

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

FILIPE GUEDES SANCHES

**ESTUDO DA ESTABILIDADE DE PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO  
COMPOSTA SUBMETIDOS À FLEXOCOMPRESSÃO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2016

FILIPPE GUEDES SANCHES

**ESTUDO DA ESTABILIDADE DE PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO  
COMPOSTA SUBMETIDOS À FLEXOCOMPRESSÃO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Graduação de Engenharia Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Profa. Dra. Elisabeth Penner

CURITIBA

2016

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### ESTUDO DA ESTABILIDADE DE PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO COMPOSTA SUBMETIDOS À FLEXOCOMPRESSÃO

Por

**FILIPE GUEDES SANCHES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, defendido e aprovado em 22 de Junho de 2016, pela seguinte banca de avaliação:

---

Profa. Orientadora – Elisabeth Penner, Dra.  
UTFPR

---

Prof. Wellington Mazer, Dr.  
UTFPR

---

Eng. Cristofer Scremim. MSc.  
UTFPR

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Wanderson e Heloisa, pelo amor, paciência, carinho e apoio em todos os momentos de minha vida, onde não faltaram conselhos e acompanhamento em cada passo dado;

Aos meus irmãos, Kahoana e Matheus, pelo companheirismo, suporte e amizade;

A minha namorada Isabella, pela companhia constante, compreensão e motivação em todas as horas;

Pelos amigos Guilherme, Iago, Bruna, Isadora e Ariadne pela amizade, risadas e experiências compartilhadas;

À professora Elisabeth, pela orientação, por todas as conversas, correções, conselhos pertinentes e essenciais a este trabalho;

Aos professores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná que passaram todo o conhecimento necessário para a realização deste trabalho;

A todos aqueles que contribuíram de alguma forma para a finalização desta etapa tão importante.

“A alegria da vida vem de nossos encontros com novas experiências e, portanto, não há alegria maior que ter um horizonte sempre cambiante.”

Christopher McCandless

## RESUMO

SANCHES, Filipe G. Estudo da estabilidade de pilares de madeira de seção composta submetidos à flexocompressão. 2016. 88f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Bacharelado em Engenharia Civil), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Este trabalho consiste no estudo de pilares de madeira de seção composta submetidos a flexocompressão para obtenção de sua real esbeltez. A metodologia proposta compõe uma investigação numérica e experimental, baseada nos procedimentos referenciados pela Norma Brasileira NBR 7190/97. A análise de pilares possui grande importância pois estes garantem a resistência, a estabilidade global e local de um arranjo estrutural. O método de cálculo para pilares de seção composta proposto pelo documento normativo vigente, carece de esclarecimentos no que se refere a classificação de pilares quanto a esbeltez. Dentro deste contexto, buscou-se estabelecer um comparativo de esbeltez entre pilares maciços e de seção composta por meio da capacidade de carga, possibilitando a obtenção de uma expressão que represente a esbeltez de pilares compostos, aprimorando o método de análise de estabilidade proposto pela norma. Os resultados obtidos validam o cálculo de pilares compostos por meio de uma esbeltez efetiva possibilitando o adequado uso de uma excentricidade de cálculo representativa.

**Palavras-chave:** Pilares de madeira de seção composta. Análise estrutural. Estabilidade estrutural. Estruturas de madeira. Flexocompressão. Esbeltez de Pilares.

## ABSTRACT

*SANCHES, Filipe G. Stability evaluation of composed wooden columns submitted to a non axial loading. 2016. 88f. Term paper. (Bachelor Degree of Civil Engineering), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016*

*This paper is a study of composed wooden columns subject to flexocompression to obtain its actual slenderness. The proposed methodology comprises a numerical and experimental research, based on the procedures referenced by the Brazilian standart NBR 7190/97. Columns analysis has great importance because they ensure the strength, global and local stability of a structural arrangement. The calculation method for solid section columns proposed by the current legal document is well defined but for composed section columns determining the slenderness of the structural element needs enlightenment. Within this context, it sought to establish a comparative slenderness between massive columns and composed section by load capacity, making it possible to obtain an expression that represents the slenderness of those columns, improving the method of analysis of stability proposed by the Brazilian standard . The results validate composed columns calculation through of an effective slenderness allowing the proper use of load eccentricity.*

**Keywords:** Composed Wooden Columns. Structural Analysis. Structural Stability. Wooden Structures. Slenderness of Columns.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tipo de solicitações normais em um arranjo estrutural .....	13
Figura 2: Solicitação por flexocompressão normal (a) por flexocompressão oblíqua (b).....	14
Figura 3: Esforços solicitantes ao longo de pilares .....	16
Figura 4: Comprimento de flambagem para diferentes condições de contorno. (a) Pilar birolutado; (b) Pilar engastado-rotulado; (c) Pilar biengastado. (d) Pilar engastado-livre .....	18
Figura 5: Variação da resistência de uma peça em função de seu índice de esbelteza .....	19
Figura 6: (a) condição inicial de carregamento. (b) deslocamento devido aos efeitos de segunda ordem .....	20
Figura 7: Distribuição das tensões normais e de flexão em torno do eixo z.....	24
Figura 8: Núcleo central de inércia da seção retangular .....	25
Figura 9: Relação entre deslocamento lateral ( $\delta$ ) e carregamento em colunas ideais e imperfeitas e diagramas de tensões na seção no meio do vão da coluna. ....	27
Figura 10: Configuração deformada de barras comprimidas .....	29
Figura 11: Exemplo de pilar composto solidarizado descontinuamente com espaçadores.....	30
Figura 12: Pilar composto solidarizado descontinuamente .....	31
Figura 13: Seção composta por dois ou três elementos de mesma dimensão .....	31
Figura 14: Diagrama de tensões e esforços resultantes nas peças componentes de um pilar composto .....	33
Figura 15: Condições iniciais de carregamento.....	36
Figura 16: Situação genérica de carregamento incremental de pilar .....	36
Figura 17: Carga em função dos deslocamentos horizontais em uma seção de referencia .....	37
Figura 18: Fluxograma para obtenção da capacidade de carga numérica de pilares compostos.....	38
Figura 19: Fluxograma para obtenção da capacidade de carga numérica de pilares maciços .....	39
Figura 20: Pilares de seção composta com 2 e espaçadores interpostos e pilar maciço ensaiados.....	40
Figura 21: Pilares de seção composta com 3 e 4 espaçadores interpostos.....	41
Figura 22: Detalhe da ligação feita nos espaçadores.....	42
Figura 23: Detalhe da ligação.....	42
Figura 24: Corpos de prova prontos para ensaio .....	43
Figura 25: : Arranjo do ensaio .....	44
Figura 26: Detalhe dos transdutores de deslocamento posicionados a meia altura..	44
Figura 27: Pilar com 4 espaçadores (a) e 3 espaçadores (b) interpostos sob ensaio .....	45
Figura 28: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e excentricidade do carregamento ( $e_d$ ) para pilares de seção composta .....	47
Figura 29: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e altura da seção ( $h_1$ ) para pilares de seção composta.....	48
Figura 30: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e parâmetro $m$ para pilares de seção composta .....	48

Figura 31: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e deslocamento lateral em uma seção de referência.....	49
Figura 32: Relação entre capacidade de carga ( $N_d$ ) e comprimento do pilar (L) .....	50
Figura 33: Fluxograma do procedimento de cálculo para pilares de seção composta .....	66



## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral .....	51
Gráfico 2: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar maciço PM1 .....	52
Gráfico 3: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar maciço PM2 .....	52
Gráfico 4: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar maciço PM3 .....	53
Gráfico 5: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral .....	54
Gráfico 6: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC4 .....	55
Gráfico 7: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC5 .....	55
Gráfico 8: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC6 .....	56
Gráfico 9: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral .....	57
Gráfico 10: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC7 .....	58
Gráfico 11: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC8 .....	58
Gráfico 12: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC9 .....	59
Gráfico 13: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral .....	60
Gráfico 14: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC10 .....	61
Gráfico 15: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC11 .....	61
Gráfico 16: Curva <i>carga x deslocamento</i> lateral de pilar composto PC12 .....	62
Gráfico 17: Curva de flambagem característica de pilar maciço com esbeltes equivalente de pilares compostos .....	64
Gráfico 18: Relação entre capacidade de carga experimental e numérica .....	68
Gráfico 19: Comparativo de curvas de flambagem .....	68
Gráfico 20: Variação da capacidade de carga conforme número de espaçadores para diversos valores do parâmetro de cálculo $\alpha_y$ .....	70

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: - Coeficiente de fluência $\phi$ .....	23
Tabela 2: Dados geométricos dos pilares maciços .....	41
Tabela 3: Dados Geométricos de pilares de seção composta com espaçadores interpostos.....	41
Tabela 4: Leitura de deslocamento feito conforma carga pré-definida.....	45
Tabela 5: Geometria e característica de resistência do pilar de seção composta estudado .....	46
Tabela 6: Capacidade de carga e excentricidades de pilares maciços .....	51
Tabela 7: Dados experimentais e numéricos de pilar maciços .....	53
Tabela 8: Capacidade de carga e excentricidades de pilares compostos com 2 espaçadores.....	54
Tabela 9: Dados experimentais e numéricos de pilar composto (m=1).....	56
Tabela 10: Capacidade de carga e excentricidades de pilares compostos com 3 espaçadores.....	57
Tabela 11: Dados experimentais e numéricos de pilar composto (m=2).....	59
Tabela 12: Capacidade de carga e excentricidades de pilares compostos com 4 espaçadores.....	60
Tabela 13: Dados experimentais e numéricos de pilar composto (m=3).....	62
Tabela 14: Comparativo de capacidade de cargas .....	63
Tabela 15: Relação entre perda de capacidade de carga e aumento da esbeltez de pilares de seção composta.....	64
Tabela 16: Resultados da simulação numérica com esbeltez efetiva .....	67
Tabela 17: Ajuste do parâmetro $\alpha$ .....	69
Tabela 18: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento $e_d$ para pilar de seção composta (continua) .....	76
Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da altura da seção de pilar composto (continua) .....	81
Tabela 20: Obtenção da capacidade de carga pela variação do parâmetro m .....	83
Tabela 21: Variação do deslocamento lateral ( $e_d$ ) em função do carregamento normal .....	83

## LISTA DE SIMBOLOS

$\sigma_{Nd}$  = Valor de cálculo da tensão de projeto à compressão

$f_{cd}$  = Resistência de cálculo a compressão

$N_{cr}$  = Valor da carga crítica de Euler

$e_{1,ef}$  = Excentricidade efetiva de primeira ordem

$e_a$  = Excentricidade acidental

$A$  = Área da seção transversal bruta da peça de madeira

$I$  = Momento de inércia

$M_d$  = Valor de cálculo do momento

$f_{c0,d}$  = Resistência à compressão paralela às fibras

$k_{mod}$  = Coeficiente de modificação

$L_0$  = Comprimento de flambagem

$e_c$  = Excentricidade complementar de fluência

$L_1$  = Comprimento do intervalo entre os espaçadores

$l/i$  = índice de esbeltez do pilar;

$i_{min}$  = Raio de giração da seção, em relação ao eixo de menor inercia.

$\varphi$  = Coeficiente de fluência

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	8
1.1	OBJETIVO	9
1.1.1	Objetivo Geral	9
1.1.2	Objetivos Específicos	9
1.2	JUSTIFICATIVA	10
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	11
2.1	GENERALIDADES SOBRE ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE PILARES DE MADEIRA	11
2.2	SOLICITAÇÃO POR FLEXOCOMPRESSÃO	13
2.3	ÍNDICE DE ESBELTEZ	17
2.3.1	Peças curtas	19
2.3.2	Peças medianamente esbeltas	20
2.3.3	Peças esbeltas	22
2.4	NÚCLEO CENTRAL DE INÉRCIA	24
2.5	PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO MACIÇA	25
2.6	PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO COMPOSTA	30
2.6.1	Configurações recomendadas pela NBR 7190/1997	30
2.6.2	Critérios de dimensionamento	32
<b>3</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b>	35
3.1	MÉTODO DO CARREGAMENTO INCREMENTAL	35
3.1.1	Planilhas eletrônicas para determinação da capacidade de carga	38
3.1.2	ENSAIOS ESTÁTICOS DE COMPRESSÃO EM PILARES DE MADEIRA COMPOSTOS COM ESPAÇADORES INTERPOSTOS	39
3.1.3	Corpos de prova	39
3.1.4	Arranjo do ensaio	43
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	46
4.1	ANÁLISE PARAMÉTRICA DO MODELO NUMÉRICO	46
4.2	ENSAIOS DE FLEXOCOMPRESSÃO	50
4.3.1	Pilar maciço	50
4.3.2	Pilar composto com 2 espaçadores (m=1)	53
4.3.3	Pilar composto com 3 espaçadores (m=2)	56
4.3.4	Pilar composto com 4 espaçadores (m=3)	59
4.3.5	Comparação de resultados	62
4.3.6	Metodologia de cálculo proposta	65
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	71
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICE A – Dados da análise numérica	76
	APÊNDICE B – Dimensionamento de ligações	85
	APÊNDICE C – Rotina de cálculo VBA	86

## 1 INTRODUÇÃO

A utilização da madeira como material estrutural vem crescendo no Brasil de forma constante. Este aumento da demanda tem favorecido a utilização e o aprimoramento de sistemas estruturais e construtivos que são interessantes do ponto de vista da industrialização de estruturas, permitindo assim uma maior competitividade no mercado da construção civil (CARVALHAR, 2001).

Esta redescoberta do valor estrutural da madeira mostra que neste material existem características físicas e mecânicas que são adequadas à construção de pequenas a grandes estruturas, garantindo durabilidade e certa facilidade no manuseio. Pode-se atribuir a diminuição do uso da madeira no século passado à falta de peças com dimensões próprias à utilização em estruturas de maior porte, além do desenvolvimento tecnológico de outros materiais como, por exemplo, o concreto e o aço. Soluções construtivas foram sendo desenvolvidas para suprir a falta de peças de madeira de grande dimensão, tais como as peças compostas, e com estas soluções a madeira voltou a ser um material estrutural interessante (STAMATO, 1998).

Para o correto uso da madeira como elemento estrutural é importante a utilização de técnicas adequadas que devem ser levadas em conta no processo de produção e também em sua aplicação nas construções (GÓES, 2002).

Dentro de um sistema estrutural existem peças que podem estar sujeitas a solicitações de compressão paralela, caso comum em pilares de madeira. A análise de pilares deve levar em conta o fenômeno da instabilidade, que quando constatado, leva o pilar a se deformar sem conseguir manter o equilíbrio. A instabilidade de um pilar está diretamente relacionada com a esbeltez do elemento. (BORGES, 1999)

Estruturas mais esbeltas fazem parte cada vez mais do cotidiano de projetistas, logo, surge a necessidade de entender melhor o comportamento dos elementos envolvidos bem como procedimentos de dimensionamento e verificação da segurança. Pilares esbeltos são bastante sensíveis à excentricidade do carregamento por isso é importante a consideração de excentricidades não intencionais para determinação da capacidade de carga, assim como a não linearidade do crescimento de deslocamentos por flexão, caracterizando os efeitos de segunda ordem (BORGES, 1999).

A concepção estrutural é orientada por três tipos de estrutura, sendo elas a estrutura primária, a secundária e a terciária. Nesta classificação genérica a estrutura terciária representa os elementos que recebem aplicação direta do carregamento, caracterizando as lajes. Estruturas secundárias são caracterizadas por elementos que suportam as reações da estrutura terciária como por exemplo as vigas. A estrutura primária garante a resistência e a estabilidade global da estrutura podendo ser caracterizada por pórticos e associações bem como pilares isolados (FUSCO, 1976 *apud* PENNER, 1997, p.6)

No setor de estruturas de madeira, a utilização de peças compostas possui grande importância, principalmente por possibilitar maiores seções transversais a partir de peças com dimensões menores disponíveis no mercado (GÓES, 2002). A Norma Brasileira, ABNT NBR 7190/1997 “Projeto de Estruturas de Madeira” não especifica uma forma para definição da real esbeltez de pilares de seção composta, portanto, é indispensável a análise da sua estabilidade e a consideração de possíveis excentricidades de carga no momento do dimensionamento destas peças.

## 1.1 OBJETIVO

### 1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é analisar pilares de madeira de seção composta submetidos a flexocompressão para obtenção de sua real esbeltez à partir de análises numéricas e experimentais.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- Propor uma forma de determinação da esbeltez de pilares de madeira com seção transversal composta.
- Criar planilhas eletrônicas para determinação da capacidade de carga de pilares de seção maciça e composta

- Realizar ensaios físicos com modelos de pilares compostos com espaçadores interpostos para confrontar com resultados numéricos.
- Estabelecer uma correlação do parâmetro esbeltez com a capacidade de carga do elemento estrutural

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Em uma edificação com estrutura convencional, os pilares são elementos indispensáveis para transmissão de esforços verticais oriundos das lajes e vigas para as fundações, assim com esforços laterais devido ao vento. Na maioria dos casos em edificações, os pilares são solicitados por cargas excêntricas o que os coloca em uma situação de flexocompressão normal ou oblíqua. Isto ocorre devido a vinculação das vigas com os pilares bem como da posição das mesmas em relação aos eixos principais da seção dos pilares.

Em situações de flexocompressão deve-se analisar a estabilidade do elemento, sendo assim um fator importante para o dimensionamento de pilares é o índice de esbeltez que irá determinar se o pilar é esbelto ou não e se deve ser calculado levando em conta os efeitos de segunda ordem como por exemplo a flambagem (MELO, 2009).

Na Norma Brasileira, NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997) apresentam-se procedimentos bem definidos no que se refere ao dimensionamento de pilares de seção maciça, logo, a utilização de pilares de seção composta de madeira ainda pode trazer algumas inseguranças aos projetistas quanto ao comportamento destes pilares quando submetidos a flexocompressão. As peças compostas solidarizadas descontinuamente por espaçadores interpostos ou por chapas laterais de fixação não podem ter sua esbeltez verificada da mesma forma como para seções maciças. Sendo assim, busca-se estudar as possíveis situações que levam a instabilidade e conhecer a relação existente entre a esbeltez destes pilares compostos e sua respectiva capacidade de carga.

Este trabalho se justifica, pois, algumas considerações na NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997) necessitam de um estudo mais aprofundado por meio de análises numéricas e experimentais.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 GENERALIDADES SOBRE ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE PILARES DE MADEIRA

A estabilidade de peças comprimidas de madeira é uma preocupação que veem sendo estudada e compreendida por pesquisadores e projetistas desde o século passado. A seguir será apresentado um histórico, segundo Carvalhar (2001).

Gurfinkel (1973), propôs que as colunas de madeira deveriam ser projetadas com alguma excentricidade, sem considerar a idealização de carregamentos axiais que raramente ocorre na prática. Segundo o autor, os pilares de madeira devem ser projetados com uma excentricidade correspondente ao momento máximo que possa acompanhar o carregamento.

Buchanan et al. (1985), estudou carregamentos excêntricos em pilares de madeira a partir de análises de modelos e um extenso programa experimental usando madeira de tamanhos variados. Dois métodos foram propostos para projeto, um sendo uma série de gráficos baseados nos momentos e o outro uma aproximação simples dos gráficos deste estudo. Ambos os métodos foram baseados nos resultados dos trabalhos numéricos e experimental em função da resistência da coluna de madeira submetida ao carregamento excêntrico.

Blass (1991) determinou valores característicos de cargas de flambagem em pilares de madeira. Simulações foram usadas para análises plásticas de efeitos de 2º ordem. A evolução estatística do cálculo da carga última levando em conta o valor do comprimento de flambagem para diferentes índices de esbeltez, tipo de madeira e excentricidades finais.

Blass (1995), enunciou considerações experimentais sobre flambagem de colunas de madeira. O autor concluiu que a utilização do conceito de comprimento efetivo, nas curvas de flambagem das colunas biarticuladas, é bastante vantajosa para aplicação prática em projetos. O autor conclui também que as rotações nas ligações semi-rígidas diminuem a carga crítica de flambagem elástica e que se as soluções aproximadas não se aplicarem, se faz necessário uma análise de segunda ordem.

Baraldi (1998), fez uma comparação entre os métodos de dimensionamento prescritos na Norma anterior e na atual (NBR 7190, 1997), ou seja, entre o Método das Tensões Admissíveis e o Método dos Estados Limites. O autor sugeriu adotar um



incremento linear no índice de esbeltez, na excentricidade accidental (nas peças medianamente esbeltas) e na consideração da fluência (nas peças esbeltas), para diminuir a descontinuidade existente na curva de flambagem de peças comprimidas de madeira.

Cordovil (1998), analisou os critérios da NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) no que diz respeito ao dimensionamento de peças comprimidas, com o novo modelo de segurança adotado pela Norma. O autor concluiu que a simples adoção de um coeficiente de segurança interno não garante uma segurança apropriada entre as condições de utilização e ruptura da estrutura. O autor sugeriu ainda um critério único para peças curtas e medianamente esbeltas, sem distinção na verificação da estabilidade bem como uma modificação na formulação do efeito da fluência nas peças esbeltas.

Alvim et al. (2004), apresentam um método para a determinação do valor da força cortante, para dimensionamento das ligações de pilares de madeira, solidarizados descontinuamente por meio de blocos espaçadores ou chapas laterais. O cálculo tem como base a teoria da estabilidade elástica de barras ligeiramente curvas. Em seguida essa força cortante é corrigida e aplicada ao detalhamento das ligações, respeitando todos os critérios da Norma Brasileira de Projeto de Estruturas de Madeira - NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997). Esta proposta de cálculo leva a um dimensionamento mais racional das ligações com os espaçadores.

Dias et al. (2006), avaliam os critérios propostos pela Norma brasileira para verificação da estabilidade de peça comprimida de madeira. As excentricidades accidentais, amplificação das excentricidades e efeitos da fluência incidem diferentemente no cálculo de pilares curtos, medianamente esbeltos ou esbeltos. Estes limites evidenciam descontinuidades nos diagramas de esforços de projeto em função da esbeltez das barras comprimidas. O autor compara os critérios da norma brasileira com documentos normativos estrangeiros e verifica que a AF&PA/ASCE 16-95/96 apresenta uma boa continuidade da curva de flambagem.

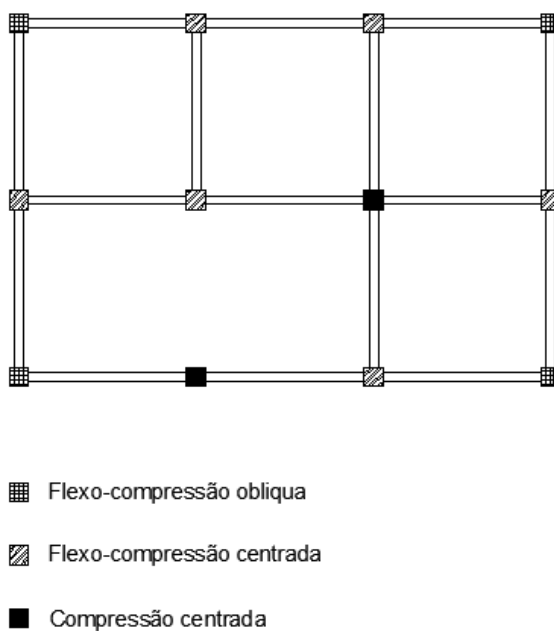
Alvim et al. (2012), apresentam uma proposta de cálculo para peças comprimidas de madeira composta. O autor sugere uma metodologia de cálculo com consideração do módulo de deslizamento das ligações a partir de curvas experimentais. O objetivo é de definir um fator de redução da rigidez para pilares compostos, e foi observado que o fator encontrado é em alguns casos diferente do

modelo proposto pela NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997). Foi apresentado então um modelo mais realista e seguro para situações de projeto.

## 2.2 SOLICITAÇÃO POR FLEXOCOMPRESSÃO

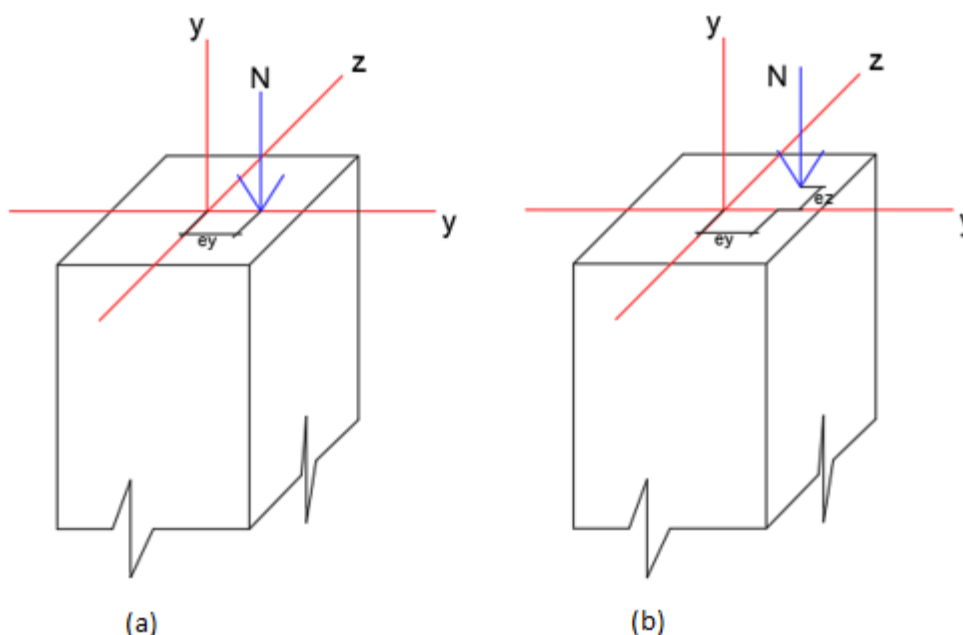
Segundo Fusco (1981), a solicitação por flexocompressão ocorre quando a resultante das tensões normais pode ser decomposta em uma força normal e momentos fletores. Quando a excentricidade do carregamento normal se dá em apenas um dos eixos principais de inércia, o esforço é denominado de flexocompressão normal, caso contrário, é denominado flexocompressão oblíqua.

Em uma análise estrutural, este tipo de solicitação pode ser identificada conforme a vinculação existente entre viga e pilar. Uma classificação simplificada é apresentada na estrutura da figura 1, onde os carregamentos e geometria das vigas são considerados simétricos. Os pilares considerados como submetidos a compressão centrada apenas são classificados desta forma pois os momentos oriundos da vinculação destes pilares com as vigas são os mesmos em todos os planos solicitados. Cada um desses grupos possui uma metodologia específica de cálculo (SMANIOTTO, 2005).



**Figura 1: Tipo de solicitações normais em um arranjo estrutural**  
**Fonte: Adaptado de SMANIOTTO (2005)**

Estas solicitações podem ser compreendidas conforme o ponto de aplicação da resultante normal na seção do pilar. A flexocompressão normal é caracterizada pela existência de apenas uma resultante de momento na seção transversal. Os momentos fletores decorrem da excentricidade, com relação ao eixo do elemento, da força normal (figura 2a). Pilares submetidos a flexocompressão oblíqua estão submetidos a um momento fletor resultante que não coincide com nenhum dos eixos principais de inércia da seção. É possível decompor o momento resultante nas duas direções de simetria do pilar, e considerar dois momentos fletores, um na direção  $z$  e outro na direção  $y$  (figura 2b) (SMANIOTTO, 2005).



**Figura 2: Solicitação por flexocompressão normal (a) por flexocompressão oblíqua (b)**  
Fonte: Autor (2016)

Na prática da modelagem e análise estrutural, os resultados dos momentos atuantes em cada direção dos pilares são raramente iguais a zero, o que significa que praticamente todos os pilares estão solicitados a flexocompressão oblíqua. Em casos de estruturas com geometria simétricas com carregamentos simétricos, pode-se até chegar ao caso de compressão centrada ou flexocompressão normal, porém estes podem ser entendidos como casos particulares da flexocompressão oblíqua (SMANIOTTO, 2005).

Este trabalho se baseia no estudo de pilares de madeira sujeitos a flexocompressão oblíqua, sendo assim, uma breve apresentação da formulação deste tipo de sollicitação será apresentada conforme Beer F. B e Johnston E. R (1995) .

Os momentos na seção do pilar podem ser representados em função do carregamento normal  $N$  conforme a equação (1), sendo  $e_z$  e  $e_y$  as excentricidades da carga com relação ao respectivo eixo baricentral:

$$M_y = Ne_z \quad e \quad M_z = Ne_y \quad (1)$$

A distribuição das tensões normais na seção transversal do pilar é equivalente a sobreposição das tensões normais ( $\sigma_x$ ), causadas pelo carregamento  $N$  quando localizada no centróide da seção, com as tensões de flexão decorrentes dos momentos  $M_y$  e  $M_z$  ( $\sigma_y$  e  $\sigma_z$ ). Sendo assim a tensão na seção pode ser escrita como:

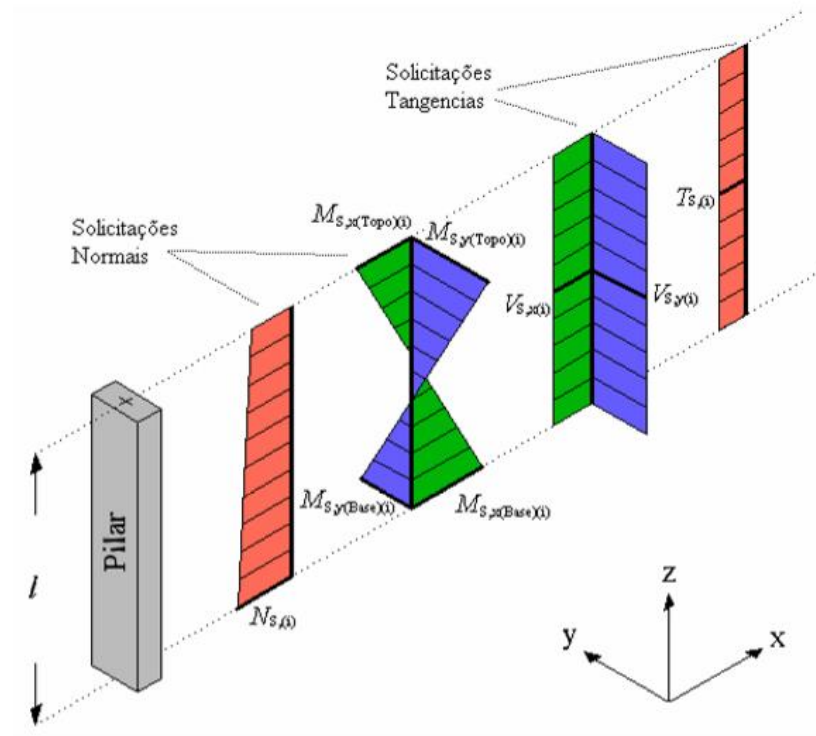
$$\sigma_x = \sigma_F \pm \sigma_{Mz} \pm \sigma_{My} \quad (2)$$

A tensão normal pode ser escrita como  $F/A$ , sendo  $A$  a área de seção transversal e  $F$  o carregamento, a tensão de flexão em  $z$  pode ser escrita como  $M_z y / I_z$ , sendo  $I_z$  o momento de inércia em relação ao eixo  $z$  e  $y$  a posição da linha neutra. A tensão de flexão em  $y$  escrita como  $M_y z / I_y$ , sendo  $I_y$  o momento de inércia em relação ao eixo  $y$  e  $z$  a posição da linha neutra do referente eixo. A tensão na seção também pode ser representada conforme a equação (3):

$$\sigma_x = \frac{F}{A} \pm \frac{M_z y}{I_z} \pm \frac{M_y z}{I_y} \quad (3)$$

Para o cálculo da posição da linha neutra na seção, pode-se igualar a expressão (3) a zero, pois as tensões normais são nulas em sua extensão.

Segundo Smaniotto (2005), para os casos onde sejam aplicados apenas esforços na base e no topo do pilar, os diagramas de esforços sollicitantes possuem características semelhantes aos diagramas apresentados na figura 3, sendo a base e o topo as seções críticas para dimensionamento.



**Figura 3: Esforços solicitantes ao longo de pilares**  
 Fonte: SMANIOTTO (2005)

Na NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) os efeitos de primeira ordem são abordados conforme os planos de rigidez solicitados. Para pilares, que na situação de projeto são admitidas como solicitadas à flexocompressão normal deve-se levar em conta o momento  $M_d$ , logo, verifica-se a seguinte expressão no estado limite último:

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (4)$$

Na equação (4)  $\sigma_{Md}$  representa a tensão máxima de compressão devida ao momento fletor de projeto  $M_d$ . e  $f_{c0,d}$  é a resistência a compressão paralela às fibras.

Pilares submetidos a flexocompressão oblíqua em situação de projeto, devem ser verificados com as equações (5a) e (5b):

$$\left(\frac{\sigma_{Nd}}{f_{cd}}\right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{cd}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{cd}} \leq 1 \quad (5a)$$

$$\left(\frac{\sigma_{Nd}}{f_{cd}}\right)^2 + k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{cd}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{cd}} \leq 1 \quad (5b)$$

Onde  $\sigma_{Mx,d}$  e  $\sigma_{My,d}$  são as tensões máximas devidas às componentes de flexão atuantes segundo as direções principais e o coeficiente  $k_M$  de correção pode ser tomado com os valores 0,5 para seções retangulares e 1,0 para outras seções.

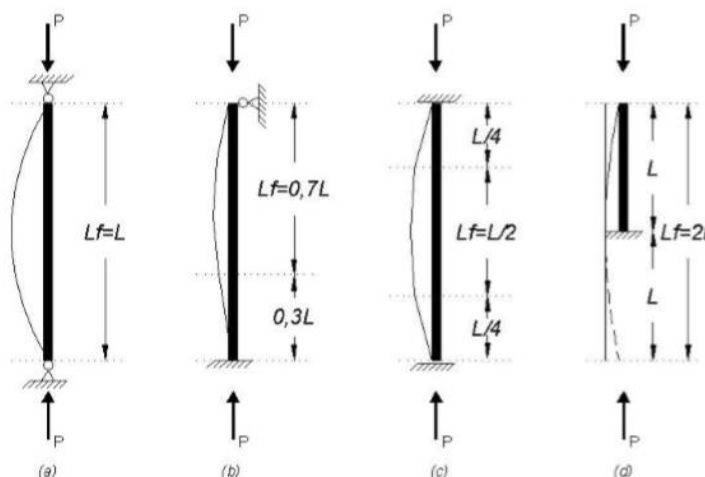
Nas equações (5a) e (5b) os termos quadráticos representam a menor influência das tensões normais de compressão. O termo quadrático atenua o efeito da força normal, considerando favorável as possíveis plastificações locais das bordas das seções retangulares (ELGRABLY, 2009).

### 2.3 ÍNDICE DE ESBELTEZ

Pode-se definir o índice de esbeltez de um pilar a partir do cálculo da razão entre o comprimento teórico de referência da peça  $l_0$  e o raio de giração mínimo de sua seção transversal conforme equação 6. Este raio de giração mínimo representa a direção de menor inércia e, portanto, a ocorrência de flambagem neste eixo é maior (ABNT, 1997).

$$\lambda = \frac{L_0}{i_{min}} \quad (6)$$

O comprimento de flambagem depende das condições de vínculo nas extremidades dos pilares de madeira. Na figura 4 estão mostradas algumas possibilidades de modo de flambagem conforme as condições de contorno, logo, o comprimento de flambagem é definido como a distância entre dois pontos de inflexão (PFEIL, 2003).

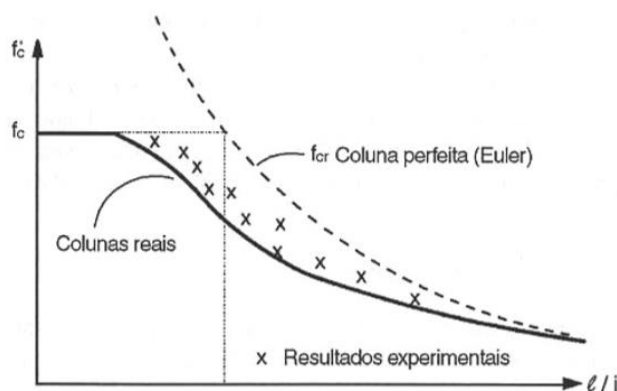


**Figura 4: Comprimento de flambagem para diferentes condições de contorno. (a) Pilar birotulado; (b) Pilar engastado-rotulado; (c) Pilar biengastado. (d) Pilar engastado-livre**  
 Fonte: ELGRABLY (2009)

Em sistemas estruturais de madeira, o efeito favorável do engastamento nas extremidades das peças é desprezado devido a deformabilidade das ligações. Isto torna o comprimento de flambagem igual ao próprio comprimento do pilar (PFEIL, 2003).

A resistência de um pilar pode ser relacionada com seu índice de esbeltez, onde a tensão máxima na seção equivale a tensão última  $f_c$ . Pilares com baixa esbeltez são chamados de pilares curtos. Nestes pilares não ocorre o processo de flambagem, e a tensão resistente a compressão do pilar é igual tensão resistente do material  $f_c$ , sem nenhum tipo de efeito redutor de carga última. Na figura 5 está apresentado um gráfico relacionando a resistência a compressão e o índice de esbeltez de uma peça, onde a curva que caracteriza colunas reais é denominada de curva de flambagem (PFEIL, 2003).

Pode-se distinguir 3 tipos de pilares na curva de flambagem: Pilares esbeltos, pilares medianamente esbeltos e pilares curtos. Para o caso de pilares curtos (baixo índice de esbeltez), a tensão resistente é considerada igual a tensão resistente do material. Para pilares medianamente esbeltos, é levado em conta uma redução da resistência devido as imperfeições geométricas e não-linearidades físicas do material. Finalmente, em caso de pilares esbeltos, leva-se em conta excentricidades adicionais e fluência do material, os quais diminuem ainda mais a resistência a compressão do pilar (ABNT,1997).



**Figura 5: Variação da resistência de uma peça em função de seu índice de esbeltez**  
 Fonte: PFEIL (2003)

Pode-se observar que a curva se aproxima, assintoticamente, do eixo das abcissas, o que significa que quanto mais esbelta é a barra, menor é o valor da carga crítica.

Na Norma para Projetos de Estruturas de Madeira NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997) são estabelecidas condições a serem seguidas em projetos, na execução e no controle de estruturas de madeira. O critério de dimensionamento de pilares solicitados a compressão depende de seu respectivo índice de esbeltez, sendo assim, a norma brasileira classifica estas peças estruturais em 3 tipos, estipulando limites para o valor do índice de esbeltez.

- Pilares curtos ( $0 < \lambda < 40$ )
- Pilares medianamente esbeltos ( $40 < \lambda < 80$ )
- Pilares esbeltos ( $80 < \lambda < 140$ )

### 2.3.1 Peças curtas

Para a verificação do dimensionamento de pilares curtos ( $\lambda < 40$ ), não se considera a redução da resistência devido ao fenômeno de flambagem. Para o caso de compressão simples dispensa-se a consideração de eventuais efeitos de flexão, sendo assim, a resistência do pilar é igual a resistência da seção mais solicitada, conforme a equação (7):

$$\sigma_{Nd} = \frac{N_d}{A} \leq f_{c0,d} \quad (7)$$



onde:

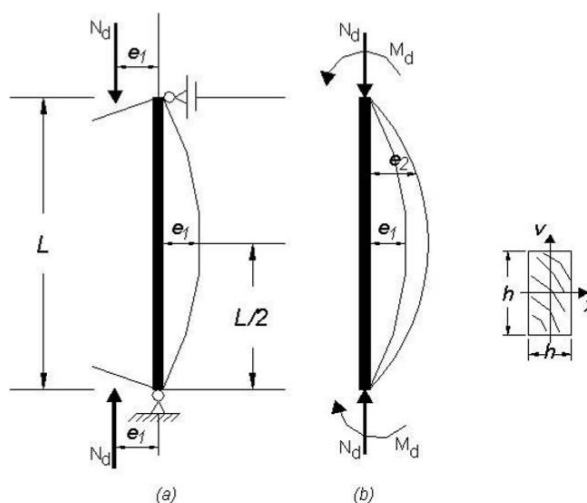
$\sigma_{Nd}$  = Valor de cálculo da tensão de projeto à compressão

$f_{c0,d}$  = Resistência à compressão paralela às fibras

### 2.3.2 Peças medianamente esbeltas

Pilares medianamente esbeltos ( $40 < \lambda < 80$ ) possuem sua resistência afetada pela ocorrência de flambagem. Mesmo um pilar submetido a uma carga centrada fica sujeito a flexocompressão devido as imperfeições geométricas da peça. Na NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997) está estabelecido que o dimensionamento deve ser feito para flexocompressão mesmo em caso de compressão simples.

Os deslocamentos na condição inicial de carregamento e devido aos efeitos de segunda ordem são representados na figura 6, onde o esforço normal de projeto  $N_d$  atuando com uma excentricidade  $e_a$ .



**Figura 6: (a) condição inicial de carregamento. (b) deslocamento devido aos efeitos de segunda ordem**  
**Fonte: ELGRABLY (2009)**

Deve ser atendida a condição de segurança relativa ao estado limite último de instabilidade apresentada na equação (8), aplicada isoladamente para os planos de rigidez mínima e de rigidez máxima do pilar. Esta formulação deve ser verificada para o ponto mais comprimido da seção transversal (ABNT, 1997).

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (8)$$

O efeito das imperfeições geométricas deve ser considerado através de uma excentricidade acidental da carga  $e_a$ , cujo valor mínimo à ser considerado é dado por:

$$e_a = \frac{L_0}{300} \quad (9)$$

A tensão de compressão  $\sigma_{Md}$  utilizada na equação (8) é calculada devido ao momento fletor  $M_d$  dado por:

$$M_d = N_d \cdot e_d \quad (10)$$

Sendo a excentricidade da força aplicada  $e_d$  dada por:

$$e_d = e_1 \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \right) \quad (11)$$

A expressão que multiplica o  $e_1$ , leva em conta os efeitos de segunda ordem, sendo a carga critica dada pela formulação (21).

A excentricidade  $e_1$  é a soma da excentricidade acidental com a excentricidade decorrente de projeto, logo:

$$e_1 = e_i + e_a \quad (12)$$

A excentricidade inicial  $e_i$  devida à presença do momento inicial de projeto  $M_{1d}$  será tomada com um valor não inferior a  $h/30$ , sendo  $h$  a altura da seção transversal referente ao plano de verificação, e é dada pela equação 13.

$$e_i = \frac{M_{1d}}{N_d} \quad (13)$$

Para o cálculo da carga crítica  $N_{cr}$  deve considerar o módulo de elasticidade efetivo na direção paralela as fibras  $E_{c0,ef}$ , o qual depende da rigidez da madeira e é dado pela expressão 14.

$$E_{c0,ef} = k_{mod1} \cdot k_{mod2} \cdot k_{mod3} \cdot E_{c0,m} \quad (14)$$

O coeficiente  $k_{mod1}$  leva em consideração a duração do carregamento e o tipo de material,  $k_{mod2}$  considera a classe de umidade e o tipo de material empregado e  $k_{mod3}$  leva em conta a categoria da madeira utilizada. Estes coeficientes são tabelados e apresentados na NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997).

### 2.3.3 Peças esbeltas

Segundo a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997), pilares esbeltos são definidos pelo índice de esbeltez  $\lambda > 80$ . A verificação se dá como para peças medianamente esbeltas, porém leva-se em conta o efeito da fluência da madeira nos deslocamentos laterais do pilar. Evita-se pilares com  $\lambda > 120$  por serem suscetíveis à pequenas vibrações, não se permitindo valores de índice de esbeltez acima de 140. Este efeito se traduz em um acréscimo do momento de projeto  $M_d$ . A verificação à flexocompressão deve ser feita conforme a expressão (8), porém o momento fletor  $M_d$  toma a forma apresentada na equação (15).

$$M_d = N_d \cdot e_{1,ef} \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \right) \quad (15)$$

Onde:

$N_{cr}$  = valor da carga crítica de Euler,

$e_{1,ef}$  = excentricidade efetiva de primeira ordem

A excentricidade efetiva de primeira ordem  $e_{1,ef}$  (equação 16) é a soma entre a excentricidade inicial decorrente da situação de projeto  $e_i$ , acidental mínima  $e_a$  e a excentricidade que representa a fluência do material  $e_c$ .

$$e_{1,ef} = e_1 + e_c = e_i + e_a + e_c \quad (16)$$

A excentricidade complementar de fluência  $e_c$  é expressa da mesma forma que para estruturas de concreto, conforme apresentado na equação (17).

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \left\{ \exp \left[ \frac{\varphi [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]}{N_{cr} - [N_{gk} + (\psi_1 + \psi_2) N_{qk}]} \right] - 1 \right\} \quad (17)$$

Onde  $N_{gk}$  e  $N_{qk}$  são os valores característicos do carregamento normal oriundos das cargas permanentes e variáveis, respectivamente e  $\varphi$  é o coeficiente de fluência o qual é classificado conforme a umidade e a classe do carregamento, dado pela tabela 1. Os fatores de combinação devem ser tais que  $\psi_1 + \psi_2 \leq 1$ .

**Tabela 1: - Coeficiente de fluência  $\varphi$**

Classes de umidade	Carregamento		
	Permanente ou de longa duração	Média duração	Curta duração
1 e 2	0,8	0,3	0,1
3 e 4	2	1	0,5

Fonte: NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO..., 1997)

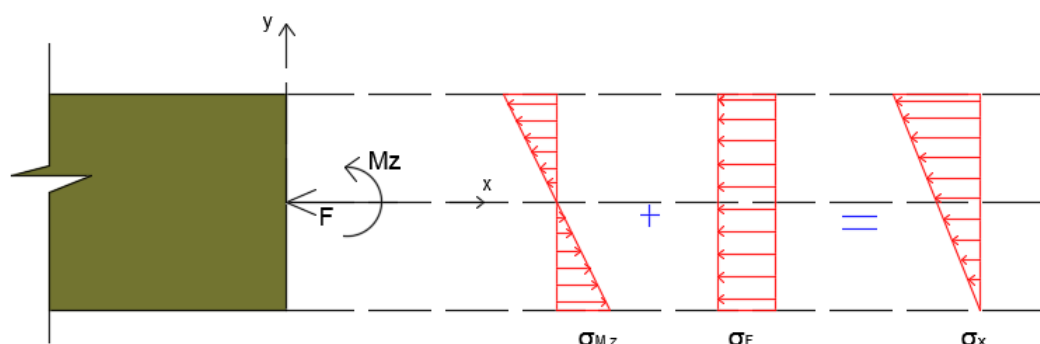
A excentricidade  $e_{ig}$  é calculada conforme a equação (18), sendo  $M_{1g,d}$  o valor de cálculo do momento fletor devido apenas as ações permanentes.

$$e_{ig} = \frac{M_{1g,d}}{N_{gd}} \quad (18)$$

Além da verificação da estabilidade, os pilares devem ser verificados quando a resistência da seção conforme o tipo de carregamento.

## 2.4 NÚCLEO CENTRAL DE INÉRCIA

O conceito de núcleo central de inércia é bastante importante na análise do estado de tensões em seções de pilares sujeitos a flexocompressão. Pode-se entendê-lo como o lugar geométrico da seção transversal tal que, se nele for aplicada uma carga de compressão  $F$ , toda a seção estará comprimida, ou seja, a linha neutra se encontra fora da seção. A determinação dessa região pode ser feita por meio da análise das distribuições das tensões na seção transversal apresentada na figura 7. (BEER et al. 1995)



**Figura 7: Distribuição das tensões normais e de flexão em torno do eixo z.**  
**Fonte: Autor (2016)**

A soma das tensões normais de compressão e das tensões de tração causadas pela flexão devem ser iguais a zero, de forma que a seção fique totalmente comprimida, sendo assim tem-se:

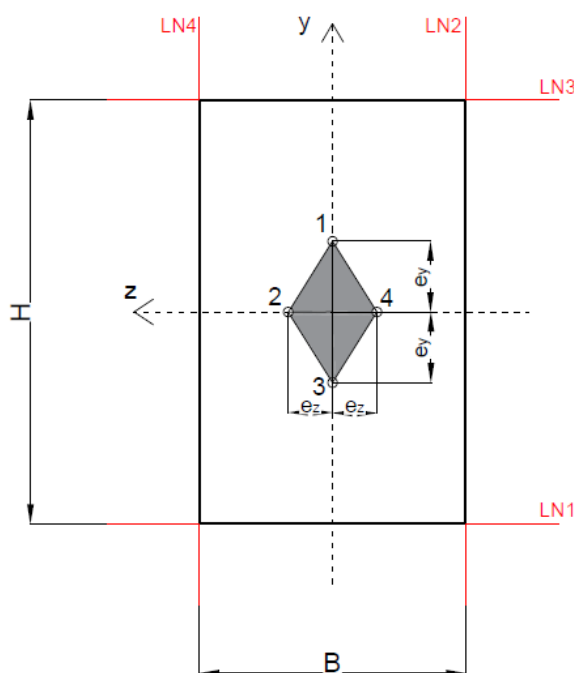
$$\sigma_F = \sigma_{Mz} = \frac{F}{A} = \frac{M_z y}{I_z} \quad (19)$$

Onde  $y$  é a distância da linha neutra até o ponto de ocorrência da maior tensão devido a flexão causada pelo momento  $M_z$ . Este momento pode ser escrito em termos da excentricidade do carregamento  $e_y$  e  $e_z$   $F$  no eixo correspondente. Substituindo e isolando a excentricidade em ambas as componentes do momento obtém-se as expressões apresentadas em (20), sendo  $I_z$  e  $I_y$  os momentos de inércia da seção nos respectivos eixos (BEER et al. 1995).

$$\begin{cases} e_y = \frac{I_z}{Ay} \\ e_z = \frac{I_y}{Az} \end{cases} \quad (20)$$

Na Figura 8 esta apresentado o núcleo central de inercia de uma seção retangular. Para qualquer carga que esteja aplicada dentro do losango, apenas existirão tensões de compressão na seção transversal. A posição da linha neutra é mostrada conforme o ponto de aplicação do carregamento normal, ou seja, uma carga aplicada no ponto 1 resulta em uma linha neutra na posição LN1 (BEER et al. 1995).

As proporções do núcleo central de inercia de uma seção retangular são de um losango não simétrico com  $H/6$  ao longo do eixo  $y$  e  $B/6$  ao longo do eixo  $z$ .



**Figura 8: Núcleo central de inercia da seção retangular**  
**Fonte: Autor (2016)**

## 2.5 PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO MACIÇA

Pilares são elementos estruturais que são preponderantemente solicitados por esforços normais de compressão. Este tipo de solicitação classifica os pilares como peças comprimidas que podem estar sujeitas à compressão simples e à flexocompressão (PFEIL, 2003).

A compressão simples ou axial é considerada apenas quando uma força normal solicita o pilar, sem a consideração de momento induzido. Este tipo de solicitação é uma aproximação raramente utilizada, pois na prática os pilares são solicitados por ações excêntricas. O dimensionamento será feito como compressão simples apenas no caso de peças curtas, onde não há perda de estabilidade e a verificação se restringe a resistência à compressão da seção (CALIL, 2003).

Pilares são solicitados a flexocompressão quando existe a aplicação de carga com excentricidade ou devido à combinação da solicitação axial de compressão com cargas transversais induzindo o surgimento de um momento fletor (PFEIL, 2003).

Quando comprimido axialmente um pilar está sujeito ao fenômeno da instabilidade, que consiste em uma tendência ao deslocamento lateral. Este comportamento caracteriza o processo de flambagem por flexão, onde existe uma interação entre o esforço axial e o deslocamento lateral. A resistência de um pilar não está relacionada apenas a resistência do material, mas também da rigidez que a seção mais solicitada apresenta na flexão (PFEIL, 2003).

No século XV, o problema da estabilidade de pilares já era abordado por Leonardo da Vinci em seus estudos sobre a resistência dos materiais, relacionando a capacidade de carga de um pilar com sua esbeltez (CARVALHAR, 2001).

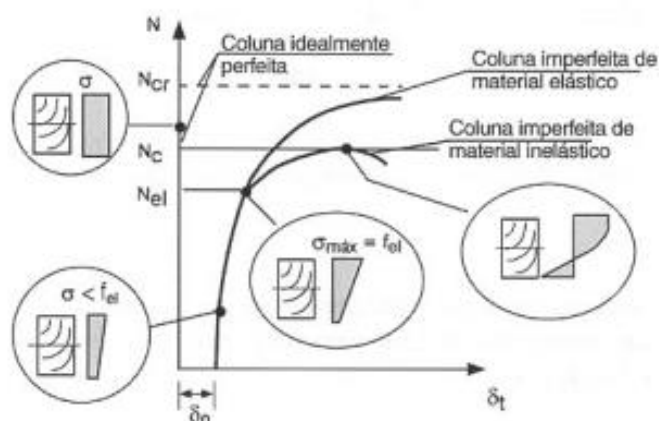
Em 1759, Leonard Euler desenvolveu um estudo sobre o comportamento de uma barra birrotulada perfeitamente retilínea e verificou a existência de uma carga crítica ou carga de flambagem. Este carregamento axial ficou conhecido como “carga de Euler” e corresponde ao ponto de bifurcação do equilíbrio, ou seja, não se pode garantir a configuração retilínea da barra para uma carga maior do que a carga crítica  $N_{cr}$ , que para uma barra birrotulada de comprimento ( $l$ ) é obtida conforme apresentado na equação (21) (CARVALHAR, 2001; PFEIL, 2003).

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l^2} \quad (21)$$

Bauschinger (1887) verificou que a fórmula de Euler era verdadeira quando a flambagem acontecia apenas na fase elástica de deslocamento. Engesser e Considère (1898), foram os primeiros a estudar o comportamento da flambagem inelástica (CARVALHAR, 2001).

A formulação para a carga de flambagem apresentada por Euler é válida apenas para colunas idealmente perfeitas, ou seja, colunas reais não correspondem a estas hipóteses de cálculo. A não concordância de comportamento se dá devido às imperfeições existentes em pilares reais, decorrentes do processo de montagem e fabricação das peças de madeira bem como de carregamentos não centralizados, inevitáveis em um sistema estrutural (PFEIL, 2003).

As imperfeições geométricas iniciais de um pilar são representadas por um deslocamento inicial  $\delta_0$ , onde a flambagem da peça se desenvolve desde o início do carregamento. Este comportamento pode ser verificado na figura 9, onde a curva referente a coluna imperfeita mostra a existência de uma deformação inicial bem como o aumento do efeito da flexão nas seções representadas. Um aumento da deformação lateral  $\delta_t$  pode induzir uma seção a um estado de compressão e tração, conforme a posição da linha neutra.



**Figura 9: Relação entre deslocamento lateral ( $\delta$ ) e carregamento em colunas ideais e imperfeitas e diagramas de tensões na seção no meio do vão da coluna.**

Fonte: PFEIL (2003)

O comportamento da resistência do pilar está diretamente relacionado com o diagrama  $\sigma \times \varepsilon$  que o material apresenta. Para o caso da madeira, observa-se que dentro do regime elástico, o comportamento em tração é praticamente linear até a ruptura, portanto, esta característica não é verificada na compressão, onde o diagrama apresenta um comportamento não linear (PFEIL, 2003).

A validação da carga crítica de Euler como limite de flambagem só é possível se a tensão crítica de compressão  $f_{cr}$  for inferior ao limite de proporcionalidade  $f_{el}$  do material. A tensão crítica é obtida dividindo-se a carga crítica pela área da seção da coluna, conforme apresentado da equação (22) (FUSCO, 1981).



$$f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} \leq f_{el} \quad (22)$$

onde:

$l/i$  = índice de esbeltez do pilar;

$i_{min} = \sqrt{I_{min}/A}$  = raio de giração da seção, em relação ao eixo de menor inércia.

O fenômeno de instabilidade das colunas retas comprimidas axialmente pode ocorrer tanto em tensões maiores quanto em tensões menores do que o limite de proporcionalidade, sem alteração da natureza do fenômeno, o qual se resume na forma de equilíbrio (FUSCO, 1981).

Para tensões máximas maiores do que o limite de proporcionalidade, inicia-se um processo de perda de rigidez da seção, com a sua plastificação progressiva. Este comportamento pode ser observado na figura 9, na curva referente a “*coluna imperfeita de material inelástico*”, onde a resistência máxima possui um valor  $N_c$  inferior a carga crítica de Euler  $N_{cr}$ .

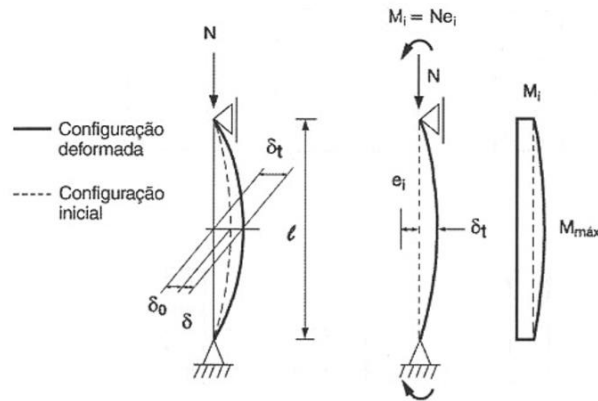
Analogamente a tensão crítica para materiais elásticos, calcula-se a tensão nominal última  $f'_c$  a partir da divisão da carga última  $N_c$  pela área da seção transversal, conforme apresentado na equação (23).

$$f'_c = \frac{N_c}{A} \quad (23)$$

Timoshenko e Gere (1961) destacam que um carregamento normal  $N$  em uma coluna imperfeita, produz uma excentricidade adicional  $\delta$ , que somada a deformação inicial chega a um deslocamento máximo no momento da ruptura  $\delta_t$ . A equação (24) apresenta a deformação lateral total quando o carregamento se encontra em regime elástico.

$$\delta_t = \frac{\delta_0}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \delta_0 \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N} \quad (24)$$

Na figura 10 esta apresentada a configuração deformada de uma barra com consideração de imperfeição geométrica inicial e com excentricidade de carga.



**Figura 10: Configuração deformada de barras comprimidas**  
**Fonte: PFEIL (2003)**

Para casos de carregamentos com excentricidade  $e_i$ , deve-se considerar o deslocamento inicial  $\delta_0$  igual ao deslocamento máximo produzido pelo momento inicial  $M_i$ . Sendo assim, o deslocamento total do pilar com carregamento excêntrico é expresso conforme a expressão (25) (PFEIL, 2003).

$$\delta_t = e_i \left( \sec \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}}} \right) - 1 \right) \quad (25)$$

A interação existente entre o esforço normal e o momento fletor, implica em uma amplificação do momento inicial  $M_i$ , este fenômeno é denominado de efeito de 2° ordem. Sendo assim o momento máximo na seção mais solicitada pode ser obtido pela equação (26).

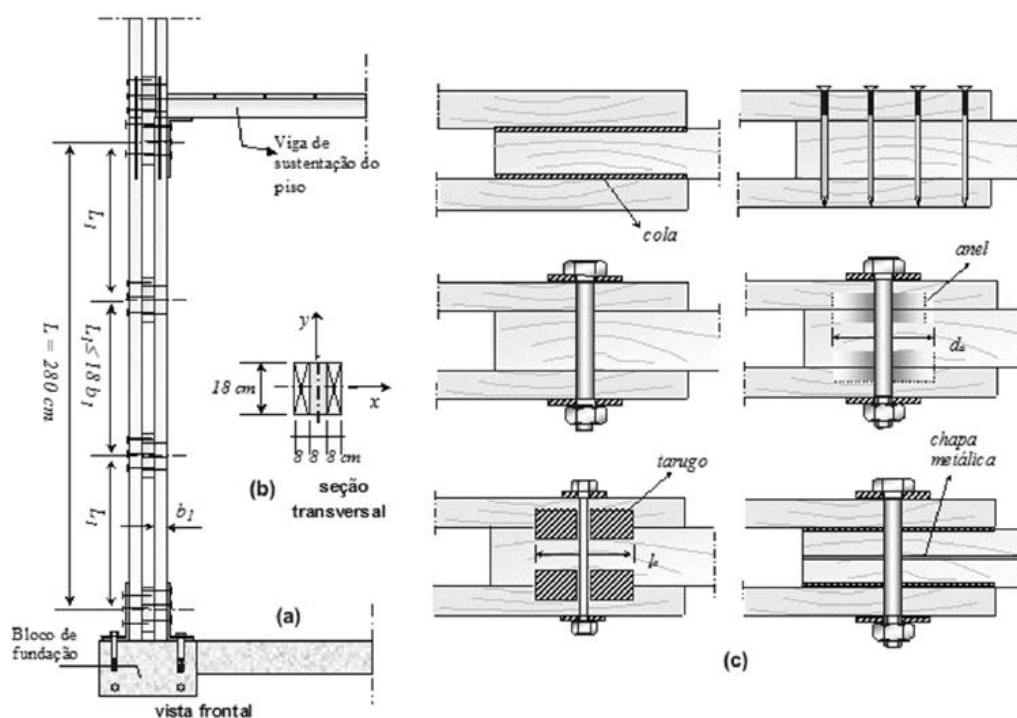
$$M_{max} = M_i + N\delta_t = Ne_i \left( 1 + \sec \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}}} \right) - 1 \right) = M_i \sec \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}}} \right) \quad (26)$$

O momento máximo na coluna ainda pode ser aproximado pela equação (27).

$$M_{max} \cong M_i \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N} \quad (27)$$

## 2.6 PILARES DE MADEIRA DE SEÇÃO COMPOSTA

Segundo a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997), as peças compostas solidarizadas descontinuamente, por espaçadores interpostos ou por chapas laterais de fixação, como é caso a ser estudado neste trabalho, devem ter sua segurança verificada em relação ao estado último de instabilidade global. Na figura 11 apresenta-se um exemplo de projeto de pilar composto bem como possíveis tipos de ligação a serem feitos entre espaçadores e peça comprimida.



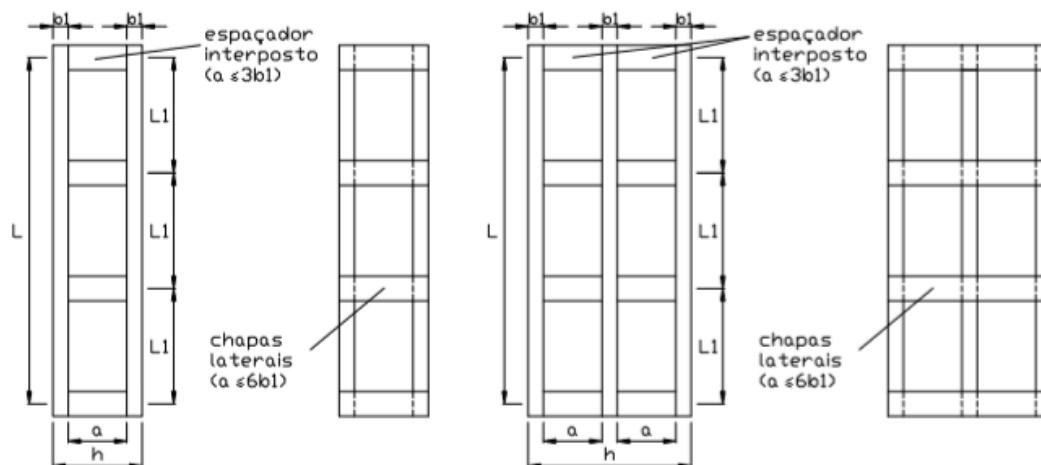
**Figura 11: Exemplo de pilar composto solidarizado descontinuamente com espaçadores**  
 Fonte: ALVIM et al. (2012)

Durante o deslocamento lateral devido ao efeito de flambagem as seções de um pilar solidarizado descontinuamente não são mantidas planas, havendo assim uma distorção por cisalhamento. Conforme o número de chapas ou espaçadores, as distorções por cisalhamento não podem ser desprezadas (PFEIL, 2003).

### 2.6.1 Configurações recomendadas pela NBR 7190/1997

A configuração geométrica da peça deve ser tal que os espaçadores estejam igualmente espaçados entre si ao longo do comprimento  $L$  da peça. A sua fixação aos elementos componentes deve ser feita por ligações rígidas com pregos parafuso. Na

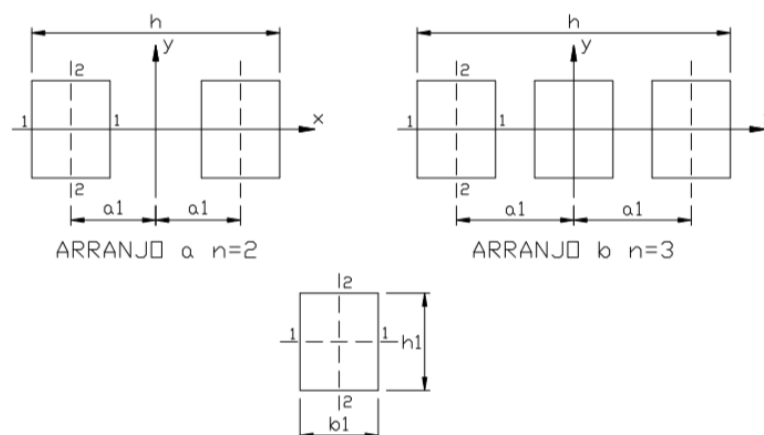
figura 12 está representado a configuração de peças compostas solidarizadas descontinuamente estipulada pela norma.



**Figura 12: Pilar composto solidarizado descontinuamente**  
 Fonte: NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) *apud* SZÜCS *et al*, 2016

As ligações da peça podem ser feitas com apenas dois parafusos ajustados e alinhados ao longo da direção do eixo longitudinal da peça, afastados entre si com uma distância mínima de 4 vezes o diâmetro do parafuso. Deve-se considerar também um afastamento das bordas de 7 vezes o diâmetro do parafuso, desde que este seja igual ao diâmetro de pré-furação.

Para as peças compostas por dois ou três elementos de seção transversal retangular, a verificação da estabilidade é feita como se elas fossem de seção maciça. Na figura 13, é mostrada uma seção composta de 2 arranjos possíveis.



**Figura 13: Seção composta por dois ou três elementos de mesma dimensão**  
 Fonte: NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) *apud* SZÜCS *et al*, 2016

### 2.6.2 Critérios de dimensionamento

O cálculo de esforços atuantes nas peças estruturais deve ser feito conforme os princípios da Estática das Construções, tendo como base a hipótese de comportamento elástico linear dos materiais (CALIL, 2003).

Segundo a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997), a verificação da estabilidade para as seções apresentadas na figura 13 é feita nas condições apresentadas a seguir. Para cada peça componente da seção temos:

$$A_1 = b_1 h_1 \quad (28)$$

$$I_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} \quad (29)$$

$$I_2 = \frac{h_1 b_1^3}{12} \quad (30)$$

Para peças compostas deve-se considerar um coeficiente redutor para a inercia da seção  $\beta_I$ , que considera, principalmente, o afastamento geométrico das peças que compõe a seção. Para a seção composta temos:

$$A = nA_1 \quad (31)$$

$$I_x = nI_1 \quad (32)$$

$$I_y = nI_2 + 2A_1 a_1^2 \quad (33)$$

$$I_{y,ef} = \beta_I I_y \quad (34)$$

Sendo:

$$\beta_I = \frac{I_2 m^2}{I_2 m^2 + \alpha_y I_y} \quad (35)$$

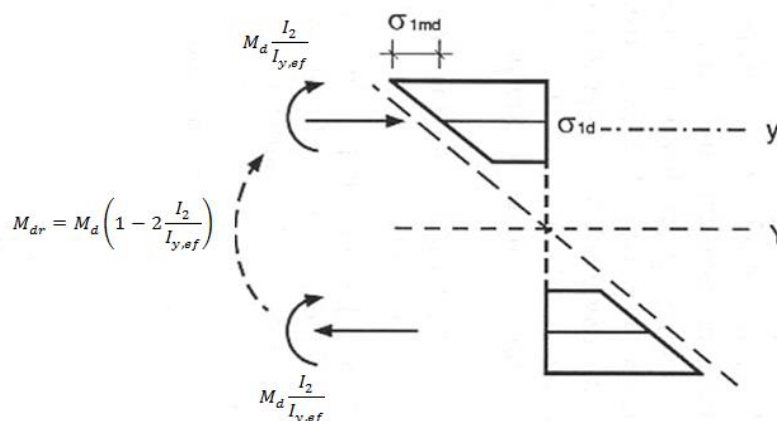
Onde  $n$  representa o número de elementos componentes da seção composta,  $m$  é o número de intervalos de comprimento  $L_1$  em que fica dividido o comprimento total da peça  $L$ . O coeficiente  $\alpha_y$  varia conforme o tipo de peça composta, sendo

considerado  $\alpha_y = 1,25$  para pilares com espaçadores interpostos e  $\alpha_y = 2,25$  para chapas laterais de fixação.

A verificação da estabilidade do pilar composto deve ser feita como se a peça fosse de seção transversal maciça com área  $A$  e momento de inércia  $I_x$  e momento de inércia reduzido  $I_{y,ef}$ . Esta verificação é feita para um esforço  $N_d$  e um momento fletor  $M_d$ , dado pela equação (10). Em caso de seções solicitadas a flexocompressão deve-se considerar a soma entre a tensão devido ao carregamento normal  $\sigma_{Nd}$  e a tensão máxima devido ao momento fletor  $\sigma_{1d} + \sigma_{m1d}$ , sendo assim, a seção composta fica sujeita a um momento  $M_{dr}$  conforme equação 36.

$$M_{dr} = M_d \left( 1 - n \frac{I_2}{I_{y,ef}} \right) \quad (36)$$

Na figura 14 apresenta-se o diagrama de tensões em uma seção composta de 2 peças. Cada peça componente da seção está sujeita a um momento  $M_d I_2 / I_{y,ef}$ , o qual representa o momento corrigido proporcionalmente à redução do momento de inércia da seção.



**Figura 14: Diagrama de tensões e esforços resultantes nas peças componentes de um pilar composto**

Fonte: Adaptado de PFEIL (2003)

As condições de segurança verificadas com a equação de interação apresentada em (8) toma a forma apresentada na equação (37).

$$\frac{N_d}{A} + \frac{M_d I_2}{I_{y,ef} W_2} + \frac{M_d}{2a_1 A_1} \left( 1 - n \frac{I_2}{I_{y,ef}} \right) \leq f_{c0,d} \quad (37)$$

Sendo:

$$W_2 = \frac{I_2}{b_1/2} \quad (38)$$

É necessário ainda verificar a estabilidade local nos trechos de comprimento  $L_1$ , porem dispensa-se esta verificação para casos em que os limites geométricos abaixo sejam respeitados:

$$\left\{ \begin{array}{l} 9b_1 \leq L_1 \leq 18b_1 \\ a \leq 3b_1 \text{ peças interpostas} \\ a \leq 6b_1 \text{ peças com chapas laterais} \end{array} \right.$$

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para a realização deste trabalho foi estudado o comportamento de pilares de madeira através de uma abordagem numérica e experimental. Os resultados obtidos experimentalmente foram confrontados com análises numéricas. A análise foi restringida a pilares de madeira de seção composta com espaçadores interpostos.

Foram realizados ensaios físicos em pilares de seção transversal maciça e composta com a finalidade de confrontar com resultados obtidos numericamente.

#### 3.1 MÉTODO DO CARREGAMENTO INCREMENTAL

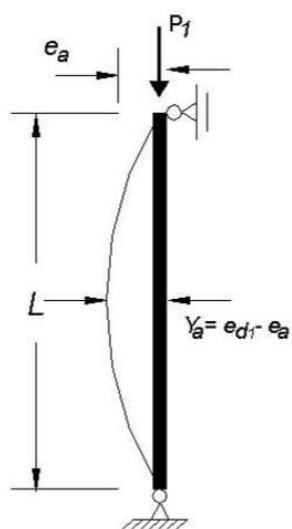
Para determinação da carga crítica  $N_{cr}$  no estado limite último, foi utilizado o método do carregamento incremental. Por meio deste método a determinação da carga crítica é feita pelo cálculo de deslocamentos laterais do pilar, independente da não-linearidade da resistência à compressão. Esta metodologia está baseada no trabalho de ALVIM (2002) apud ELGRABLY (2009).

O método do carregamento incremental consiste em considerar um pilar com carregamento excêntrico inicial  $P_1$ , cujo valor é próximo a zero, e aplicar de forma progressiva incrementos de carga  $\Delta P_i$ . O incremento de carga é feito até o estado limite último do material, atingindo assim a resistência à compressão paralela às fibras do pilar.

Em condições iniciais de carregamento considera-se pilar birrotulado medianamente esbelto carregado excêntrica com uma carga inicial  $P_1$ , conforme apresentado na figura 15. Em um primeiro instante a excentricidade  $e_1$  é igual a excentricidade acidental  $e_a$ , e o valor de  $N_d$  é igual a  $P_1$ . Sendo assim calcula-se a excentricidade do carregamento  $e_d$ , a qual é função da carga crítica de Euler conforme apresentado na equação (39). Numericamente, o deslocamento do pilar devido aos efeitos de flambagem é obtido pela diferença entre as excentricidades pós e pré carregamento.

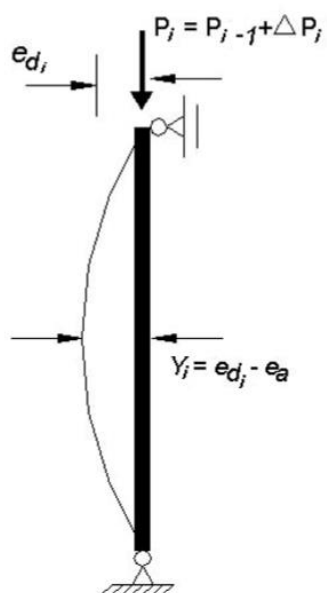
$$e_d = e_1 \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \right) \quad (39)$$





**Figura 15: Condições iniciais de carregamento**  
 Fonte: ELGRABLY (2009)

Em um segundo instante, são aplicados incrementos de carga  $\Delta P_i$  de forma repetitiva, até atingir a ruptura do material devido as tensões de flexocompressão. Na figura 16 está apresentada a situação genérica de carregamento incremental



**Figura 16: Situação genérica de carregamento incremental de pilar**  
 Fonte: ELGRABLY (2009)

onde:

$y$  = deslocamento máximo do pilar para as condições 1, 2, .....  $i$  ;

$e_d$  = excentricidade de cálculo para as condições 1, 2, .....  $i$  ;

$e_a$  = excentricidade acidental que corresponde a imperfeição geométrica inicial

$P$  = cargas nas condições 1, 2, .....  $i$  ;

$\Delta P_i$  = incremento progressivo de carga

Para o caso genérico de carregamento temos a seguinte formulação:

$$e_d = e_1 \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \right) \quad (40)$$

$$N_d = P_i \quad (41)$$

$$\Delta P_i = P_1 \quad (42)$$

O processo apresentado é iterativo e o carregamento crítico é obtido por meio do valor  $F_i$  para o qual o diagrama carga-deslocamento tende assintoticamente, conforme apresentado na figura 17. Tal fenômeno, caracteriza a instabilidade elástica.

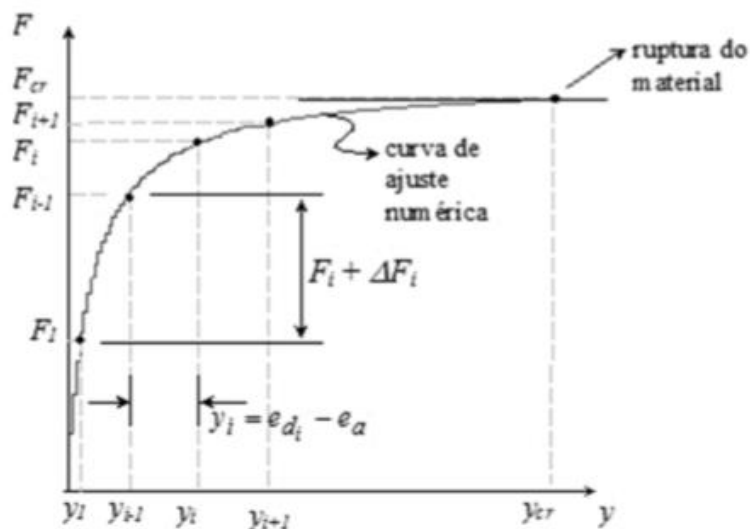


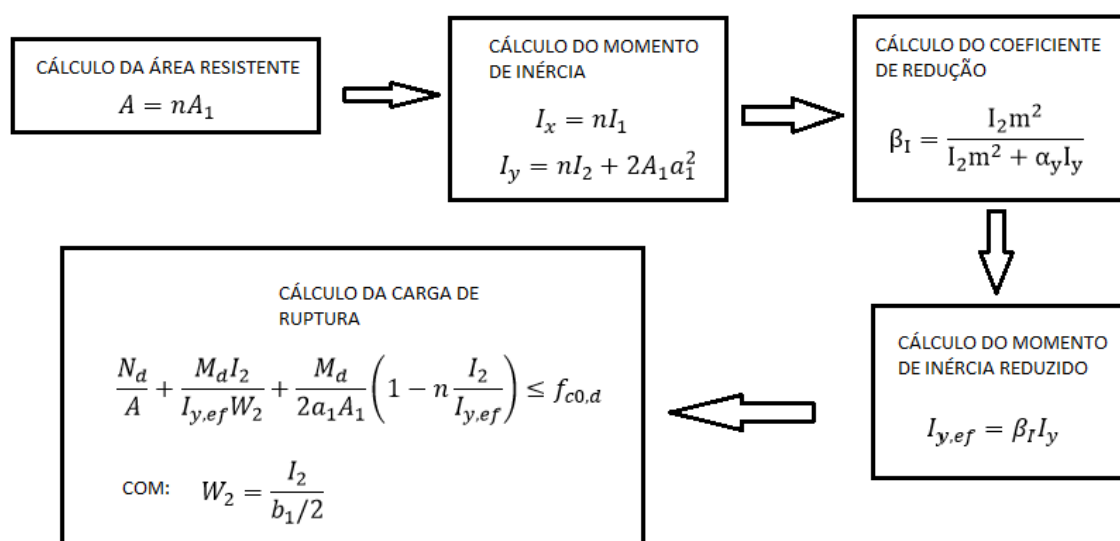
Figura 17: Carga em função dos deslocamentos horizontais em uma seção de referencia  
Fonte: ALVIM et al. (2012)

Uma vez realizado o ensaio de compressão dos pilares é possível obter as curvas *Carga x Deslocamento* experimental, bem como as curvas de flambagem. O procedimento do método do carregamento incremental possibilita a obtenção da rigidez efetiva e da excentricidade do carregamento podendo assim ser confrontado com valores dos ensaios físicos.

### 3.1.1 Planilhas eletrônicas para determinação da capacidade de carga

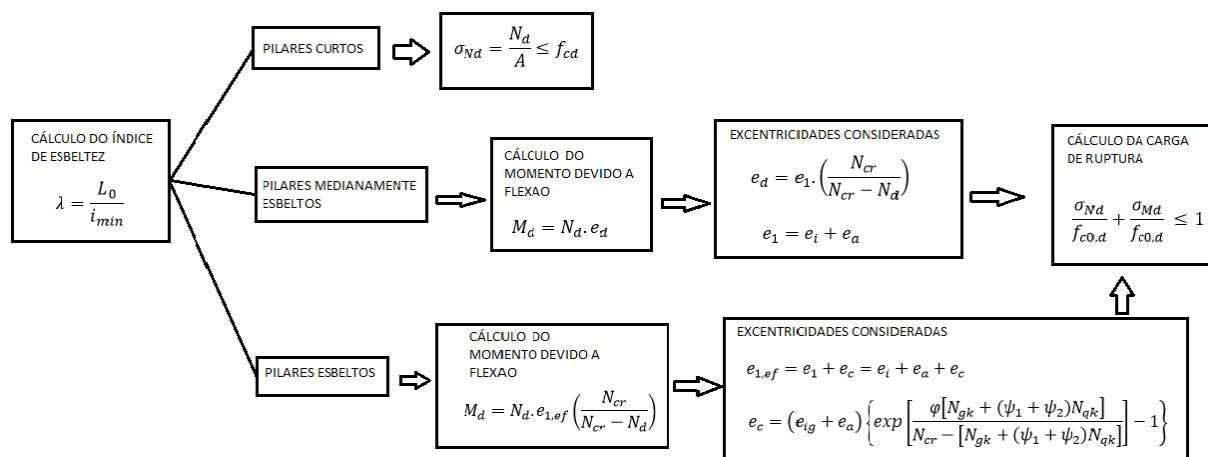
Para determinação da carga de ruptura do pilar serão utilizadas planilhas com uma rotina de cálculo conforme apresentado pela NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997).

O fluxograma apresentado na figura 18 representa o processo numérico para obtenção da capacidade de carga de pilares de seção composta.



**Figura 18: Fluxograma para obtenção da capacidade de carga numérica de pilares compostos**  
Fonte: Autor (2016)

Para o caso de pilares maciços o processo de cálculo deve considerar as excentricidades para o cálculo de  $M_d$  conforme a esbeltez do pilar. Sendo assim, o cálculo segue o fluxograma apresentado na figura 19



**Figura 19: Fluxograma para obtenção da capacidade de carga numérica de pilares maciços**  
 Fonte: Autor (2016)

### 3.1.2 ENSAIOS ESTÁTICOS DE COMPRESSÃO EM PILARES DE MADEIRA COMPOSTOS COM ESPAÇADORES INTERPOSTOS

Foram ensaiados 9 pilares de seção composta e 3 pilares de seção maciça. Para o caso de pilares compostos com espaçadores interpostos, foi variado o número de espaçadores, sendo estes distribuídos de modo equidistante ao longo do comprimento da peça, com o objetivo de avaliar sua resistência.

Os ensaios de compressão dos pilares foram realizados por meio da aplicação incremental de força, ou seja, o carregamento foi realizado de forma contínua e crescente até que seja atingida a carga de ruptura dos pilares. A carga de ruptura foi determinada quando não foi mais possível aplicar carga no sistema, pois os deslocamentos tenderam a crescer indefinidamente, caracterizando a instabilidade e consequente ruptura do elemento estrutural.

### 3.1.3 Corpos de prova

Os corpos de ensaio utilizados nesta pesquisa possuem escala reduzida se comparados a pilares utilizados em estruturas reais. A eficiência de tal método de estudo é comprovada pelos estudos de ALVIM (2002) e ELGRABLY (2009).

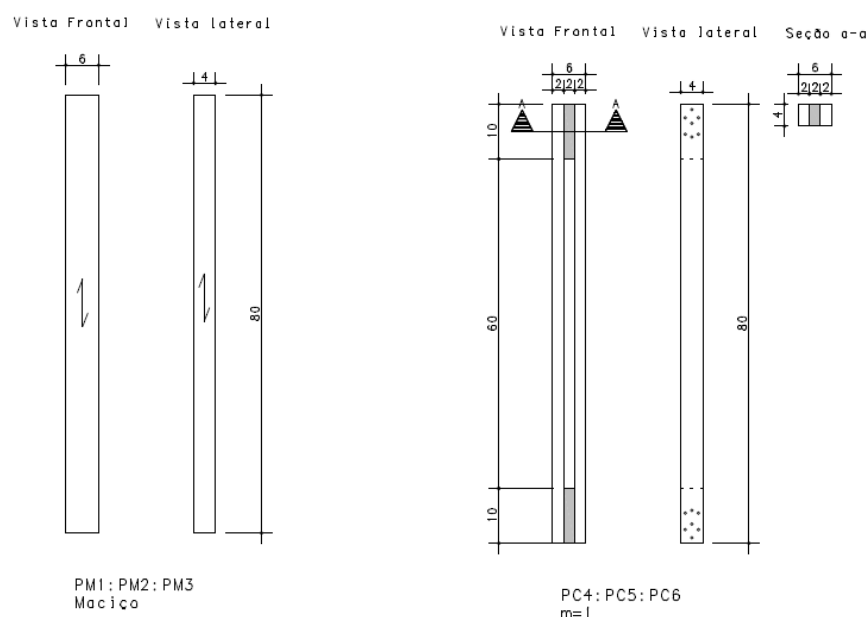
A madeira utilizada é classificada como dicotiledônea da espécie *Eucalyptus Grandis* e segundo a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997), possui os valores médios de resistência e modulo de elasticidade apresentados no quadro 1.

Nome científico	$\rho_{ap(12\%)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$f_{c0}$ (MPa)	$f_{t0}$ (MPa)	$f_{t90}$ (MPa)	$f_v$ (MPa)	$E_{c0}$ (MPa)	$\eta$
<i>Eucalyptus Grandis</i>	640	40,3	70,2	2,6	7,0	12813	103

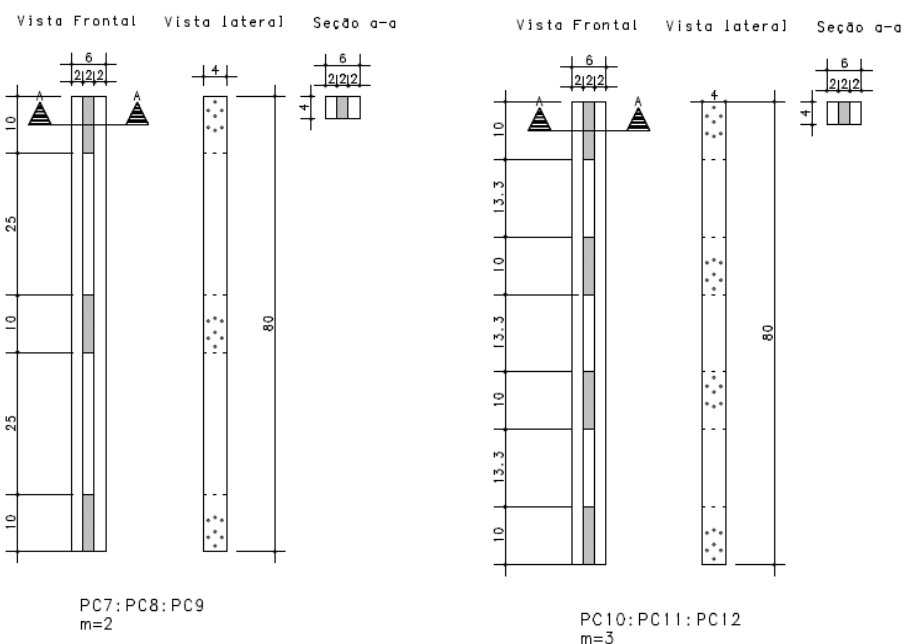
$\rho_{ap(12\%)}$  – massa especifica aparente a 12% de umidade  
 $f_{c0}$  – resistência a compressão paralela as fibras  
 $f_{t0}$  – resistência a tração paralela as fibras  
 $f_{t90}$  - resistência a tração normal as fibras  
 $f_v$ - resistência ao cisalhamento  
 $E_{c0}$ - modulo de resistência longitudinal obtido no ensaio de compressão longitudinal  
 $\eta$ - numero de corpos-de-prova ensaiados

**Quadro 1: Valores médios usuais de resistência e rigidez da madeira utilizada**  
**Fonte: NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997)**

Os pilares possuem comprimento de 80 cm e seção transversal em planta de 6cm x 4cm, tanto para pilares maciços como para pilares compostos. Os espaçadores possuem mesma seção das peças isoladas do pilar composto. Nas figuras 20 e 21 estão apresentadas as disposições geométricas dos pilares de seção composta com medidas em centímetros.



**Figura 20: Pilares de seção composta com 2 e espaçadores interpostos e pilar maciço ensaiados**  
**Fonte: Autor (2016)**



**Figura 21: Pilares de seção composta com 3 e 4 espaçadores interpostos**  
**Fonte: Autor (2016)**

As combinações dos pilares estão apresentadas em 3 (três) grupos, com número de espaçadores variando de 2, 3 a 4 por pilar, com repetições de 3 (três) ensaios e com o número de pregos de fixação de 7 unidades em corte simples, ou seja, por plano de corte, totalizando 14 pregos por espaçador, perfazendo um total de 9 ensaios com pilares compostos. Nas tabelas 2 e 3 estão apresentadas as características geométricas dos pilares maciços e compostos respectivamente.

**Tabela 2: Dados geométricos dos pilares maciços**

	L (cm)	b (cm)	h (cm)	$\lambda_y$	$\lambda_x$
<b>PILAR MACIÇO</b>	80	4	6	68,28	46,19

**Fonte: Autor (2016)**

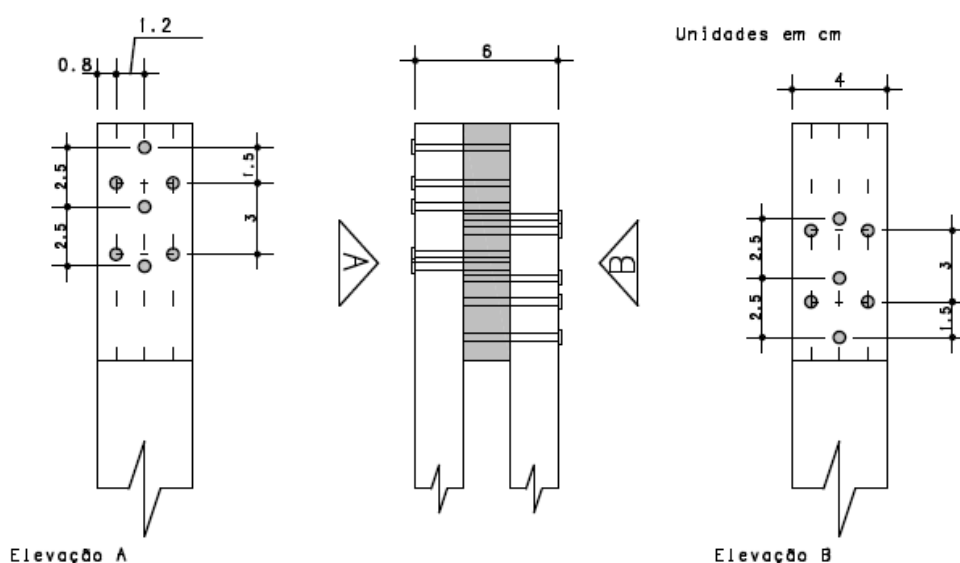
**Tabela 3: Dados Geométricos de pilares de seção composta com espaçadores interpostos**

	L (cm)	L1(cm)	b1(cm)	h1(cm)	a1(cm)	n	m
<b>PILAR COMPOSTO 1</b>	70	70	2	4	2	2	1
<b>PILAR COMPOSTO 2</b>	70	35	2	4	2	2	2
<b>PILAR COMPOSTO 3</b>	70	23,3	2	4	2	2	3

**Fonte: Autor (2016)**

Os espaçadores foram fixados através de um arranjo de 7 pregos por plano de corte do tipo 17x18, correspondendo a pregos de 3mm de diâmetro por 40mm de

comprimento. De acordo com a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) esta quantidade de pregos por travamento tem a capacidade no cisalhamento de 3,98 kN por plano de corte, resultando em uma capacidade de carga total da ligação de 7,96kN, conforme cálculo apresentado no APÊNDICE B. Para a confecção dos corpos de prova foram utilizados gabaritos plásticos com furos dispostos da mesma maneira a ser adotado nas ligações, conforme apresentado nas figuras 22 e 23. A disposição das ligações está de acordo com as recomendações normativas.



**Figura 22: Detalhe da ligação feita nos espaçadores**  
 Fonte: Autor (2016)



**Figura 23: Detalhe da ligação**  
 Fonte: Autor (2016)

A fixação dos pregos (40 x 3 mm) foi feita com pré-furação utilizando-se brocas de diâmetro 2 mm, com o propósito de evitar o fendilhamento nas peças de madeira conforme recomenda a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997).



**Figura 24: Corpos de prova prontos para ensaio**  
Fonte: Autor (2016)

#### 3.1.4 Arranjo do ensaio

Os pilares foram ensaiados em uma prensa EMIC DL com capacidade de 30000 N. A aquisição e registro de dados foi feita com auxílio do *software* Tesc versão 3.05. Foi medido também o deslocamento lateral do eixo do pilar por meio da utilização de dois transdutores de deslocamento situados a meia altura das peças possibilitando a medição do incremento de deslocamento devido ao efeito de flambagem, conforme apresentado nas figuras 25 e 26.

Antes da realização do ensaio foi medido a imperfeição da peça com o auxílio de um prumo. O valor medido corresponde a excentricidade inicial da carga sendo posteriormente somada ou subtraída dos deslocamentos de 2º ordem.



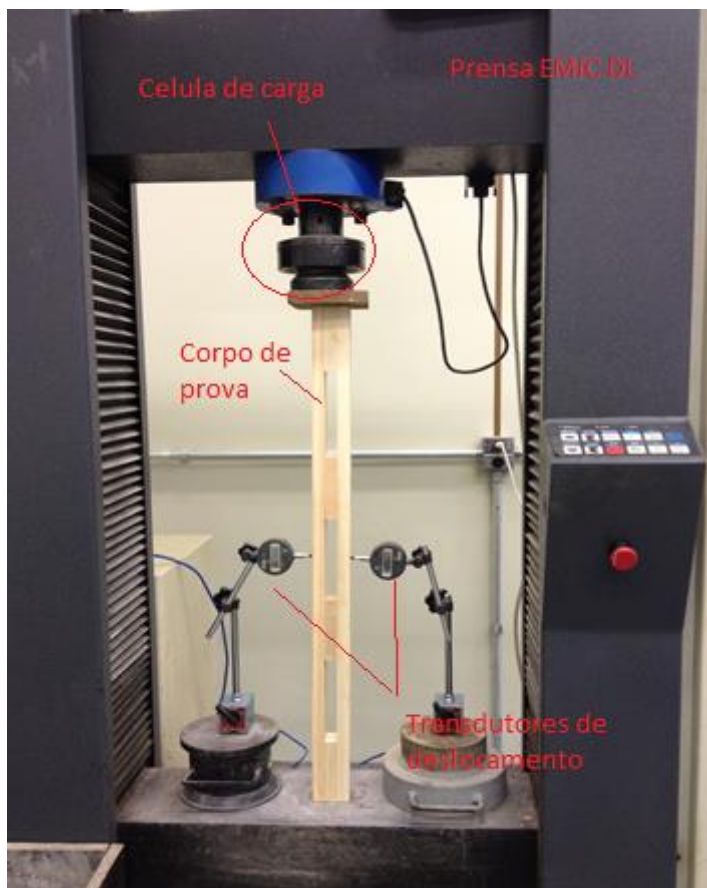


Figura 25: Arranjo do ensaio  
Fonte: Autor (2016)



Figura 26: Detalhe dos transdutores de deslocamento posicionados a meia altura  
Fonte: Autor (2016)

### 3.1.5 Procedimentos do ensaio de compressão dos pilares

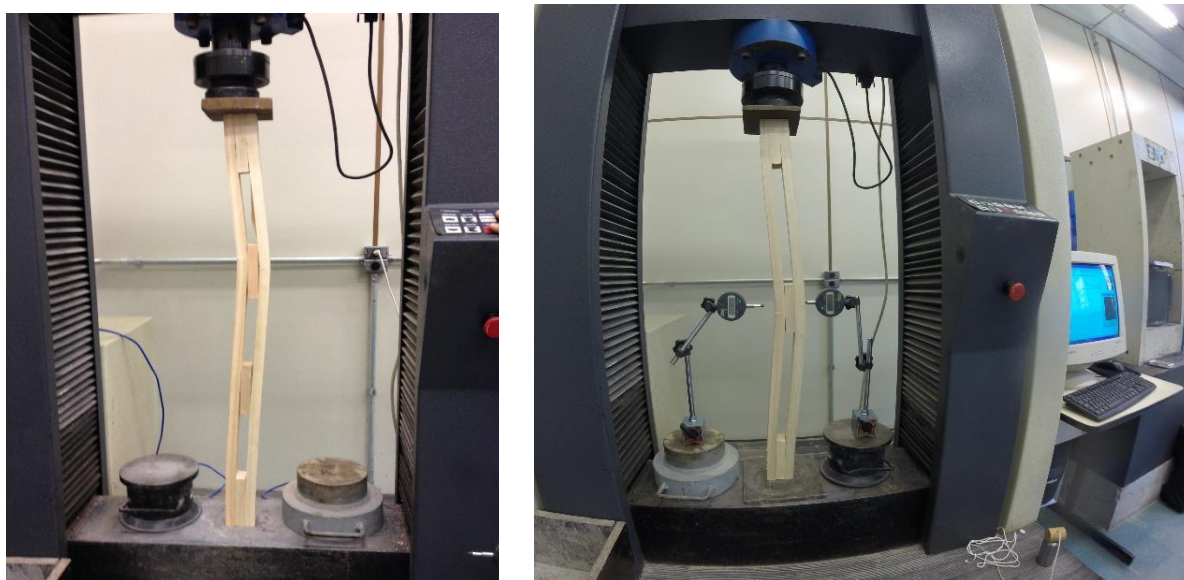
Os ensaios de compressão foram realizados através da aplicação de carga com velocidade calibrada de 50 kgf/s, feita por meio de 6 etapas de carregamento. Cada etapa correspondia a aplicação gradual e crescente de 10 kN para pilares maciços e 5kN para pilares de seção composta. Entre estas etapas a velocidade de carregamento era diminuída criando um patamar na curva de *carregamento x tempo*, possibilitando assim a leitura do deslocamento indicado pelos transdutores. Na tabela 4 estão apresentados os pontos de leitura do deslocamento conforme o caso.

**Tabela 4: Leitura de deslocamento feito conforma carga pré-definida**

PILAR MACICO		PILAR COMPOSTO	
Carga aplicada (kN)	Deslocamento	Carga aplicada (kN)	Deslocamento
10	e1	5	e1
20	e2	10	e2
30	e3	15	e3
40	e4	20	e4
50	e5	25	e5
60	e6	30	e6

Fonte: Autor (2016)

Nas figuras 27a e 27b estão apresentados os ensaios de compressão em andamento realizados nos pilares compostos com 4 e 3 espaçadores respectivamente



**Figura 27: Pilar com 4 espaçadores (a) e 3 espaçadores (b) interpostos sob ensaio**  
Fonte: Autor (2016)

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 ANÁLISE PARAMÉTRICA DO MODELO NUMÉRICO

Para compreensão da influência das diversas variáveis envolvidas no cálculo de pilares maciços e de seção composta foi realizada uma análise paramétrica e comparativa. A análise numérica desenvolvida possui uma rotina de cálculo conforme apresentado nas figuras 18 e 19. Os dados obtidos pelo modelo constam em sua forma integral no APÊNDICE A.

Para a análise proposta tomou-se por estudo um pilar de seção transversal composta com a mesma seção em planta dos pilares utilizados na investigação experimental. Os dados geométricos foram adotados conforme a tabela 5, e possuem nomenclatura conforme apresentado na figura 13.

**Tabela 5: Geometria e característica de resistência do pilar de seção composta estudado**

Dados geométricos	
Tipo	Espaçadores interpostos
<b>L (cm)</b>	70
<b>L<sub>1</sub> (cm)</b>	35,00
<b>h<sub>1</sub> (cm)</b>	4,00
<b>b<sub>1</sub> (cm)</b>	2,00
<b>a<sub>1</sub> (cm)</b>	2,00
<b>n</b>	2
<b>m</b>	2
<b>f<sub>co,k</sub> (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	2
<b>k<sub>mod</sub></b>	0,56
<b>E<sub>co,ef</sub> (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	717,36
<b>f<sub>co,d</sub> (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	0,8

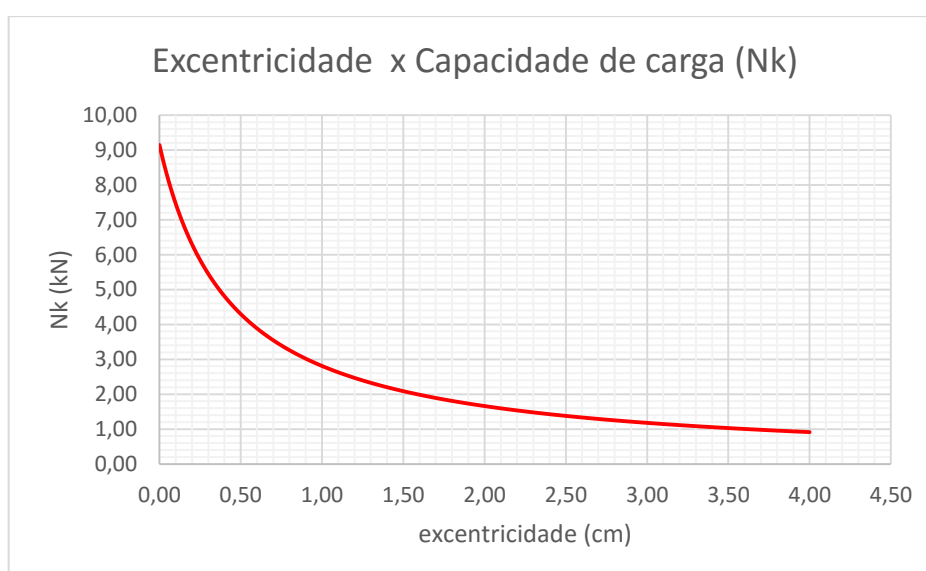
Fonte: Autor (2016)

A espécie *Eucalyptus Grandis* recai em uma classe de resistência C20, resultando em um  $f_{co,d}$  de 0,8 kN/cm<sup>2</sup>. A análise paramétrica de pilar de seção composta inclui a variação dos seguintes parâmetros de cálculo: Excentricidade de carga ( $e_d$ ), altura da seção ( $h_1$ ) e número de intervalos de comprimento  $L_1$  (m). Tal análise é fundamentada na necessidade de conhecer a influência de cada parâmetro no comportamento da estrutura de forma isolada, possibilitando assim correlações com pilares maciços.

A análise paramétrica foi simulada para uma situação de projeto, onde são considerados os devidos coeficientes de minoração de resistência como  $k_{mod}$  e

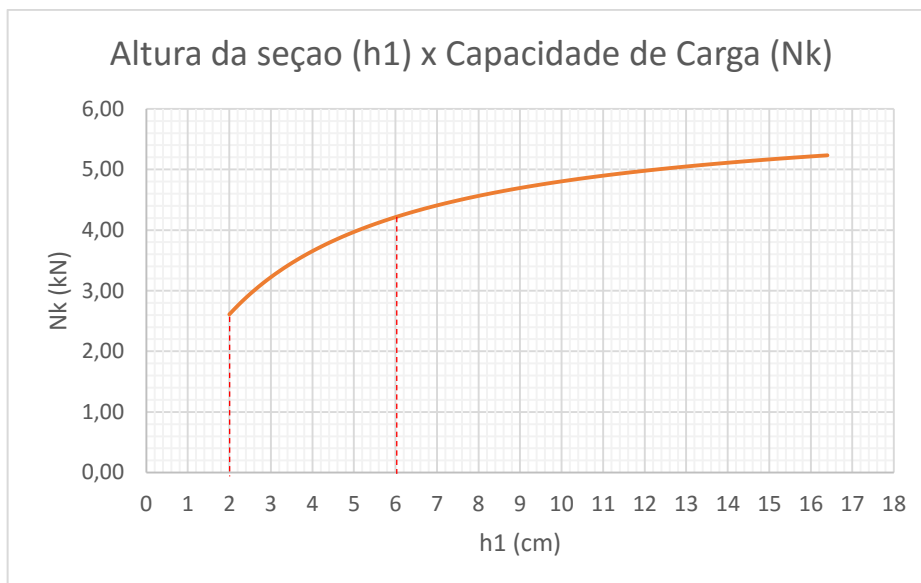
coeficiente de majoração de carga de 1,4. O cálculo levou em conta a utilização de madeira serrada com classe de umidade 2 ( $k_{mod,2} = 1,0$ ), carregamento de longa duração ( $k_{mod,1} = 0,7$ ) e madeira de segunda categoria ( $k_{mod,3} = 0,8$ ), resultando em um coeficiente de minoração  $k_{mod} = 0,56$ .

A variação da excentricidade de carregamento mostra que a capacidade de carga  $N_k$  decai de forma exponencial para valores crescentes de excentricidade, conforme apresentado na figura 28. O aumento do efeito de flexão devido ao momento causado pela excentricidade da carga é somado ao efeito de carregamento normal, diminuindo assim a capacidade de carga do pilar.



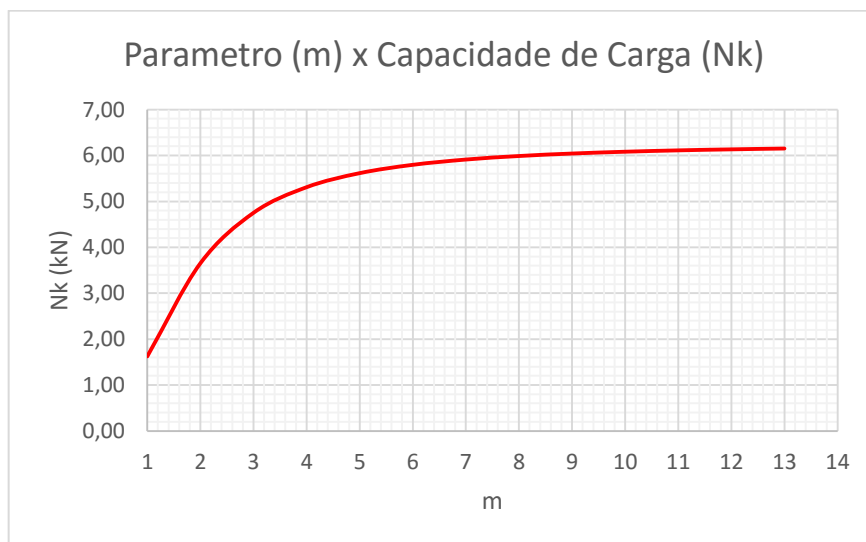
**Figura 28: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e excentricidade do carregamento ( $e_d$ ) para pilares de seção composta**  
Fonte: Autor (2016)

O crescimento da capacidade de carga devido ao aumento da altura da seção se dá de forma mais acentuada até um valor 3 vezes maior do que a base, a partir disto a influência no ganho de resistência é menor, conforme apresentado na figura 29.



**Figura 29: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e altura da seção ( $h_1$ ) para pilares de seção composta**  
**Fonte: Autor (2016)**

A variação do parâmetro  $m$  representa o aumento do número de espaçadores do pilar de seção composta. O crescimento do número de espaçadores representa a solidarização do pilar, tornando-o mais rígido e aproximando o seu comportamento ao de um pilar maciço. Na figura 30 esta representado o aumento da capacidade de carga devido ao aumento do número de espaçadores.

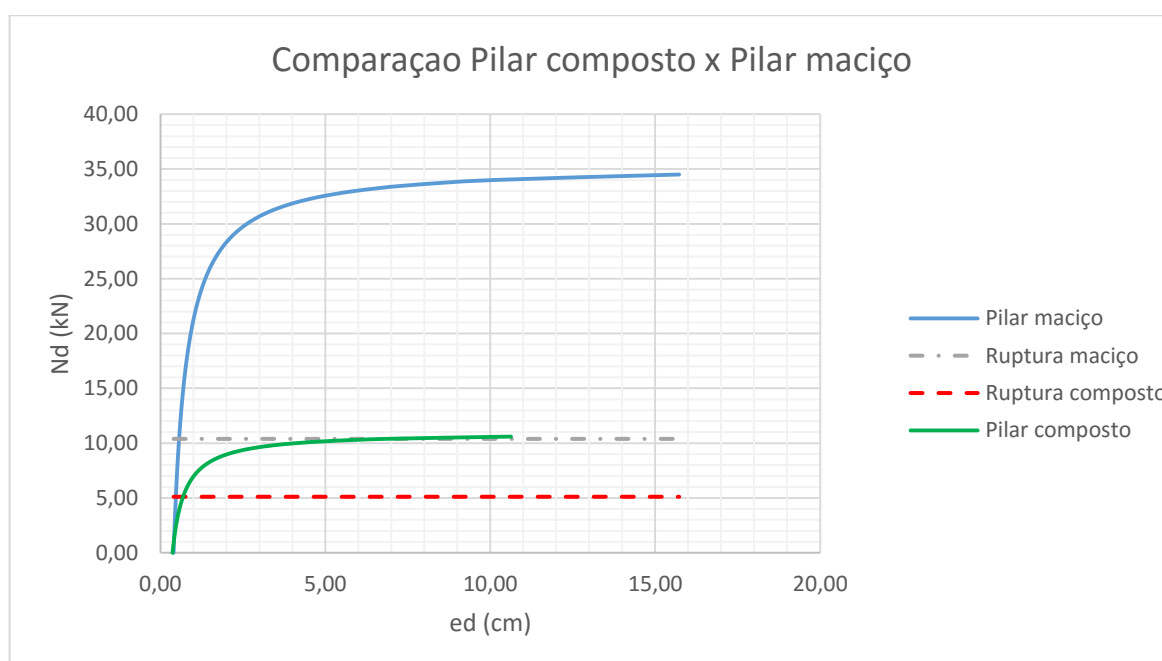


**Figura 30: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e parâmetro  $m$  para pilares de seção composta**  
**Fonte: Autor (2016)**

Para fins de comparação, um pilar maciço com área de seção em planta equivalente ao do pilar composto foi analisado. Na figura 31 esta apresentado a curva

de *Carga x Deslocamento lateral* obtida conforme o método do carregamento incremental, apresentado em 3.1. A medida em que a curva se aproxima da carga crítica de Euler os deslocamentos laterais aumentam até o ponto em que uma pequena variação de carga causa um grande deslocamento, caracterizando assim a instabilidade do elemento estrutural. Além da relação entre carregamento e deslocamento lateral estão apresentados na figura 31 os limites de ruptura por compressão para o pilar maciço e para o pilar de seção composta.

A carga crítica de Euler (limite de flambagem) do pilar composto com 3 espaçadores é 31% da carga crítica do pilar maciço, já em termos de capacidade de carga o modelo numérico apresenta uma relação de 49,2%.

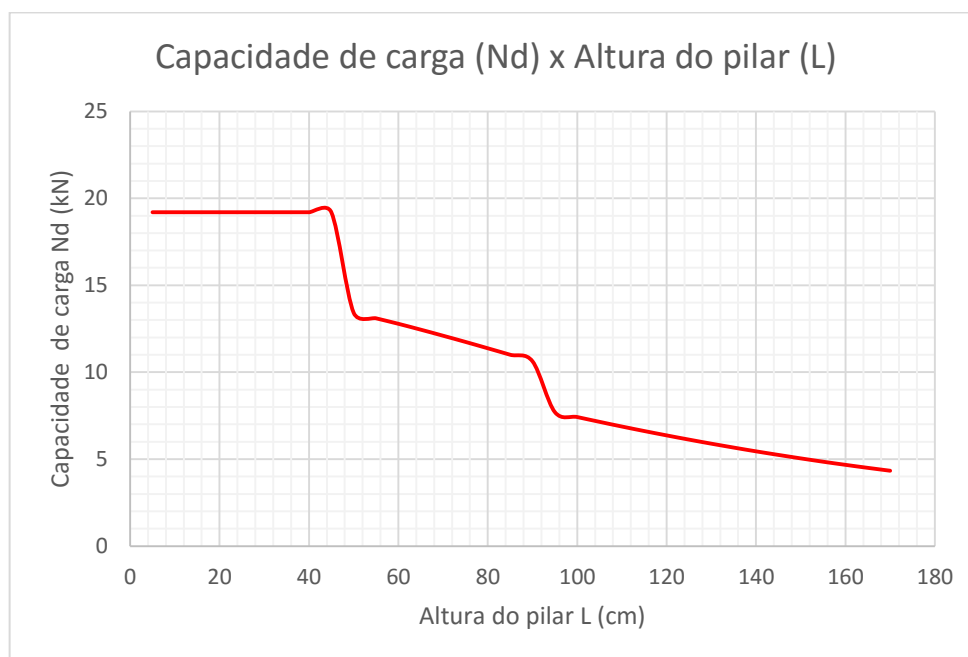


**Figura 31: Relação entre capacidade de carga ( $N_k$ ) e deslocamento lateral em uma seção de referência**

**Fonte: Autor (2016)**

Para pilares maciços, a relação entre a variação da altura do pilar e sua capacidade de carga foi analisada. Na figura 32 pode-se notar que para pilares com alturas abaixo de 45 cm de altura a capacidade de carga não sofre alteração com o aumento, pois o pilar é considerado curto e não sofre influência do efeito de flambagem. A descontinuidade da curva acontece devido as considerações de cálculo feitas para pilares medianamente esbeltos, onde são consideradas algumas excentricidades e perda de capacidade de cálculo devido ao efeito de flambagem (efeitos de 2º ordem). Pilares com altura maior do que 90 cm possuem esbelteza maior

do que 80, sendo assim classificados com esbeltos, resultando em outra descontinuidade da curva de flambagem devido ao acréscimo da excentricidade devido a fluência. A análise da curva de flambagem foi realizada por meio de uma rotina elaborada no Microsoft Visual Basic conforme apêndice C.



**Figura 32: Relação entre capacidade de carga (Nd) e comprimento do pilar (L)**  
**Fonte: Autor (2016)**

## 4.2 ENSAIOS DE FLEXOCOMPRESSÃO

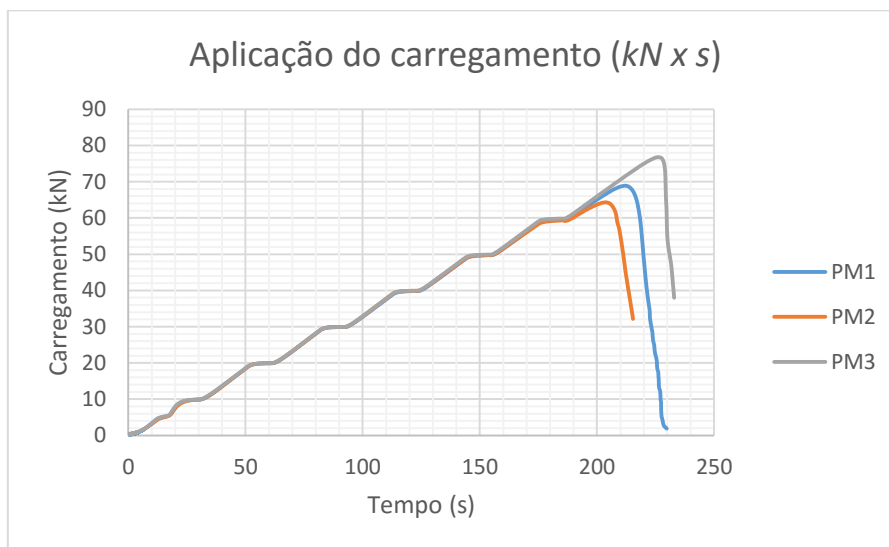
Os dados obtidos com os ensaios de flexocompressão realizados possibilitam a obtenção da curva *carga x deslocamento*, possibilitando a análise do aumento da excentricidade de carga conforme o carregamento. Esta curva possibilita identificar qual a excentricidade de carga na ruptura, bem como o desenvolvimento dos deslocamentos tanto no regime elástico como no regime plástico do material.

Nos itens a seguir estão apresentados os dados obtidos para cada pilar ensaiado.

### 4.3.1 Pilar maciço

A aplicação do carregamento para pilares maciços foi feita em 6 ciclos de 10 kN cada, sendo que após 60 kN, o pilar foi levado até a ruptura. No gráfico 1 estão

apresentadas as curvas de carregamento dos 3 corpos de prova ensaiados, cuja nomenclatura é PM1, PM2 e PM3.



**Gráfico 1: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral**  
Fonte: Autor (2016)

Na tabela 6 estão apresentadas as excentricidades e a carga de ruptura dos 3 pilares ensaiados, sendo  $e_i$  o desaprumo da peça,  $e_{med}$  a média do deslocamento lateral a meia altura medida em ambos os transdutores e  $N_{max}$  a carga de ruptura. Para pilares maciços foi obtido uma carga de ruptura média de 70 kN e um deslocamento lateral máximo que varia conforme o desaprumo inicial medido antes da execução do ensaio.

**Tabela 6: Capacidade de carga e excentricidades de pilares maciços**

	$e_i$ (mm)	Carga (kN)	$e_{med}$ (mm)	$N_{max}$ (kN)
<b>PM1</b>	5	10	0,15	68,91
		20	0,3	
		30	0,43	
		40	0,6	
		50	0,88	
		60	1,47	
<b>PM2</b>	3	10	0,58	64,31
		20	0,875	
		30	1,14	
		40	1,455	
		50	2,3	
		60	3,795	



Tabela 7: Capacidade de carga e excentricidades de pilares maciços (continua)

		<b>10</b>	<b>0,11</b>	
		20	0,24	
<b>PM3</b>	<b>1</b>	30	0,385	<b>76,78</b>
		40	0,515	
		50	0,675	
		60	0,9	
			<b>Média</b>	

Fonte: Autor (2016)

Nos gráficos 2 a 4 encontram-se as curvas carga - deslocamento horizontal para os pilares maciços.

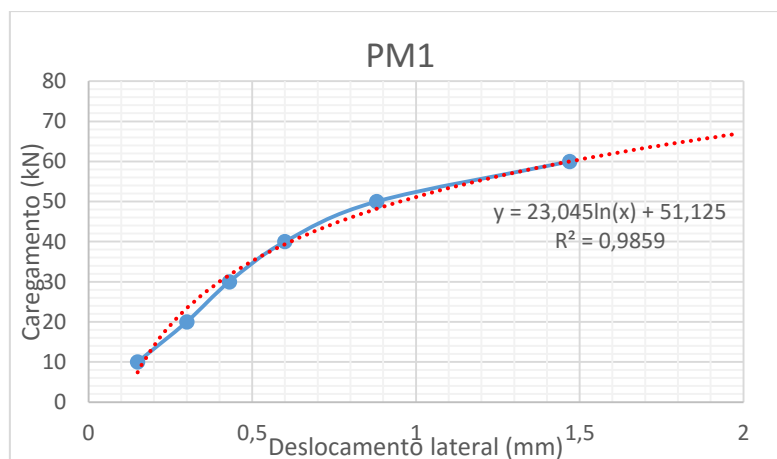


Gráfico 2: Curva carga x deslocamento lateral de pilar maciço PM1

Fonte: Autor (2016)

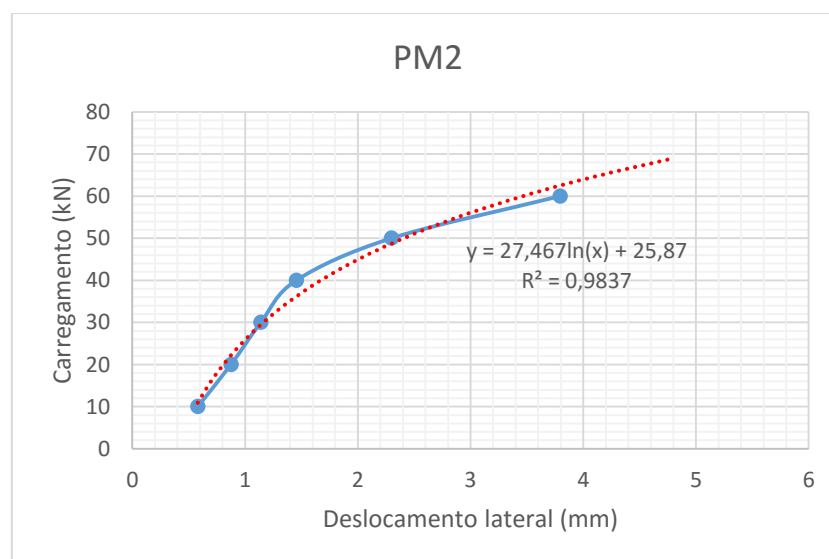
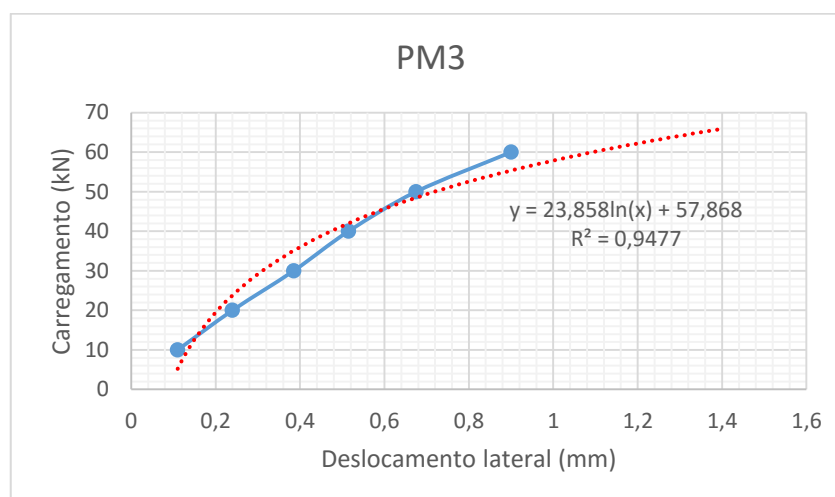


Gráfico 3: Curva carga x deslocamento lateral de pilar maciço PM2

Fonte: Autor (2016)



**Gráfico 4: Curva carga x deslocamento lateral de pilar maciço PM3**  
**Fonte: Autor (2016)**

As curvas acima representadas foram ajustadas com linhas de tendência logarítmicas e uma vez conhecida a carga de ruptura, obtém-se graficamente a excentricidade máxima.

As excentricidades experimentais foram inseridas no modelo numérico utilizado na análise paramétrica, porém, com valores característicos de carregamento e resistência, para possibilitar a comparação das capacidades de carga teórica ( $N_{num}$ ) e experimental ( $N_{exp}$ ) para uma mesma excentricidade. Na tabela 7 estão contemplados os resultados experimentais e provenientes do modelo numérico.

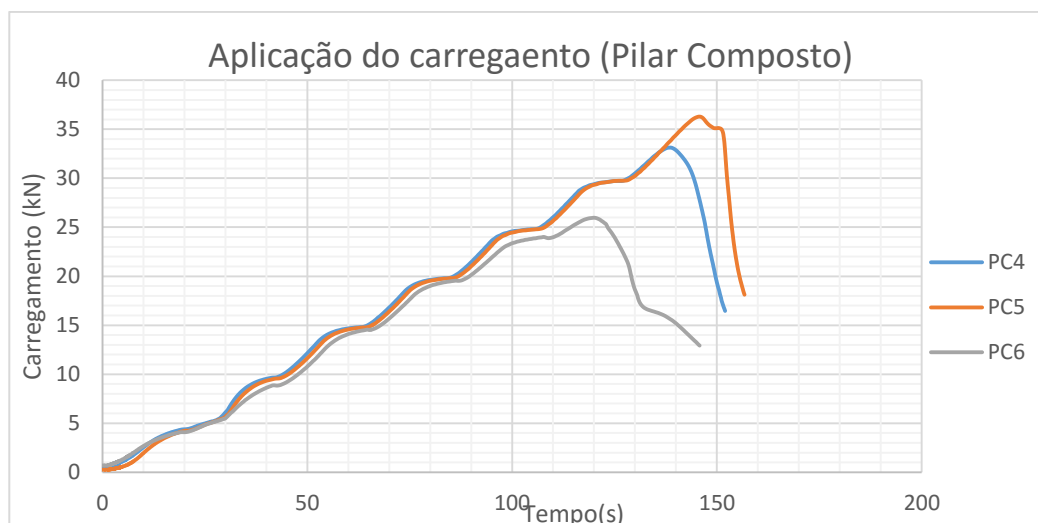
**Tabela 8: Dados experimentais e numéricos de pilar maciços**

	$e_{exp}$ (cm)	$N_{exp}$	$N_{num}$	Relação (exp/num)
<b>PM1</b>	0,695	68,91	57,23	1,20
<b>PM2</b>	0,74	64,31	55,6	1,16
<b>PM3</b>	0,24	76,78	78	0,98

**Fonte: Autor (2016)**

#### 4.3.2 Pilar composto com 2 espaçadores (m=1)

A aplicação do carregamento para pilares de seção composta com espaçadores interpostos foi realizada em 6 ciclos de 5 kN cada, sendo que após 30 kN, o pilar foi levado até a ruptura. No gráfico 5 estão apresentadas as curvas de carregamento dos 3 corpos de prova ensaiados, cuja nomenclatura é PC4, PC5 e PC6.



**Gráfico 5: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral**  
**Fonte: Autor (2016)**

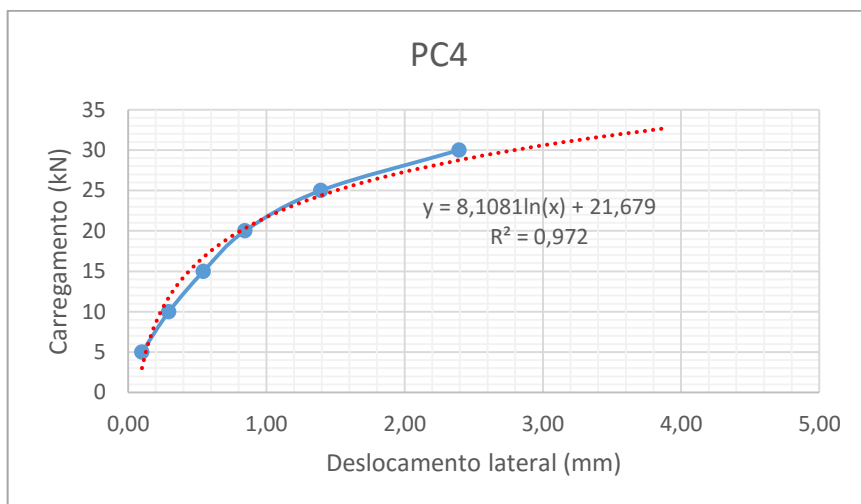
Na tabela 8 estão apresentadas as excentricidades medidas nos patamares e a carga de ruptura dos 3 pilares ensaiados. Para pilares compostos com 2 espaçadores interpostos foi obtido uma capacidade de carga média de 31,79 kN.

**Tabela 9: Capacidade de carga e excentricidades de pilares compostos com 2 espaçadores**

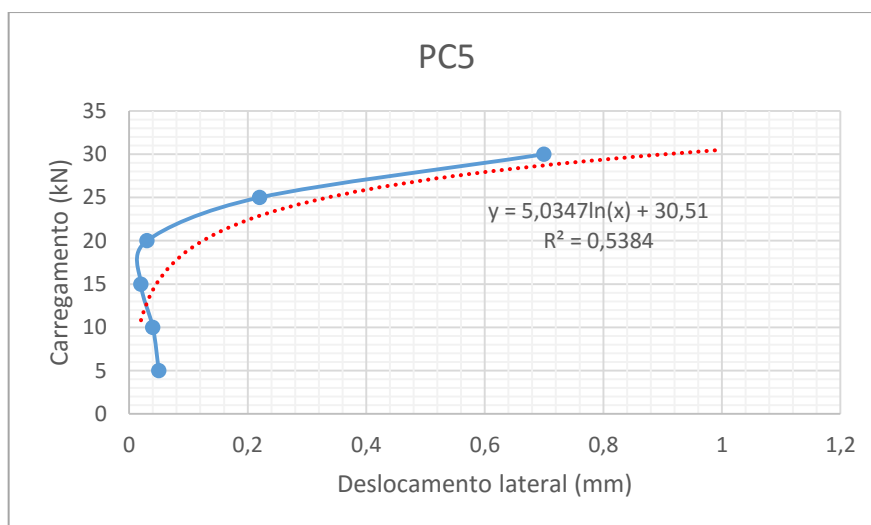
	$e_i$ (mm)	Carga (kN)	$e_{med}$ (mm)	$N_{max}$ (kN)
<b>PC4</b>	1	5	0,10	33,13
		10	0,30	
		15	0,55	
		20	0,85	
		25	1,40	
		30	2,40	
<b>PC5</b>	3	5	0,05	36,26
		10	0,04	
		15	0,02	
		20	0,03	
		25	0,22	
		30	0,70	
<b>PC6</b>	2	5	0,35	25,97
		10	1,02	
		15	1,84	
		20	3,55	
		25	6,77	
		30	--	
<b>MÉDIA</b>				<b>31,79</b>

**Fonte: Autor (2016)**

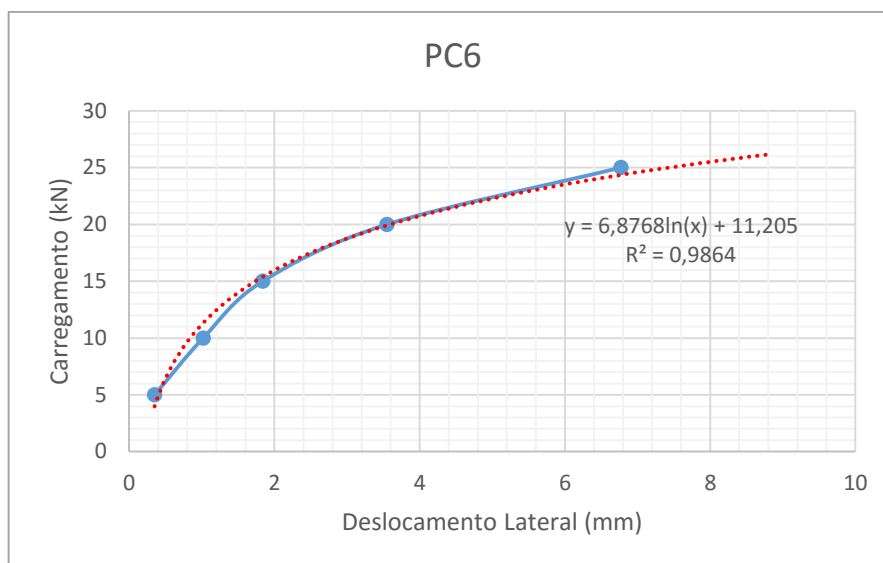
Nos gráficos 6 a 8 encontram-se as curvas carga - deslocamento horizontal para os pilares compostos com 2 espaçadores.



**Gráfico 6: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC4**  
Fonte: Autor (2016)



**Gráfico 7: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC5**  
Fonte: Autor (2016)



**Gráfico 8: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC6**  
**Fonte: Autor (2016)**

Conhecida a carga de ruptura, obtém-se graficamente a excentricidade máxima por meio dos gráficos 6, 7 e 8. As excentricidades máximas experimentais foram inseridas no modelo numérico para possibilitar a comparação das capacidades de carga teórica e experimental para uma mesma excentricidade. A tabela 9 contempla os resultados experimentais e numéricos.

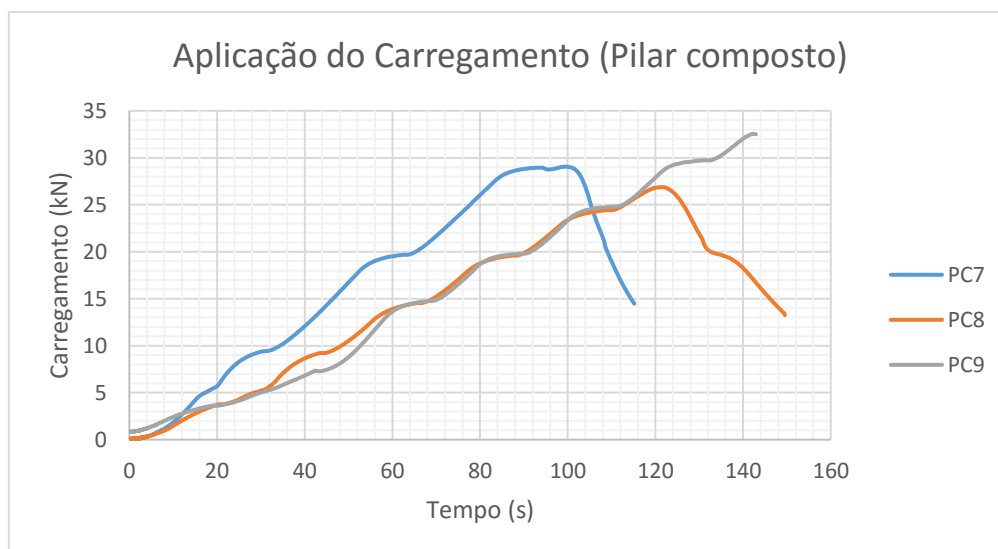
**Tabela 10: Dados experimentais e numéricos de pilar composto (m=1)**

	$e_{exp}$ (cm)	$N_{exp}$	$N_{num}$	Relação (exp/num)
<b>PC4</b>	0,47	33,13	15,13	2,19
<b>PC5</b>	0,44	36,26	15,90	2,28
<b>PC6</b>	1	25,27	8,12	3,19

**Fonte: Autor (2016)**

#### 4.3.3 Pilar composto com 3 espaçadores (m=2)

O procedimento de análise para pilares de seção composta com espaçadores interpostos também foi realizado em 6 ciclos de 5 kN cada. No gráfico 9 estão apresentadas as curvas de carregamento dos 3 corpos de prova ensaiados, cuja nomenclatura é PC7, PC8 e PC9.



**Gráfico 9: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral**  
 Fonte: Autor (2016)

Na tabela 10 estão apresentadas as excentricidades medidas com auxílio dos transdutores dos 3 pilares ensaiados. Para pilares compostos com 3 espaçadores interpostos foi obtido uma capacidade de carga média de 29,49 kN.

**Tabela 11: Capacidade de carga e excentricidades de pilares compostos com 3 espaçadores**

	$e_i$ (mm)	Carga (kN)	$e_{med}$ (mm)	$N_{max}$
<b>PC7</b>	6	5	-	29,06
		10	0,15	
		15	-	
		20	0,76	
		25	-	
		29	7,05	
<b>PC8</b>	2	5	0,10	26,88
		10	0,30	
		15	0,55	
		20	1,12	
		25	3,75	
		30	-	
<b>PC9</b>	1	5	0,31	32,54
		10	0,23	
		15	0,31	
		20	0,37	
		25	0,84	
		30	2,19	
<b>MÉDIA</b>				29,49

Fonte: Autor (2016)

Nos gráficos 10 a 12 encontram-se as curvas carga - deslocamento horizontal para os pilares compostos com 3 espaçadores.

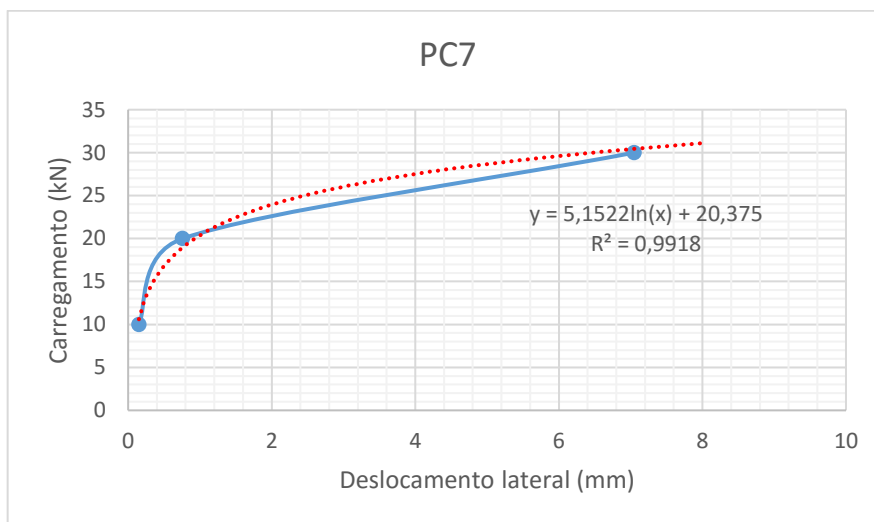


Gráfico 10: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC7  
Fonte: Autor (2016)

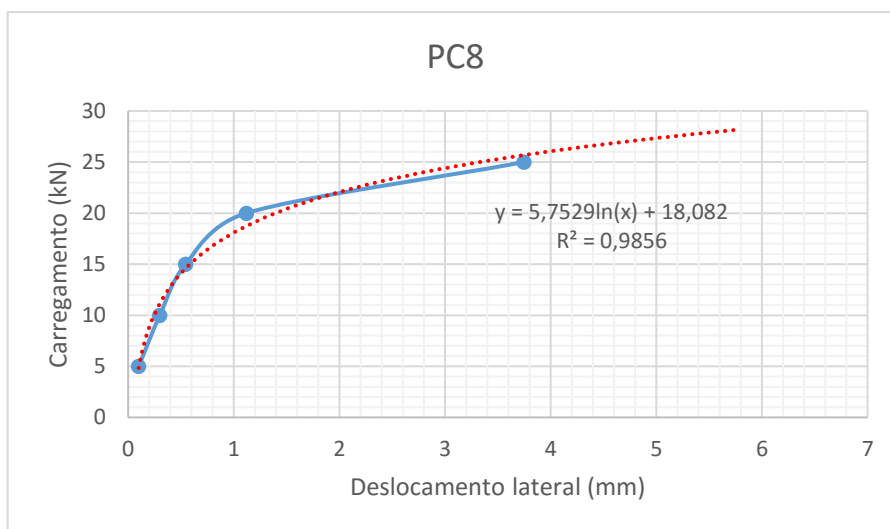
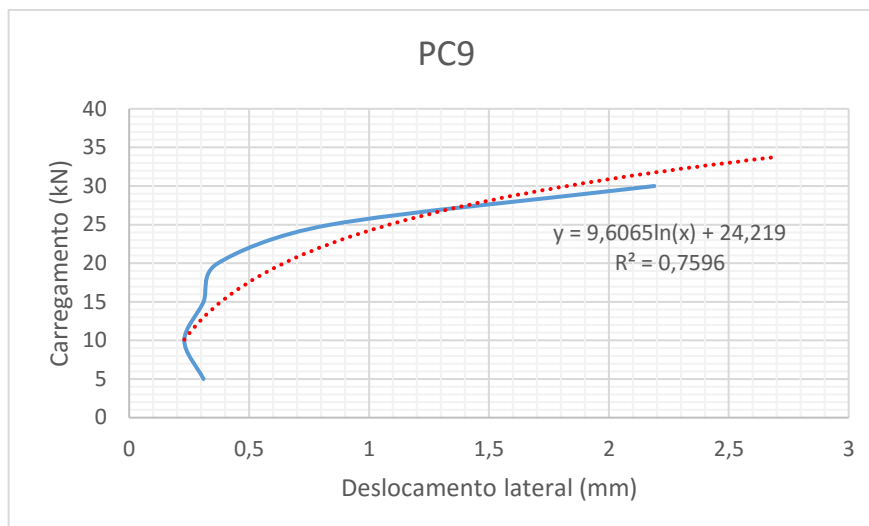


Gráfico 11: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC8  
Fonte: Autor (2016)



**Gráfico 12: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC9**  
**Fonte: Autor (2016)**

As excentricidades máximas obtidas graficamente estão apresentadas na tabela 11. A comparação entre capacidades de carga teórica e experimental mostram uma concordância média de 92%, sendo considerado a excentricidade do PC7 como dado espúrio, pois o desaprumo inicial da peça levou a excentricidades que ultrapassaram o limite do núcleo central de inercia, resultando em uma capacidade de carga numérica baixa se comparado ao PC8 e PC9.

**Tabela 12: Dados experimentais e numéricos de pilar composto (m=2)**

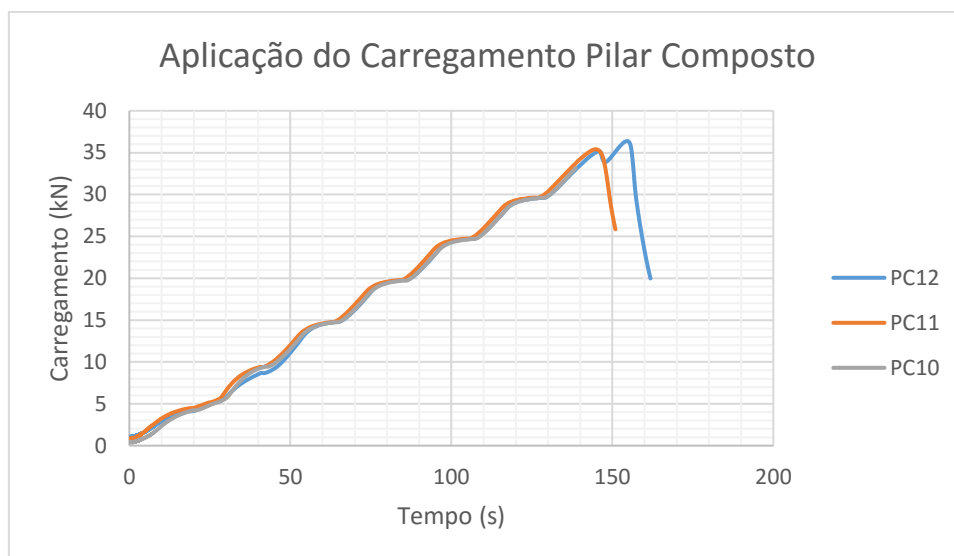
	$e_{exp}$ (cm)	$N_{exp}$	$N_{num}$	Relação (exp/num)
<b>PC7</b>	1,3	29,06	16,4	1,77
<b>PC8</b>	0,58	26,88	27,94	0,96
<b>PC9</b>	0,34	32,54	36,5	0,89

**Fonte: Autor (2016)**

#### 4.3.4 Pilar composto com 4 espaçadores (m=3)

O procedimento de análise para pilares de seção composta com espaçadores interpostos foi realizado em 6 ciclos de 5 kN cada. No gráfico 13 estão apresentadas as curvas de carregamento dos 3 corpos de prova ensaiados, cuja nomenclatura é PC10, PC11 e PC12.





**Gráfico 13: Curva de aplicação de carga com patamares para medição do deslocamento lateral**  
 Fonte: Autor (2016)

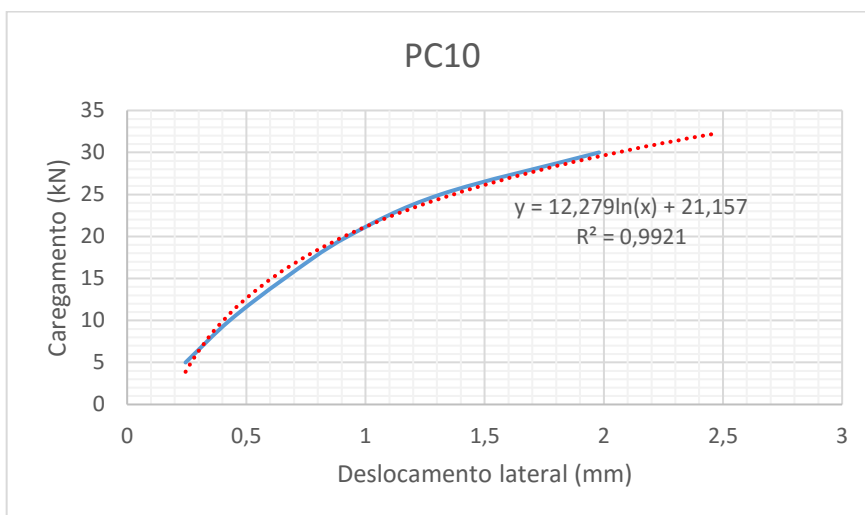
Na tabela 12 estão apresentadas as excentricidades medidas com auxílio dos transdutores dos 3 pilares ensaiados. Para pilares compostos com 4 espaçadores interpostos foi obtido uma capacidade de carga média de 34,98 kN.

**Tabela 13: Capacidade de carga e excentricidades de pilares compostos com 4 espaçadores**

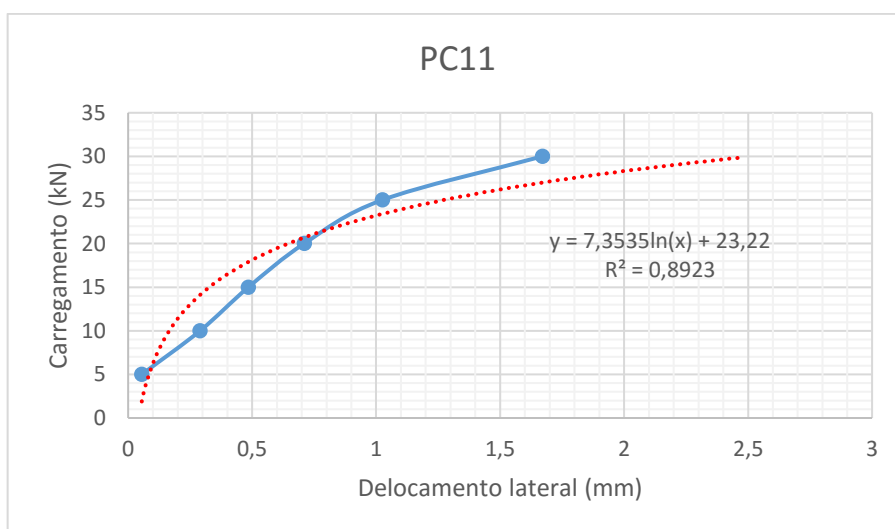
	$e_i$ (mm)	Carga (kN)	$e_{med}$ (mm)	$N_{max}$
<b>PC10</b>	4	5	0,25	33,16
		10	0,43	
		15	0,66	
		20	0,93	
		25	1,32	
		30	1,98	
<b>PC11</b>	5	5	0,06	35,4
		10	0,29	
		15	0,49	
		20	0,71	
		25	1,03	
		30	1,67	
<b>PC12</b>	4	5	0,11	36,38
		10	0,52	
		15	0,66	
		20	0,78	
		25	0,95	
		30	1,14	

Fonte: Autor (2016)

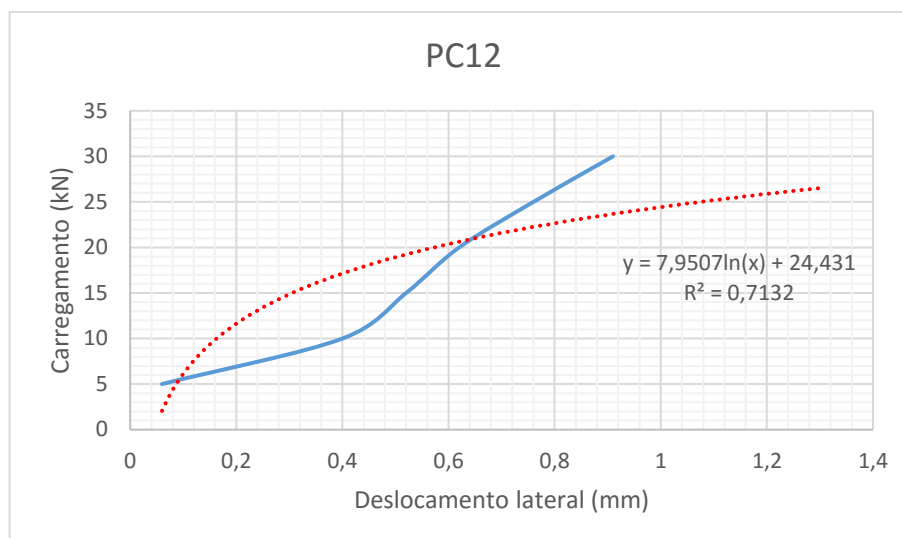
Nos gráficos 14 a 16 encontram-se as curvas carga - deslocamento horizontal para os pilares compostos com 4 espaçadores.



**Gráfico 14: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC10**  
Fonte: Autor (2016)



**Gráfico 15: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC11**  
Fonte: Autor (2016)



**Gráfico 16: Curva carga x deslocamento lateral de pilar composto PC12**  
**Fonte: Autor (2016)**

As excentricidades máximas obtidas graficamente estão apresentadas na tabela 13. A comparação entre capacidades de carga teórica e experimental mostram uma concordância média de 98%. Tal resultado evidencia que o modelo numérico é representativo em termos de capacidade de carga.

**Tabela 14: Dados experimentais e numéricos de pilar composto (m=3)**

	$e_{exp}$ (cm)	$N_{exp}$	$N_{num}$	Relação (exp/num)
<b>PC10</b>	0,65	33,16	33,91	0,98
<b>PC11</b>	0,72	35,4	32,26	1,1
<b>PC12</b>	0,53	36,38	37,16	0,98

**Fonte: Autor (2016)**

#### 4.3.5 Comparação de resultados

De posse de todos os resultados, é possível estabelecer um comparativo entre pilares maciços e pilares de seção transversal composta. Em termos de capacidade de carga experimental, observou-se que pilares compostos apresentam cerca de 50% da capacidade de pilares maciços. Na tabela 14 esta apresentado uma relação tendo como base o valor médio do pilar maciço (Relação A) e outra relação tendo como base o valor médio do pilar de seção transversal composta com 2 espaçadores (Relação B).

**Tabela 15: Comparativo de capacidade de cargas**

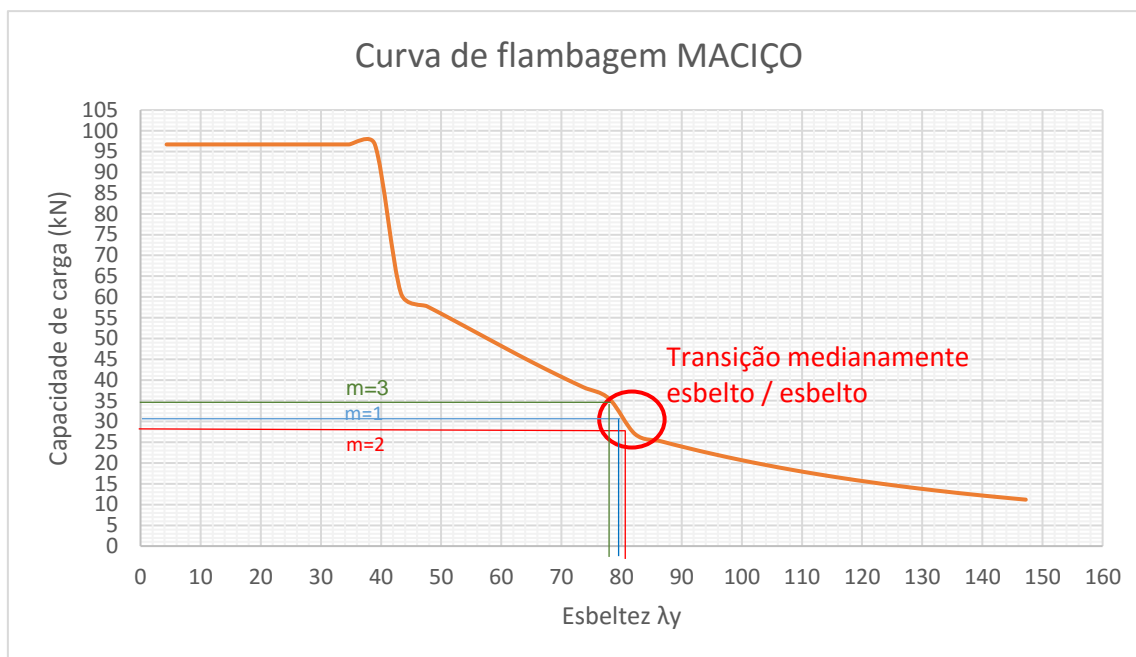
	Maciço	Composto		
		m=1	m=2	m=3
<b>Nmed (kN)</b>	70	31,79	29,49	34,98
<b>Relação A</b>	1	0,454	0,421	0,50
<b>Relação B</b>		1	0,93	1,10

Fonte: Autor (2016)

Notou-se que o aumento do número de espaçadores não resulta necessariamente em um aumento da capacidade de carga. Tal comportamento foi a principal divergência entre modelo numérico e investigação experimental. O modelo de cálculo se comporta de tal forma que quanto maior o número de espaçadores ( $m_1 > m_2 > m_3$ ), mais o coeficiente de redução de inercia  $\beta$  tende a 1, reduzindo o efeito de pilar composto, logo, os ensaios físicos mostram que o pilar de seção composta com 3 espaçadores possui 93% da capacidade de carga do pilar com 2 espaçadores, podendo ser considerados iguais estatisticamente.

O fato de não ocorrer o devido enrijecimento da seção com inclusão de 1 espaçador mostra que o procedimento de cálculo normativo do coeficiente de redução de inercia não é representativo para valores de  $m \leq 2$ . Outro fator que se coloca desfavorável ao modelo com 2 espaçadores é a possibilidade de flambagem independente das peças resistentes, conforme foi observado com os ensaios físicos, tornando o cálculo normativo não representativo em termos de dimensionamento.

Com as capacidades de carga obtidas realizou-se também um comparativo em termos de esbeltez. A análise constitui verificar qual seria a esbeltez equivalente do pilar maciço para a capacidade de carga experimental obtida para pilares de seção composta, representando o aumento da esbeltez devido a perda de rigidez. O gráfico 17 apresenta a curva de flambagem do pilar maciço em termos de valores característicos. Para a construção de tal curva foi variada a altura de um pilar com a mesma seção dos pilares estudados.



**Gráfico 17: Curva de flambagem característica de pilar maciço com esbeltez equivalente de pilares compostos**  
**Fonte: Autor (2016)**

Por meio de uma análise gráfica pode-se determinar a esbeltez equivalente dos pilares compostos ensaiados. Observou-se que um pilar composto com 2, 3 e 4 espaçadores representam um pilar maciço com esbeltez equivalente  $\lambda_{y, m=1} = 80,5$ ;  $\lambda_{y, m=2} = 80$ ;  $\lambda_{y, m=3} = 79$ , respectivamente. Para todos os casos notou-se que a esbeltez equivalente resulta na região de transição entre pilar medianamente esbelto e pilar esbelto, logo para pilares mais rígidos com ( $m \geq 3$ ) pode-se classifica-los como pilar maciço medianamente esbelto já para pilares menos rígidos ( $m < 3$ ) podem ser classificados como esbeltos.

Na tabela 15 esta apresentado a porcentagem de aumento da esbeltez de pilares maciços relacionado a uma porcentagem de perda da capacidade de carga. A referência é um pilar maciço de mesma seção em planta com esbeltez  $\lambda_y = 68,28$  e  $\lambda_y = 46,19$ .

**Tabela 16: Relação entre perda de capacidade de carga e aumento da esbeltez de pilares de seção composta**

	Perda de carga	Aumento da esbeltez
2 espaçadores	45%	15,50%
3 espaçadores	42%	17%
4 espaçadores	50%	14%

**Fonte: Autor (2016)**

#### 4.3.6 Metodologia de cálculo proposta

Uma vez o modelo numérico validado pela investigação experimental, propõe-se, por meio do presente trabalho, uma forma de determinação da excentricidade de cálculo para pilares de seção transversal composta semelhante ao procedimento de cálculo para pilares maciços.

O procedimento consiste no cálculo de um raio de giração mínimo equivalente para seções composta, sendo este determinado por meio de um momento de inercia reduzido devido à perda de rigidez do elemento estrutural. Tendo como base os conceitos já definidos pela literatura, pode-se definir a esbeltez de um pilar de seção transversal composta com espaçadores interpostos conforme apresentado na equação 42.

$$\lambda_{y,eff} = \frac{L_0}{\sqrt{\frac{\beta_I I_y}{n A_1}}} = \frac{L_0}{\sqrt{\frac{I_{y,eff}}{A_c}}} = \frac{L_0}{i_{y,eff}} \quad (42)$$

Onde:

$L_0$  = Comprimento de flambagem

$i_{y,eff}$  = Raio de giração efetivo em torno do eixo y

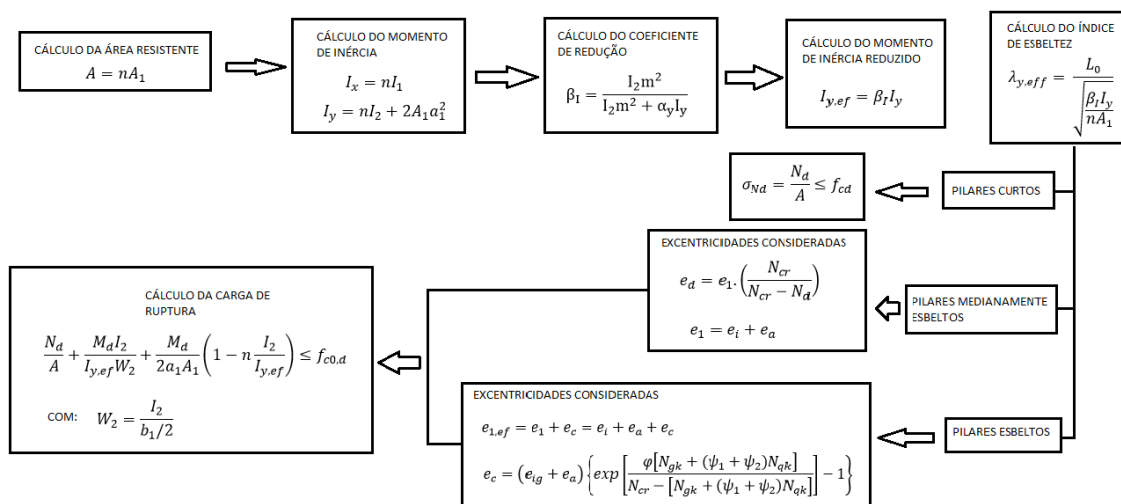
$I_{y,eff}$  = momento de inercia efetivo em torno do eixo y

$\beta_I$  = Coeficiente de redução de inercia

$n$  = Número de peças resistentes

$A_1$  = Área de uma peça isolada

A determinação da esbeltez do pilar de seção composta é importante pois possibilita sua classificação, permitindo a utilização do mesmo método de excentricidades consideradas utilizado no cálculo de pilares maciços. Com a determinação da esbeltez de pilares compostos o procedimento de cálculo fica conforme apresentado na Figura 33. Os limites entre pilares curtos, medianamente esbeltos e esbeltos permanecem os mesmos, sendo ( $0 < \lambda < 40$ ) para pilares curtos, ( $40 < \lambda < 80$ ) para pilares medianamente esbeltos e ( $80 < \lambda < 120$ ) para pilares esbeltos.



**Figura 33: Fluxograma do procedimento de cálculo para pilares de seção composta**  
 Fonte: Autor (2016)

Para análise e validação da esbeltez efetiva proposta realizou-se uma análise numérica com os pilares utilizados nos ensaios físicos permitindo assim a verificação da validade da esbeltez efetiva em termos de excentricidade de carga e capacidade de carga. O cálculo proposto foi verificado em termos de resistência característica da madeira.

Na Tabela 17 estão apresentados os parâmetros envolvidos no cálculo de pilares de seção composta com 2, 3 e 4 espaçadores. Notou-se que quanto maior o número de espaçadores, menor a esbeltez equivalente para pilares de seção composta. Pilares com 2 espaçadores apresentaram  $\lambda_{y,eff} = 116$ , e pilares com 3 espaçadores apresentam  $\lambda_{y,eff} = 82,5$ , ambos são classificados como pilares esbeltos, logo, levam em consideração o efeito da fluência em forma de excentricidade de carga tendo seus deslocamentos laterais amplificados pois são mais susceptíveis a instabilidade. Pilares com 4 espaçadores possuem  $\lambda_{y,eff} = 66,61$  podendo ser considerados como medianamente esbeltos, sendo assim necessário a consideração de excentricidade acidental, excentricidade inicial e efeitos de 2º ordem.

A diminuição da esbeltez observada para um número maior de espaçadores se da devido ao aumento do coeficiente de redução de inercia  $\beta_1$  o qual representando o ganho de rigidez e resultando em um momento de inércia efetivo superior.

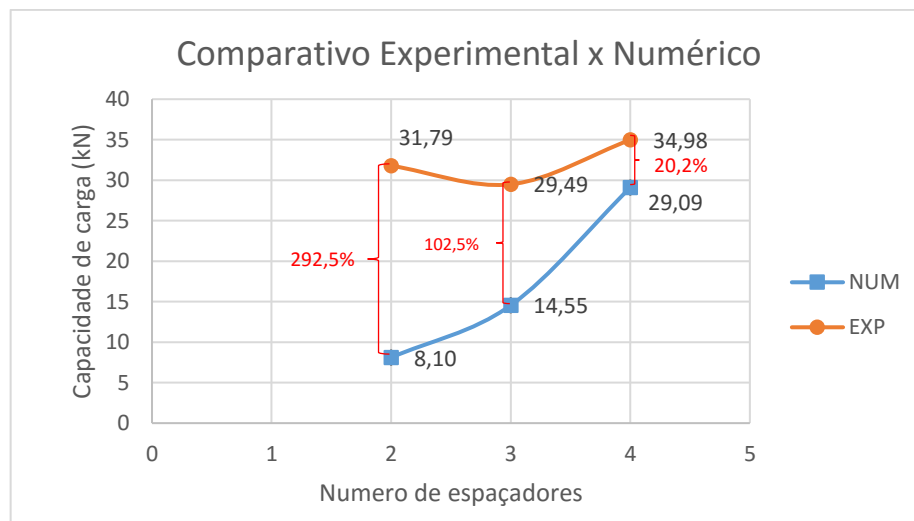
Tabela 17: Resultados da simulação numérica com esbeltez efetiva

	2 espaçadores	3 espaçadores	4 espaçadores
$i_{y,composto}$	0,69	0,97	1,20
$i_{x,composto}$	1,15	1,15	1,15
$\lambda_{y,eff}$	<b>116,09</b>	<b>82,52</b>	<b>66,91</b>
$\lambda_x$	69,28	69,28	69,28
<b>A1</b>	8,00	8,00	8,00
<b>I1</b>	10,67	10,67	10,67
<b>I2</b>	2,67	2,67	2,67
<b>A</b>	16,00	16,00	16,00
$I_x$	21,33	21,33	21,33
$I_y$	69,33	69,33	69,33
$I_{y,eff}$	7,60	15,04	22,87
$\beta_l$	<b>0,11</b>	<b>0,22</b>	<b>0,33</b>
$\alpha$	1,25	1,25	1,25
$e_a$	0,27	0,27	0,27
$e_i$	0,13	0,13	0,13
$e_1$	0,40	0,40	0,40
$e_d$	<b>3,09</b>	<b>2,47</b>	<b>1,12</b>
$e_c$	1,02	0,86	0,00
$e_{1,ef}$	1,42	1,26	0,40
<b>W<sub>2</sub></b>	2,67	2,67	2,67
$f_{co,k}$	4,03	4,03	4,03
<b>N<sub>k</sub></b>	<b>8,10</b>	<b>14,55</b>	<b>29,09</b>

Fonte: Autor (2016)

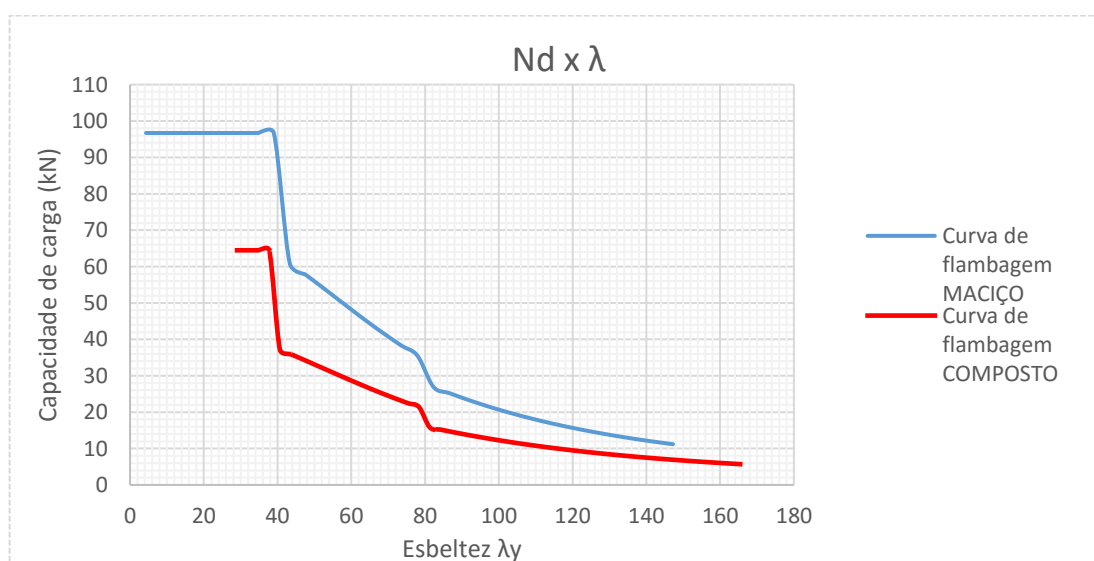
A capacidade de carga dos pilares estudados foi comparada com os valores observados na investigação experimental. Observou-se que para pilares com 2 espaçadores, o modelo resulta em um  $N_k$  com 25% do valor experimental, apesar do cálculo estar favorável ao estado limite último, não é representativo. Para pilares com 3 espaçadores a capacidade de carga numérica resulta em um valor com 50% do valor experimental devido a um deslocamento lateral amplificado pelo efeito de fluência. Pilares com 4 espaçadores apresentaram um resultado numérico mais representativo, com capacidade de carga numérica com 83% da capacidade experimental, conforme apresentado no Gráfico 18 onde constam também as diferenças percentuais entre os valores encontrados.





**Gráfico 18: Relação entre capacidade de carga experimental e numérica**  
**Fonte: Autor (2016)**

No Gráfico 19 esta apresentada a curva de flambagem para pilares maciços e para pilares de seção transversal composta. Para obtenção desta curva foi considerado pilares maciços e composta com mesma área em planta, sendo variado o comprimento de flambagem para variação da esbeltez. Os valores estão em termos de capacidade de carga característica e são uma comparação do método de cálculo proposto para pilares de seção composto e o método já estipulado pela norma brasileira. Pode-se notar que para uma mesma esbeltez, o pilar maciço apresenta uma capacidade de carga maior, logo não se pode fazer a equivalência de capacidade de carga apenas pela comparação da esbeltez.



**Gráfico 19: Comparativo de curvas de flambagem**  
**Fonte: Autor (2016)**

As excentricidades consideradas resultam em um deslocamento lateral majorado se comparado aos valores encontrados experimentalmente. Com a finalidade de obtenção de capacidades de carga mais representativas o presente trabalho propõe um ajuste do parâmetro  $\alpha_y$ , representando indiretamente o ajuste do coeficiente de redução de inercia  $\beta_i$ . Segundo a NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) deve-se utilizar um valor de  $\alpha_y = 1,25$  para pilares com espaçadores interpostos, resultando em um momento de inercia efetivo baixo se comparado aos valores experimentais. Na Tabela 18 estão apresentados os valores de capacidade de carga e deslocamento lateral numérico para diferentes valores de  $\alpha_y$ .

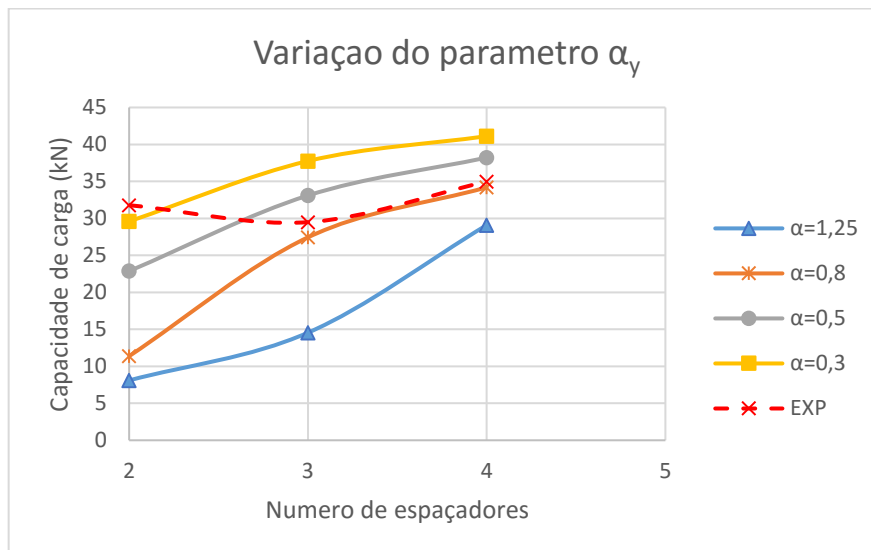
**Tabela 18: Ajuste do parâmetro  $\alpha$**

		$\alpha_y$		
<b>N°Espaçadores</b>		2	3	4
<b><math>N_k</math></b>	1,25	8,10	14,55	29,09
<b><math>e_d</math></b>		3,09	2,47	1,12
<b><math>\beta</math></b>		0,11	0,22	0,33
<hr/>				
<b>N°Espaçadores</b>		2	3	4
<b><math>N_k</math></b>	0,8	11,38	27,44	34,20
<b><math>e_d</math></b>		2,76	1,19	0,94
<b><math>\beta</math></b>		0,16	0,30	0,43
<hr/>				
<b>N°Espaçadores</b>		2	3	4
<b><math>N_k</math></b>	0,5	22,88	33,10	38,22
<b><math>e_d</math></b>		1,38	0,98	0,81
<b><math>\beta</math></b>		0,24	0,41	0,55
<hr/>				
<b>N°Espaçadores</b>		2	3	4
<b><math>N_k</math></b>	0,3	29,60	37,76	41,12
<b><math>e_d</math></b>		1,10	0,82	0,72
<b><math>\beta</math></b>		0,34	0,54	0,67

Fonte: Autor (2016)

Observa-se que para valores menores de  $\alpha_y$  o coeficiente  $\beta$  aumenta resultando em uma capacidade de carga maior e menores deslocamentos laterais devido a flambagem. No Gráfico 20 está apresentado uma comparação da variação da capacidade de carga conforme o número de espaçadores para diferentes valores de  $\alpha_y$ . Nota-se que o modelo se torna representativo em termos de capacidade de carga para pilares com 3 e 4 espaçadores quando  $\alpha_y = 0,8$ . Para pilares com 3 espaçadores

verificou-se uma relação de 93% e para pilares com 4 espaçadores foi verificado uma concordância com a capacidade de carga experimental de 98%.



**Gráfico 20: Variação da capacidade de carga conforme número de espaçadores para diversos valores do parâmetro de cálculo  $\alpha_y$**   
Fonte: Autor (2016)

## 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho gerou diversos resultados que, com seu embasamento teórico, possibilitam a constatação de alguns comportamentos inerentes a estruturas primárias como pilares. A dificuldade na determinação da carga crítica de pilares imperfeitos foi constatada nas análises realizadas, uma vez que em todos os casos estudados houve ruptura devido ao efeito de flambagem com carregamentos inferiores ao esperado. A mesma dificuldade existe na consideração da excentricidade de carga no dimensionamento da estrutura onde singelas variações causam grandes variações em termos de resistência e comportamento no estado limite de serviço.

Foi verificado que pilares de seção transversal composta com espaçadores interpostos possuem um comportamento semelhante ao de pilares maciços em termos de deslocamento lateral, tal constatação se deve a semelhança da curva *Carga x Deslocamento*, onde pode-se notar uma tendência logarítmica em ambos os casos.

Os resultados obtidos experimentalmente quando comparados aos resultados numéricos obtidos por meio de planilhas eletrônicas, confirmam a eficácia do procedimento de cálculo proposto pela NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997) para pilares de seção composta com 3 e 4 espaçadores. Pilares com 2 espaçadores são subdimensionados pela norma e não podem ter sua estabilidade garantida devido a possibilidade de flambagem independente dos elementos resistentes, por isto não se recomenda sua utilização.

Outro ponto observado neste trabalho é que, em situações práticas, as excentricidades não são necessariamente amplificadas para pilares com número menor de espaçadores apesar de o modelo numérico proposto pelo método do carregamento incremental (ALVIM, 2002; ELGRABLY,2009) mostrar o oposto. As excentricidades calculadas não se mostraram representativas devido à baixa rigidez imposta aos pilares pelo coeficiente de redução de inércia  $\beta$ .

Foi possível concluir que pilares de seção composta com área em planta equivalentes à de pilares maciços apresentam de 42% a 50% da capacidade de carga de pilares maciços sendo este domínio de variação restrito aos casos estudados. Tal variação representa um aumento do índice de esbeltez da ordem de 16%. Estes parâmetros são importantes indicadores para estimativas iniciais em etapas de anteprojeto, auxiliando o projetista na concepção estrutural.

A dificuldade na determinação da excentricidade de cálculo para pilares compostos é mitigada pela metodologia de cálculo proposta neste trabalho, onde se leva em conta uma esbeltez equivalente para peças compostas, possibilitando assim a classificação do pilar e conseqüentemente as devidas excentricidades a serem consideradas. Em suma, busca-se uma representatividade de cálculo em termos de capacidade de carga, sendo tal fato constatado para pilares com 4 espaçadores e, em caso de ajuste do parâmetro  $\alpha_y$ , para pilares com 3 e 4 espaçadores.

Notou-se ao longo do trabalho, a oportunidade de melhorar e prosseguir este estudo. Assim, como sugestões para trabalhos futuros, recomendam-se as seguintes abordagens:

- Análise experimental da capacidade de carga de pilares compostos com variação do comprimento de flambagem;
- Análise da influência das ligações na esbeltez de pilares compostos de madeira;
- Estudo comparativo de pilares maciços e compostos de diferentes espécies de madeira;
- Análise da perda de rigidez de peças compostas.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - NBR 7190: **Projeto de Estruturas de Madeira**. Rio de Janeiro, 1997

ALVIM, R.C ; ALMEIDA P. A. O. **Proposta para o cálculo da força cortante em pilares de madeira composta**. 2004, ISSN 1806-6097, Madeira, arquitetura e engenharia, n.13, artigo 4

ALVIM, R. C. ; ALVIM R. A. A. , ALMEIDA P. A. O. , VELOSO L. A. C. M. **Proposta de modelo de cálculo para peças comprimidas de madeira composta**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, v. 9, n. 2, maio/ago. 2012

ALVIM R. C. **A Resistência dos Pilares de Madeira Composta**, Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002

BARALDI, L. T.; LOGSDON, N. B.. **Dimensionamento de Elementos Estruturais Submetidos à Compressão Paralela – Uma Discussão da NBR 7190/97 – VI Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira**. Florianópolis, 1998.

BEER F. P.; JOHNSTON E. R. – **Resistência dos Materiais**, São Paulo, Makron Books, 1995

BLASS, H. J. ,STEP lecture B6. Delft University of Technology, 1995

BLASS, H. J..**International Timber Engineering Conference London**, Design of Columns, 1991.

BORGES, A. C. L. **Análise de pilares esbeltos de concreto armado submetidos a flexo-compressão oblíqua**. São Carlos, 1999. 98p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

BUCHANAN A. , JOHNS K. C. , MADESEN B. – **Column Design Methods for Timber Engineering** – Canadian Journal Civ. Eng. – Vol. 12 – 1985, pp. 731-744.

CARLITO, C. J. **Dimensionamento de Elemento Estruturais de Madeira**. 1ª ed. São Paulo: Manole, 2003

CARVALHAR, F. C. **Determinação experimental da carga de flambagem e da excentricidade accidental de pilares compostos de madeira**. 2001. 98p. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Minas gerais, Departamento de engenharia de estruturas, 2001.

CORDOVIL, F. A. B.. "**Peças Comprimidas Segundo NBR 7190/96**", VI EBRAMEM, Florianópolis, 1998.

DIAS A. A. ; MIOTTO J. L. **Avaliação dos critérios de dimensionamento para peças comprimidas e flexocomprimidas de madeira**. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 8, n. 33, p. 53-81, 2006

ELGRABLY, S. P. **Estudo da resistência dos pilares de madeira de seção composta solidarizadas descontinuamente com chapas laterais**. 2009. 109p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

FUSCO, P. B. - **Estruturas de concreto armado. Solicitações normais**. Rio de Janeiro: Guanabara dois, 1981

FUSCO, P. B. **Fundamentos do projeto estrutural**. Editora Mc Graw-Hill, São Paulo, 1976.

GÓES, J. L. N. **Análise de vigas de madeira pregadas com seção composta**. São Carlos, 2002. 123p. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.

GURFINKEL, German. **Wood Engineering** Southern Forest Products Association. New Orleans, Louisiana, USA, 1973.

MELO, C. E. L. **Análise Experimental e Numérica de Pilares Birrotulados de Concreto Armado Submetidos a Flexo-compressão Normal**. 2009. 415p Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2009

PENNER, E. **Avaliação da rigidez dos pilares de concreto armado para a verificação da estabilidade de pórticos**. 1997, 158p. Dissertação de Mestrado, Escola politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações, 1997

PFEIL, W. ; PFEIL, M. **Estruturas de Madeira**. São Paulo: Ltc, 2003

SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**, Florianópolis,. 120p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005

STAMATO, G. C. **Resistência ao embutimento da madeira compensada**. 1998. 116p. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 1998.

SZÜCS C. A, TEREZO R. F, VALLE A, MORAES P. D. **Estruturas de Madeira**. Apostila de madeiras, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015. Disponível em: [https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/1313798/mod\\_resource/content/0/Apostilamadeiras2015-1.pdf](https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/1313798/mod_resource/content/0/Apostilamadeiras2015-1.pdf). Acesso em: 10 set 2015.

TIMOSHENKO, Stephen P. & GERE, James M. – **“Theory of Elastic Stability”**, 2ª ed., Tokio, McGraw-Hill Kogakusha, 1961 (International Student Edition). 1961.



## APÊNDICE A – Dados da análise numérica

**Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento ed para pilar de seção composta (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,00	2,67	0,80	12,80	9,14
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,02	2,67	0,80	12,25	8,75
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,04	2,67	0,80	11,74	8,39
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,06	2,67	0,80	11,27	8,05
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,08	2,67	0,80	10,84	7,75
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,10	2,67	0,80	10,44	7,46
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,12	2,67	0,80	10,07	7,20
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,14	2,67	0,80	9,73	6,95
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,16	2,67	0,80	9,41	6,72
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,18	2,67	0,80	9,10	6,50
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,20	2,67	0,80	8,82	6,30
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,22	2,67	0,80	8,56	6,11
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,24	2,67	0,80	8,31	5,93
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,26	2,67	0,80	8,07	5,76
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,28	2,67	0,80	7,85	5,60
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,30	2,67	0,80	7,64	5,45
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,32	2,67	0,80	7,44	5,31
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,34	2,67	0,80	7,25	5,18
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,36	2,67	0,80	7,07	5,05
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,38	2,67	0,80	6,89	4,92
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,40	2,67	0,80	6,73	4,81
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,42	2,67	0,80	6,57	4,70
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,44	2,67	0,80	6,43	4,59
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,46	2,67	0,80	6,28	4,49
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,48	2,67	0,80	6,15	4,39
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,50	2,67	0,80	6,02	4,30
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,52	2,67	0,80	5,89	4,21
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,54	2,67	0,80	5,77	4,12
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,56	2,67	0,80	5,66	4,04
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,58	2,67	0,80	5,55	3,96
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,60	2,67	0,80	5,44	3,89
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,62	2,67	0,80	5,34	3,81
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,64	2,67	0,80	5,24	3,74
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,66	2,67	0,80	5,14	3,67
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,68	2,67	0,80	5,05	3,61
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,70	2,67	0,80	4,96	3,55
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,72	2,67	0,80	4,88	3,49

**Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento ed para pilar de seção composta (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,74	2,67	0,80	4,80	3,43
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,76	2,67	0,80	4,72	3,37
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,78	2,67	0,80	4,64	3,31
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,80	2,67	0,80	4,57	3,26
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,82	2,67	0,80	4,49	3,21
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,84	2,67	0,80	4,42	3,16
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,86	2,67	0,80	4,36	3,11
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,88	2,67	0,80	4,29	3,06
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,90	2,67	0,80	4,23	3,02
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,92	2,67	0,80	4,16	2,97
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,94	2,67	0,80	4,10	2,93
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,96	2,67	0,80	4,04	2,89
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,98	2,67	0,80	3,99	2,85
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,00	2,67	0,80	3,93	2,81
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,02	2,67	0,80	3,88	2,77
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,04	2,67	0,80	3,83	2,73
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,06	2,67	0,80	3,78	2,70
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,08	2,67	0,80	3,73	2,66
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,10	2,67	0,80	3,68	2,63
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,12	2,67	0,80	3,63	2,59
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,14	2,67	0,80	3,58	2,56
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,16	2,67	0,80	3,54	2,53
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,18	2,67	0,80	3,50	2,50
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,20	2,67	0,80	3,45	2,47
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,22	2,67	0,80	3,41	2,44
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,24	2,67	0,80	3,37	2,41
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,26	2,67	0,80	3,33	2,38
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,28	2,67	0,80	3,29	2,35
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,30	2,67	0,80	3,26	2,33
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,32	2,67	0,80	3,22	2,30
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,34	2,67	0,80	3,18	2,27
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,36	2,67	0,80	3,15	2,25
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,38	2,67	0,80	3,11	2,22
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,40	2,67	0,80	3,08	2,20
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,42	2,67	0,80	3,05	2,18
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,44	2,67	0,80	3,01	2,15
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,46	2,67	0,80	2,98	2,13
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,48	2,67	0,80	2,95	2,11
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,50	2,67	0,80	2,92	2,09
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,52	2,67	0,80	2,89	2,07

**Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento ed para pilar de seção composta (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,54	2,67	0,80	2,86	2,04
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,56	2,67	0,80	2,83	2,02
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,58	2,67	0,80	2,81	2,00
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,60	2,67	0,80	2,78	1,98
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,62	2,67	0,80	2,75	1,97
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,64	2,67	0,80	2,72	1,95
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,66	2,67	0,80	2,70	1,93
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,68	2,67	0,80	2,67	1,91
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,70	2,67	0,80	2,65	1,89
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,72	2,67	0,80	2,62	1,87
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,74	2,67	0,80	2,60	1,86
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,76	2,67	0,80	2,58	1,84
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,78	2,67	0,80	2,55	1,82
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,80	2,67	0,80	2,53	1,81
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,82	2,67	0,80	2,51	1,79
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,84	2,67	0,80	2,49	1,78
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,86	2,67	0,80	2,46	1,76
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,88	2,67	0,80	2,44	1,75
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,90	2,67	0,80	2,42	1,73
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,92	2,67	0,80	2,40	1,72
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,94	2,67	0,80	2,38	1,70
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,96	2,67	0,80	2,36	1,69
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,98	2,67	0,80	2,34	1,67
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,00	2,67	0,80	2,32	1,66
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,02	2,67	0,80	2,30	1,65
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,04	2,67	0,80	2,29	1,63
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,06	2,67	0,80	2,27	1,62
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,08	2,67	0,80	2,25	1,61
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,10	2,67	0,80	2,23	1,59
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,12	2,67	0,80	2,21	1,58
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,14	2,67	0,80	2,20	1,57
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,16	2,67	0,80	2,18	1,56
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,18	2,67	0,80	2,16	1,55
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,20	2,67	0,80	2,15	1,53
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,22	2,67	0,80	2,13	1,52
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,24	2,67	0,80	2,12	1,51
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,26	2,67	0,80	2,10	1,50
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,28	2,67	0,80	2,08	1,49
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,30	2,67	0,80	2,07	1,48
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,32	2,67	0,80	2,05	1,47

**Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento ed para pilar de seção composta (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,34	2,67	0,80	2,04	1,46
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,36	2,67	0,80	2,02	1,45
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,38	2,67	0,80	2,01	1,44
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,40	2,67	0,80	2,00	1,43
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,42	2,67	0,80	1,98	1,42
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,44	2,67	0,80	1,97	1,41
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,46	2,67	0,80	1,96	1,40
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,48	2,67	0,80	1,94	1,39
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,50	2,67	0,80	1,93	1,38
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,52	2,67	0,80	1,92	1,37
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,54	2,67	0,80	1,90	1,36
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,56	2,67	0,80	1,89	1,35
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,58	2,67	0,80	1,88	1,34
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,60	2,67	0,80	1,87	1,33
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,62	2,67	0,80	1,85	1,32
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,64	2,67	0,80	1,84	1,32
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,66	2,67	0,80	1,83	1,31
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,68	2,67	0,80	1,82	1,30
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,70	2,67	0,80	1,81	1,29
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,72	2,67	0,80	1,79	1,28
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,74	2,67	0,80	1,78	1,27
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,76	2,67	0,80	1,77	1,27
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,78	2,67	0,80	1,76	1,26
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,80	2,67	0,80	1,75	1,25
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,82	2,67	0,80	1,74	1,24
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,84	2,67	0,80	1,73	1,23
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,86	2,67	0,80	1,72	1,23
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,88	2,67	0,80	1,71	1,22
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,90	2,67	0,80	1,70	1,21
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,92	2,67	0,80	1,69	1,21
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,94	2,67	0,80	1,68	1,20
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,96	2,67	0,80	1,67	1,19
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	2,98	2,67	0,80	1,66	1,18
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,00	2,67	0,80	1,65	1,18
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,02	2,67	0,80	1,64	1,17
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,04	2,67	0,80	1,63	1,16
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,06	2,67	0,80	1,62	1,16
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,08	2,67	0,80	1,61	1,15
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,10	2,67	0,80	1,60	1,14
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,12	2,67	0,80	1,59	1,14

**Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento ed para pilar de seção composta (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,14	2,67	0,80	1,58	1,13
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,16	2,67	0,80	1,58	1,13
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,18	2,67	0,80	1,57	1,12
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,20	2,67	0,80	1,56	1,11
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,22	2,67	0,80	1,55	1,11
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,24	2,67	0,80	1,54	1,10
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,26	2,67	0,80	1,53	1,09
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,28	2,67	0,80	1,52	1,09
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,30	2,67	0,80	1,52	1,08
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,32	2,67	0,80	1,51	1,08
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,34	2,67	0,80	1,50	1,07
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,36	2,67	0,80	1,49	1,07
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,38	2,67	0,80	1,48	1,06
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,40	2,67	0,80	1,48	1,05
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,42	2,67	0,80	1,47	1,05
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,44	2,67	0,80	1,46	1,04
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,46	2,67	0,80	1,45	1,04
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,48	2,67	0,80	1,45	1,03
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,50	2,67	0,80	1,44	1,03
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,52	2,67	0,80	1,43	1,02
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,54	2,67	0,80	1,43	1,02
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,56	2,67	0,80	1,42	1,01
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,58	2,67	0,80	1,41	1,01
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,60	2,67	0,80	1,40	1,00
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,62	2,67	0,80	1,40	1,00
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,64	2,67	0,80	1,39	0,99
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,66	2,67	0,80	1,38	0,99
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,68	2,67	0,80	1,38	0,98
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,70	2,67	0,80	1,37	0,98
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,72	2,67	0,80	1,36	0,97
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,74	2,67	0,80	1,36	0,97
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,76	2,67	0,80	1,35	0,96
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,78	2,67	0,80	1,34	0,96
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,80	2,67	0,80	1,34	0,96
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,82	2,67	0,80	1,33	0,95
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,84	2,67	0,80	1,33	0,95
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,86	2,67	0,80	1,32	0,94
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,88	2,67	0,80	1,31	0,94
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,90	2,67	0,80	1,31	0,93
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,92	2,67	0,80	1,30	0,93

**Tabela 19: Obtenção da capacidade de carga pela variação da excentricidade do carregamento ed para pilar de seção composta (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,94	2,67	0,80	1,30	0,93
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,96	2,67	0,80	1,29	0,92
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	3,98	2,67	0,80	1,28	0,92
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	4,00	2,67	0,80	1,28	0,91

Fonte: Autor (2016)

**Tabela 20: Obtenção da capacidade de carga pela variação da altura da seção de pilar composto (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
4,00	1,33	1,33	8,00	2,67	34,67	3,80	0,11	0,33	0,80	3,65	2,61
4,40	1,77	1,47	8,80	3,55	38,13	4,18	0,11	0,37	0,80	3,85	2,75
4,80	2,30	1,60	9,60	4,61	41,60	4,56	0,11	0,40	0,80	4,04	2,88
5,20	2,93	1,73	10,40	5,86	45,07	4,94	0,11	0,43	0,80	4,21	3,01
5,60	3,66	1,87	11,20	7,32	48,53	5,32	0,11	0,47	0,80	4,37	3,12
6,00	4,50	2,00	12,00	9,00	52,00	5,70	0,11	0,50	0,80	4,51	3,22
6,40	5,46	2,13	12,80	10,92	55,47	6,08	0,11	0,53	0,80	4,65	3,32
6,80	6,55	2,27	13,60	13,10	58,93	6,46	0,11	0,57	0,80	4,78	3,41
7,20	7,78	2,40	14,40	15,55	62,40	6,84	0,11	0,60	0,80	4,90	3,50
7,60	9,15	2,53	15,20	18,29	65,87	7,22	0,11	0,63	0,80	5,01	3,58
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	0,67	0,80	5,11	3,65
8,40	12,35	2,80	16,80	24,70	72,80	7,98	0,11	0,70	0,80	5,21	3,72
8,80	14,20	2,93	17,60	28,39	76,27	8,36	0,11	0,73	0,80	5,31	3,79
9,20	16,22	3,07	18,40	32,45	79,73	8,74	0,11	0,77	0,80	5,39	3,85
9,60	18,43	3,20	19,20	36,86	83,20	9,12	0,11	0,80	0,80	5,48	3,91
10,00	20,83	3,33	20,00	41,67	86,67	9,50	0,11	0,83	0,80	5,56	3,97
10,40	23,43	3,47	20,80	46,87	90,13	9,88	0,11	0,87	0,80	5,63	4,02
10,80	26,24	3,60	21,60	52,49	93,60	10,26	0,11	0,90	0,80	5,70	4,07
11,20	29,27	3,73	22,40	58,54	97,07	10,64	0,11	0,93	0,80	5,77	4,12
11,60	32,52	3,87	23,20	65,04	100,53	11,02	0,11	0,97	0,80	5,84	4,17
12,00	36,00	4,00	24,00	72,00	104,00	11,40	0,11	1,00	0,80	5,90	4,21
12,40	39,72	4,13	24,80	79,44	107,47	11,78	0,11	1,03	0,80	5,96	4,26
12,80	43,69	4,27	25,60	87,38	110,93	12,16	0,11	1,07	0,80	6,01	4,30
13,20	47,92	4,40	26,40	95,83	114,40	12,54	0,11	1,10	0,80	6,07	4,33
13,60	52,41	4,53	27,20	104,81	117,87	12,92	0,11	1,13	0,80	6,12	4,37
14,00	57,17	4,67	28,00	114,33	121,33	13,30	0,11	1,17	0,80	6,17	4,41
14,40	62,21	4,80	28,80	124,42	124,80	13,68	0,11	1,20	0,80	6,22	4,44
14,80	67,54	4,93	29,60	135,07	128,27	14,06	0,11	1,23	0,80	6,26	4,47
15,20	73,16	5,07	30,40	146,33	131,73	14,44	0,11	1,27	0,80	6,31	4,50
15,60	79,09	5,20	31,20	158,18	135,20	14,82	0,11	1,30	0,80	6,35	4,54

**Tabela 20: Obtenção da capacidade de carga pela variação da altura da seção de pilar composto (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
16,00	85,33	5,33	32,00	170,67	138,67	15,20	0,11	1,33	0,80	6,39	4,56
16,40	91,89	5,47	32,80	183,79	142,13	15,58	0,11	1,37	0,80	6,43	4,59
16,80	98,78	5,60	33,60	197,57	145,60	15,96	0,11	1,40	0,80	6,47	4,62
17,20	106,01	5,73	34,40	212,02	149,07	16,34	0,11	1,43	0,80	6,50	4,65
17,60	113,58	5,87	35,20	227,16	152,53	16,72	0,11	1,47	0,80	6,54	4,67
18,00	121,50	6,00	36,00	243,00	156,00	17,10	0,11	1,50	0,80	6,57	4,69
18,40	129,78	6,13	36,80	259,56	159,47	17,48	0,11	1,53	0,80	6,60	4,72
18,80	138,43	6,27	37,60	276,86	162,93	17,86	0,11	1,57	0,80	6,64	4,74
19,20	147,46	6,40	38,40	294,91	166,40	18,24	0,11	1,60	0,80	6,67	4,76
19,60	156,87	6,53	39,20	313,73	169,87	18,62	0,11	1,63	0,80	6,70	4,78
20,00	166,67	6,67	40,00	333,33	173,33	19,00	0,11	1,67	0,80	6,73	4,80
20,40	176,87	6,80	40,80	353,74	176,80	19,38	0,11	1,70	0,80	6,75	4,82
20,80	187,48	6,93	41,60	374,95	180,27	19,76	0,11	1,73	0,80	6,78	4,84
21,20	198,50	7,07	42,40	397,01	183,73	20,14	0,11	1,77	0,80	6,81	4,86
21,60	209,95	7,20	43,20	419,90	187,20	20,52	0,11	1,80	0,80	6,83	4,88
22,00	221,83	7,33	44,00	443,67	190,67	20,89	0,11	1,83	0,80	6,86	4,90
22,40	234,15	7,47	44,80	468,31	194,13	21,27	0,11	1,87	0,80	6,88	4,91
22,80	246,92	7,60	45,60	493,85	197,60	21,65	0,11	1,90	0,80	6,90	4,93
23,20	260,15	7,73	46,40	520,30	201,07	22,03	0,11	1,93	0,80	6,93	4,95
23,60	273,84	7,87	47,20	547,68	204,53	22,41	0,11	1,97	0,80	6,95	4,96
24,00	288,00	8,00	48,00	576,00	208,00	22,79	0,11	2,00	0,80	6,97	4,98
24,40	302,64	8,13	48,80	605,28	211,47	23,17	0,11	2,03	0,80	6,99	4,99
24,80	317,77	8,27	49,60	635,54	214,93	23,55	0,11	2,07	0,80	7,01	5,01
25,20	333,40	8,40	50,40	666,79	218,40	23,93	0,11	2,10	0,80	7,03	5,02
25,60	349,53	8,53	51,20	699,05	221,87	24,31	0,11	2,13	0,80	7,05	5,04
26,00	366,17	8,67	52,00	732,33	225,33	24,69	0,11	2,17	0,80	7,07	5,05
26,40	383,33	8,80	52,80	766,66	228,80	25,07	0,11	2,20	0,80	7,09	5,06
26,80	401,02	8,93	53,60	802,03	232,27	25,45	0,11	2,23	0,80	7,10	5,07
27,20	419,24	9,07	54,40	838,49	235,73	25,83	0,11	2,27	0,80	7,12	5,09
27,60	438,01	9,20	55,20	876,02	239,20	26,21	0,11	2,30	0,80	7,14	5,10
28,00	457,33	9,33	56,00	914,67	242,67	26,59	0,11	2,33	0,80	7,16	5,11
28,40	477,21	9,47	56,80	954,43	246,13	26,97	0,11	2,37	0,80	7,17	5,12
28,80	497,66	9,60	57,60	995,33	249,60	27,35	0,11	2,40	0,80	7,19	5,13
29,20	518,69	9,73	58,40	1037,38	253,07	27,73	0,11	2,43	0,80	7,20	5,14
29,60	540,30	9,87	59,20	1080,60	256,53	28,11	0,11	2,47	0,80	7,22	5,16
30,00	562,50	10,00	60,00	1125,00	260,00	28,49	0,11	2,50	0,80	7,23	5,17
30,40	585,30	10,13	60,80	1170,60	263,47	28,87	0,11	2,53	0,80	7,25	5,18
30,80	608,71	10,27	61,60	1217,42	266,93	29,25	0,11	2,57	0,80	7,26	5,19
31,20	632,74	10,40	62,40	1265,47	270,40	29,63	0,11	2,60	0,80	7,27	5,20
31,60	657,39	10,53	63,20	1314,77	273,87	30,01	0,11	2,63	0,80	7,29	5,21

**Tabela 20: Obtenção da capacidade de carga pela variação da altura da seção de pilar composto (continua)**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
32,00	682,67	10,67	64,00	1365,33	277,33	30,39	0,11	2,67	0,80	7,30	5,21
32,40	708,59	10,80	64,80	1417,18	280,80	30,77	0,11	2,70	0,80	7,31	5,22
32,80	735,16	10,93	65,60	1470,31	284,27	31,15	0,11	2,73	0,80	7,33	5,23

Fonte: Autor (2016)

**Tabela 21: Obtenção da capacidade de carga pela variação do parâmetro m**

A1	I1	I2	A	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	$\alpha$	ed	W2	fc0,d	Nd (kN)	Nk (kN)
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	2,07	0,03	1,25	0,67	2,67	0,80	2,27	1,62
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	7,60	0,11	1,25	0,67	2,67	0,80	5,11	3,65
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	15,04	0,22	1,25	0,67	2,67	0,80	6,65	4,75
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	22,87	0,33	1,25	0,67	2,67	0,80	7,43	5,31
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	30,14	0,43	1,25	0,67	2,67	0,80	7,86	5,62
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	36,44	0,53	1,25	0,67	2,67	0,80	8,12	5,80
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	41,69	0,60	1,25	0,67	2,67	0,80	8,28	5,91
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	45,98	0,66	1,25	0,67	2,67	0,80	8,38	5,99
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	49,48	0,71	1,25	0,67	2,67	0,80	8,46	6,04
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	52,33	0,75	1,25	0,67	2,67	0,80	8,52	6,08
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	54,65	0,79	1,25	0,67	2,67	0,80	8,56	6,11
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	56,57	0,82	1,25	0,67	2,67	0,80	8,59	6,13
8,00	10,67	2,67	16,00	21,33	69,33	58,15	0,84	1,25	0,67	2,67	0,80	8,61	6,15

Fonte: Autor (2016)

**Tabela 22: Variação do deslocamento lateral (ed) em função do carregamento normal**

A1	I1	I2	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	Yi	Nd (kN)	Solicitação
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,37	0,13	0,00	0,00
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,37	0,14	0,20	0,02
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,38	0,15	0,40	0,05
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,39	0,15	0,60	0,07
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,40	0,16	0,80	0,09
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,40	0,17	1,00	0,12
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,41	0,18	1,20	0,14
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,42	0,19	1,40	0,17
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,43	0,20	1,60	0,20
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,44	0,21	1,80	0,22
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,45	0,22	2,00	0,25
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,46	0,23	2,20	0,28
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,47	0,24	2,40	0,31
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,48	0,25	2,60	0,34
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,49	0,26	2,80	0,37



**Tabela 22: Variação do deslocamento lateral (ed) em função do carregamento normal**

A1	I1	I2	Ix	Iy	Iy,eff	Bet1	ed	Yi	Nd (kN)	Solicitação
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,50	0,27	3,00	0,40
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,52	0,28	3,20	0,43
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,53	0,30	3,40	0,47
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,55	0,31	3,60	0,50
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,56	0,33	3,80	0,54
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,58	0,34	4,00	0,58
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,59	0,36	4,20	0,61
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,61	0,38	4,40	0,65
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,63	0,40	4,60	0,70
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,65	0,42	4,80	0,74
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,67	0,44	5,00	0,79
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,70	0,46	5,20	0,84
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,72	0,49	5,40	0,89
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,75	0,52	5,60	0,94
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,78	0,54	5,80	1,00
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,81	0,58	6,00	1,06
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,84	0,61	6,20	1,12
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,88	0,65	6,40	1,19
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,92	0,69	6,60	1,27
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	0,96	0,73	6,80	1,35
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,01	0,78	7,00	1,44
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,07	0,83	7,20	1,53
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,12	0,89	7,40	1,64
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,19	0,96	7,60	1,75
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,27	1,03	7,80	1,88
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,35	1,12	8,00	2,02
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,45	1,22	8,20	2,19
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,56	1,33	8,40	2,37
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,69	1,46	8,60	2,59
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	1,85	1,61	8,80	2,84
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	2,03	1,80	9,00	3,14
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	2,26	2,03	9,20	3,51
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	2,55	2,32	9,40	3,97
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	2,92	2,69	9,60	4,55
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	3,42	3,18	9,80	5,33
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	4,11	3,88	10,00	6,42
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	5,17	4,94	10,20	8,07
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	6,96	6,72	10,40	10,85
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	10,63	10,40	10,60	16,54
8,00	10,67	2,67	21,33	69,33	7,60	0,11	22,53	22,30	10,80	34,96

Fonte: Autor (2016)

## APÊNDICE B – Dimensionamento de ligações

O dimensionamento das ligações para pilares compostos com espaçadores interpostos foi feito em termo de resistência característica da madeira  $f_k$  e dos pinos de ligação. Foram utilizados pinos 17 x 18 o qual representa um pino com 3 mm de diâmetro e 4 cm de comprimento. O dimensionamento e detalhamento foram feitos conforme procedimentos da NBR 7190 (ASSOCIAÇÃO...,1997). Se faz importante salientar que a ligação foi padronizada para todos os pilares ensaiados, uma vez que se considerado a maior capacidade de carga de pilares com mais espaçadores, tem-se uma ligação superdimensionada. Sabendo que o método proposto pela norma brasileira é bastante conservativo tomou-se como padrão a ligação dimensionada pelo calculo apresentado.

$$\beta_{lim} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{yk}}{f_{e0,k}}} \quad \text{sendo:} \quad f_{e0,k} = f_{c0,k} = 0,7 \times 40,3 = 28,1 \text{MPa}$$

$$\therefore \beta_{lim} = 1,25 \sqrt{\frac{600}{28,1}} = 5,776$$

$$\beta = \frac{t}{d} = \frac{20}{3} = 6,667 \quad \beta_{lim} < \beta$$

Dimensionamento da ligação por flexão do pino metálico:

$$R_{vd,1} = 0,625 \times \frac{d^2}{\beta_{lim}} \times f_{yk}$$

$$R_{vd,1} = 0,625 \times \frac{3^2}{5,776} \times 600 = 584,31 \text{ N} = 0,584 \text{ kN}$$

- Capacidade de carga característica de pilar composto com 2 espaçadores: 7,96 kN
- Dimensionamento em corte simples com solicitação de 3,98 kN por plano de corte:

$$Q_{td,pinos} = \frac{3,98}{0,584} = 7 \text{ pinos (por plano de corte)}$$

## APÊNDICE C – Rotina de cálculo VBA

```
Sub otimizacao()
```

```
,
```

```
' otimizacao Macro
```

```
,
```

```
Range("AB6").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA6")
```

```
Range("AB7").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA7")
```

```
Range("AB8").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA8")
```

```
Range("AB9").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA9")
```

```
Range("AB10").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA10")
```

```
Range("AB11").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA11")
```

```
Range("AB12").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA12")
```

```
Range("AB13").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA13")
```

```
Range("AB14").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA14")
```

```
Range("AB15").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA15")
```

```
Range("AB16").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA16")
```

```
Range("AB17").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA17")
```

```
.
```

```
.
```

```
.
```

```
Range("AB79").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA79")
```

```
Range("AB80").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA80")
```

```
Range("AB81").GoalSeek Goal:=1, ChangingCell:=Range("AA81")
```

```
End Sub
```

```
Sub teste()
```

```
,
```

```
' teste Macro
```

```
,
```

```
,
```

```
End Sub
```