are not born great, they grow great

(PUZO, Mario, 1969)

Homens realmente grandes, não nascem grandes, tornam-se grandes.

(PUZO, Mario, 1969)

RESUMO

KVAS, Cleverson F., MARCOS, Henrique N. S. ANÁLISE COMPUTACIONAL DE BLOCO SOBRE ESTACAS EM CONCRETO ARMADO. 2014. 102f. TCC – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

Esta pesquisa estuda o comportamento de blocos rígidos de concreto armado sobre duas, três e quatro estacas, submetidos a esforço centrado, através de análise numérica. Os parâmetros de pré-dimensionamento e carregamento adotados foram baseados em trabalhos de autores consagrados no tema, variando-se as dimensões dos pilares, blocos e estacas a fim de encontrar variações no fluxo de tensões e comportamento geral dos modelos. Para a modelagem dos blocos foi utilizado o *software SAP2000* © 2013, que faz as análises através do método dos elementos finitos. Foi considerado o comportamento elástico-linear dos materiais e os resultados de interesse foram os fluxos de tensões em suas direções principais. Fez-se uma comparação entre os modelos desenvolvidos e os estudados na revisão bibliográfica. Pôde-se concluir que os modelos analíticos existentes na literatura são mais conservadores que os modelos numéricos e que o espraçamento das tensões na base do pilar difere do método de bielas e tirantes desenvolvido por Blévo (1967). Percebeu-se que a variação geométrica dos blocos influenciou na distribuição dos esforços ao longo dos modelos, sendo que houve comportamento semelhante entre os blocos de duas, três e quatro estacas.

Palavras-chave: Blocos sobre estacas, fundações, concreto armado, bielas e tirantes.

ABSTRACT

KVAS, Cleverson F., MARCOS, Henrique N. S. **COMPUTATIONAL ANALYSIS OF PILE CAPS IN REINFORCED CONCRETE**. 2014. 102p. TCC – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

The objective of this research is to study the reinforced concrete's performance when submitted a centered load to two, three or four pile caps through numerical analysis. The parameters of pre-sizing and loading adopted were based on works by renowned authors on the subject, varying the dimensions of the pillars, pile caps and piles in order to find variations in the stress paths and general behavior of the models. For the pile caps modeling, used the software SAP2000 © 2013, that makes the analysis by the finite element method. For practical purposes, the material behavior was considered linear elastic and the results of interest were the stress paths in their main directions. Made a comparison between developed models and studied in the literature review. It was concluded that the existing analytical models in the literature are more conservative than the numerical models and the spreading of the stress at the base of the pillar differs from the strut and tie method developed by Blévoit (1967). Perceives that the geometric variation of the pile caps affected the distribution of the loading over the models, and there was similar behavior between the pile caps of two, three and four piles.

Keywords: Pile caps, foundation, reinforced concrete, strut-and-tie.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACI - American Concrete Institute

NBR – Norma brasileira

UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

TCC – Trabalho de conclusão de curso

CEB – Comité Euro-internacional du Béton

FIB – Fédération Internationale du Béton

MEF – Método dos elementos finitos

CPU - Central Processing Unit

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Bloco sobre estacas.....	17
Figura 2 - Modelo de armadura em arco de Hobbs e Stein (1957)	22
Figura 3 - Modelos armados com barras lisas com ganchos de Blévet (1967) 23	23
Figura 4 - Modelos armados com barras lisas sem ganchos de Blévet (1967) 23	23
Figura 5 - Definição da geometria dos blocos sobre duas estacas de Blévet (1967).....	24
Figura 6 - Arranjo das armaduras no bloco sobre três estacas de Blévet (1967)	24
Figura 7 - Arranjo das armaduras no bloco sobre quatro estacas de Blévet (1967).....	25
Figura 8 - Detalhe das armaduras ensaiadas por Mautoni (1972)	27
Figura 9 - Detalhe das armaduras ensaiadas por Taylor e Clarke (1976).....	28
Figura 10 - Tipos de ancoragem ensaiados por Taylor e Clarke (1976)	28
Figura 11 - Tipos de rupturas observados por Taylor e Clarke (1976).....	29
Figura 12 - Detalhe das armaduras ensaiadas por Adebar <i>et al.</i> (1990).....	30
Figura 13 - Detalhe das tensões de compressão de Adebar <i>et al.</i> (1990)	32
Figura 14 - Numeração das estacas dos modelos ensaiados por Miguel (2000)	34
Figura 15 - Malha de elementos finitos de Munhoz (2004)	35
Figura 16 - (a) Formação das bielas de compressão (b) Bielas de compressão modelo numérico (azul) e modelo de Blévet (vermelho) por Munhoz (2004) ...	36
Figura 17 - (a) Trajetória de tensões (b) Proposta de modelo de bielas e tirantes de Munhoz (2004)	37
Figura 18 - Exemplo do fluxo de tensões principais de compressão (a) e tração (b).....	40
Figura 19 - Modelo de bielas e tirantes proposto para força centrada de Delalibera (2006).....	41
Figura 20 - Exemplo de regiões B e D; Schafer e Schlaich (1988) <i>apud.</i> Oliveira (2009).....	42
Figura 21 - Exemplo de aplicação do processo do caminho de carga em uma viga-parede: a) a estrutura e suas ações no contorno; b) o caminhamento das ações externas; c) as linhas do polígono; d) o modelo; e e) o equilíbrio dos nós. Silva e Giongo (2000) <i>apud.</i> Oliveira.....	43
Figura 22 - Configuração típica dos campos de tensão de compressão; Tjhin e Kuchma (2002) <i>apud.</i> Oliveira (2009).	44
Figura 23 - Exemplo de nós contínuos (A) e singulares (B); Silva e Giongo (2000) <i>apud.</i> Oliveira (2009).....	47
Figura 24 - Definição da geometria dos blocos sobre duas estacas de Blévet 49	49
Figura 25 - Definição da geometria dos blocos sobre duas estacas de Blévet 49	49

Figura 26 - Polígono de forças	50
Figura 27 - Área de verificação das bielas	50
Figura 28 - Dimensões para definição do bloco rígido; CEB (1970).....	54
Figura 29 - Seção S1; CEB (1970).....	55
Figura 30 - Seção S2; CEB (1970).....	57
Figura 31 - Largura da Seção S2; CEB (1970).....	57
Figura 32 - Seção de referência para verificação da força cortante; CEB (1970)	58
Figura 33 - Exemplos de elementos unidimensionais	61
Figura 34 - Exemplos de elementos bidimensionais	62
Figura 35 - Exemplos de elementos tridimensionais.....	63
Figura 36 - Parâmetros dos blocos de duas estacas	65
Figura 37 - Parâmetros dos blocos de três estacas	66
Figura 38 - Parâmetros dos blocos de quatro estacas	66
Figura 39 - Elemento de tensões de Mohr	72
Figura 40 – Sólido cúbico	73
Figura 41 – Malha de elementos finitos utilizada (A) Bloco de duas estacas; (B) Bloco de três estacas; (C) Bloco de quatro estacas.....	74
Figura 42 – Campos de tensões mínimas dos modelos A1.1 (A) e A1.2 (B) em E-3 kN/cm ²	75
Figura 43 - Detalhe da concentração de carga nodal no topo da estaca. Modelos A 2.1 (A) e A 2.2 (B) em E-3 kN/cm ²	76
Figura 44 – Comparação das bielas de compressão do modelo numérico com o de Blévoit (1967) em E-3 kN/cm ²	77
Figura 45– Campos de tensões de máximas dos modelos A4.1 (A) e A4.2 (B) em E-3 kN/cm ²	77
Figura 46 – Direcionamento de tensões principais do elemento do modelo A 4.1 em E-3 kN/cm ²	78
Figura 47 – Cortes esquemáticos do bloco de três estacas.....	79
Figura 48 – Campos de tensões mínimas do modelo B 1.2. Corte A (A), corte B (B) em E-3 kN/cm ²	80
Figura 49 – Campos de tensões máximas do modelo B 3.1 em E-3 kN/cm ² ...	80
Figura 50 – Campos de tensões máximas. Modelo B 3.1 (A), modelo B 3.2 (B) em E-3 kN/cm ²	81
Figura 51 – Campos de tensões mínimas. Modelo C 2.1 (A) e modelo C 2.2 (B) em E-3 kN/cm ²	82
Figura 52 – Direcionamento de tensões principais do elemento do modelo C 2.1 em E-3 kN/cm ²	83
Figura 53 – Tensões máximas no bloco de quatro estacas modelo C 1.2 em E- 3 kN/cm ²	83
Figura 54 – Tensão de compressão no canto do bloco de quatro estacas C 1.2 em E-3 kN/cm ²	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tipos de blocos	65
Tabela 2 – Dimensões dos blocos analisados	67
Tabela 3 – Verificação da aplicabilidade dos métodos.....	69
Tabela 4 – Valores de módulo de elasticidade tangencial	70
Tabela 5 – Valores de cargas e tensões dos modelos.....	71

LISTA DE SÍMBOLOS

γ_n	Coeficiente de majoração para elementos especiais
a_p	Área do pilar
d	Altura útil do bloco sobre estacas
L	Espaçamento entre os centros das estacas
θ	Inclinação da biela de compressão
f_{ck}	Resistência característica do concreto
μ_{crit}	Taxa de armadura crítica
σ_{re}	Tensão real do concreto a compressão
σ_e	Limite de escoamento da armadura
β	Inclinação da linha que liga o centro do pilar ao centro da estaca
h	Altura do bloco de concreto
h_x	Largura do pilar
T_p	Tirante principal
T_f	Tirante secundário
R_{st}	Força de tração no tirante
R_{cc}	Força de compressão na biela
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto
ε_{cu}	Deformação de compressão máxima do concreto
$\sigma_{Rd,max}$	Tensão de cálculo da biela de concreto
v'	Coeficiente de redução da resistência do concreto
A_s	Área de aço do bloco de concreto
γ_f	Coeficiente de majoração dos esforços
b_p	Diâmetro da estaca
F_d	Carregamento de cálculo

R_{cb}	Força que comprime a biela
A_e	Área da seção transversal da estaca
A_{be}	Área da seção transversal da biela junto à estaca
A_{bp}	Área da seção transversal da biela na base do pilar
σ_{cbp}	Tensão normal na biela junto a base do pilar
σ_{cbe}	Tensão normal na biela junto à estaca
$\sigma_{cb, lim}$	Tensão limite da biela
α	Coefficiente de ajuste entre resultados numéricos e experimentais
l_c	Distância horizontal entre a lateral do pilar e o centro da estaca
n	Número de barras por unidade de largura
ϕ	Diâmetro da barra de aço
η_1, η_2 e η_3	Coefficientes para determinação da resistência de ancoragem
f_{bd}	Resistência de aderência de cálculo na ancoragem de armaduras
$f_{ctk, inf}$	Resistência característica do concreto à tração com valor inferior
f_{ctd}	Resistência de cálculo de tração do concreto
f_{ctm}	Resistência média de tração do concreto
γ_c	Coefficiente de majoração dos esforços para $f_{ctk, inf}$
V_d	Força cortante de referência
$V_{d, lim}$	Força cortante limite
$R_{d, lim}$	Reação limite da estaca
σ_x, σ_y e σ_z	Componentes normais
τ_{xy}, τ_{yz} e τ_{zx}	Componentes de esforço cortante
u, v e w	Campo de deslocamentos
E_{ci}	Módulo de deformação tangente
E	Módulo de elasticidade

ν	Coeficiente de Poisson
A	Coeficiente de expansão térmica
G	Módulo de cisalhamento
ρ	Massa específica do concreto
γ	Peso específico do concreto
min	Minutos
GHz	Gigahertz
GB	Gibabyte

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVO GERAL	19
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
1.3	JUSTIFICATIVA	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	21
2.2	ESTUDOS EXPERIMENTAIS.....	22
2.2.1	ENSAIOS DE HOBBS E STEIN (1957) APUD DELALIBERA (2006) .	22
2.2.2	ENSAIOS DE BLÉVOT E FRÉMY (1967) APUD DELALIBERA (2006) E OLIVEIRA (2009).....	22
2.2.3	ENSAIOS DE MAUTONI (1972) APUD DELALIBERA (2006) E OLIVEIRA (2009)	26
2.2.4	ENSAIOS DE TAYLOR E CLARKE (1976) APUD DELALIBERA (2006) E OLIVEIRA (2009).....	28
2.2.5	ENSAIOS DE ADEBAR, KUCHMA E COLLINS (1990) APUD DELALIBERA (2006), OLIVEIRA (2009) E RAMOS (2007)	30
2.3	ESTUDOS TEÓRICOS (NUMÉRICOS E/OU ANALÍTICOS).....	32
2.3.1	MIGUEL (2000) APUD OLIVEIRA (2009) E MUNHOZ (2007).....	32
2.3.2	MUNHOZ (2004).....	34
2.3.3	DELALIBERA (2006).....	37
2.3.4	OLIVEIRA (2009)	42
2.4	MÉTODOS PARA DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS.....	48
2.4.1	MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES.....	48
2.4.1.1	BLOCOS SOBRE DUAS ESTACAS	48
2.4.2	MÉTODO DO CEB-FIP – BOLETIM 73 (1970)	53
2.5	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	59
3	ANÁLISE DE BLOCOS SOBRE ESTACAS	64
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	64
3.2	MODELOS ADOTADOS	64
3.3	MODELAGEM NUMÉRICA.....	71

3.4	ANÁLISE NUMÉRICA	74
3.4.1	BLOCO DE DUAS ESTACAS	75
3.4.2	BLOCOS SOBRE TRÊS ESTACAS.....	79
3.4.3	BLOCOS SOBRE QUATRO ESTACAS.....	81
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	85
4.1	CONCLUSÕES	85
4.2	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	87
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
	APÊNDICE A – Bloco sobre duas estacas	90
	APÊNDICE B – Bloco sobre três estacas	95
	APÊNDICE C – Bloco sobre quatro estacas	101

1 INTRODUÇÃO

A escolha do tipo de fundação aplicado em uma estrutura é determinada através de estudos e ensaios físicos que aplicam o comportamento do solo onde a edificação será apoiada, além de critérios financeiros. A escolha do modelo de estacas surge a partir do momento que o solo não é capaz de suportar ações originadas na supraestrutura em suas camadas originais e necessita do apoio nas camadas mais profundas (OLIVEIRA, 2009).

Os blocos sobre as estacas de concreto armado são elementos estruturais cuja função é receber os esforços oriundos da supraestrutura (Força F) e transmiti-los ao grupo de estacas interligadas (Forças R), como demonstrado na Figura 1 (DELALIBERA, 2006).

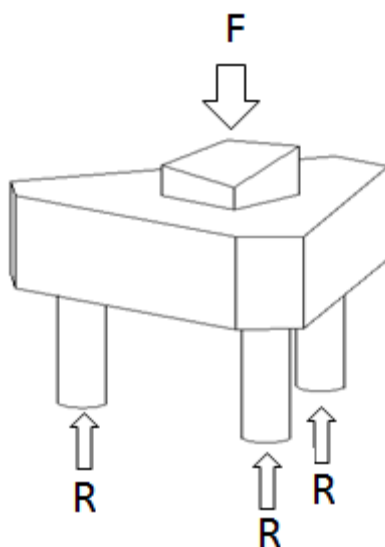


Figura 1 - Bloco sobre estacas
Adaptado de Munhoz (2007)

Na NBR 6118:2007 os blocos de concreto armado são tratados como elementos especiais, rígidos ou flexíveis, que devem ser calculados e dimensionados por modelos teóricos apropriados, onde solicitações são majoradas por um coeficiente adicional γ_n , conforme a NBR 8681:2003. Para os blocos tridimensionais podem ser utilizadas a análise não-linear, que leva em conta a perda de rigidez do modelo, a plástica, feita em função da tensão

de cedência do material ou a linear, que explora a superposição de efeitos. A análise linear deve ser realizada utilizando um procedimento numérico, como diferenças finitas e elementos finitos ou o modelo analítico de biela e tirante.

O modelo proposto por Blévoit, em 1967, que usa o conceito de bielas e tirantes para dimensionamento de blocos de fundação, é o mais utilizado pelos projetistas estruturais. O método baseia-se na inserção de treliças tridimensionais que são submetidas às ações de tração e compressão, onde as barras tracionadas são chamadas de tirantes e as barras comprimidas são ditas bielas. Assim, no cálculo dos esforços no bloco, deve-se considerar a resistência à compressão do concreto e a resistência à tração do aço. Essa análise é normalmente aplicada quando existem apenas esforços centrados, sendo que quando houver forças excêntricas, recomenda-se utilizar o máximo esforço em todas as estacas (DELALIBERA, 2006).

A análise numérica compreende a aplicação do Método dos Elementos Finitos, técnica utilizada para a obtenção de soluções aproximadas de equações diferenciais. Ele é baseado em aproximações do tipo polinomial nodal em subdomínios, o que implica em processos de discretização dos domínios que podem ter geometrias irregulares arbitrárias (PAVANELLO, 2011).

A presente abordagem proposta neste trabalho baseia-se em uma análise elástico-linear dos blocos rígidos por meio da modelagem computacional no *software SAP2000* © 2013. O programa de análise de estruturas utiliza o método dos elementos finitos, desenvolvido pela empresa *Computers and Structures Inc.*, capaz de aplicar não apenas análises lineares de estruturas estáticas, mas também de diversos tipos de configurações, como dinâmicas, flambagens, colapsáveis, entre outras (CSI, 2014).

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral é a análise numérica, elástico linear, das tensões e deformações de blocos rígidos de fundação de concreto armado com duas, três ou quatro estacas, utilizando o método dos elementos finitos, de acordo com os padrões definidos pela NBR 6118:2007.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar um estudo paramétrico das diferenças nas distribuições de tensões nos blocos de concreto, quando alteradas suas características geométricas, como altura, largura e comprimento, submetidos às cargas de compressão;
- Avaliar características pertinentes dos modelos numéricos com relação à teoria consagrada na literatura.

1.3 JUSTIFICATIVA

No vigésimo segundo capítulo da NBR 6118:2007, onde são tratados os elementos especiais, define-se para o cálculo de blocos rígidos de um modelo arbitrário, que contemple adequadamente os aspectos do comportamento estrutural da peça e para o caso de esforços horizontais significativos ou forte assimetria, o modelo deve contemplar a iteração solo-estrutura. Desta forma os resultados deste trabalho podem auxiliar projetistas na desenvoltura da escolha do método de cálculo, que será indicado a partir da aproximação do método biela-tirante com o modelo computacional analisado.

Outro aspecto relevante são as divergências que os métodos usuais baseados nos ensaios de Blévat (1967) trazem com relação à norma brasileira e ao boletim do CEB-FIP (1970).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Segundo Munhoz (2007) os blocos sobre estacas são elementos estruturais de fundação cuja finalidade é transmitir às estacas as ações e cargas oriundas da supraestrutura. Fusco (1994) esclarece que os blocos de fundação devem ser peças suficientemente rígidas para que sua deformabilidade não afete nem os esforços atuantes no solo da fundação, nem os esforços solicitantes da supraestrutura.

Os blocos são estruturas tridimensionais, ou seja, todas as dimensões possuem a mesma ordem de grandeza, tornando seu comportamento complexo, o que só aumenta com o número de estacas que englobam a peça. (MUNHOZ, 2007).

A partir do modelo de treliça proposto por Ritter (1899) e Mörsh (1903), admite-se a utilização das bielas comprimidas no cálculo dos esforços solicitantes dos blocos de fundação (OLIVEIRA, 2009). Fusco (1994) explica que a altura do bloco deve permitir a transmissão direta da carga da base do pilar para o topo das estacas através das bielas comprimidas, o que implica em uma geometria satisfatória para que a inclinação da biela atenda a uma coerente transmissão de esforços.

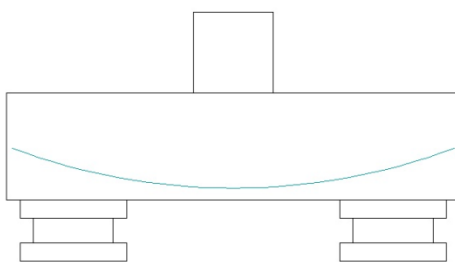
Desde 1957, quando Hobbs e Stein iniciaram ensaios em blocos, pesquisadores vem desenvolvendo trabalhos sobre o comportamento destas peças estruturais com estudos experimentais e teóricos (numéricos e/ou analíticos) com diversas abordagens diferentes dos aspectos relevantes de blocos seja armadura, concreto, número de estacas e geometrias das peças e também dos diversos métodos de cálculos.

2.2 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

2.2.1 ENSAIOS DE HOBBS E STEIN (1957) APUD DELALIBERA (2006)

Quando Hobbs e Stein (1957) iniciaram seus estudos, os blocos sobre estacas eram tratados como vigas, assim não existiam formulações que contemplassem no cálculo todas as tensões envolvidas no bloco. Hobbs e Stein (1957) estudaram o comportamento de blocos sobre duas estacas através de análises teóricas e experimentos, onde ensaiaram setenta blocos em escala reduzida na relação 1:3.

Os autores criaram uma solução analítica baseada na teoria da elasticidade bidimensional e compararam os resultados teóricos encontrados com os resultados obtidos em ensaio. Hobbs e Stein (1957) chegaram à conclusão que é possível economizar em área de aço da armadura principal se as barras do bloco forem curvas, conforme mostra a Figura 2.



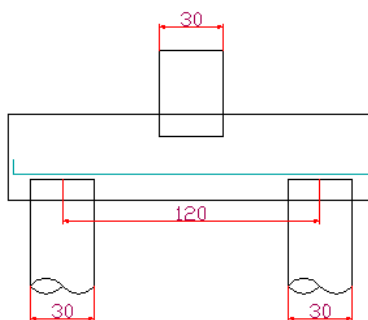
**Figura 2 - Modelo de armadura em arco de Hobbs e Stein (1957)
Adaptado de Hobbs e Stein (1957)**

2.2.2 ENSAIOS DE BLÉVOT E FRÉMY (1967) APUD DELALIBERA (2006) E OLIVEIRA (2009)

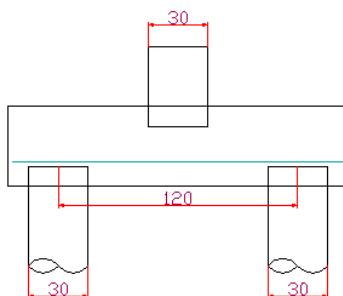
Blébot e Frémy (1967) realizaram ensaios em blocos sobre duas, três e quatro estacas submetidos a ação de carga centrada, a fim de analisar o estado de formação de fissuras e o estado limite último, com a variação da

disposição da armadura de tração, verificando a aplicabilidade da teoria das bielas para esses elementos estruturais. Foram ensaiados cem modelos de blocos.

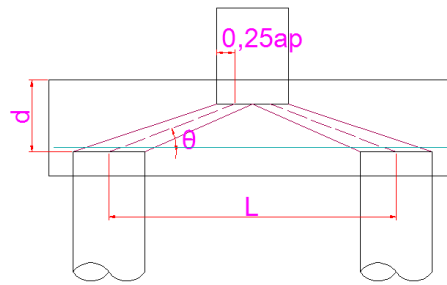
Para duas estacas, foram utilizados blocos com dimensões de 40,00 cm de largura, 120,00 cm de distância entre as estacas, sendo o diâmetro das estacas de 30,00 cm e a largura do pilar de seção quadrada de 30,00 cm. A inclinação da biela apresentava ângulo de 40° com a horizontal e a distância da face do pilar com a estaca era de 45,00 cm. Utilizaram-se duas disposições de armadura de tração, uma com gancho de ancoragem e a outra sem, conforme as Figuras 3 e 4, respectivamente. A Figura 5 trata da definição da geometria dos blocos ensaiados sobre duas estacas.



**Figura 3 - Modelos armados com barras lisas com ganchos de Blévo (1967)
Adaptado de Oliveira (2009)**



**Figura 4 - Modelos armados com barras lisas sem ganchos de Blévo (1967)
Adaptado de Oliveira (2009)**



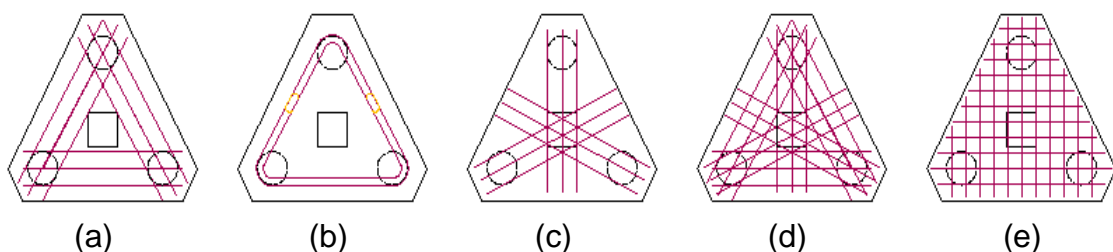
**Figura 5 - Definição da geometria dos blocos sobre duas estacas de Blévtot (1967)
Adaptado de Oliveira (2009)**

Observou-se que houve a ocorrência de diversas fissuras antes da ruína e esta ocorreu devido ao esmagamento da biela junto ao pilar ou junto da estaca ou as duas situações em simultâneo. Nos modelos onde não foi feito o gancho de ancoragem na armadura de tração, a armadura escorregava devido à falta da ancoragem.

A tensão de compressão na biela junto ao pilar excedeu em cerca de 40% o f_{ck} (resistência característica do concreto) e excedeu em 15% a força na armadura quando comparado ao valor recomendado.

A partir dos ensaios, Blévtot recomenda que a inclinação das bielas fique em torno de 45° e 55° , o que implica em uma altura útil do bloco entre 52,50 cm e 74,90 cm.

Com relação aos blocos de três estacas, utilizaram diferentes tipos de arranjos de armadura para a análise das fissuras, são elas: Armadura segundo os lados unindo as estacas (a), armadura em laço contornando as estacas (b), armadura disposta nas medianas passando pelo pilar (c), combinação entre lados (d) e medianas e armadura em malha (e). De acordo com a Figura 6.

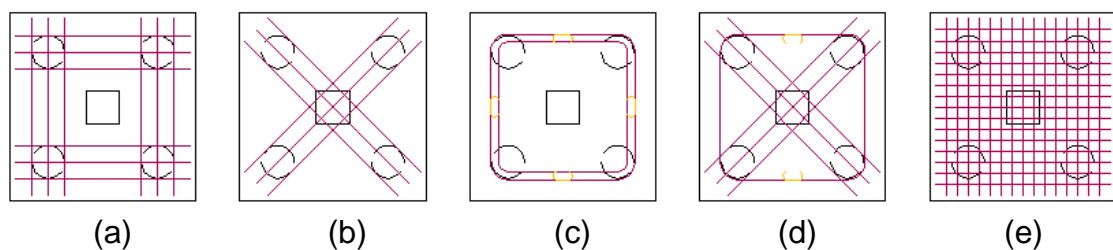


**Figura 6 - Arranjo das armaduras no bloco sobre três estacas de Blévtot (1967)
Adaptado de Delalibera (2006)**

Os modelos (a), (b) e (d), apresentaram-se eficientes, desde que no modelo (d) as armaduras segundo os lados do bloco sejam preponderantes. Os blocos

com armadura em malha apresentaram força última por volta de 50% do valor calculado, isso se deve pela falta da armadura de suspensão, pois nas situações em que a distância entre as estacas for maior que três vezes o diâmetro das mesmas, faz-se se necessário dispor armadura de suspensão no banzo. Observou-se também que a ruína se deu a partir de fissuras saindo das estacas e rompendo parte do bloco. Para as inclinações das bielas entre 40° e 55° as forças de ruínas se deram maiores que as de cálculo, o contrário aconteceu para as inclinações menores que 40° e maiores que 55° .

Para os blocos com quatro estacas, optou-se também por cinco diferentes tipos de arranjo na armadura: Armadura segundo os lados do bloco (a), armadura segundo as diagonais (b), armadura em laço contornando a estaca (c), armadura combinada em laço com segundo as diagonais (d) e armadura em malha (e), conforme observa-se na Figura 7.



**Figura 7 - Arranjo das armaduras no bloco sobre quatro estacas de Blévo (1967)
Adaptado de Delalibera (2006)**

As armaduras (a) e (d) apresentaram a mesma eficiência, enquanto a em malha apresentou eficiência de 80%. Quanto à fissuração, o modelo (b) apresentou maior número da patologia para forças com pequenas intensidades, e o modelo em laço apresentou uma necessidade da utilização da armadura secundária em malha, uma vez que teve fissuração excessiva na face inferior.

2.2.3 ENSAIOS DE MAUTONI (1972) APUD DELALIBERA (2006) E OLIVEIRA (2009)

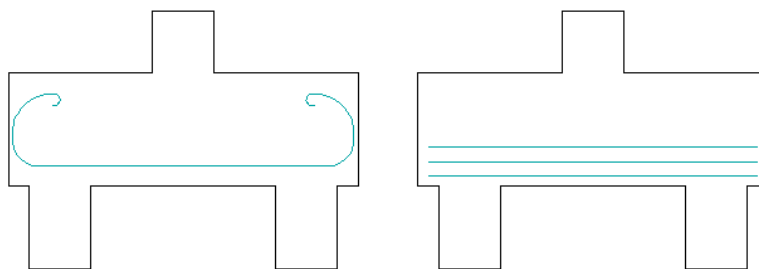
Mautoni (1972), através de ensaios de blocos sobre duas estacas, desenvolveu um método para determinar a força e o mecanismo de ruína por meio de uma expressão que leva em consideração a taxa crítica de armadura.

Segundo Mautoni (1972), se a taxa de armadura for inferior a μ_{crit} a ruína acontecerá por escoamento da armadura e se a taxa for maior que μ_{crit} , a ruína ocorrerá por cisalhamento no plano comprimido entre o pilar e a estaca, mostrado na Figura 8. O valor de μ_{crit} é encontrado pela expressão (2.1), onde σ_{re} é a tensão real do concreto à compressão e σ_e é o limite de escoamento da armadura.

$$\mu_{crit} = 100 \cdot \frac{1 - \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \alpha}}{1 + \text{tg}^2 \beta} \cdot \frac{\sigma_{re}}{\sigma_e} \quad (2.1)$$

Mautoni (1972) desenvolveu os modelos com o objetivo de analisar blocos sobre duas estacas, porém podem ser usados para estudo de consolos sem armadura de costura. Mautoni (1972) ensaiou 20 blocos com armadura laçada contínua na horizontal e armadura em bigode. Na armadura do tipo bigode, as barras tinham disposição inclinada, cada uma com dois trechos semicirculares combinados com ganchos nas extremidades, o que acreditava que melhoraria as condições de ancoragem da armadura. A armadura em laçada contínua foi disposta em camadas, onde suas extremidades eram semicirculares e separadas por um trecho central retangular.

A armadura do tipo bigode desenvolvida por Mautoni (1972) pode ter diversas desvantagens, como o maior consumo de aço para a execução e grande dificuldade na dobra da barra na forma curva. A armação em laçada contínua precisa de um raio mínimo para a armadura, o que dificulta a execução em blocos estreitos e ocorre a diminuição da altura útil quando existem muitas camadas.



**Figura 8 - Detalhe das armaduras ensaiadas por Mautoni (1972)
Adaptado de Oliveira (2009)**

Os blocos que Mautoni (1972) ensaiou possuíam largura de 15,00 cm e altura de 25,00 cm, estacas de 10,00 cm x 15,00 cm, separadas por distâncias variando em 31,00 cm, 32,00 cm, 35,00 cm, 40,00 cm e 45,00 cm, sendo que a altura útil variava entre 20,00 cm, 21,00 cm e 23,00 cm e pilares de 15,00 cm x 15,00 cm.

Mautoni (1972) definiu em seus modelos que a linha da biela partia do centro do pilar e terminava no centro da estaca, abordagem diferente da defendida por Blévot (1967), que considerava a biela partindo da metade da distância entre a face e o centro do pilar, assim sendo existem diferenças na inclinação da biela entre os modelos.

Nos ensaios, observou-se que a primeira fissura ocorreu no meio do vão, na região inferior do bloco, junto à armadura de tração, quando a carga atingiu aproximadamente 40% das forças de ruína. Quando as forças chegaram a 70% da força última, as fissuras se estabilizaram e se formavam paralelamente às bielas de compressão.

As ruínas dos modelos de Mautoni (1972) aconteceram por fendilhamento das bielas de compressão, apresentando plano de ruptura entre a face interna da estaca e a face interna do pilar, sendo assim a ruptura foi do tipo frágil, o que não é adequado. A melhor situação seria o prévio escoamento das barras da armadura do tirante, ocasionando assim, ruptura dúctil.

2.2.4 ENSAIOS DE TAYLOR E CLARKE (1976) APUD DELALIBERA (2006) E OLIVEIRA (2009)

Taylor e Clarke (1976) ensaiaram blocos quadrados com lado de 75,00 cm e 95,00 cm, onde o espaçamento entre as estacas era igual ao dobro do diâmetro das estacas, sendo que o diâmetro delas era de 20,00 cm. A altura total dos blocos foi mantida em 45,00 cm. Os pesquisadores variaram os modelos com três diferentes armaduras e quatro tipos de ancoragens, como mostrado nas Figuras 9 e 10.



Figura 9 - Detalhe das armaduras ensaiadas por Taylor e Clarke (1976)
Adaptado de Delalibera (2006)

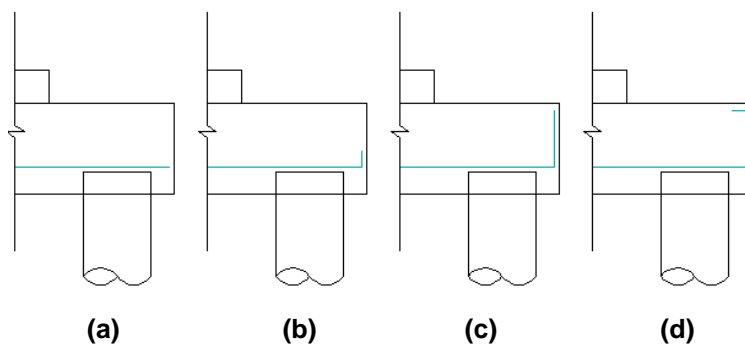
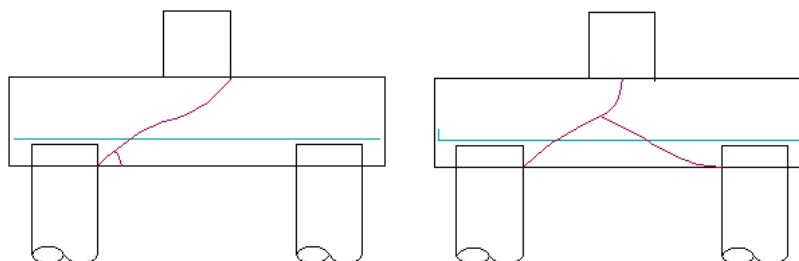


Figura 10 - Tipos de ancoragem ensaiados por Taylor e Clarke (1976)
Adaptado de Delalibera (2006)

Foram ensaiados 15 modelos reduzidos, com altura útil dos blocos fixada em 35,00 cm. Isso fazia com que as inclinações das bielas variassem em $39,52^\circ$ e $51,06^\circ$, usando como base o modelo de Mautoni (1972), onde a inclinação da biela era definida como a linha que liga o centro da base do pilar e a cabeça da estaca.

No início dos carregamentos, os blocos se comportaram de maneira semelhante, com fissuras verticais se formando nas linhas de eixo das estacas, nas quatro faces do bloco. Na maioria dos modelos a ruína aconteceu por fendilhamento, sendo que as fissuras diagonais se formaram bruscamente em duas ou mais faces do bloco. Taylor e Clarke (1976) observaram que houve duas formas diferentes de ruptura por fendilhamento, sendo uma delas parecida à ruína causada por cisalhamento nas vigas, com trincas partindo da lateral do engaste da estaca e chegando ao pilar de carregamento e a outra com trincas partindo de ambas as estacas e se unindo ao centro do pilar de carregamento, como mostrado na Figura 11.



**Figura 11 - Tipos de rupturas observados por Taylor e Clarke (1976)
Adaptado de Delalibera (2006)**

Nos blocos onde a ancoragem foi feita de acordo com a Figura 10 (a) e 10 (b) e distribuição de armadura segundo os lados, obteve-se forças últimas 15% superiores aos modelos com armadura em malha. Já nos blocos com armadura segundo as diagonais, os resultados obtidos foram praticamente os mesmos que os da armadura em malha, quando analisadas as forças últimas. Nos blocos com armaduras em malha, o tipo de ancoragem teve grande influência nas forças últimas, sendo que quando a ancoragem usada foi a da Figura 10

(c), houve um aumento na força última em 30%. Segundo Taylor e Clarke (1976) o aumento ocorreu pelo crescimento da capacidade de resistência à força cortante, uma vez que a ancoragem funcionou como armadura de suspensão. Utilizando a ancoragem da Figura 10 (d), nenhum aumento adicional nas forças últimas foi apontado.

2.2.5 ENSAIOS DE ADEBAR, KUCHMA E COLLINS (1990) APUD DELALIBERA (2006), OLIVEIRA (2009) E RAMOS (2007)

Adebar *et al.* (1990) estudaram os resultados de testes realizados em seis blocos sobre estacas, dimensionadas com o objetivo de investigar a conveniência de dimensionar blocos sobre estacas, usando modelos tridimensionais de biela-tirante. Os blocos possuíam altura de 600 mm e foram carregados através de um pilar de concreto armado, quadrado, que possuía 300 mm de lado e foram apoiados sobre escavas de 200 mm de diâmetro que estavam engastadas 100 mm dentro dos blocos.

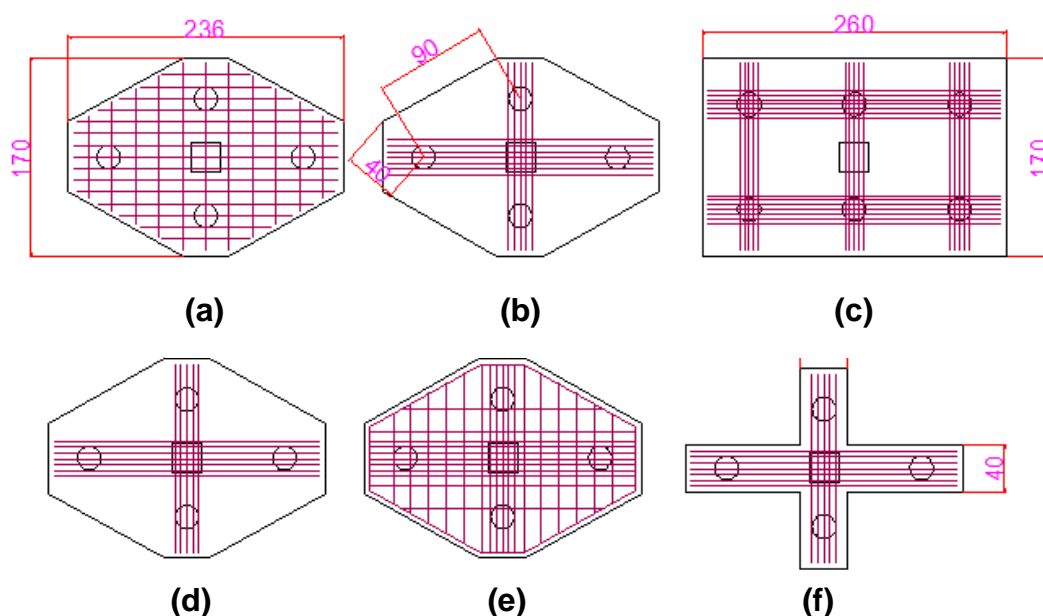


Figura 12 - Detalhe das armaduras ensaiadas por Adebar *et al.* (1990)
Adaptado de Delalibera (2006)

O dimensionamento dos modelos seguiram os critérios do *ACI (American Concrete Institute) 318 (1983)* e pelo Método das Bielas e Tirantes. No caso do modelo 12 (a), foi usado o dimensionamento segundo o *ACI 318 (1983)*, já nos modelos 12 (b), 12 (c) e 12 (d) foi usado o Método das Bielas e Tirantes. No modelo 12 (d) a armadura era o dobro da armadura do modelo 12 (b) e o modelo 12 (e) possuía as mesmas características do modelo 12 (d), porém com uma armadura distribuída segundo o *ACI 318 (1983)*. O modelo 12 (f) era igual ao modelo 12 (d), mas com os cantos de concreto retirados.

Nos ensaios, foram observadas as relações entre força e deslocamento, força distribuída entre as estacas, as deformações nas barras de armadura e forças de fissuração e ruína.

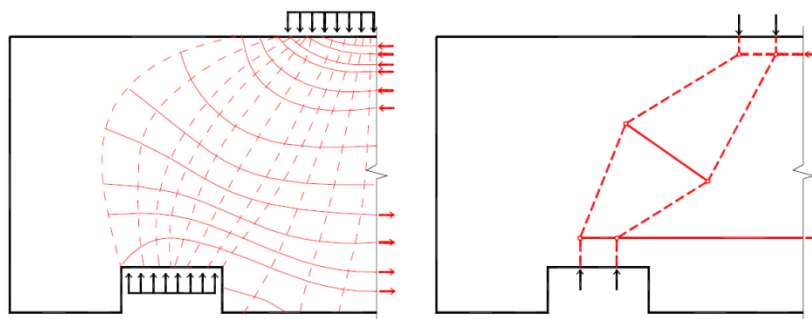
O modelo do bloco 12 (a) rompeu com cerca de 83% da força prevista utilizando os critérios do *ACI 318 (1983)*. Nos modelos 12 (b) e 12 (c) as duas estacas mais próximas ao pilar suportaram a maior parcela das forças inicialmente. Após o escoamento das barras de aço nas direções das estacas, o regime dos fluxos das forças foi alterado, mas não ocorreu uma redistribuição significativa das forças antes do colapso. Os modelos 12 (d) e 12 (e) ruíram antes do escoamento das armaduras. O bloco 12 (f) se comportou como duas vigas ortogonalmente interceptadas pelo meio, sendo que a ruína aconteceu por cisalhamento da viga mais curta, sem que ocorresse escoamento da armadura longitudinal.

Adebar *et al.* (1990) chegaram a conclusão que o dimensionamento pelos critérios do *ACI 318 (1983)* não eram adequados, visto que os cálculos não consideravam a altura útil do bloco e desprezavam a influência da quantidade e distribuição das barras da armadura longitudinal, por isso, os modelos ensaiados obtiveram resultados divergentes.

Os blocos que tinham grandes alturas sofreram grandes deformações pouco antes da ruína, uma vez que não tiveram flexibilidade suficiente para conseguir distribuir uniformemente as forças nas estacas. Adebar *et al.* (1990) observaram que os blocos não tiveram comportamento de vigas, que o modelo de bielas e tirantes representou o melhor comportamento estrutural dos blocos e que as bielas de compressão não romperam por esmagamento do concreto.

Os blocos ruíram depois de uma das bielas de compressão não suportar as forças de tração provocadas pela expansão das tensões de compressão, ou seja, a ruptura ocorreu por fendilhamento.

Através dos estudos, Adebar *et al.* (1990) sugeriram um modelo de bielas e tirantes mais refinado, onde as tensões de tração, que surgem quando as tensões de compressão se expandem entre os pontos de aplicação de força, são absorvidas por um tirante na região central da biela de compressão, posicionado entre a estaca e a base do pilar.



**Figura 13 - Detalhe das tensões de compressão de Adebar *et al.* (1990)
Fonte: Delalibera (2006)**

2.3 ESTUDOS TEÓRICOS (NUMÉRICOS E/OU ANALÍTICOS)

2.3.1 MIGUEL (2000) APUD OLIVEIRA (2009) E MUNHOZ (2007)

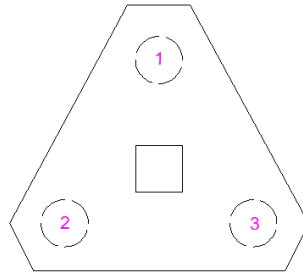
Miguel (2000), com o objetivo de verificar a formação de fissuras e o modo de ruína de blocos sobre três estacas, submetidos à ação de força central, realizou a análise numérica, pelo Método dos Elementos Finitos, e experimental de modelos em escala real. Em seus estudos, os modelos de análise numérica não possuíam armaduras e eram considerados como feitos de um concreto com propriedades elasto-plásticas. Já os modelos construídos, foram submetidos à ação de força centrada, sendo que eram igualmente

projetados com a mesma armadura principal, considerada nos lados dos blocos, e variando as armaduras adicionais e o diâmetro das estacas.

O pesquisador ensaiou nove modelos construídos, sendo que as estacas variavam entre 20,00 cm e 30,00 cm de diâmetro, onde foram ensaiados quatro tipos distintos de armadura. Os modelos *A1* tinham as armaduras principais segundo os lados, os modelos *A2* possuíam armaduras segundo os lados e armaduras segundo as medianas, os modelos *A3* tinham armaduras segundo os lados e armadura em malha e os modelos *A4* possuíam armadura segundo os lados e uma armadura em gaiola.

Nos ensaios, Miguel (2000) notou que os modelos *A2* obtiveram maiores forças de ruína e os modelos *A1* os menores. Os modelos *A3* e *A4* obtiveram forças de ruína similares. Observou-se que os modelos de blocos com estacas de diâmetro de 30,00 cm conseguiram atingir forças últimas maiores, sendo que os modelos *A1* e *A2* que tinham essa armadura atingiram valores de força última 21,00% e 28,00%, respectivamente, maiores que os mesmos blocos com estacas de 20,00 cm de diâmetro. Os blocos com as menores dimensões, quando chegaram à força de fissuração, atingiram a ruína com forças menores do que os com diâmetro maior. O pesquisador também observou que nos ensaios, a distribuição das forças nas estacas foi uniforme em todos os modelos.

Outra constatação refere-se à distribuição de forças nas estacas, onde se percebeu que não houve uniformidade em nenhum dos modelos ensaiados. A estaca número 1 (Figura 14) recebeu menores valores da ação aplicada em relação às estacas 2 e 3 (Figura 14), isto ocorreu devido à geometria do bloco onde a distância com relação ao pilar, ponto onde a carga é aplicada, é diferente entre o ponto 1 com relação aos pontos 2 e 3 conforme mostra a Figura 14.



**Figura 14 - Numeração das estacas dos modelos ensaiados por Miguel (2000)
Adaptado de Munhoz (2004)**

Miguel (2000) conseguiu concluir, através de seus estudos, que o Método das Bielas é mais conservativo, pois as forças últimas teóricas obtidas pelas expressões de Blévoit (1967) foram menores do que as forças obtidas experimentalmente. A relação entre a tensão de compressão na zona nodal inferior e resistência à compressão foi maior nos blocos de escacas com 20 cm, já nos blocos com estacas de 30 cm, houve maiores relações entre as tensões de compressão na zona nodal superior e resistência à compressão. A armadura secundária, constituída por estribos verticais e horizontais, reduziu a quantidade de fissuras abertas nas faces, já as barras distribuídas na base não contribuíram para a redução das aberturas de fissuras nas faces, porém ajudou a diminuir o número de fissuras na base. Miguel (2000) concluiu que todos os blocos ruíram por fendilhamento das bielas de compressão, sendo que houve expansão do fluxo de tensões, somado ao escoamento das barras das armaduras.

2.3.2 MUNHOZ (2004)

Com o intuito de contribuir para os critérios de projeto e sugerir um modelo mais refinado de Bielas e Tirantes, Munhoz (2004) realizou um estudo sobre o comportamento de blocos de concreto armado sobre estacas submetidas à

ação de carga centrada. A análise se deu via Método dos Elementos Finitos, considerando um comportamento elástico linear dos materiais.

Foram analisados 33 modelos, com variação nos diâmetros de estacas (30,00 cm, 35,00 cm e 40,00 cm), pilares e na quantidade de estacas (uma, duas, três, quatro e cinco), e para os blocos com cinco estacas, variou a altura do modelo. Conforme a Figura 15.

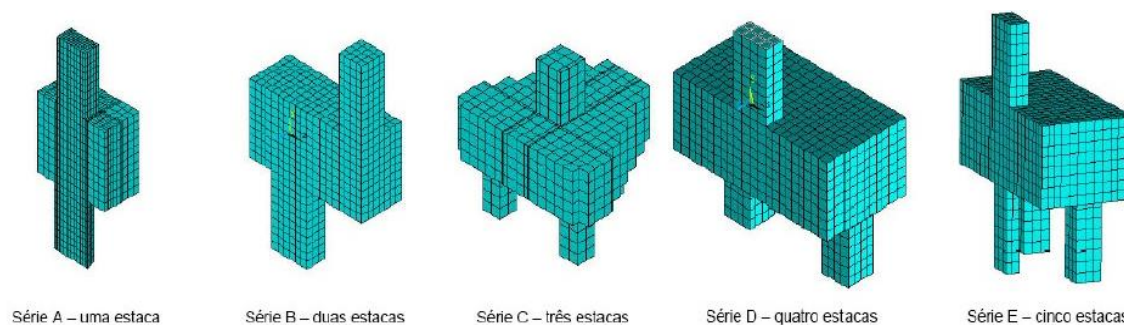


Figura 15 - Malha de elementos finitos de Munhoz (2004)
Fonte: Munhoz (2004)

Exceto para o modelo de três estacas, foram aproveitados a simetria dos blocos. A altura dos pilares foi modelada como sendo a mesma que as das estacas, procedimento que também é adotado, normalmente, para ensaios em laboratório. A ação aplicada na área do pilar foi de pressão e o movimento do modelo foi restringido nas três direções, para que fosse possível estudar o comportamento do bloco apenas, mantendo condições coerentes com a de um ensaio experimental.

Através de simulação numérica, foram analisadas as tensões nas direções principais. Após comparar os resultados obtidos na análise numérica e os resultados obtidos pelos modelos analíticos usados para dimensionamento de blocos, Munhoz (2004) concluiu que existe uma grande variabilidade entre os métodos, diferenças que chegaram até 30% para modelos de blocos sobre duas estacas.

Nas análises numéricas Munhoz (2004) constatou que na formação das bielas de compressão para blocos sobre duas estacas os campos de tensão nodal próximo ao pilar se formam além da seção do pilar e não na seção

conforme o modelo de Blévat (1967), além de iniciarem no interior da estaca. Por meio da aproximação gráfica pode-se notar a diferença entre o modelo numérico e o analítico conforme mostra a Figura 16.

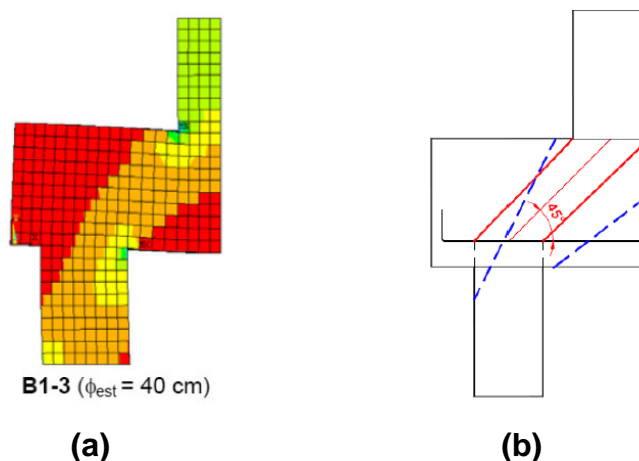


Figura 16 - (a) Formação das bielas de compressão (b) Bielas de compressão modelo numérico (azul) e modelo de Blévat (vermelho) por Munhoz (2004)
Fonte: Munhoz (2004)

Na Figura 16 (b) mostra-se em linha vermelha contínua o modelo proposto por Blévat (1967). Em linha azul tracejada mostra-se uma idealização dos campos de compressão obtidos pela análise numérica. Esta análise indica também uma grande diferença no ângulo de inclinação da biela. A análise gráfica aproximada não mostra com fidelidade a realidade, mas de qualquer maneira é válida.

Com os resultados obtidos, Munhoz (2004) sugeriu um modelo um pouco mais refinado que os analíticos existentes (Figura 18), que pode ser aplicado apenas nas geometrias modeladas por Munhoz (2004), uma vez que não se trata de um modelo geral e as tensões agiriam de maneira diferente.

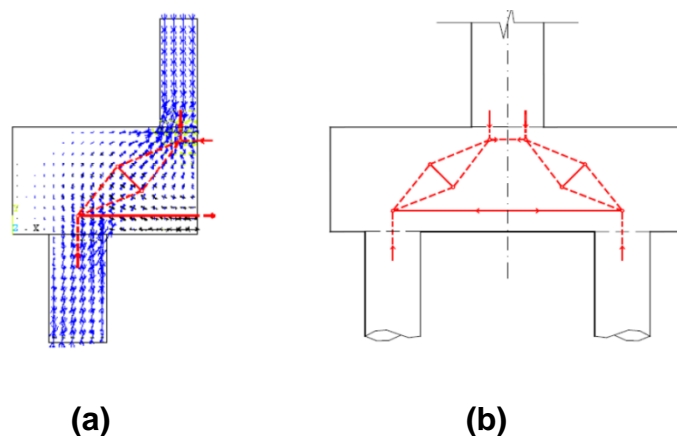


Figura 17 - (a) Trajetória de tensões (b) Proposta de modelo de bielas e tirantes de Munhoz (2004)
Fonte: Munhoz (2004)

As linhas tracejadas tratam-se das bielas comprimidas e as contínuas dos tirantes tracionados. Fazendo uma análise conjunta dos campos de tensão e das trajetórias de tensões obtidas, Munhoz (2004) apresenta o modelo de Adebar *et al.* (1990) como o mais coerente, pois utilizou seu modelo para obter a treliça mostrada na Figura 17. O modelo refinado proposto pelo autor sugere um tirante onde os campos de tensão se expandem e são produzidos tensões de tração.

2.3.3 DELALIBERA (2006)

Delalibera (2006) analisou numérica e experimentalmente, o comportamento de blocos sobre duas estacas submetidos à esforço central e excêntrico, a fim de estudar a formação de bielas de compressão, a contribuição dos ganchos da armadura principal e propor um modelo de biela e tirantes mais refinado que os existentes. Delalibera (2006) analisou experimentalmente quatorze blocos sobre duas estacas, onde variou os arranjos das armaduras, o ângulo de inclinação das bielas de compressão, através da mudança de altura do bloco, as seções transversais dos pilares e a posição da aplicação da força de

compressão. Os estudos realizados seguiram as recomendações descritas por Blévot (1967) e pela NBR 6118:2007.

Delalibera (2006) observou nos ensaios experimentais que todos os blocos apresentaram comportamento parecido, onde a primeira fissura surgiu na parte inferior dos blocos, junto à estaca e se propagou até a face superior do bloco, na base do pilar. As fissuras seguintes surgiram ao longo do ensaio, com inclinações parecidas a da primeira fissura. Os blocos apresentaram grandes fissuras, porém só deixaram de resistir à força aplicada quando ocorreu a ruptura do concreto junto ao pilar. Ocorreu a diminuição no valor da força última, em função das tensões de tração existentes na direção perpendicular as bielas de compressão, nos modelos que não possuíam armaduras complementares. Já os modelos com armadura complementares apresentaram maior capacidade, portanto, com diminuição do fendilhamento.

Os modelos apresentaram ruína caracterizada por esmagamento do concreto e cisalhamento, ou seja, depois de ocorrer o esmagamento do concreto junto ao pilar ou à estaca, se formou um plano de ruptura ao longo da altura do bloco provocado pela ação de força cortante. Constatou-se que os modelos, onde o ângulo de inclinação da biela de compressão era de $54,5^\circ$, apresentaram mais resistência do que os modelos onde o ângulo da biela era de 45° . Os modelos que possuíam pilares com seção transversal retangular suportaram maiores cargas que os modelos com pilares quadrados, uma vez que os pilares retangulares a área da biela de compressão junto ao pilar é aumentada. As deformações das barras de aço foram menores que a tensão de escoamento, assim como as forças de tração nos tirantes, obtidas através de suas deformações, também foram menores que as propostas pelo modelo de Blévot e Frémy (1967).

Delalibera (2006) concluiu que os modelos propostos por Blévot e Frémy (1967) são muito conservativos, onde as forças de projeto eram bem menores das encontradas nos ensaios. Se, o Estado Limite de Abertura de Fissuras for considerado atingido para valores de força de projeto, os blocos apresentariam fissuras a partir de 49% de força de projeto, ou seja, apenas 20% da força última. O pesquisador constatou que os ganchos não

interferiram em nada no que se diz respeito à força última do bloco, porém a utilização de menor área de armadura principal de tração causaria o escoamento dos tirantes e assim seria possível verificar a eficácia dos ganchos.

Delalibera (2006) observou que apenas parte da estaca é solicitada de maneira mais intensa, uma vez que nos ensaios as deformações foram bem pequenas nas seções dos blocos sobre as seções das estacas mais próximas das extremidades dos blocos, se comparadas com as intensidades das tensões das seções dos blocos situados sobre as seções das estacas mais afastadas das extremidades dos blocos. Com relação à zona nodal superior, foi observado que existe grande concentração de tensões logo abaixo da base do pilar, assim sendo, é coerente considerar que metade da área da seção transversal do pilar é solicitada pela metade da força aplicada no topo do pilar.

Os modelos analisados numericamente por Delalibera (2006) obtiveram resultados com as mesmas tendências dos modelos experimentais. Através do fluxo de tensões principais de compressão, observou-se que existem maiores concentrações de tensões nas zonas nodais inferior, ou seja, junto à estaca na seção mais afastada da borda do bloco, e superior. Não ocorreram expansões do fluxo das tensões de compressão ao longo da altura do bloco, assim como observado nos ensaios experimentais. As tensões de tração ao longo da armadura principal foram resultados similares aos valores experimentais, sendo que as maiores tensões apareceram na seção de meio de vão do bloco, diminuindo sensivelmente nas seções junto à estaca.

Delalibera (2006) explica que mesmo os modelos numéricos tendo apresentado resultados bem próximos dos obtidos nos ensaios experimentais, em relação à força última principalmente, todos os modelos se mostraram mais rígidos que os experimentais. Isso pode ter ocorrido pela acomodação dos protótipos no início dos ensaios, a suposição de aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto do entorno e a ligação perfeita entre as estacas do bloco.

As análises dos fluxos de tensões obtidos nas análises numéricas mostraram a geometria das bielas de compressão e, através disso, foi proposto

um modelo de biela e tirante que leva em consideração a geometria das bielas de compressão e a posição da força de compressão no topo do pilar. Também foi possível observar que existem tensões de tração ao longo das bielas de compressão, assim Delalibera (2006) sugeriu uma área de armadura mínima para absorver as tensões de tração perpendiculares às bielas.

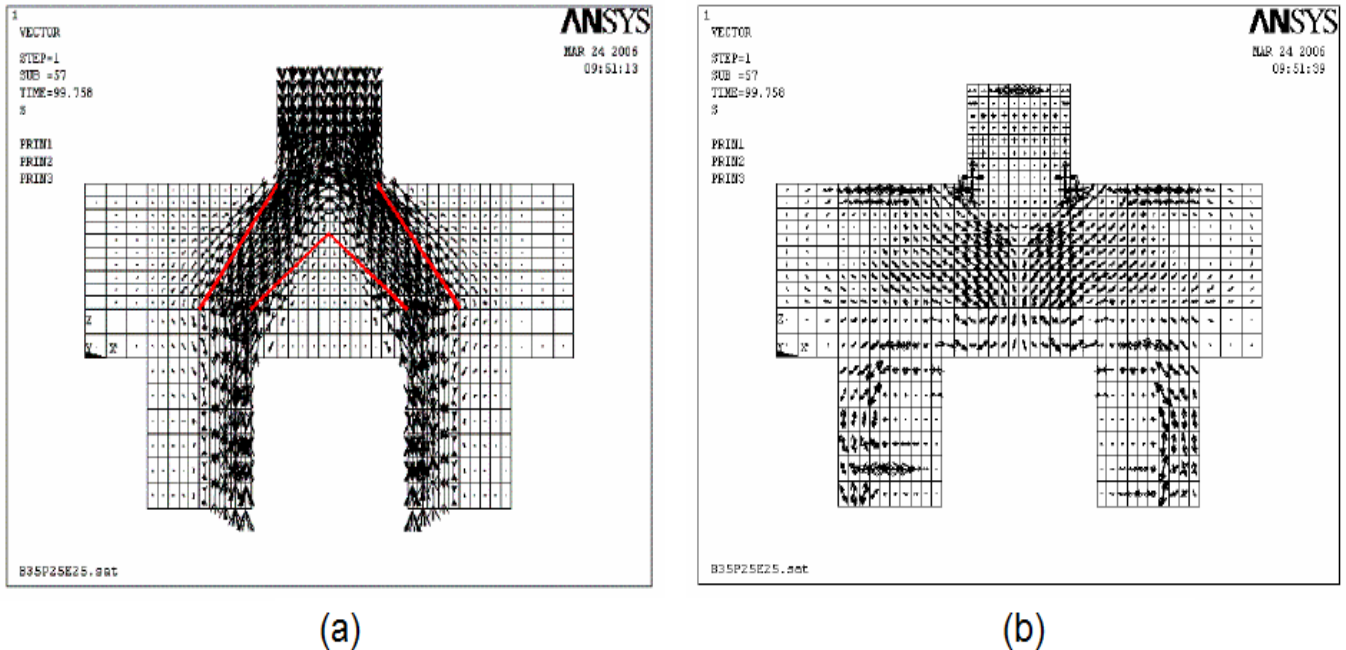


Figura 18 - Exemplo do fluxo de tensões principais de compressão (a) e tração (b)
Fonte: Delalibera (2006)

As barras de aço tiveram comportamento semelhante com os resultados obtidos nas análises experimentais. Na armadura principal de tração do tirante as máximas tensões ocorreram na seção de meio de vão do bloco e nas seções sobre as estacas sofreram reduções em função da ação favorável das bielas. Notou-se que os estribos horizontais sofreram ações de tração quando atravessaram as regiões das bielas. Com relação à flexo-compressão das estacas, pôde-se concluir que as barras de aço das estacas apresentaram tensões de diferentes intensidades e em alguns casos, as barras mais próximas da borda do bloco foram tracionadas.

Através dos dados analisados nos modelos experimentais e numéricos, Delalibera (2006) desenvolveu um modelo de dimensionamento de blocos

sobre duas estacas baseado na analogia de Bielas e Tirantes, em função da distribuição do fluxo de tensões principais de compressão. Nos ensaios, apenas uma parte da estaca foi solicitada de maneira mais intensa, assim admitiu-se, por questões de segurança, que a zona nodal inferior seja composta por apenas metade da área da estaca. Também foi considerada uma armadura para absorver as tensões perpendiculares à direção da biela, chamada de armadura de fendilhamento.

Delalibera (2006) definiu que as bielas de compressão estejam delimitadas pelas linhas, em vermelho, que unem as regiões nodais inferiores e superiores, como mostrado na Figura 19. As verificações das tensões nas zonas nodais inferiores e superiores são feitas em função da área da seção transversal da estaca, da seção transversal do pilar e do ângulo da biela de compressão, onde as tensões limites foram definidas através dos resultados obtidos nos ensaios experimentais. As linhas traço e ponto, em azul, representam as bielas e as linhas contínuas em azul representam os tirantes, onde se observa que os tirantes utilizados para absorver as tensões de tração existentes na direção perpendicular às bielas de compressão foram idealizados na metade da altura útil do bloco.

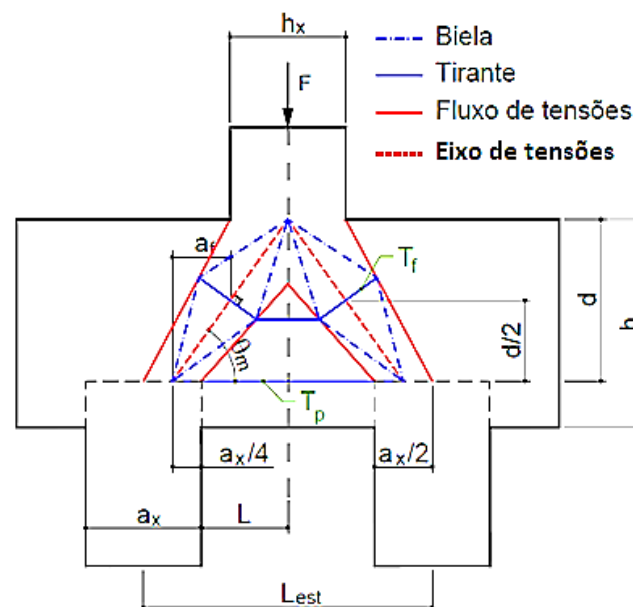


Figura 19 - Modelo de bielas e tirantes proposto para força centrada de Delalibera (2006)

Fonte: Delalibera (2006)

2.3.4 OLIVEIRA (2009)

Oliveira (2009) apresentou métodos para dimensionar blocos sobre estacas adotados em projeto, comparando com as diretrizes da norma e os ensaios revisados na bibliografia. Também apresenta critérios para sistematizar a verificação e o dimensionamento de bloco sobre estacas e a verificação da tensão de compressão da biela junto ao pilar.

A autora sugere uma rotina de projeto, que inicia com a divisão da estrutura em regiões B e D, isolamento da região D, determinação dos esforços solicitantes no contorno da região D, aplicação do processo do caminho da carga, dimensionamento dos tirantes, verificação das tensões nas bielas nas regiões nodais, definição do arranjo das armaduras.

É considerada como região D a região onde as tensões são não lineares e podem ser produzidas descontinuidades estáticas e/ou geométricas. Já a região B tem tensões paralelas e não desenvolve tensão de tração transversal. Como ilustrado na Figura 20. A partir da análise estrutural e do projeto das regiões B adjacentes obtém-se os esforços solicitantes no contorno das regiões D, que são utilizados no projeto das regiões D.

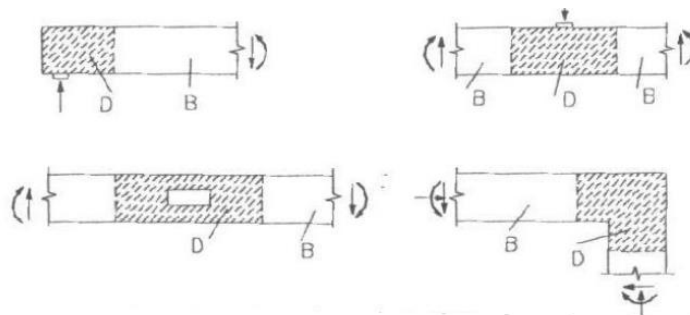


Figura 20 - Exemplo de regiões B e D; Schafer e Schlaich (1988) apud. Oliveira (2009)
Fonte: Oliveira (2009)

Assegurando que o equilíbrio externo da região esteja sendo atendido com a determinação de todos os esforços atuantes no contorno, pode-se determinar o modelo de biela e tirante por meio do fluxo de tensões dentro da estrutura pelo

processo do caminho de carga. O caminho da carga no interior da estrutura ocorre por meio de campos de tensões de tração e de compressão que serão representados no modelo por tirantes e bielas. Em situações em que diferentes modelos de biela e tirante são exequíveis, aquele que possuir o caminho mais curto, será o mais adequado. Depois que o caminho de todas as cargas for definido e desenhado, deve-se substituí-los por linhas, onde bielas são tracejadas e tirantes são contínuas, de acordo com a figura 21.

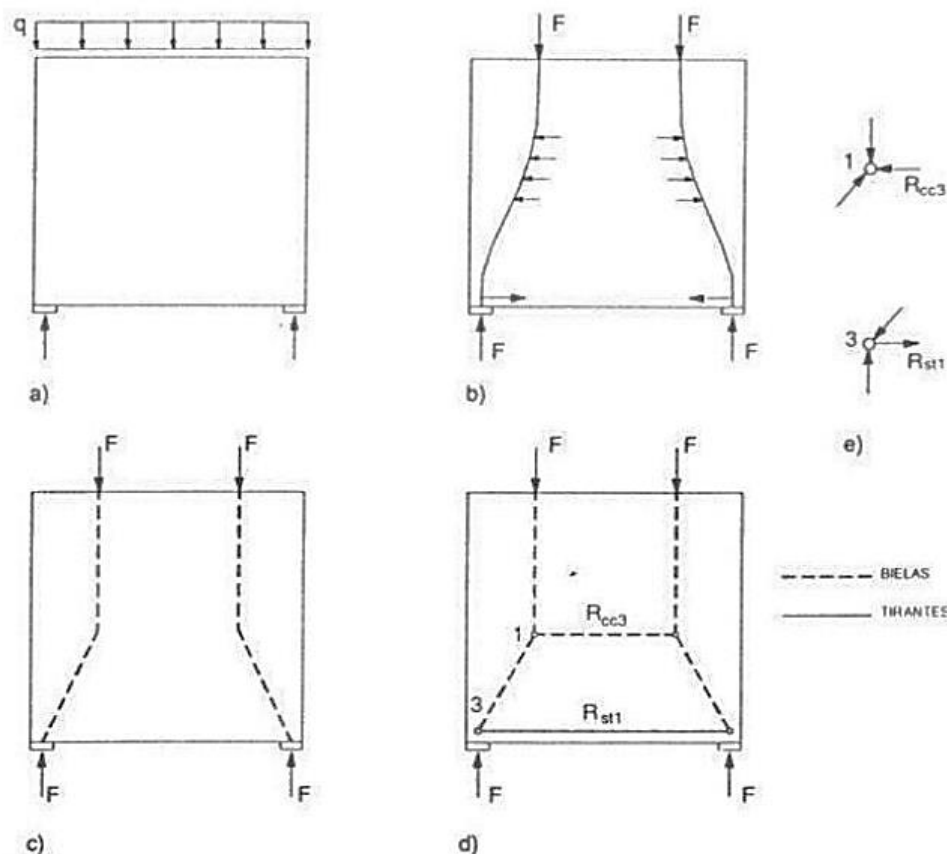
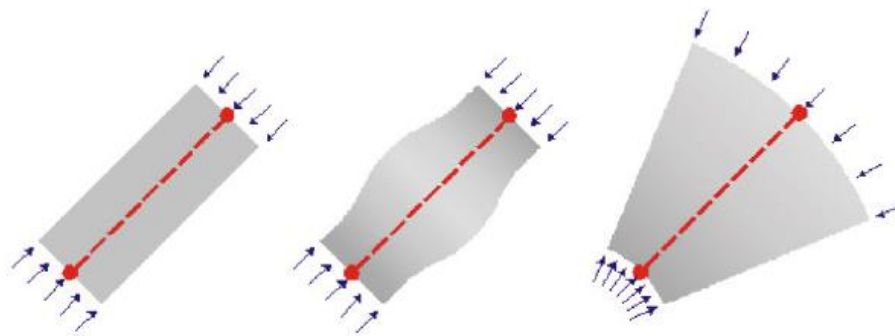


Figura 21 - Exemplo de aplicação do processo do caminho de carga em uma viga-parede: a) a estrutura e suas ações no contorno; b) o caminhamento das ações externas; c) as linhas do polígono; d) o modelo; e e) o equilíbrio dos nós. Silva e Giongo (2000) *apud*. Oliveira
Fonte: Oliveira (2009)

Para o dimensionamento das bielas, Oliveira (2009) apresenta que as bielas são discretizações de campos de tensão de compressão no concreto. De acordo com a forma como as tensões de compressão se distribuem por meio da estrutura, a partir de ações concentradas e reações, têm-se campos de compressão diferentes, que são apresentados na Figura 22.



**Figura 22 - Configuração típica dos campos de tensão de compressão; Tjhin e Kuchma (2002) *apud*. Oliveira (2009).
Fonte: Oliveira (2009)**

A primeira configuração mostra uma distribuição paralela de tensões, que acontece quando estas se distribuem uniformemente, sem perturbação. Este campo é típico de uma região B e não desenvolve tensões de tração transversal. A distribuição de tensões em linhas curvilíneas, segunda configuração, ocorre quando forças concentradas são introduzidas e propagadas por meio de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provocam compressão biaxial ou triaxial abaixo da força e tensões de tração transversais consideráveis. Essa tração combinada com a compressão longitudinal pode provocar fissuras longitudinais e iniciar até uma pequena ruptura prematura. E por fim, a última configuração está esquematizada a distribuição de tensões radial que é um campo de tensão com curvatura desprezível. Esse tipo de tensões caracteriza a região D, onde as forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave, de modo que não se desenvolvem tensões de tração transversais.

Para os valores de resistência das bielas, Schafer e Schlaich (1988) *apud*. Oliveira (2009) sugere-se:

- $0,85 f_{cd}$ – para um estado uniaxial e sem perturbação;
- $0,68 f_{cd}$ – para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;
- $0,51 f_{cd}$ – para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Em um trabalho subsequente Schafer e Schlaich (1991) *apud*. Oliveira (2009) propõe que os valores limites de resistência para as bielas de compressão sejam:

- $1,00 f_{cd}$ – para um estado uniaxial e sem perturbação;
- $0,80 f_{cd}$ – para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;
- $0,60 f_{cd}$ – para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Oliveira (2009) aponta que o código modelo CEB-FIP (1990) considera que a tensão média nas bielas, para valores de f_{ck} em *MPa*, é calculada pelas expressões (2.2) e (2.3):

Para zonas não fissuradas:

$$f_{cd1} = 0,85 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (2.2)$$

Para zonas fissuradas:

$$f_{cd2} = 0,60 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (2.3)$$

De acordo com Oliveira (2009), a necessidade de transmitir as forças por meio das fissuras, em zonas fissuradas, a resistência à compressão pode ser reduzida pelo efeito de tração transversal da armadura. Os valores são válidos, desde que a deformação de compressão máxima no concreto seja:

$$\varepsilon_{cu} = 0,004 - 0,002 \frac{f_{cd}}{100} \quad (f_{ck} \text{ em } MPa) \quad (2.4)$$

Já o *Eurocode 2* (1992) utiliza a tensão de cálculo de uma biela de concreto em uma região com tensão transversal de compressão ou nenhuma tensão transversal pode ser calculada de acordo com a expressão (2.5).

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.5)$$

Pode ser apropriado supor uma tensão de cálculo maior nas regiões onde existe compressão multiaxial. Considera-se também que em regiões de compressão fissuradas a tensão de cálculo de uma biela de concreto deve ser reduzida, de acordo com a equação (2.6).

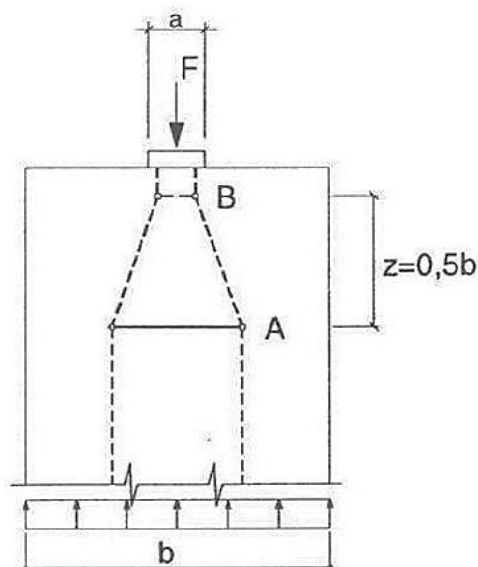
$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (2.6)$$

O valor de v' varia com a norma de cada país, mas o *Eurocode 2* (1992) recomenda o valor de $v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$ conforme explica Oliveira (2009).

Para o dimensionamento dos tirantes, Oliveira (2009) explica que usualmente, as forças devem ser absorvidas pelas barras da armadura cujo eixo deve coincidir com o eixo do tirante do modelo. Para a determinação da área de armadura necessária, utiliza-se a expressão (2.7), obtida por meio da força no tirante e da resistência de escoamento do aço no Estado Limite Último.

$$A_s = \frac{\gamma_f R_{st}}{f_{yd}} \quad (2.7)$$

No dimensionamento, define-se nó como um volume de concreto que envolve as interseções das bielas comprimidas com forças de ancoragem e/ou forças de compressão externa. Nos modelos os nós representam uma mudança brusca na direção das forças, enquanto que em um modelo real de concreto esse desvio corresponde, normalmente, em certo comprimento e largura, por isso os nós são uma simplificação do modelo real. Existem dois tipos de nós, contínuo e os singulares. Os contínuos são os que o desvio de força é feito em comprimentos razoáveis, que os torna não críticos. Já os singulares, como o próprio nome já diz, ocorrem em um ponto localizado, devido à aplicação de forças concentradas, tratando-os como críticos desta maneira e necessitam de verificação de tensões. Como indica a Figura 23.



**Figura 23 - Exemplo de nós contínuos (A) e singulares (B); Silva e Giongo (2000) apud. Oliveira (2009).
Fonte: Oliveira (2009)**

Após concluir os passos anteriores Oliveira (2009) determina que no detalhamento da armadura, deve-se atentar para a ancoragem das barras da armadura, principalmente nas extremidades das regiões nodais. A relação entre a área de armadura e a área de concreto não deve ser menor que 0,002 em cada direção e seu espaçamento não deve ser maior do que 30,00 cm.

Por fim, Oliveira (2009) concluiu que os métodos utilizados para projetos ainda apresentam divergências entre os existentes, por isso aponta diretrizes para os cálculos de projeto. Consta-se que a treliça de Blévo (1967) apresenta valores coerentes com sua pesquisa, porém algumas normas e autores divergem na consideração do nó superior, e conseqüentemente, no valor do momento do bloco. Os resultados obtidos mostram-se coerentes por serem constantes em função da quantidade de estacas.

2.4 MÉTODOS PARA DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS

2.4.1 MÉTODO DAS BIELAS E TIRANTES

O Método das Bielas e Tirantes é o mais utilizado pelos projetistas no dimensionamento de blocos de concreto sobre estacas, sendo baseado nos trabalhos experimentais desenvolvidos por Blévoit e Frémy (1967), onde se admite que no interior do bloco exista uma treliça espacial composta por barras tracionadas e comprimidas, ligadas por meio de nós. As barras tracionadas da treliça se localizam no plano médio das armaduras, horizontalmente, logo acima do plano de arrasamento das estacas. As bielas são inclinadas e definidas a partir da intersecção do eixo das estacas com o plano médio das armaduras com um ponto na região nodal do pilar de carregamento (OLIVEIRA, 2009).

Por meio de um modelo de treliça isostática, as tensões nas bielas e tirantes são definidas através do equilíbrio entre as forças internas e externas, as forças de compressão nas bielas são suportadas pelo concreto e as de tração atuantes nas barras horizontais, são resistidas pela armadura. O método consiste no cálculo da força de tração, através da qual se define a área necessária de armadura, e na definição das tensões de compressão nas bielas, junto ao pilar e à estaca (OLIVEIRA, 2009).

2.4.1.1 BLOCOS SOBRE DUAS ESTACAS

O dimensionamento do projeto de blocos sobre duas estacas de acordo com o Método de Blévoit, adaptado pelos projetistas, se baseia no sistema

de forças e dimensões apresentadas nas Figuras 24 e 25, onde h é a altura do bloco, d é a distância entre a armadura e a face superior do bloco, d' é a distância da base do bloco até a armadura, L é o espaçamento entre as duas estacas, b é a largura do bloco, a_p é a largura do pilar, b_p é o diâmetro da estaca, θ é o ângulo entre a armadura e a biela e o F é o carregamento que o pilar aplica ao bloco (DELALIBERA, 2006).

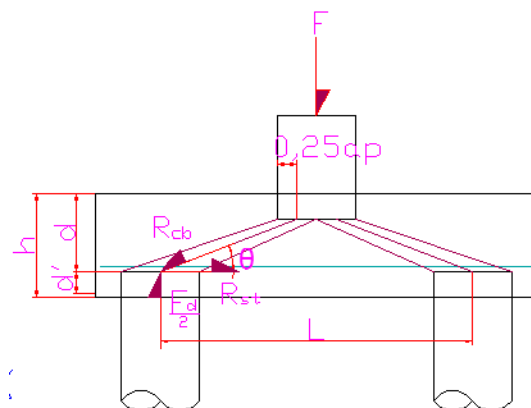


Figura 24 - Definição da geometria dos blocos sobre duas estacas de Blévoit
Fonte: Delalibera (2006)

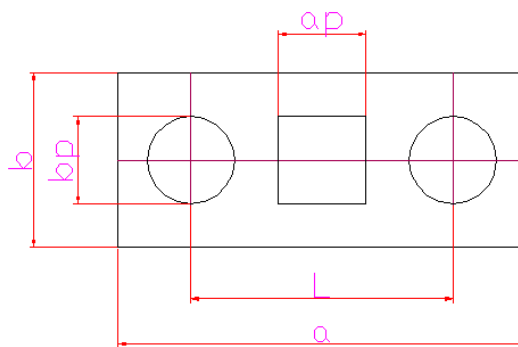


Figura 25 - Definição da geometria dos blocos sobre duas estacas de Blévoit
Fonte: Delalibera (2006)

Primeiramente calcula-se a força de tração nas barras da armadura. Para isso, define-se o ângulo de inclinação da biela, através da expressão (2.8) (OLIVEIRA, 2009):

$$tg\theta = \frac{d}{\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}} \rightarrow \theta = \left(\frac{d}{\frac{L}{2} - \frac{a_p}{4}} \right) \quad (2.8)$$

A Figura 26 mostra o polígono das forças atuantes no interior do bloco, onde R_{cb} é a força que está comprimindo a biela e R_{st} é a força que traciona o tirante, donde se obtém a expressão (2.9) (OLIVEIRA, 2009):

$$tg\theta = \frac{\frac{Fd}{2}}{R_{st}} \quad (2.9)$$

Igualando-se as expressões (2.8) e (2.9) obtém-se a expressão (2.10), pela qual se pode determinar a força de tração no tirante (OLIVEIRA, 2009):

$$R_{st} = \frac{Fd(2L-ap)}{8d} \quad (2.10)$$

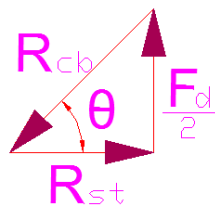


Figura 26 - Polígono de forças
Adaptado de Delalibera (2006)

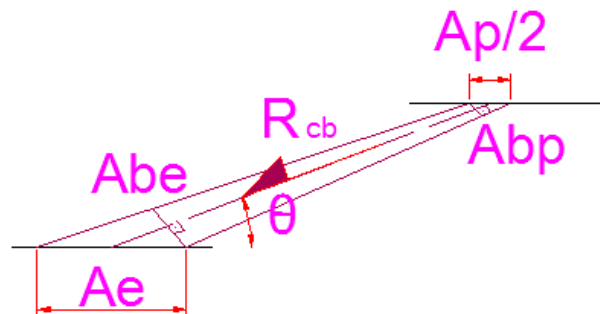


Figura 27 - Área de verificação das bielas
Fonte: Delalibera (2006)

Por questões de segurança, o resultado obtido para R_{st} através da expressão (2.10) deve ser majorado em 15%, pois segundo Blévoit (1967) a expressão (2.9), obtida pelo polígono de forças, não é a favor da segurança (OLIVEIRA, 2009):

Blévit (1967) define que o ângulo entre as bielas e o tirante deve respeitar os limites (OLIVEIRA, 2009):

$$45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ \quad (2.11)$$

Segundo Blévit (1967) o bloco só vai ter o comportamento adequado para a formulação sugerida, se o ângulo θ estiver dentro do intervalo, sendo que se o valor for menor que 45° ou maior que 55° , o bloco pode se comportar como outro elemento estrutural que deve ser dimensionado através de outra formulação. Substituindo os valores do ângulo θ na expressão (2.11) por seus valores limites, pode-se determinar o intervalo de variação para a altura útil d (OLIVEIRA, 2009):

$$0,50 \left(1 - \frac{ap}{2}\right) \leq d \leq 0,714 \left(1 - \frac{ap}{2}\right) \quad (2.12)$$

Após analisar a altura útil do bloco, se define a tensão de compressão nas bielas de concreto. Através da análise do polígono de forças da Figura 26, pode-se concluir (OLIVEIRA, 2009):

$$\text{sen}\theta = \frac{\frac{Fd}{2}}{Rcb} \quad (2.13)$$

$$Rcb = \frac{Fd}{2\text{sen}\theta} \quad (2.14)$$

Como as bielas possuem seções variáveis ao longo da altura do bloco, é necessário verificar a tensão máxima que a biela está submetida, verificando as seções junto à base do pilar e a cabeça da estaca (OLIVEIRA, 2009).

Para análise da tensão de compressão nas bielas junto ao pilar, primeiramente faz-se a relação entre as áreas da seção transversal do pilar A_p e da biela na base do pilar A_{bp} , que é dada por (OLIVEIRA, 2009):

$$A_{bp} = \frac{1}{2} \cdot A_p \cdot \text{sen}\theta \quad (2.15)$$

A tensão normal na biela junto à base do pilar é obtida pela razão entre a força na biela e sua área (OLIVEIRA, 2009):

$$\sigma_{cbp} = \frac{Rcb}{Abp} \quad (2.16)$$

Substituindo as equações (2.14) e (2.15) na expressão (2.16), obtém-se (OLIVEIRA, 2009):

$$\sigma_{cbp} = \frac{Fd}{Ap \cdot \text{sen}^2\theta} \quad (2.17)$$

Para o cálculo da tensão de compressão nas bielas junto às estacas, primeiramente define-se a relação entre as áreas da seção transversal da estaca Ae e da biela junto à cabeça da estaca Abe , que é dada por (OLIVEIRA, 2009):

$$Abe = Ae \cdot \text{sen}\theta \quad (2.18)$$

A tensão normal na biela, junto à cabeça da estaca, é definida pela razão entre a força na biela e sua área (OLIVEIRA, 2009):

$$\sigma_{cbe} = \frac{Fd}{2Ae \cdot \text{sen}^2\theta} \quad (2.19)$$

Devem-se verificar as tensões limites, onde as tensões calculadas nas bielas devem ser menores do que um limite. Fusco (1994) define que para a avaliação da segurança das estruturas, no estado limite último de ruptura do concreto, que o plano da seção transversal deve suportar uma tensão de compressão de cálculo de $0,85 f_{cd}$, onde o valor desse coeficiente é obtido através do produto de outros três coeficientes, sendo que eles levam em conta o acréscimo de resistência do concreto após 28 dias, a resistência medida em corpos-de-prova em relação à resistência do concreto no elemento estrutural e o efeito deletério da ação de longa duração, conhecido como Efeito Rüsçh. Na tensão limite da biela, também se leva em conta a forma do bloco, onde α é definido como o coeficiente de ajuste entre os resultados numéricos e experimentais. Machado (1985) define como sendo 1,4 o valor do coeficiente, quando se trata de blocos sobre duas estacas (OLIVEIRA, 2009).

$$\sigma_{cb, \text{lim}} = 0,85 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \quad (2.20)$$

A área das barras de armadura é calculada por meio da força $1,15 \times R_{st}$, onde se considera o escoamento do aço no estado limite último, obtendo-se a expressão (OLIVEIRA, 2009):

$$A_s = \frac{1,15R_{st}}{f_{yd}} \quad (2.21)$$

Onde:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_f} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (2.22)$$

O dimensionamento de blocos de concreto sobre três e quatro estacas é praticamente o mesmo do dimensionamento para blocos sobre duas estacas, porém a treliça é formada por três e quatro barras comprimidas, respectivamente, onde os tirantes são representados pela armadura, que pode ter variados arranjos (MUNHOZ, 2004).

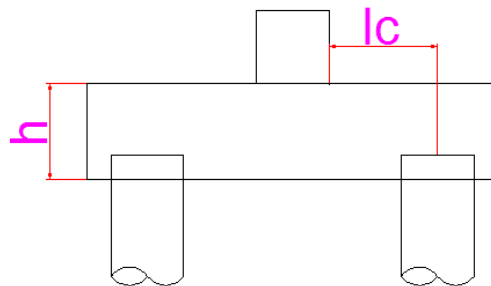
Durante o cálculo, são alterados alguns coeficientes que são adaptados para os blocos sobre três e quatro estacas, considerando as propriedades geométricas de cada modelo e o diferente comportamento das armaduras em cada caso (MUNHOZ, 2004).

2.4.2 MÉTODO DO CEB-FIP – BOLETIM 73 (1970)

O projeto de bloco sobre estacas considerando o método do CEB-FIP (1973) indica verificações de segurança para tensões normais e tangenciais com os esforços solicitantes determinados em seções transversais particulares (OLIVEIRA, 2009).

Oliveira (2009) explica que a rotina de projeto somente é aplicada a blocos considerados rígidos, ou seja, que tem a altura do bloco com valores entre dois terços e duas vezes a distância entre a face do pilar até o eixo da estaca mais afastada, conforme a equação (2.23) e a Figura 28. Munhoz (2004) ainda completa que o CEB (1970) não contempla também casos de bloco sobre uma estaca.

$$\frac{2}{3}l_c < h \leq 2l_c \quad (2.23)$$



**Figura 28 - Dimensões para definição do bloco rígido; CEB (1970)
Adaptado de Oliveira (2009)**

Para o dimensionamento da armadura principal do bloco, sugere-se uma verificação à flexão considerando uma seção de referência interna plana normal à superfície do bloco. Esta seção chamada $S1$ está situada entre as faces do pilar a uma distância de $0,15 a_p$, onde a_p é a medida do lado do pilar no sentido perpendicular à seção considerada. Essa recomendação ocorre devido ao fato de que, em pilares com seção alongada, o valor do momento fletor pode aumentar além da seção situada na face do pilar, está é justificativa para que se verifique a seção $S1$ na posição $0,15 a_p$, como demonstrado na Figura 29 (OLIVEIRA, 2009).

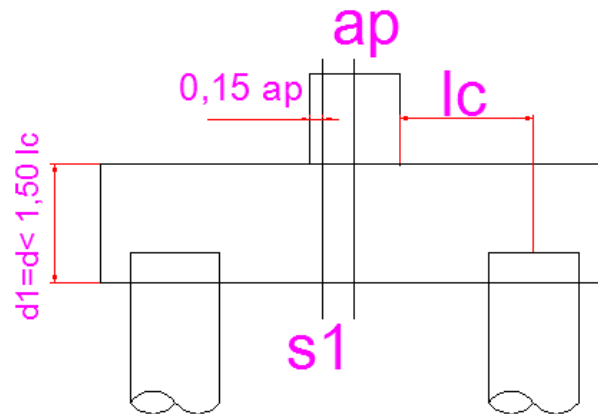


Figura 29 - Seção S1; CEB (1970)
Adaptado de Oliveira (2009)

A altura útil da seção $S1$ é tomada igual à altura útil da seção paralela a $S1$ e situada na face do pilar, salvo se esta altura exceder 1,5 a vez a aba lc do bloco, medida perpendicularmente a $S1$, limitando-se, portanto, a altura útil a $1,5 lc$ (OLIVEIRA, 2009).

No caso de blocos sobre muitas estacas, a aba lc é avaliada a partir do eixo da estaca mais afastada do pilar e em casos como em blocos sobre duas estacas, em que a armadura é predominante em uma das direções, a armadura na outra direção deve ser considerada com área igual a 20% da área da armadura principal (MUNHOZ, 2004).

A armadura inferior necessária para resistir à força de tração requerida para equilibrar o momento fletor pode ser em parte, constituída por barras distribuídas em faixas sobre estacas. Em todos os casos as armaduras devem ser dispostas de maneira que as condições de ancoragem sejam todas satisfeitas. Considera-se que isso se dá quando a armadura inferior que atravessa a superfície cilíndrica da estaca pode equilibrar uma solicitação de 0,80 vezes a reação da estaca (MUNHOZ, 2004).

Munhoz (2004) explica que a condição de aderência das barras da armadura principal deve ser verificada para que não ocorra escorregamento da armadura, com a força de cálculo relativa à seção de referência $S1$, por unidade de largura, que não deve ultrapassar o limite dado pela equação (2.24).

$$V_{d1} \leq 0,90 \cdot d \cdot n \cdot \phi \cdot f_{bd} \quad (2.24)$$

Sendo que:

d : altura útil da seção S1

n : número de barras por unidade de largura

ϕ : diâmetro da barra de aço

f_{bd} : resistência de aderência de cálculo na ancoragem de armaduras passivas, definida pela expressão, conforme a NBR 6118:2007

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (2.25)$$

Em que:

$\eta_1 = 1,00$ para barras lisas (CA-25);

$\eta_2 = 1,40$ para barras entalhadas (CA-60);

$\eta_3 = 2,25$ para barras nervuradas (CA-50).

Parâmetros

η_2 : 1,00 para boa aderência e 0,70 para má aderência

η_3 : 1,00 para $\phi < 32\text{mm}$

η_3 : $\frac{132-\phi}{100}$ para $\phi \geq 32\text{mm}$

Sendo que ϕ é o diâmetro da barra.

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}, f_{ctk,inf} = 0,70 \cdot f_{ctm} \text{ e } f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (2.26)$$

Para a verificação da resistência ao esforço cortante, define-se uma seção de referência S2 distante da face do pilar de um comprimento igual à metade da altura útil do bloco, como demonstrado na Figura 30. A força de referência V_d é igual a componente normal à superfície de apoio resultante das forças aplicadas sobre outra das partes do bloco limitado pela seção de referência S2.

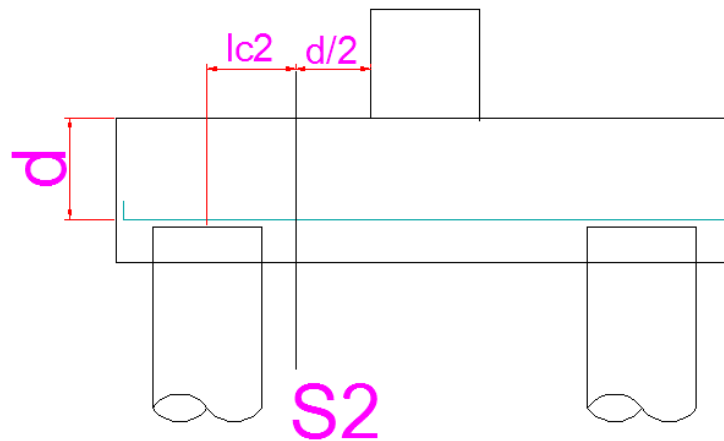


Figura 30 - Seção S2; CEB (1970)
Adaptado de Munhoz (2004)

Define-se a largura da seção de referência $S2$ como a soma da dimensão do pilar medida segundo a horizontal e altura útil do bloco, conforme a Figura 31 (MUNHOZ, 2004).

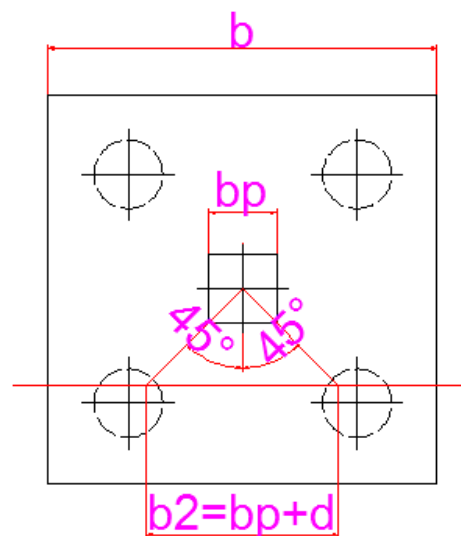


Figura 31 - Largura da Seção S2; CEB (1970)
Adaptado de Munhoz (2004)

A altura útil $d2$ da seção $S2$ é igual à altura útil do bloco medida na própria seção.

Oliveira (2009) explica que a força cortante de referência Vd , avaliada na seção de referência S_2 , deve ser inferior ou pelo menos igual à força cortante limite dado pela expressão:

$$V_{d,lim} = \frac{0,25}{\gamma_c} \cdot \left(1 - \frac{l_c}{5d}\right) \cdot b_2 \cdot d_2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (2.27)$$

Com f_{ck} em kN/cm^2 .

Sendo que l_c é a medida da aba do bloco a partir do eixo da estaca mais afastada da seção de referência S_2 ; d é a altura útil da seção; d_2 a altura útil da seção S_2 ; b_2 é a largura da seção de referência S_2 .

A resistência à força cortante deve ser verificada em qualquer seção do bloco onde as condições geométricas da seção e a intensidade ou a localização das reações podem provocar circunstâncias desfavoráveis que aquelas relativas às seções de referência como nas proximidades das estacas de canto dos blocos, conforme a Figura 32 (OLIVEIRA, 2009).

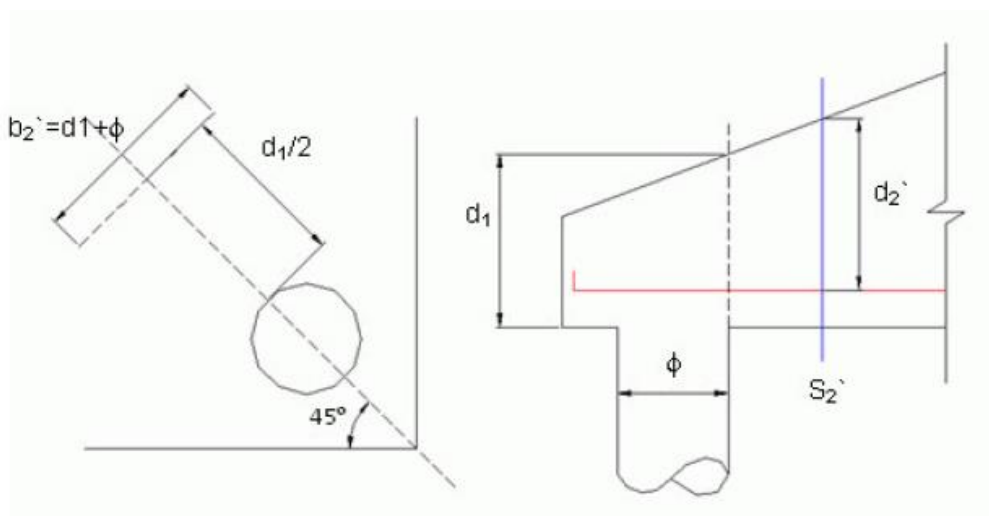


Figura 32 - Seção de referência para verificação da força cortante; CEB (1970)
Fonte: Oliveira (2009)

A seção que deve ser verificada à força cortante fica situada a uma distância da face da estaca igual à metade da altura útil d_1 do bloco, medida na face da estaca. Sua largura b_2 é igual à altura útil d_1 acrescida da largura da estaca e a altura útil d_2' é a altura efetiva da seção S_2' (Munhoz, 2004).

A reação da estaca deve ser menor ou igual à reação limite definida pela expressão:

$$R_{d,lim} = \frac{0,12}{\gamma_c} \cdot b2' \cdot d2' \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (2.28)$$

Com f_{ck} em kN/cm^2 .

2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O método dos elementos finitos (MEF) é uma ferramenta numérica de resolução de problemas de meio contínuo, sem vazios interiores, expresso por equações matemáticas que simplificam hipóteses adotadas. No âmbito da engenharia estrutural, o método é aplicado para a determinação do estado de tensões ou deformações de um sólido sujeito a ações exteriores. Esse tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de barragens, pontes, edifícios, entre outros (SORIANO *et al* 2003).

O início do processo de modelagem computacional de um fenômeno físico consiste na identificação de fatores que influenciam de maneira relevante o problema. Isto implica na escolha adequada dos princípios físicos e das variáveis dependentes e independentes que descrevem o sistema, resultando em um modelo matemático de equações diferenciais (RIBEIRO, 2004).

A análise estática omite o tempo como uma variável independente e é apropriada se deflexões são constantes ou variam lentamente. Uma estrutura forçada a vibrar em uma frequência menor do que a natural é um exemplo. Exclui-se da análise estática ações plásticas e desvios grandes o suficiente para mudar a maneira que as cargas são aplicadas ou resistidas, como os elementos que falham grandes rotações e lacunas que abrem e fecham (COOK, 1994).

A formulação básica baseia-se no método dos deslocamentos e na discretização de uma estrutura em subestruturas. Cada uma dessas

subestruturas designa-se por elemento finito e o comportamento da peça é dado pela soma desses elementos. Cada elemento finito tem n nós, sendo apenas considerados explicitamente os deslocamentos generalizados nesses nós e os deslocamentos nos pontos restantes são determinados por interpolação (MARTHA, 2004).

Os elementos finitos podem ser classificados em linear, quadráticos ou de ordem superior. Elementos lineares possuem nós somente no vértice dos elementos e consideram apenas variações lineares da variável tempo. Os elementos quadráticos possuem nós entre vértices e admitem variações quadráticas. E os elementos de ordem superior consideram variações desde quadráticas até de ordem superior (MARTHA, 2004).

A seleção das interpolações implica diretamente nos resultados da modelagem, atingindo um nível de aproximação satisfatória e um custo computacional pequeno. Outra variante importante que interfere no custo computacional é o refinamento da malha. O principal objetivo é determinar a relação entre o deslocamento do elemento em qualquer ponto e seus deslocamentos nodais diretamente com o uso de funções de interpolação ou de forma, onde a variável de campo pode se tratar de um escalar, vetor ou tensor (MARTHA, 2004).

A gradação do tamanho dos elementos pode ser feita com elementos de tamanho inferior ou de grau superior, e, zonas onde existe mudança repentina das variáveis de campo, ou seja, zonas de modificações bruscas na geometria ou nas proximidades de cargas pontuais para problemas estruturais, enquanto pode-se utilizar uma malha mais grosseira em zonas onde as variáveis de campo são praticamente constantes (COOK, 1995 *apud*. CAMPILHO, 2012).

Para se escolher o tipo de elementos em uma análise através do Método dos Elementos Finitos, deve-se considerar a disposição física do domínio a modelar e do grau de precisão necessários para os resultados. Assim, a escolha entre análises de uma, duas ou três dimensões é de grande importância. (RAO, 2010 *apud*. CAMPILHO, 2012).

Nas construções, várias estruturas são formadas por um conjunto de elementos esbeltos com seção uniforme, de variadas formas. Se estes elementos isolados forem dimensionados para suportar apenas esforços axiais, devido à ligação entre elementos que não resista a transmissão de momentos fletores e torsores, estão caracterizados como unidimensionais e podem ser estruturas modeláveis pelo Método dos Elementos Finitos através de elementos de barra, sendo que estão restritos apenas a esforços de tração e compressão. No caso de vigas posicionadas na horizontal, que sofrem esforços normais ao seu eixo, são analisadas através dos elementos de viga, onde se pode contabilizar os momentos fletores e esforços cortantes (CAMPILHO, 2012).

O elemento estrutura é considerado como a união entre, pelo menos, um elemento de barra e um elemento de viga. Os elementos de barra, que inicialmente são formulados para uma dimensão, podem ser sujeitos à transformação de coordenadas, para duas ou três dimensões, sendo considerados como estruturas planas ou espaciais, respectivamente. Os elementos de estrutura também podem passar pela mesma transformação de coordenadas, onde nas análises em três dimensões os elementos suportam momentos fletores, momento torsor, esforço normal e esforço cortante segundo dois eixos. A Figura 33 mostra alguns tipos de elementos unidimensionais, como elementos de barras simples e elemento de mola (CAMPILHO, 2012).

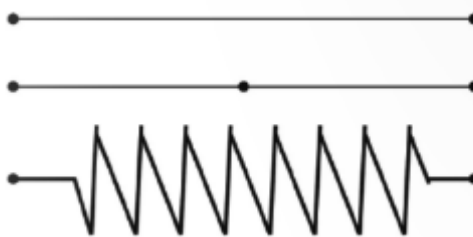


Figura 33 - Exemplos de elementos unidimensionais
Fonte: Campilho (2012)

Os elementos bidimensionais são considerados como os que possuem espessura constante em toda sua extensão. Esses elementos não necessitam

de transformações de coordenada e cada nó se caracteriza por conter dois deslocamentos em direções ortogonais. Os elementos desse tipo são apresentados como corpos geométricos no plano, sendo que as formas mais comuns utilizadas para análise são o triângulo e o quadrilátero, mostrados na Figura 34, onde possuem apenas um nó em cada vértice, nas formulações mais simples. Nos elementos bidimensionais, existem mais de um grau de liberdade, sendo eles o deslocamento segundo x e u e o deslocamento segundo y e v . O elemento triangular é o mais simples dentre os elementos bidimensionais, uma vez que o repetindo se podem obter outros elementos desse mesmo tipo. Os nós se localizam nos vértices do elemento, o que faz com que existam três nós e seis variáveis nodais (CAMPILHO, 2012).

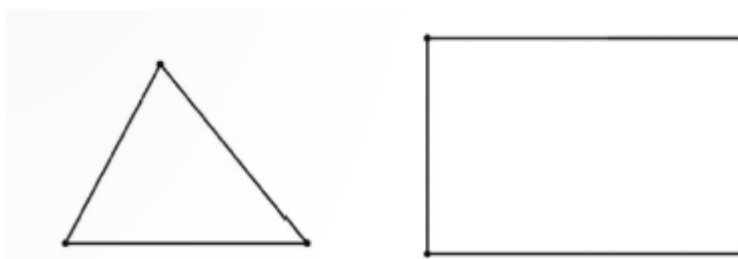


Figura 34 - Exemplos de elementos bidimensionais
Fonte: Campilho (2012)

Os elementos finitos tridimensionais são os mais generalistas e possuem maior aplicação prática em análise de estruturas, pois não existem restrições de forma, carregamentos, propriedades materiais e condições (COOK, 1995 *apud*. CAMPILHO, 2012). Como consequência desta generalização, se considera três componentes normais σ_x , σ_y e σ_z , as três componentes de corte τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} e o campo de deslocamentos é definido pelas três componentes no espaço u , v e w . Os elementos tridimensionais são os que mais exigem esforço computacional e obrigam a um maior número de elementos para garantir uma malha conforme (CAMPILHO, 2012).

Os elementos tridimensionais mais comuns são os tetraedros de quatro nós e o hexaedro de oito nós, mostrados na Figura 35, onde cada vértice contempla um nó. Dentre eles, o tetraedro de quatro nós é o elemento finito tridimensional mais simples quando se trata de formulações, porém é o mais

limitado quando se analisa a precisão possível dos resultados, caso exista grandes variações nos campos de deformações e tensões, sendo que cada variável de campo primária é interpolada no interior do elemento pelas variáveis correspondentes nos nós, o que trás um valor constante de deformações e tensões no interior do elemento. O uso de elementos que possuem ordem superior, como por exemplo, o hexaedro de oito nós, traz resultados mais refinados com relação a tensões e deformações (CAMPILHO, 2012).

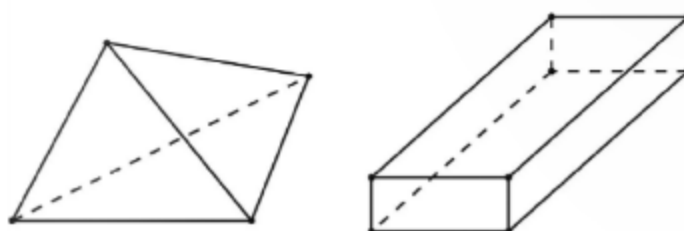


Figura 35 - Exemplos de elementos tridimensionais
Fonte: Campilho (2012)

3 ANÁLISE DE BLOCOS SOBRE ESTACAS

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O dimensionamento de blocos sobre estacas utilizadas pela maioria dos projetistas estruturais baseia-se no trabalho de Blévot (1967) e no Boletim de Informações 73 publicado pelo CEB-FIP (1970). Os modelos se diferenciam na rotina de cálculo, pois o primeiro aplica a verificação das tensões de compressão das bielas e de tração dos tirantes e o segundo indica verificações de segurança para tensões normais e tangenciais.

Neste trabalho, modelos de blocos sobre duas, três e quatro estacas foram pré-dimensionados de maneira analítica, seguindo as recomendações de Blevót (1967) e do CEB-FIP (1970) e submetidos à análise numérica através do *software SAP2000*.

Os critérios descritos foram baseados em valores usuais utilizados em projetos, além de parâmetros recomendados por pesquisadores e pela NBR 6118:2007.

3.2 MODELOS ADOTADOS

Foram analisados 26 modelos de blocos sobre duas, três e quatro estacas, submetidos à ação de força centrada. Os modelos foram agrupados em três séries, de acordo com a Tabela 1:

Tipo de bloco	Série	Número de modelos
Duas estacas	A	14
Três estacas	B	6
Quatro estacas	C	6
Total		26

Tabela 1 - Tipos de blocos
Fonte: Autores

Com o objetivo de estudar o campo de tensões, foram adotados modelos com diâmetros das estacas de 30,00 cm, 40,00 cm, 50,00 cm e 60,00 cm. O número de estacas por bloco é definido em função da solicitação aplicada pelo pilar. Recomenda-se que o eixo entre as estacas e o centro do pilar coincida, para que a distribuição dos esforços seja transmitida igualmente entre as estacas.

Para a distribuição das estacas, devem-se respeitar os valores mínimos para espaçamento entre seus eixos e as distâncias das faces do bloco aos eixos das estacas mais próximas, levando em consideração o procedimento de execução da fundação e o cobrimento mínimo recomendado pela NBR 6118:2007. De acordo com os critérios de Fusco (1994), considera-se que a distância entre os eixos das estacas é de no mínimo 1,25 vezes o diâmetro da estaca.

As condições geométricas dos blocos sobre estacas são representadas nas Figuras 36, 37 e 38.

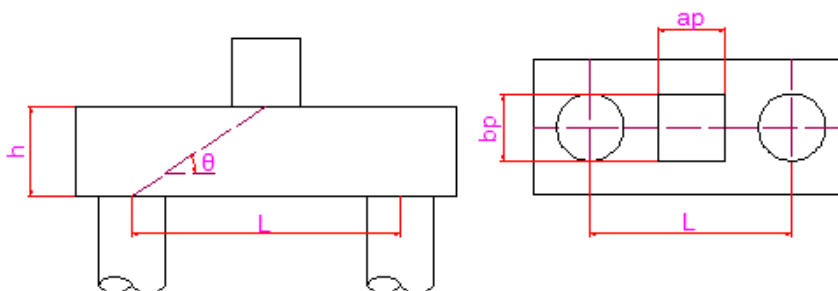


Figura 36 - Parâmetros dos blocos de duas estacas
Fonte: Autores

Onde:

h : Altura do bloco

L : Distância entre eixos das estacas

ap : Dimensão do pilar

bp : Dimensão do pilar

θ : Ângulo de inclinação da biela

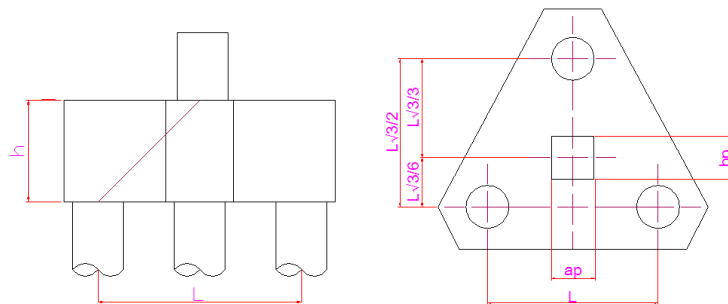


Figura 37 - Parâmetros dos blocos de três estacas

Fonte: Autores

h : Altura do bloco

L : Distância entre eixos das estacas

ap : Dimensão do pilar

bp : Dimensão do pilar

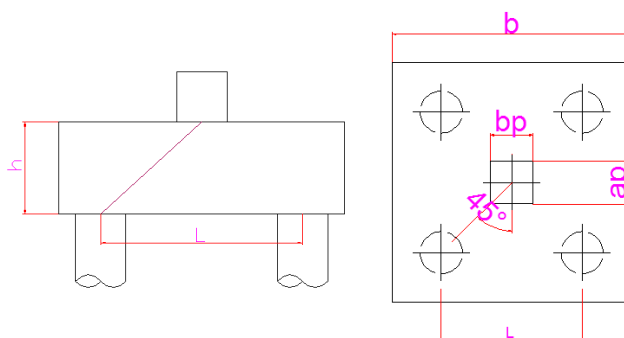


Figura 38 - Parâmetros dos blocos de quatro estacas

Fonte: Autores

h : Altura do bloco

L : Distância entre eixos das estacas

ap : Dimensão do pilar

bp : Dimensão do pilar

As dimensões analisadas foram feitas conforme a Tabela 2.

Modelo	Pilar (cm)		Comprimento (cm)	Largura (cm)	h (cm)	L (cm)	θ
A 1.1	20,00	30,00	140,00	60,00	40,00	80,00	45,00 °
A 1.2	20,00	30,00	140,00	60,00	50,00	80,00	51,35 °
A 2.1	20,00	40,00	170,00	70,00	40,00	100,00	38,66 °
A 2.2	20,00	40,00	170,00	70,00	60,00	100,00	50,20 °
A 3.1	30,00	30,00	170,00	80,00	50,00	100,00	45,00 °
A 3.2	30,00	30,00	170,00	80,00	70,00	100,00	54,47 °
A 4.1	40,00	50,00	220,00	80,00	70,00	140,00	45,00 °
A 4.2	40,00	50,00	220,00	80,00	90,00	140,00	52,13 °
A 5.1	30,00	60,00	220,00	80,00	60,00	140,00	40,61 °
A 5.2	30,00	60,00	220,00	80,00	80,00	140,00	48,82 °
A 6.1	40,00	65,00	245,00	90,00	70,00	155,00	42,09 °
A 6.2	40,00	65,00	245,00	90,00	90,00	155,00	49,27 °
A 7.1	50,00	50,00	250,00	90,00	80,00	160,00	45,00 °
A 7.2	50,00	50,00	250,00	90,00	110,00	160,00	53,98 °
B 1.1	20,00	30,00	135,00	135,00	70,00	100,00	50,48 °
B 1.2	20,00	30,00	100,00	120,00	50,00	60,00	55,28 °
B 2.1	30,00	40,00	120,00	130,00	50,00	80,00	47,27 °
B 2.2	30,00	40,00	140,00	120,00	70,00	80,00	56,58 °
B 3.1	50,00	50,00	150,00	180,00	60,00	100,00	46,10 °
B 3.2	50,00	50,00	150,00	180,00	80,00	100,00	54,18 °
C 1.1	30,00	40,00	170,00	170,00	60,00	80,00	46,69 °
C 1.2	30,00	40,00	170,00	170,00	80,00	80,00	54,74 °
C 2.1	40,00	50,00	210,00	210,00	80,00	100,00	48,53 °
C 2.2	40,00	50,00	210,00	210,00	100,00	100,00	54,74 °
C 3.1	60,00	60,00	270,00	270,00	100,00	140,00	45,29 °
C 3.2	60,00	60,00	270,00	270,00	140,00	140,00	54,74 °

Tabela 2 – Dimensões dos blocos analisados

Fonte: Autores

A definição da altura do bloco leva em consideração a condição de rigidez do bloco, sendo que se o espaçamento entre as estacas não for compatível com a altura, se obtém um elemento flexível, que vai funcionar como uma viga, por exemplo. Os elementos flexíveis devem seguir as recomendações de dimensionamento da NBR 6118:2007, onde é válida teoria geral de flexão. Já para os blocos rígidos, o dimensionamento é feito por métodos específicos, como, por exemplo, o método das bielas e tirantes.

O CEB-FIP (1970) considera como bloco rígido quando a distância do eixo da estaca até a face do pilar for menor do que dois terços da altura do bloco. O método não leva em consideração blocos com a altura maior do que duas vezes a distância do eixo da estaca até a face do pilar.

A NBR 6118:2007 tem como condição de rigidez que a altura do bloco seja maior do que um terço da diferença entre a distância entre eixo das estacas mais afastadas e a dimensão do pilar na mesma direção do eixo.

Para a aplicação do método de Blévoit (1967), o ângulo de inclinação da biela deve estar dentro do intervalo indicado na equação 2.11.

A verificação da aplicabilidade dos métodos nos modelos foi feita de acordo com a Tabela 3.

Modelo	h	CEB-FIP 2L/3 < h < 2L	NBR 6118- 2007 h ≥ (a-ap)/3	θ	Blénot 45° < θ < 55°
		Verificação	Verificação		Verificação
A 1.1	40,00	Ok	Ok	45,00 °	Ok
A 1.2	50,00	Ok	Ok	51,35 °	Ok
A 2.1	40,00	Ok	Ok	38,66 °	Não ok
A 2.2	60,00	Ok	Ok	50,20 °	Ok
A 3.1	50,00	Ok	Ok	45,00 °	Ok
A 3.2	70,00	Ok	Ok	54,47 °	Ok
A 4.1	70,00	Ok	Ok	45,00 °	Ok
A 4.2	90,00	Ok	Ok	52,13 °	Ok
A 5.1	60,00	Ok	Ok	40,61 °	Não ok
A 5.2	80,00	Ok	Ok	48,82 °	Ok
A 6.1	70,00	Ok	Ok	42,09 °	Não ok
A 6.2	90,00	Ok	Ok	49,27 °	Ok
A 7.1	80,00	Ok	Ok	45,00 °	Ok
A 7.2	110,00	Ok	Ok	53,98 °	Ok
B 1.1	70,00	Ok	Ok	50,48 °	Ok
B 1.2	50,00	Ok	Ok	55,28 °	Não ok
B 2.1	50,00	Ok	Ok	47,27 °	Ok
B 2.2	70,00	Ok	Ok	56,58 °	Não ok
B 3.1	60,00	Ok	Ok	46,10 °	Não ok
B 3.2	80,00	Ok	Ok	54,18 °	Ok
C 1.1	60,00	Ok	Ok	46,69 °	Ok
C 1.2	80,00	Ok	Ok	54,74 °	Ok
C 2.1	80,00	Ok	Ok	48,53 °	Ok
C 2.2	100,00	Ok	Ok	54,74 °	Ok
C 3.1	100,00	Ok	Ok	45,29 °	Ok
C 3.2	140,00	Ok	Ok	54,74 °	Ok

Tabela 3 – Verificação da aplicabilidade dos métodos

Fonte: Autores

O pré-dimensionamento dos pilares foi determinado de maneira que a área do pilar fosse suficiente para resistir à tensão máxima aplicada de $0,40 \times f_{ck}$.

Os carregamentos foram definidos em função da área do pilar e da carga suportada para cada diâmetro de estaca. A tensão suportada na base do pilar foi adotada de acordo com parâmetros sugeridos no livro do Fusco (1994).

O modulo de deformação tangente (E_{ci}) utilizado está de acordo com a NBR 6118:2007 e é dado pela expressão (3.1), em MPa.

$$E_{ci} = 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \quad (3.1)$$

Para tanto, o f_{ck} adotado foi de 25 MPa para os blocos e pilares, enquanto que para as estacas foi de 20,00 MPa, conforme a Tabela 4.

Elemento	f_{ck} (MPa)	E_{ci} (GPa)
Pilar	25,00	28,00
Bloco	25,00	28,00
Estaca	20,00	25,04

Tabela 4 – Valores de módulo de elasticidade tangente

Fonte: Autores

As cargas limites das estacas foram adequadas ao seu diâmetro, de acordo com valores usuais de projeto, sendo 300,00 kN para 30,00 cm, 500,00 kN para 40,00 cm, 900,00 kN para 50,00 cm e 1300,00 kN para as estacas de 60,00 cm.

A distribuição dos carregamentos foi feita de maneira singular para cada modelo. A Tabela 5 mostra as cargas e tensões que os modelos estão submetidos.

Modelo	Área do Pilar (cm²)	Tensão (MPa)	Carga limite (kN)	Carga aplicada (kN)
A 1.1	600,00	10,00	600,00	600,00
A 1.2	600,00	10,00	600,00	600,00
A 2.1	800,00	10,00	1000,00	800,00
A 2.2	800,00	10,00	1000,00	800,00
A 3.1	900,00	10,00	1000,00	900,00
A 3.2	900,00	10,00	1000,00	900,00
A 4.1	2000,00	10,00	1800,00	2000,00
A 4.2	2000,00	10,00	1800,00	2000,00
A 5.1	1800,00	10,00	1800,00	1800,00
A 5.2	1800,00	10,00	1800,00	1800,00
A 6.1	2600,00	10,00	2600,00	2600,00
A 6.2	2600,00	10,00	2600,00	2600,00
A 7.1	2500,00	10,00	2600,00	2500,00
A 7.2	2500,00	10,00	2600,00	2500,00
B 1.1	600,00	10,00	900,00	600,00
B 1.2	600,00	10,00	900,00	600,00
B 2.1	1200,00	10,00	1500,00	1200,00
B 2.2	1200,00	10,00	1500,00	1200,00
B 3.1	2500,00	10,00	2700,00	2500,00
B 3.2	2500,00	10,00	2700,00	2500,00
C 1.1	1200,00	10,00	1200,00	1200,00
C 1.2	1200,00	10,00	1200,00	1200,00
C 2.1	2000,00	10,00	2000,00	2000,00
C 2.2	2000,00	10,00	2000,00	2000,00
C 3.1	3600,00	10,00	3600,00	3600,00
C 3.2	3600,00	10,00	3600,00	3600,00

Tabela 5 – Valores de cargas e tensões dos modelos
Fonte: Autores

3.3 MODELAGEM NUMÉRICA

O *SAP2000* é um programa consagrado no âmbito da engenharia estrutural. Para a modelagem em três dimensões o *software* pode suportar modelar sólidos e realizar cortes nas seções longitudinais e latitudinais. Também é capaz de dividir e extrudir áreas.

Para a nomenclatura dos eixos, o programa utiliza os números 1, 2 e 3 para os eixos cartesianos Y, X e Z, respectivamente. Isso influenciará nas análises das tensões, de acordo com a teoria das tensões de Mohr, conforme é apresentado na Figura 39.

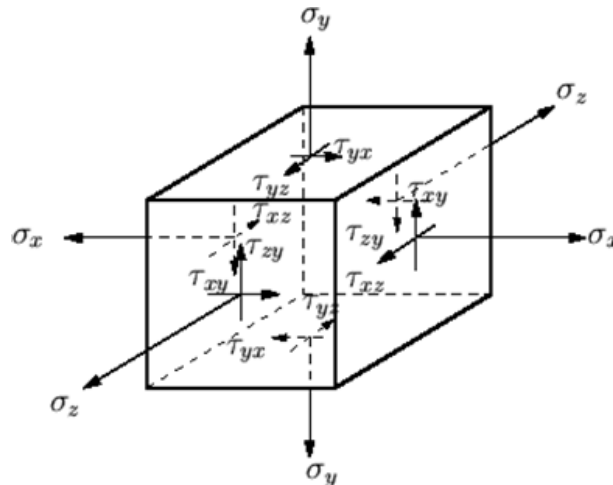


Figura 39 - Elemento de tensões de Mohr
Fonte: Adaptado de Munhoz, 2004

Inicialmente define-se o tipo do material, de acordo com a Tabela 4. O SAP2000 já trás como informação em sua biblioteca o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, o coeficiente de expansão térmica e o coeficiente de cisalhamento do concreto. É necessária a inserção dos valores de massa específica e de módulo de deformação tangente.

Módulo de elasticidade (E) = 2485,56 kN/cm²

Coeficiente de Poisson (n) = 0,20

Coeficiente de expansão térmica (A) = 9,90 x 10⁻⁶ / °C

Módulo de cisalhamento (G) = 10350,65 kN/cm²

Massa específica do concreto (ρ) = 2,40 x 10⁻⁸ kg/cm³

Peso específico do concreto (γ) = 2,45 x 10⁻⁵ kN/cm³

O *SAP2000* possui uma vasta biblioteca de elementos finitos. Neste trabalho o elemento utilizado foi um sólido de oito nós, onde cada nó possuía 6 graus de liberdade, em um total de 48 graus de liberdade por elemento.

A modelagem das estacas foi adaptada para elementos cúbicos ao invés de cilíndricos, assim como foi feito por outros autores, para facilitar o trabalho e a utilização do programa. Sendo assim a seção das estacas ficou quadrática, porém essa condição não influenciará nas análises.

Como se trata de uma análise elástica-linear, não foram modeladas as armaduras dos blocos.

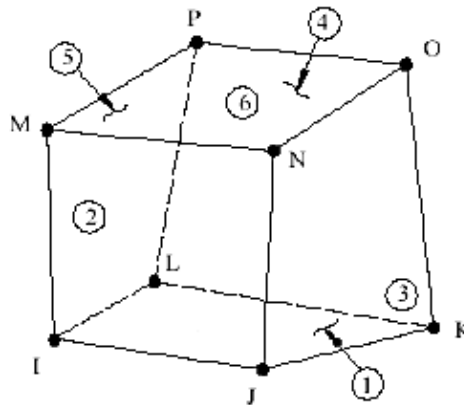


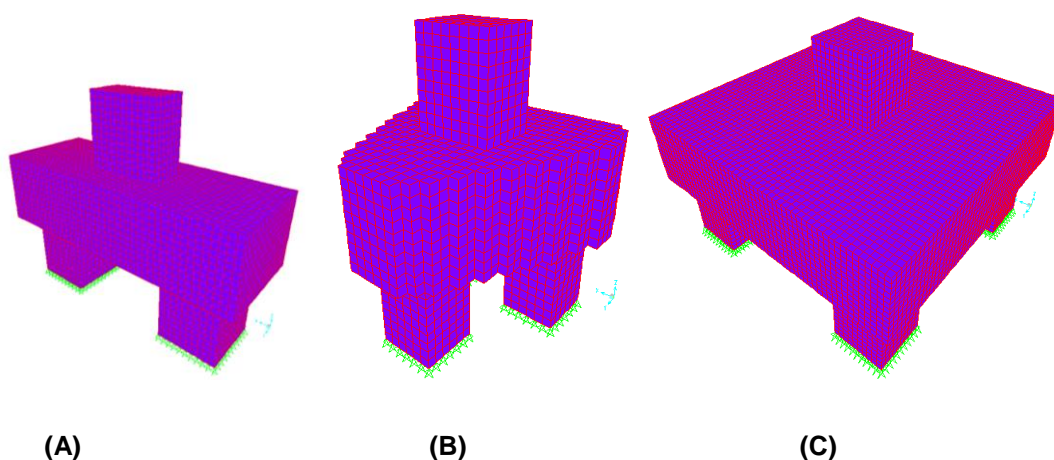
Figura 40 – Sólido cúbico
Fonte: Adaptado de Munhoz, 2004

Para a discretização dos elementos adotou-se uma malha com o espaçamento de 5,00 cm entre as linhas. Não foi possível utilizar uma malha mais refinada, pois a quantidade de modelos inviabilizou o processamento dos modelos numéricos, onde o número de elementos variou entre 3.456 e 96.880 e o tempo de processamento variou entre 0,22 min e 30,12 min.

Para a análise numérica, foram utilizados dois computadores. O primeiro deles possui processador *Intel® Pentium® Dual CPU T3400 @ 2.16 GHz* 2.17 GHz e memória instalada de 3,00 GB e o segundo possui processador *Intel® Core i3® CPU 2.20 GHz* e memória instalada de 3,00 GB.

A solicitação foi aplicada como compressão no topo do pilar. Como condições de contorno, o movimento na vertical foi restringido em forma de apoio fixo na base da estaca para possibilitar a análise das deformações do conjunto.

A Figura 41 exemplifica a malha utilizada em cada série de blocos e a restrição do movimento vertical, onde o refinamento é uniforme em todo o modelo.



(A) Bloco de duas estacas; (B) Bloco de três estacas; (C) Bloco de quatro estacas
Fonte: Autores

3.4 ANÁLISE NUMÉRICA

Os campos de tensões máximos e mínimos nas direções principais são os resultados numéricos que fornecem uma noção do funcionamento das estruturas. Por meio das trajetórias das tensões, pode-se montar um modelo de bielas e tirantes. O campo de tensões mínimas, geralmente de compressão, orienta a trajetória da biela comprimida. Os campos de tensões máximas orientam o posicionamento dos tirantes. Na sequência serão apresentadas essas trajetórias para os modelos analisados de duas, três e quatro estacas.

Para cada série de modelos de estacas foram feitas algumas constatações a respeito do ângulo das trajetórias das tensões, encaminhamento das tensões,

apresentação das tensões máximas e mínimas, indicação da compressão e tração, em função da geometria do pilar, da estaca e do bloco.

Para a melhor visualização e comparação entre os resultados dos modelos, adotou-se o mesmo intervalo de tensões para todos os blocos, de $-5,00$ MPa a $3,00$ MPa, sendo que os valores acima e abaixo do intervalo estão nas cores azul e roxa, respectivamente.

3.4.1 BLOCO DE DUAS ESTACAS

Análise de modelos de bloco com a variação da dimensão do pilar, da altura do bloco, da distância entre o eixo das estacas e do diâmetro das estacas.

O campo de tensões dos modelos A1.1 e A1.2 (conforme a Figura 42) mostra que a medida que o ângulo da biela aumenta, há maior dispersão de tensões no bloco na transferência de cargas entre o pilar e as estacas.

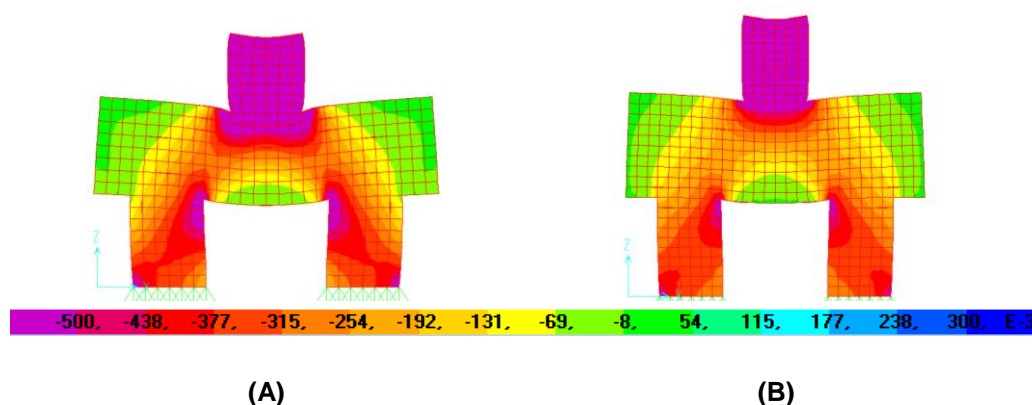


Figura 42 – Campos de tensões mínimas dos modelos A1.1 (A) e A1.2 (B) em $E-3$ kN/cm^2

Fonte: Autores

Observa-se que existe concentração de cargas nodais na extremidade inferior do pilar e na extremidade superior da estaca, sendo que nos blocos de menor altura essas concentrações são maiores. No nó da estaca mais próximo da face lateral do bloco, nota-se uma maior tensão de compressão no bloco de

maior altura (maior inclinação da biela) evidenciando que as tensões se dispersaram ao longo do bloco, como mostra o detalhe da Figura 43.

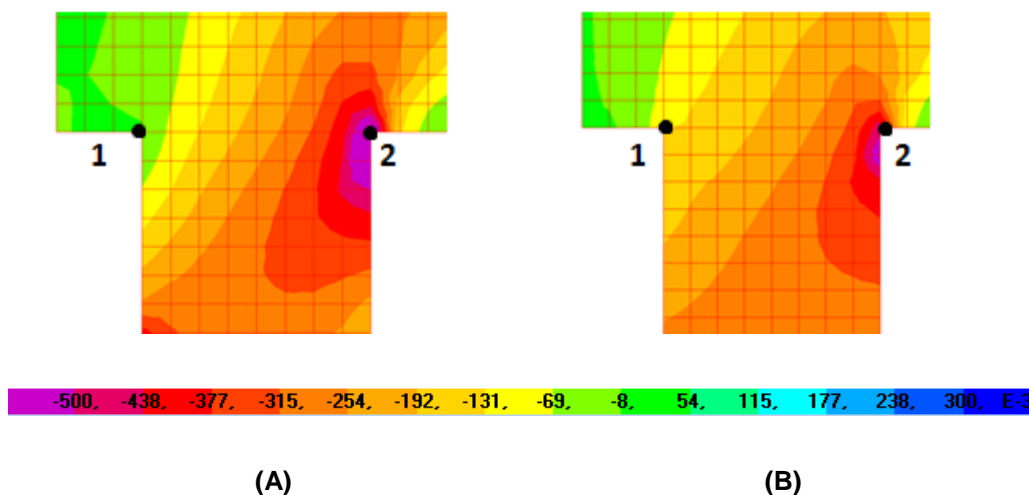


Figura 43 - Detalhe da concentração de carga nodal no topo da estaca. Modelos A 2.1 (A) e A 2.2 (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

Verifica-se que no modelo A 2.1 a tensão máxima no nó indicado pelo ponto 1 foi 0,06 MPa e de 6,38 MPa de compressão no ponto 2, enquanto que no modelo A 2.2 nos pontos 1 e 2 foram de 1,26 MPa e 4,77 MPa de compressão, respectivamente.

Da mesma maneira que foi apresentado no trabalho de Munhoz (2004), constata-se que a formação das bielas de compressão ocorre além da seção do pilar, o que difere da teoria apresentada por Blévo (1967). Por meio de uma aproximação gráfica, pode-se notar a diferença entre o modelo analítico e o numérico ilustrado na Figura 44, onde as linhas azuis tracejadas representam o modelo proposto por Blévo (1967), enquanto que a linha contínua preta mostra a trajetória das tensões de compressão no modelo numérico analisado.

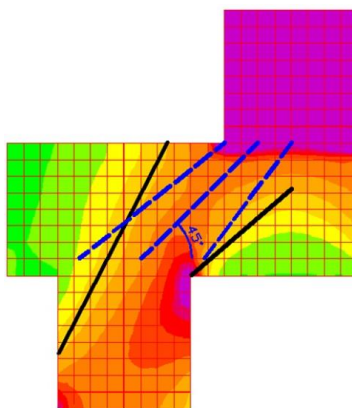


Figura 44 – Comparação das bielas de compressão do modelo numérico com o de Blévo (1967) em E-3 kN/cm²
Fonte: Autores

Com relação as tensões máximas, observou-se que na base do bloco ocorre a formação de regiões tracionadas, como era esperado, no local onde costuma-se posicionar a armadura principal. Nos blocos com maior ângulo de biela, as tensões de tração máximas foram menores em comparação com os blocos de mesmas dimensões e mesmo carregamento aplicado, porém com alturas menores. A Figura 45 ilustra os campos de tensão máximas do modelo A 4.1 e A 4.2.

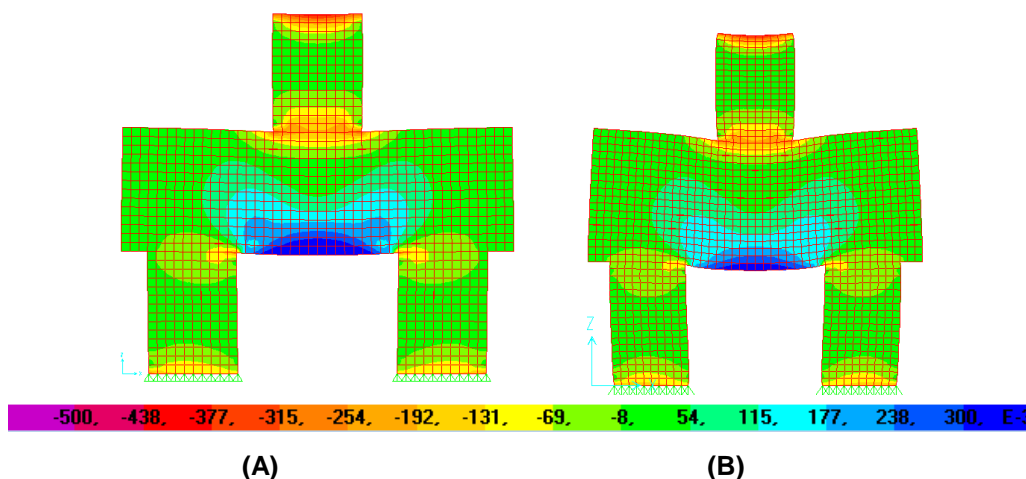


Figura 45– Campos de tensões de máximas dos modelos A4.1 (A) e A4.2 (B) em E-3 kN/cm²
Fonte: Autores

No modelo A 4.1 a tensão máxima de tração encontrada foi de 4,71 MPa, enquanto que no modelo A 4.2 foi de 3,68 MPa, sendo que a diferença de altura entre os modelos era de 20,00 cm. Notou-se também, que entre os

modelos com diferentes diâmetros de estaca, a magnitude das tensões de tração foi menor nos blocos com maiores estacas, como verificado no trabalho de Munhoz (2004).

Quando se analisa as tensões, também é possível constatar que existe uma região de tração no interior das bielas de compressão. Esse tirante absorve as forças que aparecem devido a expansão das tensões de compressão entre os pontos de aplicação de força, formando assim uma treliça de tensões, conforme é apresentado nos estudos de Adebar *et al.* (1990) e ilustrado na Figura 13. Na Figura 46 apresenta-se as direções principais em cada elemento, podendo-se observar o caminhamento das tensões e perceber a formação das bielas e tirantes no modelo A 4.1 analisado.

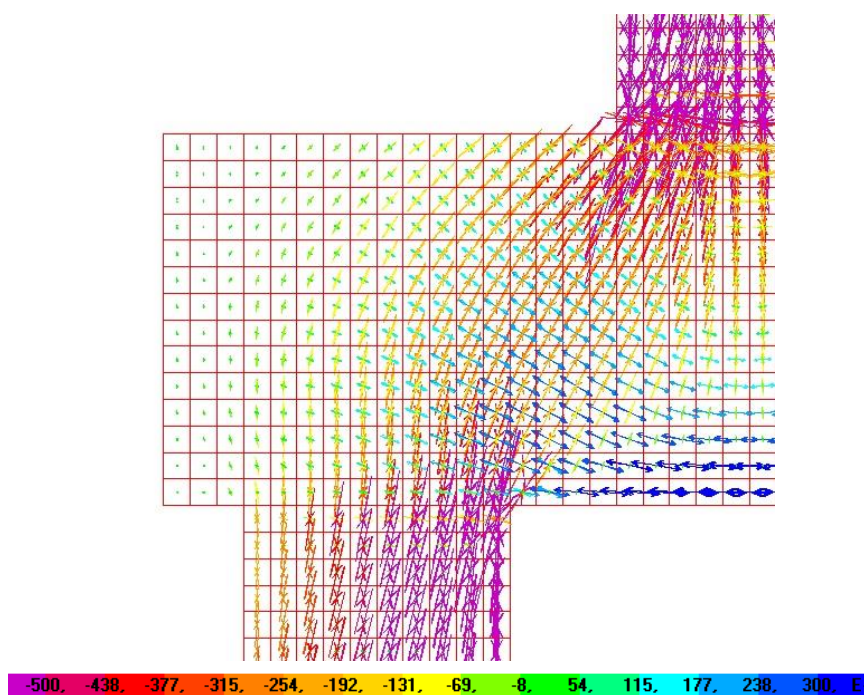


Figura 46 – Direcionamento de tensões principais do elemento do modelo A 4.1 em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

3.4.2 BLOCOS SOBRE TRÊS ESTACAS

Nos blocos de três e quatro estacas a análise das tensões é mais complexa, pois a treliça que se forma é espacial, dificultando a visualização das tensões no software.

Os blocos de três estacas foram analisados em dois cortes para a melhor visualização dos campos de tensão, conforme ilustra a Figura 47.

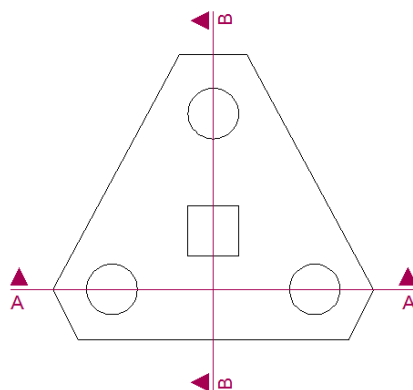
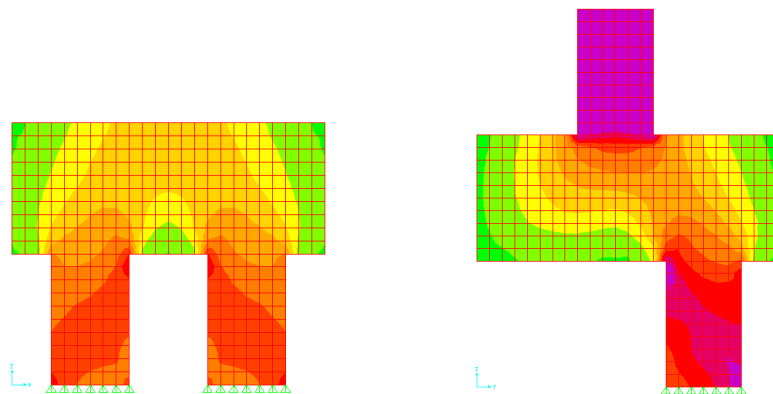
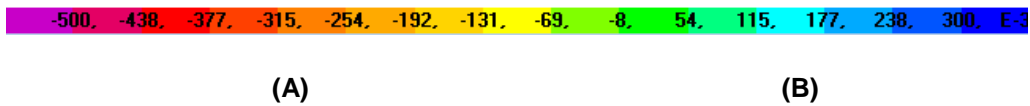


Figura 47 – Cortes esquemáticos do bloco de três estacas
Fonte: Autores

Assim como nos blocos de duas estacas, para as tensões mínimas, o modelo numérico também difere do modelo teórico de Blévoit (1967) quando se trata do encaminhamento das tensões, como pode ser visto no modelo B 1.2 (Figura 48).





(A) (B)
 Figura 48 – Campos de tensões mínimas do modelo B 1.2. Corte A (A), corte B (B) em E-3 kN/cm².

Fonte: Autores

Em relação as tensões máximas, observa-se que as maiores concentrações de tração se localizam no meio do bloco, na mesma direção do eixo do pilar. Também foram identificadas zonas de tração no eixo entre as estacas, porém de menor magnitude. Como pode ser visto no modelo B 3.1, na Figura 49.

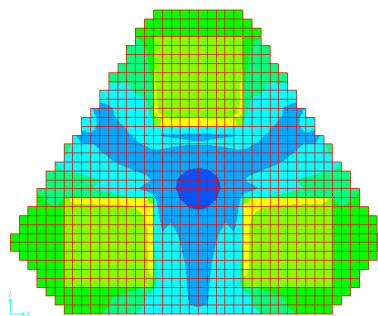


Figura 49 – Campos de tensões máximas do modelo B 3.1 em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

Quando se compara blocos submetidos ao mesmo carregamento e com as mesmas dimensões, exceto para a altura, chega-se a resultados parecidos com os dos blocos de duas estacas. Para blocos com maior altura, as tensões máximas na base do bloco são menores, como ilustram os modelos B 3.1 e B 3.2 na Figura 50.

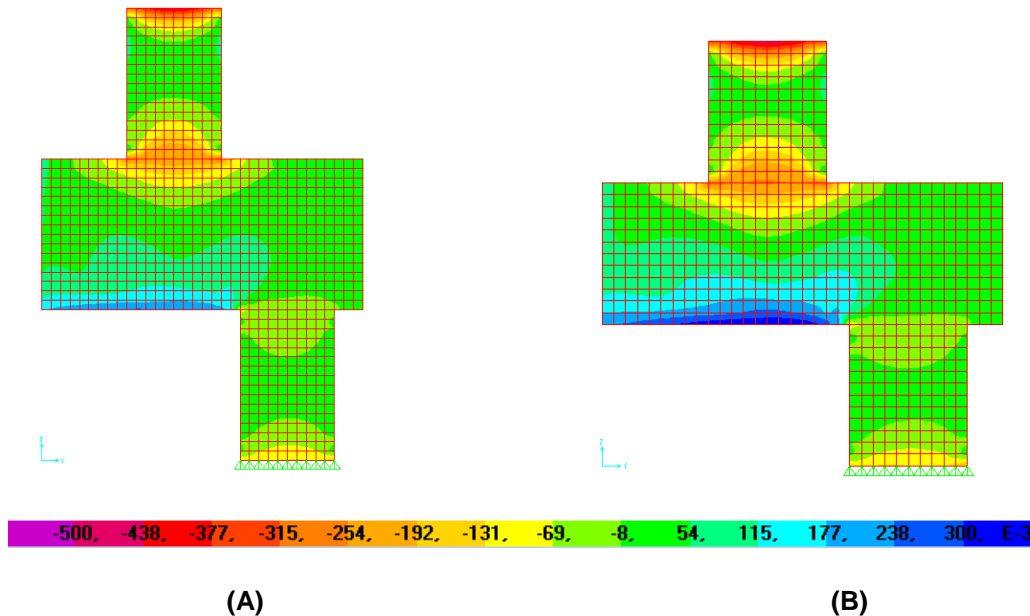


Figura 50 – Campos de tensões máximas. Modelo B 3.1 (A), modelo B 3.2 (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

Pode-se notar que a variação da dimensão do pilar influencia na distribuição dos campos de tensões do bloco. Pilares de seção quadrada ofereceram uma distribuição mais uniforme, enquanto que os pilares de seção retangular causaram diferenças na transferência de tensões as estacas. Isso ocorre devido ao fato de que simetria da seção não é mantida quando os pilares têm seção retangular, uma vez que as distâncias entre os eixos das estacas e as faces do pilar não são iguais.

3.4.3 BLOCOS SOBRE QUATRO ESTACAS

Para a visualização dos campos e trajetórias de tensões nos blocos de quatro estacas, as figuras dos modelos ilustram o corte do bloco que passa pelo eixo das estacas no sentido de maior comprimento do pilar.

O bloco de quatro estacas tem um comportamento muito semelhante ao bloco de duas estacas. Sua principal diferença está no ângulo da biela, que no bloco de quatro estacas se dá em função de uma bissetriz da metade da distância entre o eixo das estacas com o pilar e com a altura do bloco.

O campo de tensões mínimas dos modelos C 2.1 e C 2.2 ilustram, na Figura 51, que à medida que o ângulo de inclinação da biela aumenta, e a altura também, há uma maior dispersão de tensões no bloco na transferência de cargas entre o pilar e as estacas, assim como no modelo de duas estacas.

Também nota-se na Figura 51 que, como nos demais modelos de duas e três estacas, a trajetória das tensões não é a mesma do trabalho de Blévo (1967).

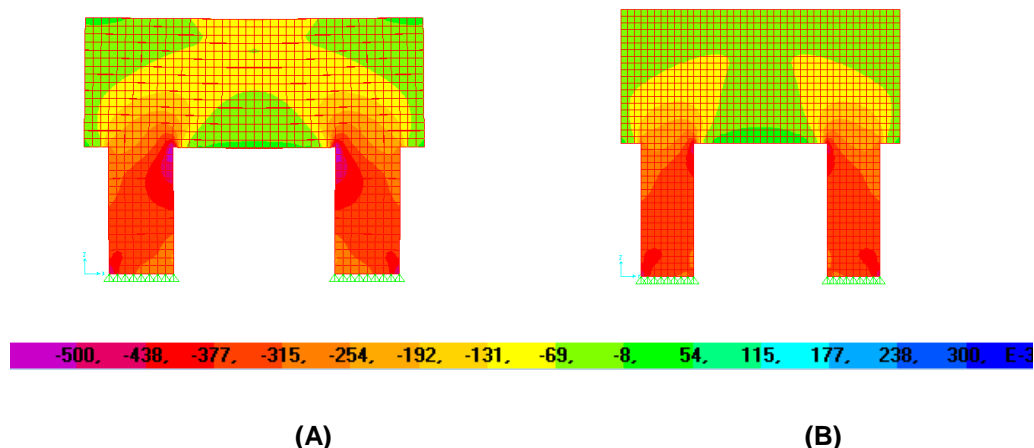


Figura 51 – Campos de tensões mínimas. Modelo C 2.1 (A) e modelo C 2.2 (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

De modo similar ao que ocorre no bloco de duas estacas, pode-se ver que na análise das tensões principais, há tração dentro da biela comprimida, que ocorre quando este tirante absorve as forças que aparecem devido a expansão das tensões de compressão entre os pontos de aplicação de força, formando assim uma treliça de tensões, de maneira análoga ao modelo de Adebar *et al.* (1990). A Figura 52 ilustra a situação.

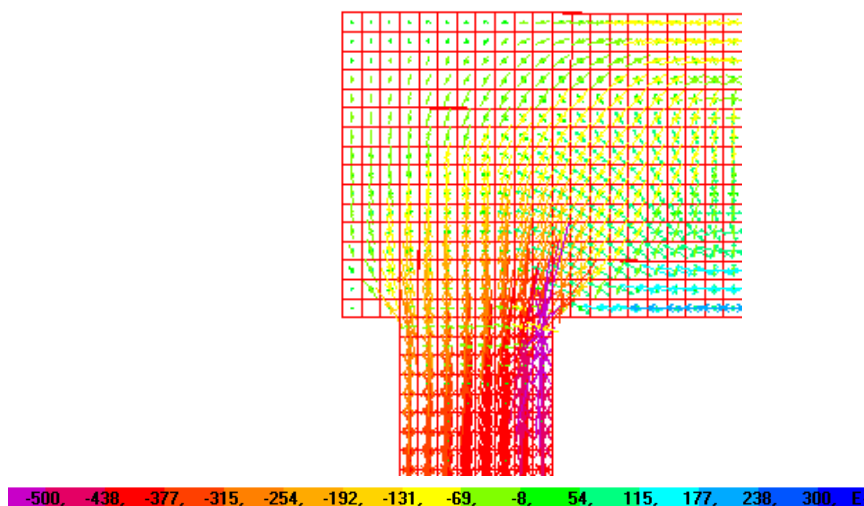


Figura 52 – Direcionamento de tensões principais do elemento do modelo C 2.1 em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

Para as tensões de tração, na análise dos campos de tensões máximas, observa-se que há o esforço de tração entre os eixos entre as estacas, conforme a Figura 53. As máximas concentrações observadas estão localizadas na parte inferior, no centro do bloco.

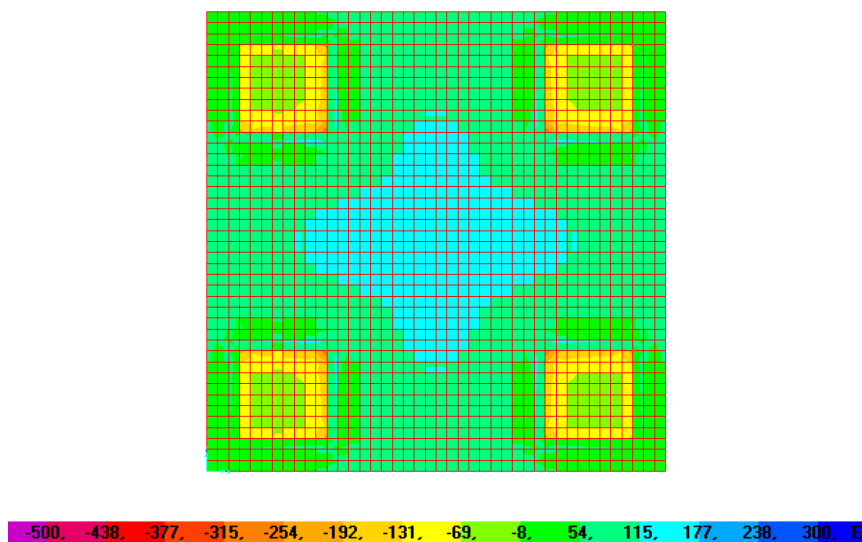


Figura 53 – Tensões máximas no bloco de quatro estacas modelo C 1.2 em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

A seção do pilar influenciou na distribuição dos campos de tensão analogamente aos blocos de três estacas. Pilares quadrados causaram distribuições mais uniformes, enquanto pilares retangulares fizeram com que

houvesse diferenças nas distribuições de carga entre as estacas e no encaminhamento das tensões.

Assim como nos modelos anteriores, o aumento do tamanho da estaca fez com que as concentrações de tração no centro do bloco diminuíssem, porém isso não é tão evidente quanto nos blocos de duas e três estacas. Todos os modelos analisados apresentaram comportamento semelhante em relação à tração.

Em relação às deformações dos modelos, pode-se perceber que os blocos de duas estacas foram os que mais deformaram, sendo que os modelos de três e quatro estacas se apresentaram mais estáveis. Os modelos com maior ângulo de biela deformaram menos em relação aos de menor ângulo, devido a maior altura do bloco. Quando comparados os diâmetros de estacas, os blocos com menores seções de estaca apresentaram maiores deformações, em comparação com os blocos que possuíam maiores estacas.

Nos blocos de quatro estacas observou-se que surgiram tensões de compressão nos cantos superiores dos blocos, devido as deformações causadas pelo carregamento do pilar, como visto na Figura 54.

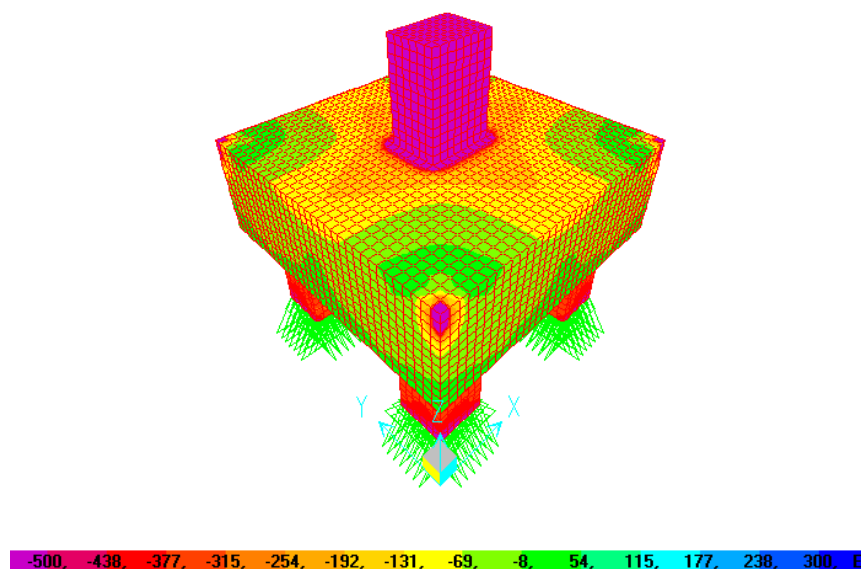


Figura 54 – Tensão de compressão no canto do bloco de quatro estacas C 1.2 em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

4.1 CONCLUSÕES

A importância deste trabalho está na análise dos modelos numéricos, elástico linear, das tensões e deformações de blocos rígidos de fundação em concreto armado sobre duas, três ou quatro estacas, utilizando método dos elementos finitos, de acordo com os padrões previstos pela NBR 6118:2007.

Os modelos numéricos apresentados resultaram em valores de tensões abaixo das esperadas, demonstrando desta maneira a necessidade de se adotar um modelo analítico mais refinado, que leve em considerações o diâmetro das estacas, geometria do bloco em função da inclinação da biela e seções de pilares, além disso, devem-se adotar verificações de tensões na base do pilar e na base da estaca, regiões sobrecarregadas de tensões.

Constatou-se que o modelo analítico de Blévat (1967) atende as necessidades de projeto, mesmo se tratando de um método mais conservador do que o numérico, e ainda tem a vantagem de se tratar de um método relativamente simples de ser aplicado.

Para os modelos de blocos sobre duas estacas, são detalhes importantes:

- O espriamento de tensões na base do pilar, que difere principalmente do trabalho de Blévat, e mostra que há uma angulação das tensões de compressão que parte da estaca até a lateral da base do pilar.
- O fluxo de tensões principais que indica que há um esforço de tração dentro da biela de compressão, onde os elementos desta região estão submetidos a esforços tanto de compressão como de tração.
- Blocos com maiores dimensões na altura estão sujeitos a uma menor solicitação de tração na base do bloco entre os eixos das estacas, porém a

transmissão dos esforços de compressão para as estacas já não apresentam a mesma vantagem.

Para blocos sobre três estacas, verificou-se que:

- Há um comportamento semelhante ao modelo de bloco sobre duas estacas nos cortes que foram apresentados, porém há uma necessidade da utilização de um software mais refinado para um corte transversal, onde há tensões de compressão que não puderam ser analisadas.
- Para as máximas tensões de tração foi verificado que são localizadas na base do bloco, no sentido abaixo do pilar, local onde a armadura principal deve ser posicionada.
- A seção transversal dos pilares também influenciou na propagação de tensões, pilares de seção quadrada foram mais uniformes, enquanto os de seção retangular não apresentaram a mesma simetria.

Por fim, para blocos sobre quatro estacas, a análise se deu de forma mais sucinta, pela mesma dificuldade encontrada em traçar um plano de corte transversal para se verificar a biela de compressão, uma vez que ela se estende de maneira espacial dentro do bloco.

Nos planos de corte analisados, podem-se verificar comportamentos semelhantes aos blocos de duas estacas, com o mesmo espraiamento de tensões na base do pilar e com o esforço de tração dentro da biela de compressão.

Assim como no modelo de três estacas, os modelos de quatro estacas também tiveram a relação da seção do pilar com a simetria da distribuição das tensões dentro do bloco.

Para a transmissão de cargas do pilar para as estacas, em todos os modelos analisados, constata-se que o ângulo de inclinação da biela de $45,00^\circ$ é o ideal, pois apresenta um equilíbrio entre as concentrações de compressão e de tração.

Para demais verificações, todos os modelos analisados encontram-se nos Apêndices deste trabalho.

4.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Com a finalidade de contribuir para a orientação de trabalhos futuros, envolvendo o tema, sugerem-se alguns temas como segue:

- Análise de modelos numéricos não lineares que simulem a utilização da armadura estudando a fissuração do concreto e o escoamento das armaduras longitudinais na formação dos campos e trajetórias de tensões;
- Comparação de resultados de modelos numéricos com resultados experimentais existentes na literatura;
- E finalmente, modelagem computacional de blocos sobre estacas com elementos mais refinados, utilizando estacas de seção circular, com restrições ao movimento horizontal de maneira que se aproxime mais da realidade encontrada em campo, inclusive considerando a interação solo-estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - **NBR 6118** - "Projeto de Estruturas de concreto". Rio de Janeiro, 2007;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - **NBR 8681** - "Ações e segurança nas estruturas". Rio de Janeiro, 2002;

COMPUTERS AND STRUCTURES; SAP 2000 © 2013 < <http://www.csiamerica.com/sap2000> > Acesso em: 28 nov. de 2013;

CAMPILHO, Raul D. S. G. **Métodos De Elementos Finitos: Ferramentas Para Análise Estrutural**, Editora Publindústria, Porto 2012;

COOK, Robert D. **Finite Element Modeling for Stress Analysis**, Editora John Wiley & Sons, Inc, Madison, 1995;

DELALIBERA, Rodrigo Gustavo. **Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidas à ação de força centrada e excêntrica**. 2006. 332f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006;

FUSCO, Péricles B, **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto**, Editora Pini Ltda, São Paulo, 1994;

MARTHA, Luiz F. **Notas de aula – Método dos Elementos Finitos**. Disponível em: < <http://www.tecgraf.puc-rio.br/> > Acesso em 13 mar. 2014

MUNHOZ, Fabiana, GIONGO, José S. **Análise do Comportamento de Blocos de Concreto Armado Sobre Estacas Submetidas à Ação de Força Centrada**. 2004. 160f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006;

MUNHOZ, Fabiana, GIONGO, José S. Análise do Comportamento de Blocos de Concreto Armado Sobre Estacas Submetidas à Ação de Força Centrada. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 9, n. 41, p. 47-46, 2007;

OLIVEIRA, Letícia M. de. **Diretrizes Para Projeto de Blocos de Concreto Armado Sobre Estacas**. 2009. 151f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009;

PAVANELLO, Renato. **Notas de Aula – Introdução aos Elementos Finitos**. Disponível em: < <http://www.fem.unicamp.br/~pava/> > Acesso em: 03 mar. 2014;

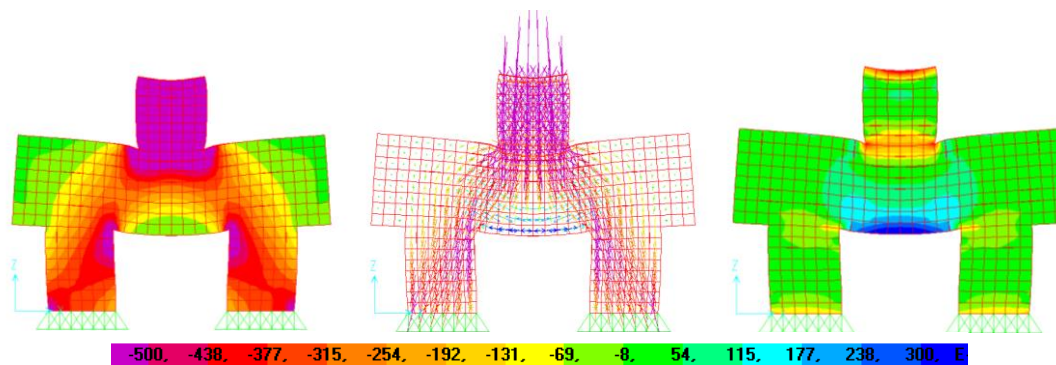
RAMOS, Filipe A. de C. **Análise Numérica de Blocos Sobre Dez Estacas: Cálculo de Reações de Apoio**. 2007. 156f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007;

RIBEIRO, Fernando L. B. **Notas de aula – Introdução aos Elementos Finitos**. Disponível em: < <http://www.coppe.ufrj.br> > Acesso em: 07 mar. 2014;

SORIANO, Humberto e LIMA, Silvio S. de. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Editora EDUSP, São Paulo, 2003;

SOUZA, Rafael A. de, BITTENCOURT, Túlio N. Análise Não-Linear de Bloco Rígido Sobre Duas Estacas. **Engenharia Civil UM**, Universidade do Minho - Braga, v. 21, p. 25-38, 2004.

APÊNDICE A – Bloco sobre duas estacas



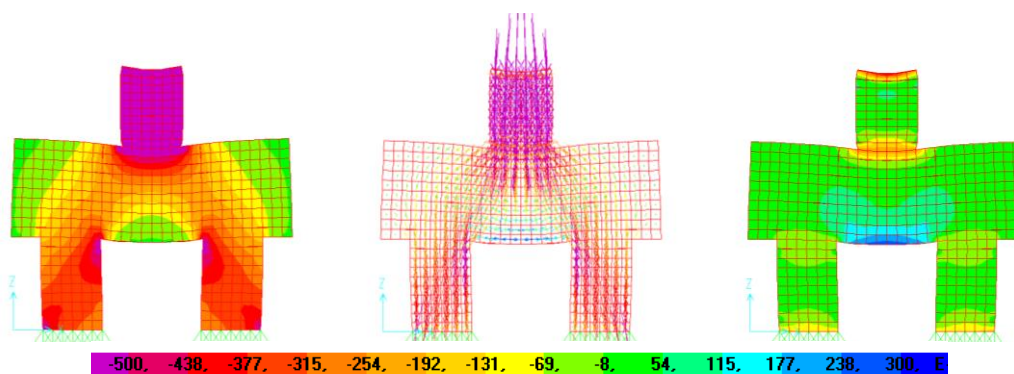
(A)

(B)

(C)

Modelo A 1.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



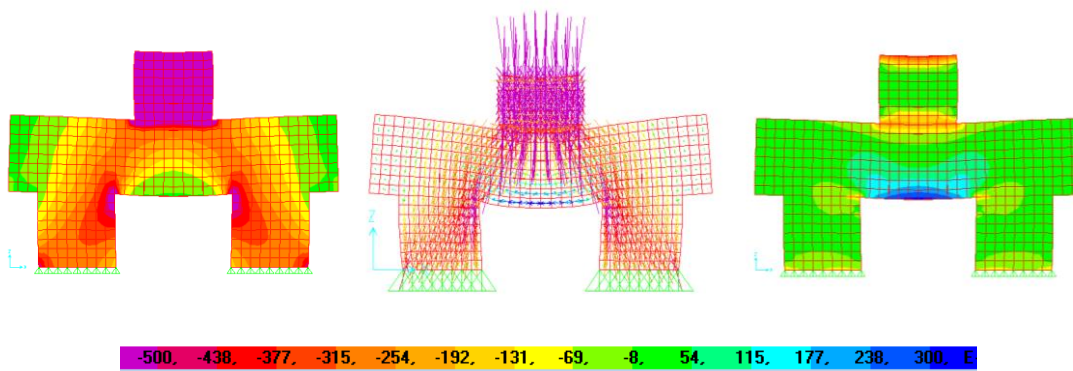
(A)

(B)

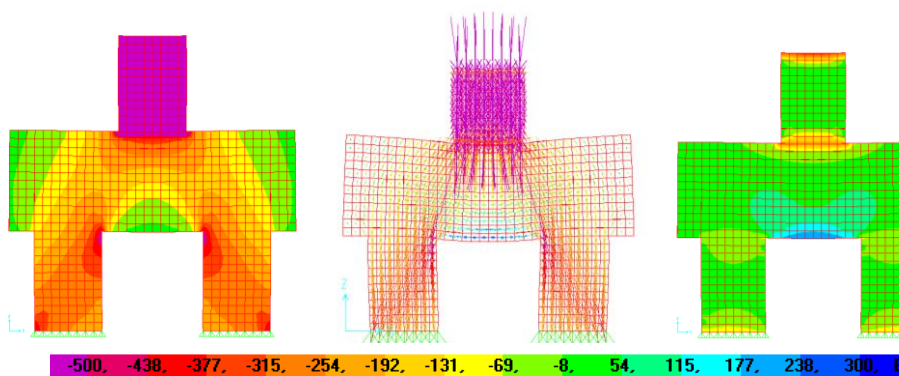
(C)

Modelo A 1.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

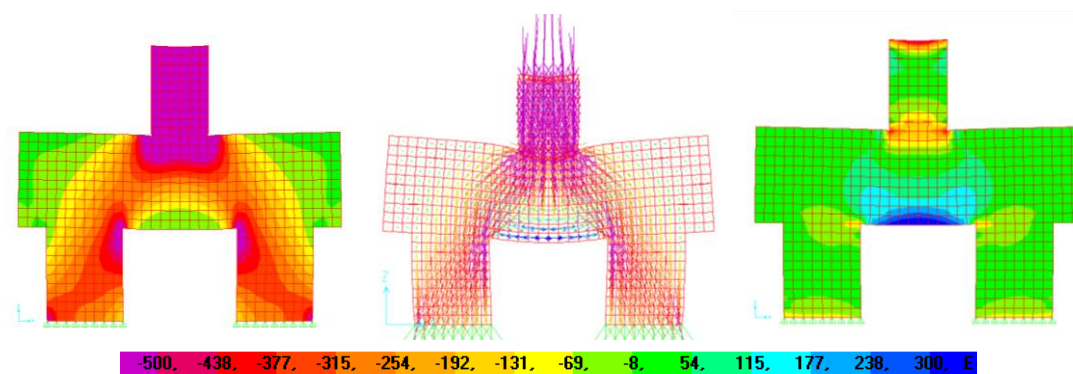
Fonte: Autores



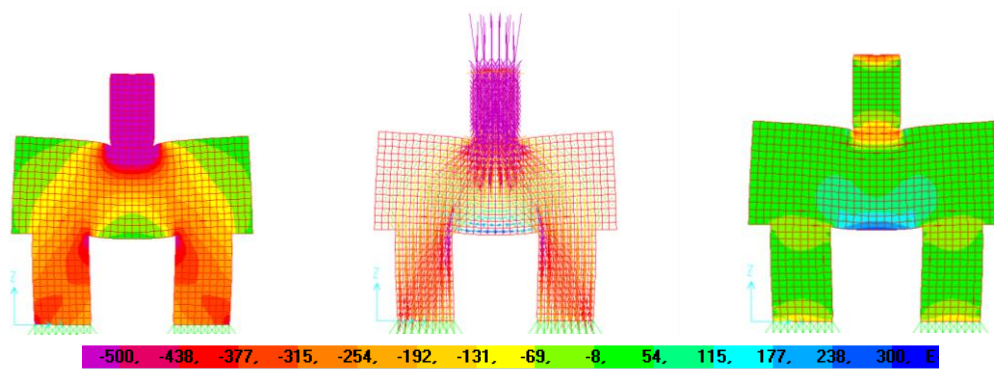
(A) (B) (C)
Modelo A 2.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²
 Fonte: Autores



(A) (B) (C)
Modelo A 2.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²
 Fonte: Autores

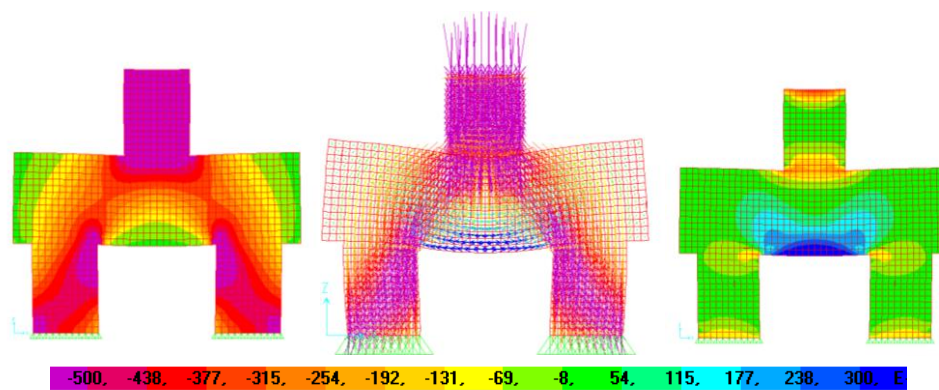


(A) (B) (C)
Modelo A 3.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²
 Fonte: Autores



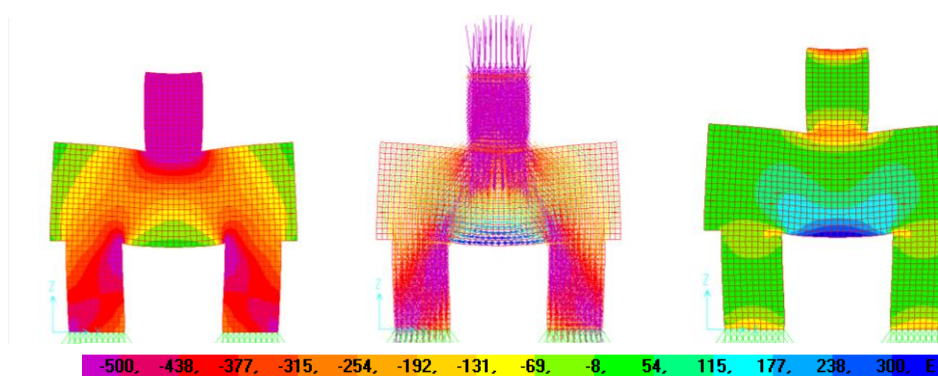
(A) (B) (C)
Modelo A 3.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em $E-3 \text{ kN/cm}^2$

Fonte: Autores



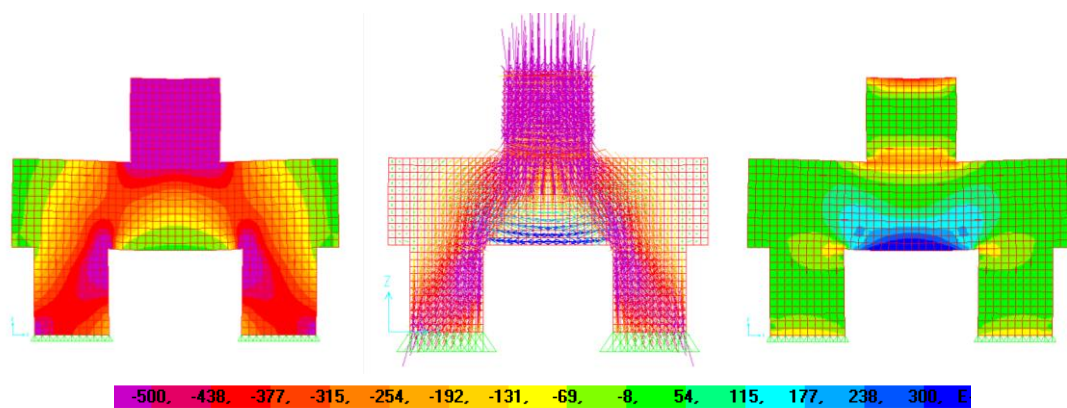
(A) (B) (C)
Modelo A 4.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em $E-3 \text{ kN/cm}^2$

Fonte: Autores



(A) (B) (C)
Modelo A 4.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em $E-3 \text{ kN/cm}^2$

Fonte: Autores



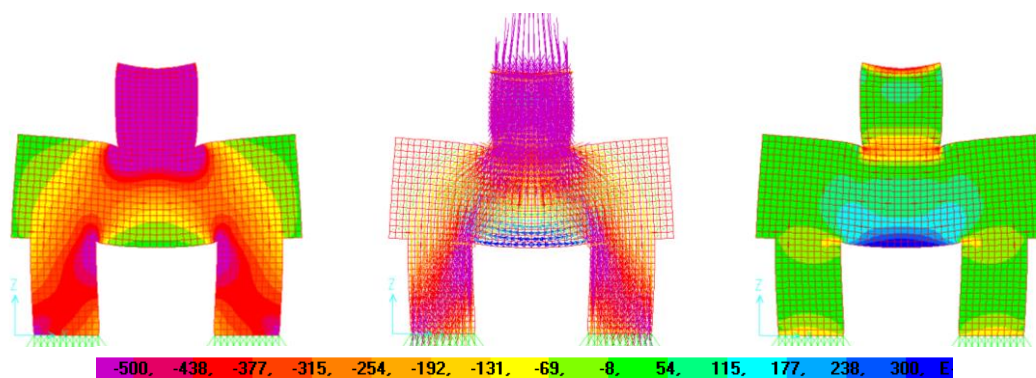
(A)

(B)

(C)

Modelo A 5.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



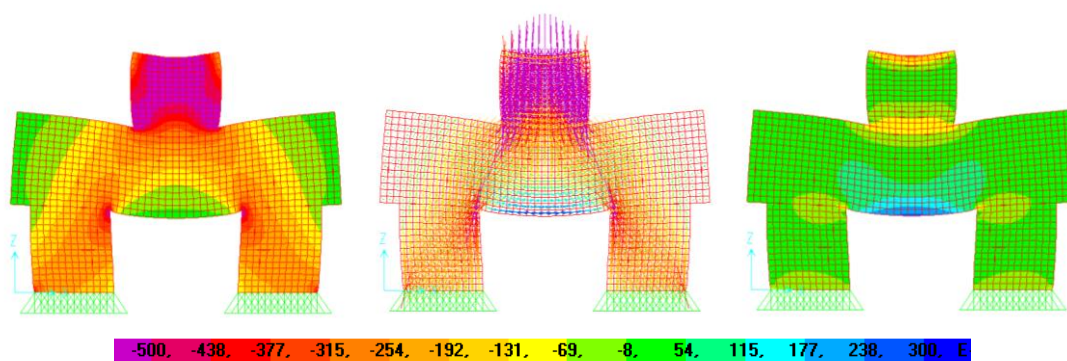
(A)

(B)

(C)

Modelo A 5.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



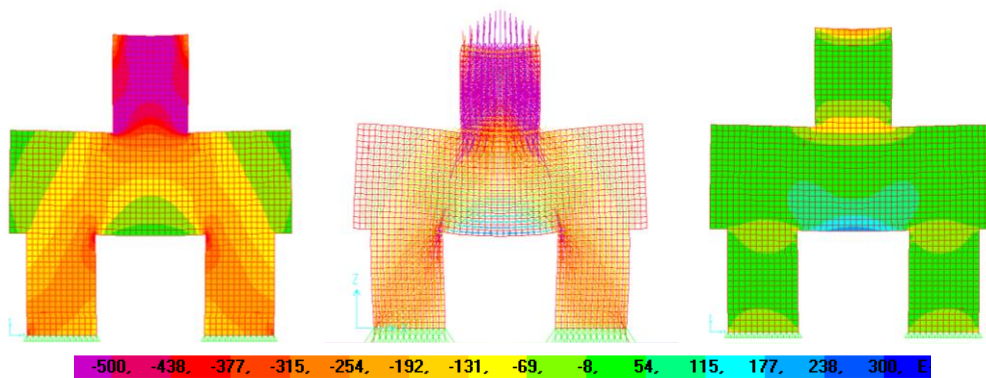
(A)

(B)

(C)

Modelo A 6.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



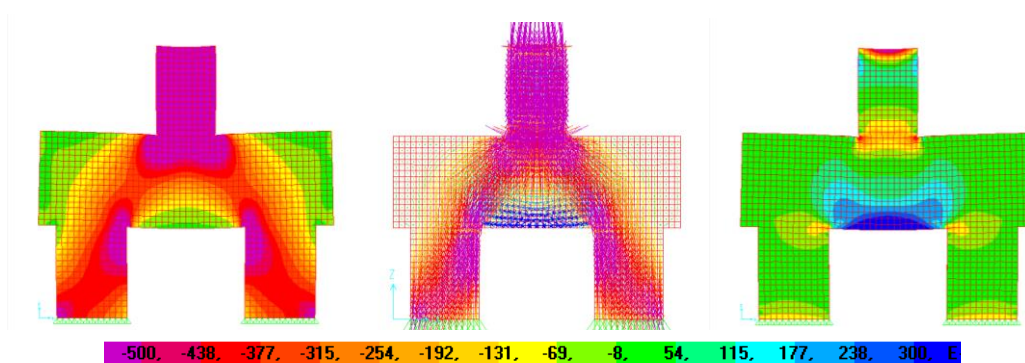
(A)

(B)

(C)

Modelo A 6.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em $E-3 \text{ kN/cm}^2$

Fonte: Autores



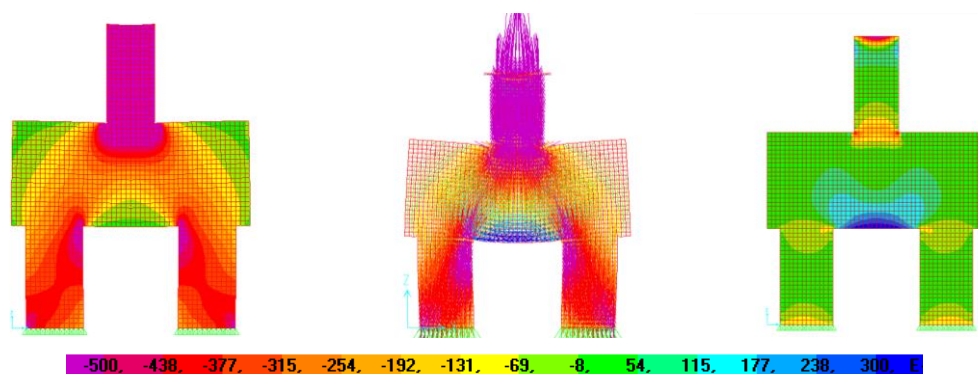
(A)

(B)

(C)

Modelo A 7.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em $E-3 \text{ kN/cm}^2$

Fonte: Autores



(A)

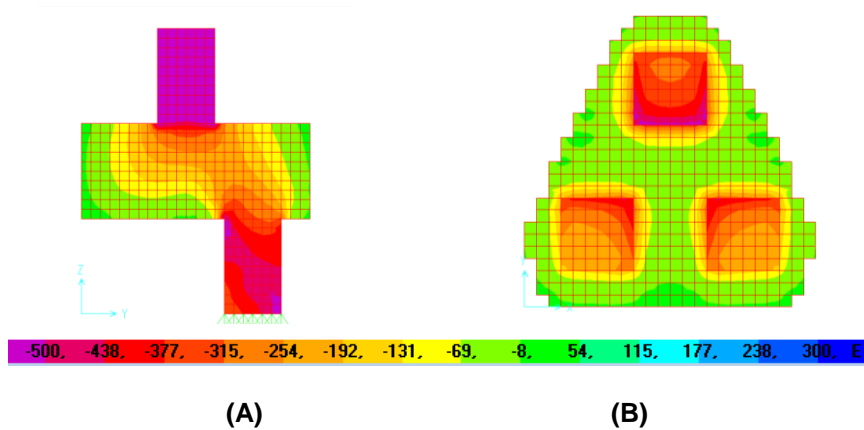
(B)

(C)

Modelo A 7.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em $E-3 \text{ kN/cm}^2$

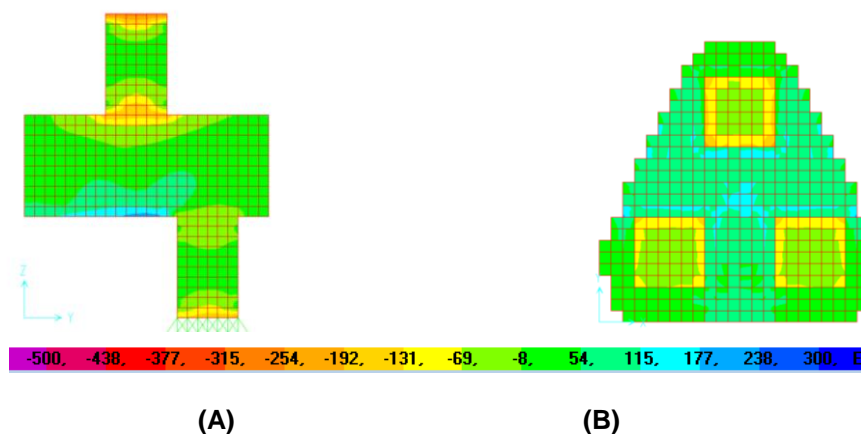
Fonte: Autores

APÊNDICE B – Bloco sobre três estacas



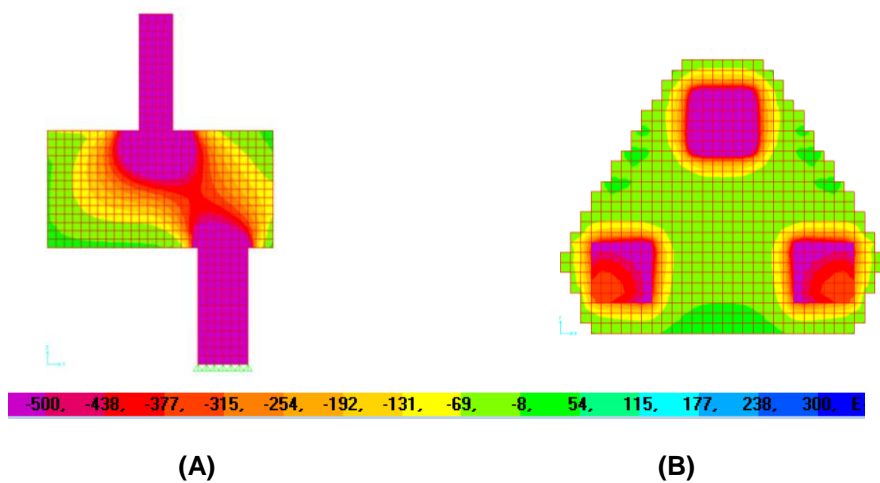
Modelo B 1.1 – Tensões mínimas (A), concentrações de tensões mínimas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



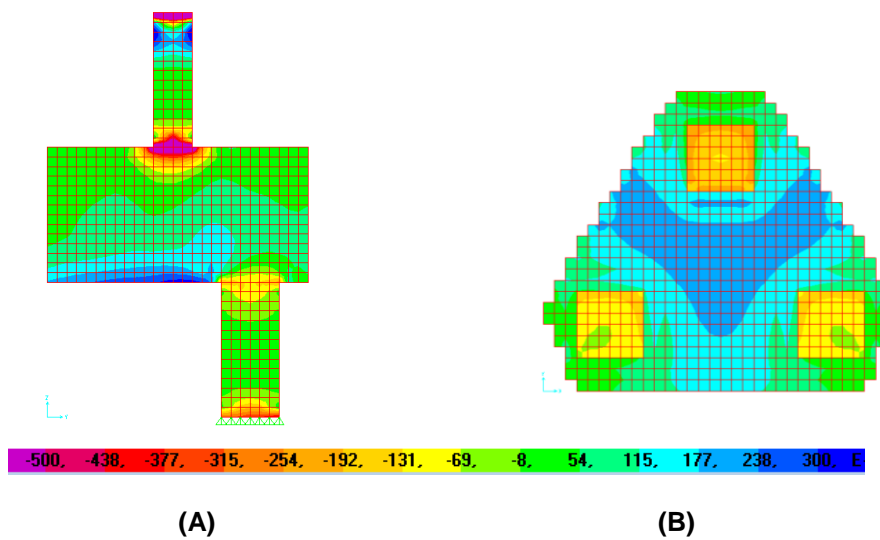
Modelo B 1.1 – Tensões máximas (A), concentrações de tensões máximas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



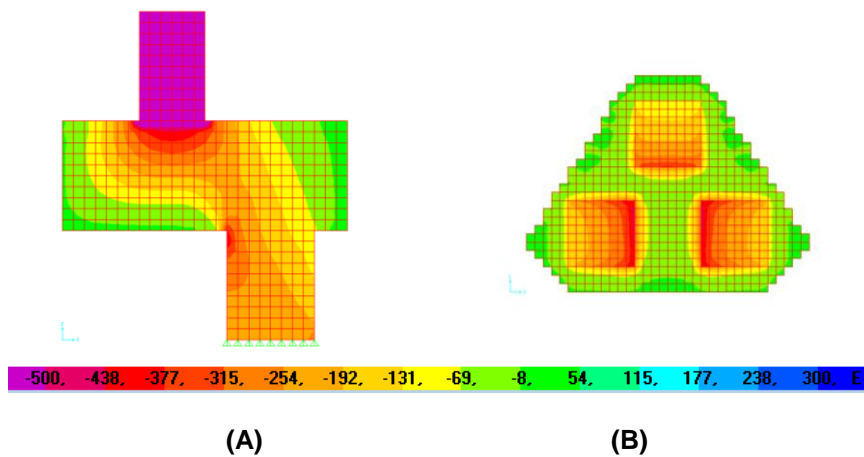
Modelo B 1.2 – Tensões mínimas (A), concentrações de tensões mínimas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



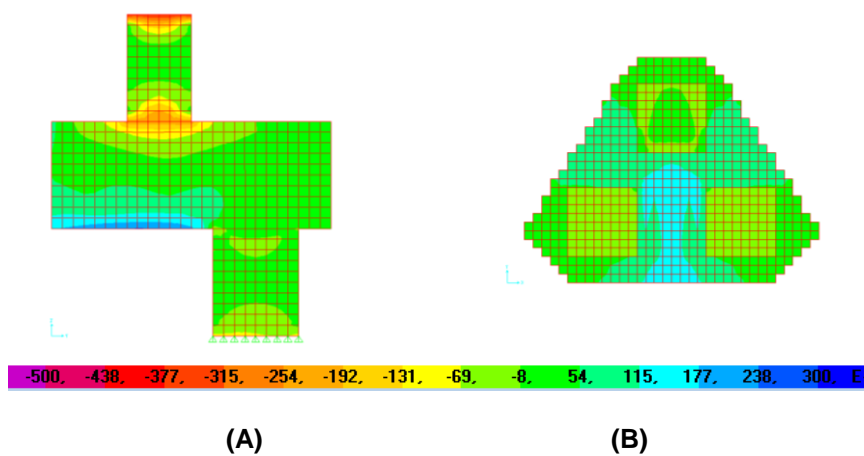
Modelo B 1.2 – Tensões máximas (A), concentrações de tensões máximas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



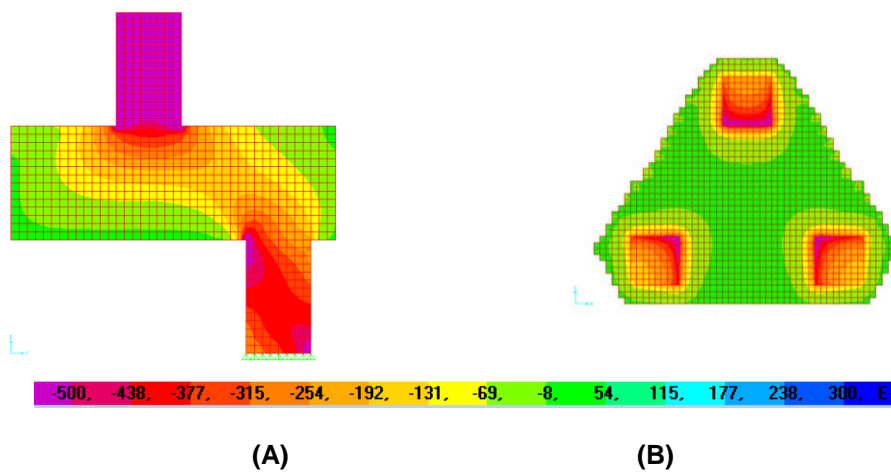
Modelo B 2.1 – Tensões mínimas (A), concentrações de tensões mínimas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



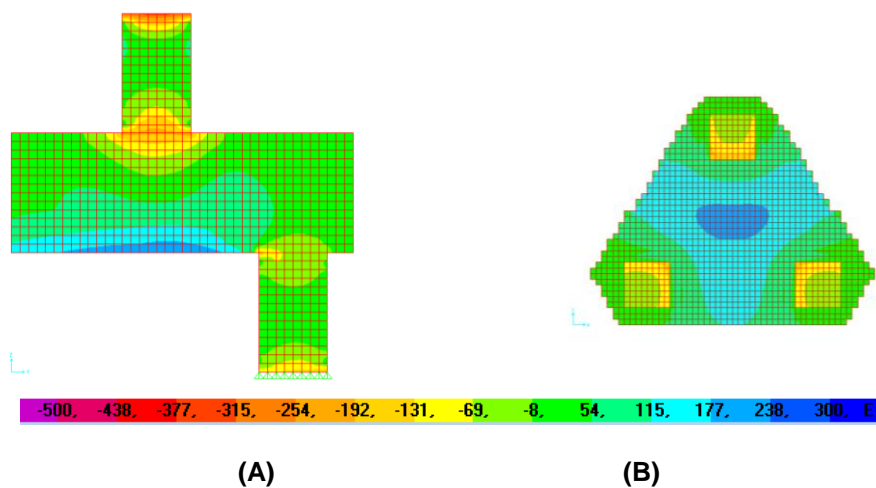
Modelo B 2.1 – Tensões máximas (A), concentrações de tensões máximas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



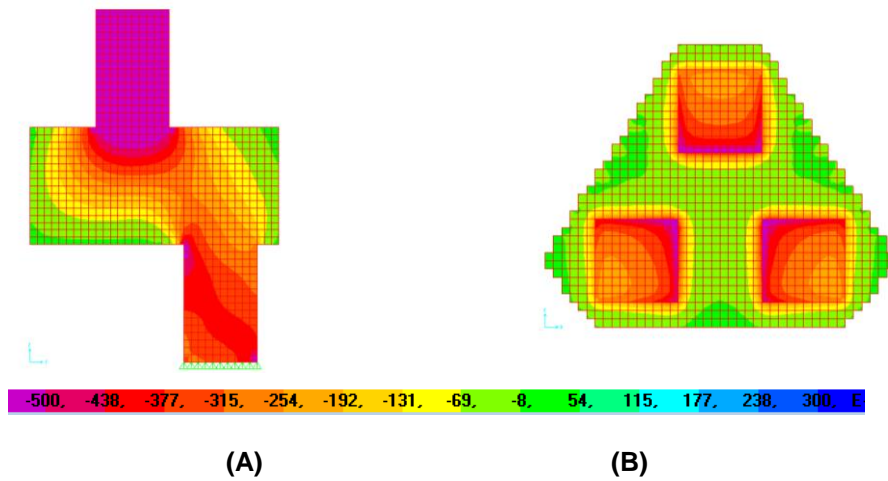
Modelo B 2.2 – Tensões mínimas (A), concentrações de tensões mínimas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



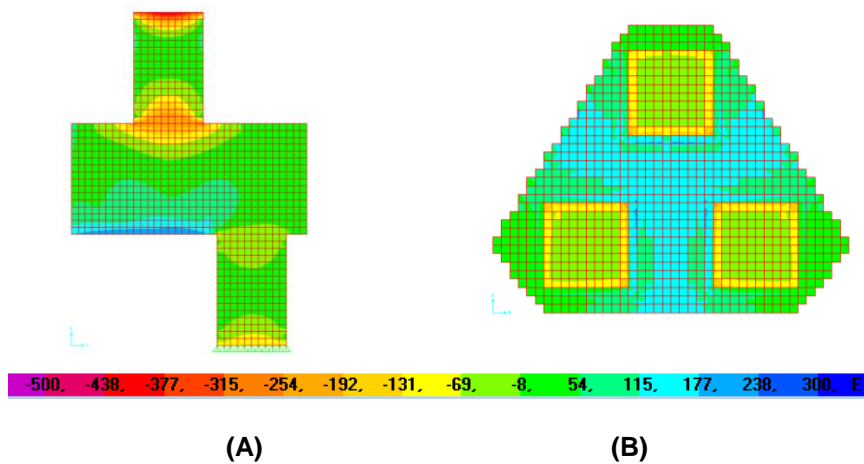
Modelo B 2.2 – Tensões máximas (A), concentrações de tensões máximas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



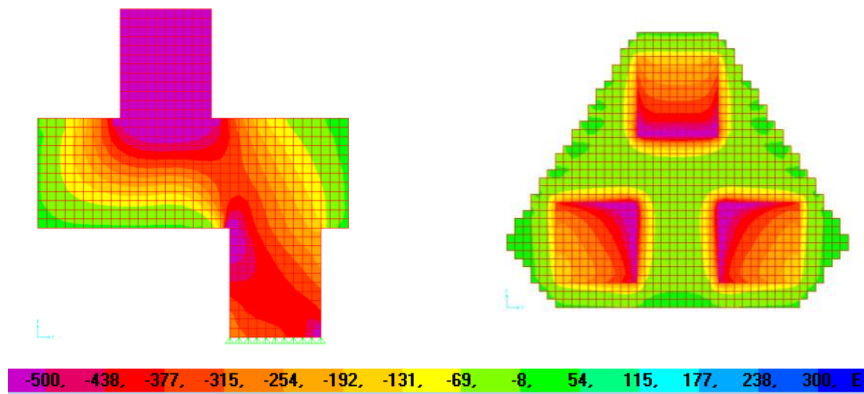
Modelo B 3.1 – Tensões mínimas (A), concentrações de tensões mínimas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



Modelo B 3.1 – Tensões máximas (A), concentrações de tensões máximas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores

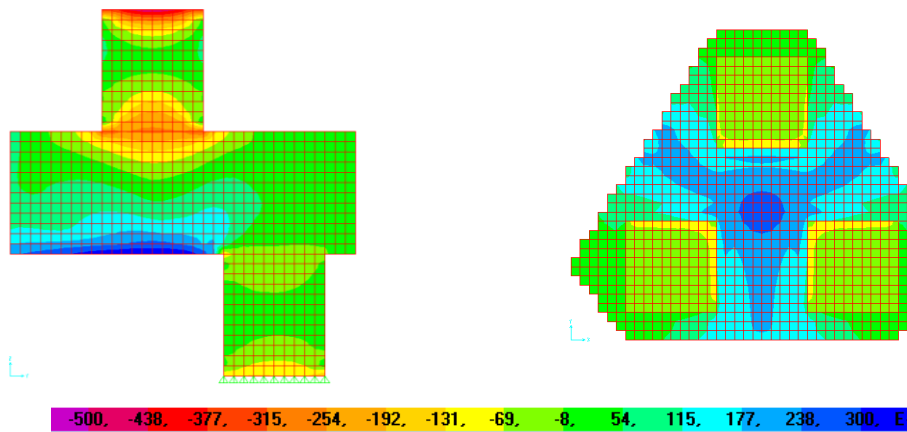


(A)

(B)

Modelo B 3.2 – Tensões mínimas (A), concentrações de tensões mínimas (B) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



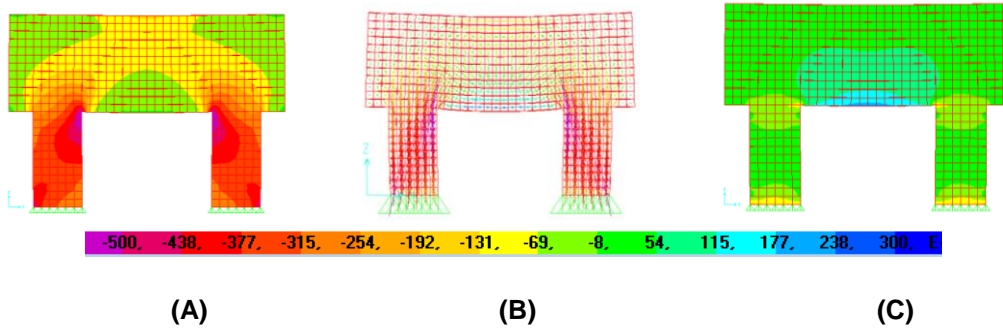
(A)

(B)

Modelo B 3.2 – Tensões máximas (A), concentrações de tensões máximas (B) em E-3 kN/cm²

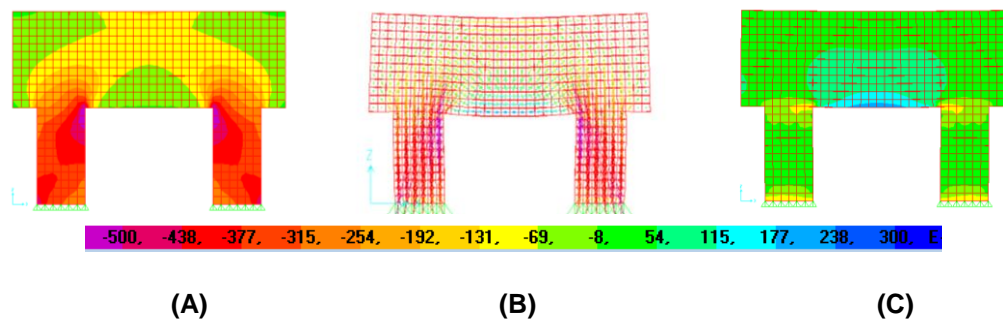
Fonte: Autores

APÊNDICE C – Bloco sobre quatro estacas



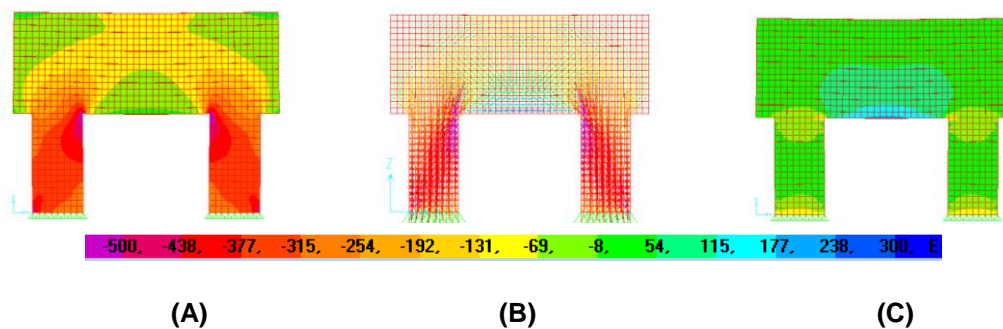
Modelo C 1.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



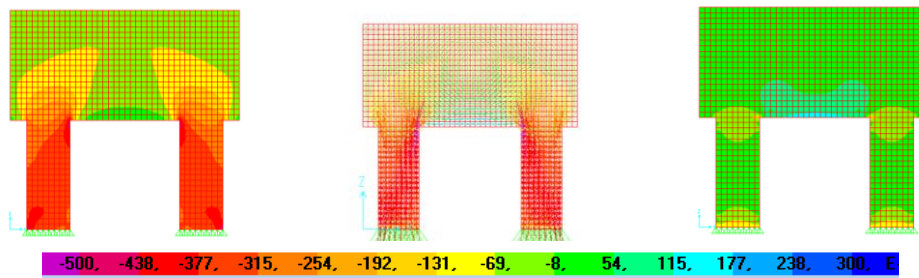
Modelo C 1.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



Modelo C 2.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



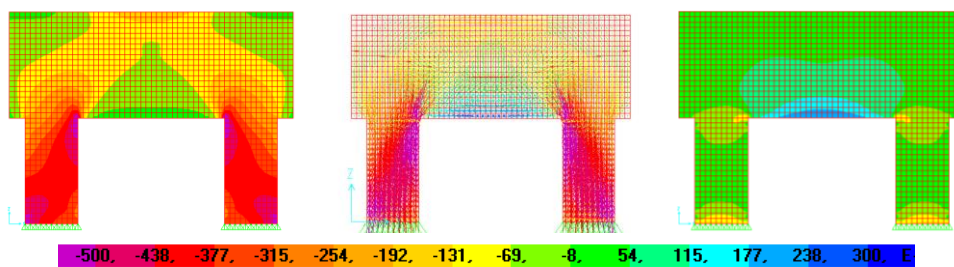
(A)

(B)

(C)

Modelo C 2.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



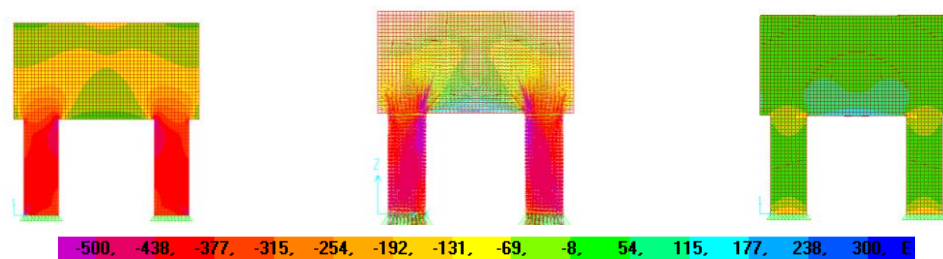
(A)

(B)

(C)

Modelo C 3.1 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores



(A)

(B)

(C)

Modelo C 3.2 – Tensões mínimas (A), caminhamento de tensões (B) e tensões máximas (C) em E-3 kN/cm²

Fonte: Autores