

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO  
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**EDSON JUNIOR ACORDI**

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM FILTRO ATIVO DE POTÊNCIA  
PARALELO APLICADO EM SISTEMAS TRIFÁSICOS A QUATRO  
FIOS COM CONTROLE E MODULAÇÃO VETORIAL**

**DISSERTAÇÃO**

**CORNÉLIO PROCÓPIO  
2012**

**EDSON JUNIOR ACORDI**

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM FILTRO ATIVO DE POTÊNCIA  
PARALELO APLICADO EM SISTEMAS TRIFÁSICOS A QUATRO  
FIOS COM CONTROLE E MODULAÇÃO VETORIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de “Mestre em Engenharia Elétrica”.

Orientador: Prof. Dr. Claudinor Bitencourt  
Nascimento

Co-orientador: Prof. Dr. Sérgio Augusto  
Oliveira da Silva

**CORNÉLIO PROCÓPIO**  
**2012**

---

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

A185 Acordi, Edson Junior  
Estudo e implementação de um filtro ativo de potência paralelo aplicado em sistemas trifásicos a quatro fios com controle e modulação vetorial / Edson Junior Acordi. – 2012.  
176 p. : il. ; 30 cm

Orientador: Prof. Dr. Claudinor Bitencourt Nascimento.

Coorientador: Prof. Dr. Sérgio Augusto Oliveira da Silva.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Cornélio Procópio, 2012.

Bibliografia: p. 144-150.

1. Inversores elétricos. 2. Harmônicos (ondas elétricas). 3. Amplificadores de potência. 4. Espaços vetoriais. 5. Engenharia elétrica – Dissertações. I. Nascimento, Claudinor Bitencourt, orient. II. Silva, Sérgio Augusto Oliveira da, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD (22. ed.) 621.3



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

### ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM FILTRO ATIVO DE POTÊNCIA PARALELO APLICADO EM SISTEMAS TRIFÁSICOS A QUATRO FIOS COM CONTROLE E MODULAÇÃO VETORIAL

por

Edson Junior Acordi

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica” e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 31/08/2012.

---

Prof. Dr.: Alessandro Goedel  
UTFPR – Coordenador do Programa

**Banca Examinadora:**

---

Prof.: Dr.: Claudinor Bitencourt Nascimento  
UTFPR - Orientador

---

Prof.: Dr.: Sérgio Augusto Oliveira da Silva  
UTFPR - Co-Orientador

---

Prof. Dr.: Francisco de Assis dos Santos Neves

---

Prof. Dr.: Maurício dos Santos Kaster

Dedico este trabalho a meus pais, Vilson Acordi e Maria Rute Pereira Acordi, por sempre terem me apoiado e amado incondicionalmente. À minha irmã Rosana Acordi e seu noivo, e também meu amigo Roberto Moreira por estarem presentes em todos os momentos.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por sempre ter me guiado, por sua presença constante e por me permitir chegar ao final desta dura jornada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Claudinor Bitencourt Nascimento pelos ensinamentos passados durante todo o curso e por apoiar e acreditar em meu trabalho.

Ao meu Co-Orientador, Prof. Dr. Sérgio Augusto Oliveira da Silva por todo apoio e orientação prestadas sempre com muita seriedade e dedicação.

A todos os professores do programa de pós-graduação em engenharia elétrica.

Aos amigos do programa de pós-graduação em engenharia elétrica, Rodrigo Barriviera, Leonardo B. G. Campanhol, Tiago H. dos Santos, Felipe Postali, Celso Kawamura pela união e troca de informações, ao professor Rodrigo A. Modesto e ao bolsista Vinícius D. Bacon pelas contribuições.

Aos professores que participaram da banca de avaliação por suas contribuições.

Aos meus amigos Victor e Rogério pelos bons momentos que já vivemos, e pela amizade que levo pelo resto da vida.

Aos amigos da Copel em especial, Marcel Eduardo Viotto Romero e Eduardo Mamoru Oyama por terem apoiado e feito o possível para que eu pudesse me dedicar ao mestrado.

Aos amigos do IFPR Câmpus Ivaiporã, em especial, Emerson Rabelo, Max Alexandre de Paula Gonçalves, Onivaldo Flores Júnior, Serafina Machado e Tatiana Colombo Pimentel pelo companheirismo e apoio.

A todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná por oferecer um curso de excelente qualidade.

É melhor atirar-se em luta, em busca de dias melhores, do que permanecer estático como os pobres de espírito, que não lutaram, mas também não venceram. Que não conheceram a glória de ressurgir dos escombros. Esses pobres de espírito, ao final de sua jornada na Terra, não agradecem a Deus por terem vivido, mas desculpam-se diante dele, por simplesmente, haverem passado pela vida.

Bob Marley

## RESUMO

ACORDI, Edson Junior. **Estudo e implementação de um filtro ativo de potência paralelo aplicado em sistemas trifásicos a quatro fios com controle e modulação vetorial**. 2012. 170 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Proκόpio, 2012.

O presente trabalho realiza o estudo e implementação de um filtro ativo de potência paralelo (FAPP) aplicado em sistemas trifásicos a quatro fios utilizando a topologia de um inversor de tensão *four-legs*, visando a redução do conteúdo harmônico gerado por cargas não lineares e a compensação de reativos. A geração das correntes de referência de compensação é obtida através da estratégia de compensação baseada no sistema de eixos de referência síncrona (*SRF*) a qual utiliza conceitos de controle vetorial. O sincronismo do sistema *SRF* é realizado através de um circuito *q-PLL* (q-Phase Locked Loop) o qual é baseado no conceito da teoria da potência instantânea imaginária (teoria *pq*). A análise matemática da topologia *four-legs* é desenvolvida a fim de se obter um modelo linear em espaço de estados que represente o sistema físico para os sistemas de coordenadas *abc*, *αβ0* e *dq0*. O método de controle proposto é implementado em eixos *dq0*, através de três controladores do tipo PI (Proporcional-Integral), os quais são projetados utilizando os conceitos de margem de estabilidade. Um estudo detalhado da modulação *Space Vector* aplicada a sistemas trifásicos *four-legs* é apresentado. Resultados de simulações são apresentados para validar o modelo do filtro proposto bem como a técnica de controle aplicada. Por fim, os resultados experimentais obtidos são avaliados considerando a a recomendação IEEE 519-1992 para mostrar a capacidade do FAPP na supressão de correntes harmônicas e compensação de potência reativa.

**Palavras-chave:** Inversor *Four-Legs*. Harmônicos. Filtro Ativo de Potência Paralelo. *Space Vector PWM*. *SRF*.



## ABSTRACT

ACORDI, Edson Junior. **Study and implementation of an active power filter used in parallel three-phase four-wire systems with vector control and modulation.** 2012. 170 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2012.

This work deals with the study and analysis of a parallel active power filter (APF) applied to three-phase four-wire systems using a four-leg inverter, aiming the suppression of the harmonic content of non-linear loads and reactive power compensation. The generation of the compensation current references is obtained by means of the strategy based on the synchronous reference frame (SRF) system, which utilizes the concepts of vector control. The timing of the SRF system is performed through a q-PLL (q-Phase Locked Loop) circuit that is based on the imaginary instantaneous power theory. Mathematical analysis is developed in order to obtain a linear model in state space that represents the physical system in the coordinate systems  $abc$ ,  $\alpha\beta 0$  and  $dq0$ . The proposed control method is implemented in  $dq0$  axes through three Proportional-Integral (PI) controllers, which are designed using the concepts of stability margin. A detailed study of Space Vector modulation applied to three-phase four-leg inverter is presented. Simulation results are presented to validate the model of the APF and the control technique adopted. Finally, experimental results are obtained and evaluated considering the recommendation IEEE 519-1992 to show the capability of the parallel APF of current harmonic suppression and reactive power compensation.

**Keywords:** Four-legs Inverter. Harmonics. Parallel Active Power Filter. Space Vector PWM. SRF.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Meio ciclo da forma de onda especial de corrente para equipamentos classe D.....	24
Figura 2 – Estrutura típica de um Filtro Passivo.....	30
Figura 3 – Princípio de Funcionamento do Filtro Ativo de Potência Paralelo.....	31
Figura 4 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo <i>Split-Capacitor</i> .....	33
Figura 5 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo <i>Four-Legs</i> .....	34
Figura 6 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo <i>Three-Full-Bridge</i> .....	35
Figura 7 – Diagrama Unifilar em Blocos do Filtro Ativo de Potência Paralelo.....	36
Figura 8 – Diagrama em Blocos do Filtro Passa-Alta.....	38
Figura 9 – Diagrama em Blocos do Compensador <i>SFR</i> de Corrente.....	39
Figura 10 – Diagrama em Blocos do Compensador <i>SFR</i> de Corrente adotado.....	40
Figura 11 – Diagrama em Blocos do Compensador <i>SFR</i> de Corrente.....	42
Figura 12 – Diagrama em Blocos da Estrutura Básica do Método em Malha Fechada que utiliza Laço de Sincronização de fase ( <i>PLL</i> ).....	42
Figura 13 – Diagrama em Blocos do <i>q-PLL</i> .....	43
Figura 14 – Sinal de Sincronismo e Referência do <i>q-PLL</i> Simulado.....	45
Figura 15 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo <i>Four-Legs</i> .....	47
Figura 16 – Modelo do Circuito Desacoplado para o eixo $\alpha$ .....	58
Figura 17– Modelo do Circuito Desacoplado para o eixo $\beta$ .....	58
Figura 18 – Modelo do Circuito Desacoplado para o eixo $0$ .....	59
Figura 19 – Modelo do Circuito acoplado para o eixo $d$ .....	70
Figura 20 – Modelo do Circuito acoplado para o eixo $q$ .....	70
Figura 21 – Modelo Desacoplado para o eixo $d$ .....	71
Figura 22 – Modelo Desacoplado para o eixo $q$ .....	71
Figura 23 – Modelo em Diagrama de Blocos do Sistema em Coordenadas $dq0$ .....	73
Figura 24 – Diagrama em blocos da malha de Tensão.....	77
Figura 25 – Topologia do Inversor de tensão Trifásico <i>Four-Legs</i> .....	81
Figura 26 – Vetores de Comutação em Coordenadas $\alpha\beta 0$ .....	83
Figura 27 – Dodecaedro.....	84
Figura 28 – Vista Superior do Dodecaedro – Planos de separação P1, P2 e P3.....	85
Figura 29 – Vista Lateral do Dodecaedro – Plano de separação P4.....	85
Figura 30 – Vista frontal do Dodecaedro – Planos de separação P5 e P6.....	85
Figura 31 – Distribuição dos Tempos de Comutação Simétrica – Tetraedro 1.....	87
Figura 32 – Localização do Tetraedro 1.....	90
Figura 33 – Padrão de Pulso para o Tetraedro 1.....	90
Figura 34 – Razões Cíclicas Geradas pela Modulação <i>Space Vector</i> .....	90
Figura 35 – Esquema e conexões do Sensor de Corrente LA100-P.....	92
Figura 36 – Circuito do Primeiro estágio de Condicionamento de Sinais.....	94

Figura 37 – Circuito do Segundo estágio de Condicionamento de Sinais.....	95
Figura 38 – Esquema e conexões do Sensor de Tensão LV25-P.....	96
Figura 39 – Diagrama em Blocos do Sistema de Controle em Coordenadas $dq0$ ....	98
Figura 40 – Diagrama em Blocos do Sistema de Controle em Coordenadas $dq0$ ....	99
Figura 41 – Resposta em Frequência para $G_{i_{MA\_dq}}(s)$ sem $K_{Pi}$ .....	102
Figura 42 – Resposta em Frequência para $G_{i_{MA\_dq}}(s)$ com $K_{Pi}$ .....	103
Figura 43 – Diagrama em Blocos do Sistema de Controle de Tensão.....	105
Figura 44 – Resposta em Frequência para $G_{v_{MA}}(s)$ , $G_{P_v}(s)$ e $G_{v_{MA}''}(s)$ .....	108
Figura 45 – Diagrama em Blocos do Controlador PI Discreto .....	112
Figura 46 – Processo de Energização do FAPP: .....	117
Figura 47 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 1: .....	118
Figura 48 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 2: .....	119
Figura 49 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 3: .....	120
Figura 50 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 4: .....	121
Figura 51– Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 5: .....	122
Figura 52 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 6: .....	123
Figura 53 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 1: .....	124
Figura 54 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 2: .....	125
Figura 55 – Processo de Energização do FAPP .....	126
Figura 56 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 1: .....	127
Figura 57 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:.....	128
Figura 58 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 2: .....	129
Figura 59 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:.....	130
Figura 60 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 3: .....	131
Figura 61 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:.....	132
Figura 62 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 4: .....	133
Figura 63 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:.....	134
Figura 64 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 5: .....	135
Figura 65 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:.....	136

Figura 66 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 6: .....	137
Figura 67 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:.....	138
Figura 68 – Tensão do Barramento CC e Corrente da Rede .....	139

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Limites de distorção Harmônica em % da Tensão Nominal na Frequência Fundamental .....	22
Tabela 2 - Limites para Distorção Harmônicas das Correntes em % de $I_L$ .....	23
Tabela 3 - Limites para harmônicos de corrente da norma <i>IEC 61000-3-2</i> .....	25
Tabela 4 - Limites para harmônicos de corrente da Recomendação <i>IEEE 519-1992</i> .....	27
Tabela 5 – Relação da Sequência de fase e Ordens dos Harmônicos em <i>abc</i> e <i>dq0</i> .....	29
Tabela 6 – Vetores de Comutação – Inversor Trifásico <i>Four-Legs</i> .....	82
Tabela 7 – Algoritmo para Identificação dos Tetraedros .....	86
Tabela 8 – Características do Sensor LA100-P .....	91
Tabela 9 – Características do Sensor LV25-P .....	96
Tabela 10 - Parâmetros Iniciais para o Projeto do Controlador de Corrente .....	99
Tabela 11 – Especificações para projeto dos controladores PI de Corrente .....	101
Tabela 12 – Ganhos dos Controladores da Malha de Corrente .....	104
Tabela 13 – Especificações para projeto dos controladores PI de Tensão .....	106
Tabela 14 – Ganhos do Controlador da Malha de Tensão.....	109
Tabela 15 - Elementos das Cargas utilizadas .....	115
Tabela 16 - Parâmetros do protótipo implementado .....	116

## LISTA DE SÍMBOLOS

$abc$	Sistema de coordenadas estacionárias abc
$dq$	Sistema de coordenadas síncronas
$fc_F$	Frequência de corte do filtro anti-aliasing do sistema de condicionamento de sinais
$f_{sa}$	Frequência de amostragem do conversor $A/D$
$f_{sw}$	Frequência de chaveamento
$G_{At}$	Função de transferência do atraso de processamento
$G_{i_{MA\_dq}}$	Função de transferência de malha aberta de corrente do FAPP
$G_{P\_dq}$	Função de transferência da planta em coordenadas $dq$
$G_{PI\_i}$	Função de transferência do controlador PI
$G_{PWM}$	Ganho do modulador $PWM$
$G_{P_v}$	Função de transferência da planta de tensão
$G_{PI\_v}$	Função de transferência do controlador PI da malha de tensão
$G_{V_{MA}}$	Função de transferência de malha aberta de tensão do FAPP
$G_{V_{MA}}''$	Função de transferência do sistema em malha aberta não compensado
$G_{C\_v}$	Função de transferência do controlador da malha de tensão sem o ganho $K_{P_v}$
$h$	Ordem da harmônica
$H_{SI}$	Função de transferência do sistema de condicionamento de sinais para o sensor de corrente
$H_{SV}$	Função de transferência do sistema de condicionamento de sinais para o sensor de tensão
$I_1$	Valor eficaz da corrente fundamental
$I_L$	Máxima corrente de demanda da carga
$I_h$	Valor eficaz das componentes harmônicas de correntes
$I_n$	Valor da componente harmônica de ordem n
$i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}$	Corrente das fases 'a', 'b' e 'c' da rede
$i_{ca}, i_{cb}, i_{cc}$	Corrente das fases 'a', 'b' e 'c' do FAPP
$i_{La}, i_{Lb}, i_{Lc}$	Corrente das fases 'a', 'b' e 'c' da Carga
$i_{Ln}$	Corrente de neutro da carga
$i_{sn}$	Corrente de neutro da rede
$I_{SC}$	Máxima corrente de curto-circuito

$i_s, i_f, i_L$	Correntes da rede, FAPP e carga
$i_d, i_q$	Corrente da carga de eixo direto e em quadratura
$i_{dCC}, i_{qCC}$	Parcela fundamental de eixo direto e em quadratura da corrente de carga
$i_{dh}, i_{qh}$	Parcela harmônica de eixo direto e em quadratura da corrente de carga
$i_\alpha, i_\beta, i_0$	Correntes da carga em coordenadas estacionárias $\alpha\beta 0$
$i_{c\alpha}^*, i_{c\beta}^*, i_{c0}^*$	Correntes de compensação em coordenadas estacionárias $\alpha\beta 0$
$i_{ca}^*, i_{cb}^*, i_{cc}^*$	Correntes de compensação em coordenadas estacionárias $abc$
$id^-, iq^-$	Corrente de sequência negativa de eixo direto e em quadratura da carga
$id_{cc}^-, iq_{cc}^-$	Corrente fundamental de sequência negativa de eixo direto e em quadratura da carga
$i_\alpha^-, i_\beta^-$	Corrente fundamental de sequência negativa em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ da carga
$i_\alpha^*, i_\beta^*$	Corrente harmônica de sequência positiva em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ da carga
$i_{cd}^*, i_{cq}^*, i_{c0}^*$	Correntes de compensação em coordenadas $dq0$
$i'_\alpha, i'_\beta$	Correntes fictícias do $q$ -PLL
$I_s$	Corrente do secundário do sensor de corrente
$I_p$	Corrente do primário do sensor de corrente
$K_{Si}$	Ganho do sensor de corrente
$K_{Ni}$	Relação de transformação do sensor de corrente
$K_{Pv}$	Ganho proporcional do controlador da malha de tensão
$K_{Iv}$	Ganho integral do controlador da malha de tensão
$K_{A/D}$	Valor digital de leitura do conversor A/D
$K_{fa}$	Ganho do primeiro estágio da etapa de condicionamento de sinais
$K_{Sv}$	Ganho do sensor de tensão
$K_{Nv}$	Relação de transformação do sensor de tensão
$K_{Pi}$	Ganho do controlador PI da malha de corrente
$K_{Pi\_dq}$	Ganho proporcional do controlador de corrente do eixo d e q
$K_{Ii\_dq}$	Ganho integral do controlador de corrente do eixo d e q
$K_{Pi\_0}$	Ganho proporcional do controlador de corrente do eixo 0
$K_{Ii\_0}$	Ganho integral do controlador de corrente do eixo 0
$K_{Pv}$	Ganho do controlador PI da malha de tensão

$L_{fa}, L_{fb}, L_{fc}$	Indutores de acoplamento do FAPP das fases 'a', 'b' e 'c'
$L_{fn}$	Indutor de acoplamento do FAPP do braço do neutro
$L_s, R_{Ls}$	Impedância equivalente do sistema de alimentação
$L_f, R_{Lf}$	Indutor e Resistor equivalente de acoplamento do FAPP
$MF_{GiMA\_dq}$	Margem de fase do sistema
$N_i$	Números de espiras de medição no primário do sensor
$P_1$	Potência fundamental ativa
$q'$	Potência fictícia do $q$ -PLL
$q^*$	Potência fictícia de referência do $q$ -PLL
$R_{Mi}$	Resistor de medição do sensor de corrente
$V_{RMI}$	Tensão no resistor de medição do sensor de corrente
$R_{Lfa}, R_{Lfb}, R_{Lfc}, R_{Lfn}$	Resistor equivalente dos indutores de acoplamento do FAPP
$R_v$	Resistor de limitação de corrente do primário do sensor de tensão
$R_{Mv}$	Resistor de medição do sensor de tensão
$S_1$	Potência aparente ativa
$u_{anpwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP entre os pontos $u_a$ e $u_n$
$u_{bnpwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP entre os pontos $u_b$ e $u_n$
$u_{cnpwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP entre os pontos $u_c$ e $u_n$
$u_{\alpha pwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP em coordenada $\alpha$
$u_{\beta pwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP em coordenada $\beta$
$u_{0 pwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP em coordenada $0$
$u_a, u_b, u_c$	Tensões nos pontos de conexão do FAPP
$u_{dpwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP em coordenada $d$
$u_{qpwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP em coordenada $q$
$u_{0 pwm}$	Tensão sintetizada pelo inversor do FAPP em coordenada $0$
$u_n$	Tensão no braço do FAPP conectado ao neutro da rede
$V_n$	Tensão eficaz nominal do sistema
$V_h$	Valor eficaz das componentes harmônicas individuais de tensão
$V_1$	Valor da tensão eficaz fundamental
$V_{sa}, V_{sb}, V_{sc}$	Tensões das fases 'a', 'b' e 'c' da rede



$v_{\alpha}, v_{\beta}$	Tensões em coordenadas $\alpha\beta$ da rede
$v_{\alpha}, v_{\beta}, v_0$	Tensões da rede em coordenadas $\alpha\beta 0$
$v_d, v_q$	Tensões da rede em coordenadas $dq$
$V_{PWM}$	Valor de pico do sinal triangular para geração do <i>PWM</i> no <i>DSP</i>
$\omega_{Zi}$	Frequência angular do zero do controlador de corrente
$\omega_{ci}$	Frequência de cruzamento da malha de corrente
$\omega_{Zv}$	Frequência angular do zero do controlador de tensão
$\omega_{cv}$	Frequência de cruzamento da malha de tensão
$\theta_1$	Ângulo entre tensão e corrente fundamental
$\theta^*$	Sinal de saída do <i>q-PLL</i>

## LISTA DE SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
FAPP	Filtro Ativo de Potência Paralelo
FPA	Filtro Passa Alta
FPB	Filtro Passa Baixa
CSI	Current Source Inverter
DSP	Digital Signal Processor
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
PAC	Ponto de acoplamento comum
PLL	<i>Phase-Locked Loop</i>
PRODIST	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional
SPWM	<i>Senoidal Pulse Width Modulation</i>
SVM	<i>Space Vector Modulation</i>
SV	<i>Space Vector</i>
SRF	<i>Synchronous Reference Frame</i>
TDH	Taxa de Distorção Harmônica
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i>
UTFPR	Univeridade Tecnológica Federal do Paraná
VCO	<i>Voltage Controlled Oscillator</i>
VSI	<i>Voltage Source Inverter</i>
TDD	Distorção total da corrente demandada

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO GERAL</b> .....	<b>13</b>
1.1 OBJETIVOS.....	15
1.1.1 Geral.....	15
1.1.2 Específicos.....	16
1.2 JUSTIFICATIVA.....	16
1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO PROPOSTO.....	18
1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	19
<b>2 QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA, CARGAS GERADORAS DE HARMÔNICOS E FORMAS DE FILTRAGEM</b> .....	<b>21</b>
2.1 INTRODUÇÃO.....	21
2.2 RECOMENDAÇÕES RELACIONADAS AOS LIMITES DE DISTORÇÃO HARMÔNICA NO SISTEMA ELÉTRICO.....	21
2.3 PRINCIPAIS CARGAS NÃO LINEARES GERADORAS DE HARMÔNICOS.....	26
2.4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE ORDEM E SEQUÊNCIAS DOS HARMÔNICOS NO SISTEMA ELÉTRICO.....	28
2.5 FORMAS DE FILTRAGEM DE HORMÔNICOS DE CORRENTE.....	29
2.6 FILTROS ATIVOS DE POTÊNCIA PARALELOS.....	30
2.6.1 Principais Topologias de Inversores Empregados em Sistemas Trifásicos a Quatro fios.....	32
2.7 CONCLUSÕES.....	36
<b>3 ESTRATÉGIA DE COMPENSAÇÃO ATIVA DE POTÊNCIA DO FAPP</b> .....	<b>37</b>
3.1 INTRODUÇÃO.....	37
3.2 MÉTODO DE SINCRONIZAÇÃO EM MALHA FECHADA.....	42
3.2.1 Sistema $q$ -PLL.....	43
3.3 CONCLUSÕES.....	45
<b>4 MODELAGEM DO FILTRO ATIVO TRIFÁSICO FOUR-LEGS</b> .....	<b>46</b>
4.1 INTRODUÇÃO.....	46
4.2 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS DO FAPP <i>FOUR-LEGS</i> .....	46
4.2.1 Normalização do modelo do FAPP.....	51
4.2.2 Modelo normalizado em coordenadas $\alpha\beta 0$ .....	52
4.2.2.1 Função de Transferência do modelo em $\alpha\beta 0$ .....	59
4.2.3 Modelo Normalizado em Coordenadas $dq 0$ .....	62
4.2.3.1 Desacoplamento dos Circuitos nos eixos $dq$ .....	71
4.2.3.2 Função de Transferência do modelo em $dq 0$ .....	72
4.2.3.3 Modelo em Diagrama de Blocos do FAPP <i>Four-Legs</i> em Coordenadas $dq 0$ .....	72
4.3 MODELO DO BARRAMENTO CC PARA O FAPP <i>FOUR-LEGS</i> .....	73
4.4 CONCLUSÕES.....	77

<b>5 TÉCNICA DE MODULAÇÃO SPACE VECTOR APLICADA A INVERSORES TRIFÁSICOS FOUR-LEGS E CONTROLE DO FAPP .....</b>	<b>79</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	79
5.2 METODOLOGIA DE IMPLEMENTAÇÃO DA MODULAÇÃO <i>SPACE VECTOR</i> .....	80
5.2.1 Planos de Separação e Definição dos Tetraedros .....	83
5.2.2 Vetor da Ação de Controle, Matrizes de Decomposição e Definição dos Intervalos de Comutação .....	87
5.2.2.1 Definição das equações para o Tetraedro 1 .....	87
5.3 CARACTERÍSTICAS RELEVANTES DO SISTEMA DE CONDICIONAMENTO DE SINAIS E DO <i>DSP</i> .....	91
5.3.1 Considerações sobre os Sensores de Corrente .....	91
5.3.2 Considerações sobre os Sensores de Tensão .....	96
5.4 PROJETO DOS CONTROLADORES DAS MALHAS DE TENSÃO E CORRENTE .....	98
5.4.1 Compensador da Malha de Corrente do FAPP .....	98
5.4.2 Compensador da Malha de Tensão do FAPP .....	105
5.5 PROJETO DOS CONTROLADORES DIGITAIS .....	109
5.6 CONCLUSÕES .....	113
<b>6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>114</b>
6.1 INTRODUÇÃO .....	114
6.2 SIMULAÇÃO DO FAPP .....	115
6.2.1.1 Simulação do Sistema de Partida do FAPP .....	116
6.2.1.2 Simulações do FAPP com o Primeiro Algoritmo de Compensação .....	117
6.2.1.3 Simulações do FAPP considerando o Segundo Algoritmo de Compensação .....	123
6.2.1.4 Energização do FAPP .....	126
6.2.1.5 Resultados Experimentais do FAPP com o Primeiro Algoritmo de Compensação .....	126
6.2.2 Resultados Experimentais Dinâmicos do FAPP .....	139
6.2.2.1 Comportamento da Tensão do Barramento CC .....	139
6.2.3 CONCLUSÕES .....	139
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>141</b>
7.1 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE DO TRABALHO .....	143
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>144</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>151</b>
<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>174</b>

## 1 INTRODUÇÃO GERAL

Os avanços tecnológicos na área da eletrônica de potência têm contribuído muito para o desenvolvimento de equipamentos capazes de tornar a execução de determinadas tarefas, sejam elas domésticas, comerciais ou industriais mais simples. No entanto, a crescente utilização de tais equipamentos como exemplo os conversores estáticos principalmente por parte das indústrias traz alguns inconvenientes como a degradação da qualidade da energia elétrica. Nesse contexto, a eletrônica de potência tem papel fundamental para garantir o processamento eficiente da energia elétrica (ABDALLA; RAO; PERUMAL, 2010; POTDAR; CHOWHAN, 2011).

A grande maioria dos equipamentos eletrônicos não possui um estágio retificador com correção do fator de potência e pelas suas características não lineares, drenam correntes não senoidais injetando um elevado conteúdo harmônico no sistema de fornecimento de energia o que pode trazer sérios problemas a maioria dos equipamentos acoplados a este sistema. Dentre os problemas pode-se citar o baixo fator de potência e a distorção da tensão no ponto de acoplamento comum devido à interação dos harmônicos de corrente com a impedância do sistema elétrico (ABDALLA; RAO; PERUMAL, 2010; POTDAR; CHOWHAN, 2011; AKAGI, 1996; LOUIE et al., 2006).

Um dos métodos mais comuns para filtrar harmônicos de corrente e compensar a potência reativa na frequência fundamental é através dos filtros passivos paralelos. No entanto, os filtros passivos podem causar ressonância com a rede quando a impedância do sistema muda o que pode resultar em danos aos equipamentos conectados à rede local (AKAGI, 1984; SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999; BHATTACHARYA; DIVAN; BANERJEE, 1991; BHATTACHARYA; DIVAN, 1995). Nesse sentido, os filtros ativos de potência paralelos (FAPP) surgem como alternativa aos problemas e limitações apresentadas pelos filtros passivos. Além de possuírem alta impedância de saída o que implica na redução da possibilidade de ocorrer ressonância como o sistema de alimentação, são menos volumosos e ajustam-se dinamicamente com os harmônicos presentes nas cargas (EMADI; NASIRI; BEKIAROV, 2005, p. 73; DUGAN et al., 2004, p. 263).

O princípio de operação dos FAPPs é injetar/drenar corrente no ponto de conexão da rede com a carga de forma que as correntes drenadas da rede por cargas não lineares sejam idealmente senoidais. Para o correto funcionamento do FAPP, a estratégia a ser utilizada para se determinar as correntes a serem compensadas é um aspecto de extrema importância, assim como a técnica de controle aplicada, a qual deve ser capaz de fazer que o filtro imponha de modo adequado as correntes de compensação. Além da compensação dos harmônicos de corrente, o filtro também pode compensar a potência reativa da carga bastando modificar a estratégia de geração das correntes de referência (ABDALLA; RAO; PERUMAL, 2011; HAMOUDI et al., 2006; VERDELHO; MARQUES, 1998).

As primeiras técnicas de compensação foram propostas em 1970, desde então muitas pesquisas têm sido feitas sobre os filtros ativos e suas aplicações. Em (AKAGI, 1996), afirma-se que desde 1981, mais de 500 unidades de filtros ativos paralelos foram colocados em aplicações práticas no Japão para compensação de harmônicos, podendo ou não compensar também a potência reativa. Ultimamente com a evolução dos dispositivos semicondutores, os inversores *PWM (Pulse Width Modulation)* que utilizam transistores *IGBT*, podem ser empregados em circuitos de potência que vão de 50kVA até 2MVA (AKAGI, 2005).

Desde que os primeiros estudos foram publicados sobre os filtros ativos, muito se tem empenhado por parte dos pesquisadores das áreas de Qualidade de Energia Elétrica e Eletrônica de Potência para que se possa atender às especificações de desempenho dos filtros, tais como, melhora da resposta dinâmica, baixa taxa de distorção harmônica de corrente ou tensão e estratégias de controle eficientes (OLIVEIRA et al., 2002; DONGHUA; XIE, 2004; GREEN; MARKS, 2005).

Em (BHATTACHARYA et al., 1998) são citadas várias vantagens dos filtros ativos paralelos, tais como, sua viabilidade é econômica para cargas industriais de baixas e médias potências até algumas centenas de kVA, onde os gastos com engenharia representam uma grande parte de seu custo total. Entre outras, não geram problemas de fator de deslocamento, além do mais, a impedância da rede de alimentação não compromete a capacidade do filtro em compensar os harmônicos. Possuem também como atrativo, a possibilidade de serem conectadas várias unidades em paralelo, de modo a expandir sua capacidade para cargas de altas potências.

Um estudo detalhado sobre o estado da arte em filtros ativos de potência é encontrado em (AKAGI, 1996; SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999; PINHEIRO et al., 1999; AKAGI, 2005), os quais envolvem um total de 454 referências, tratando dos tipos de filtros, entre eles, os filtros ativos puros, os híbridos que são uma combinação dos ativos com passivos, as formas de conexão com o sistema elétrico, sendo estas, série, paralelo ou ambas dependendo do que se deseja compensar, as topologias empregadas para sistemas monofásicos e trifásicos, técnicas de chaveamento e tipos de controladores.

Este trabalho utiliza a estratégia de controle baseada no compensador *SRF*, realizando a compensação dos harmônicos de sequência positiva, negativa e zero, além de reativos. Além disso, os controladores são implementados no sistema de coordenadas síncronas *dq0*, utilizando conceitos de controle vetorial, enquanto que a modulação *space-vector* é implementada no sistema de coordenadas estacionárias  $\alpha\beta 0$ , onde as variáveis a serem controladas estão desacopladas.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Geral

O objetivo geral do presente trabalho é o estudo, análise e implementação de um filtro ativo de potência paralelo aplicado em sistemas trifásicos a quatro fios visando a redução do conteúdo harmônico gerado por cargas não lineares e a compensação de potência reativa. O FAPP, construído com a topologia de inversor *four-legs*, faz uso da modulação e do controle vetorial na sua implementação. Os resultados obtidos através de simulações são utilizados como parâmetros de comparação com os resultados obtidos experimentalmente a fim de validar o desenvolvimento teórico e avaliar o desempenho do FAPP.

### 1.1.2 Específicos

Como estratégia de estudo, os seguintes objetivos específicos são alcançados ao final deste trabalho:

- Descrever as principais fontes geradoras de harmônicos;
- Apresentar as principais topologias de filtros ativos paralelos aplicados em sistemas trifásicos a quatro fios e realizar um breve comparativo entre as estruturas;
- Obter o modelo normalizado em coordenadas  $\alpha\beta 0$  e  $dq0$  para o filtro ativo paralelo *Four-Legs*;
- Estudar e projetar os controladores das malhas de corrente e tensão do FAPP;
- Estudar e projetar o circuito de sincronismo do FAPP;
- Simular a topologia *four-legs* com controle no sistema de coordenadas  $dq0$ ;
- Descrever e implementar detalhadamente a modulação *space vector* para inversores trifásicos *four-legs*;
- Implementar a estratégia de partida do FAPP (pré-carga);
- Discretizar e implementar o controle digital para o FAPP;
- Analisar o comportamento estático e dinâmico do FAPP;

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Frente aos diversos problemas de qualidade de energia elétrica encontrados nos ambientes industriais, pode-se citar a grande utilização de cargas não-lineares, como sendo responsável pelo aumento do conteúdo harmônico das tensões da rede elétrica. Estas também contribuem para diminuição do fator de potência em função do alto conteúdo harmônico das correntes drenadas da rede. Assim, surge a necessidade da utilização de equipamentos voltados ao condicionamento de energia, tais como restauradores dinâmicos de tensão, filtros ativos de potência, condicionadores de qualidade de energia unificados, dentre outros, que possuem a



função de anular ou reduzir tais problemas de qualidade de energia a níveis aceitáveis, conforme recomendações definidas por órgãos reguladores competentes.

Atualmente, os processadores digitais de sinais, tornaram-se muito comuns e acessíveis. A alta capacidade de processamento destes dispositivos tem contribuído cada vez mais para o desenvolvimento de equipamentos voltados ao condicionamento da qualidade da energia elétrica.

Nesse mesmo contexto, também podem ser citados os transdutores de efeito *Hall*, os quais propiciam excelente precisão e ótima linearidade na medição de grandezas como corrente e tensão, constituindo um conjunto eficiente, aliado a técnicas de controle eficientes, irão promover o adequado desempenho no funcionamento dos equipamentos destinados ao condicionamento de energia elétrica.

Dentre os vários tipos de equipamentos dedicados ao condicionamento de energia elétrica, na filtragem de tensão e corrente, estão os filtros ativos de potência. Dentre estes, para a filtragem de correntes harmônicas da carga e compensação de reativos, o filtro ativo de potência paralelo (FAPP) é o mais utilizado em termos de configuração e funcionalidade principalmente em sistemas de baixa tensão (AKAGI, 2005; SALMERÓN et al., 2011). Além dos problemas citados referentes à circulação de harmônicos de corrente na rede, em sistemas trifásicos a quatro fios, altos níveis de corrente podem circular pelo condutor de neutro mesmo que as cargas não lineares conectadas ao sistema elétrico sejam equilibradas (GRUZS, 1990).

No Brasil, os principais problemas relacionados com a qualidade da energia elétrica são descritos no PRODIST-Módulo 8, como sendo:

- Tensão em regime permanente;
- Fator de potência;
- Harmônicos;
- Desequilíbrios de tensão;
- Flutuação de tensão;
- Variações de tensão de curta duração;
- Variação de frequência;

Alguns dos problemas citados anteriormente podem ser reduzidos com a utilização dos filtros ativos de potência, sendo eles: aumento do fator de potência em

função da compensação da potência reativa da carga bem como da diminuição do conteúdo harmônico da corrente drenada da rede, diminuição dos harmônicos de tensão no ponto de acoplamento comum (PAC) em função da interação das correntes harmônicas com a impedância da linha, balanço das correntes de fase e diminuição das correntes de neutro em sistemas trifásicos a quatro fios, as quais causam além da sobrecarga no condutor de neutro, perdas em transformadores.

A proposta deste trabalho é contribuir para a elevação da qualidade de energia elétrica por meio da implementação de um FAPP utilizando a topologia de inversor *four-legs*, a qual é adequada para aplicações em sistemas trifásicos a quatro fios. O propósito principal da topologia adotada consiste em tornar as correntes drenadas da rede senoidais, equilibradas e em fase com as tensões da rede, ou seja, suprimindo harmônicos de corrente geradas por cargas não lineares, compensando os reativos da carga e fornecendo um caminho alternativo para a circulação das correntes de neutro.

### 1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO PROPOSTO

Dentre as principais contribuições apresentadas por este trabalho, pode-se destacar, a implementação de um FAPP *four-legs* com controle e modulação vetorial utilizando uma estratégia para a geração das referências de corrente de compensação baseada no sistema de eixos de referência síncronos (*SRF - Synchronous Reference Frame*). Tanto a geração das referências de compensação de corrente como o controle são realizados no sistema de eixos síncronos *dq*, ou seja, este modo de implementação de FAPP não foi encontrado na literatura. Também é apresentado todo o desenvolvimento matemático necessário para a implementação da modulação espacial vetorial (*SVM - Space Vector*) para inversores de tensão *Four-Legs*, o qual caracteriza-se como uma tarefa extensa e trabalhosa. Pode-se ainda citar, a implementação digital do sistema de controle, que é executada por um processador digital de sinal (*DSP - Digital Signal Processor*), a qual necessita de conceitos sólidos de programação e processamento digital de sinais, além do conhecimento da arquitetura do processador utilizado. Além disso,

espera-se que os resultados obtidos experimentalmente possam ser utilizados como referencial para novas pesquisas sobre processamento eficiente de energia elétrica, enriquecendo ainda mais a bibliografia disponível e assim promovendo a melhora e o crescimento de aplicações que envolvam filtros ativos de potência.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O capítulo 2 apresenta as normas e recomendações referentes aos limites de distorção harmônica de corrente e tensão e as principais cargas não lineares relacionadas a este problema. Define também os conceitos de potência e harmônicos necessários ao desenvolvimento do trabalho, assim como as formas de filtragem de harmônicas, e um comparativo entre as principais topologias utilizadas em sistemas trifásicos a quatro fios é realizado.

O capítulo 3 descreve a estratégia de compensação baseada no sistema de eixos de referência síncrona (*SRF*) utilizada para geração das correntes de referência bem como o sistema de sincronismo utilizado pelo mesmo.

A modelagem da topologia adotada é apresentada no capítulo 4, visando à obtenção de um modelo linear que represente de forma precisa o conversor para posteriormente permitir o projeto dos controladores das malhas de corrente e tensão. Será apresentado o modelo para os três sistemas de coordenadas *abc*,  *$\alpha\beta 0$*  e *dq0*.

O capítulo 5 trata da modulação *space vector* aplicada a inversores trifásicos *four-legs* onde é feito todo o detalhamento teórico necessário para sua implementação. É apresentado o desenvolvimento matemático para a obtenção das equações que determinam as razões cíclicas, matrizes de decomposição associadas a cada tetraedro, posição dos tetraedros no sistema  *$\alpha\beta 0$*  e o padrão de pulsos para cada tetraedro. No mesmo capítulo é apresentado o projeto dos controladores das malhas de corrente e tensão, bem como algumas características relevantes do *DSP* quanto ao controle e a discretização.

O capítulo 6 apresenta os resultados obtidos por meio de simulações e testes experimentais, a fim de se avaliar o desempenho do conjunto FAPP em

relação às normas e recomendações apresentadas no capítulo 2. E por fim, as conclusões finais são apresentadas onde os resultados obtidos nas simulações são comparados com os resultados experimentais a fim de validar o desenvolvimento teórico e avaliar o desempenho do protótipo implementado.

## 2 QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA, CARGAS GERADORAS DE HARMÔNICOS E FORMAS DE FILTRAGEM

### 2.1 INTRODUÇÃO

A utilização de equipamentos eletrônicos que consomem e/ou processam energia elétrica vem se tornando cada vez mais comum. Muitos deles são alimentados diretamente pela rede elétrica e mais de 50% possuem um conversor estático de potência que, quando em operação, pode deformar a corrente elétrica de entrada, aumentando consideravelmente o seu conteúdo harmônico. Esta deformação prejudica a qualidade da energia elétrica da rede bem como pode afetar outros equipamentos alimentados pela mesma. Além de prejudicar a qualidade da energia elétrica, estes equipamentos, por possuírem um baixo fator de potência, forçam a rede elétrica a fornecer mais energia do que aquela consumida pela carga diminuindo, desta forma, o seu rendimento. A busca constante por novas tecnologias, bem como o aperfeiçoamento das que já são bem conhecidas, se faz necessária, não somente para satisfazer as normas técnicas que regulamentam a utilização destes equipamentos, mas também para reduzir os gastos de consumo em quase todos os setores da economia, contribuindo, desta forma, para a melhoria da eficiência energética, atualmente tão difundida em todo o mundo.

A fim de se estabelecer limites para as distorções harmônicas para corrente e tensão, foram elaboradas normas e recomendações pelo *IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers)* e *IEC (International Electrotechnical Commission)*, as quais são descritas nas seções seguintes. Além das citadas, a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) propõe alguns procedimentos relacionados aos limites de distorção harmônica total e individual de tensão.

### 2.2 RECOMENDAÇÕES RELACIONADAS AOS LIMITES DE DISTORÇÃO HARMÔNICA NO SISTEMA ELÉTRICO

Os estudos realizados neste trabalho tratam da minimização de componentes harmônicas das correntes da rede as quais são geradas por cargas

não lineares, ou seja, que drenam da rede correntes não senoidais. Embora a compensação da distorção harmônica de tensão não seja o objetivo deste trabalho, os limites são apresentados na Tabela 1 (*IEEE Std. P519/D5-1996*).

**Tabela 1 - Limites de distorção Harmônica em % da Tensão Nominal na Frequência Fundamental**

Tensão no Barramento PAC ( $V_n$ )	Distorção Harmônica Individual da Tensão (%)	Distorção Harmônica Total da Tensão - $THD_{Vn}$
$V_n \leq 69$ kV	3,0	5,0
$69$ kV $< V_n \leq 161$ kV	1,5	2,5
$V_n > 161$ kV	1,0	1,5

onde a taxa de distorção harmônica total da tensão é definida conforme equação (2.1),

$$THD_V = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2}}{V_n} \times 100, \quad (2.1)$$

onde:

$V_h$  = Valor eficaz das componentes harmônicas individuais de tensão;

$h$  = ordem da harmônica;

$V_n$  = Tensão eficaz nominal do sistema

Para os limites de distorção harmônica individuais de corrente com relação ao nível de curto circuito no ponto de acoplamento comum e a tensão do sistema, a Tabela 2 resume o que está definido na recomendação *IEEE 519-1996*.

**Tabela 2 - Limites para Distorção Harmônicas das Correntes em % de  $I_L$   
Recomendação IEEE Std. P519/D5-1996**

Ordem individual das harmônicas (harmônicas ímpares)						
$V_n \leq 69 \text{ Kv}$						
$I_{SC}/I_L$	$h < 11$	$11 \leq h < 17$	$17 \leq h < 35$	$23 \leq h < 35$	$35 \leq h$	TDD
<20	4,0	2,0	1,5	0,6	0,3	5,0
20-50	7,0	3,5	2,5	1,0	0,5	8,0
50-100	10,0	4,5	4,0	1,5	0,7	12,0
100-1000	12,0	5,5	5,0	2,0	1,0	15,0
> 1000	15,0	7,0	6,0	2,5	1,4	20,0
$69 \text{ kV} < V_n \leq 161 \text{ kV}$						
< 20	2,0	1,0	0,75	0,3	0,15	2,5
20-50	3,5	1,75	1,25	0,5	0,25	4,0
50-100	5,0	2,25	2,0	0,75	0,35	6,0
100-1000	6,0	2,75	2,5	1,0	0,5	7,5
> 1000	7,5	3,5	3,0	1,25	0,7	10,0
$V_n > 161 \text{ kV}$						
$I_{SC}/I_L$	$h < 11$	$11 \leq h < 17$	$17 \leq h < 35$	$23 \leq h < 35$	$35 \leq h$	TDD
< 50	2,0	1,0	0,75	0,3	0,15	2,5
$\geq 50$	3,0	1,5	1,15	0,45	0,22	3,75

$I_{SC}$  é definida como a máxima corrente de curto circuito no PAC

$I_L$  = Máxima corrente de demanda da carga (componente na frequência fundamental) no PAC.

Todos os equipamentos de geração de energia são limitados a estes valores de distorção de corrente, independente da relação  $I_{SC} / I_L$

Os Harmônicos pares são limitadas em 25% dos limites das harmônicas ímpares acima

Todos os equipamentos de geração de energia são limitados a estes valores de distorção de corrente, independente da relação  $I_{SC} / I_L$ .

$I_h$  = valor eficaz das componentes harmônicas de correntes individuais;

$h$  = ordem da harmônica;

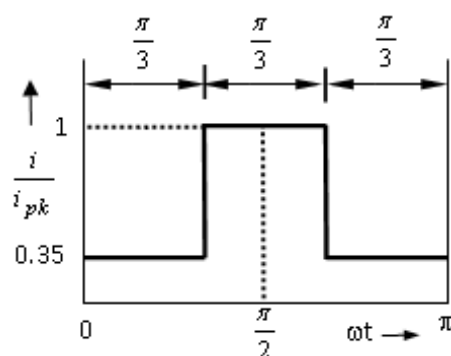
O parâmetro  $TDD$  é definido como a distorção total da corrente demandada (15 ou 30 minutos no pico de consumo), devendo portanto ser medida no pico de consumo, sendo dado pela equação (2.2),

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}}{I_L} \quad (2.2)$$

Além da recomendação *IEEE 519*, a norma *IEC 61000-3-2* define limites de distorção harmônica de correntes para equipamentos que consomem até 16A por fase, com tensão de alimentação variando entre 220 e 240 Volts fase-neutro, sendo, portanto mais indicada a pequenos consumidores. Esta norma é originária da antiga *IEC-555-2* de 1982, que em 1995 foi alterada para *IEC 1000-3-2*. Em 1997 foi novamente alterada para a atual *IEC 61000-3-2* a qual sofreu sua última atualização em 2009.

A norma *IEC 61000-3-2* atende a quatro classes de equipamentos descritas a seguir:

- **Classe A:** equipamentos com alimentação trifásica equilibrada; aparelhos de uso doméstico, excluindo os da classe D; ferramentas, exceto as portáteis; “*dimmers*” para lâmpadas incandescentes; equipamentos de áudio e todos os demais não incluídos nas classes seguintes;
- **Classe B:** ferramentas portáteis;
- **Classe C:** dispositivos de iluminação;
- **Classe D:** computadores pessoais, monitores de vídeo e aparelhos de televisão, caso a corrente de entrada apresente a forma mostrada na Figura 1. A potência ativa de entrada deve ser igual ou inferior a 600 W, medida esta feita obedecendo às condições de ensaio estabelecidas na norma (que variam de acordo com o tipo de equipamento).



**Figura 1 - Meio ciclo da forma de onda especial de corrente para equipamentos classe D**

A Tabela 3 resume os detalhes da norma *IEC 61000-3-2* que compreende harmônicos ímpares de 3ª a 39ª ordem e pares de 2ª a 40ª ordem.



Tabela 3 - Limites para harmônicos de corrente da norma IEC 61000-3-2

Classes	A	B	C	D
Ordem dos Harmônicos, n ímpares	Ampéres [A]	Ampéres [A]	% da corrente de entrada fundamental	mA/W
3	2,30	3,45	30 x Fator de Potência	3,4
5	1,14	1,71	10	1,9
7	0,77	1,155	7	1,0
9	0,40	0,6	5	0,5
11	0,33	0,495	3	0,35
13	0,21	0,315	3	0,296
15 ≤ n ≤ 39	2,25	3,375/n	3	3,85/n
Ordem dos Harmônicos, n pares	Ampéres [A]	Ampéres [A]	% da corrente de entrada fundamental	mA/W
2	1,08	1,62	2	-
4	0,43	0,645	-	-
6	0,30	0,45	-	-
8 ≤ n ≤ 40	1,84/n	2,76/n	-	-

Nos casos em que a taxa de distorção harmônica da tensão for menor que 5% e da corrente for superior a 40% é comum expressar o fator de potência de acordo com a equação (2.3) (IEEE Std 1459-2010, 2010), ou seja:

$$FP = \frac{FP_1}{\sqrt{1 + TDH_1^2}}, \quad (2.3)$$

onde a taxa de distorção harmônica da corrente é definida por (2.4):

$$TDH_1 = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1}. \quad (2.4)$$

Nas equações (2.3) e (2.4),  $FP_1$  representa o fator de potência fundamental ou fator de deslocamento,  $I_1$  a corrente eficaz fundamental e  $I_n$  a componente harmônica de ordem 'n'.

O fator de potência fundamental, ou fator de deslocamento é dado por:

$$FP_1 = \frac{P_1}{S_1}, \quad (2.5)$$

sendo,  $P_1$  e  $S_1$  as potências fundamentais ativa e aparente respectivamente.

Lembrando também que a potência aparente fundamental é definida como:

$$S_1 = V_1 \cdot I_1, \quad (2.6)$$

sendo a potência ativa fundamental definida por:

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\theta_1). \quad (2.7)$$

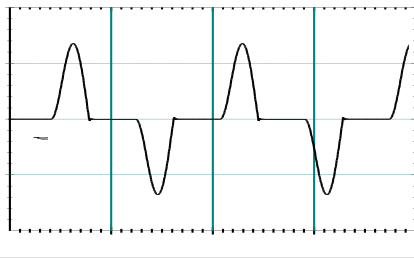
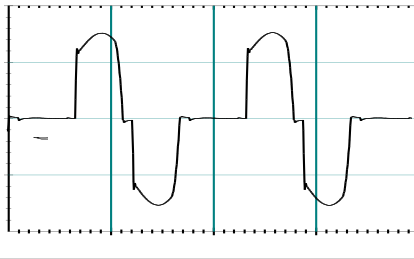
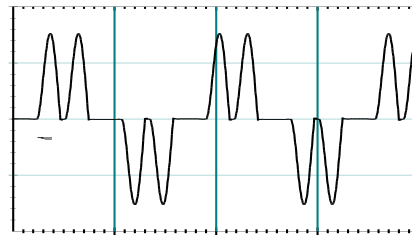
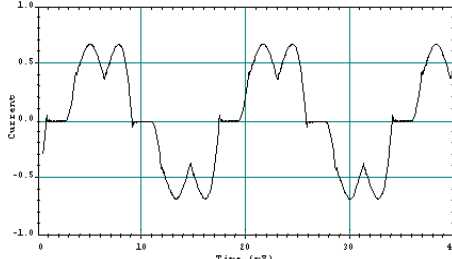
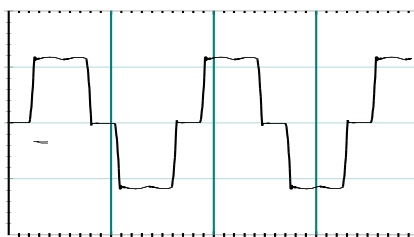
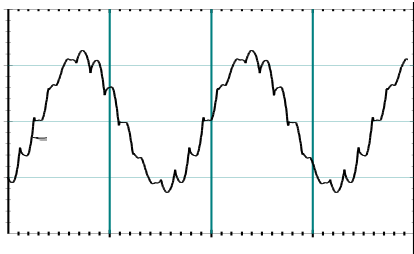
A ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) estabeleceu alguns procedimentos relativos à qualidade de energia elétrica, que assim como as recomendações do *IEEE*, define valores de referência com relação a níveis de distorção harmônica de tensão. Essa compilação encontra-se no PRODIST – Módulo 8. A princípio, é interessante citar que a *TDH<sub>v</sub>* estabelecida no PRODIST, para níveis de tensão abaixo de 1kV, está definido em 10%, enquanto que no *IEEE* este valor é de apenas 5%. Sendo assim, os valores são mais flexíveis quando comparados com a recomendação do *IEEE*.

### 2.3 PRINCIPAIS CARGAS NÃO LINEARES GERADORAS DE HARMÔNICOS

De uma forma geral, todos os equipamentos que processam eletronicamente energia elétrica suprida da rede, sem um estágio para corrigir o fator de potência, causam a degradação da qualidade de energia no ponto onde são conectados.

Para ilustração, as principais cargas geradoras de harmônicos com suas respectivas formas de onda e taxas de distorção harmônica aproximadas são mostradas na Tabela 4 (*IEEE Std. P519A/D5-1996, 1996*).

**Tabela 4 - Limites para harmônicos de corrente da Recomendação *IEEE 519-1992***  
**Forma de Onda** **Taxa de Distorção Harmônica**

	<p>Fontes ou Retificadores monofásicos com filtro capacitivo apresentam 80% de TDH com nível elevado do harmônico de ordem 3</p>
	<p>Conversores semi-controlados com carga indutiva apresentam nível elevado dos harmônicos de 2º, 3º e 4º ordens com carga parcial</p>
	<p>Conversores de seis pulsos apenas com capacitor de filtragem apresentam 80% de distorção</p>
	<p>Conversores de seis pulsos com capacitor de filtragem e indutor de filtragem &gt; 3% apresentam 40% de distorção</p>
	<p>Conversores de seis pulsos com alta indutância de filtragem apresentam 28% de distorção</p>
	<p>Conversores de doze pulsos apresentam 15% de distorção</p>

## 2.4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE ORDEM E SEQUÊNCIAS DOS HARMÔNICOS NO SISTEMA ELÉTRICO

Em um sistema trifásico perfeitamente equilibrado, a sequência de fase das harmônicas podem ser determinadas multiplicando-se sua ordem  $h$  pelos fasores de sequência positiva (DUGAN et al., 2004, p. 178). Definindo-se as correntes de sequência positiva, equilibradas e defasadas de  $120^\circ$  tem-se:

$$i_a = ia_{pico} \cdot \text{sen}(\omega.t + 0.h) \quad (2.8)$$

$$i_b = ib_{pico} \cdot \text{sen}\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}.h\right) \quad (2.9)$$

$$i_c = ic_{pico} \cdot \text{sen}\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}.h\right) \quad (2.10)$$

Onde  $h$  representa a ordem do harmônico.

Percebe-se nas equações (2.9), (2.10) e (2.11) através da substituição de  $h$  por um valor correspondente a ordem de um harmônico qualquer, que a defasagem entre as fases é função da ordem dos harmônicos presentes, assim como a sequência de fase.

Para sequência positiva,  $h$  sempre assumirá valores iguais a  $3.k + 1$ , onde  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ , para sequência negativa  $3.k + 2$  e sequência zero  $3.k + 3$  (BAGGINI, 2008, p. 191).

Quando a transformada de *Park* é utilizada para se obter as correntes harmônicas em eixos síncronos  $dq$ , estes sofrem uma mudança de ordem, assim como a parcela fundamental se torna contínua. Assim os harmônicos de sequência positiva apresentarão ordem  $n_{abc} - 1$ , e de sequência negativa ordem  $n_{abc} + 1$ , onde  $n_{abc}$  representa a ordem do harmônico no sistema de coordenadas  $abc$ . Então pode-se afirmar que todos os harmônicos de ordem ímpar de sequência positiva ou negativa tornam-se múltiplos de 360Hz (BAGGINI, 2008, p. 191; SILVA, 2001, p. 65).

Uma outra observação importante é que para formas de onda com simetria de meia onda, os harmônicos de ordem par não existem.

A Tabela 5 mostra de forma resumida a ordem e sequência das harmônicas no sistema *abc* e *dq* para sistemas que possuem condutor de neutro (harmônicos de sequência zero).

**Tabela 5 – Relação da Sequência de fase e Ordens dos Harmônicos em *abc* e *dq0***

<b>Frequência [Hz] (coordenadas abc)</b>	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720	780
<b>Ordem [<math>n_{abc}</math>]</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Sequência</b>	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+	-	0	+
<b>Frequência [Hz] (coordenadas dq)</b>	0	60	---	180	360	---	360	420	---	540	720	---	720
<b>Frequência [Hz] (coordenadas 0)</b>	---	---	180	---	---	360	---	---	540	---	---	720	---

## 2.5 FORMAS DE FILTRAGEM DE HARMÔNICOS DE CORRENTE

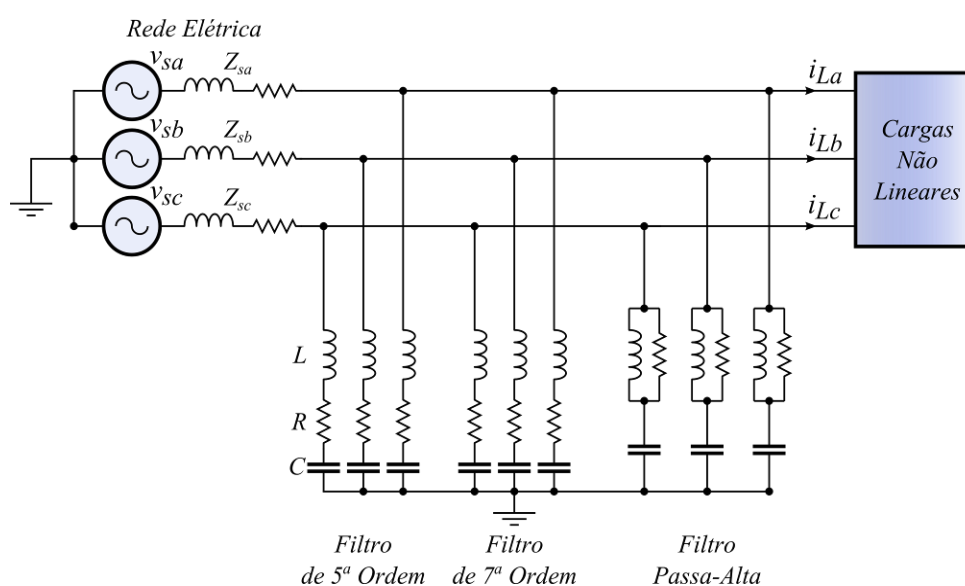
Os filtros passivos paralelos (FPP) são geralmente estruturas robustas e de relativo baixo custo quando comparados a outras formas de filtragem de harmônicos. No entanto, são volumosos e apresentam a possibilidade de interação com a impedância do sistema elétrico, que pode resultar em ressonância com o sistema de alimentação e conseqüentemente causar danos a equipamentos conectados ao ponto de acoplamento comum (DUGAN, 2004, p. 252) (SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999; BHATTACHARYA; DIVAN; BANERJEE, 1991).

As principais desvantagens dos filtros passivos são:

- As características de compensação do filtro são fortemente influenciadas pela impedância do sistema de alimentação;
- Se ocorrer ressonância paralela com a fonte de alimentação, esta poderá ocasionar amplificação das correntes harmônicas na rede em frequências específicas;
- Se ocorrer ressonância série com a fonte de alimentação, esta poderá resultar em tensões harmônicas no lado da fonte.

Os filtros passivos são compostos basicamente por elementos que armazenam energia, ou seja, indutores e capacitores. Estes são projetados com uma frequência de sintonia para os harmônicos de baixa ordem, normalmente de 5ª e 7ª ordens. Para a filtragem de harmônicos de ordens mais elevadas, são utilizados filtros passa alta. Para que a filtragem ocorra de forma eficiente, o FPP deve apresentar uma baixa impedância na frequência de sintonia, permitindo que as correntes harmônicas circulem através do filtro e não pela rede. Além da filtragem de correntes harmônicas, os filtros passivos também realizam a compensação de reativos da carga na frequência fundamental (SILVA, 2001, p. 33; SALAM; CHENG; JUSOH, 2006).

A Figura 2 mostra um FPP utilizado em um sistema trifásico a três fios, o qual é composto por filtros sintonizados para os harmônicos de 5ª e 7ª ordem e um filtro passa-alta para harmônicos de ordens mais elevadas, geralmente acima da 11ª ordem.



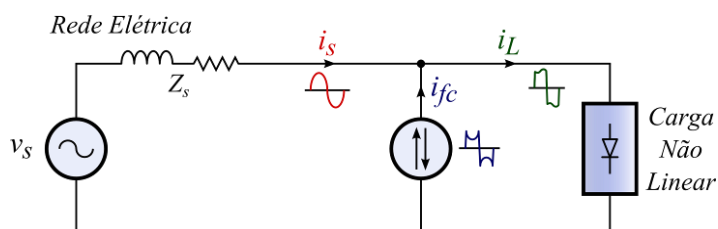
**Figura 2 – Estrutura típica de um Filtro Passivo**

## 2.6 FILTROS ATIVOS DE POTÊNCIA PARALELOS

Os filtros ativos de potência paralelos atuam basicamente como uma fonte de corrente não senoidal, a qual tem por função injetar correntes de compensação iguais em amplitude, porém em oposição de fase das correntes harmônicas da carga

para cancelar as harmônicas geradas por cargas não lineares. Assim a corrente provida da fonte para a carga será teoricamente senoidal, ficando o FAPP responsável em fornecer a parcela harmônica. Além de cancelar as componentes harmônicas, o FAPP pode também compensar a parcela reativa da corrente da carga uma vez que esta é considerada no algoritmo que calcula as correntes de compensação. (ABDALLA; RAO; PERUMAL, 2010; SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999).

A Figura 3 mostra o princípio de compensação de um filtro ativo paralelo, o qual tem a finalidade de fornecer somente as correntes harmônicas para a carga. Portanto, teoricamente, a rede elétrica irá fornecer somente a parcela fundamental da corrente da carga.



**Figura 3 – Princípio de Funcionamento do Filtro Ativo de Potência Paralelo**

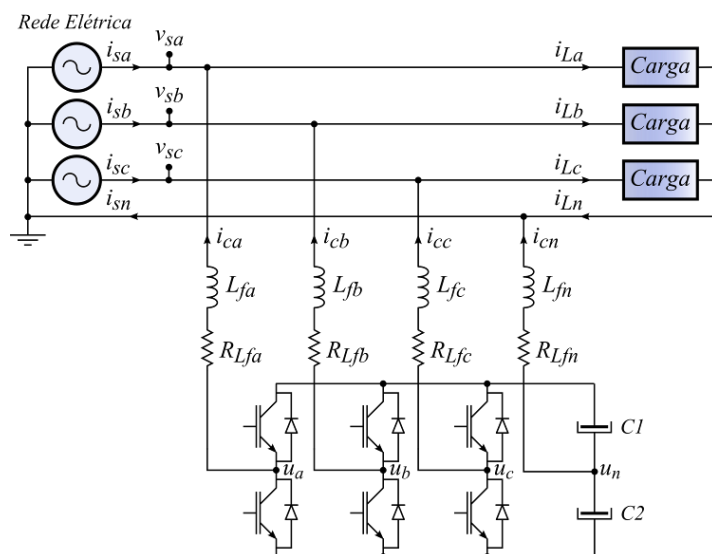
Os filtros ativos podem ser classificados com base no tipo de conversor, topologia e número de fases. Quanto ao tipo de conversor, podem ser de estrutura *CSI* (*Current Source Inverter*) ou *VSI* (*Voltage Source Inverter*). Já a topologia pode ser paralela, série ou uma combinação das duas. Os filtros que utilizam os conversores alimentados em corrente (*CSI*), apresentam geralmente maior número de chaves e conseqüentemente maiores perdas quando comparado ao *VSI*. Além disso não podem ser utilizados em configurações multiníveis, as quais são aplicadas em estruturas que trabalham com maiores níveis de tensão. Já os filtros com conversores alimentados em tensão (*VSI*) têm sido preferidos devido ao fato de serem mais baratos, mais leves e expansíveis para aplicações multiníveis (SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999; PINHEIRO et al., 1999).

### 2.6.1 Principais Topologias de Inversores Empregados em Sistemas Trifásicos a Quatro fios

A baixa qualidade de energia elétrica está relacionada diretamente com os harmônicos e altos valores de corrente que circulam através do condutor de neutro (POTDAR; CHOWHAN, 2011). Um fator que acaba agravando ainda mais o problema das correntes de sequência zero é que elas se somam ao invés de se cancelarem (GRUZS, 1990). Em sistemas elétricos a quatro fios, basta que se tenha desequilíbrio entre as cargas ou que as mesmas sejam não lineares para que exista corrente circulando através do condutor de neutro, pois esta é a soma fasorial das correntes das fases (GRUZS, 1990; QUINN; MOHAN; MEHTA, 1993; SILVA et al., 2010).

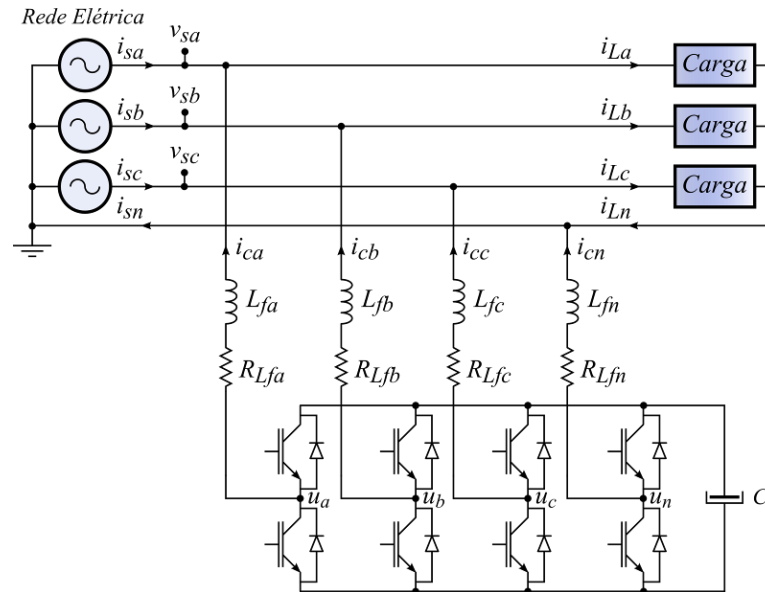
Uma das topologias que permitem o controle da corrente de neutro é denominada *Three-Leg Split-Capacitor*, a qual é apresentada na Figura 11. No entanto a componente de sequência zero da corrente de compensação do FAPP irá fluir através dos capacitores do barramento CC. Estas correntes causam desbalanço nas tensões entre os capacitores e acabam reduzindo a capacidade dinâmica do FAPP em seguir rapidamente mudanças na corrente de referência. Assim o controlador deve regular e equalizar a tensão nos capacitores a fim de eliminar o desbalanço, o que acaba por prejudicar a compensação total da corrente de neutro. Portanto pode-se afirmar que essa topologia reduz a corrente de neutro, mas não é adequada para a compensação total da corrente de neutro (QUINN; MOHAN, 1992; MENDALEK, 2009).





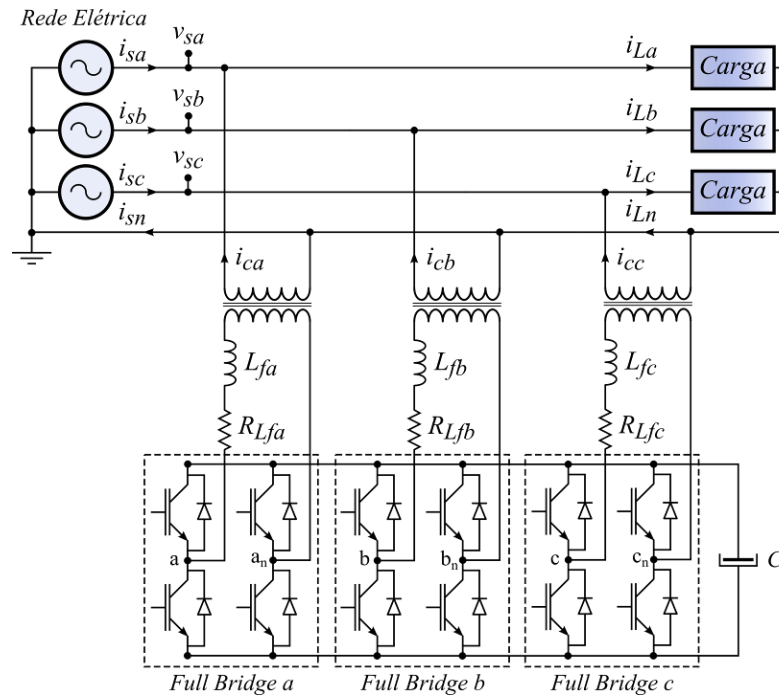
**Figura 4 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo *Split-Capacitor***

Outra topologia utilizada para o controle da corrente de neutro é a *Four-Legs*, a qual permite a compensação total da corrente de neutro através de um braço adicional, totalizando oito chaves conforme mostrado na Figura 12. Esta configuração permite melhor controlabilidade e estabilidade dinâmica do que a configuração *Split-Capacitor*, além de necessitar de uma tensão no barramento CC em torno de 15% menor quando comparado com o *Split-Capacitor*. O maior atrativo desta topologia está na sua habilidade de compensar as correntes de neutro da fonte sem qualquer redução no desempenho do filtro. Assim o inversor em configuração *Four-Legs* apresenta características superiores ao *Split-Capacitor* em termos de funcionamento e capacidade de supressão de harmônicos, embora utilize um número maior de chaves (QUINN; MOHAN, 1992; MENDALEK, 2009).



**Figura 5 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo *Four-Legs***

Além das configurações *Split-Capacitor* e *Four-Legs*, existe também a *Three-Full Bridge* ilustrada na Figura 13. Essa topologia, assim como a *Four-Legs* permite a compensação total da corrente de neutro. No entanto, como desvantagem, utiliza doze chaves, ou seja, quatro a mais que a *Four-Legs*. Por ser composta por três inversores em ponte completa, o controle pode atuar de forma conjunta ou independente para cada fase. Um outro fator que diferencia esta topologia da *Four-Legs* é o fato dela ter capacidade de trabalhar com uma tensão do barramento que pode ser  $\sqrt{3}$  vezes menor. (QUINN; MOHAN, 1992; MENDALEK, 2009; KHADKIKAR; CHANDRA, 2008). Outras topologias de filtros ativos incluindo os híbridos podem ser encontradas em (AKAGI; SRIANTHUMRONG; TAMAI, 2003; SINGH et al., 2005; BALCELLS; LAMICH; CAPELLA, 2007). Um estudo detalhado sobre os modelos matemáticos envolvendo as topologias *Four-Legs* e a *Three-Full Bridge* é mostrado em (ACORDI et al., 2012).



**Figura 6 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo *Three-Full-Bridge***

Neste trabalho a topologia *Four-Legs* é utilizada em função da melhor capacidade de eliminar a corrente de neutro quando comparado com a *Split-Capacitor* e por apresentar um menor número de chaves quando comparado com a topologia *Three-Full Bridge*.

O diagrama mostrado na Figura 7, ilustra a conexão de um FAPP com o sistema elétrico, carga e filtro. Notam-se os principais elementos que constituem o FAPP, assim como os sinais das tensões de fase e das correntes da carga e do filtro necessárias para o seu correto funcionamento. Primeiramente se faz necessário o sincronismo com a rede de alimentação, o qual é obtido com o circuito *PLL (Phase Locked Loop)*. Sendo estabelecido o sincronismo com a rede elétrica, realiza-se a medição da tensão do barramento CC, das correntes da carga e do filtro. Assim, as correntes de referência são determinadas. Estas passam por um controlador e entram no bloco da modulação *space-vector*. A modulação irá determinar as razões cíclicas das chaves e esses sinais serão levados aos drivers do inversor que executarão o acionamento das chaves garantindo que o filtro forneça a parcela harmônica para a carga e a fonte forneça apenas a parcela fundamental. Detalhes sobre cada bloco mostrado na Figura 14 são descritos nos capítulos posteriores.

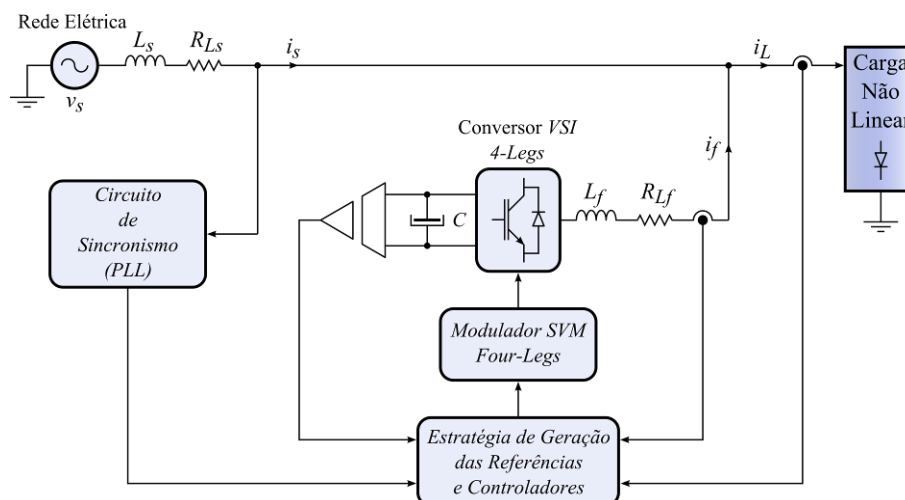


Figura 7 – Diagrama Unifilar em Blocos do Filtro Ativo de Potência Paralelo

## 2.7 CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta as recomendações relativas aos limites estabelecidos para taxa de distorção harmônica, assim como as principais cargas não-lineares geradoras de correntes harmônicas. As definições de Fator de Potência e Taxa de distorção harmônica são apresentadas. Considerações sobre ordem e sequência dos harmônicos também são realizadas e uma breve descrição das formas de filtragem passiva e ativa é mostrada. O princípio de operação dos filtros ativos e as principais topologias de inversores aplicados em FAPPs trifásicos que permitem o controle da corrente de neutro são apresentados bem como suas vantagens e desvantagens são comentadas.

### 3 ESTRATÉGIA DE COMPENSAÇÃO ATIVA DE POTÊNCIA DO FAPP

#### 3.1 INTRODUÇÃO

A estratégia de compensação a ser utilizada tem papel fundamental no desempenho do FAPP, devendo portanto garantir que as correntes de referência extraídas, sejam exatas em termos de fase e amplitude (SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999). Desde que as primeiras técnicas para determinação das correntes de referência foram propostas (AKAGI; KANAGAWA; NABAE, 1983; AKAGI; KANAGAWA; NABAE, 1984), novos métodos têm sido pesquisados e propostos (AREDES; WATANABE, 1995; PEREIRA et al., 2011). Uma revisão e análise dos métodos de compensação são descritos em (DONGHUA; XIE, 2004).

O método de compensação baseado no sistema de eixo de referência síncrona (*SRF*), segundo (SILVA, 2001), foi proposto inicialmente por (BHATTACHARYA; DIVAN; BANERJEE, 1991), o qual foi utilizado para a compensação ativa de um filtro ativo série híbrido, atuando como isolador harmônico entre a fonte de alimentação e a carga. Esse método utiliza conceitos de controle vetorial, pois atua sobre variáveis fictícias que estão relacionadas com as variáveis reais do sistema (BATISTA, 2006).

Este capítulo apresenta o método de compensação *SRF*, o qual foi escolhido como estratégia de geração das correntes de referência para o FAPP. Este tem como principal característica, o fato das correntes de referência serem derivadas diretamente das correntes da carga, não levando em consideração as tensões da fonte (DONGHUA; XIE, 2004).

#### 3.2 COMPENSADOR *SRF*

Neste método, as variáveis de interesse, no caso as corrente da carga, são transformadas do sistema de coordenadas estacionárias *abc*, para o sistema de

referência síncrona  $dq$ . Desse modo, as componentes fundamentais da corrente da carga, se tornarão grandezas contínuas. Por outro lado, as componentes harmônicas da corrente de carga, aparecerão como formas de onda alternada, somando-se ao termo fundamental. Assim, as corrente em coordenadas síncronas  $dq$ , são representadas como mostrado nas equações (3.1) e (3.2).

$$id = id_{cc} + id_h \quad (3.1)$$

$$iq = iq_{cc} + iq_h \quad (3.2)$$

Onde o termo  $id_{cc}$  e  $iq_{cc}$  representam as parcelas fundamentais ativa e reativa da corrente da carga, respectivamente. Já o termo  $id_h$  e  $iq_h$  representam as parcelas harmônicas ativa e reativa.

Assim, para se obter a parcela harmônica da corrente da carga, basta utilizar um FPA (filtro passa-alta). Esta é determinada subtraindo-se da corrente total, a parcela fundamental, como mostrado na Figura 8.

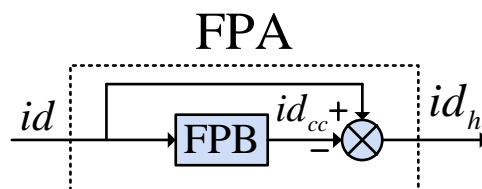


Figura 8 – Diagrama em Blocos do Filtro Passa-Alta

A corrente fundamental  $id_{cc}$  é facilmente obtida através de um FPB (filtro passa-baixa). O motivo de não se utilizar diretamente um filtro passa-alta para obtenção das componentes harmônicas, está no fato de que este iria gerar defasagens na componente fundamental e, dessa forma, causaria imprecisões nas correntes de referência.

Para se obter as correntes da carga em  $dq$ , primeiramente aplica-se a transformada de *Clarke* dada pela equação (3.3), obtendo-se então as correntes  $i_\alpha$ ,  $i_\beta$  e  $i_0$  em coordenadas estacionárias bifásicas. Verifica-se que, em um sistema trifásico a quatro fios, a corrente de sequência zero  $i_0$ , existirá somente quando as correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  forem desequilibradas, ou mesmo que equilibradas, se estas

possuam componentes harmônicas de ordem três e seus múltiplos, as quais se somam no neutro ao invés de se cancelarem. Para determinar as correntes nos eixos síncronos  $i_d$  e  $i_q$ , utiliza-se a transformada de *Park* dada pela equação (3.4).

Observa-se em (3.4), a necessidade dos sinais de sincronismo, ou seja, as coordenadas do vetor unitário,  $sen(\theta)$  e  $cos(\theta)$ , os quais proporcionam o funcionamento adequado do sistema e são conseguidos através de um circuito de detecção do ângulo de fase, conhecido como *PLL* (*Phase Locked Loop*).

O ângulo  $\theta = \omega t$ , representa a posição angular do sistema de eixos de referência síncrona, sendo  $\omega = 2\pi f$  a frequência angular do sistema elétrico na frequência fundamental  $f$ .

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sen(\theta) \\ -sen(\theta) & cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

A Figura 9 mostra o diagrama em blocos do compensador de corrente *SFR*.

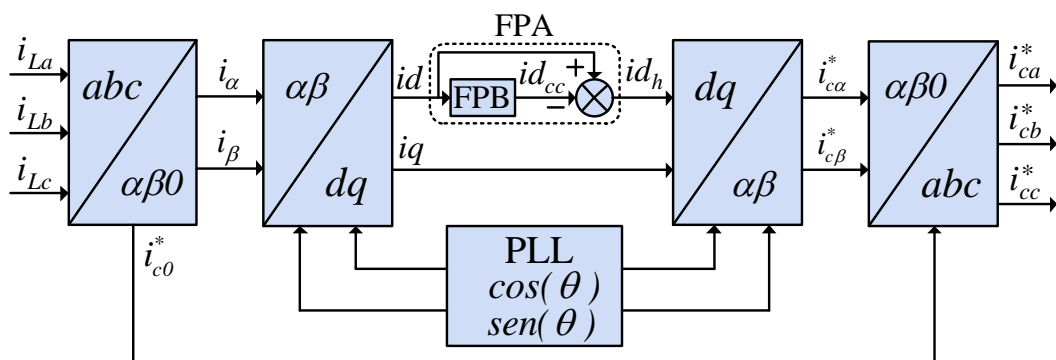


Figura 9 – Diagrama em Blocos do Compensador *SFR* de Corrente

Nota-se na Figura 9 que não foi utilizado um FPA para a corrente  $i_q$ , de modo que seja possível a compensação tanto das componentes harmônicas quanto dos reativos.

As correntes de compensação em coordenadas estacionárias  $i_{c\alpha}^*$  e  $i_{c\beta}^*$  são obtidas através da transformada inversa de *Park*, dada pela equação (3.5).

$$\begin{bmatrix} i_{c\alpha}^* \\ i_{c\beta}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} id_h \\ iq \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Para se obter as correntes de compensação em coordenadas estacionárias trifásicas *abc*, utiliza-se a transformada inversa de *Clarke*, dada pela equação (3.6).

$$\begin{bmatrix} i_{ca}^* \\ i_{cb}^* \\ i_{cc}^* \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{c\alpha}^* \\ i_{c\beta}^* \\ i_{c0}^* \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Como o controle do filtro ativo será implementado no sistema de coordenadas síncronas *dq0*, o compensador utilizado será o apresentado na Figura 10. Para proporcionar o controle da tensão do barramento CC, uma parcela adicional de corrente ativa, representada por  $i_{cc}$  é somada à corrente de referência de eixo direto. Esta corrente é oriunda da saída de um controlador PI (Proporcional-Integral), que controla a tensão do barramento CC do FAPP (Figura 10)

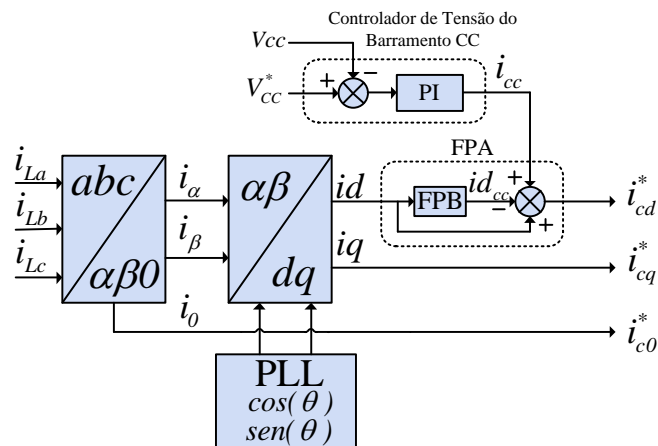


Figura 10 – Diagrama em Blocos do Compensador SFR de Corrente adotado

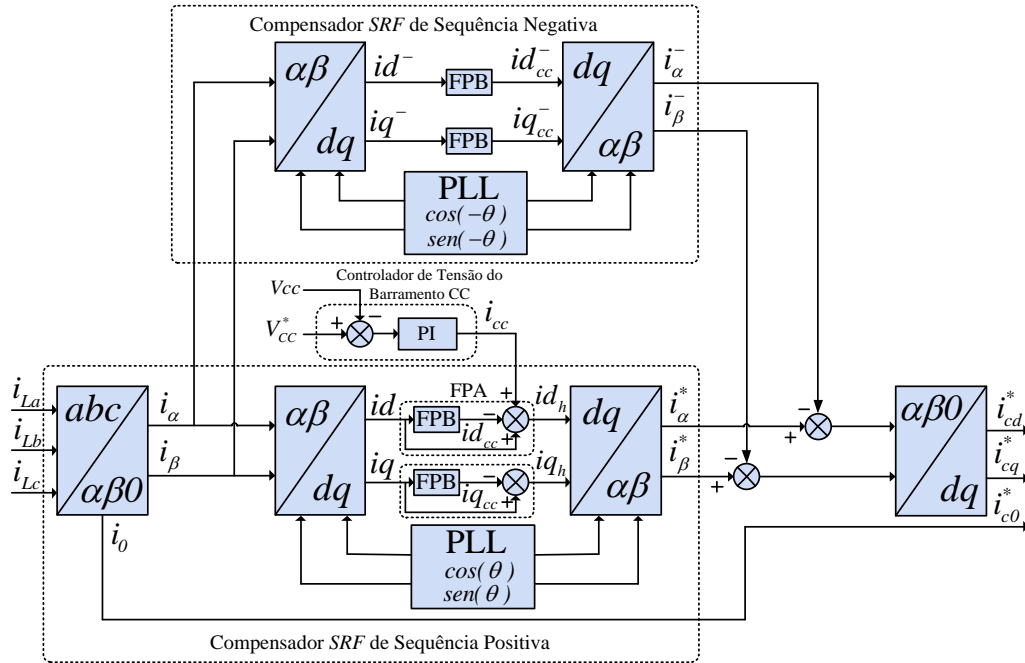


As correntes de compensação em coordenadas síncronas  $dq0$ , são representadas por  $i_{cd}^*$  e  $i_{cq}^*$ .

Uma outra alternativa para implementação do algoritmo de compensação, é a utilização de uma técnica proposta por (BHATTACHARYA et al., 1998), que desconsidera, nas correntes de referência geradas pelo algoritmo, as componentes fundamentais de sequência negativa da carga. Uma vez que as componentes fundamentais de sequência negativa não são compensadas, a energia processada pelo filtro ativo é otimizada.

O algoritmo é composto basicamente por dois compensadores *SRF*, um que determina as correntes harmônicas de sequência positiva e outro que calcula as componentes harmônicas de sequência negativa conforme mostrado na Figura 11. O compensador de sequência positiva, adiciona um FPA para a corrente de eixo em quadratura, se comparado com o compensador ilustrado na Figura 10. Desse modo somente as correntes harmônicas serão compensadas, e os reativos das correntes da carga não são considerados nas correntes de referência. Para o compensador de sequência negativa, deve-se extrair somente a parcela fundamental, assim utilizam-se dois FPB para as correntes  $id^-$  e  $iq^-$ .

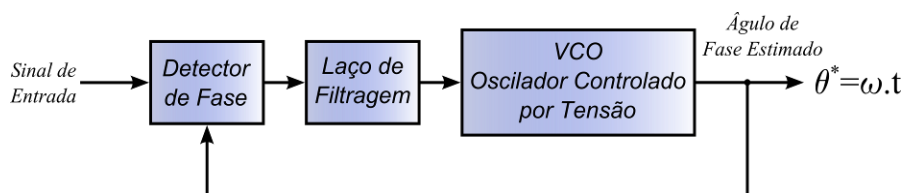
As correntes de referência são obtidas pela subtração das correntes harmônicas geradas pelo compensador *SRF* de sequência positiva  $i_{\alpha}^*$  e  $i_{\beta}^*$  pelas correntes fundamentais de sequência negativa  $i_{\alpha}^-$  e  $i_{\beta}^-$ . Em seguida, o resultado é novamente convertido do sistema de eixos estacionário bifásico ( $\alpha\beta$ ) para o sistema de eixos de referência síncrona ( $dq$ ).



**Figura 11 – Diagrama em Blocos do Compensador SRF de Corrente desconsiderando as componentes fundamentais de sequência negativa**

### 3.2 MÉTODO DE SINCRONIZAÇÃO EM MALHA FECHADA

O método de sincronização em malha fechada tem como principal finalidade a obtenção do ângulo de sincronização através de uma estrutura realimentada. Entre os métodos existente, pode-se citar os que utilizam um laço de sincronização de fase (*PLL*). A Figura 12 ilustra o diagrama em blocos de uma estrutura básica de um *PLL*, o qual é composto basicamente por um detector de fase, um laço de filtragem e um oscilador controlador por tensão, possibilitando desse modo, que o valor estimado do ângulo de fase rastreie o valor real do ângulo do sistema (HSIEH; HUNG, 1996; SASSO et al., 2002; ROLIM; COSTA; AREDES, 2006).



**Figura 12 – Diagrama em Blocos da Estrutura Básica do Método em Malha Fechada que utiliza Laço de Sincronização de fase (*PLL*)**

### 3.2.1 Sistema $q$ -PLL

Dentre os tipos de  $PLL$  trifásico, pode-se citar o  $p$ - $PLL$  e o  $q$ - $PLL$ , os quais possuem teoricamente o mesmo desempenho dinâmico. Os modelos matemáticos para ambos, são apresentados em (SILVA, 2001; SASSO et al., 2002). Mesmo tais estruturas não apresentando rejeição total aos distúrbios da rede, estes podem ser considerados adequados quando os harmônicos e os desbalanços presentes nas tensões da rede são baixos. Ambos utilizam os conceitos da teoria da potência instantânea apresentados por (AKAGI; KANAGAWA; NABAE, 1984).

O  $PLL$  deve detectar o ângulo de fase referente à componente de sequência positiva da componente fundamental das tensões trifásicas da rede. Assim o sinal gerado pelo  $PLL$  estará sincronizado em fase e frequência com as tensões de entrada.

Para se obter as tensões da rede elétrica em coordenadas estacionárias  $\alpha\beta$ , a transformada de Clarke definida na equação (3.7) é utilizada.

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

O modelo adotado para este trabalho é o  $q$ - $PLL$  e seu diagrama em blocos é mostrado na Figura 13.

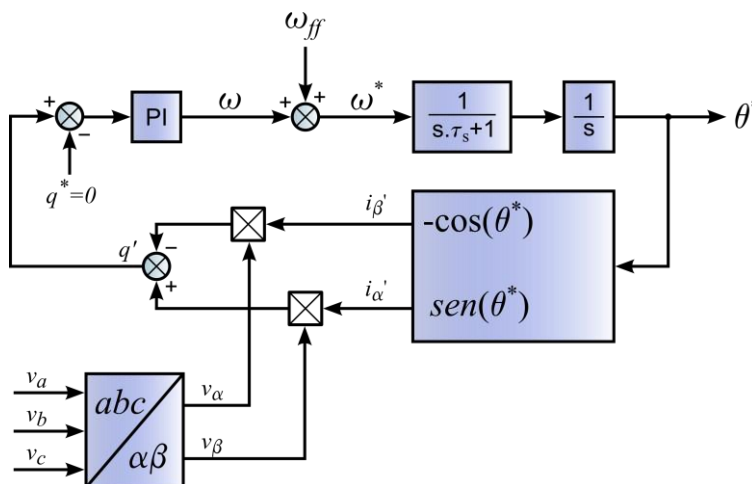


Figura 13 – Diagrama em Blocos do  $q$ - $PLL$

A definição do tipo 'p' ou 'q' do *PLL*, é determinada através da potência fictícia a ser utilizada, como mostrado na equação (3.8).

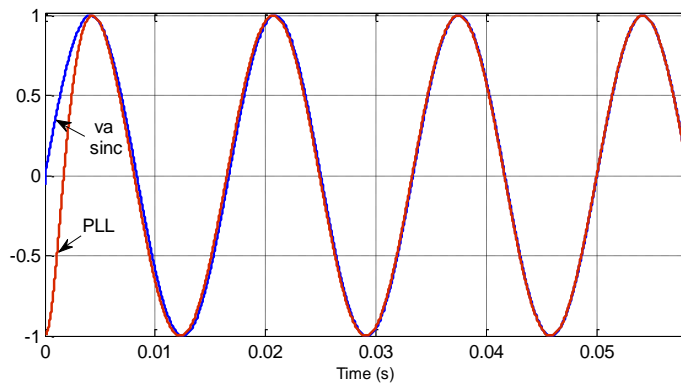
$$\begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta \\ v_\beta & -v_\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_\alpha \\ i'_\beta \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Para o caso do *q-PLL*, a variável de controle é dada diretamente pela potência  $q'$ , a qual é calculada pela equação (3.9). O sinal de sincronismo do *q-PLL* estará em fase com a componente fundamental de sequência positiva da tensão da fase 'a'.

$$q' = v_\beta \cdot i'_\alpha - v_\alpha \cdot i'_\beta \quad (3.9)$$

O propósito do *q-PLL*, é fazer com que o valor médio da potência fictícia  $q'$  seja anulado, ocorrendo quando a frequência  $\omega$  gerada for igual a frequência angular da rede e as correntes fictícias  $i'_\beta$  e  $i'_\alpha$  estiverem em fase com as tensões  $v_\alpha$  e  $v_\beta$  respectivamente. Assim, o sinal de saída  $\theta^*$  do *q-PLL* estará em sincronismo com a componente de frequência fundamental da tensão da rede. Nota-se ainda, um sinal de realimentação  $\omega_{ff}$ , utilizado para melhorar o desempenho dinâmico inicial do *q-PLL*, já que a frequência de interesse nesse caso é conhecida.

A Figura 14 ilustra o resultado obtido de simulação para o *q-PLL* da Figura 13. É possível observar que em pouco mais de três ciclos o sinal de saída do *PLL* está sincronizado com o sinal da rede.



**Figura 14 – Sinal de Sincronismo e Referência do  $q$ -PLL Simulado**

### 3.3 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou a estratégia de compensação ativa de potência baseado no sistema de eixos de referência síncrona (*SRF*).

O compensador *SRF*, utiliza os pares das transformadas de *Clarke* e *Park*, de modo que as correntes de referência sejam extraídas no sistema de coordenadas síncronas, e como foi visto, basta que se utilize filtros passa-alta para se determinar as respectivas correntes harmônicas.

Dois algoritmos de compensação foram descritos. O primeiro deles mostrado na Figura 17 permite a compensação de todas as componentes harmônicas de sequência, ou seja, positiva, negativa e zero. O segundo algoritmo, mostrado na Figura 18 desconsidera na compensação as componentes fundamentais de sequência negativa, proporcionando desse modo que os desequilíbrios das correntes da rede, referentes a esta sequência, não sejam compensadas. Este método também não realiza a compensação dos reativos da corrente de carga em função da existência de um FPA no eixo síncrono em quadratura (eixo  $q$ ).

É importante lembrar que, para que o método *SRF* funcione adequadamente, as coordenadas dos vetores unitários síncronos, gerados através do *PLL*, devem ser precisos em relação à fase e frequência do sistema. Assim o  $q$ -*PLL* foi estudado de forma a verificar seu comportamento através de simulação computacional. Considerando um baixo conteúdo harmônico e desbalanços presentes nas tensões da rede, o mesmo mostrou-se adequado para determinar o ângulo de fase e a frequência da componente fundamental de sequência positiva das tensões da rede.

## 4 MODELAGEM DO FILTRO ATIVO TRIFÁSICO FOUR-LEGS

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é feito um estudo matemático detalhado da topologia do filtro ativo de potência paralelo utilizando o inversor *four-legs*, com intuito de se obter um modelo linear que represente a dinâmica do sistema. A partir do modelo encontrado, é possível realizar a análise da resposta em frequência do sistema e o projeto dos controladores de corrente e tensão. Diversas abordagens para a modelagem de conversores a quatro fios, são mostradas em (THANDI, 1997; ZHANG, 1998, CAMARGO, 2006; KANAAN, 2007; MENDALEK et al., 2007; MENDALEK, 2009; SRIKANTHAN; MISHRA, 2010). Este trabalho emprega a abordagem de espaço de estados. A modelagem do conversor para o barramento CC, utiliza a metodologia apresentada por (SILVA, 2001).

### 4.2 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS DO FAPP *FOUR-LEGS*

A modelagem é realizada para os três sistemas de coordenadas, ou seja,  $abc$ ,  $\alpha\beta 0$  e  $dq0$ . A topologia utilizada na modelagem está mostrada na Figura 15. Esta utiliza um conversor *VSI (Voltage Source Inverter) four-legs* desempenhando a função de um filtro ativo trifásico aplicado a um sistema trifásico a quatro-fios.

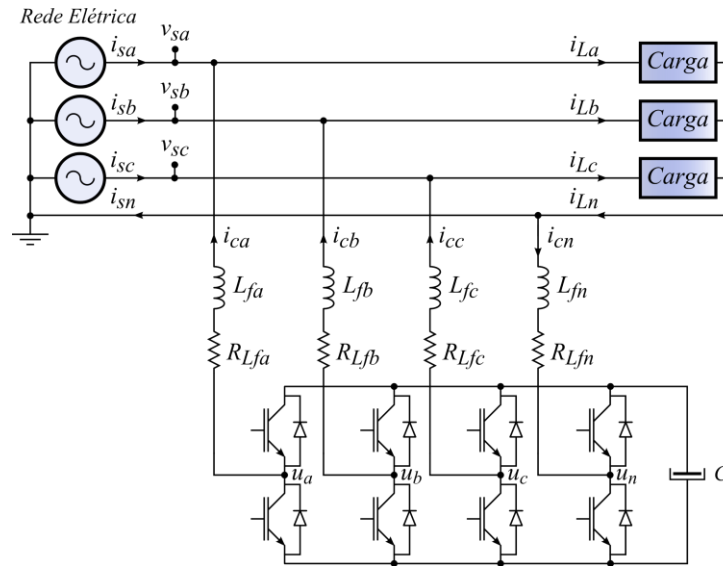


Figura 15 – Topologia do Filtro Ativo de Potência Paralelo *Four-Legs*

As seguintes considerações foram adotadas para o desenvolvimento matemático do modelo do FAPP *four-legs*, como segue:

- As tensões da rede AC  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  têm como referência o condutor de neutro (tensão fase-neutro);
- As chaves semicondutoras são consideradas ideais;
- As tensões na rede AC e do barramento CC são ideais;
- As indutâncias de filtragem assim como suas respectivas resistências são iguais, ou seja,  $L_{fa} = L_{fb} = L_{fc} = L_{fn} = L_f$  e  $R_{Lfa} = R_{Lfb} = R_{Lfc} = R_{Lfn} = R_L$ ;

Da Figura 15, pode-se escrever a equação de malha que resulta na tensão produzida pelo inversor do FAPP entre os pontos  $u_a$  e  $u_n$  como segue:

$$u_{anpwm} = R_{Lfa} \cdot i_{ca} + L_{fa} \frac{di_{ca}}{dt} + v_{sa} + L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} + R_{Lfn} \cdot i_{cn} = v_{R_{Lfa}} + v_{L_{fa}} + v_{sa} + v_{R_{Lfn}} + v_{L_{fn}} = u_a - u_n \quad (4.1)$$

Fazendo o mesmo para os pontos  $u_b$ ,  $u_c$  com  $u_n$  tem-se,

$$u_{bnpwm} = R_{Lfb} \cdot i_{cb} + L_{fb} \frac{di_{cb}}{dt} + v_{sb} + L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} + R_{Lfn} \cdot i_{cn} \quad (4.2)$$

$$u_{cnpwm} = R_{Lfc} \cdot i_{cc} + L_{fc} \frac{di_{cc}}{dt} + v_{sc} + L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} + R_{Lfn} \cdot i_{cn} \quad (4.3)$$

Sabe-se que:

$$i_{ca} + i_{cb} + i_{cc} = i_{cn} \quad (4.4)$$

Derivando todos os termos de (4.4) encontra-se:

$$\frac{di_{ca}}{dt} + \frac{di_{cb}}{dt} + \frac{di_{cc}}{dt} = \frac{di_{cn}}{dt} \quad (4.5)$$

Somando-se (4.1), (4.2) e (4.3) tem-se:

$$\begin{aligned} u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} = & v_{L_{Rfa}} + v_{L_{Rfb}} + v_{L_{Rfc}} + L_f \left( \frac{di_{ca}}{dt} + \frac{di_{cb}}{dt} + \frac{di_{cc}}{dt} \right) + v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} + \\ & + 3L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} + 3v_{R_{Lfn}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Assim (4.6) pode ser reescrita por,

$$\begin{aligned} u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} = & R_{Lfa} \cdot i_{ca} + R_{Lfb} \cdot i_{cb} + R_{Lfc} \cdot i_{cc} + L_f \left( \frac{di_{ca}}{dt} + \frac{di_{cb}}{dt} + \frac{di_{cc}}{dt} \right) + v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} + \\ & + 3L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} + 3v_{R_{Lfn}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ou ainda,

$$\begin{aligned} u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} = & R_{Lf} (i_{ca} + i_{cb} + i_{cc}) + L_f \left( \frac{di_{ca}}{dt} + \frac{di_{cb}}{dt} + \frac{di_{cc}}{dt} \right) + v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} + \\ & + 3L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} + 3R_{Lfn} \cdot i_{cn} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Substituindo (4.4) e (4.5) em (4.8), tem-se:

$$u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} = R_{Lf} \cdot i_{cn} + L_f \cdot \frac{di_{cn}}{dt} + v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} + 3L_{fn} \cdot \frac{di_{cn}}{dt} + 3R_{Lfn} \cdot i_{cn} \quad (4.9)$$



Manipulando a equação (4.9), encontra-se,

$$u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} = 4R_{L_f} \cdot i_{cn} + 4L_f \frac{di_{cn}}{dt} + v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} \quad (4.10)$$

Rearranjando (4.10) tem-se:

$$u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} - 4R_{L_f} \cdot i_{cn} - v_{sa} - v_{sb} - v_{sc} = 4L_f \frac{di_{cn}}{dt} \quad (4.11)$$

Pela equação (4.1) tem-se:

$$L_{fn} \frac{di_{cn}}{dt} = u_{anpwm} - v_{R_{L_{fa}}} - v_{sa} - L_{fa} \frac{di_{ca}}{dt} - v_{R_{L_{fn}}} \quad (4.12)$$

Substituindo (4.12) em (4.11) encontra-se:

$$u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} - 4R_{L_f} \cdot i_{cn} - v_{sa} - v_{sb} - v_{sc} = 4 \left( u_{anpwm} - v_{R_{L_{fa}}} - v_{sa} - L_{fa} \frac{di_{ca}}{dt} - v_{R_{L_{fn}}} \right) \quad (4.13)$$

Rearranjando (4.13) obtém-se:

$$-3u_{anpwm} + u_{bnpwm} + u_{cnpwm} + 3v_{sa} - v_{sb} - v_{sc} = -4L_{fa} \frac{di_{ca}}{dt} - 4v_{R_{L_{fa}}} \quad (4.14)$$

Isolando  $\frac{di_{ca}}{dt}$  em (4.14), obtem-se a equação dinâmica de primeira ordem associada à corrente no indutor da fase 'a':

$$\frac{di_{ca}}{dt} = \frac{1}{4L_f} \left[ \left( 3u_{anpwm} - u_{bnpwm} - u_{cnpwm} \right) + \left( -4v_{R_{L_{fa}}} - 3v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} \right) \right] \quad (4.15)$$

Fazendo o mesmo desenvolvimento matemático para as fases b e c, tem-se:

$$\frac{di_{cb}}{dt} = \frac{1}{4L_f} \left[ \left( -u_{anpwm} + 3u_{bnpwm} - u_{cnpwm} \right) + \left( -4v_{R_{Lfa}} + v_{sa} - 3v_{sb} + v_{sc} \right) \right] \quad (4.16)$$

$$\frac{di_{cc}}{dt} = \frac{1}{4L_f} \left[ \left( -u_{anpwm} - u_{bnpwm} + 3u_{cnpwm} \right) + \left( -4v_{R_{Lfa}} + v_{sa} + v_{sb} - 3v_{sc} \right) \right] \quad (4.17)$$

Logo, (4.15), (4.16) e (4.17) podem ser representadas na forma matricial por:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ca}}{dt} \\ \frac{di_{cb}}{dt} \\ \frac{di_{cc}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{R_{Lf}}{L_f} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ i_{cc} \end{bmatrix} + \frac{1}{4L_f} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{anpwm} \\ u_{bnpwm} \\ u_{cnpwm} \end{bmatrix} + \frac{1}{4L_f} \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

O modelo em espaço de estados do FAPP *four-legs* em coordenadas *abc* é dado em (4.18). É possível observar que as tensões sintetizadas pelo inversor são acopladas entre si, devido ao fato da matriz que multiplica o vetor da ação de controle ter seus elementos fora da diagonal principal diferentes de zero.

Pode-se também definir a representação do modelo em (4.18) por:

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) + F.w(t) \quad (4.19)$$

Onde  $x$  é o vetor de estado que representa as correntes nos filtros indutivos,  $u$  é o vetor da ação de controle que representa as tensões produzidas pelo inversor e  $w$  é o vetor de distúrbio que representa as tensões da rede. Desta forma tem-se:

$$x = \begin{bmatrix} i_{ca} & i_{cb} & i_{cc} \end{bmatrix}^T ; \quad u = \begin{bmatrix} u_{anpwm} & u_{bnpwm} & u_{cnpwm} \end{bmatrix}^T ;$$

$$w = \begin{bmatrix} v_{sa} & v_{sb} & v_{sc} \end{bmatrix}^T \quad (4.20)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{di_{ca}}{dt} & \frac{di_{cb}}{dt} & \frac{di_{cc}}{dt} \end{bmatrix}^T$$

E as matrizes que representam o modelo da topologia *four-legs* em espaço de estados são:

$$A = \frac{R_{L_f}}{L_f} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} ; \quad B = \frac{1}{4L_f} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} ; \quad F = \frac{1}{4L_f} \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

#### 4.2.1 Normalização do modelo do FAPP

Definindo-se:

$$v_n = \frac{v}{V_{base}} \quad i_n = \frac{i}{I_{base}} \quad \text{onde:} \quad V_{base} = I_{base} Z_{base} \quad I_{base} = \frac{P_{base}}{V_{base}} \quad (4.22)$$

Seja  $T_n$  uma matriz de transformação linear para a normalização do vetor de estado  $x(t)$  e das matrizes  $A$ ,  $B$  e  $F$  dada por:

$$T_n = \begin{bmatrix} 1/I_{base} & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{base} & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_{base} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Definindo-se então os vetores normalizados de (4.19):

$$x_n(t) = T_n \cdot x(t) \rightarrow T_n^{-1} \cdot x_n(t) = T_n^{-1} \cdot T_n \cdot x(t) \rightarrow x(t) = T_n^{-1} \cdot x_n(t) \quad (4.24)$$

$$u_n(t) = \frac{u(t)}{V_{base}} ; \quad w_n(t) = \frac{w(t)}{V_{base}}$$

Então (4.19) pode ser escrita em sua forma normalizada por:

$$\dot{x}_n(t) = T_n \cdot A \cdot T_n^{-1} \cdot x_n(t) + T_n \cdot B \cdot V_{base} \cdot u_n(t) + T_n \cdot F \cdot V_{base} \cdot w_n(t) \quad (4.25)$$

#### 4.2.2 Modelo normalizado em coordenadas $\alpha\beta 0$

A transformação do sistema em coordenadas  $abc$  em (4.18) para as coordenadas  $\alpha\beta 0$ , permite o desacoplamento das variáveis de estado, onde as correntes sintetizadas pelo inversor são independentes entre si.

A transformada que permite a obtenção do sistema em coordenadas  $\alpha\beta 0$  é realizada através da transformada inversa de Clarke, sendo dada por (4.26):

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\text{Onde, } [T'_{abc}] = [T'_{\alpha\beta 0}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Desse modo, a equação (4.25) pode ser escrita por:

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot T'_{abc} \cdot \dot{x}_{\alpha\beta 0}(t) = T_n \cdot A \cdot T_n^{-1} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot T'_{abc} \cdot x_{\alpha\beta 0}(t) + T_n \cdot B \cdot V_{base} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot T'_{abc} \cdot u_{\alpha\beta 0}(t) + T_n \cdot F \cdot V_{base} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot T'_{abc} \cdot w_{\alpha\beta 0}(t) \quad (4.27)$$

Simplificando (4.27), tem-se:

$$T'_{abc} \cdot \dot{x}_{\alpha\beta 0}(t) = T_n \cdot A \cdot T_n^{-1} \cdot T'_{abc} \cdot x_{\alpha\beta 0}(t) + T_n \cdot B \cdot V_{base} \cdot T'_{abc} \cdot u_{\alpha\beta 0}(t) + T_n \cdot F \cdot V_{base} \cdot T'_{abc} \cdot w_{\alpha\beta 0}(t) \quad (4.28)$$

Como se pretende encontrar  $\dot{x}_{\alpha\beta 0}$ , então multiplicam-se ambos os lados de (4.28) por  $[T'_{abc}]^{-1}$ :

$$\begin{aligned} [T'_{abc}]^{-1} \cdot T'_{abc} \cdot \dot{x}_{\alpha\beta 0}(t) &= [T'_{abc}]^{-1} \cdot T_n \cdot A \cdot T_n^{-1} \cdot T'_{abc} \cdot x_{\alpha\beta 0}(t) + [T'_{abc}]^{-1} \cdot T_n \cdot B \cdot V_{base} \cdot T'_{abc} \cdot u_{\alpha\beta 0}(t) + \\ &[T'_{abc}]^{-1} \cdot T_n \cdot F \cdot V_{base} \cdot T'_{abc} \cdot w_{\alpha\beta 0}(t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

De (4.29),  $T_n$ ,  $T_n^{-1}$  e  $A$  são matrizes diagonais. Então, o termo  $[T'_{abc}]^{-1} \cdot T_n \cdot A \cdot T_n^{-1} \cdot T'_{abc} \cdot x_{\alpha\beta 0}$  resume-se em,  $A \cdot x_{\alpha\beta 0}$

Ou seja, a matriz  $A$  não se altera através do processo de normalização e transformação para as coordenadas  $\alpha\beta 0$ , portanto:

$$A_{\alpha\beta 0} = \frac{R_{L_f}}{L_f} \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Para a transformação da matriz  $B$  para as coordenadas  $\alpha\beta 0$ , de (4.29) tem-se:

$$B_{\alpha\beta 0} = [T'_{abc}]^{-1} \cdot T_n \cdot V_{base} \cdot B \cdot T'_{abc} \quad (4.31)$$

$$\text{Onde: } T_n \cdot V_{base} = \begin{bmatrix} Z_{base} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{base} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{base} \end{bmatrix}$$

Para a determinar  $B_{\alpha\beta 0}$ , de (4.31), sabe-se que  $[T'_{abc}]^{-1}$  é a matriz de transformação de Clarke dada por:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix}$$

(4.32)

$$\text{Onde, } [T'_{\alpha\beta 0}] = [T'_{abc}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Então tem-se:

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{base} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{base} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{base} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Como a matriz formada por  $Z_{base}$  é diagonal onde todos os elementos são iguais, pode-se escrever (4.33) como:

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \text{diag}(Z_{base}) \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Executando a multiplicação entre as matrizes em (4.34), tem-se:

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \text{diag}(Z_{base}) \begin{bmatrix} 3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -1 - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} & -1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} & 3\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} - 3\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Efetando a multiplicação em (4.35), tem-se,

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \text{diag}(Z_{base}) \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 \\ 0 & 2\sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Ou ainda,

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \text{diag}(Z_{base}) \begin{bmatrix} 4 + 1 + 1 & -\sqrt{3} + \sqrt{3} & \frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}} \\ -\sqrt{3} + \sqrt{3} & 3 + 3 & \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Simplificando (4.37), tem-se:

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \text{diag}(Z_{base}) \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Desse modo, tem-se:

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{4L_f} \text{diag}(Z_{base}) \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Então a matriz  $B$  normalizada em coordenadas  $\alpha\beta 0$  é dada por:

$$B_{\alpha\beta 0} = \frac{Z_{base}}{4L_f} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Do mesmo modo a matriz  $F$  normalizada em coordenadas  $\alpha\beta 0$  é dada por:

$$F_{\alpha\beta 0} = [T'_{abc}]^{-1} \cdot T_n \cdot V_{base} \cdot F \cdot T'_{abc} \quad (4.41)$$

De (4.21) sabe-se que a matriz  $B = -F$ , então por analogia a matriz  $F_{\alpha\beta 0}$  será:

$$F_{\alpha\beta 0} = \frac{Z_{base}}{4L_f} \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Determinado as matrizes  $A_{\alpha\beta 0}$ ,  $B_{\alpha\beta 0}$  e  $F_{\alpha\beta 0}$ , (4.29) pode ser expressa por:

$$\dot{x}_{\alpha\beta 0} = A_{\alpha\beta 0} \cdot x_{\alpha\beta 0} + B_{\alpha\beta 0} \cdot u_{\alpha\beta 0} + F_{\alpha\beta 0} \cdot w_{\alpha\beta 0} \quad (4.43)$$

Definindo-se os vetores em coordenadas  $\alpha\beta 0$  em (4.43) por:

$$x_{\alpha\beta 0} = [i_\alpha \quad i_\beta \quad i_0]^T ; \quad u_{\alpha\beta 0} = [u_{\alpha pwm} \quad u_{\beta pwm} \quad u_{0 pwm}]^T ; \quad (4.44)$$

$$w = [v_\alpha \quad v_\beta \quad v_0]^T$$



Então é possível escrever a equação diferencial de estado em (4.43) na sua forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_\alpha(t)}{dt} \\ \frac{di_\beta(t)}{dt} \\ \frac{di_0(t)}{dt} \end{bmatrix} = \frac{R_{L_f}}{L_f} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \frac{Z_{base}}{4L_f} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\alpha pwm} \\ u_{\beta pwm} \\ u_{0 pwm} \end{bmatrix} + \frac{Z_{base}}{4L_f} \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Desconsiderando o termo  $Z_{base}$  em (4.45) que normaliza as variáveis, o FAPP *four-legs* pode ser representado por três circuitos desacoplados nos eixos  $\alpha\beta 0$  conforme representado por (4.46), (4.47) e (4.48):

$$\frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R_{L_f} \cdot i_\alpha}{L_f} + \frac{u_{\alpha pwm}}{L_f} - \frac{v_\alpha}{L_f} \quad (4.46)$$

$$L_f \cdot \frac{di_\alpha}{dt} = -R_{L_f} \cdot i_\alpha + u_{\alpha pwm} - v_\alpha \quad (4.47)$$

$$v_{L_f} = -v_{R_{L_f}} + u_{\alpha pwm} - v_\alpha \quad (4.48)$$

Assim, de (4.48), a tensão sintetizada pelo inversor no eixo  $\alpha$  é dada por,

$$u_{\alpha pwm} = v_{R_{L_f}} + v_{L_f} + v_\alpha \quad (4.49)$$

A Figura 16 representa o modelo elétrico da tensão sintetizada pelo inversor no eixo  $\alpha$ .

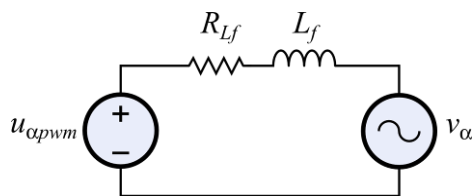


Figura 16 – Modelo do Circuito Desacoplado para o eixo  $\alpha$

Já as equações para o modelo do circuito no eixo beta, são dadas por (4.50), (4.51) e (4.52):

$$\frac{di_{\beta}}{dt} = -\frac{R_{L_f} \cdot i_{\beta}}{L_f} + \frac{u_{\beta pwm}}{L_f} - \frac{v_{\beta}}{L_f} \quad (4.50)$$

$$L_f \cdot \frac{di_{\beta}}{dt} = -R_{L_f} \cdot i_{\beta} + u_{\beta pwm} - v_{\beta} \quad (4.51)$$

$$v_{L_f} = -v_{R_{L_f}} + u_{\beta pwm} - v_{\beta} \quad (4.52)$$

Dessa forma, por (4.52), a tensão sintetizada pelo inversor no eixo  $\beta$  é dada por:

$$u_{\beta pwm} = v_{R_{L_f}} + v_{L_f} + v_{\beta} \quad (4.53)$$

A Figura 17 representa o modelo elétrico da tensão sintetizada pelo inversor no eixo  $\beta$ .

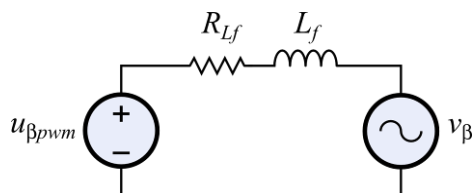


Figura 17– Modelo do Circuito Desacoplado para o eixo  $\beta$

As equações para o modelo do circuito no eixo zero, são dadas por (4.55), (4.56) e (4.57):

$$\frac{di_0}{dt} = -\frac{R_{L_f}}{L_f} \cdot i_0 + \frac{1}{4L_f} \cdot u_{0pwm} - \frac{1}{4L_f} \cdot v_0 \quad (4.54)$$

$$\frac{di_0}{dt} = \frac{-4R_{L_f} \cdot i_0 + u_{0pwm} - v_0}{4L_f} \quad (4.55)$$

$$4L_f \frac{di_0}{dt} = -4R_{L_f} \cdot i_0 + u_{0pwm} - v_0 \quad (4.56)$$

$$4v_{L_f} = -4v_{R_{L_f}} + u_{0pwm} - v_0 \quad (4.57)$$

Assim, por (4.57), a tensão sintetizada pelo inversor no eixo  $O$  é dada por,

$$u_{0pwm} = 4v_{L_f} + 4v_{R_{L_f}} + v_0 \quad (4.58)$$

A Figura 18 representa o modelo elétrico da tensão produzida pelo inversor no eixo  $O$ .

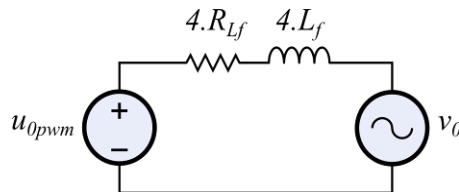


Figura 18 – Modelo do Circuito Desacoplado para o eixo  $O$

#### 4.2.2.1 Função de Transferência do modelo em $\alpha\beta O$

Desconsiderando o vetor de distúrbio, a equação de estado em (4.45) pode ser representada por:

$$\dot{x}_{\alpha\beta O}(t) = A_{\alpha\beta O} \cdot x_{\alpha\beta O}(t) + B_{\alpha\beta O} \cdot u_{\alpha\beta O}(t) \quad (4.59)$$

Sendo a equação de saída do sistema representada por,

$$y_{\alpha\beta 0}(t) = C \cdot x_{\alpha\beta 0}(t) \quad \text{onde} \quad x_{\alpha\beta 0}(t) = \begin{bmatrix} i_{\alpha} & i_{\beta} & i_0 \end{bmatrix}^T \quad (4.60)$$

Aplicando a transformada de Laplace em (4.59) e (4.60), obtém-se:

$$s \cdot X_{\alpha\beta 0}(s) = A_{\alpha\beta 0} \cdot X_{\alpha\beta 0}(s) + B_{\alpha\beta 0} \cdot U_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.61)$$

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = C \cdot X_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.62)$$

Onde a função de transferência  $Y_{\alpha\beta 0}(s)$  é dada por,

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = \frac{X_{\alpha\beta 0}}{U_{\alpha\beta 0}} \quad (4.63)$$

Passando o termo  $A_{\alpha\beta 0} \cdot X_{\alpha\beta 0}(s)$  para esquerda de (4.61) de forma a isolar  $X_{\alpha\beta 0}(s)$ , tem-se:

$$sX_{\alpha\beta 0}(s) - A_{\alpha\beta 0} \cdot X_{\alpha\beta 0}(s) = B_{\alpha\beta 0} \cdot U_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.64)$$

Colocando  $X_{\alpha\beta 0}(s)$  em evidência, obtém-se:

$$(sI - A_{\alpha\beta 0}) \cdot X_{\alpha\beta 0}(s) = B_{\alpha\beta 0} \cdot U_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.65)$$

Para isolar  $X_{\alpha\beta 0}(s)$ , multiplicam-se ambos os termos de (4.65) por  $(sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1}$ ,

$$(sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1} \cdot (sI - A_{\alpha\beta 0}) \cdot X_{\alpha\beta 0}(s) = (sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot U_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.66)$$

Assim, (4.66) torna-se,

$$X_{\alpha\beta 0}(s) = (sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot U_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.67)$$

Substituindo (4.67) em (4.62), encontra-se:

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = C \cdot (sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot U_{\alpha\beta 0}(s) \quad (4.68)$$

Sendo  $U_{\alpha\beta 0}(s)$  o vetor da ação de controle, a matriz função de transferência é encontrada por:

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = C \cdot (sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1} \cdot B_{\alpha\beta 0} \quad (4.69)$$

Calculando  $(sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1}$ , tem-se:

$$\left( \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{L_f}}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{L_f}}{L_f} \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{L_f}{(R_{L_f} + s \cdot L_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_f}{(R_{L_f} + s \cdot L_f)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_f}{(R_{L_f} + s \cdot L_f)} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

Seja a matriz de saída das correntes do FAAP dada por,

$$C = [I \quad I \quad I] \quad (4.71)$$

Então multiplicando (4.71) por  $(sI - A_{\alpha\beta 0})^{-1}$  e em seguida por  $B_{\alpha\beta 0}$ , obtem-se:

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = [I \quad I \quad I] \begin{bmatrix} \frac{L_f}{(R_{L_f} + s.L_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_f}{(R_{L_f} + s.L_f)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_f}{(R_{L_f} + s.L_f)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Z_{base}}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_{base}}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_{base}}{4L_f} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

Resolvendo (4.72), chega-se à matriz função de transferência do sistema, ou seja:

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = \begin{bmatrix} \frac{Z_{base}}{(R_{L_f} + s.L_f)} & \frac{Z_{base}}{(R_{L_f} + s.L_f)} & \frac{Z_{base}}{4(R_{L_f} + s.L_f)} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Desconsiderando a normalização das variáveis, a função de transferência pode ser escrita por:

$$Y_{\alpha\beta 0}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(R_{L_f} + s.L_f)} & \frac{1}{(R_{L_f} + s.L_f)} & \frac{1}{4(R_{L_f} + s.L_f)} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

#### 4.2.3 Modelo Normalizado em Coordenadas $dq0$

Nesta seção, é apresentada a transformação do sistema em coordenadas  $\alpha\beta 0$  dado em (4.45), para as coordenadas  $dq0$ , as quais resultam em dois circuitos de grandezas contínuas, porém acopladas.

Considerando a Transformada de Park,

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = T_{dq0} \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

onde,

$$T_{dq0} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \text{sen } \omega t & 0 \\ -\text{sen } \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

As equações (4.77), (4.78) e (4.79) definem a transformação dos vetores representados em coordenadas  $\alpha\beta 0$  para as coordenadas  $dq0$ , como segue:

$$x_{dq0}(t) = T_{dq0} \cdot x_{\alpha\beta 0}(t) \quad (4.77)$$

$$u_{dq0}(t) = T_{dq0} \cdot u_{\alpha\beta 0}(t) \quad (4.78)$$

$$w_{dq0}(t) = T_{dq0} \cdot w_{\alpha\beta 0}(t) \quad (4.79)$$

Isolando os vetores em coordenadas  $\alpha\beta 0$  em (4.77), (4.78) e (4.79), tem-se:

$$T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) = T_{dq0}^{-1} \cdot T_{dq0} \cdot x_{\alpha\beta 0}(t) \quad \Rightarrow \quad x_{\alpha\beta 0}(t) = T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) \quad (4.80)$$

$$u_{\alpha\beta 0}(t) = T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) \quad (4.81)$$

$$w_{\alpha\beta 0}(t) = T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.82)$$

Substituindo (4.80), (4.81) e (4.82) em (4.43), encontra-se:

$$\left[ T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) \right] = A_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) + B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) + F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.83)$$

Como se necessita encontrar  $\dot{x}_{dq0}(t)$ , o termo da esquerda da equação (4.83) é expandido em termos de sua derivada parcial utilizando a regra do produto, lembrando que dada uma função  $y = u \cdot v$  sua derivada será  $y' = u' \cdot v + u \cdot v'$ .

$$T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) + T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) = A_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) + B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) + F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.84)$$

Então passando o termo  $T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t)$  de (4.84) para a direita, tem-se,

$$T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) = A_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) - T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) + B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) + F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.85)$$

Para isolar  $\dot{x}_{dq0}(t)$  em (4.85), multiplicam-se ambos os lados por  $T_{dq0}$ , ou seja:

$$T_{dq0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) = T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) - T_{dq0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) + T_{dq0} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) + T_{dq0} \cdot F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.86)$$

Ou ainda,

$$\dot{x}_{dq0}(t) = T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot x_{dq0}(t) - T_{dq0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot \dot{x}_{dq0}(t) + T_{dq0} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) + T_{dq0} \cdot F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.87)$$

Colocando o vetor  $x_{dq0}(t)$  dos dois primeiros termos de (4.87) em evidência, encontra-se:

$$\dot{x}_{dq0}(t) = \left[ -T_{dq0} \cdot T_{dq0}^{-1} + T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \right] \cdot x_{dq0}(t) + T_{dq0} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot u_{dq0}(t) + T_{dq0} \cdot F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.88)$$

As matrizes  $A_{dq0}$ ,  $B_{dq0}$  e  $F_{dq0}$  são dadas respectivamente por, (4.89), (4.90) e (4.91), como segue:



$$A_{dq0} = -T_{dq0} \cdot \dot{T}_{dq0}^{-1} + T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1} \quad (4.89)$$

$$B_{dq0} = T_{dq0} \cdot B_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1} \quad (4.90)$$

$$F_{dq0} = T_{dq0} \cdot F_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1} \quad (4.91)$$

Sabe-se de (4.89) que  $T_{dq0}^{-1}$  é dada por:

$$T_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{onde } \theta = \omega t \quad (4.92)$$

Desse modo, a derivada de  $T_{dq0}^{-1}$  é dada por (4.93):

$$\dot{T}_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} -\omega \cdot \text{sen}\theta & -\omega \cdot \cos\theta & 0 \\ \omega \cdot \cos\theta & -\omega \cdot \text{sen}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

O primeiro termo após a igualdade da equação (4.89)  $T_{dq0} \cdot \dot{T}_{dq0}^{-1}$ , é obtido pela multiplicação de (4.76) e (4.93), ou seja:

$$-T_{dq0} \cdot \dot{T}_{dq0}^{-1} = - \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\omega \cdot \text{sen}\theta & -\omega \cdot \cos\theta & 0 \\ \omega \cdot \cos\theta & -\omega \cdot \text{sen}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

Ou ainda,

$$-T_{dq0} \cdot \dot{T}_{dq0}^{-1} = - \begin{bmatrix} 0 & -\omega \cos^2\theta - \omega \text{sen}^2\theta & 0 \\ \omega \cos^2\theta + \omega \text{sen}^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

O segundo termo após a igualdade da equação (4.89),  $T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1}$  é obtido pela multiplicação de (4.76), (4.30) e (4.92), ou seja:

$$T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta & 0 \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{R_{Lf}}{L_f} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

Efetuada a multiplicação em (4.96), determina-se o termo  $T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1}$  como segue:

$$T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{Lf}}{L_f}(\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f}(\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

Ou ainda:

$$T_{dq0} \cdot A_{\alpha\beta0} \cdot T_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{Lf}}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

Sabendo-se que  $A_{dq0}$  é a soma de (4.95) com (4.98), encontra-se:

$$A_{dq0} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{R_{Lf}}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{Lf}}{L_f} & \omega & 0 \\ -\omega & -\frac{R_{Lf}}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{Lf}}{L_f} \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

Para determinar  $B_{dq0}$  (4.90) é reescrita por (4.100).

$$B_{dq0} = T_{dq0} \cdot B_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \quad (4.100)$$

Substituindo as matrizes, tem-se:

$$B_{dq0} = \frac{Z_{base}}{4 \cdot L_f} \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen} \theta & 0 \\ \text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

Efetuada a multiplicação de (4.101), obtém-se:

$$B_{dq0} = \frac{Z_{base}}{4 \cdot L_f} \begin{bmatrix} 4 \cos^2 \theta + 4 \text{sen}^2 \theta & 0 & 0 \\ 0 & 4 \cos^2 \theta + 4 \text{sen}^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

Portanto  $B_{dq0}$  é dada por:

$$B_{dq0} = \frac{Z_{base}}{4 L_f} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

Para determinar  $F_{dq0}$  (4.91) é reescrita por (4.104) como segue:

$$F_{dq0} = T_{dq0} \cdot F_{\alpha\beta 0} \cdot T_{dq0}^{-1} \quad (4.104)$$

Substituindo as matrizes, tem-se:

$$F_{dq0} = \frac{Z_{base}}{4.L_f} \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen} \theta & 0 \\ \text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

Efetuada a multiplicação em (4.105), encontra-se:

$$F_{dq0} = \frac{Z_{base}}{4.L_f} \begin{bmatrix} -4 \cos^2 \theta - 4 \text{sen}^2 \theta & 0 & 0 \\ 0 & -4 \cos^2 \theta - 4 \text{sen}^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

Portanto  $F_{dq0}$  é dado por:

$$F_{dq0} = \frac{Z_{base}}{4L_f} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.107)$$

Assim a equação diferencial de estado em coordenadas  $dq0$  pode ser escrita como:

$$\dot{x}_{dq0}(t) = A_{dq0} \cdot x_{dq0}(t) + B_{dq0} \cdot u_{dq0}(t) + F_{dq0} \cdot w_{dq0}(t) \quad (4.108)$$

Definindo-se os vetores em coordenadas  $dq0$  em (4.108):

$$x_{dq0} = [i_d \quad i_q \quad i_0]^T \quad ; \quad u_{dq0} = [u_{dpwm} \quad u_{qpwm} \quad u_{0pwm}]^T \quad ; \quad w_{dq0} = [v_d \quad v_q \quad v_0]^T \quad (4.109)$$

Então é possível escrever a equação diferencial de estado em (4.108) na sua forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d(t)}{dt} \\ \frac{di_q(t)}{dt} \\ \frac{di_o(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & \omega & 0 \\ -\omega & -\frac{R_{L_f}}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{L_f}}{L_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} + \frac{Z_{base}}{4L_f} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{dpwm} \\ u_{qpwm} \\ u_{opwm} \end{bmatrix} + \frac{Z_{base}}{4L_f} \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_o \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

Desconsiderando a normalização das variáveis, o modelo do filtro ativo *four-legs* pode ser representado por dois circuitos acoplados nos eixos *dq* e um desacoplado no eixo *O* como mostrado pelas equações (4.111), (4.112) e (4.113) abaixo:

$$\frac{di_d(t)}{dt} = -\frac{R_{L_f}}{L_f} \cdot i_d + \omega \cdot i_q + \frac{u_{dpwm}}{L_f} - \frac{v_d}{L_f} \quad (4.111)$$

$$L_f \cdot \frac{di_d(t)}{dt} = -R_{L_f} \cdot i_d + \omega \cdot L_f \cdot i_q + u_{dpwm} - v_d \quad (4.112)$$

$$v_{L_f} = -v_{R_{L_f}} + \omega \cdot L_f \cdot i_q + u_{dpwm} - v_d \quad (4.113)$$

Desse modo, por (4.113), a tensão produzida pelo inversor no eixo *d* é dada por,

$$u_{dpwm} = v_{R_{L_f}} + v_{L_f} + v_d - \omega \cdot L_f \cdot i_q \quad (4.114)$$

Assim a Figura 19 representa o modelo elétrico do circuito acoplado para o eixo *d*.

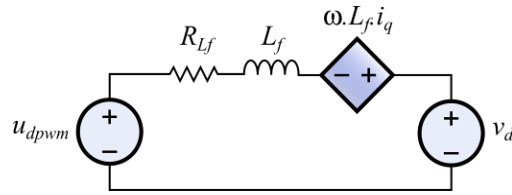


Figura 19 – Modelo do Circuito acoplado para o eixo  $d$

As equações que representam o modelo do circuito no eixo  $q$  são dadas por (4.115), (4.116) e (4.117):

$$\frac{di_q(t)}{dt} = -\omega \cdot i_d - \frac{R_{L_f}}{L_f} \cdot i_q + \frac{u_{qpwm}}{L_f} - \frac{v_q}{L_f} \quad (4.115)$$

$$L_f \cdot \frac{di_q(t)}{dt} = -\omega \cdot L_f \cdot i_d - R_{L_f} \cdot i_q + u_{qpwm} - v_q \quad (4.116)$$

$$v_{L_f} = -\omega \cdot L_f \cdot i_d - v_{R_{L_f}} + u_{qpwm} - v_q \quad (4.117)$$

Desse modo, por (4.117), a tensão produzida pelo inversor no eixo  $q$  é dada por:

$$u_{qpwm} = v_{R_{L_f}} + v_{L_f} + v_q + \omega \cdot L_f \cdot i_d \quad (4.118)$$

Portanto, a Figura 20 apresenta o modelo do circuito elétrico acoplado para o eixo  $q$ .

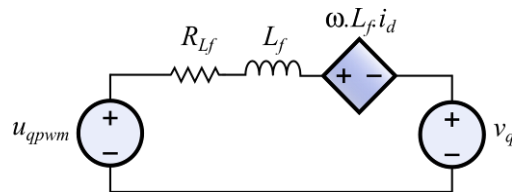


Figura 20 – Modelo do Circuito acoplado para o eixo  $q$

As equações para o modelo do circuito no eixo zero foram mostradas em (4.54) a (4.58) e o modelo do circuito na Figura 18.

#### 4.2.3.1 Desacoplamento dos Circuitos nos eixos $dq$

O termo  $\omega$  presente na matriz  $A_{dq0}$  é responsável pelo acoplamento entre os circuitos de eixo direto e em quadratura conforme pode ser observado na equação (4.110). Para facilitar o projeto dos controladores é possível eliminar o efeito do acoplamento com a introdução de uma fonte de tensão controlada no modelo, dada pelo termo  $\omega.L_f.i_x$ , porém com sinal oposto ao existente, onde  $i_x = i_q$  para o modelo do eixo  $d$  e  $i_x = i_d$  para o modelo do eixo  $q$ . As Figuras 21 e 22 apresentam, respectivamente o modelo desacoplado referente aos eixos  $d$  e  $q$ . Para o circuito da Figura 19 verifica-se que a tensão produzida pelo inversor no eixo  $d$  é somada a uma fonte de tensão dada pelo termo  $\omega.L_f.i_q$ . E então esse efeito é eliminado subtraindo-se essa mesma fonte de tensão conforme mostrado na Figura 21. O mesmo procedimento é adotado para o modelo do eixo  $q$  resultando no circuito mostrado na Figura 22.

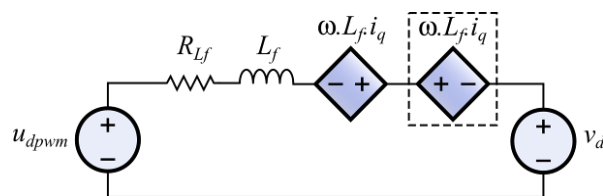


Figura 21 – Modelo Desacoplado para o eixo  $d$

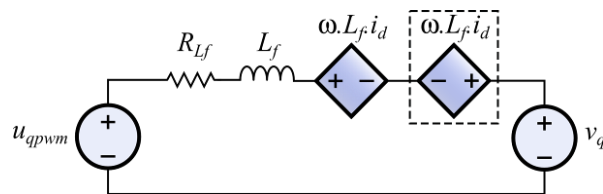


Figura 22 – Modelo Desacoplado para o eixo  $q$

#### 4.2.3.2 Função de Transferência do modelo em $dq0$

Desconsiderando a normalização das variáveis e o acoplamento entre os circuitos de eixo direto e em quadratura e utilizando o mesmo procedimento descrito na seção 4.2.2.1, a função de transferência do modelo do FAPP *four-legs* em coordenadas  $dq0$  é dada por:

$$Y_{dq0}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(R_f + s.L_f)} & \frac{1}{(R_f + s.L_f)} & \frac{1}{4(R_f + s.L_f)} \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

#### 4.2.3.3 Modelo em Diagrama de Blocos do FAPP *Four-Legs* em Coordenadas $dq0$

A Figura 23 mostra o diagrama em blocos do modelo físico da planta em coordenadas  $dq0$ , onde  $D_d$ ,  $D_q$  e  $D_o$  são as razões cíclicas no sistema de referência síncrona geradas pelo modulador e  $V_{cc}$  é a tensão do barramento CC. Lembrando que a função de transferência  $Y_{dq0}$ , representa a relação entre as variáveis de saída e entrada do sistema, nesse caso, a corrente e a tensão sintetizada pelo FAPP respectivamente. Desse modo,  $Y_{dq0}$ , é dado por:

$$Y_{dq0}(s) = \frac{i_{dq0}}{u_{dq0\ pwm}} \quad (4.120)$$

onde:

$$u_{dq0\ pwm} = V_{CC} \cdot D_{dq0}$$

Assim, substituindo (4.120) em (4.119), obtém-se:



$$\frac{i_{dq0}(s)}{D_{dq0}} = \begin{bmatrix} \frac{V_{CC}}{(R_f + s.L_f)} & \frac{V_{CC}}{(R_f + s.L_f)} & \frac{V_{CC}}{4(R_f + s.L_f)} \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

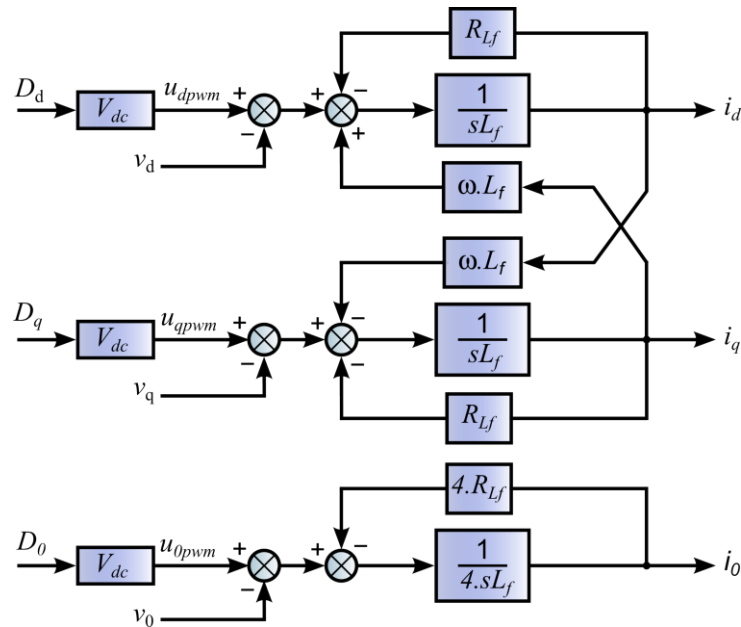


Figura 23 – Modelo em Diagrama de Blocos do Sistema em Coordenadas  $dq0$

#### 4.3 MODELO DO BARRAMENTO CC PARA O FAPP *FOUR-LEGS*

A potência ativa instantânea trifásica de entrada de um sistema a quatro fios dada por:

$$p = v_{sa} \cdot i_{sa} + v_{sb} \cdot i_{sb} + v_{sc} \cdot i_{sc} \quad (4.122)$$

Considerando as tensões e as correntes de entrada do FAPP senoidais, a potência ativa instantânea na entrada representada no sistema *SRF* é dada por:

$$p = 3 \frac{v_d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_d}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot v_d \cdot i_d}{2} \quad (4.123)$$

Onde  $v_d$  e  $i_d$  são as grandezas contínuas de tensão e corrente no eixo síncrono direto respectivamente.

Considerando as componentes contínuas da tensão e da corrente no sistema de referência síncrona,  $v_{dm}$  e  $i_{dm}$ , respectivamente, a potência ativa instantânea na entrada do sistema trifásica é dada por (4.124):

$$p_m = \frac{3 \cdot v_{dm} \cdot i_{dm}}{2} = p_{in} \quad (4.124)$$

Sendo a corrente de linha sem compensação  $i_{dL}$  no eixo síncrono direto representada por (4.125):

$$i_{dL} = i_{dLm} + i_{dLh} \quad (4.125)$$

Onde,

$i_{dLm}$  representa a parcela contínua da corrente de linha no eixo síncrono direto

$i_{dLh}$  representa a parcela oscilante da corrente de linha no eixo síncrono direto

E a potência ativa instantânea de saída dada por (4.126):

$$p_{out} = \frac{3 \cdot v_d \cdot i_{dL}}{2} \quad (4.126)$$

Então, substituindo (4.125) em (4.126), tem-se:

$$p_{out} = \frac{3 \cdot v_d \cdot (i_{dLm} + i_{dLh})}{2} \quad (4.127)$$

De (4.127), a potência ativa  $p_m$  é dada por (4.128):

$$p_m = \frac{3v_d \cdot i_{dLm}}{2} \quad (4.128)$$

Desse modo, (4.127) pode ser reescrita como:

$$p_{out} = p_m + \frac{3v_d \cdot i_{dLh}}{2} \quad (4.129)$$

A potência  $p_{sc}$  que flui pelo conversor é dada por (4.130):

$$p_{sc} = p_{in} - p_{out} \quad (4.130)$$

Assim, das equações (4.124) e (4.129), sabendo que  $i_{dLm}$  é igual a  $i_{dm}$ , (4.130) pode ser reescrita como (4.131):

$$p_{sc} = p_m - \left( p_m + \frac{3 \cdot v_d \cdot i_{dLh}}{2} \right) = p_h \quad (4.131)$$

Para compensar as perdas do conversor e manter constante a tensão do barramento CC, considera-se que existe uma parcela ativa de potência  $p_{cm}$  circulando entre a rede e o FAPP, dessa forma, a potência  $p_{sc}$  que flui pelo conversor é dada por (4.132).

$$p_{sc} = \frac{3v_d \cdot i_{cm}}{2} + p_h = p_{cm} + p_h \quad (4.132)$$

Então, considerando que a potência ativa  $p_{cm}$  é igual à potência  $p_{dc}$  no lado do barramento CC tem-se:

$$p_{cm} = \frac{3v_d \cdot i_{cm}}{2} = v_{dc} \cdot i_{dc} = p_{dc} \quad (4.133)$$

Sendo a equação da corrente do capacitor dada por:

$$i_{dc} = C_{dc} \cdot \frac{dv_{dc}}{dt} \quad (4.134)$$

De (4.133), a corrente pode ser obtida como:

$$i_{dc} = \frac{3v_d \cdot i_{cm}}{2v_{dc}} \quad (4.135)$$

Desse modo, substituindo (4.135) em (4.134) tem-se:

$$\frac{dv_{dc}}{dt} = \frac{3v_d \cdot i_{cm}}{2C_{dc} \cdot v_{dc}} \quad (4.136)$$

Realizando a modelagem por pequenos sinais, e escrevendo (4.136) em função dos valores médios instantâneos de  $v_{dc}$  e  $i_{cm}$ , obtém-se:

$$\langle v_{dc}(t) \rangle \cdot \frac{d\langle v_{dc}(t) \rangle}{dt} = \frac{3v_d \cdot \langle i_{cm}(t) \rangle}{2C_{dc}} \quad (4.137)$$

Aplicando pequenas perturbações aos termos  $v_{dc}$  e  $i_{cm}$ , tem-se:

$$\langle v_{dc}(t) \rangle = V_{dc} + \hat{v}_{dc}(t) \quad (4.138)$$

$$\langle i_{cm}(t) \rangle = I_{cm} + \hat{i}_{cm}(t) \quad (4.139)$$

Desse modo, substituindo (4.138) e (4.139) em (137), tem-se:

$$[V_{dc} + \hat{v}_{dc}(t)] \cdot \left[ \frac{dV_{dc}}{dt} + \frac{d\hat{v}_{dc}(t)}{dt} \right] = \frac{3[v_d \cdot (I_{cm} + \hat{i}_{cm}(t))]}{2C_{dc}} \quad (4.140)$$

Distribuindo os termos do lado esquerdo da equação (4.140) tem-se:

$$\frac{V_{dc}dV_{dc}}{dt} + \frac{V_{dc}d\hat{v}_{dc}(t)}{dt} + \frac{\hat{v}_{dc}(t)dV_{dc}}{dt} + \frac{\hat{v}_{dc}(t)d\hat{v}_{dc}(t)}{dt} = \frac{3[v_d \cdot I_{cm} + v_d \cdot \hat{i}_{cm}(t)]}{2C_{dc}} \quad (4.141)$$

Reescrevendo (4.141) sem os termos CC e o termo AC não-linear, tem-se:

$$\frac{V_{dc}d\hat{v}_{dc}(t)}{dt} + \frac{\hat{v}_{dc}(t)dV_{dc}}{dt} = \frac{3v_d \cdot \hat{i}_{cm}(t)}{2C_{dc}} \quad (4.142)$$

Sabendo-se que a derivada de uma constante é nula, (4.142) é dada por:

$$\frac{V_{dc}d\hat{v}_{dc}(t)}{dt} = \frac{3v_d \cdot \hat{i}_{cm}(t)}{2C_{dc}} \quad (4.143)$$

Como a função de transferência da planta de tensão é dada em função da variável de saída  $\hat{v}_{dc}$  pela variável de entrada  $\hat{i}_{cm}$ , aplicando a transformada de Laplace em (4.143), tem-se:

$$G_{pv}(s) = \frac{\hat{v}_{dc}(s)}{\hat{i}_{cm}(s)} = \frac{3v_d}{2C_{dc} \cdot V_{dc} \cdot s} \quad (4.144)$$

Considerando que a função de transferência do controlador PI é dada por:

$$G_{PI_v}(s) = K_{pv} \cdot \frac{(s + \omega_{zv})}{s} \quad (4.145)$$

O diagrama em blocos da malha de controle de tensão é mostrado na Figura 24.

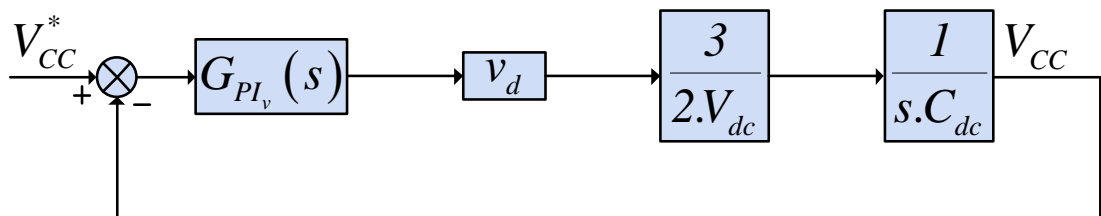


Figura 24 – Diagrama em blocos da malha de Tensão

#### 4.4 CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta a modelagem do filtro ativo *four-legs*. O primeiro modelo foi desenvolvido para o sistema de coordenadas *abc* na forma de espaço de estados. No entanto, com este modelo, percebe-se o acoplamento entre as fases, dificultando o controle das correntes de compensação do filtro.

O segundo modelo foi obtido através da transformada de *Clarke* aplicada ao modelo em coordenadas *abc*, onde também foi feita a normalização das variáveis envolvidas.

Para o modelo em  $\alpha\beta 0$ , possibilitou-se a obtenção de um circuito equivalente desacoplado.

O terceiro modelo foi obtido a partir da transformada de *Park* aplicada ao modelo em  $\alpha\beta 0$ . O circuito equivalente representado em *dq*, apresentou também o acoplamento das coordenadas. Contudo, esse efeito pode ser facilmente eliminado.

Também foi apresentada a metodologia de cálculo para obtenção das respectivas funções de transferências dadas as equações de estado da planta.

Por fim, foi apresentado o modelo da planta para o barramento CC, o qual é obtido utilizando a análise do balanço de potência. Empregando a metodologia de pequenos sinais, e aplicando a transformada de Laplace obteve-se o modelo da planta de tensão, a qual permite determinar o ganho dos controladores para a malha de tensão.

## 5 TÉCNICA DE MODULAÇÃO SPACE VECTOR APLICADA A INVERSORES TRIFÁSICOS FOUR-LEGS E CONTROLE DO FAPP

### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os conceitos para implementação da técnica de modulação *space vector* para inversores *four-legs*, empregada no acionamento das chaves de potência do FAPP. Algumas características relevantes do *DSP (Digital Signal Processor)* e condicionamento dos sinais com relação ao controle digital são descritas, além da metodologia de projeto dos controladores de corrente e tensão, assim como o procedimento de discretização, de modo a possibilitar implementá-los digitalmente na forma de equações a diferenças.

A modulação *space vector (SVM)* tem sido muito utilizada em inversores, pois permite reduzir o número de comutações das chaves e, conseqüentemente, as perdas de comutação. Também permite interferir no conteúdo harmônico da tensão de saída selecionando um entre os vários modos de sequência de comutação possíveis (PINHEIRO et al., 2002).

Muitas formas de implementação dos algoritmos de modulação *space vector* para inversores *four-legs* têm sido propostos, e algumas destas são mostradas em (ZHANG et al., 1997; SHEN; LEHN, 2002; PINHEIRO et al., 2002; CAMARGO et al., 2002; KOUZOU; MAHMOUDI; BOUCHERIT, 2009; XIANGSHENG et al., 2011).

Para o controle da malha de corrente, o controlador linear do tipo PI (Proporcional Integral) foi escolhido, por ser de fácil implementação e teoricamente apresentar erro nulo quando em regime permanente. Os métodos para se determinar os ganhos dos controladores são baseados na frequência de cruzamento desejada para o sistema e na alocação do zero do controlador. Por fim, através da transformada de Tustin, é abordada a discretização dos controladores das malhas de controle de corrente e tensão.

## 5.2 METODOLOGIA DE IMPLEMENTAÇÃO DA MODULAÇÃO *SPACE VECTOR*

A implementação da modulação *space vector* é dividida em cinco etapas:

- Definição dos vetores de comutação no espaço das tensões de saída do inversor;
- Identificação dos planos de separação dos setores no espaço das tensões de saída do inversor;
- Identificação dos planos limites no espaço das tensões de saída do inversor;
- Obtenção das matrizes de decomposição;
- Definição da sequência de comutação.

A modulação *SVM* formula o problema no espaço das tensões de fase de saída, onde se tem um grau de liberdade adicional para selecionar uma sequência de comutação específica para cada aplicação.

Quando comparado com a *PWM* senoidal (*SPWM*), a *SVM* permite o melhor aproveitamento da tensão do barramento CC, visto que a área da razão cíclica resultante é maior que a do *SPWM* e com isso o índice de modulação pode ser aumentado. A tensão de saída de um inversor com modulação *SV* é  $2/\sqrt{3}$  vezes maior que um inversor com modulação *SPWM*, ou seja, 15,47% a mais (SHEN; LEHN, 2002). Outra característica importante da modulação *SVM* é em relação à operação na região de sobremodulação à qual a *SVM* adapta-se bem (PINHEIRO et al., 2002).

Os inversores trifásicos a 4 fios são utilizados para proporcionar o controle das correntes de sequência zero (QUINN; MOHAN, 1992; MENDALEK, 2009). A Figura 255 mostra a topologia do inversor de tensão trifásico *four-legs* a fim de facilitar a análise do funcionamento.



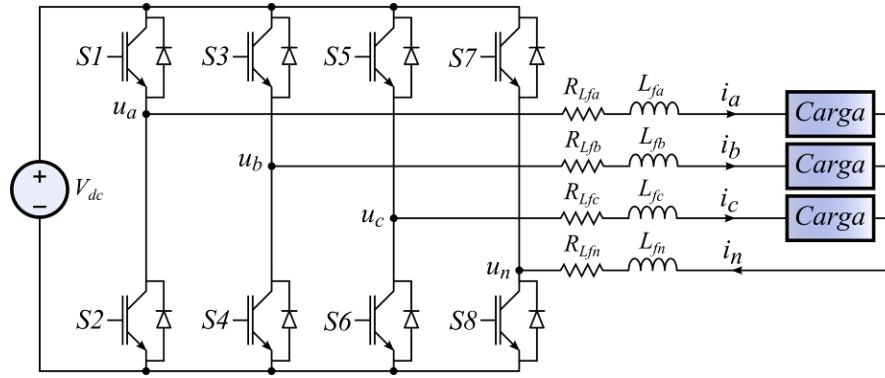


Figura 25 – Topologia do Inversor de tensão Trifásico *Four-Legs*

Assumindo que as chaves de cada braço do inversor são acionadas de forma complementar, podem-se definir 16 possíveis estados de condução, sendo que o conversor pode sintetizar três tensões de saída linearmente independentes que podem ser representadas em um espaço tridimensional. Neste espaço tridimensional os estados de condução do inversor são representados por 16 vetores de comutação. A tabela 10 mostra os vetores de comutação e as tensões normalizadas que são produzidas pelo inversor em coordenadas  $abc$  e  $\alpha\beta 0$ .

Conforme já definida anteriormente a matriz de transformação linear que representa a transformada de *Clarke* (5.1) é utilizada para se obter os vetores no sistema de coordenadas  $\alpha\beta 0$  a partir dos mesmos vetores em coordenadas  $abc$ .

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Como exemplo, tomando os valores de tensão, normalizados pela tensão do barramento CC, para o vetor de comutação  $V_2$  da Tabela 10, em coordenadas  $abc$ , nota-se da coluna que identifica os estados topológicos das chaves que, somente  $S_5$  estará fechada, assim  $v_{an} = 0$ ,  $v_{bn} = 0$  e  $v_{cn} = 1$  e a tensões correspondentes em coordenadas  $\alpha\beta 0$  são determinadas da seguinte forma:

$$v_\alpha = \sqrt{2/3} \times (1 \times v_{an} - 1/2 \times v_{bn} - 1/2 \times v_{cn})$$

$$v_\alpha = \sqrt{2/3} \times (1 \times 0 - 1/2 \times 0 - 1/2 \times 1) = -\sqrt{6}/6,$$

$$v_{\beta} = \sqrt{2/3} \times (0 \times v_{an} + \sqrt{3}/2 \times v_{bn} - \sqrt{3}/2 \times v_{cn}) = -\sqrt{2}/2$$

$$v_0 = \sqrt{2/3} \times (1/\sqrt{2} \times 1) = \sqrt{3}/3$$

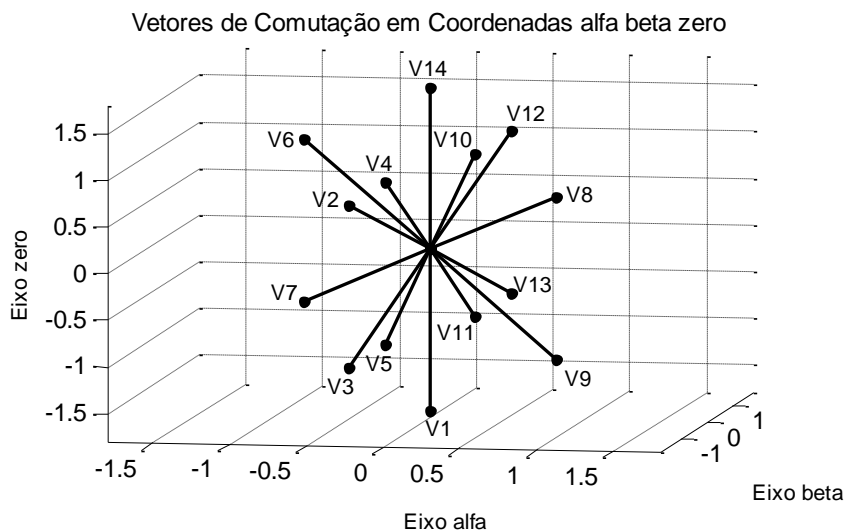
O mesmo procedimento é realizado para se obter todas as tensões em coordenadas  $\alpha\beta 0$  para o restante dos vetores de comutação apresentados na Tabela 6.

**Tabela 6 – Vetores de Comutação – Inversor Trifásico *Four-Legs***

Vetores de Comutação	Estados Topológicos Das Chaves				Tensões Normalizadas						
	$S_1$	$S_3$	$S_5$	$S_7$	<i>abc</i>			$\alpha\beta 0$			
	$S_1$	$S_3$	$S_5$	$S_7$	$v_{an}$	$v_{bn}$	$v_{cn}$	$v_{\alpha}$	$v_{\beta}$	$v_0$	
V0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
V1	0	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	$-\sqrt{3}$	
V2	0	0	1	0	0	0	1	$-\sqrt{6}/6$	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/3$	
V3	0	0	1	1	-1	-1	0	$-\sqrt{6}/6$	$-\sqrt{2}/2$	$-2 \cdot \sqrt{3}/3$	
V4	0	1	0	0	0	1	0	$-\sqrt{6}/6$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/3$	
V5	0	1	0	1	-1	0	-1	$-\sqrt{6}/6$	$\sqrt{2}/2$	$-2 \cdot \sqrt{3}/3$	
V6	0	1	1	0	0	1	1	$-\sqrt{6}/3$	0	$2 \cdot \sqrt{3}/3$	
V7	0	1	1	1	-1	0	0	$-\sqrt{6}/3$	0	$-\sqrt{3}/3$	
V8	1	0	0	0	1	0	0	$\sqrt{6}/3$	0	$\sqrt{3}/3$	
V9	1	0	0	1	0	-1	-1	$\sqrt{6}/3$	0	$-2 \cdot \sqrt{3}/3$	
V10	1	0	1	0	1	0	1	$\sqrt{6}/6$	$-\sqrt{2}/2$	$2 \cdot \sqrt{3}/3$	
V11	1	0	1	1	0	-1	0	$\sqrt{6}/6$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/3$	
V12	1	1	0	0	1	1	0	$\sqrt{6}/6$	$\sqrt{2}/2$	$2 \cdot \sqrt{3}/3$	
V13	1	1	0	1	0	0	-1	$\sqrt{6}/6$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/3$	
V14	1	1	1	0	1	1	1	0	0	$\sqrt{3}$	
V15	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	

Observar que as tensões  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$ ,  $v_{cn}$ ,  $v_{\alpha}$ ,  $v_{\beta}$  e  $v_0$  são normalizadas em relação à tensão do barramento.

Os vetores de comutação em coordenadas  $\alpha\beta 0$  são mostrados na Figura 26.



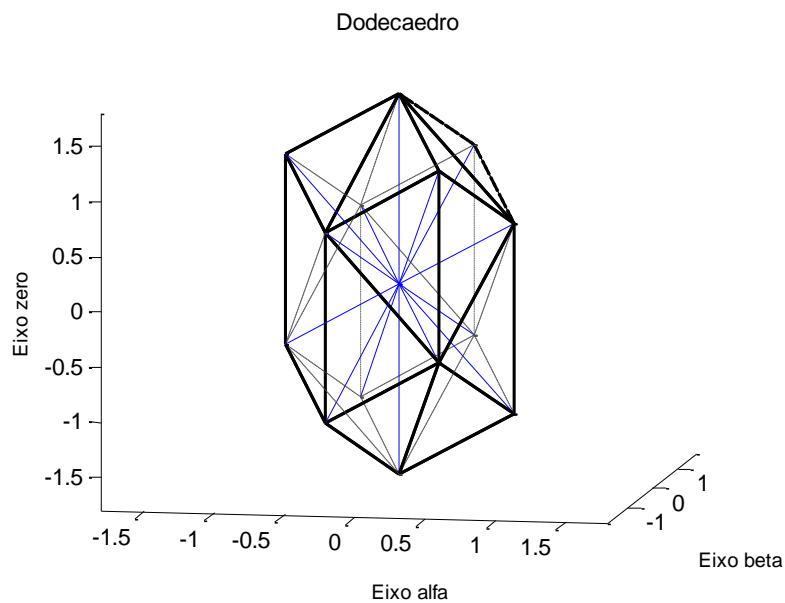
**Figura 26 – Vetores de Comutação em Coordenadas  $\alpha\beta 0$**

Existem dois vetores nulos,  $V_0$  e  $V_{15}$ , que não são mostrados na figura e estão na origem dos eixos  $\alpha\beta 0$ .

As extremidades dos vetores de comutação em coordenadas  $\alpha\beta 0$  definem os vértices de um poliedro de 12 faces, também conhecido como dodecaedro conforme mostra a Figura 27. O programa disponível no anexo A também permite plotar o dodecaedro.

### 5.2.1 Planos de Separação e Definição dos Tetraedros

O princípio da modulação  $SV$  é sintetizar a tensão média produzida pelo inversor sobre um período de comutação, usando uma combinação dos possíveis vetores de comutação. Desta forma utilizam-se os vetores de comutação mais próximos do vetor de comando para sintetizar a tensão, que resultará em menor ondulação sobre as correntes nos indutores e tensões nos capacitores do filtro de saída. As Figura 28, Figura 29 e Figura 30 mostram os planos de separação do dodecaedro que são definidos nas equações (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), (5.6) e (5.7). De forma a obter um vetor de comando  $u_{cmd}$  que resulte em uma menor ondulação sobre as correntes do filtro, os vetores de comutação mais próximos do vetor de comando devem ser utilizados.



**Figura 27 – Dodecaedro**

As equações que definem os planos de separação são mostradas a seguir,

$$P_{S1} = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$P_{S2} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$P_{S3} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$P_{S4} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$P_{S5} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/6 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$P_{S6} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/6 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

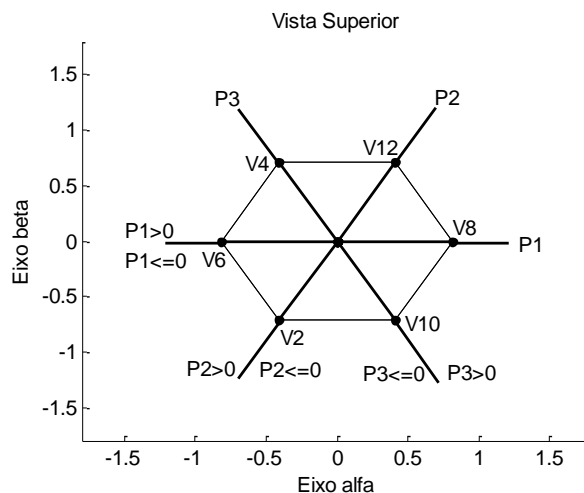


Figura 28 – Vista Superior do Dodecaedro – Planos de separação P1, P2 e P3

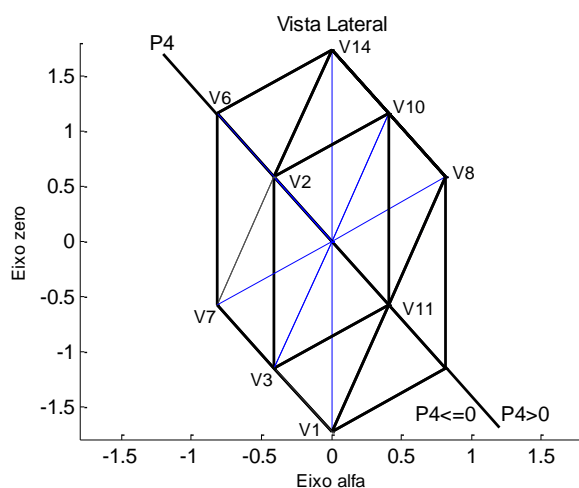


Figura 29 – Vista Lateral do Dodecaedro – Plano de separação P4

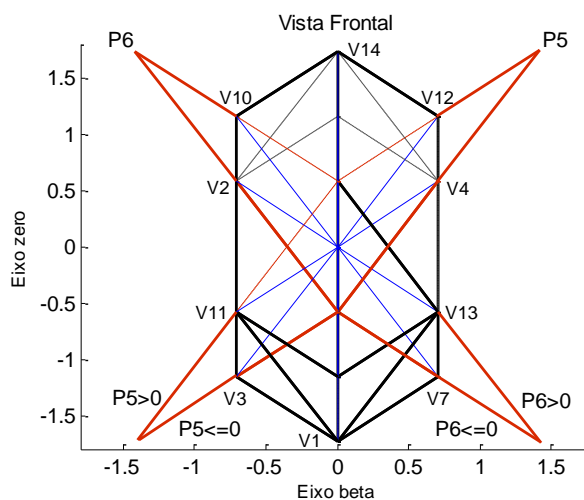


Figura 30 – Vista frontal do Dodecaedro – Planos de separação P5 e P6

Para condições normais com carga e fonte equilibradas ou levemente desequilibradas os vetores irão seguir uma trajetória circular que passa através dos

tetraedros 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22 e 23. Em desequilíbrios severos os vetores seguirão uma trajetória que pode passar através dos tetraedros 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 20, 21 e 24, dependendo do desequilíbrio (ZHANG et al., 1997). A Tabela 7 ilustra como identificar cada Tetraedro.

**Tabela 7 – Algoritmo para Identificação dos Tetraedros**

<b>Condições de Limite dos Tetraedros</b>	<b>Tetraedro</b>	<b>Vetores de Comutação do Tetraedro</b>	<b>Sistemas Equilibrados / Levemente Desequilibrados</b>
$(P1 \& P5) > 0 \& P2 \leq 0$	1	$V0, V8, V12, V14, V15$	Não
$P6 > 0 \& (P2 \& P5) \leq 0$	2	$V0, V8, V12, V13, V15$	Sim
$(P1 \& P4) > 0 \& P6 \leq 0$	3	$V0, V8, V9, V13, V15$	Sim
$P1 > 0 \& (P2 \& P4) \leq 0$	4	$V0, V1, V9, V13, V15$	Não
$(P2 \& P3 \& P5) > 0$	5	$V0, V4, V12, V14, V15$	Não
$(P2 \& P4) > 0 \& P5 \leq 0$	6	$V0, V4, V12, V13, V15$	Sim
$(P3 \& P6) > 0 \& P4 \leq 0$	7	$V0, V4, V5, V13, V15$	Sim
$(P2 \& P3) > 0 \& P6 \leq 0$	8	$V0, V1, V5, V13, V15$	Não
$(P1 \& P4) > 0 \& P3 \leq 0$	9	$V0, V4, V6, V14, V15$	Não
$(P1 \& P5) > 0 \& P4 \leq 0$	10	$V0, V4, V6, V7, V15$	Sim
$P6 > 0 \& (P3 \& P5) \leq 0$	11	$V0, V4, V5, V7, V15$	Sim
$P1 > 0 \& (P3 \& P6) \leq 0$	12	$V0, V1, V5, V7, V15$	Não
$(P2 \& P4) > 0 \& P1 \leq 0$	13	$V0, V2, V6, V14, V15$	Não
$P6 > 0 \& (P1 \& P4) \leq 0$	14	$V0, V2, V6, V7, V15$	Sim
$(P2 \& P5) > 0 \& P6 \leq 0$	15	$V0, V2, V3, V7, V15$	Sim
$P2 > 0 \& (P1 \& P5) \leq 0$	16	$V0, V1, V3, V7, V15$	Não
$P6 > 0 \& (P2 \& P3) \leq 0$	17	$V0, V2, V10, V14, V15$	Não
$P4 > 0 \& (P3 \& P6) \leq 0$	18	$V0, V2, V10, V11, V15$	Sim
$P5 > 0 \& (P2 \& P4) \leq 0$	19	$V0, V2, V3, V11, V15$	Sim
$(P2 \& P3 \& P5) \leq 0$	20	$V0, V1, V3, V11, V15$	Não
$(P3 \& P6) > 0 \& P1 \leq 0$	21	$V0, V8, V10, V14, V15$	Não
$(P3 \& P5) > 0 \& P6 \leq 0$	22	$V0, V8, V10, V11, V15$	Sim
$P4 > 0 \& (P1 \& P5) \leq 0$	23	$V0, V8, V9, V11, V15$	Sim
$P3 > 0 \& (P1 \& P4) \leq 0$	24	$V0, V1, V9, V11, V15$	Não

### 5.2.2 Vetor da Ação de Controle, Matrizes de Decomposição e Definição dos Intervalos de Comutação

Para verificação dos padrões de pulsos para cada um dos 24 tetraedros, procedeu-se a simulação de um inversor em malha aberta.

Para os tetraedros onde o vetor de comando representa sistemas com forte desequilíbrio foi efetuada simulação conforme segue.

#### 5.2.2.1 Definição das equações para o Tetraedro 1

Considerando a sequência de comutação simétrica para o tetraedro 1 conforme mostrado na Figura 31, a média da tensão de saída do inversor produzida pelo vetor da ação de controle é dada pela equação (5.8).

$$\bar{u}_{cmd} = \frac{1}{T_S} \int_{t_1}^{t_2} V8.dt + \int_{t_2}^{t_3} V12.dt + \int_{t_3}^{t_4} V14.dt + \int_{t_5}^{t_6} V14.dt + \int_{t_6}^{t_7} V12.dt + \int_{t_7}^{t_8} V8.dt \quad (5.8)$$

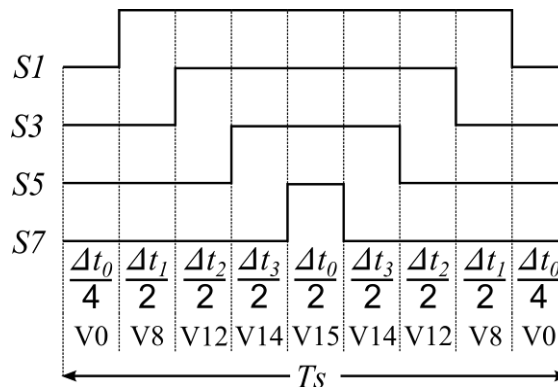


Figura 31 – Distribuição dos Tempos de Comutação Simétrica – Tetraedro 1

Como os vetores V0 e V15 são nulos e os vetores V8, V12 e V14 são constantes a equação (5.9) pode ser escrita como,

$$\bar{u}_{cmd} = \frac{1}{T_s} [V8 \quad V12 \quad V14] \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Como pretende-se encontrar os intervalos de tempo, multiplicam-se ambos os lados de (5.10) por  $[V8 \quad V12 \quad V14]^{-1}$ :

$$[V8 \quad V12 \quad V14]^{-1} \bar{u}_{cmd} = \frac{1}{T_s} [V8 \quad V12 \quad V14]^{-1} [V8 \quad V12 \quad V14] \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Então tem-se,

$$\begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{bmatrix} = [V8 \quad V12 \quad V14]^{-1} \bar{u}_{cmd} T_s \quad (5.11)$$

Portanto, para se determinar os intervalos de tempo no tetraedro 1 para a seqüência de comutação simétrica, utiliza-se a equação (5.12).

$$\begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{bmatrix} = [M_1] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\theta \end{bmatrix} T_s \quad (5.12)$$

onde,

$$M_1 = [V8 \quad V12 \quad V14]^{-1} \quad (5.13)$$

A matriz inversa formada pelos vetores não nulos é denominada matriz de decomposição, onde para o tetraedro 1 tem-se a seguinte forma,

$$M_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/3 & \sqrt{6}/6 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/3 & 2\sqrt{3}/3 & \sqrt{3} \end{bmatrix}^{-1} \quad (5.14)$$



Portanto,

$$M_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

E os intervalos de tempo para o tetraedro 1 são calculados como:

$$\begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s \quad (5.16)$$

Então os intervalos de tempo são determinados pelas equações abaixo,

$$\Delta t_1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{2} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$$

$$\Delta t_2 = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s \quad (5.17)$$

$$\Delta t_3 = \left( \frac{-\sqrt{6}}{6} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$$

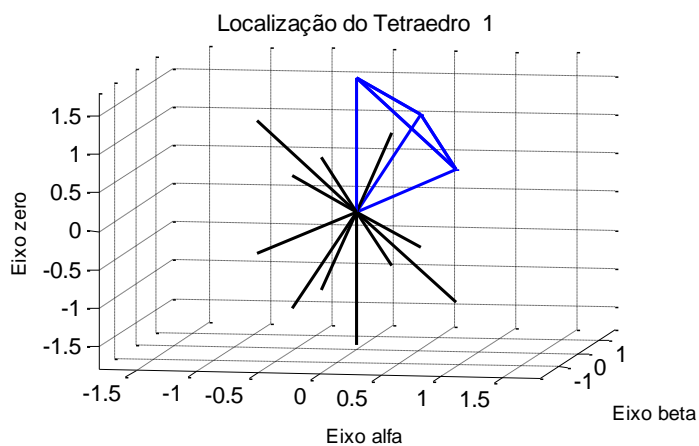
O intervalo de tempo dos vetores nulos é calculado pela seguinte equação:

$$\Delta t_0 = T_s - (\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3) \quad (5.18)$$

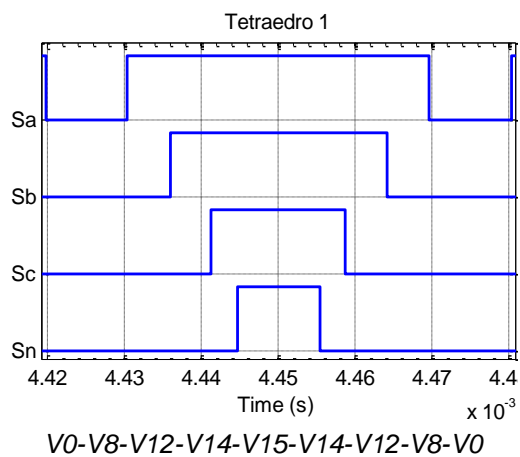
A Figura 32 apresenta a localização do tetraedro 1 para o plano de coordenadas  $\alpha\beta 0$ . A figura Figura 33 apresenta o prado de pulso.

Para os tetraedros restantes, o Apêndice A mostra as equações para o calculo dos intervalos de tempo para cada tetraedro, mostrando a localização do

tetraedro no plano tridimensional com coordenadas  $\alpha\beta 0$  e o padrão de pulso respectivamente.

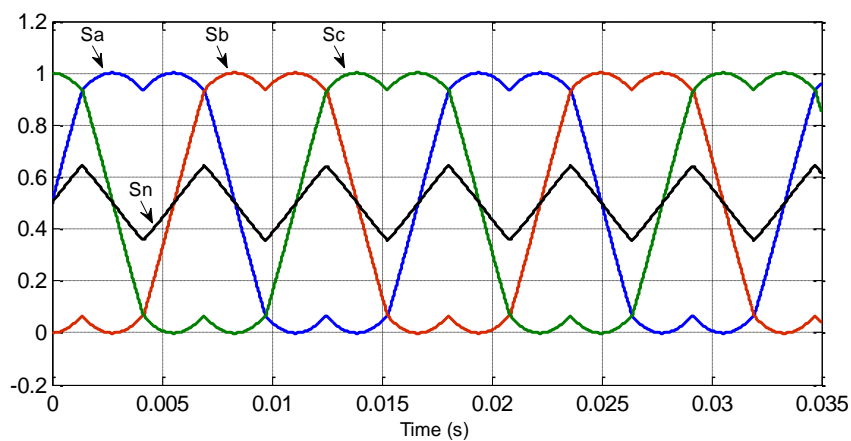


**Figura 32 – Localização do Tetraedro 1**



**Figura 33 – Padrão de Pulso para o Tetraedro 1**

A Figura 34 mostra as formas de onda das razões cíclicas geradas pela modulação SVM, as quais foram obtidas através de simulação implementada no *Simulink* das equações apresentadas.



**Figura 34 – Razões Cíclicas Geradas pela Modulação Space Vector**

### 5.3 CARACTERÍSTICAS RELEVANTES DO SISTEMA DE CONDICIONAMENTO DE SINAIS E DO DSP

#### 5.3.1 Considerações sobre os Sensores de Corrente

Os sensores de efeito *Hall*, foram escolhidos como meio de medição das variáveis de tensão e corrente para o FAPP, visto suas excelentes características com relação a precisão e linearidade em sua faixa de trabalho.

Para as medições de corrente, o sensor LA-100 foi utilizado, e suas características são mostradas na Tabela 8.

Tabela 8 – Características do Sensor LA100-P

Característica		Valor				Unidade
Corrente eficaz nominal do primário [ $I_{PN}$ ]		100				A
Faixa de medição da corrente primária [ $I_{PM}$ ]		0...±150				A
Resistor de Medição [ $R_M$ ]		$T_A=70^\circ\text{C}$		$T_A=70^\circ\text{C}$		
		$R_{Mmin}$	$R_{Mmax}$	$R_{Mmin}$	$R_{Mmax}$	
±12V	@±100A (Max.)	0	50	0	42	$\Omega$
	@±120A	0	22	0	14	$\Omega$
±15V	@±100A	0	110	20	102	$\Omega$
	@±150A	0	33	20	25	$\Omega$
Corrente eficaz nominal do secundário [ $I_{SN}$ ]		50				mA
Relação de Transformação [ $K_N$ ]		1:2000				
Tensão de alimentação [ $V_C$ ]		±12...15				V
Consumo de Corrente [ $I_C$ ]		10 (@ ± 15V) + $I_S$				mA

A fim de fornecer o valor medido em forma de tensão, é necessário que se determine um resistor que será conectado à sua saída, conforme mostrado na Figura 35.

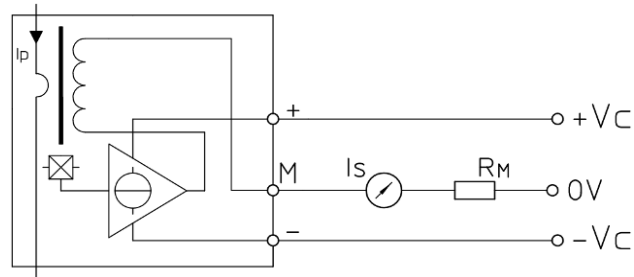


Figura 35 – Esquema e conexões do Sensor de Corrente LA100-P

O ganho do sensor de corrente é dado pela equação (5.19)

$$K_{Si} = K_{Ni} \cdot N_i \cdot R_{Mi} \quad (5.19)$$

onde  $N_i$  é o número de espiras de medição no primário do sensor.

A relação de transformação do sensor  $K_{Ni}$  é dada por:

$$K_{Ni} = \frac{I}{2000} \quad (5.20)$$

Considerando que a corrente eficaz nominal do FAPP é 10A e do sensor 100A, optou-se por utilizar quatro espiras de medição no sensor para melhor utilização em relação à sua escala nominal. Nesse caso, o sensor fará a leitura da corrente nominal do FAPP como sendo 40A. O erro de linearidade do sensor é menor que 0,15%. Então a escala de 20A utilizada não representa um problema.

Para o caso considerado, deseja-se um ganho de 0,2 para o sensor de corrente. Então o resistor de medição será determinado através da equação (5.21).

$$R_{Mi} = \frac{K_{Si}}{K_{Ni} \cdot N_i} \quad (5.21)$$

Assim, substituindo os valores, tem-se:

$$R_{Mi} = \frac{0,2}{\left(\frac{I}{2000}\right) \cdot 4} = 100\Omega \quad (5.22)$$

Dessa forma, o ganho  $K_{Si}$  encontrado é dado por:

$$K_{Si} = \frac{I}{2000} \cdot 4 \cdot 100 = 0,2 \quad (5.23)$$

A corrente do secundário do sensor, considerando a corrente nominal do FAPP será dada por:

$$I_S = K_{Ni} \cdot N_i \cdot I_P \quad (5.24)$$

Logo, substituindo os devidos valores, tem-se:

$$I_S = \frac{I}{2000} \cdot 4 \cdot 10 = 20mA \quad (5.25)$$

Desta forma, a corrente secundária de trabalho do sensor ficará em pouco menos da metade de seu valor nominal, como verificado pela Tabela 12.

Com isso a tensão sobre o resistor de medição será dada por:

$$V_{RMi} = I_S \cdot R_{Mi} = 0,02 \cdot 100 = 2V \quad (5.26)$$

Para que o *DSP* trabalhe com a representação real dos valores de corrente, a equação a ser implementada é dada por:

$$I = \left( \frac{D_{A/D} - Offset}{K_{A/D}} \cdot \frac{I}{K_{Si} \cdot K_{fa}} \right) \quad (5.27)$$

onde,

$D_{A/D}$  representa o valor digital de leitura do conversor A/D, que pode assumir valores representados por 12 bits, ou seja, de 0 a 4095.

*Offset* é o valor a ser somado ao sinal de entrada no estágio de condicionamento após o filtro anti-aliasing. Neste projeto o valor de *offset* utilizado foi de 1,5V o qual é representado pelo valor digital 2047.

$K_{A/D}$  é o ganho representado pelo conversor A/D do DSP, e dado pela equação (5.28).

$K_{fa}$  é o ganho DC do primeiro estágio de condicionamento de sinais.

$$K_{A/D} = \frac{1}{\left(\frac{V_{A/D}}{2^{12} - 1}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4096 - 1}\right)} = 1365 \quad (5.28)$$

O circuito de condicionamento possui dois estágios, sendo o primeiro ilustrado na Figura 36.

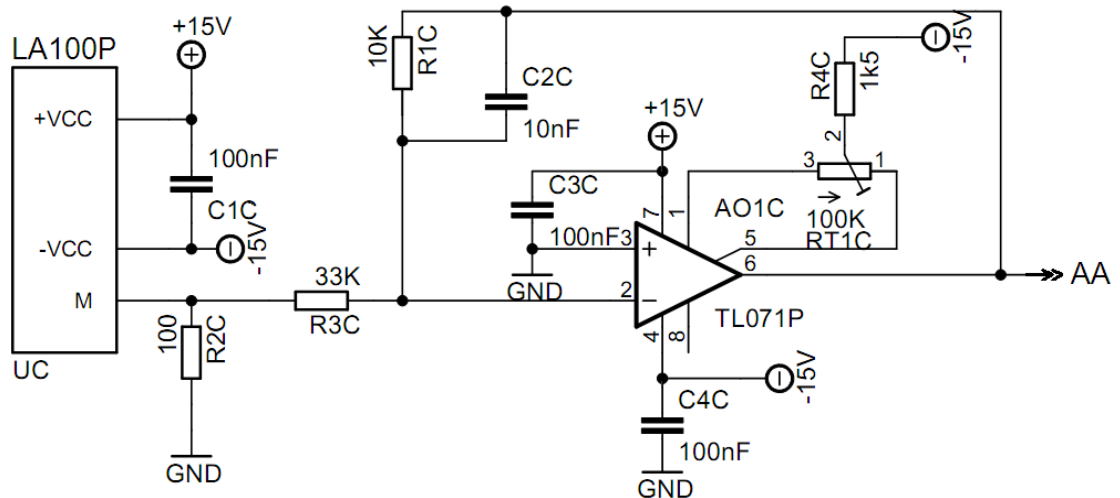


Figura 36 – Circuito do Primeiro estágio de Condicionamento de Sinais

Como é possível verificar, o primeiro estágio consiste em um filtro anti-aliasing, o qual possui frequência de corte definida pelo resistor/capacitor de realimentação, sendo dada pela equação (5.29). Este filtro deve ser projetado com frequência de corte correspondente à metade da frequência de amostragem dos conversores A/D, a qual é de 40kHz.

$$f_{c_F} = \frac{1}{2\pi \cdot R1 \cdot C2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \times 10^3 \cdot 800 \times 10^{-12}} \cong 20 \text{kHz} \quad (5.29)$$

O segundo estágio, mostrado na Figura 37, é formado por um circuito somador não inversor, que tem como função, adicionar um *offset* de 1,5V ao sinal do primeiro estágio, deixando o sinal somente com níveis positivos, de modo a não danificar a entrada analógica do *DSP*, cujo o valor máximo permitido é de 3V.

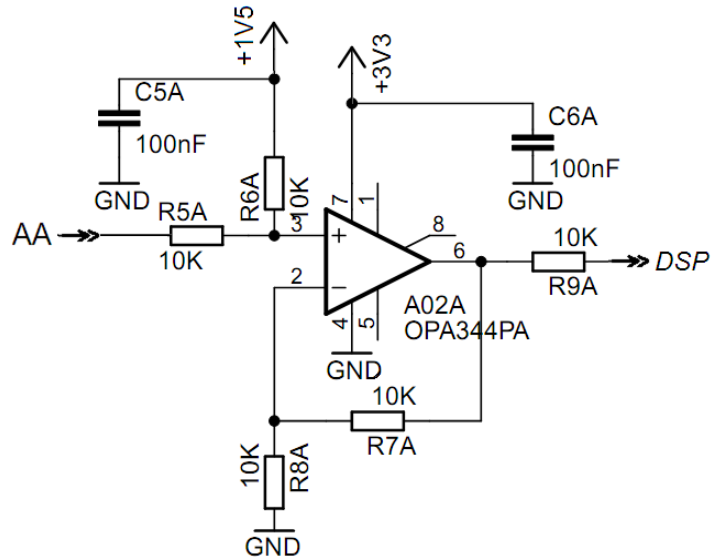


Figura 37 – Circuito do Segundo estágio de Condicionamento de Sinais

Além disso, em baixas frequências, esse circuito representa um ganho definido pelo resistor de realimentação e o resistor de entrada, dado pela equação 5.30.

$$K_{fa} = \frac{R1}{R3} = 0,303 \quad (5.30)$$

Desse modo, para que o algoritmo de controle do FAPP trabalhe com o valor real da corrente medida, o *DSP* deve realizar o cálculo representado na equação (5.31), ou seja:

$$I = \left( \frac{D_{A/D} - 2047}{1365} \cdot \frac{I}{0,2 * 0,303} \right) \quad (5.31)$$

A função de transferência que representa o sistema de condicionamento, desconsiderando a dinâmica do sensor, é dada por:

$$H_{st}(s) = \frac{I}{s.C2.RI + I} = \frac{I}{s.8x10^{-6} + I} \quad (5.32)$$

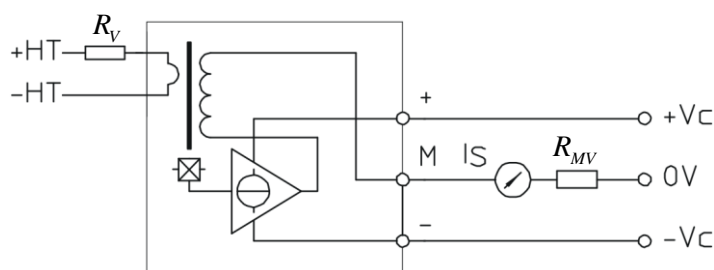
### 5.3.2 Considerações sobre os Sensores de Tensão

Para as medições de tensão, o sensor LV25-P foi utilizado, e suas características são mostradas na Tabela 9.

**Tabela 9 – Características do Sensor LV25-P**

Característica		Valor		Unidade
Corrente eficaz nominal do primário [ $I_{PN}$ ]		10		mA
Faixa de medição da corrente primária [ $I_{PM}$ ]		0...±14		mA
Resistor de Medição [ $R_{MV}$ ]		$R_{Mmin}$	$R_{Mmax}$	
±12V	@±10mA (Max.)	30	190	Ω
	@±14mA	30	100	Ω
±15V	@±10mA	100	350	Ω
	@±14mA	100	190	Ω
Corrente eficaz nominal do secundário [ $I_{SN}$ ]		25		mA
Relação de Transformação [ $K_{NV}$ ]		2500:1000		
Tensão de alimentação [ $V_C$ ]		±12...15		V
Consumo de Corrente [ $I_C$ ]		10 (@ ± 15V) + $I_s$		mA

O sensor de tensão LV25-P tem o mesmo princípio de funcionamento se comparado com o sensor de corrente descrito anteriormente. O circuito interno e seus terminais de conexão são mostrados na Figura 38.



**Figura 38 – Esquema e conexões do Sensor de Tensão LV25-P**



Assim, o LV25-P necessita da utilização de dois resistores no estágio de medição, sendo eles  $R_V$  e  $R_{MV}$ , representados na Figura 37.

Primeiramente, o resistor  $R_V$  que será ligado diretamente na tensão da rede, tem a função de limitar a corrente a um valor máximo de 10mA. Este foi escolhido com valor de 27 k $\Omega$ , limitando a corrente em aproximadamente metade do valor recomendado da Tabela 13. Já para o resistor  $R_{MV}$ , foi escolhido o valor mínimo recomendado, nesse caso, 100 $\Omega$ .

O ganho representado pelo sensor de tensão,  $K_{SV}$  é dado pela equação (5.33).

$$K_{SV} = \frac{K_{Nv} \cdot R_{Mv}}{R_V} = \frac{2,5 * 100}{27000} \quad (5.33)$$

Dessa forma, o *DSP* deve realizar o cálculo mostrado na equação (5.34), para que o valor real da tensão medida seja utilizado no algoritmo.

$$V = \left( \frac{D_{A/D} - Offset}{1365} \cdot \frac{I}{9,26 \times 10^{-3} * 0,303} \right) \quad (5.34)$$

Outra importante característica do *DSP*, é em relação ao ganho do sistema *PWM*, o qual está relacionado com um contador que gera um sinal triangular dependente da frequência de chaveamento ( $f_{sw}$ ) a ser adotada e da frequência de trabalho do *DSP* ( $f_{DSP}$ ). A equação (5.35), define o valor máximo do contador.

$$V_{PWM} = \frac{f_{DSP}}{2 \cdot f_{sw}} = \frac{150 \times 10^6}{2 \cdot 20000} = 3750 \quad (5.35)$$

Assim, o valor correspondente ao ganho *PWM* a ser considerado na malha de corrente é dado pela equação (5.36).

$$G_{PWM} = \frac{I}{V_{PWM}} = \frac{I}{3750} = 2,66 \times 10^{-4} \quad (5.36)$$

## 5.4 PROJETO DOS CONTROLADORES DAS MALHAS DE TENSÃO E CORRENTE

### 5.4.1 Compensador da Malha de Corrente do FAPP

Considerando o modelo da planta de corrente obtido no capítulo 4, e utilizando a técnica de desacoplamento entre as correntes  $i_d$  e  $i_q$ , o sistema de controle de corrente do FAPP em coordenadas  $dq0$ , é mostrado na Figura 39.

Sabendo que as funções de transferência que representam o FAPP em  $dq$  são idênticas, os controladores para ambos os eixos são projetados do mesmo modo. Já para o eixo zero, os ganhos obtidos para os controladores em  $dq$ , devem ser multiplicados por quatro, devido às características da função de transferência obtida para o eixo em questão.

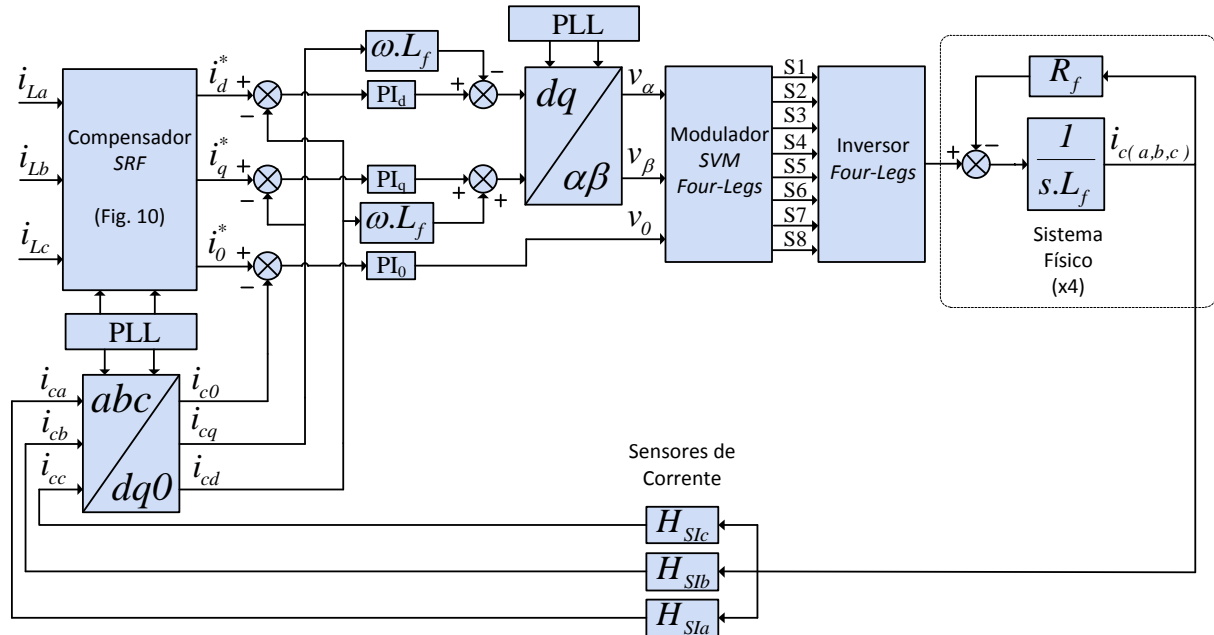


Figura 39 – Diagrama em Blocos do Sistema de Controle em Coordenadas  $dq0$

A função de transferência da planta de corrente em coordenadas síncronas  $dq$ , é dada por:

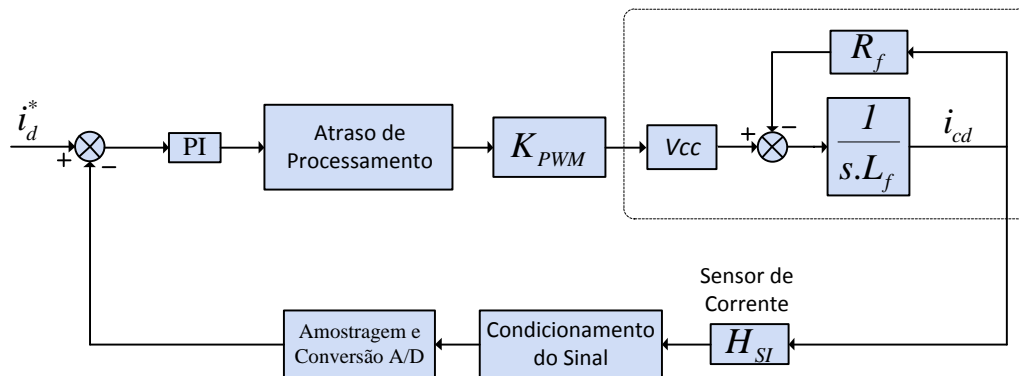
$$G_{P\_dq}(s) = \frac{V_{cc}}{s.L_f + R_{L_f}} \quad (5.37)$$

Os parâmetros iniciais para o projeto dos controladores de corrente são apresentados na Tabela 10.

**Tabela 10 - Parâmetros Iniciais para o Projeto do Controlador de Corrente**

Indutores de acoplamento do FAPP ( $L_f$ )	1,075 mH
Resistência série do indutor de acoplamento ( $R_{L_f}$ )	0,22 $\Omega$
Tensão do Barramento CC ( $V_{cc}$ )	400 V
Frequência de amostragem do conversor A/D ( $f_{sa}$ )	40 kHz
Frequência de chaveamento ( $f_{sw}$ )	20 kHz
Ganho do modulador PWM ( $G_{K_{pwm}}$ )	$2,66 \times 10^{-4}$

Para o projeto de controle da malha de corrente, considerando as particularidades do processamento digital, será utilizado o diagrama em blocos mostrado na Figura 40.



**Figura 40 – Diagrama em Blocos do Sistema de Controle em Coordenadas  $dq0$**

Da Figura 40, nota-se que a função de transferência de malha aberta  $G_{i_{MA\_dq}}(s)$  do sistema é dada pela equação (5.38).

$$G_{i_{MA\_dq}}(s) = G_{PI\_i}(s) \cdot G_{At}(s) \cdot G_{K_{pwm}}(s) \cdot G_{P\_dq}(s) \cdot H_{SI}(s) \quad (5.38)$$

Sendo a função de transferência do controlador PI dada pela equação (5.39).

$$G_{PI\_i}(s) = K_{Pi} + \frac{K_{Ii}}{s} = \frac{K_{Pi}s + K_{Ii}}{s} \quad (5.39)$$

ou ainda,

$$G_{PI\_i}(s) = K_{Pi} \cdot \frac{(s + \omega_{Zi})}{s} \quad (5.40)$$

onde  $\omega_{Zi}$  representa a frequência angular do zero do controlador sendo dado pela equação (5.41).

$$\omega_z = \frac{K_I}{K_P} \quad (5.41)$$

Assim, a posição do zero no plano 's' será dada por:

$$\begin{aligned} s + \omega_z &= 0 \\ s &= -\frac{K_I}{K_P} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Nota-se que para este tipo de controlador, o pólo está localizado na origem, ou seja,  $s = 0$ .

O zero do controlador, será alocado de modo que este contribua com o aumento da fase do sistema na frequência de cruzamento. De maneira a obter-se uma contribuição expressiva sobre a fase do sistema, o zero deve ser alocado a pelo menos uma década abaixo da frequência de cruzamento. Já a frequência de cruzamento deve ficar entre um quarto a um décimo da frequência de chaveamento, para que o sistema obtenha um tempo de resposta adequado (SILVA, 2001; BARBI, 2007).

Desse modo, a frequência de cruzamento e do zero do controlador da malha de corrente, são escolhidas conforme mostrado na Tabela 11.

**Tabela 11 – Especificações para projeto dos controladores PI de Corrente.**

Frequência de cruzamento ( $\omega_{ci}$ )	$2\pi.f_{sw}/8 \text{ rad/s}$
Frequência do Zero do Controlador PI ( $\omega_{zi}$ )	$2\pi.f_{sw}/400 \text{ rad/s}$

A função de transferência que representa o atraso de processamento  $G_{At}(s)$  mostrado na Figura 39, considerando a primeira aproximação de Pade de primeira ordem (BUSO; MATTAVELLI, 2006), é definida na equação (5.43).

$$G_{At}(s) = \frac{1 - \frac{s.T_{sw}}{4}}{1 + \frac{s.T_{sw}}{4}} \quad (5.43)$$

Sabendo que o período de chaveamento é  $T_{sw} = 1 / 20000$ , tem-se:

$$G_{At}(s) = \frac{1 - \frac{s.50 \times 10^{-6}}{4}}{1 + \frac{s.50 \times 10^{-6}}{4}} = \frac{1 - s.12,5 \times 10^{-6}}{1 + s.12,5 \times 10^{-6}} \quad (5.44)$$

Assim, a equação que representa o sistema de controle de corrente em malha aberta, é reescrita em (5.45).

$$G_{i_{MA\_dq}}(s) = \left( K_{pi} \cdot \frac{(s + \omega_{zi})}{s} \right) \cdot \left( \frac{1 - s.12,5 \times 10^{-6}}{1 + s.12,5 \times 10^{-6}} \right) \cdot (2,66 \times 10^{-4}) \cdot \left( \frac{400}{s.1.074 \times 10^{-3} + 0,22} \right) \cdot \left( \frac{1}{s.8 \times 10^{-6} + 1} \right) \quad (5.45)$$

Para determinar o ganho  $K_{pi}$  do controlador, utiliza-se o diagrama de Bode da função de malha aberta  $G_{i_{MA\_dq}}(s)$ , mostrada na Figura 40.

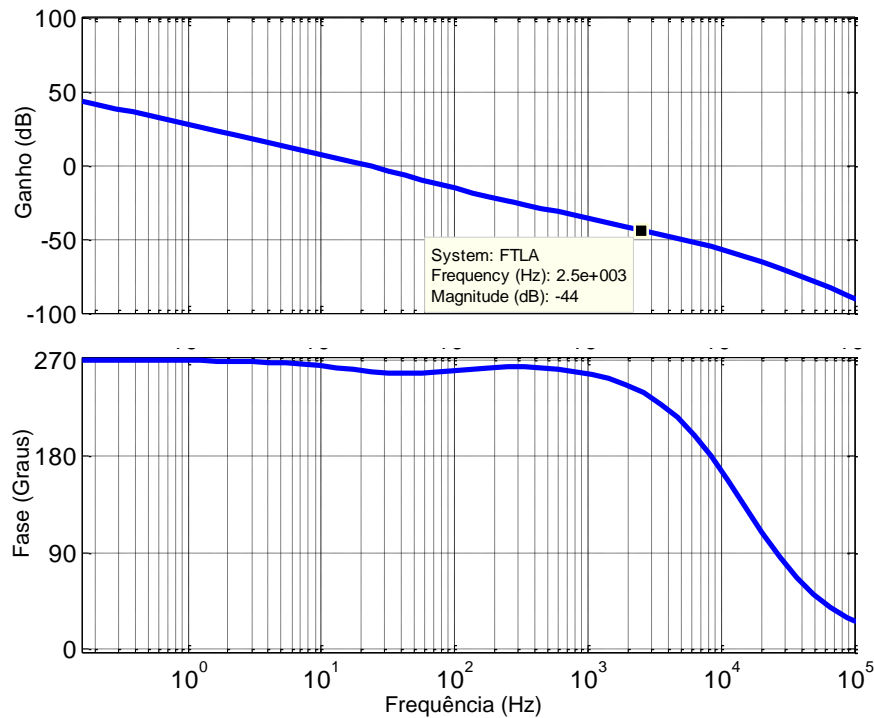


Figura 41 – Resposta em Frequência para  $G_{i_{MA\_dq}}(s)$  sem  $K_{Pi}$

Observa-se na Figura 41, que o ganho obtido foi de -44 dB. Portanto, o ganho  $K_{Pi}$  do controlador, deve fazer com que o ganho do sistema em malha aberta na frequência de cruzamento seja igual a zero.

Assim o ganho  $K_{Pi}$  é calculado através da equação (5.46).

$$K_{Pi} = 10^{\left(\frac{|G_{i_{MA\_dq}}|}{20}\right)} = 10^{\left(\frac{|-44|}{20}\right)} \cong 158,5 \quad (5.46)$$

Outra alternativa para se determinar o ganho  $K_{Pi}$  sem utilizar o diagrama de Bode, é calcular individualmente todos os módulos das funções de transferências na frequência de cruzamento desejada, como mostrado na equação (5.47).

$$K_{Pi} = \frac{1}{|G_{PI\_i}(s)| \cdot |G_{At}(s)| \cdot |G_{Kpwm}(s)| \cdot |G_{P\_dq}(s)| \cdot |H_{SI}(s)|} \quad (5.47)$$

Na Figura 42, é mostrada a resposta em frequência do sistema  $G_{i_{MA\_dq}}(s)$ , considerando o ganho  $K_{Pi}$  determinado, onde verifica-se que, na frequência de cruzamento desejada  $F_{ci} = 2500\text{Hz}$ , o ganho ficou exatamente em 0 dB, como era esperado.

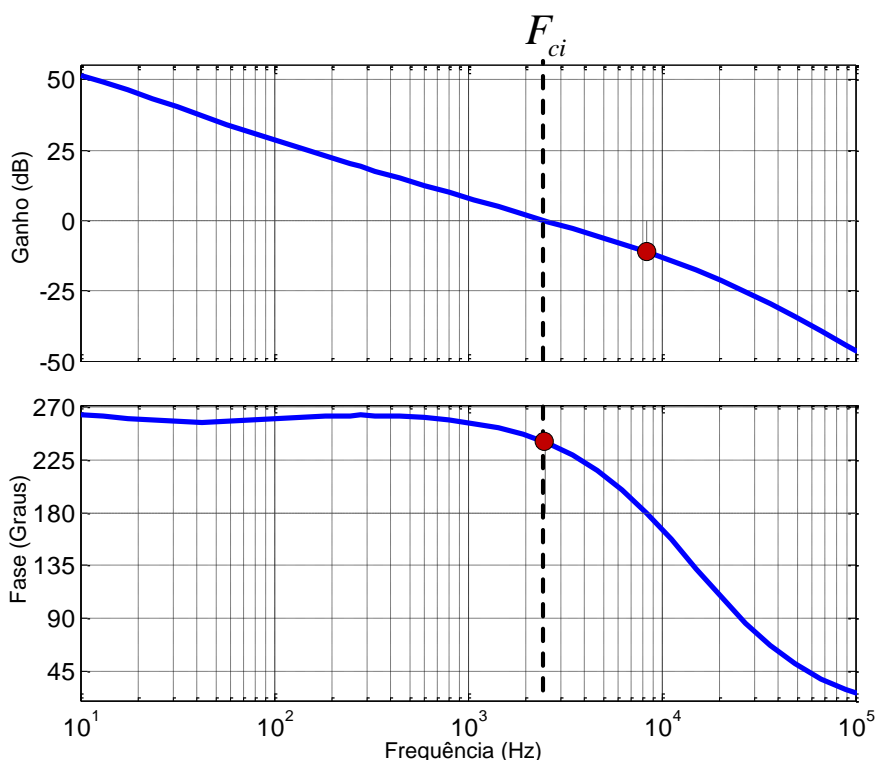


Figura 42 – Resposta em Frequência para  $G_{i_{MA\_dq}}(s)$  com  $K_{Pi}$

Nota-se ainda, que, a fase do sistema ficou próxima de  $240^\circ$ . Assim a margem de fase pode ser calculada pela equação (5.48). Além disso, a margem de ganho do sistema ficou em torno de 11 dB.

$$MF_{G_{i_{MA\_dq}}(s)} = 240 - 180 = 60^\circ \quad (5.48)$$

A margem de fase obtida é considerada adequada, pois para sistemas chaveados, esta deve ficar entre  $45^\circ$  a  $90^\circ$  (SILVA, 2001; BARBI, 2007).

Portanto, o controlador PI obtido para a malha de corrente em eixos  $dq$  é dado na equação (5.49).

$$G_{PI\_i}(s) = 158,5 \cdot \frac{(s + 314,16)}{s} \quad (5.49)$$

Para o controlador PI do eixo zero, os valores dos ganhos são quatro vezes maiores do que o obtido para o eixo  $dq$ , devido ao modelo da planta. Assim o controlador de corrente para o eixo zero é mostrado na equação (5.50).

$$G_{PI\_i}(s) = 634 \cdot \frac{(s + 314,16)}{s} \quad (5.50)$$

Logo, considerando os controladores obtidos, os ganhos proporcional e integral para cada um são mostrados na Tabela 12.

**Tabela 12 – Ganhos dos Controladores da Malha de Corrente**

Ganho Proporcional dos Controladores dos Eixos $dq$ ( $K_{PI\_dq}$ )	158,5 $\Omega$
Ganho Integral dos Controladores dos Eixos $dq$ ( $K_{Ii\_dq}$ )	49,8x10 <sup>3</sup> $\Omega/s$
Ganho Proporcional do Controlador do Eixo zero ( $K_{PI\_0}$ )	634 $\Omega$
Ganho Integral do Controlador do Eixo zero ( $K_{Ii\_0}$ )	199,2x10 <sup>3</sup> $\Omega/s$



### 5.4.2 Compensador da Malha de Tensão do FAPP

A função da malha de tensão é manter um valor de referência do barramento CC constante, de forma a compensar as perdas que ocorrem na estrutura física do filtro, tais como nas chaves de potência e nos elementos passivos de filtragem. Para que não ocorram distorções nas referências de corrente, a malha de tensão deve ter uma ação de controle lenta e atuar somente na amplitude das correntes de referência. O controle deverá atuar de modo a manter a tensão do barramento CC em 400 Volts. A Figura 43 mostra o diagrama em blocos que representa a malha de controle de tensão do barramento CC utilizando o controlador  $PI_V$ .

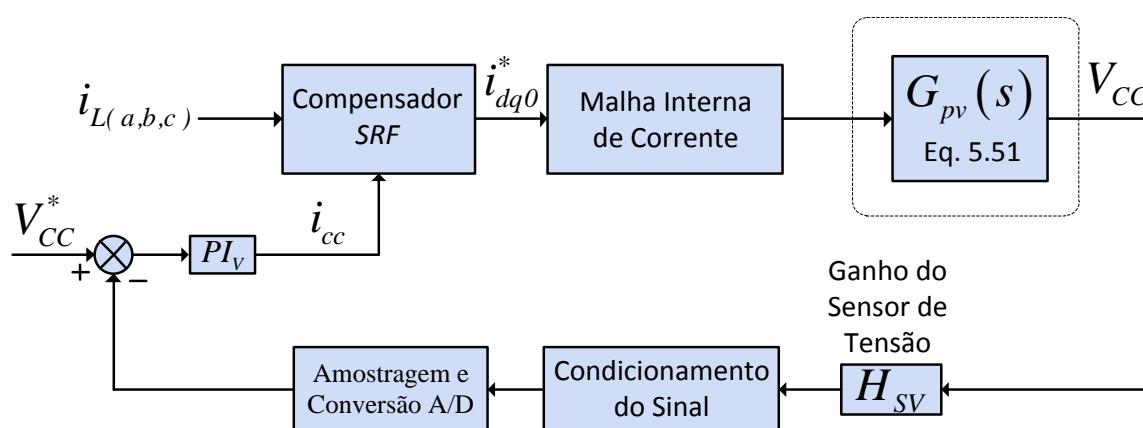


Figura 43 – Diagrama em Blocos do Sistema de Controle de Tensão

O projeto do controlador da malha de tensão, segue o mesmo procedimento utilizado para os controladores de corrente, exceto, que aqui o atraso de processamento não será considerado. Como as variáveis referentes às correntes medidas foram tratadas com seus valores reais no algoritmo, o ganho estático  $K_{MFi}$  representado pela malha fechada de corrente é unitário.

As funções de transferências que representam a planta  $G_{pv}(s)$  e controlador PI de tensão  $G_{PI_V}(s)$  são dadas por (5.51) e (5.52), respectivamente.

$$G_{pv}(s) = \frac{3 \cdot v_d}{2C_{dc} \cdot V_{dc} \cdot s} \quad (5.51)$$

$$G_{PI\_v}(s) = K_{Pv} \cdot \frac{(s + \omega_{zv})}{s} \quad (5.52)$$

Na Tabela 13, são mostrados os parâmetros para o projeto do controlador de Tensão. A frequência de cruzamento adotada para a malha de tensão é de 8 Hz, considerando que esta deve ser, necessariamente, mais lenta que a malha de corrente. Já o zero do controlador é posicionado em uma frequência igual a uma década menor que a frequência de cruzamento. A frequência do sistema, foi considerada como sendo equivalente à ondulação presente nos retificadores trifásicos em ponte completa.

**Tabela 13 – Especificações para projeto dos controladores PI de Tensão.**

Frequência de Ondulação do Barramento CC ( $f_{ond}$ )	360 Hz
Capacitor do Barramento CC (C)	4,7 mF
Frequência de Cruzamento ( $\omega_{cv}$ )	$2\pi \cdot f_{ond}/45$ rad/s
Frequência do Zero do Controlador PI ( $\omega_{zv}$ )	$2\pi \cdot f_{ond}/450$ rad/s

Assim, a equação que representa o sistema de controle de tensão em malha aberta, é reescrita em (5.53).

$$G_{V_{MA}}(s) = K_{MFi}(s) \cdot G_{Pv}(s) \cdot H_{SV} \cdot G_{PI\_v}(s) \quad (5.53)$$

Portanto, substituindo as respectivas funções de transferência em (5.53), obtém-se (5.54).

$$G_{V_{MA}}(s) = I \cdot \left( \frac{1}{s \cdot C} \right) \cdot \left( \frac{1}{s \cdot 8 \times 10^{-6} + 1} \right) \cdot \left( \frac{(s + \omega_{zv})}{s} \right) \quad (5.54)$$

Desse modo, o ganho  $K_{Pv}$  do controlador, é obtido através da equação (5.55).

$$K_{Pv} = \frac{1}{\left| \left( \frac{1}{s \cdot 4,7 \times 10^{-3}} \right) \cdot \left( \frac{1}{s \cdot 8 \times 10^{-6} + 1} \right) \cdot \left( \frac{s + 5,026}{s} \right) \right|} \quad (5.55)$$

Onde os módulos, da planta  $M_{Pv}$ , do sensor de tensão  $M_{Hsv}$  e do controlador  $M_{PI\_v}$  são dados por (5.56), (5.57) e (5.58) respectivamente.

$$M_{Pv} = \sqrt{\frac{1}{(4,7 \times 10^{-3} \cdot 50,26)^2}} = 4,2333 \quad (5.56)$$

$$M_{Hsv} = \sqrt{\frac{1}{(8 \times 10^{-6} \cdot 50,26)^2 + 1}} = 0,9999 \quad (5.57)$$

$$M_{PI\_v} = \sqrt{\frac{(50,26)^2 + (5,0265)^2}{(50,26)^2}} = 1,005 \quad (5.58)$$

Logo, o ganho  $K_{Pv}$ , terá o valor dado por (5.59).

$$K_{Pv} = 0,235 \quad (5.59)$$

Na Figura 44, é mostrado o diagrama de Bode para as funções  $G_{v_{MA}}(s)$ ,  $G_{pv}(s)$  e  $G_{v_{MA}}''(s)$ . A função  $G_{v_{MA}}''(s)$ , representa o sistema em malha aberta não compensado, dado pela equação (5.60), onde o ganho  $K_{Pv}$  ainda não foi calculado. A função  $G_{v_{MA}}''(s)$ , é dada pela equação (5.60).

$$G_{v_{MA}}''(s) = K_{MFi}(s) \cdot G_{Pv}(s) \cdot H_{SV} \cdot G_{C\_v}(s) \quad (5.60)$$

Para a equação (5.60), o controlador sem o ganho  $K_{Pv}$ , é dado na equação (5.61).

$$G_{C_{-v}}(s) = \frac{(s + \omega_{Z_v})}{s} \quad (5.61)$$

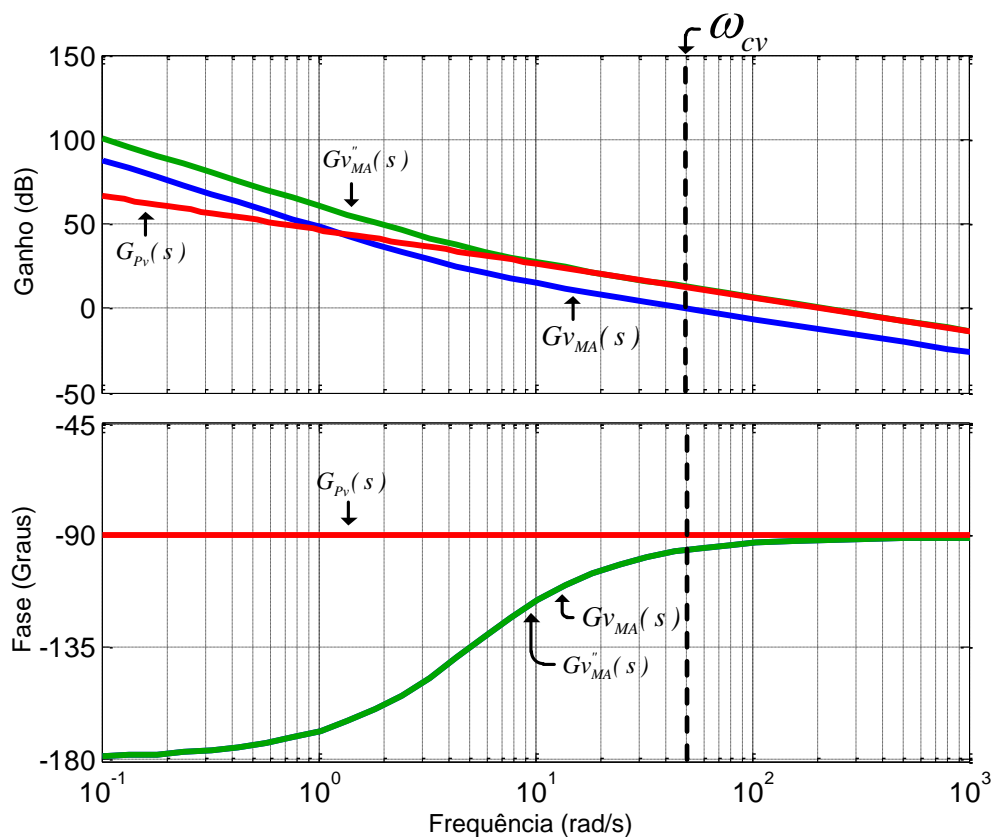


Figura 44 – Resposta em Frequência para  $G_{V_{MA}}(s)$ ,  $G_{P_v}(s)$  e  $G_{V_{MA}}''(s)$

Nota-se na Figura 44, que para o sistema compensado  $G_{V_{MA}}(s)$ , obteve-se um ângulo de fase de  $-95,9^\circ$  na frequência de cruzamento  $\omega_{cv}$ . Como a fase da planta  $G_{P_v}(s)$  é de  $-90^\circ$ , o compensador PI introduziu um atraso de  $5,9^\circ$  na fase do sistema. Portanto, a margem de fase obtida foi de  $84,1^\circ$ . Verifica-se também nas curvas de ganho, que para a função  $G_{V_{MA}}''(s)$ , esta não passa por 0 dB. Contudo, para a função  $G_{V_{MA}}(s)$ , a qual inclui o ganho  $K_{P_v}$ , a curva passa por 0 dB na frequência de cruzamento, mostrando que este foi determinado corretamente. Além disso, nota-se que a fase da planta não é afetada pelo ganho  $K_{P_v}$ .

Logo, o controlador da malha de tensão, é dado na equação (5.62).

$$G_{PI_v}(s) = 0,235 \cdot \frac{(s + 5,026)}{s} \quad (5.62)$$

Para o controlador obtido na equação (5.62), os ganho são mostrados na Tabela 14.

<b>Tabela 14 – Ganhos do Controlador da Malha de Tensão</b>	
Ganho Proporcional do Controlador ( $K_{Pv}$ )	0,235 $\Omega^{-1}$
Ganho Integral do Controlador ( $K_{Iv}$ )	1,1816 $\Omega^{-1}/s$

## 5.5 PROJETO DOS CONTROLADORES DIGITAIS

Seja o controlador Proporcional-Integral contínuo representado na equação (5.63).

$$C_{PI}(s) = K_p \cdot \frac{(s + \omega_z)}{s} \quad (5.63)$$

A discretização do controlador PI, será realizada através do método da transformação de Tustin (Bilinear ou Trapezoidal), a qual consiste em se substituir a variável complexa 's' pelo equivalente no domínio 'z', dado em (5.64).

$$s = \frac{2}{T_{sa}} \cdot \frac{z - 1}{z + 1} \quad (5.64)$$

Nota-se que,  $T_{sa}$  representa o período de amostragem. Assim, fazendo a substituição, obtém-se (5.65).

$$C_{PI}(z) = K_P \cdot \frac{\left( \frac{2}{T_{sa}} \cdot \frac{z-1}{z+1} + \omega_Z \right)}{\frac{2}{T_{sa}} \cdot \frac{z-1}{z+1}} \quad (5.65)$$

Desenvolvendo (5.65), obtém-se (5.66).

$$C_{PI}(z) = \frac{K_P}{2} \cdot \left( \frac{(2z-2) + \omega_Z \cdot T_{sa} \cdot z + \omega_Z \cdot T_{sa}}{(z-1)} \right) \quad (5.66)$$

Assim, colocando 'z' em evidência, tem-se:

$$C_{PI}(z) = \frac{K_P}{2} \cdot \left( \frac{z(2 + \omega_Z \cdot T_{sa}) + (\omega_Z \cdot T_{sa} - 2)}{(z-1)} \right) \quad (5.67)$$

Então, a equação do filtro digital que representa o controlador PI, é dada por (5.68).

$$C_{PI}(z) = \frac{K_P}{2} \cdot \left( \frac{B \cdot z + A}{z-1} \right) \quad (5.68)$$

Onde  $B = 2 + \omega_Z \cdot T_{sa}$  e  $A = \omega_Z \cdot T_{sa} - 2$

Para implementar o filtro no *DSP* através de uma equação a diferenças, multiplica-se a equação obtida em (5.68) por  $z^{-1}/z^{-1}$ , e após algumas manipulações, obtém-se (5.69).

$$C_{PI}(z) = \frac{K_P}{2} \cdot \left( \frac{B + A \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right) \quad (5.69)$$

Considerando que,  $u(z)$  representa a saída do controlador PI discreto, e  $e(z)$  sua entrada, pode-se escrever a função de transferência discreta do PI como dado em (5.70).

$$C_{PI}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} \quad (5.70)$$

Desse modo, substituindo (5.69) em (5.70), tem-se:

$$\frac{u(z)}{e(z)} = \frac{K_P}{2} \cdot \left( \frac{B + A \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})} \right) \quad (5.71)$$

Assim, aplicando a transformada-z inversa em (5.71) obtém-se (5.72).

$$u(k) = \frac{K_P}{2} \cdot [B \cdot e(k) + A \cdot e(k-1)] + u(k-1) \quad (5.72)$$

Onde  $k$  representa a amostra atual de um sinal, e  $(k-1)$  a amostra com um período de atraso.

Portanto, calculando os coeficientes do controlador PI discreto da malha de corrente para os eixos  $dq$ , dados na Tabela 12, obtém-se os seguintes coeficientes dados em (5.73).

$$B_{dq} = 2 + 314,19 \cdot \frac{1}{40 \times 10^3} = 2,00785475 \quad (5.73)$$

$$A_{dq} = 314,19 \cdot \frac{1}{40 \times 10^3} - 2 = -1,99214525$$

Conseqüentemente, a equação a diferenças referente aos controladores de corrente para o eixo  $dq$  implementada no *DSP*, é dada por:

$$u_{dq}(k) = \frac{158,5}{2} \cdot [2,00785475 \cdot e(k) - 1,99214525 \cdot e(k-1)] + u(k-1) \quad (5.74)$$

A Figura 45, mostra o diagrama em blocos do controlador PI discreto implementado na forma de equações a diferenças no *DSP*.

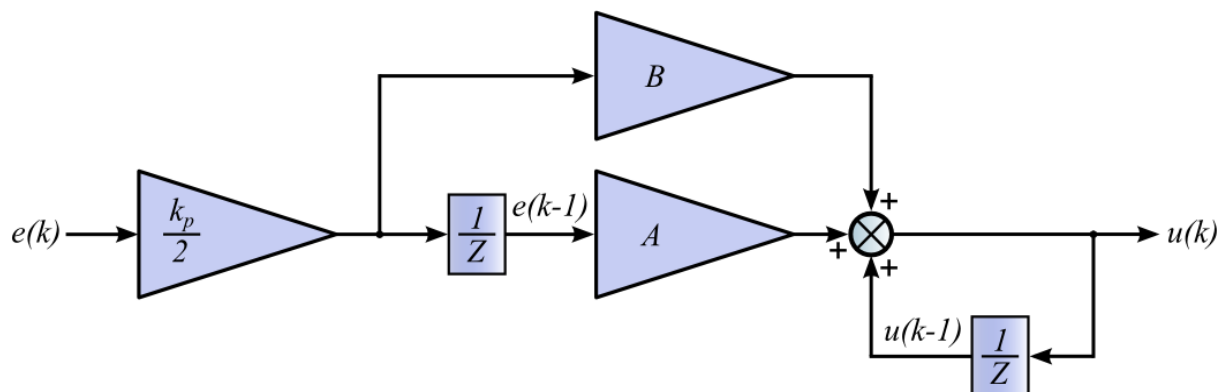


Figura 45 – Diagrama em Blocos do Controlador PI Discreto

No entanto, o controlador de corrente para o eixo zero é dado na equação (5.75).

$$u_0(k) = \frac{634}{2} \cdot [2,00785475 \cdot e(k) - 1,99214525 \cdot e(k-1)] + u(k-1) \quad (5.75)$$

Utilizando os ganhos apresentados na Tabela 14, os coeficientes do controlador PI discreto da malha de tensão são obtidos abaixo:

$$B_v = 2 + 5,028 \cdot \frac{1}{40 \times 10^3} = 2,001257 \quad (5.76)$$

$$A_v = 5,028 \cdot \frac{1}{40 \times 10^3} - 2 = -1,9998743$$

Assim, a equação a diferenças a ser implementada no *DSP* referente ao controlador da malha de tensão é dada por:

$$u_v(k) = \frac{0,235}{2} \cdot [2,001257 \cdot e(k) - 1,9998743 \cdot e(k-1)] + u(k-1) \quad (5.77)$$



## 5.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo são definidos os conceitos básicos sobre a modulação *space vector*, sendo desenvolvido todo o equacionamento matemático necessário para sua implementação. São descritos os planos de separação, os quais permitem identificar em qual tetraedro o vetor de comando está localizado. As condições limites para cada tetraedro são resumidas em uma tabela, com a finalidade de facilitar a implementação do algoritmo de identificação dos tetraedros, assim como a sequência dos vetores de comutação de cada tetraedro. A equação que determina o vetor da ação de controle para o primeiro tetraedro é mostrada, de modo a se obter os intervalos de tempo de cada vetor bem como a matriz de decomposição formada pelos vetores de comutação. O padrão de pulso para o primeiro tetraedro é obtido por meio de simulação da referida modulação, implementada no software *Matlab/Simulink*, bem como a localização espacial do tetraedro no plano  $\alpha\beta 0$ . Neste trabalho, optou-se pela modulação SV pelo fato desta ter características mais atrativas em relação à *SPWM*, tais como, melhor aproveitamento da tensão do barramento CC, possibilidade de se definir uma sequência de comutação adequada a qual permite-se optar entre a redução do conteúdo harmônico da tensão de saída ou um reduzido do número de comutações nas chaves de potência, e conseqüentemente, diminuição das perdas.

Também são apresentadas algumas das características do sistema de condicionamento de sinais relevantes à implementação do algoritmo de controle, assim como as considerações para o projeto dos controladores das malhas de controle de corrente e tensão. É realizada a análise do controlador obtido por meio da resposta em frequência para comprovar que o respectivo projeto atende as especificações desejadas. A abordagem utilizando os critérios de frequência de cruzamento e posicionamento do zero do controlador é apresentada a fim de possibilitar o cálculo dos ganhos dos controladores, necessários para manter a estabilidade do sistema em malha fechada. A metodologia para discretização dos controladores utilizando a transformada de Tustin também é apresentada, de modo a se obter as equações a diferenças implementadas no *DSP*.

## 6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAIS

### 6.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os resultados obtidos por meio de simulações numéricas implementadas através do *software Simulink* e também os experimentais do protótipo do FAPP construído. Com finalidade de tornar a simulação mais próxima possível dos resultados experimentais, os atrasos dos filtros das placas de condicionamento, da amostragem dos sinais, processamento do *DSP* e tempo morto dos drivers do inversor foram considerados.

O primeiro algoritmo utilizado nas simulações e no experimental, realiza a compensação das componentes harmônicas de sequência positiva, negativa e zero e também dos reativos. Já o segundo, implementado somente nas simulações, não considera as componentes fundamentais de sequência negativa da carga na geração das correntes de referência.

Os resultados são analisados para comprovar a eficácia do FAPP na redução do conteúdo harmônico e dos reativos gerados por cargas não lineares, baseando-se na recomendação *IEEE 519-1992*. Para o protótipo, foi utilizado um inversor trifásico *four-legs* da *Semikron* modelo SKS46F. Todo o processamento do algoritmo de controle é executado por um *DSP* TMS320F28335 da *Texas Instruments*, o qual tem uma arquitetura que emprega instruções de ponto flutuante.

As aquisições são obtidas utilizando um osciloscópio fabricado pela Tektronix, modelo TPS2024B. Para a medição das componentes harmônicas, é utilizado um analisador de qualidade de energia elétrica fabricado pela Fluke, modelo 43B.

## 6.2 SIMULAÇÃO DO FAPP

O primeiro algoritmo mostrado na Figura 16 do capítulo 3, compensa as componentes harmônicas da corrente da carga de sequência positiva, negativa e zero, além dos reativos que eventualmente possam estar presentes. Assim, as correntes da rede elétrica se tornarão aproximadamente senoidais e equilibradas, e portanto, a corrente de neutro da rede terá valor próximo de zero. Os detalhes de implementação do referido algoritmo foram descritos no capítulo 3.

Como forma de avaliar o desempenho do FAPP, diversas configurações de cargas foram consideradas na simulação, as quais são mostradas na Tabela 15.

**Tabela 15 - Elementos das Cargas utilizadas**

	Fase 'a'	Fase 'b'	Fase 'c'
Carga 1	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=4.8Ω e L=13mH)	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=5.9Ω e L=18mH)	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=8.8Ω e L=22mH)
Carga 2	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=4.8Ω e L=13mH)	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=5.9Ω e L=18mH)	--
Carga 3	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=4.8Ω e L=13mH)	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=5.9Ω e L=36mH)	Retificador monofásico de onda completa com carga RC (R=26.3Ω e C=940μF)
Carga 4	Retificador monofásico de onda completa com carga RL (R=4.8Ω e L=13mH)	--	Retificador monofásico de onda completa com carga RC (R=26.3Ω e C=940μF)
Carga 5	Retificador trifásico em ponte com carga R (R=16Ω)		
Carga 6	Retificador trifásico em ponte com carga RC (R=16Ω e C=220μF)		

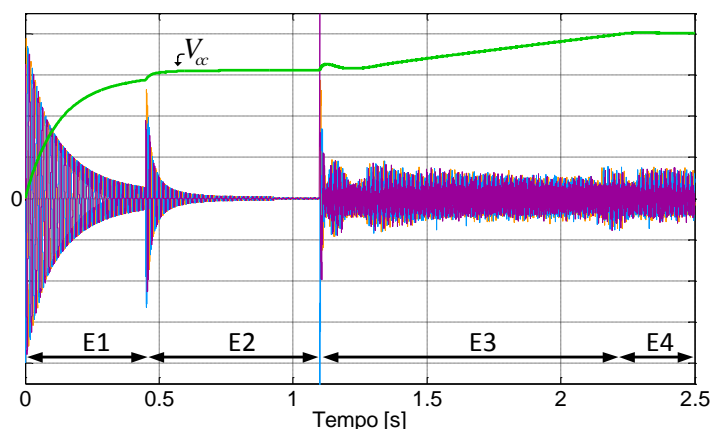
A Tabela 16, mostra os parâmetros do FAPP utilizados nas simulações e nos ensaios práticos.

**Tabela 16 - Parâmetros do protótipo implementado**

Tensão eficaz de fase da rede elétrica ( $V_s$ )	127 V
Frequência da rede elétrica ( $f_s$ )	60 Hz
Indutores de acoplamento do FAPP ( $L_f$ )	1,075 mH
Tensão do Barramento CC ( $V_{cc}$ )	400 V
Frequência de amostragem do conversor A/D ( $f_{sa}$ )	40 kHz
Frequência de chaveamento ( $f_{sw}$ )	20 kHz

### 6.2.1.1 Simulação do Sistema de Partida do FAPP

O processo de energização do FAPP, é implementado de modo a limitar as correntes provenientes da rede elétrica no momento da partida, o que poderia provocar danos nas chaves de potência do inversor bem como nos capacitores do barramento CC. O sistema de partida do FAPP está dividido em quatro estágios, os quais estão apresentados na Figura 46 por E1, E2, E3 e E4. Durante o estágio E1, todas as chaves estão abertas e, as correntes são limitadas pelos resistores de pré-carga, crescendo de forma exponencial até que o barramento CC atinja aproximadamente 300V. No estágio E2, o contator auxiliar da pré-carga é fechado. Assim o FAPP fica conectado diretamente à rede elétrica sem passar pelos resistores. Antes de entrar o estágio E3, um tempo de aproximadamente 600ms é aguardado para que os sinais estabilizem e o *PLL* entre em sincronismo com a rede elétrica. Entrando no estágio E3, o algoritmo de controle do FAPP é ativado, e a tensão do barramento CC cresce de forma linear até atingir a tensão nominal de 400V. A rampa de tensão foi utilizada para promover a redução dos picos de correntes, contribuindo também para um pequeno sobresinal na tensão do barramento CC, na entrada do controle, e ao atingir a tensão nominal. No estágio E4, as correntes da carga já estão sendo consideradas no algoritmo de controle do FAPP, e a compensação dos harmônicos e reativos passa a ser realizada.

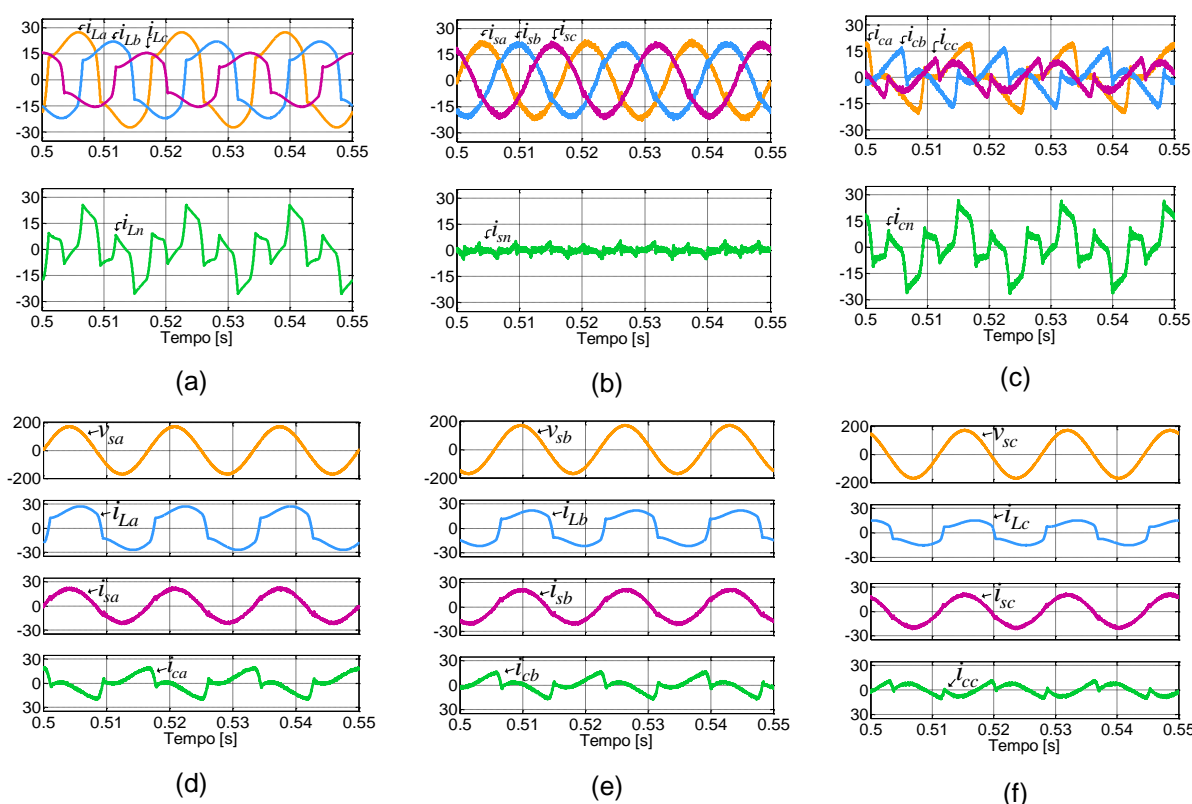


**Figura 46 – Processo de Energização do FAPP:**  
Tensão do Barramento CC e Correntes do FAPP. Escala: Tensão [100V/div] – Corrente [4A/div]

### 6.2.1.2 Simulações do FAPP com o Primeiro Algoritmo de Compensação

De modo a verificar os algoritmos de compensação propostos, assim como o comportamento dos controladores digitais, nesta seção, são apresentados os resultados de simulação do FAPP. Uma breve análise sobre os resultados obtidos para cada carga é realizada. A primeira simulação, considera o FAPP conectado com a Carga 1, a qual é desequilibrada e composta por três retificadores monofásicos alimentando uma carga RL como mostrado na Tabela 16. As formas de onda das correntes e tensões envolvidas são mostradas na Figura 47. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 47 (a), as quais são desequilibradas. As correntes de fase drenadas da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 47 (b), onde é possível observar que as mesmas tornaram-se praticamente senoidais e equilibradas. Além disso, a corrente de neutro  $i_{sn}$  possui um valor próximo de zero, como era esperado com o algoritmo de compensação utilizado. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 47 (c). Na Figura 47 (d), são mostradas individualmente a tensão  $v_{sa}$ , a corrente da carga  $i_{La}$ , a corrente compensada da rede  $i_{sa}$  e a corrente de compensação  $i_{ca}$ , enquanto as Figuras 47 (e) e (f) apresentam as mesmas grandezas para as fases 'b' e 'c', respectivamente. Considerando as Figuras 47 (d), (e) e (f), verifica-se que além de compensar o desequilíbrio das correntes da carga,

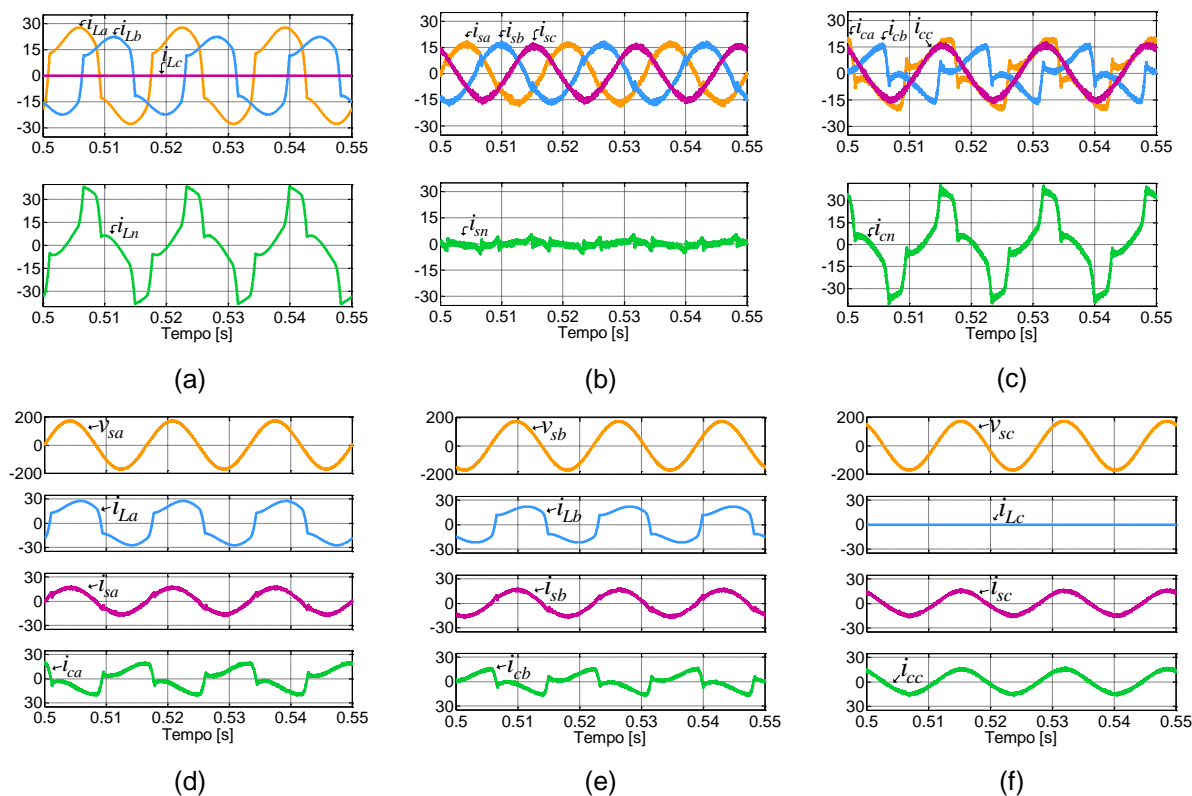
o FAPP também compensou os reativos da mesma, pois as correntes compensadas  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  estão em fase com as respectivas tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ .



**Figura 47 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 1:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

A segunda simulação, considera o FAPP compensando harmônicos, reativos e desbalanços da Carga 2 apresentada na Tabela 16. As formas de onda das correntes e tensões envolvidas na simulação são mostradas na Figura 48. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 6.3 (a), onde verifica-se que a corrente da fase 'c' é nula. As correntes já compensadas da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 48 (b). Observa-se que as mesmas tornaram-se praticamente senoidais e equilibradas. Já a corrente de de neutro  $i_{sn}$ , possui um valor muito próximo de zero. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 48 (c), onde verifica-se que a corrente de compensação  $i_{cc}$ , é igual à corrente  $i_{sc}$ . Apesar de  $i_{Lc}$  ser zero, a corrente de compensação  $i_{cc}$  é necessária para a compensação do desequilíbrio das correntes das cargas. Nas Figuras 48 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as

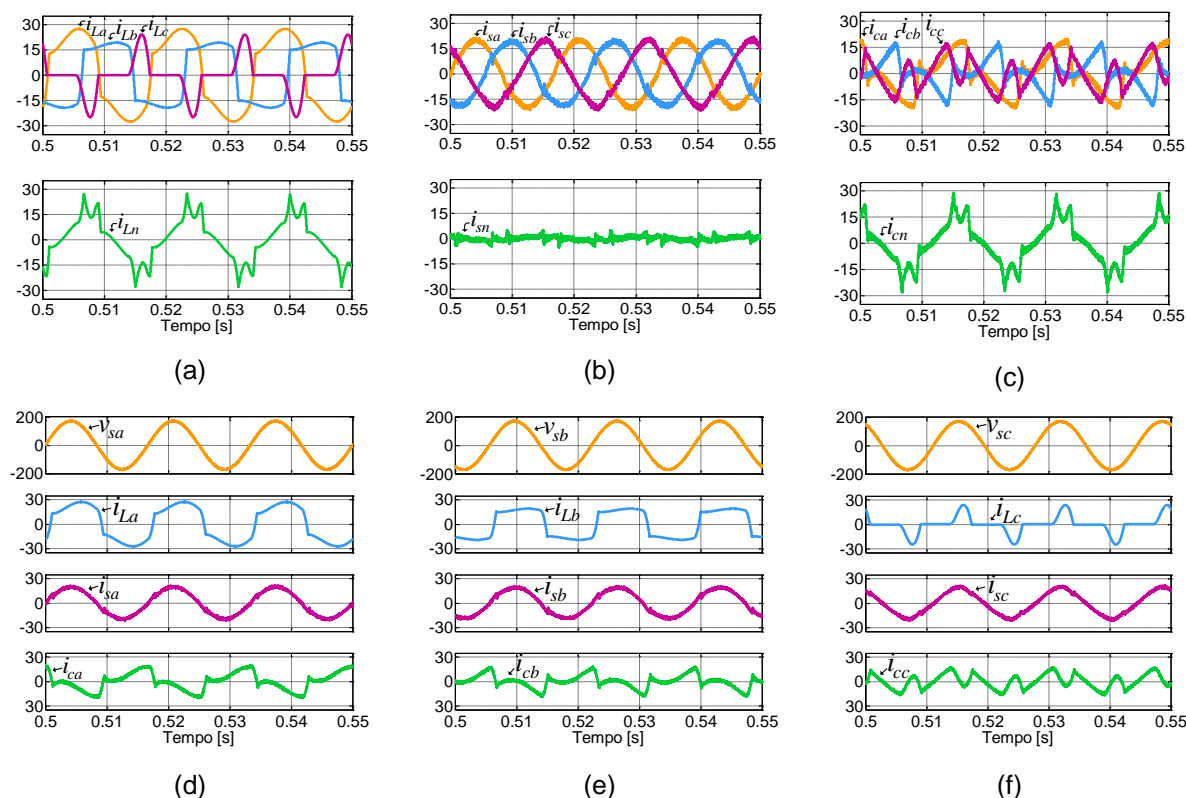
correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Verifica-se, por meio das Figura 48 (d), (e) e (f), que os reativos da carga também foram compensados pelo FAPP, visto que as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  estão em fase com suas respectivas correntes de fase.



**Figura 48 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectada com a Carga 2:**  
**(a)** Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; **(b)** Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; **(c)** Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;  
**(d)** Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; **(e)** Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; **(f)** Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .

As correntes e tensões para a simulação com o FAPP considerando a Carga 3 são mostradas na Figura 49. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 49 (a). As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 49 (b). Embora a corrente  $i_{sc}$  tenha ficado mais distorcida que as demais, as correntes da fonte tornaram-se aproximadamente senoidais e equilibradas, e a corrente de neutro  $i_{sn}$ , muito próxima de zero. A maior distorção observada ocorreu na corrente  $i_{sc}$ . Isto justifica-se pelo fato da carga da fase 'c' ser composta por um filtro RC, a qual possui maior conteúdo harmônico bem como uma alta derivada de corrente, dificultando ao FAPP a imposição da corrente de compensação. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 49 (c). Ainda nas Figuras 49 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as

correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Nota-se ainda, por meio das Figuras 49 (d), (e) e (f), que os reativos da carga foram compensados pelo FAPP, já que as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  estão em fase com suas respectivas correntes.

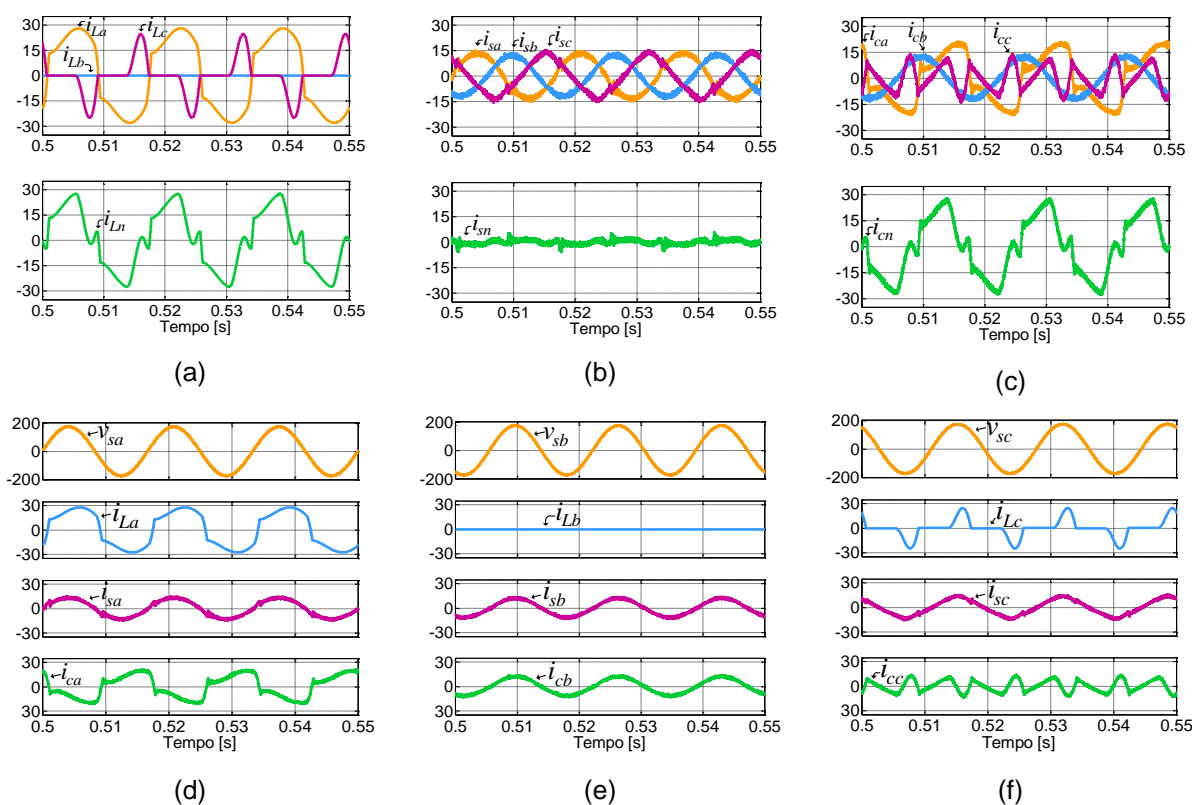


**Figura 49 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 3:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e**  
**correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

A simulação do FAPP considerando a Carga 4, são mostradas na Figura 50. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 50 (a), onde a fase 'b' está sem carga. As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 50 (b). Assim como ocorreu com a simulação para a carga 3, a corrente  $i_{sc}$  ficou com mais distorção que  $i_{sa}$  e  $i_{sb}$ , porém, tornaram-se aproximadamente senoidais e equilibradas. Aqui também a corrente de neutro  $i_{sn}$ , possui um valor próximo de zero. A maior distorção da corrente  $i_{sc}$  é devida aos mesmos motivos citados no caso anterior onde a carga RC foi utilizada. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 50 (c). Ainda nas Figuras 50 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as

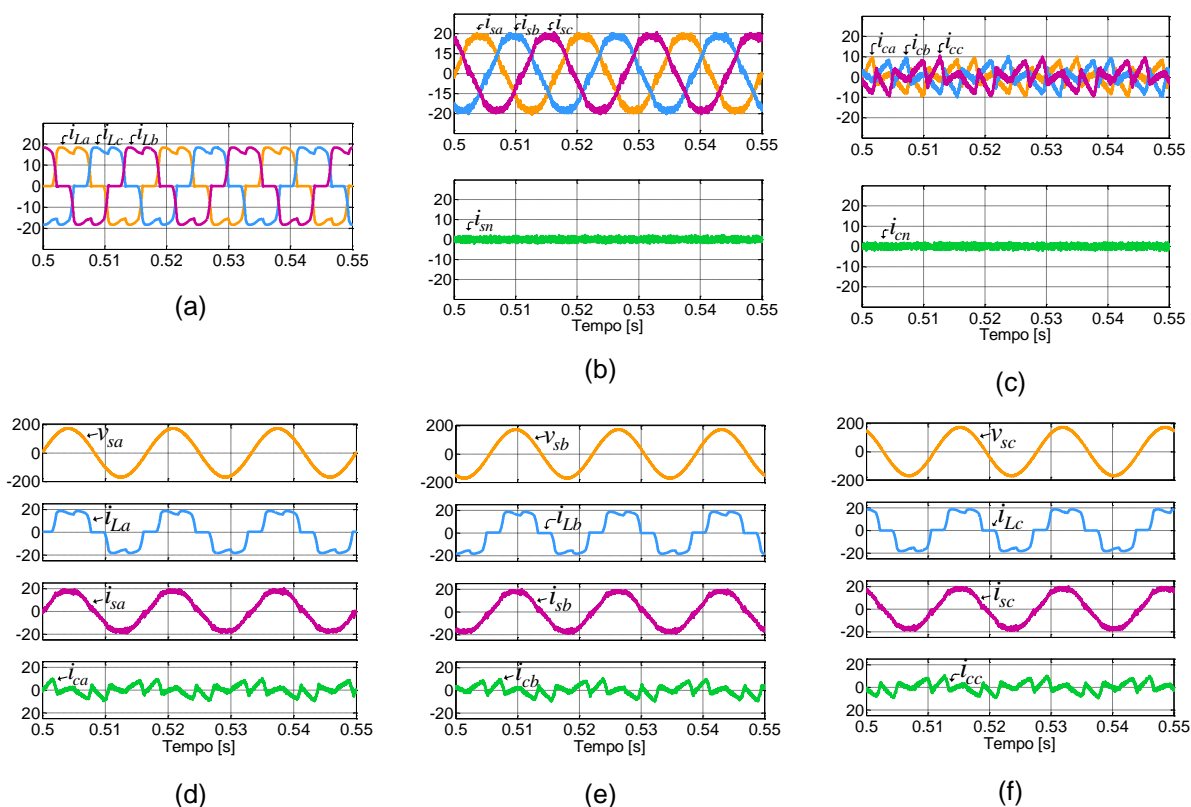


correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Nota-se, por meio da Figura 50 (d), (e) e (f), que os reativos da carga foram compensados pelo FAPP, já que as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  estão em fase com suas respectivas correntes.



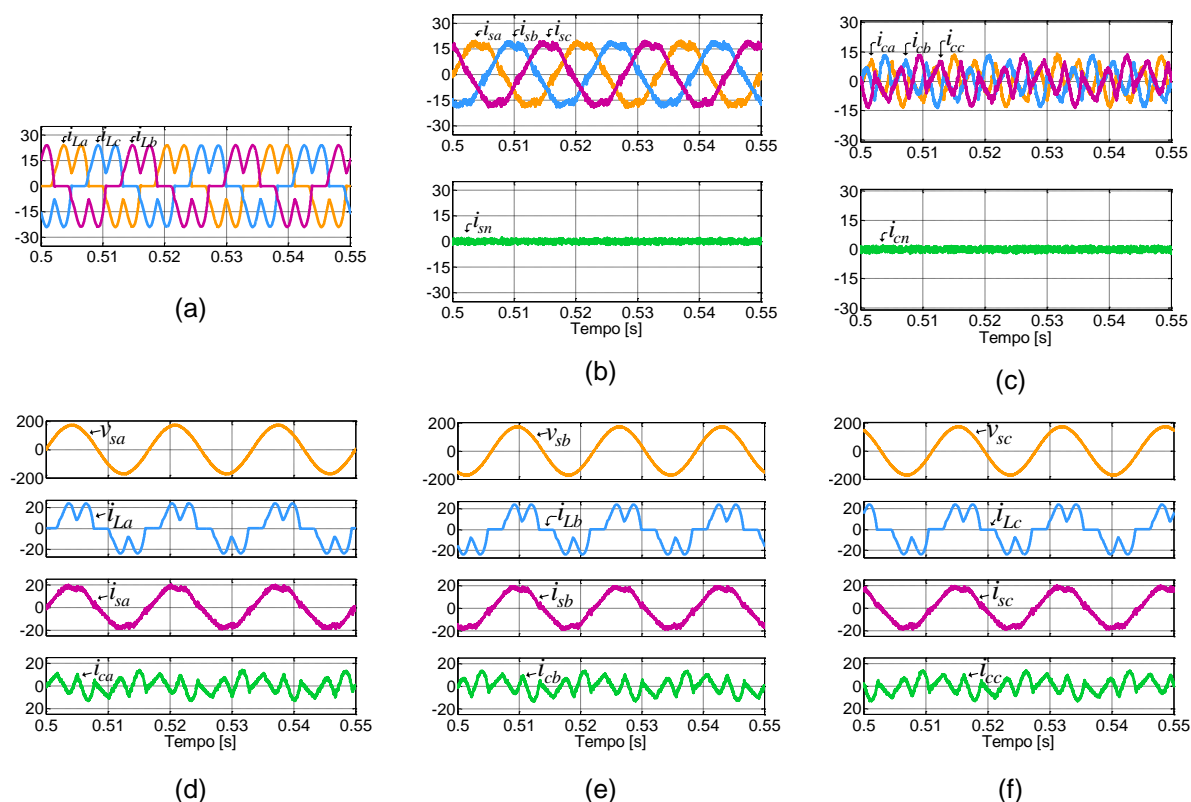
**Figura 50 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 4:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e**  
**correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

As correntes e tensões da simulação do FAPP considerando a Carga 5, a qual é composta por um retificador trifásico alimentando uma carga resistiva são mostradas na Figura 51. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ , e  $i_{Lc}$ , são mostradas na Figura 51 (a). Como a carga é trifásica a três fios, não existe condutor de neutro. As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 51 (b), onde percebe-se que tornaram-se aproximadamente senoidais e equilibradas, de modo que a corrente de neutro  $i_{sn}$ , tenha valor muito próximo de zero. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 51 (c). Ainda nas Figuras 51 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ .



**Figura 51– Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 5:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

A última configuração de carga considerada nas simulações é a Carga 6, a qual é constituída por um retificador trifásico de onda completa em ponte alimentando uma carga RC. As correntes e tensões para a simulação com o FAPP são mostradas na Figura 52. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ , e  $i_{Lc}$ , são mostradas na Figura 52 (a). Assim como para a carga anterior, as correntes de fase compensadas têm formas de onda e amplitude semelhantes. As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 52 (b). Embora as correntes da rede, em função do tipo de carga, possuam um conteúdo harmônico mais elevado quando comparado com as correntes da Carga 5, verifica-se que o desempenho do FAPP foi satisfatório. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 52 (c). Ainda nas Figuras 52 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ .



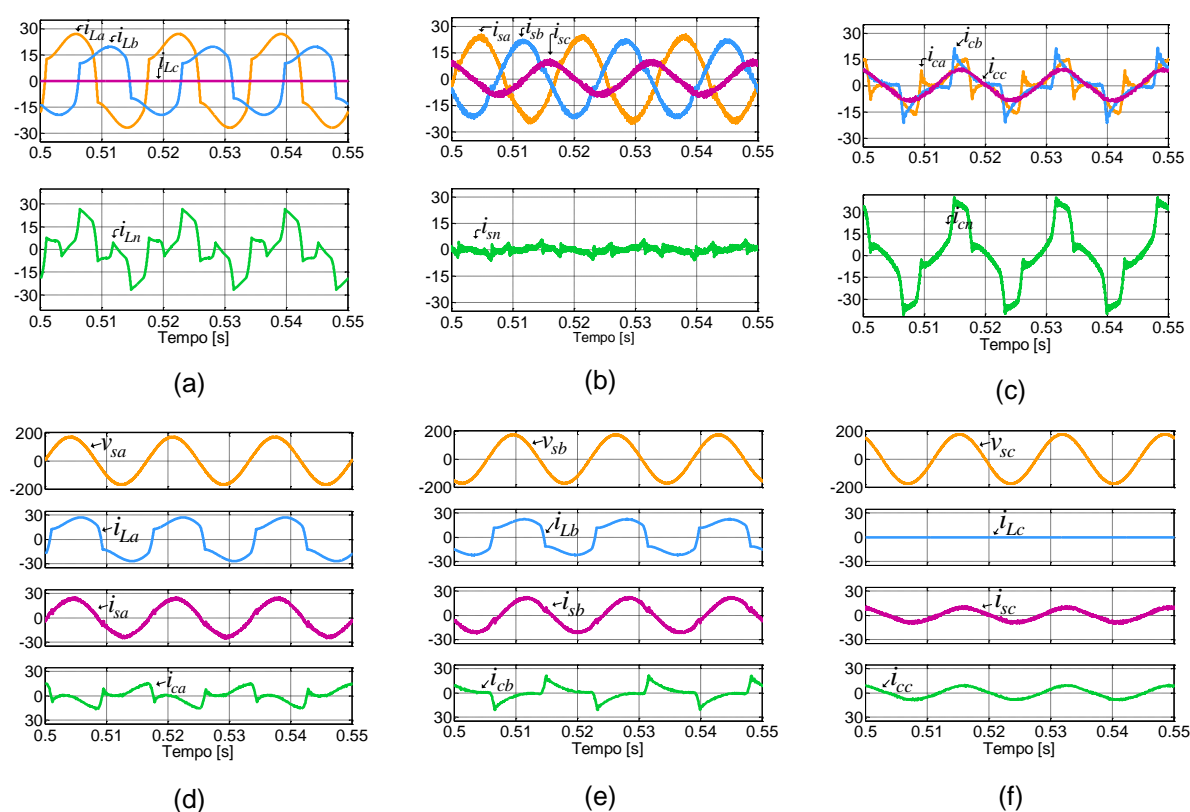
**Figura 52 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 6:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

### 6.2.1.3 Simulações do FAPP considerando o Segundo Algoritmo de Compensação

As simulações apresentadas nesta seção, utilizam o algoritmo que desconsidera as componentes fundamentais de sequência negativa das correntes de carga no cálculo das correntes de referências, como mostrado no capítulo 3 – Figura 18. Por não compensar as componentes fundamentais de sequência negativa, as correntes providas da rede elétrica serão desequilibradas.

Os resultados de simulação do FAPP com a carga 2 considerando o segundo algoritmo de compensação são mostradas na Figura 53. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 53 (a), as quais são desequilibradas. As correntes compensadas da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 53 (b), onde verifica-se que as mesmas tornaram-se quase senoidais, porém, desequilibradas. Desse modo, circula através do condutor de neutro da fonte a parcela fundamental de  $i_{sn}$ , como era esperado com o algoritmo de compensação

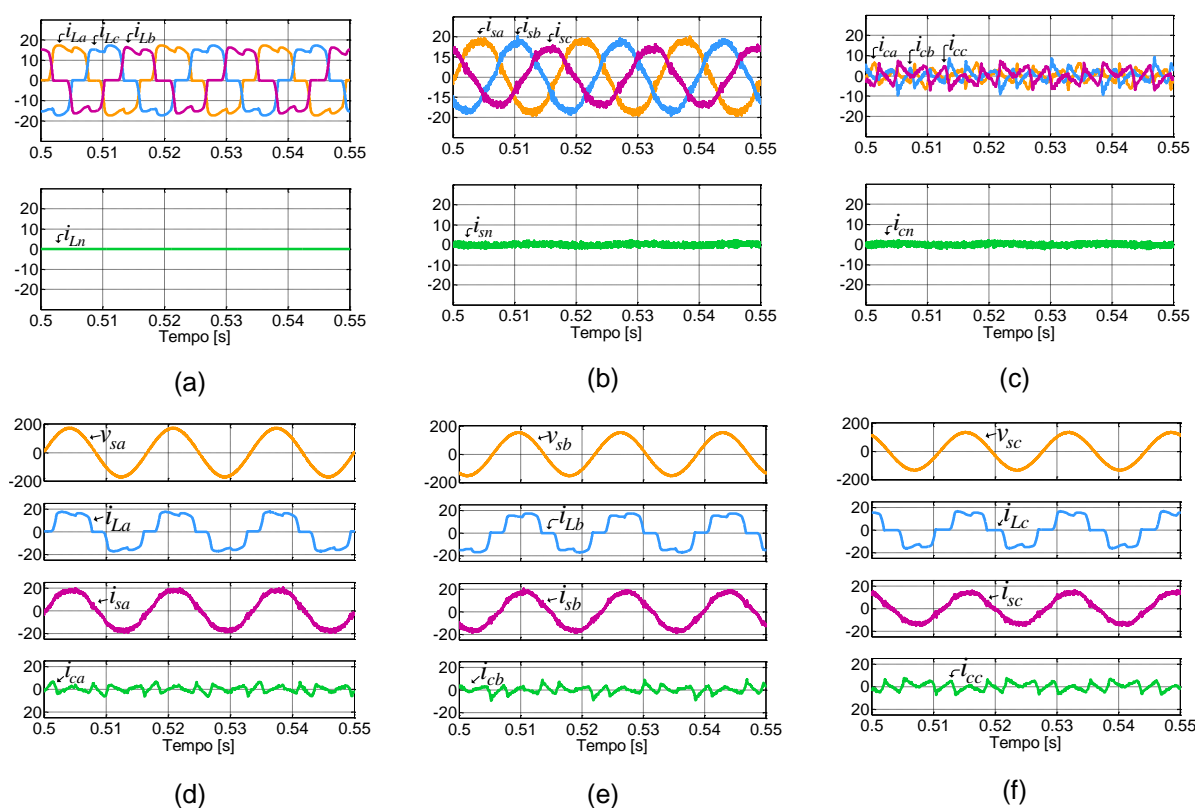
utilizado. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 53 (c), onde nota-se que o FAPP fornece somente as componentes harmônicas da corrente de neutro  $i_{cn}$ . Na Figura 53 (d), são mostradas individualmente a tensão  $v_{sa}$ , a corrente da carga  $i_{La}$ , a corrente compensada da rede  $i_{sa}$  e a corrente de compensação  $i_{ca}$ . As Figuras 53 (e) e (f) também mostram as mesmas grandezas para as fases 'b' e 'c', respectivamente. Ainda nas Figuras 53 (d), (e) e (f), verifica-se que além de compensar o desequilíbrio das correntes das cargas, o FAPP também compensou os reativos da carga, pois as correntes compensada  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  estão em fase com as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ .



**Figura 53 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 1:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e**  
**correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

Agora para o FAPP conectado com a carga 5, os resultados de simulação com o segundo algoritmo, são mostradas na Figura 54. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 54 (a), onde verifica-se que a fase 'c' está sem carga. As correntes compensadas da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 54 (b), onde nota-se que tornaram-se praticamente senoidais e desequilibradas. Verifica-se também que a corrente  $i_{sn}$  ficou com um valor muito

próximo de zero. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 54 (c), onde constata-se que a corrente de compensação  $i_{cc}$ , é igual a corrente  $i_{sc}$ . Apesar de  $i_{LC}$  ser zero, a corrente de compensação  $i_{cc}$  fornece um parcela da corrente necessária para manter o valor de tensão do barramento CC constante. Nas Figuras 54 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Verifica-se por meio da Figura 54 (d), (e) e (f), que as tensões da rede estão desequilibradas, com valores de 180V, 160V e 140V respectivamente para as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ .

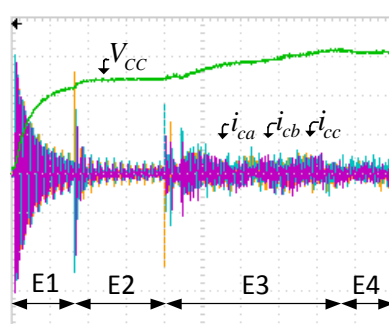


**Figura 54 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectada com a Carga 2:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e**  
**correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

#### 6.2.1.4 Energização do FAPP

O resultado experimental do processo de energização do FAPP é apresentado, validando o resultando obtido por meio de simulação onde todos os estágios foram comentados na seção 6.1.1.1

A Figura 55, mostra o resultado obtido experimentalmente com o protótipo do FAPP implementado.

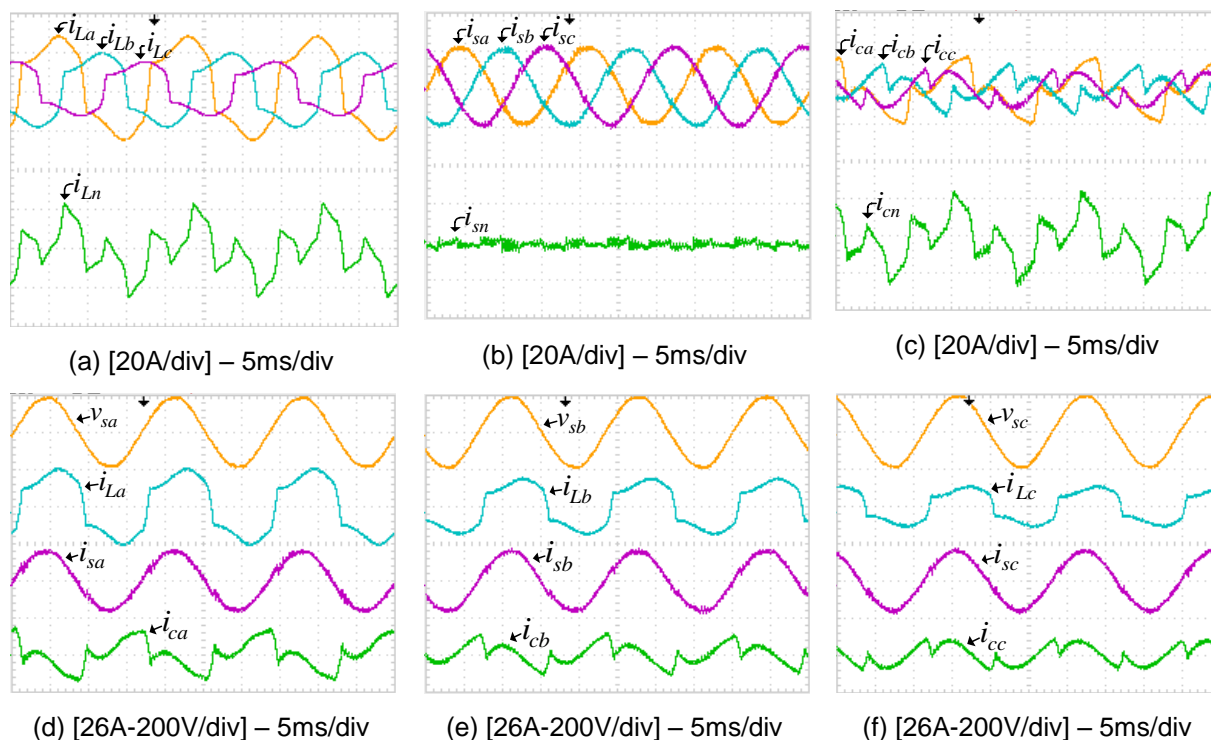


**Figura 55 – Processo de Energização do FAPP**  
[5A-130V/div] - 250ms/div

#### 6.2.1.5 Resultados Experimentais do FAPP com o Primeiro Algoritmo de Compensação

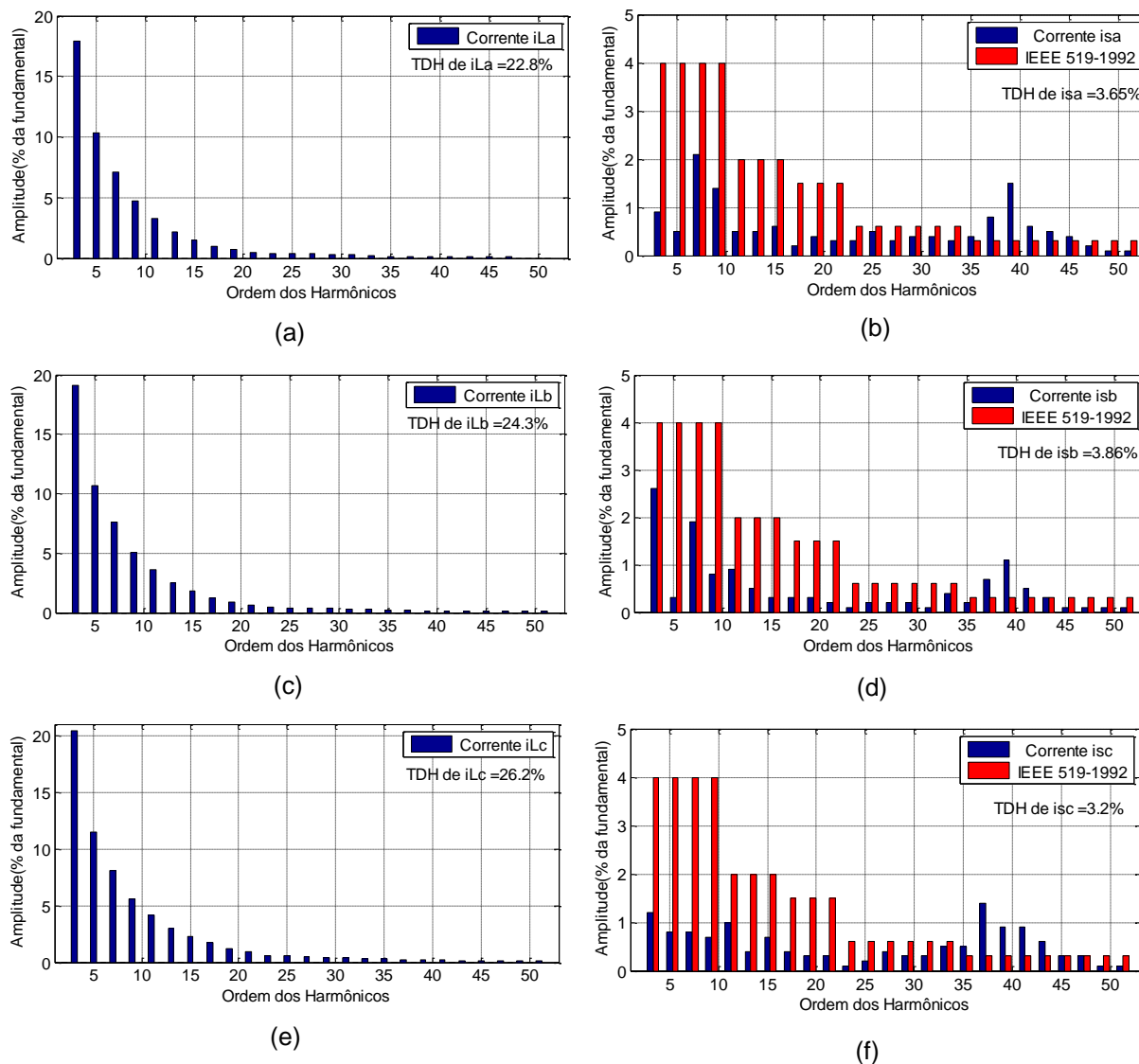
Os primeiros resultados obtidos do FAPP são para a carga 1, e as formas de onda das correntes e tensões envolvidas são mostradas na Figura 56. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 56 (a). As correntes resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 56 (b), onde é possível observar que tornaram-se praticamente senoidais e equilibradas, além disso a corrente de neutro  $i_{sn}$  assumiu valor próximo de zero, como esperado com o algoritmo de compensação utilizado. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 56 (c). Na Figura 56 (d), são mostradas individualmente a tensão  $v_{sa}$ , a corrente da carga  $i_{La}$ , a corrente compensada da rede  $i_{sa}$  e a corrente de compensação  $i_{ca}$ . As Figuras 56 (e) e (f) também mostram individualmente as

mesmas grandezas da Figura 55 (e), porém para as fases 'b' e 'c' respectivamente. Ainda para as Figuras 56 (d), (e) e (f), verifica-se que além de compensar o desequilíbrio das correntes das cargas, o FAPP também compensou os reativos da carga, pois a corrente compensada  $i_{sa}$  está em fase com a tensão  $v_{sa}$ .



**Figura 56 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 1:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

Para os resultados experimentais referentes à carga 1, o espectro harmônico e a TDH da corrente  $i_{La}$ , são mostradas na Figura 57 (a), a qual possui uma TDH de 22,8%, onde observa-se um elevado valor das componentes harmônicas de 3ª e 5ª ordem. Na Figura 57 (b), é apresentado o espectro harmônico da corrente da fase 'a' da rede, compensada pelo FAPP, a qual pode ser comparada em relação aos limites da recomendação *IEEE 519-1992*. Observa-se uma redução significativa da TDH, resultando em uma TDH de 3,65% na corrente da rede, o que está de acordo com a recomendação do *IEEE*, embora algumas componentes de alta frequência tenham ficado acima dos limites individuais estabelecidos. As Figuras 57 (c), (d), (e) e (f) mostram os espectros harmônico e a TDH das correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{sc}$  respectivamente.

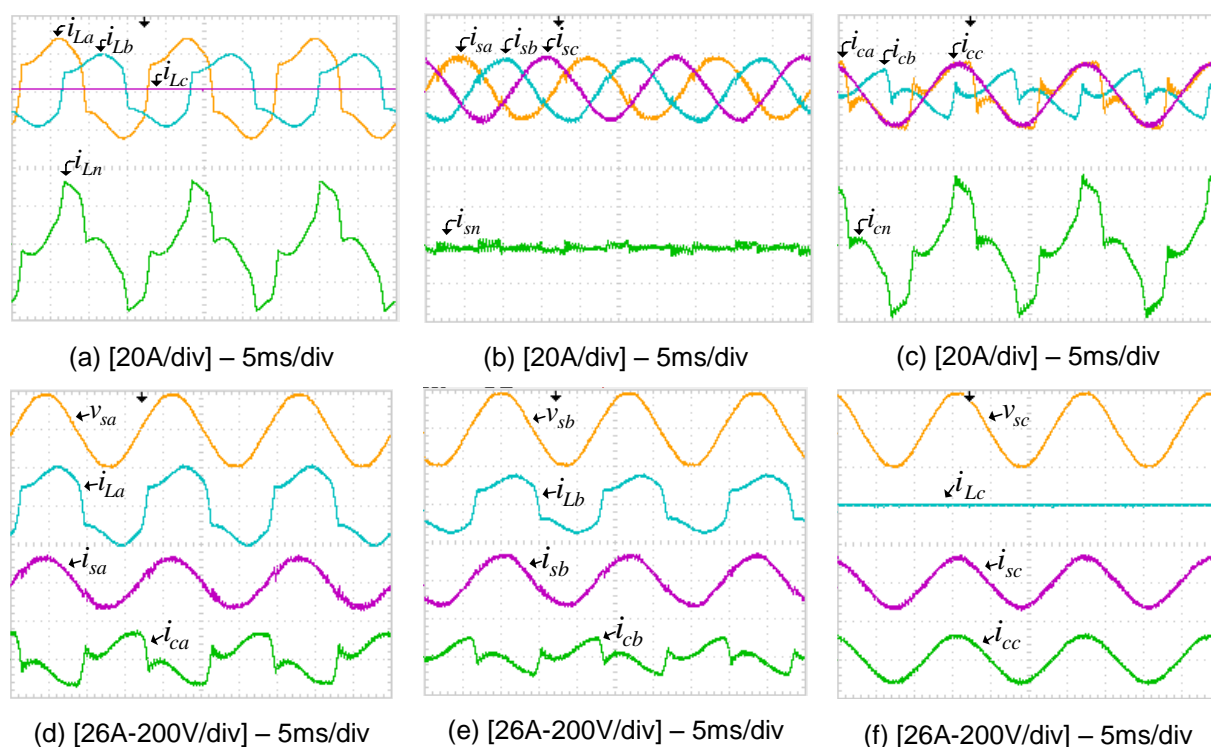


**Figura 57 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:**  
**(a) Corrente da carga  $i_{La}$ ; (b) Corrente da rede  $i_{sa}$ ; (c) Corrente da carga  $i_{Lb}$ ; (d) Corrente da rede  $i_{sb}$ ; (e) Corrente da carga  $i_{Lc}$ ; (f) Corrente da rede  $i_{sc}$**

Os resultados do FAPP com a Carga 2, e as formas de onda das correntes e tensões envolvidas são mostradas na Figura 58. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 58 (a), onde neste caso, a fase 'c' está sem carga. As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 58 (b), e igualmente como para a carga 1, nota-se que tornaram-se praticamente senoidais e equilibradas, com valor de corrente de neutro  $i_{sn}$ , próximo de zero. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 58 (c), onde verifica-se que a corrente de compensação  $i_{cc}$ , é igual à corrente  $i_{sc}$ . Ainda que a corrente  $i_{Lc}$  tenha valor zero, a corrente de compensação  $i_{cc}$  é necessária para que as correntes da rede fiquem equilibradas. Nas Figuras 58 (d),

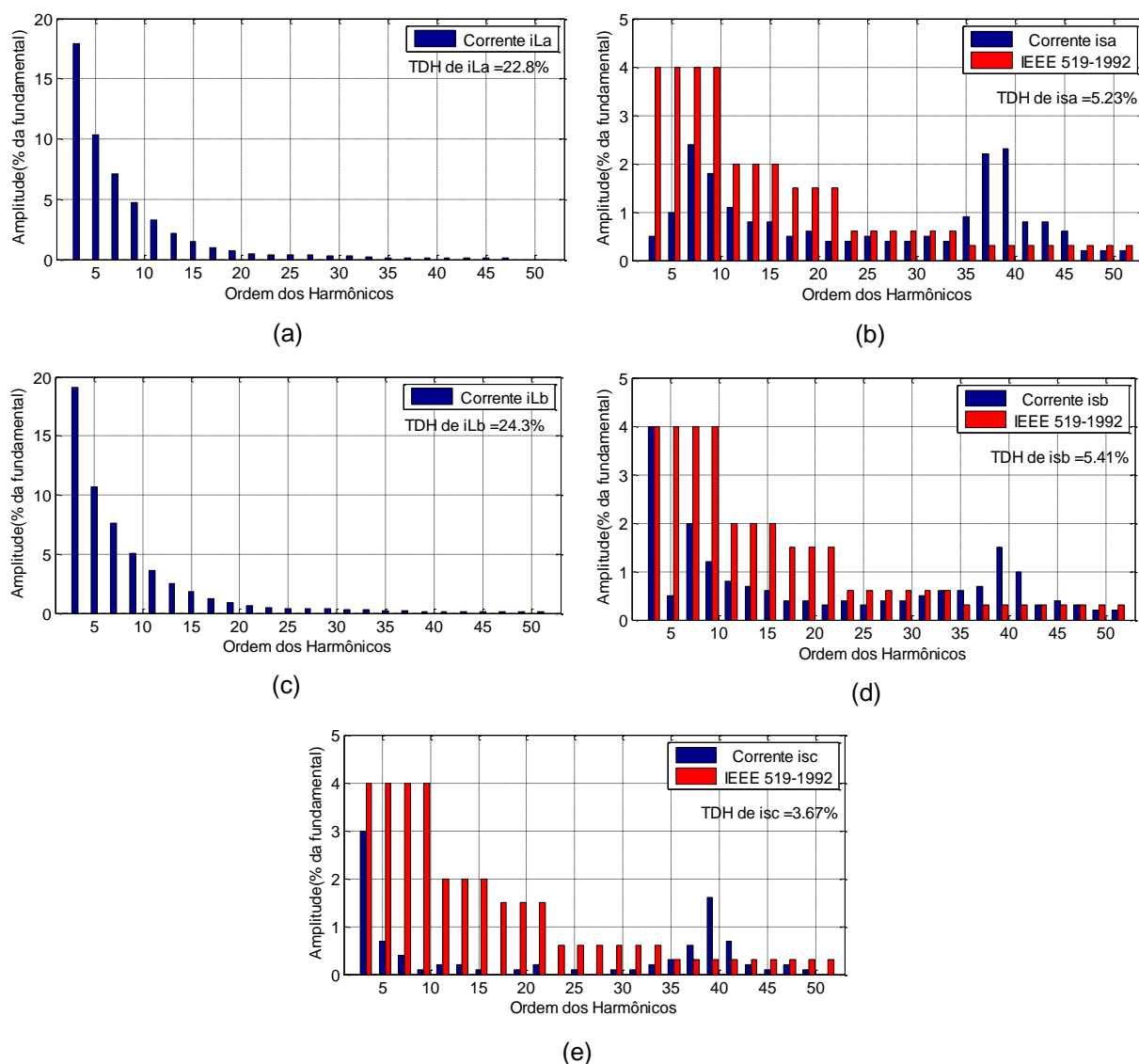


(e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Verifica-se por meio das Figuras 58 (d), (e) e (f), que os reativos da carga também foram compensados pelo FAPP, visto que as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  estão em fase com suas respectivas correntes.



**Figura 58 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 2:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

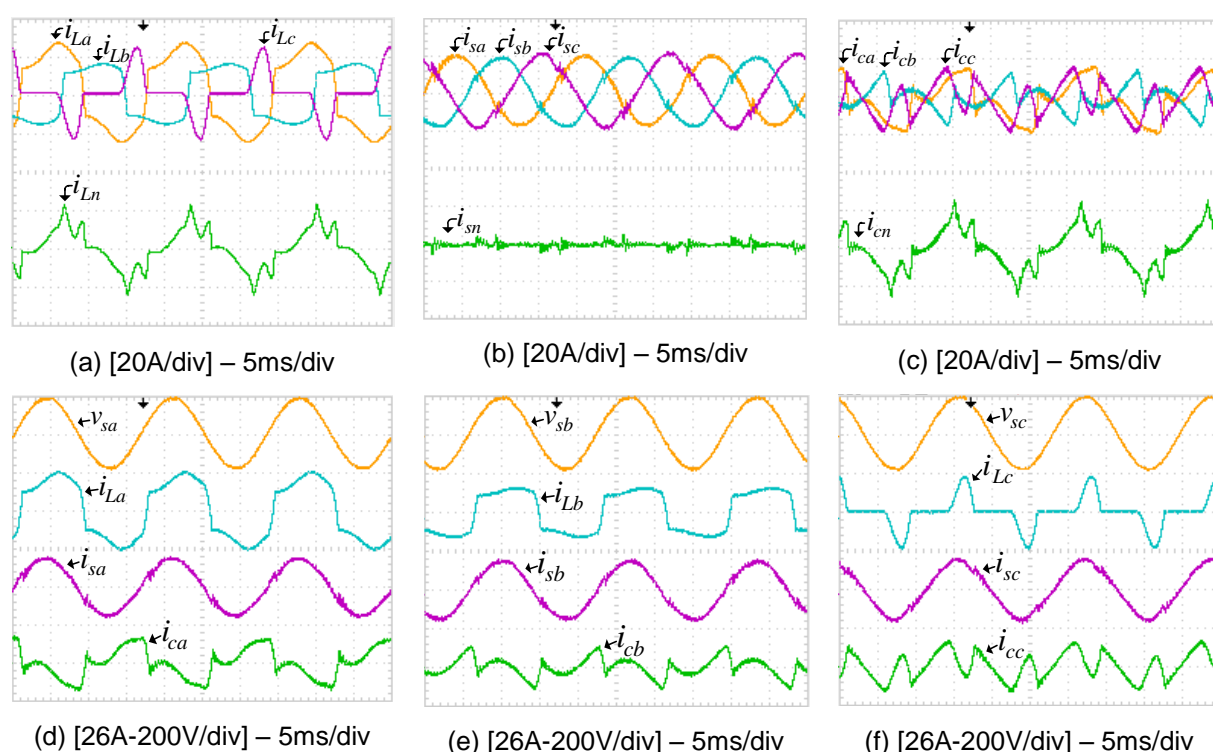
Para os resultados experimentais referentes à carga 2, os espectros harmônicos e as TDH das correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  são mostradas na Figura 59 (a), (b), (c), (d) e (e) respectivamente. A TDH da carga é mesma do caso anterior, exceto pelo fato de não ter carga na fase 'c'. Na Figura 59 (b), é apresentado o espectro harmônico das correntes compensadas pelo FAPP, as quais podem ser comparadas em relação aos limites da recomendação *IEEE 519-1992*. Nota-se uma contribuição significativa do FAPP na redução da TDH da carga, que resultou em uma TDH de 5,23% na corrente da rede, como pode ser observado, apesar de algumas componentes de alta frequência terem ficado acima dos limites estabelecidos. A Figura 59 (c), (d) e (e) mostram o espectro harmônico e a TDH da corrente  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  respectivamente.



**Figura 59 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:**  
**(a) Corrente da carga  $i_{La}$ ; (b) Corrente da rede  $i_{sa}$ ; (c) Corrente da carga  $i_{Lb}$ ; (d) Corrente da rede  $i_{sb}$ ; (e) Corrente da carga  $i_{Lc}$ ; (f) Corrente da rede  $i_{sc}$**

A Figura 60 mostra os resultados obtidos com a carga 3. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 60 (a). As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 60 (b). Nota-se que a corrente  $i_{sc}$  não ficou com o formato de uma senóide como as correntes  $i_{sa}$  e  $i_{sb}$ , apresentando portanto maior distorção. No entanto, estas tornaram-se aproximadamente senoidais e equilibradas, e a corrente de neutro  $i_{sn}$  ficou com valor próximo de zero, mostrando que praticamente todas as componentes de sequência zero foram compensadas. Assim como ocorreu na simulação, a maior distorção observada em  $i_{sc}$  já era esperada por se tratar de uma carga com filtro RC, a qual

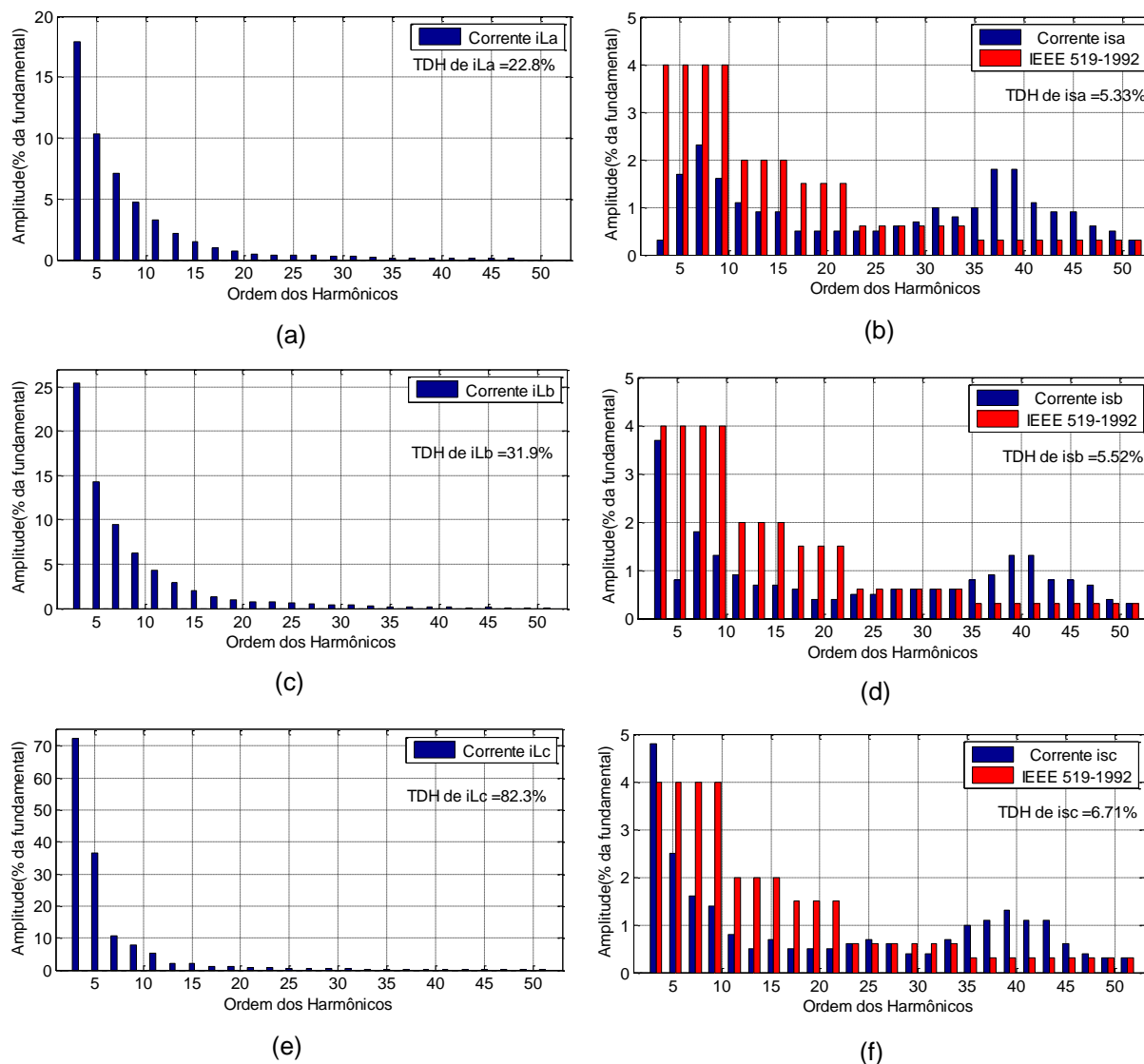
possui alta derivada de corrente, originando uma dificuldade adicional para que o FAPP consiga impor as correntes de compensação. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 60 (c). Ainda nas Figuras 60 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Nota-se ainda por meio da Figura 60 (d), (e) e (f), que os reativos da carga foram compensados pelo FAPP, já que as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  estão em fase com suas respectivas correntes.



**Figura 60 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 3:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

Para os resultados referentes à carga 3, os espectros harmônicos e a TDH das correntes envolvidas são mostradas na Figura 61. Percebe-se através da Figura 61 (c) que a TDH da carga da fase 'b' está em 31,9% devido ao indutor ter maior valor, deixando a corrente mais quadrada. Já na Figura 61 (e), nota-se o alto conteúdo harmônico da corrente da carga  $i_{Lc}$ , com uma TDH de 82,3%, devido à mesma ser formada por um filtro RC. É possível observar nas Figuras 61 (b), (d) e (f) que o FAPP apresentou bom desempenho na compensação em relação aos limites da recomendação *IEEE 519-1992*, já que a maior TDH da rede ficou em 6,71%, a

qual teve uma redução muito significativa, apesar de algumas componentes de alta frequência terem ficado acima dos limites estabelecidos.

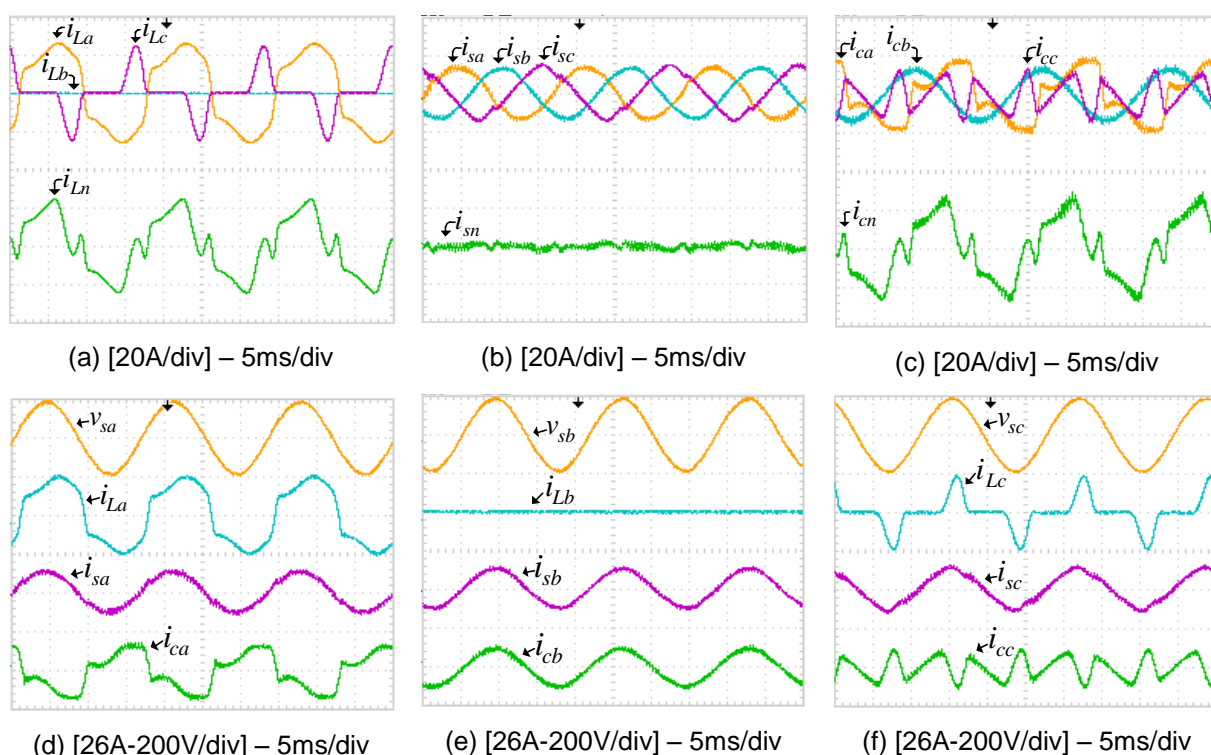


**Figura 61 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:**

**(a) Corrente da carga  $i_{La}$ ; (b) Corrente da rede  $i_{sa}$ ; (c) Corrente da carga  $i_{Lb}$ ; (d) Corrente da rede  $i_{sb}$ ; (e) Corrente da carga  $i_{Lc}$ ; (f) Corrente da rede  $i_{sc}$**

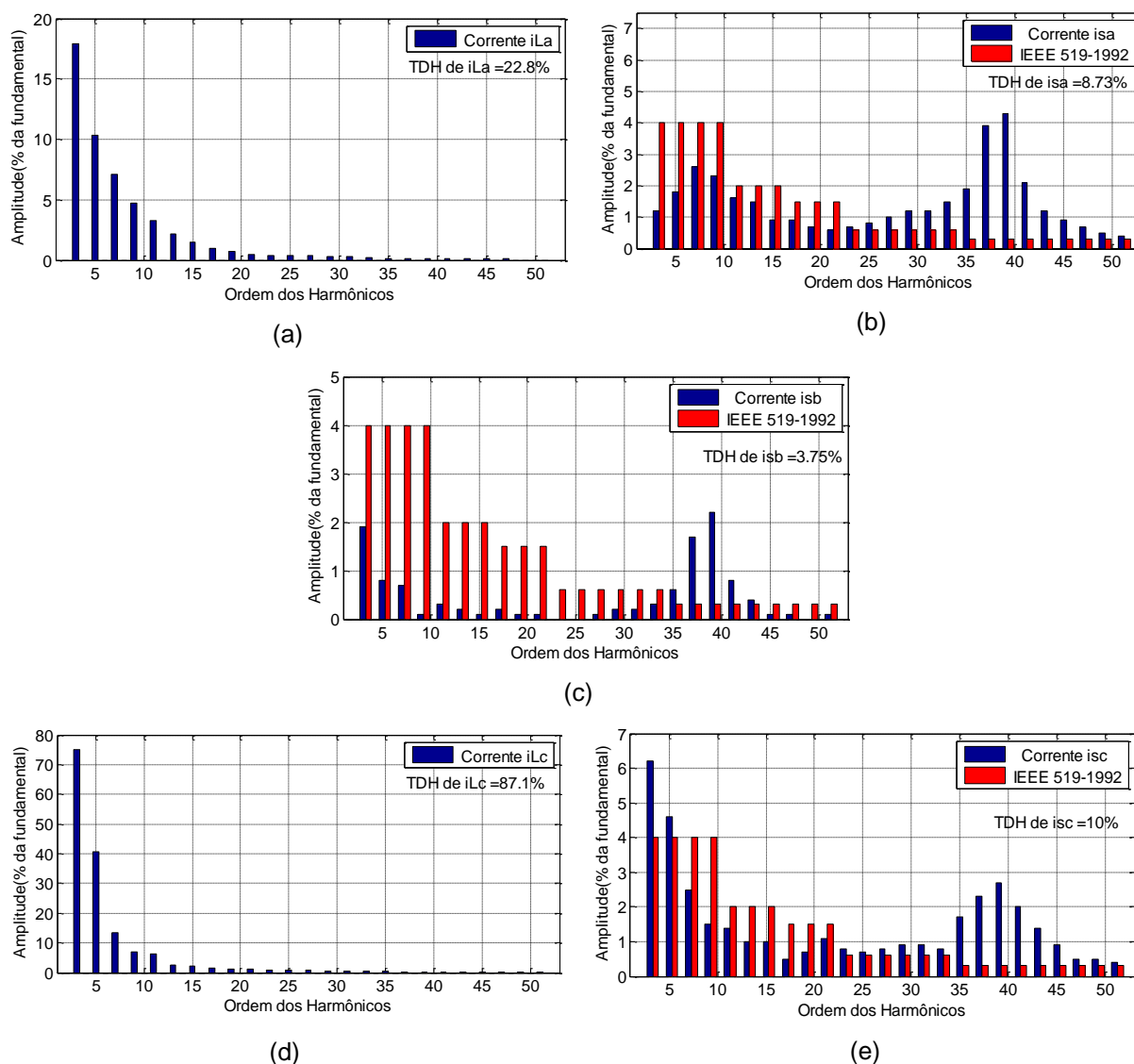
Para a carga 4, os resultados obtidos com o FAPP são mostrados na Figura 62. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ , são mostradas na Figura 62 (a), onde a fase 'b' está sem carga. As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 62 (b), e do mesmo modo como verificado no resultado anterior da Figura 62 (b), a corrente  $i_{sc}$  ficou com mais distorção que  $i_{sa}$  e  $i_{sb}$ . No entanto, as correntes tornaram-se aproximadamente senoidais e equilibradas, e a corrente de neutro  $i_{sn}$ , com valor próximo de zero, demonstrando a compensação eficiente de todas as componentes harmônicas de sequência. A maior distorção da

corrente  $i_{sc}$  é devido aos mesmos motivos citados no caso anterior. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 62 (c). Ainda na Figura 62 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Nota-se ainda por meio da Figura 62 (d), (e) e (f), que os reativos da carga foram compensados pelo FAPP, já que as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$  estão em fase com suas respectivas correntes.



**Figura 62 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 4:**  
**(a) Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; (b) Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; (c) Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;**  
**(d); Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; (e) Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; (f) Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .**

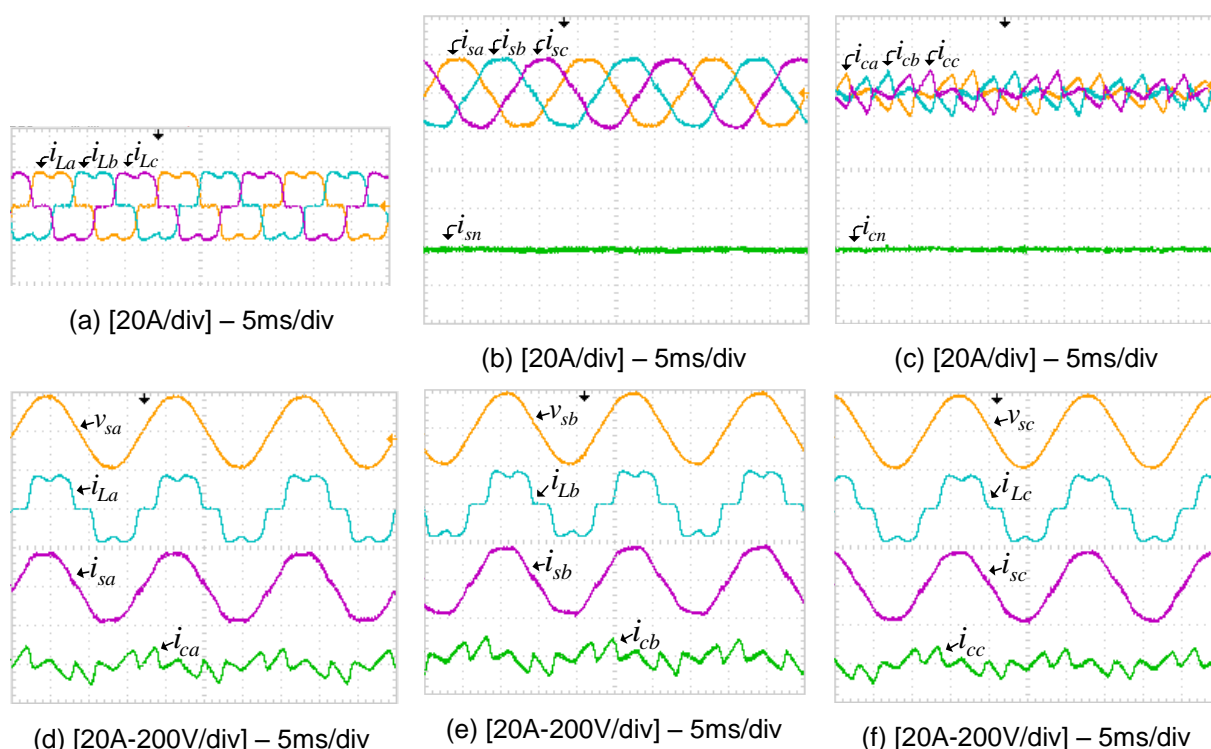
A Figura 63 mostra o espectro harmônico e a TDH referentes aos resultados da carga 4. Observa-se que mesmo na falta de uma carga, o FAPP proporcionou a redução do conteúdo harmônico da carga, como pode ser verificado nas Figuras 63 (b), (c) e (e), reduzindo a TDH da corrente da rede da fase 'a' de 22,8% para 8,73% e da fase 'c' de 87,1% para 10%. Outro fato importante a ser comentado, é com relação a algumas componentes harmônicas de alta frequência, que no caso da fase 'a' acabaram ficando com aproximadamente 4%, dado ao maior esforço exigido por parte do FAPP, já que a fase 'b' está sem carga e na fase 'c' o conteúdo harmônico é bem elevado.



**Figura 63 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:**  
**(a) Corrente da carga  $i_{La}$ ; (b) Corrente da rede  $i_{sa}$ ; (c) Corrente da carga  $i_{Lb}$ ; (d) Corrente da rede  $i_{sb}$ ; (e) Corrente da carga  $i_{Lc}$ ; (f) Corrente da rede  $i_{sc}$**

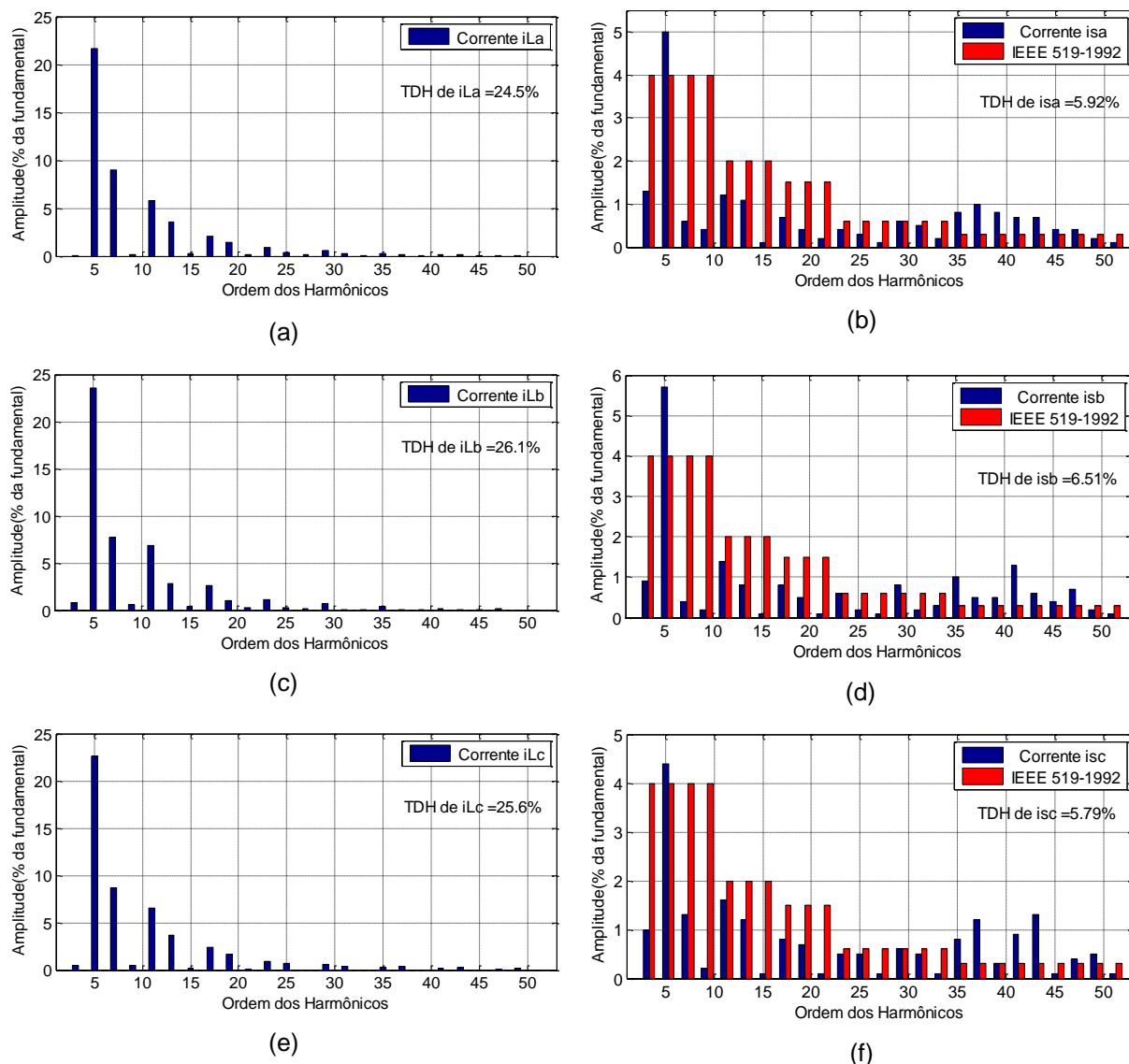
Os resultados experimentais do FAPP com a carga 5, são mostrados na Figura 64. As correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ , e  $i_{Lc}$ , são mostradas na Figura 64 (a), e por se tratar de um retificador trifásico, as correntes têm a mesma forma de onda e amplitude, entretanto estão defasadas de 120 graus, lembrando ainda que, não existe condutor de neutro. Na Figura 64 (b), são mostradas as correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ , as quais tornaram-se praticamente senoidais e equilibradas, e assim a corrente de neutro  $i_{sn}$ , tem valor muito próximo de zero. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 64 (c), onde verifica-se que a corrente de compensação  $i_{cn}$  do

FAPP é aproximadamente zero. Ainda nas Figuras 64 (d), (e) e (f), são mostradas individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ . Esta carga comprova que o FAPP tem comportamento adequado quando aplicado em sistemas conectados a três fios.



**Figura 64 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 5:**  
**(a)** Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; **(b)** Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; **(c)** Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;  
**(d)**; Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; **(e)** Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; **(f)** Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .

O espectro harmônico e a TDH referentes aos resultados experimentais para a carga 5, são apresentados na Figura 65. As Figuras 65 (a), (c) e (e) mostram o espectro harmônico e a TDH das correntes de carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , os quais têm em média uma TDH de 25%. Verifica-se por meio das Figuras 65 (b), (d) e (f) que o conteúdo harmônico das correntes da carga ficou próximo a 6%, e portanto considerado aceitável, ainda que constatado que as componentes harmônicas de 5ª ordem e algumas de alta frequência, ficaram com valores um pouco superiores ao recomendado pela *IEEE 519-1992*.

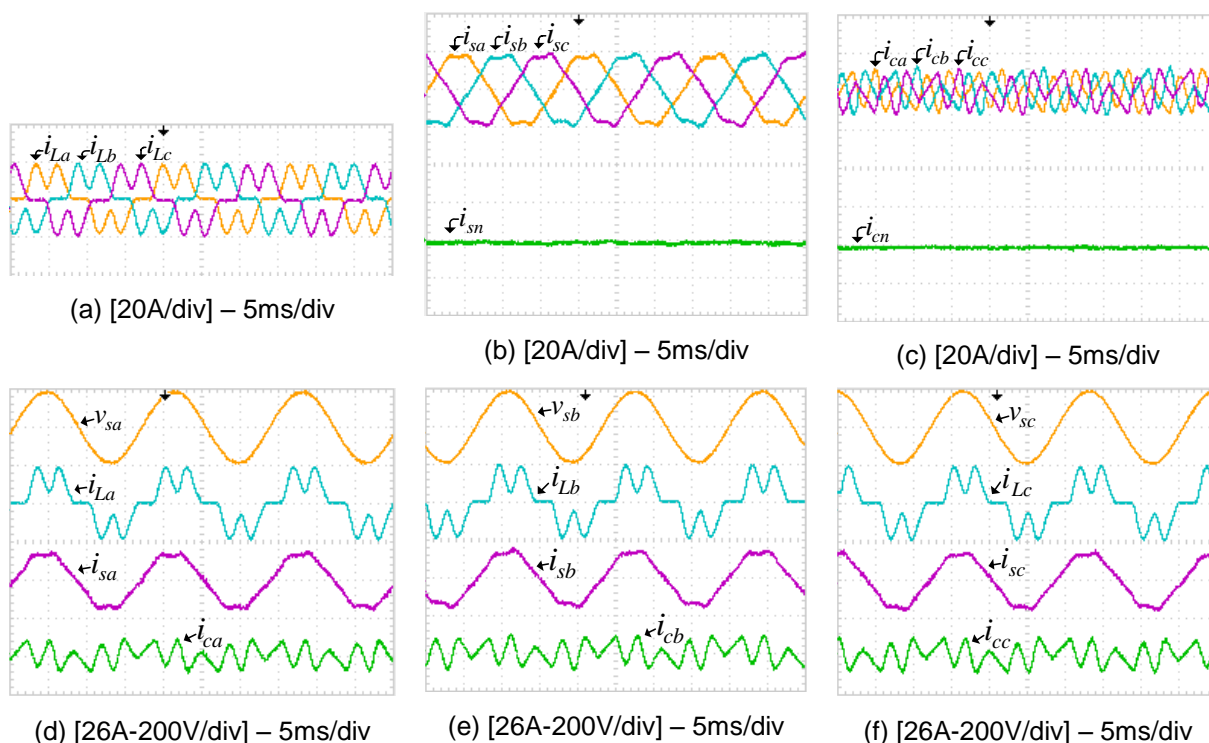


**Figura 65 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:**  
 (a) Corrente da carga  $i_{La}$ ; (b) Corrente da rede  $i_{sa}$ ; (c) Corrente da carga  $i_{Lb}$ ; (d) Corrente da rede  $i_{sb}$ ; (e) Corrente da carga  $i_{Lc}$ ; (f) Corrente da rede  $i_{sc}$

A carga 6 é a última a ser utilizada com o FAPP, sendo formada por um retificador trifásico de onda completa com uma carga RC. A Figura 66 (a) mostra as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ , e  $i_{Lc}$ , onde nota-se que as correntes têm a mesma forma de onda e amplitude, contudo, defasadas de 120 graus, além de não possuir condutor de neutro dada a topologia de carga utilizada. As correntes compensadas resultantes da rede elétrica  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$  são mostradas na Figura 66 (b), e mesmo que estas não tenham se tornado perfeitamente senoidais, verifica-se que o FAPP teve desempenho satisfatório, reduzindo desse modo o conteúdo harmônico das correntes da carga. As correntes de compensação do FAPP  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ , são mostradas na Figura 66 (c). Já nas Figuras 66 (d), (e) e (f), são mostradas

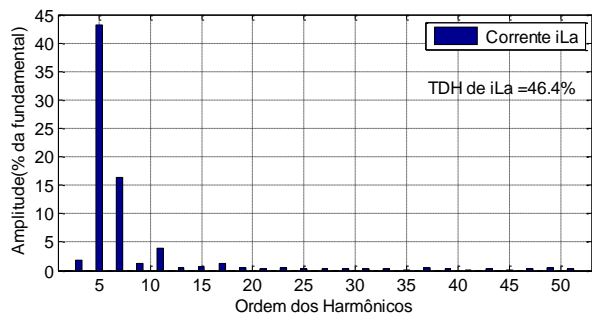


individualmente as tensões  $v_{sa}$ ,  $v_{sb}$  e  $v_{sc}$ , as correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , as correntes compensadas da rede  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$  e as correntes de compensação  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$  e  $i_{cc}$ .

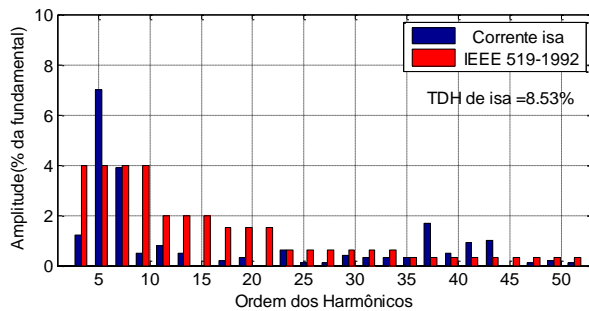


**Figura 66 – Correntes e tensões do sistema para o FAPP conectado com a Carga 6:**  
**(a)** Correntes  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$ ,  $i_{Lc}$  e  $i_{Ln}$ ; **(b)** Correntes  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{sn}$ ; **(c)** Correntes  $i_{ca}$ ,  $i_{cb}$ ,  $i_{cc}$  e  $i_{cn}$ ;  
**(d)**; Tensão  $v_{sa}$  e correntes  $i_{La}$ ,  $i_{sa}$  e  $i_{ca}$ ; **(e)** Tensão  $v_{sb}$  e correntes  $i_{Lb}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{cb}$ ; **(f)** Tensão  $v_{sc}$  e correntes  $i_{Lc}$ ,  $i_{sc}$  e  $i_{cc}$ .

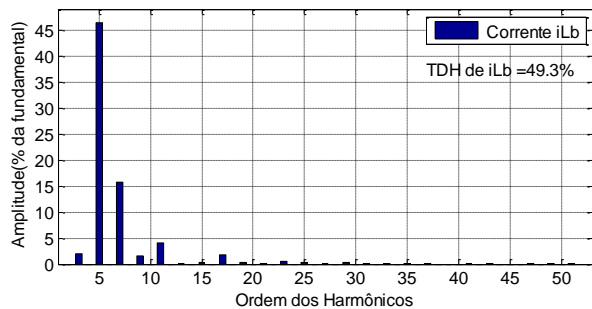
Na Figura 67 são mostrados o espectro harmônico e a TDH referentes aos resultados experimentais deste último caso. O espectro harmônico e a TDH das correntes da carga  $i_{La}$ ,  $i_{Lb}$  e  $i_{Lc}$ , são mostrados nas Figuras 67 (a), (c) e (e), com uma TDH média de 49%. Nas Figuras 67 (b), (d) e (f) observa-se que a TDH da corrente da rede ficou aproximadamente igual a 9%, mostrando que o FAPP contribuiu para a redução do conteúdo harmônico das correntes da carga, embora as componentes harmônicas de 5ª ordem tenham ficado com valores superiores aos limites estabelecidos pela recomendação *IEEE 519-1992*.



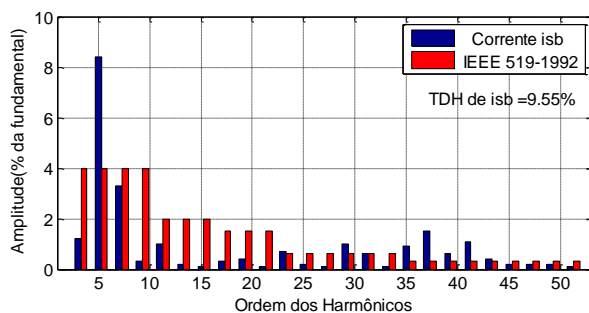
(a)



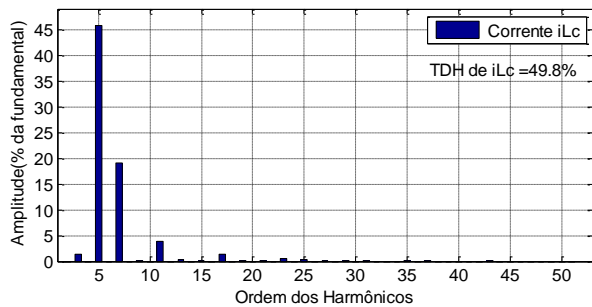
(b)



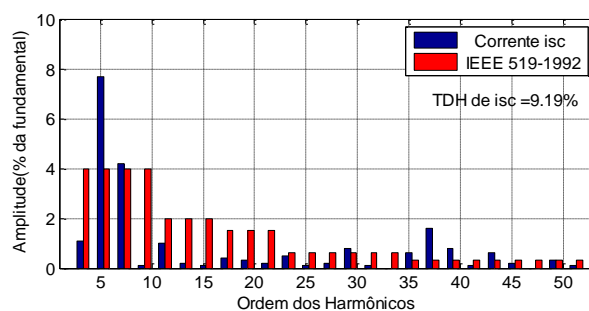
(c)



(d)



(e)



(f)

**Figura 67 – Espectro Harmônico e Taxa de Distorção Harmônica:**  
**(a) Corrente da carga  $i_{La}$ ; (b) Corrente da rede  $i_{sa}$ ; (c) Corrente da carga  $i_{Lb}$ ; (d) Corrente da rede  $i_{sb}$ ; (e) Corrente da carga  $i_{Lc}$ ; (f) Corrente da rede  $i_{sc}$**

## 6.2.2 Resultados Experimentais Dinâmicos do FAPP

### 6.2.2.1 Comportamento da Tensão do Barramento CC

De modo a avaliar o comportamento do FAPP frente a variações abruptas de carga, o resultado experimental obtido é apresentado.

Na Figura 68 é mostrado o comportamento da tensão do barramento CC, na entrada de um degrau de carga e também na saída do degrau de carga. O degrau foi estabelecido nas fases 'a' e 'b', com mais de 70% de carga adicional. Para o resultado mostrado na Figura 68, a tensão do barramento CC, na entrada do degrau, foi reduzida em aproximadamente 80V, já na saída, o sobresinal foi de aproximadamente 50V. Nota-se então, que o controle da malha de tensão atuou adequadamente, mesmo sobre as condições extremas de degrau de carga a que foi submetido o FAPP.

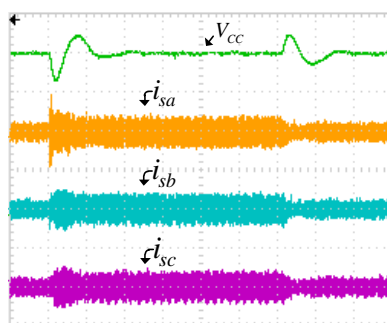


Figura 68 – Tensão do Barramento CC e Corrente da Rede  
[50A-100V/Div] – 500ms

### 6.2.3 CONCLUSÕES

Neste capítulo, os resultados obtidos através de simulações e ensaios experimentais do FAPP são apresentados e analisados. É descrito o processo de

energização do FAPP, o qual promove a redução das correntes de partida, até que a tensão do barramento CC atinja o seu valor nominal.

O FAPP foi colocado em operação com seis tipos de cargas distintas considerando o algoritmo apresentado, e atenuou quase todas as componentes harmônicas de sequência, além dos reativos, portanto, fazendo com que as correntes da rede fiquem aproximadamente equilibradas e em fase com suas respectivas tensões. Assim, a corrente de neutro, ficou com um valor muito próximo de zero, fato desejado, já que desbalanços nas correntes de fase, podem resultar em elevados valores na corrente de neutro, e esta poderia causar sobrecargas, sobreaquecimentos e distorções nas tensões do sistema elétrico. Foi observado ainda, que mesmo na falta de carga em uma das fases ou quando a carga era composta por um filtro RC, o FAPP conseguiu reduzir o conteúdo harmônico das correntes da rede. Para o segundo algoritmo, somente a simulações com dois tipos de cargas foram consideradas, para demonstrar o resultado da não compensação das componentes fundamentais de sequência negativa, onde verificou-se que os desequilíbrios das correntes da rede referentes a esta sequência, não foram compensadas, bem como as componentes das correntes da carga correspondentes a potência reativa.

Para cada tipo de carga utilizada foram mostradas as formas de onda das correntes das cargas, das correntes compensadas bem como os espectros harmônicos e suas respectivas taxas de distorção harmônica. Além disso, as TDH das correntes compensadas foram comparadas com os limites apresentados na recomendação *IEEE 519-1992* possibilitando um comparativo efetivo.

Ainda que para algumas configurações de carga, a TDH das correntes compensadas tenham ficado um pouco acima da recomendação do *IEEE*, o FAPP mostrou-se eficaz na redução do conteúdo harmônico e dos reativos das cargas, e desse modo, contribuindo para a elevação da qualidade da energia elétrica.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho, apresenta o estudo e a implementação de um filtro ativo de potência paralelo aplicado em sistemas trifásicos a quatro fios, visando a redução do conteúdo harmônico gerado por cargas não lineares.

No capítulo 1, são comentados alguns aspectos relacionados à qualidade da energia elétrica, assim como uma breve revisão sobre os estudos realizados com filtros ativos paralelos até o presente momento.

As principais normas e recomendações que estabelecem os limites totais e individuais relacionados a distorção harmônica são descritas no capítulo 2, bem como as principais cargas não lineares e os conceitos de potência são apresentadas. Algumas considerações relevantes quanto às ordens e as sequências dos harmônicos também são realizadas. As formas de filtragem passiva e ativa são comentadas, assim como o princípio de operação dos FAPP e um sucinto comparativo entre as principais topologias aplicadas em sistemas trifásicos a quatro fios.

No capítulo 3, a estratégia de compensação ativa de potência baseada no sistema de eixos de referência síncrona é apresentada. Dois algoritmos de compensação são apresentados. O primeiro permite compensar todas as componentes de sequência, ou seja, as sequências negativa e zero. Já o segundo algoritmo permite a não compensação das componentes fundamentais de sequência negativa, proporcionando, desse modo, que os desequilíbrios das correntes da rede relacionados a esta sequência, não sejam compensados e conseqüentemente a redução da energia processada pelo FAPP. Além disso, descreve-se o circuito de sincronismo e detecção do ângulo de fase ( $q$ -PLL).

No capítulo 4, apresenta-se a modelagem do filtro ativo *four-legs*, onde três modelos são obtidos. No primeiro deles, o modelo em coordenadas estacionárias *abc* confirma-se a existência do acoplamento mútuo entre as fases. Para o segundo modelo, com a utilização da transformada de *Clarke*, obtém-se um modelo equivalente em coordenadas estacionárias  $\alpha\beta 0$ , e verifica-se que não há acoplamento entre as correntes. O terceiro modelo, é obtido utilizando-se a transformada de *Park*. Este modelo resulta em dois circuitos acoplados, referentes

aos eixos  $dq$ . Porém é mostrado que esse efeito pode ser facilmente contornado. Adicionalmente, as respectivas funções de transferência em coordenadas estacionárias  $\alpha\beta 0$  e coordenadas síncronas  $dq$  são obtidas a partir dos modelos em espaço de estados.

A técnica de modulação *space vector* aplicada a inversores *four-legs* é apresentada no capítulo 5. Todo o equacionamento necessário para sua implementação é desenvolvido, mostrando os planos de separação, as condições limites para identificação de cada tetraedro e a sequência dos vetores de comutação dos mesmos. As equações que determinam os intervalos de tempo para cada vetor são mostradas, bem como as respectivas matrizes de decomposição associadas a cada tetraedro. Além disso, por meio de simulações, são obtidos os padrões de pulso de cada tetraedro. A modulação *space vector* foi escolhida, por apresentar características superiores quando comparada com a modulação *PWM* senoidal. Características relevantes quanto ao sistema de condicionamento de sinais e do *DSP* são também abordadas, assim como o projeto dos controladores das malhas de controle de corrente e tensão. Ao final desse capítulo, a metodologia utilizada para a discretização dos controladores é mostrada.

No capítulo 6, são apresentados os resultados obtidos através de simulações e de ensaios experimentais. O processo de energização do FAPP é descrito, o qual tem como finalidade reduzir suas correntes de partida. Nos ensaios experimentais, o FAPP foi testado com várias configurações de carga utilizando o algoritmo de controle descrito no capítulo 3. Notou-se que, de um modo geral, para todas as cargas utilizadas, as correntes da rede se tornaram aproximadamente senoidais e em fase com suas respectivas tensões, mesmo sob condições adversas, como, por exemplo na ausência de carga em uma das fases. Por meio dos espectros harmônicos e das respectivas TDH das correntes compensadas, possibilitou-se a realização de uma análise comparativa com os limites recomendados pela norma *IEEE 519-1992*. Embora, para algumas configurações de carga, a TDH das correntes compensadas tenham ficado ligeiramente acima da recomendação do *IEEE*, o FAPP mostrou-se muito eficaz.

Por fim, levando em consideração o desenvolvimento do trabalho, pode-se afirmar que os objetivos e as contribuições citadas no capítulo 1 foram alcançados, visto que o protótipo do FAPP implementado via *DSP* foi testado e avaliado sob

diversas topologias de carga, onde o mesmo mostrou-se robusto e apto a reduzir significativamente os conteúdos harmônicos de corrente gerados pelas cargas não-lineares. Além disso, o FAPP compensou de forma eficiente os reativos da carga possibilitando a elevação do fator de potência e, conseqüentemente a melhoria da qualidade de energia elétrica.

## 7.1 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE DO TRABALHO

Como forma de continuar a pesquisa realizada neste trabalho, sugere-se que sejam efetuados outros estudos como citados abaixo:

- Implementar experimentalmente o algoritmo que desconsidera a compensação das correntes fundamentais de sequência negativa;
- Investigar e propor um novo algoritmo para geração das correntes de referência, onde tanto as componentes fundamentais de sequência negativa, quanto as harmônicas de sequência zero sejam desconsideradas no cálculo das correntes de referência;
- Implementar e avaliar o comportamento do FAPP com outros tipos de controladores para a malha de corrente;
- Implementar os controladores em coordenadas estacionárias  $\alpha\beta 0$ , realizando um comparativo com os resultados obtidos neste trabalho;
- Investigar e implementar novas técnicas de sincronismo na implementação do FAPP, avaliando seu desempenho.
- Avaliar o desempenho do FAPP sob condições de tensão desequilibrada e distorcida.

## REFERÊNCIAS

ABDALLA, I. I.; RAO, K. S. R.; PERUMAL, N. Harmonics Mitigation and Power Factor Correction with a Modern Three-phase Four-Leg Shunt Active Power Filter. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER AND ENERGY (PCon2010), 2010, Kuala Lumpur. **Proceedings...** Kuala Lumpur, Malaysia: IEEE, 2010. p. 156-161.

\_\_\_\_\_. A Comparative Study of Shunt Active Power Filter Performance in Distribution Systems. In: INTERNATIONAL POWER ENGINEERING AND OPTIMIZATION CONFERENCE (PEOCO2011), 5., 2011, Shah Alam, Selangor, Malaysia. **Proceedings...** Shah Alam: PEOCO, 2011.

ACORDI, E. J.; CAMPANHOL, L. B. G.; SILVA, S. A. O.; NASCIMENTO, C. B.; GOEDTEL, A. Study of Shunt Active Power Filters Applied to Three-Phase Four-Wire Systems. **Renewable Energy & Power Quality Journal**, [S.l.], v. 10, p. 277-279, 2012.

AKAGI, H. Active Harmonic Filters. **Proceedings of the IEEE**, [S.l.], v. 93, n. 12, p. 2128-2141, dec. 2005.

\_\_\_\_\_. New Trends in Active Filters for Power Conditioning. **IEEE Transactions on Industry Applications**, [S.l.], v. 32, n. 6, p. 1312-1322, nov./dec. 1996.

AKAGI, H.; SRIANTHUMRONG, S.; TAMAI, Y. Comparisons in Circuit Configuration and Filtering Performance between Hybrid and Pure Shunt Active Filters. In: INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE. 38., 2003, [S.l.]. **Proceedings...** [S.l.]: IAS Annual Meeting, 2003. p. 1195-1202. v. 2.

AKAGI, H.; KANAGAWA, Y.; NABAE, A. Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components. **IEEE Transactions on Industry Applications**. [S.l.], v. IA-20, n. 3, p. 625-630, may/june 1984.

\_\_\_\_\_. Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in the Three-Phase Circuits. **JIEE IPEC**, Tokyo, p. 1375, 1983.



AREDES, M.; WATANABE, E. H. New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four Wire Active Power Filters. **IEEE Trans. on Power Delivery**. v. 10, n. 3, p. 1649-1656, 1995.

BAGGINI, A. **Handbook of power quality**. Chichester: J. Wiley, 2008.

BALCELLS, J.; LAMICH, M.; CAPELLA, G. LC Coupled Shunt Active Power Filter (APF): New topology and control method. In: 9th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation. 9., 2007, Barcelona. **Proceedings...** Barcelona: EPQU, 2007. p. 1-6.

BARBI, I. **Projetos de fontes chaveadas**. 2. ed. Florianópolis: UFSC, 2007.

BATISTA, Flávio Alberto Bardemaker. **Modulação vetorial aplicada a retificadores trifásicos PWM unidirecionais**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

BHATTACHARYA, S. et al. Active Filter system Implementation. **IEEE Industry Applications Magazine**, [S.l.], v.4, n. 5, Sep./Oct., 1998. p. 47-63.

\_\_\_\_\_. Parallel active filter system implementation and design issues for utility interface of adjustable speed drive systems. In: IEEE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE, 31., 1996, San Diego. **Proceedings...** San Diego: IAS, 1996. p. 1032-1039. v. 2.

BHATTACHARYA, S.; DIVAN, D. M. Synchronous frame based controller implementation for a hybrid series active filter system. In: IEEE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE, 30., 1995, Orlando. **Proceedings...** Orlando: IAS Annual Meeting, 1995. p. 2531-2540. v. 3.

BHATTACHARYA, S.; DIVAN, D.; BANERJEE B. B. Synchronous Frame Harmonic Isolator Using Active Series Filter. In: EUROPEAN POWER ELECTRONICS CONFERENCE, 1991. **Proceedings...** [S.l.]: EPE, 1991. p. 30-35.

BUSO, Simone; MATTAVELLI, Paolo. **Digital control in power electronics**. 1. ed. [S.l.]: Morgan & Claypool, 2006.

CAMARGO, Robinson Figueiredo. **Método de sincronização aplicado a conversores PWM trifásicos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006.

CAMARGO, R. F. et al. New Limiting Algorithms for Space Vector Modulated Three-Phase Four-Leg Voltage Source Inverter. In: ANNUAL POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE, 33., 2002, [S.I.]. **Proceedings...** [S.I.]: IEEE, 2002. p. 232-237.

DONGHUA, Chen; XIE, Shaojun. Review of the control strategies applied to Active Power Filters. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC UTILITY DEREGULATION, RESTRUCTURING AND POWER TECHNOLOGIES, 2004, [S.I.]. **Proceedings...** [S.I.]: DRPT, 2004. p. 666-670.

DUGAN, Roger C.; MCGRANAGHAN, Mark F.; SANTOSO, Surya.; BEATY, H. Wayne. **Electrical power systems quality**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 2004.

EMADI, Ali; NASIRI, Abdolhosein; BEKIAROV, Stoyan B. **Uninterruptible Power supplies and active filters**. Boca Raton: CRC Press, 2005.

GREEN, T. C.; MARKS, J. H. Control techniques for active power filters. **IEE Proc.-Electr. Power Appl.**, [S.I.], v. 152, n. 2, p. 369-381, mar. 2005.

GRUZS, T. M. A Survey of Neutral Currents in Three-Phase Computer Power Systems. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Pleasant Ridge, v. 26, n. 4, p. 114-122, july/aug. 1990.

HAMOUDI, F.; CHAGHI, A.; ADLI, M.; HOCINE, A. **A comparative study between two strategies for four-wire shunt active filter control**. [S.I.]: [s.n.], 2006.

HSIEH, G. C.; HUNG, J. C. Phase-Locked Loop Techniques – A Survey. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**. Pleasant Ridge, v. 43, n. 6, p. 609-615, dec. 1996.

IEEE Std 1459-2010. IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions. **IEEE Power & Energy Society**, New York, mar. 2010.

IEEE Std. P519A/D5-1996. **IEEE guide for applying harmonic limits on power systems**. [S.l.]: [s.n.], 1996.

KANAAN, H. Y.; HAYEK, A.; AL-HADDAD, K. Small-Signal Average Modeling, Simulation and Carrier-Based Linear Control of a Three-Phase Four-Leg Shunt Active Power Filter. In: IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES & DRIVES CONFERENCE, 2007, Antalya. **Proceedings...** Antalya: IEMDC '07, 2007. p. 601-607.

KHADKIKAR, V.; CHANDRA, A. An Independent Control Approach for Three-Phase Four-Wire Shunt Active Filter Based on Three H-Bridge Topology under Unbalanced Load Conditions. In: IEEE POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE, 39., 2008, Rhodes. **Proceedings...** Rhodes: IEEE, 2008. p. 4643-4649.

KOUZOU, A.; MAHMOUDI, M. O.; BOUCHERIT, M. S. A new 3D-SVPWM algorithm for four-leg inverters. In: IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE, 2009, Miami. **Proceedings...** Miami: IEMDC '09, 2009. p. 1674-1681.

LOUIE, K. W. et al. Discussion on Power System Harmonic Analysis in the Frequency Domain. In: TRANSMISSION & DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 2006, Caracas. **Proceedings...** Caracas: IEEE/PES, 2006. p. 1-6.

MENDALEK, N. Modeling and Control of Three-Phase Four-Leg Split-Capacitor Shunt Active Power Filter. In: ADVANCES IN COMPUTATIONAL TOOLS FOR ENGINEERING APPLICATIONS - ACTEA, 2009, Zouk Mosbeh. **Proceedings...** Zouk Mosbeh: ACTEA, 2009. p. 121-126.

MENDALEK, N. et al. Sliding mode control of three-phase four-leg shunt active power filter. In: POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE - PESC, Rhodes, 2008. **Proceedings...** Rhodes: PESC, 2008. p. 4362-4367, 2008.

MUSSA, Samir Ahmad. **Controle de um conversor CA-CC trifásico PWM de três níveis com fator de potência unitário utilizando DSP**. 2003. xvi, 271 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

OLIVEIRA, L. E. de L. de; SILVA, L. E. B. da; SILVA, V. F. da; TORRES, G. L.; PINTO, J. O. P. Improving the dynamic response of active power filters based on the synchronous reference frame method. In: IEEE APPLIED POWER ELECTRONICS CONFERENCE AND EXPOSITION, 70., 2002, Dallas. **Proceedings...** Dallas: APEC, 2002. p. 742-748.

ORTMANN, Márcio Silveira. **Filtro ativo trifásico com controle vetorial utilizando DSP: projeto e implementação**. 2008. 207 f. Dissertação (Mestrado em engenharia Elétrica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

PEREIRA, R. R. et al. New Strategies for Application of Adaptive Filters in Active Power Filters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Pleasant Ridge, v. 47, n. 3, p.1136-1141, may 2011.

PINHEIRO, H. et al. Space Vector Modulation for Voltage-Source Inverters: A Unified Approach. In: IECON, 28., 2002, [S.I.]. **Proceedings...** [S.I.]: IECON, 2002. p. 23-29.

PINHEIRO, R. F. et al. A Revision of The State of The Art in Active Filters. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA, 1999, Foz do Iguaçu. **Proceedings...** Foz do Iguaçu: COBEP, 1999. p. 857-862.

POTDAR, R. M. et al. Comparasion of Topologies of Shunt Active Power Filter Implemented on Three Phase Four-Wire System. **International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)**, [S.I.], v. 1, n. 5, p. 209-216, nov. 2011.

QUINN, C. A.; MOHAN, N. Active Filtering of Harmonic Currents in Three-Phase, Four-Wire Systems with Three-Phase and Single-Phase Non-Linear Loads. In: APPLIED POWER ELECTRONICS AND EXPOSITION, 7., 1992, Boston. **Proceedings...** Boston: APEC, 1992. p. 829-836.

QUINN, C. A.; MOHAN N.; MEHTA H. A Four-Wire, Current-Controlled Converter Provides Harmonic Neutralization in Three-Phase, Four-Wire Systems. In: APPLIED POWER ELECTRONICS AND EXPOSITION, 8., 1993, San Diego. **Proceedings...** San Diego: APEC, 1993. p. 841-846

ROLIM, L. G. B.; COSTA, D. R.; AREDES, M. Analysis and Software Implementation of a Robust Synchronizing PLL Circuit Based on the pq Theory. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Pleasant Ridge, v. 53, n. 6, p. 829-836, dec. 2006.

SALAM, Z.; CHENG, T.P.; JUSOH, A. Harmonics Mitigation Using Active Power Filter: A Technological Review. **Journal of Electrika**, [S.l.], v. 8, n. 2, p. 17-26, 2006.

SALMERÓN, P. et al. A Practical Comparative Evaluation of Different Active Harmonic Filter Topologies. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON RENEWABLE ENERGIES AND POWER QUALITY (ICREPQ'11), 2011, Las Palmas de Gran Canaria, Spain. **Proceedings...** Las Palmas de Gran Canaria, Spain: ICREPQ, 2011.

SASSO, E. M. et al. A Practical Comparative Evaluation of Different Active Harmonic Filter Topologies (p-pll e q-pll). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), Gramado, 2002. **Proceedings...** Gramado: SBA, 2002. p. 480-485.

SHEN, D.; LEHN, P. W. Fixed-frequency space-vector-modulation control for three-phase four-leg active power filters. **IEE Proceedings - Electric Power Applications**, Stevenage, v. 149, n. 4, p. 268-274, Jul. 2002.

SILVA, S. A. O. et al. Synchronous Reference Frame Based Controllers Applied to Shunt Active Power Filters in Three-Phase Four-Wire Systems. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL TECHNOLOGY – ICIT, 2010, Viña del Mar, 2010. **Proceedings...** Viña del Mar: ICIT, 2010. p. 832-837.

SILVA, Sérgio Augusto Oliveira da. **Sistemas de energia ininterrupta line interactive trifásicos com compensação ativa de potência série e paralela**. 2001. 205 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro de Pesquisa e desenvolvimento em Engenharia Elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

SINGH, B.; AL-HADDAD, K.; CHANDRA, A. A Review of Active Filters for Power Quality Improvement. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Pleasant Ridge, v. 46, n. 5, p. 960-971, oct. 1999.

SINGH, B. et al. Hybrid filters for power quality improvement. **IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.**, [S.l.], v. 152, n. 3, p. 365-378, may 2005.

SRIKANTHAN, S.; MISHRA, M. K. Modeling of a four-leg inverter based DSTATCOM for load compensation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY (POWERCON), 2010, Hangzhou. **Proceedings...** Hangzhou: POWERCON, 2010. p. 1-6.

THANDI, Gurjit Singh. **Modeling, control and stability analysis of a PEBB based DC distribution power system**. 1997. 132 f. Thesis (Master of Science in Electrical Engineering) - Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia – USA, 1997.

VERDELHO, P.; MARQUES, G. D. Four-wire current-regulated PWM voltage converter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Pleasant Ridge, v. 45, n. 5, p. 761-770, oct. 1998.

XIANGSHENG, L. et al. Analysis and Simplification of Three-Dimensional Space Vector PWM for Three-Phase Four-Leg Inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, Pleasant Ridge, v. 58, n. 2, p. 450-464, feb. 2011.

ZHANG, Richard. **High performance power converter systems for nonlinear and unbalanced load/source**. 1998. 315 f. Dissertation (Doctor of Philosophy in Electrical and Computer Engineering) - Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia – USA, 1998.

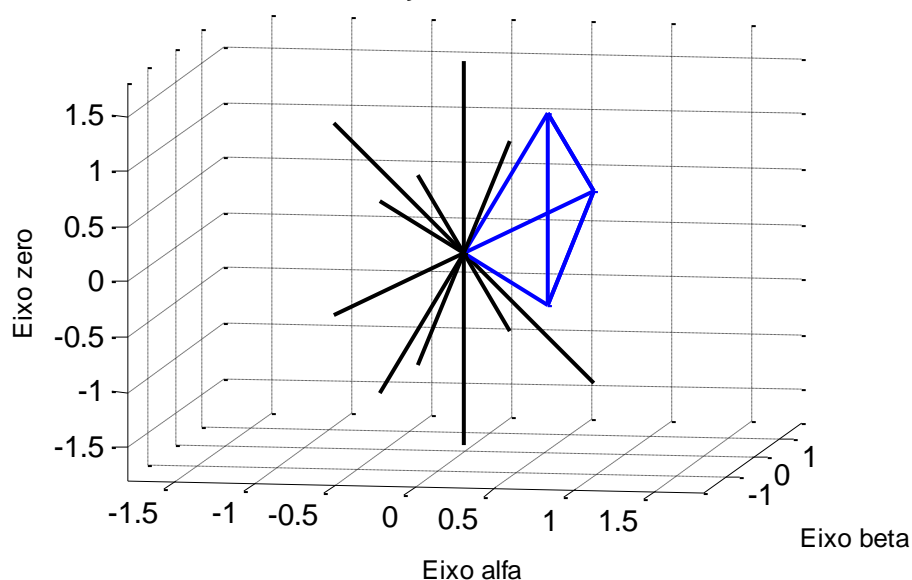
ZHANG, R. et al. A Three-phase Inverter with A Neutral Leg with Space Vector Modulation. In: ANNUAL CONFERENCE PROCEEDINGS APPLIED POWER ELECTRONICS CONFERENCE AND EXPOSITION, 12., 1997, Atlanta. **Proceedings...** Atlanta: APEC '97, 1997. p. 857-863.

## APÊNDICE A – EQUAÇÕES, LOCALIZAÇÃO DOS TETRAEDROS E PADRÃO DE PULSOS PARA A MODULAÇÃO SVM

### Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 2

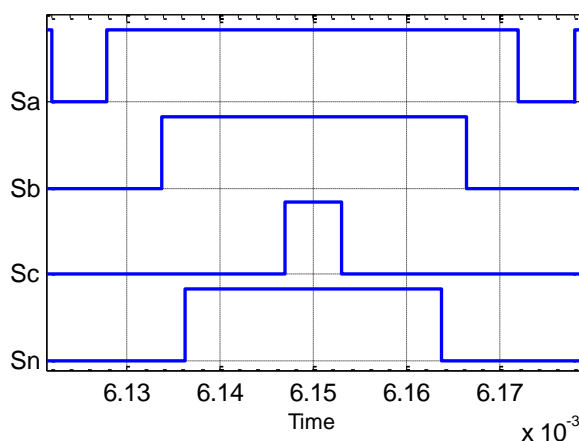
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_2] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_o \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_2 = [V8 \quad V12 \quad V13]^{-1}$
$M_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{2} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} v_o \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_o \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 2



Padrão de Pulsos

Tetraedro 2

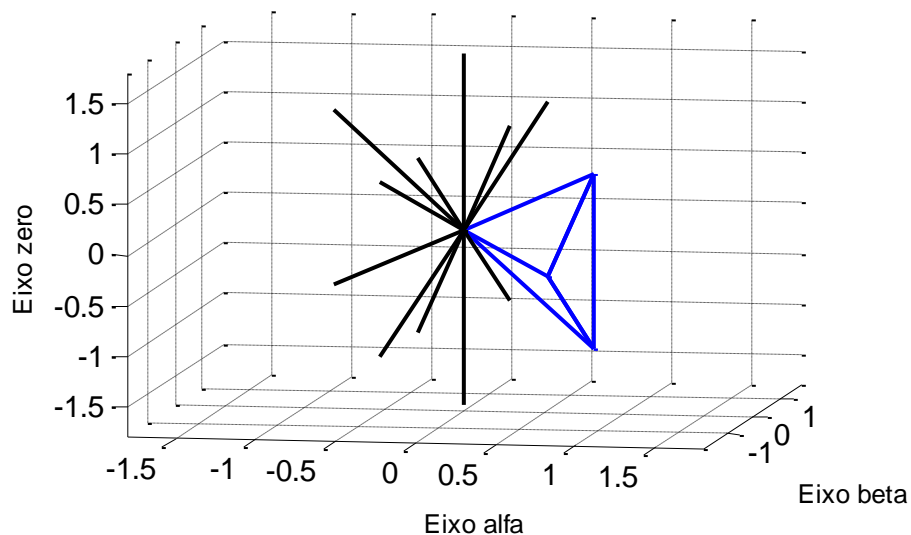
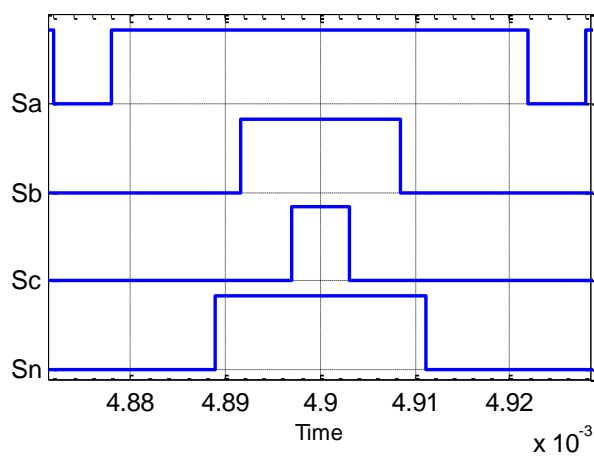


V0-V8-V12-V13-V15-V13-V12-V8-V0

## Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 3

$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_3] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_o \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_3 = [V8 \ V9 \ V13]^{-1}$
$M_3 = \begin{bmatrix} \sqrt{2/3} & 0 & \sqrt{3/3} \\ \sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \sqrt{\frac{2}{3}} v_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} v_o \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_o \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$

Localização do Tetraedro 3

Padrão de Pulsos  
Tetraedro 3

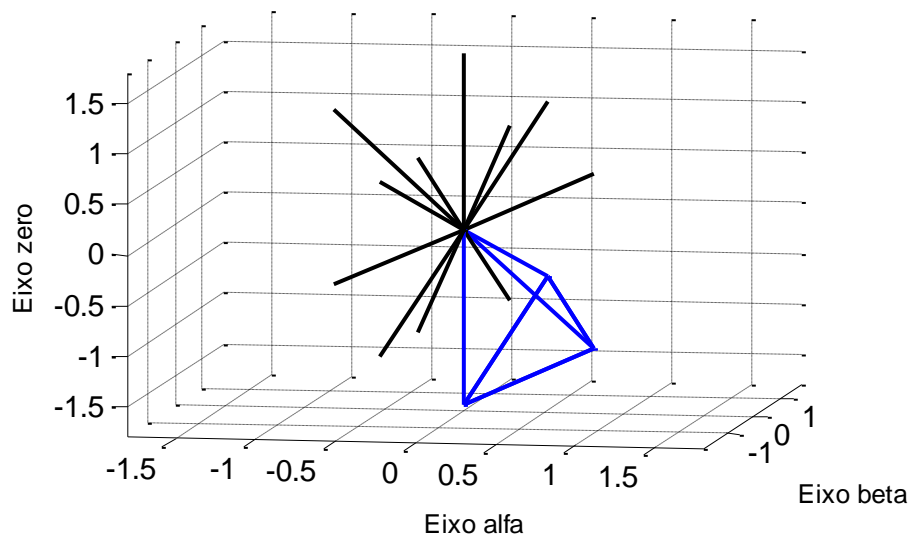
V0-V8-V9-V13-V15-V13-V9-V8-V0



## Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 4

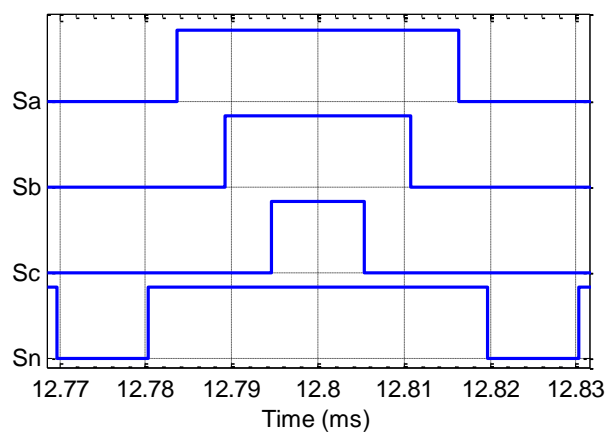
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_4] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_4 = [V1 \quad V9 \quad V13]^{-1}$
$M_4 = \begin{bmatrix} -\sqrt{2/3} & 0 & -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3/2} & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\sqrt{\frac{2}{3}}v_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{3}v_0 \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}}v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}}v_\beta \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{2}{\sqrt{2}}v_\beta \right) T_s$

Localização do Tetraedro 4



Padrão de Pulsos

Tetraedro 4

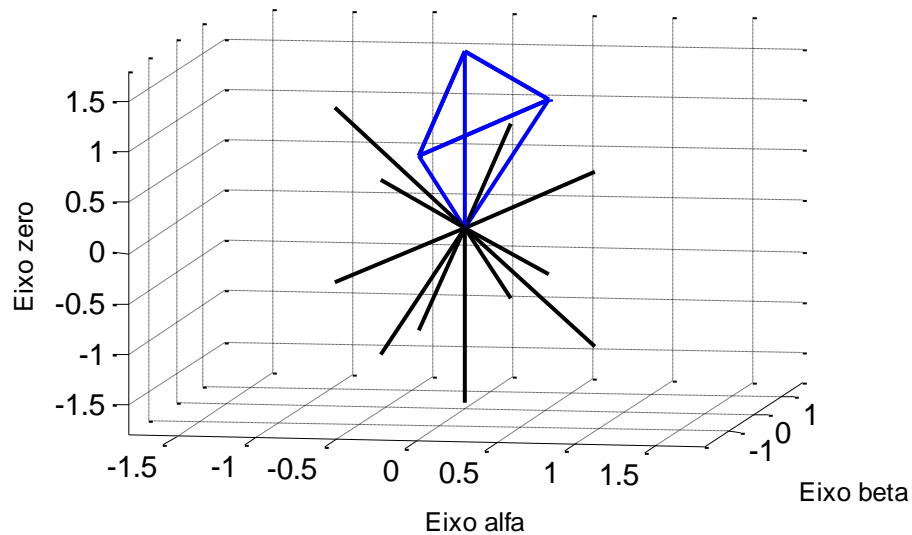


V0-V8-V9-V13-V15-V13-V9-V8-V0

## Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 5

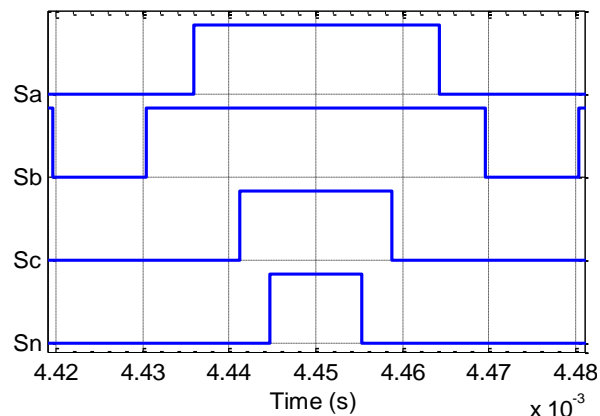
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_5] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_5 = [V4 \quad V12 \quad V14]^{-1}$
$M_5 = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}}v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}v_\beta \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}}v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}v_\beta \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6}v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}}v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3}v_0 \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 5



Padrão de Pulsos

Tetraedro 5

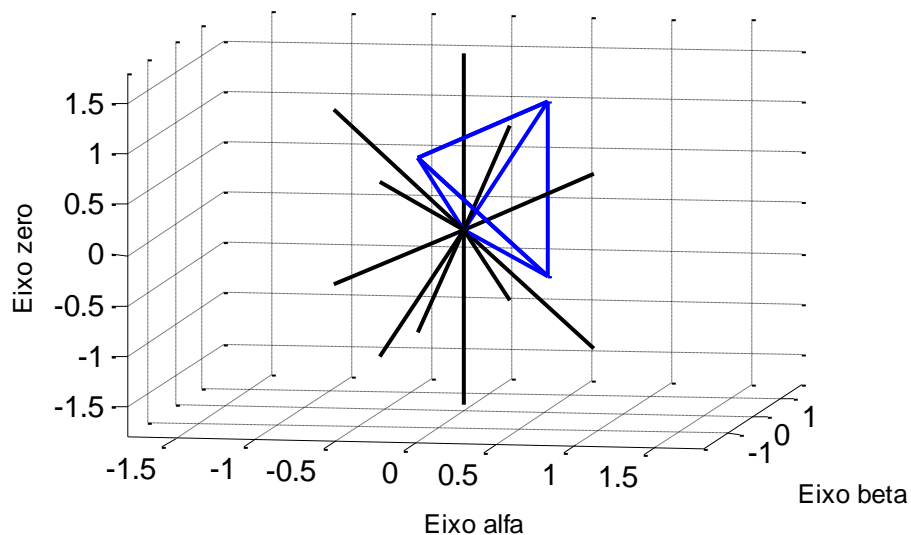


V0-V4-V6-V7-V15-V7-V6-V4-V0

## Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 6

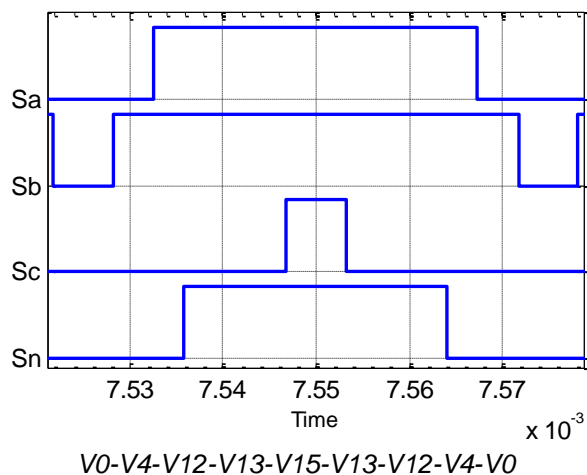
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_6] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_6 = [V4 \quad V12 \quad V13]^{-1}$
$M_6 = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( \sqrt{\frac{2}{3}} v_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 6



Padrão de Pulsos

Tetraedro 6

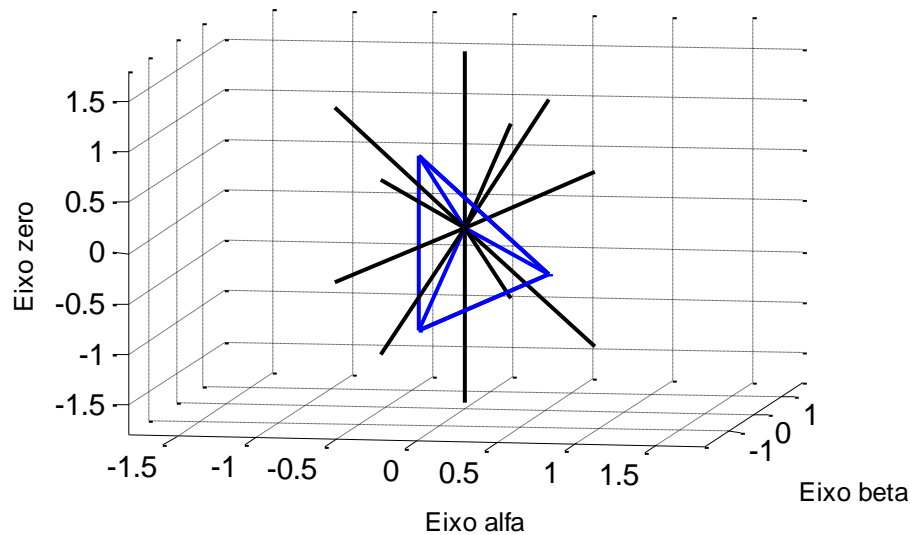


V0-V4-V12-V13-V15-V13-V12-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 7

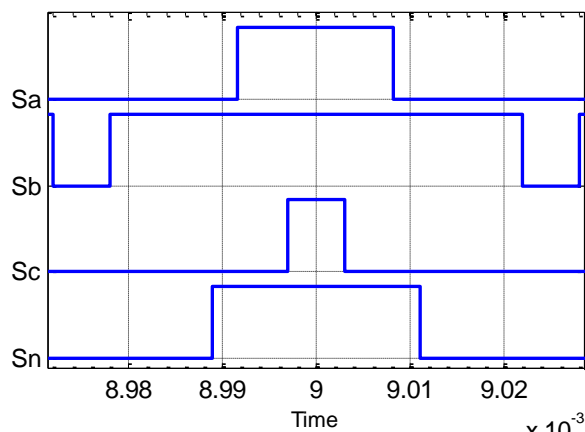
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_7] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_7 = [V4 \ V5 \ V13]^{-1}$
$M_7 = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{2}/3 & 0 & -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\sqrt{\frac{2}{3}} v_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 7



Padrão de Pulsos

Tetraedro 7

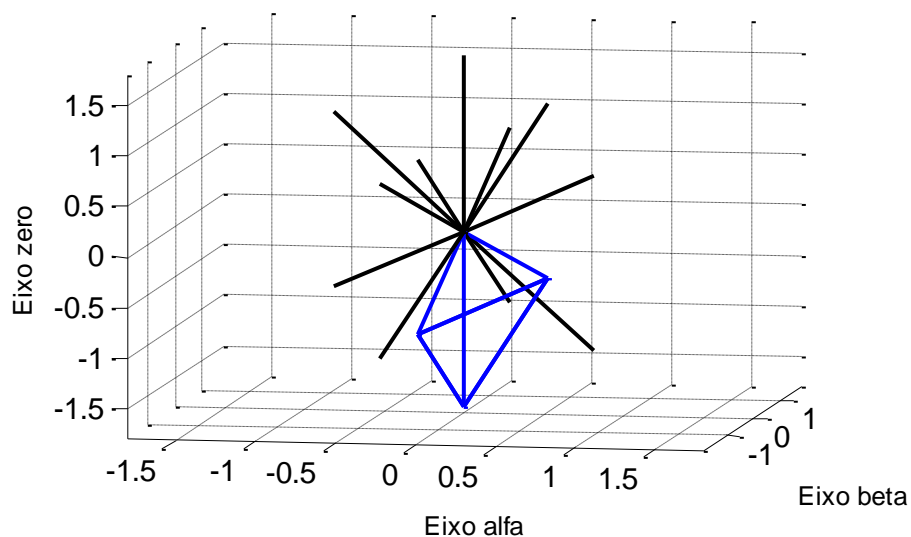


V0-V4-V5-V13-V15-V13-V5-V4-V0

## Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 8

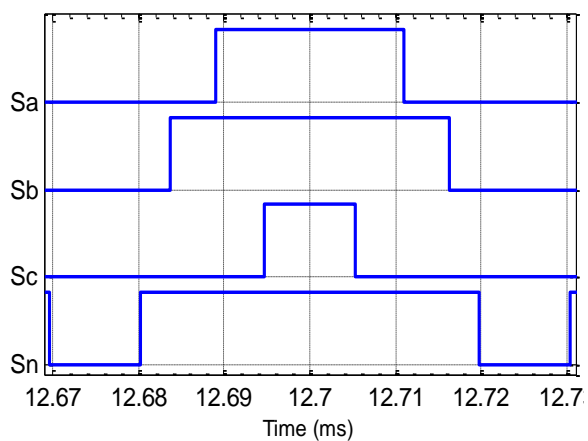
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_8] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_8 = [V1 \ V5 \ V13]^{-1}$
$M_8 = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 8



Padrão de Pulsos

Tetraedro 8

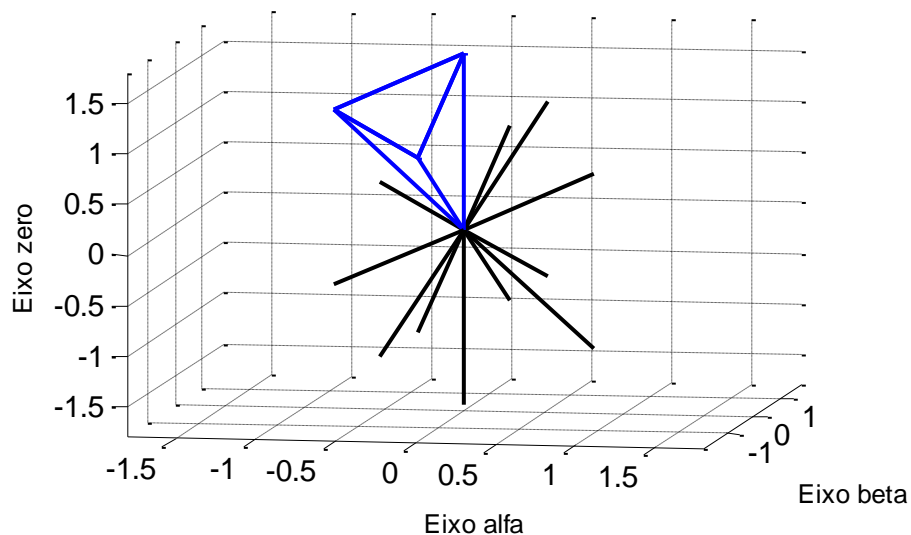


V0-V8-V12-V13-V15-V13-V12-V8-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 9

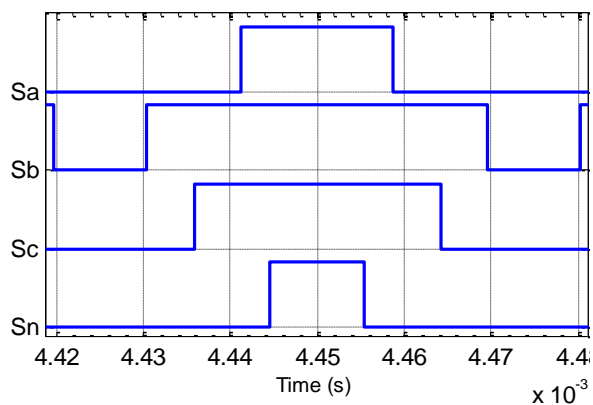
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_9] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_9 = [V4 \quad V6 \quad V14]^{-1}$
$M_9 = \begin{bmatrix} 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{6}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{\sqrt{6}}{3} v_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$

Localização do Tetraedro 9



Padrão de Pulsos

Tetraedro 9

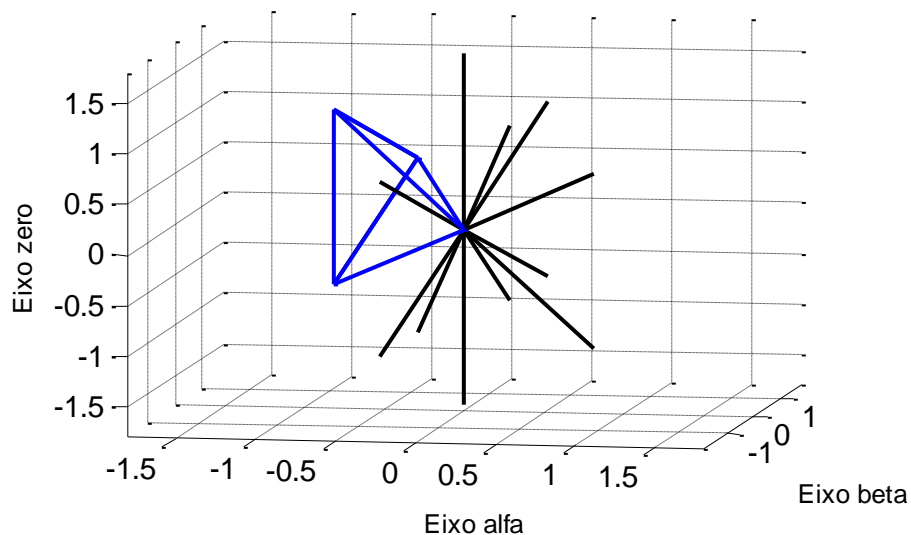


V0-V8-V9-V13-V15-V13-V9-V8-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 10

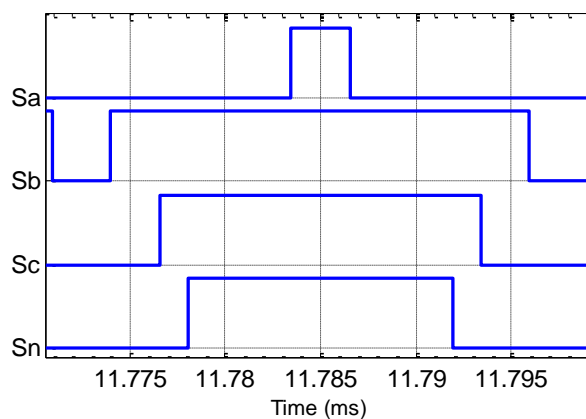
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{10}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{10} = [V4 \ V6 \ V7]^{-1}$
$M_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & 0 & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{3} v_{\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$

Localização do Tetraedro 10



Padrão de Pulsos

Tetraedro 10

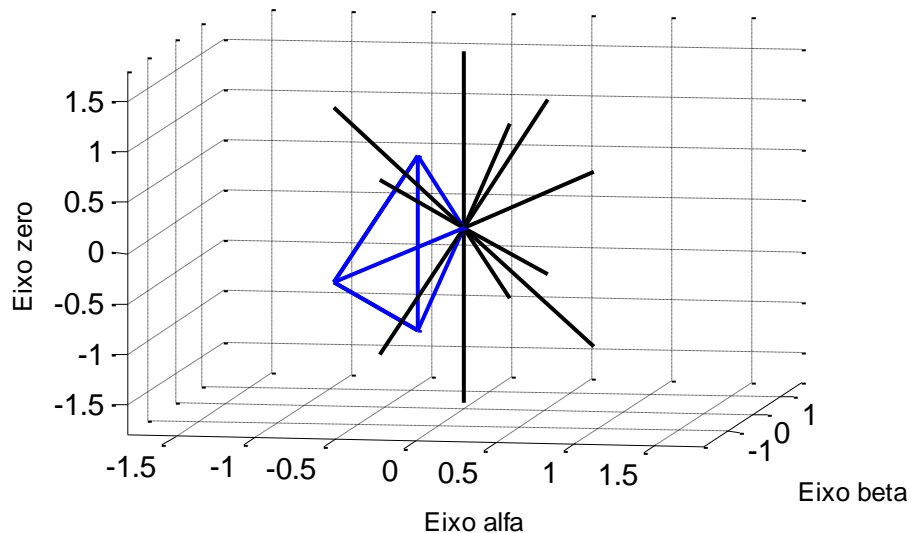


V0-V4-V6-V7-V15-V7-V6-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 11

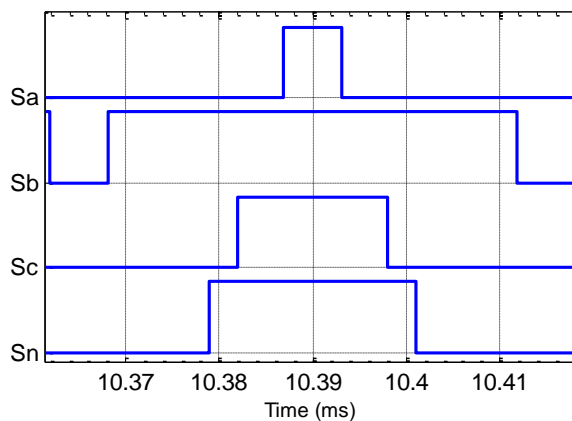
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{11}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{11} = [V4 \ V5 \ V7]^{-1}$
$M_{11} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 11



Padrão de Pulsos

Tetraedro 11



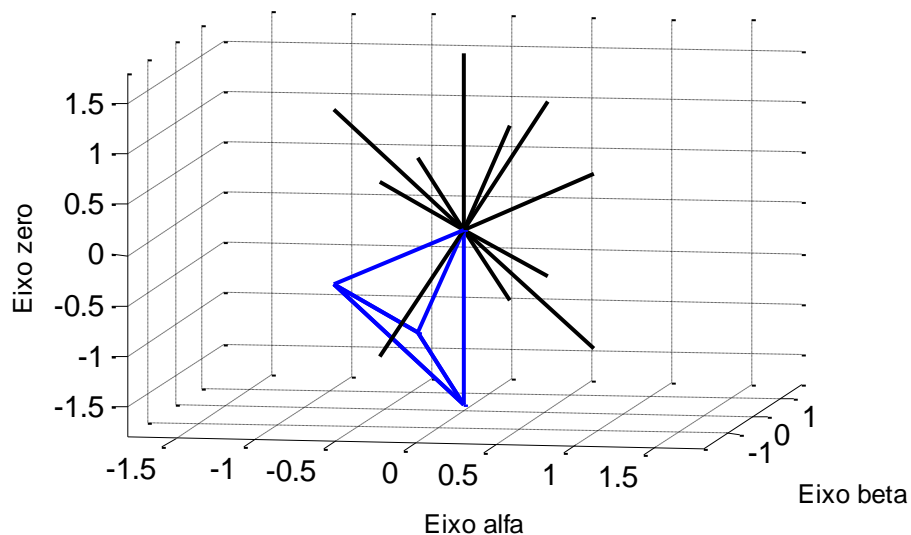
V0-V4-V5-V7-V15-V7-V5-V4-V0



Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 12

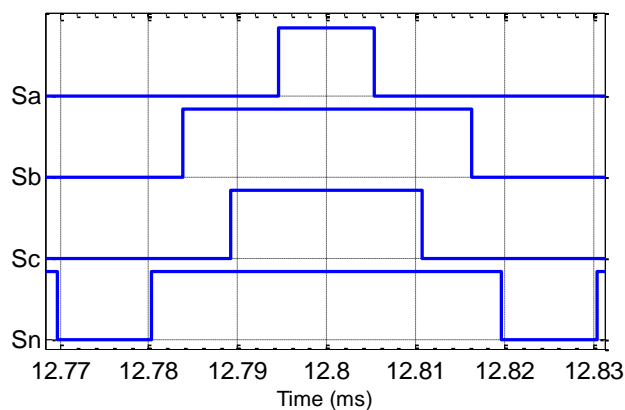
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{12}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{12} = [V1 \ V5 \ V7]^{-1}$
$M_{12} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ 0 & 2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( \frac{2}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 12



Padrão de Pulsos

Tetraedro 12

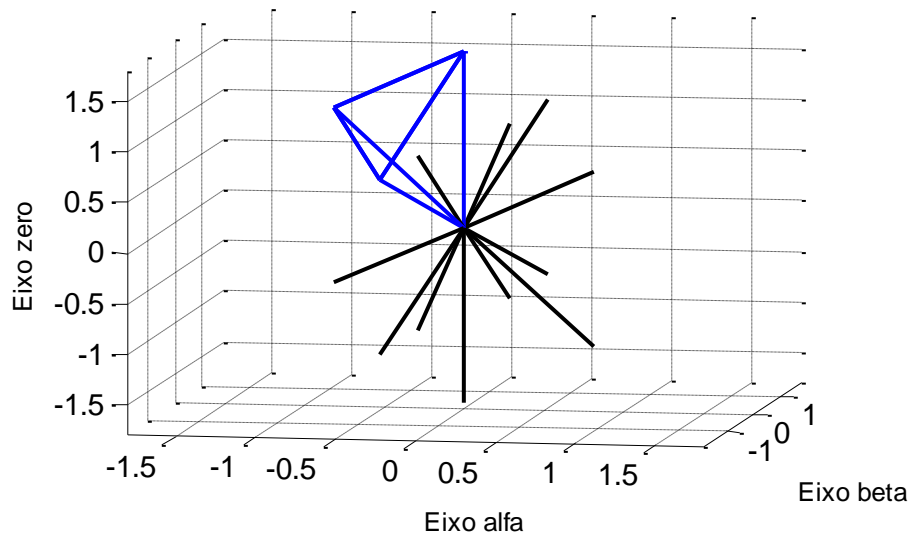


V0-V4-V12-V13-V15-V13-V12-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 13

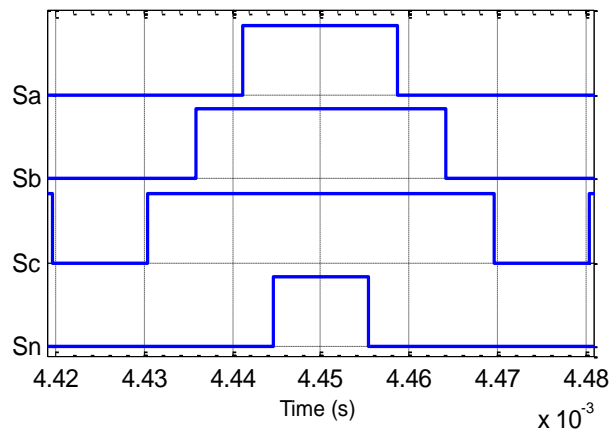
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{13}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{13} = [V2 \ V6 \ V14]^{-1}$
$M_{13} = \begin{bmatrix} 0 & -2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{6}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{\sqrt{6}}{3} v_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 13



Padrão de Pulsos

Tetraedro 13

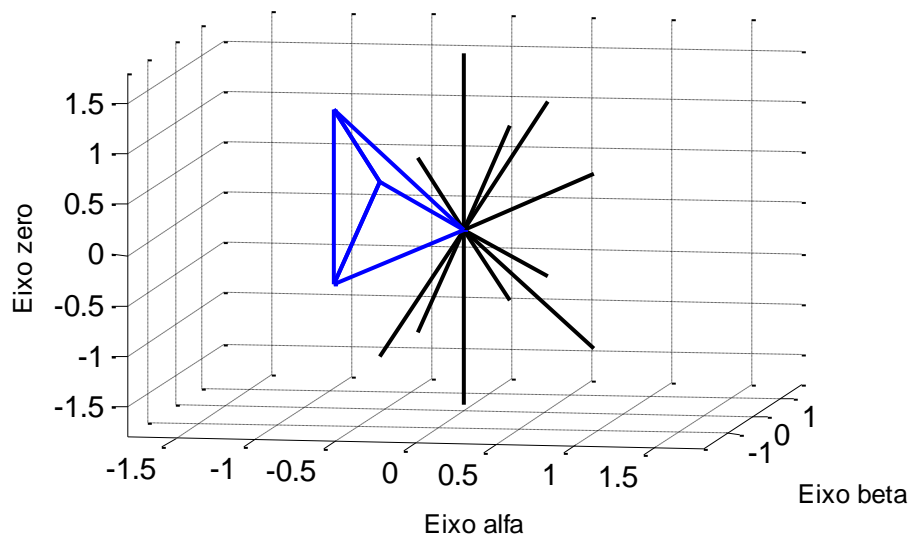


V0-V4-V5-V13-V15-V13-V5-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 14

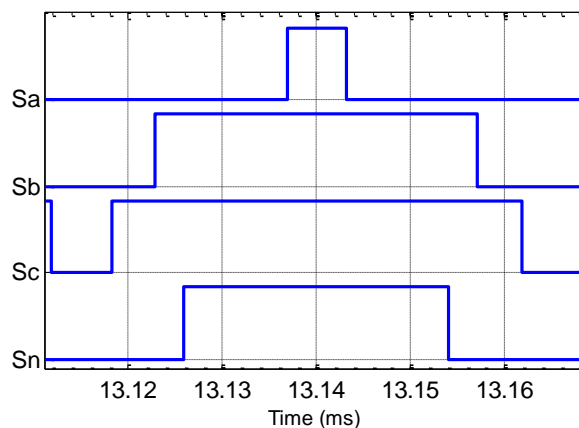
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{14}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{14} = [V2 \ V6 \ V7]^{-1}$
$M_{14} = \begin{bmatrix} 0 & -2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & 0 & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{2}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{3} v_{\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 14



Padrão de Pulsos

Tetraedro 14

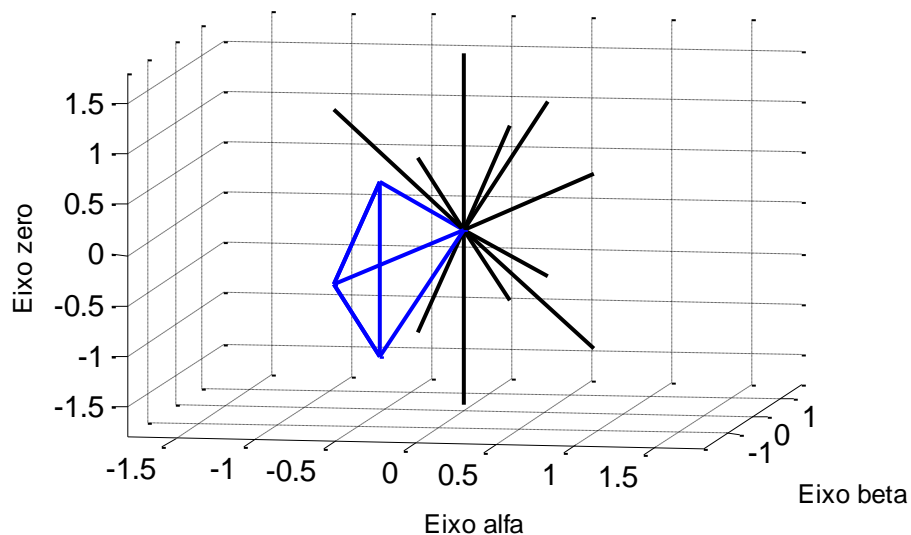


V0-V2-V6-V7-V15-V7-V6-V2-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 15

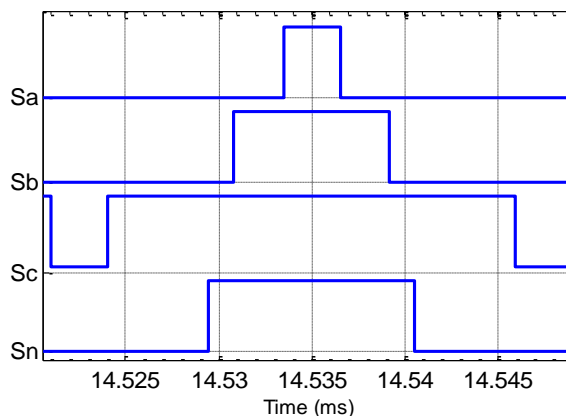
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{15}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{15} = [V2 \ V6 \ V7]^{-1}$
$M_{15} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 15



Padrão de Pulsos

Tetraedro 15

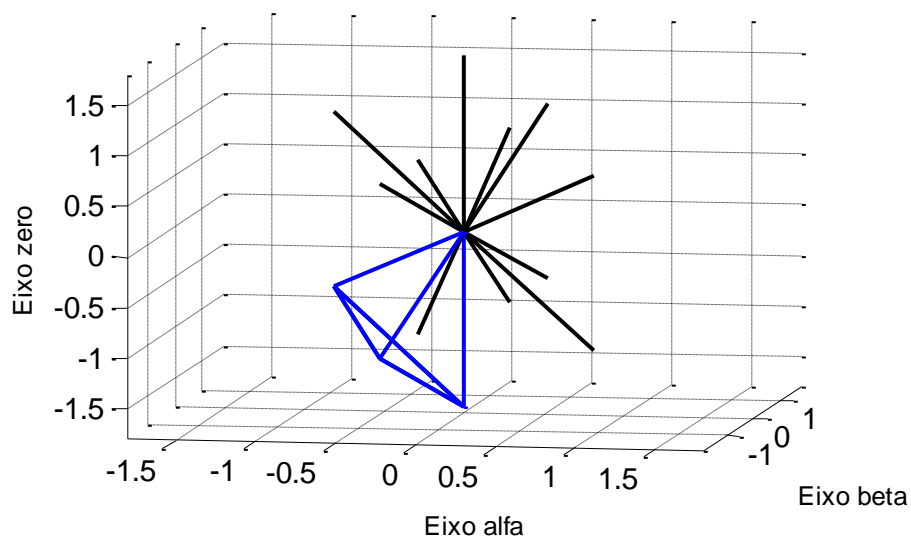


V0-V8-V9-V13-V15-V13-V9-V8-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 16

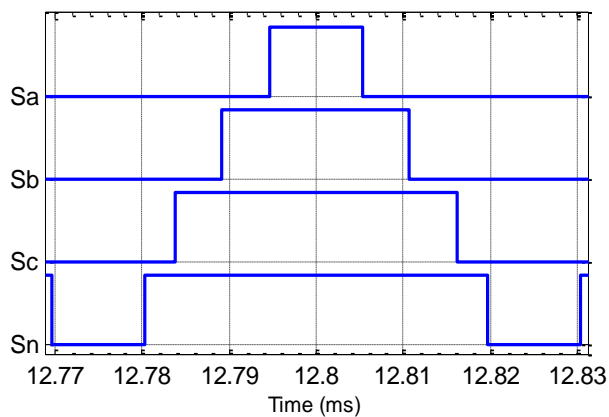
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{16}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{16} = [V1 \ V3 \ V7]^{-1}$
$M_{16} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ 0 & -2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{2}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\beta} \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 16



Padrão de Pulsos

Tetraedro 16

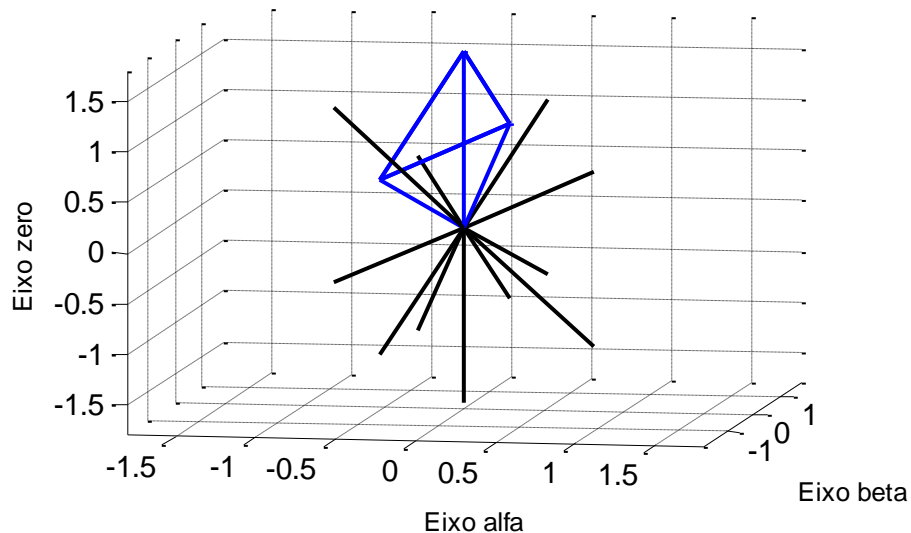


V0-V4-V6-V7-V15-V7-V6-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 17

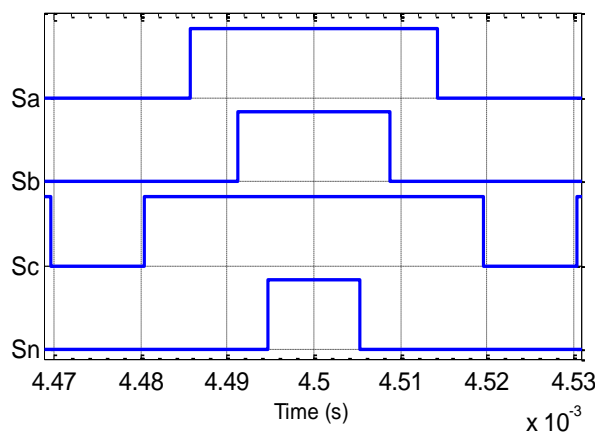
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{17}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{17} = [V2 \quad V10 \quad V14]^{-1}$
$M_{17} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}}v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}}v_{\beta} \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}}v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}}v_{\beta} \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6}v_{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{2}}v_{\beta} + \frac{\sqrt{3}}{3}v_0 \right) T_s$

Localização do Tetraedro 17



Padrão de Pulsos

Tetraedro 17

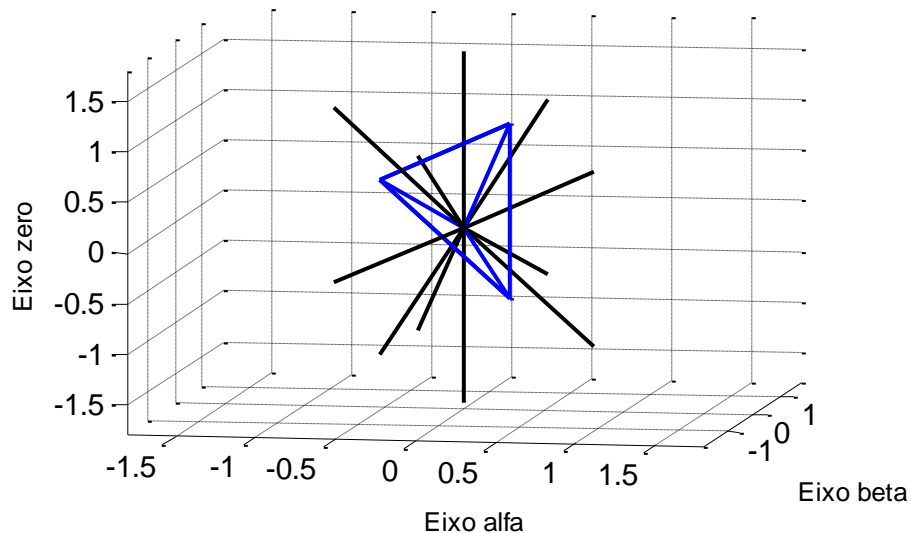


V0-V4-V5-V7-V15-V7-V5-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 18

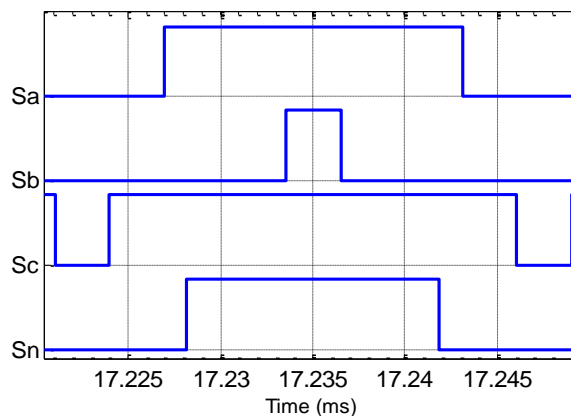
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{18}] \cdot \begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{18} = [V2 \ V10 \ V11]^{-1}$
$M_{18} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{6}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}}v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}}v_{\beta} \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( \frac{\sqrt{6}}{3}v_{\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{3}v_0 \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6}v_{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{2}}v_{\beta} - \frac{\sqrt{3}}{3}v_0 \right) T_s$

Localização do Tetraedro 18



Padrão de Pulsos

Tetraedro 18

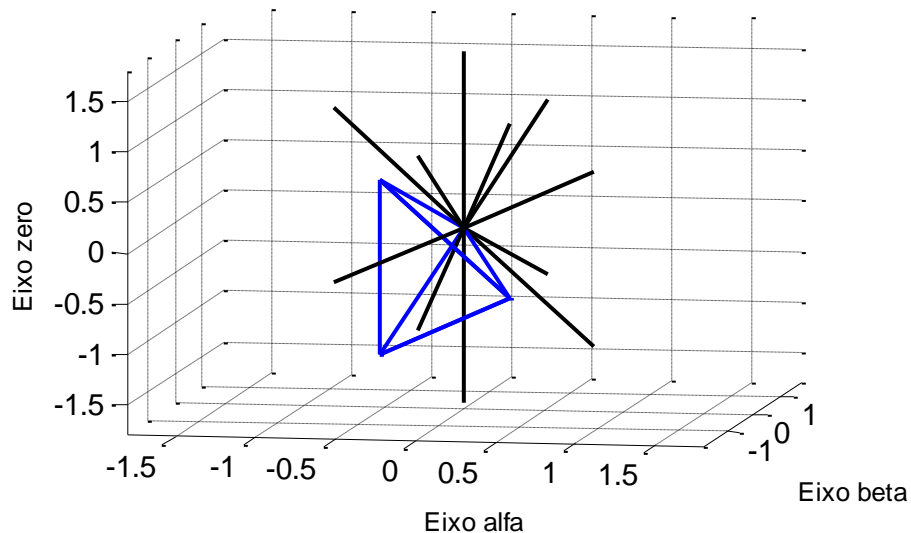


V0-V4-V12-V13-V15-V13-V12-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 19

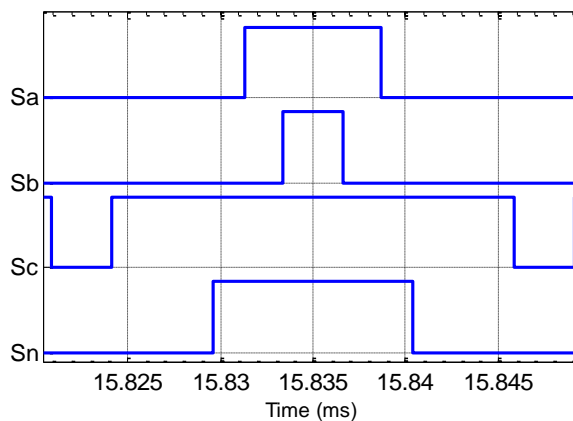
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{19}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{19} = [V2 \ V3 \ V11]^{-1}$
$M_{19} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & 0 & -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{3} v_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 19



Padrão de Pulsos

Tetraedro 19



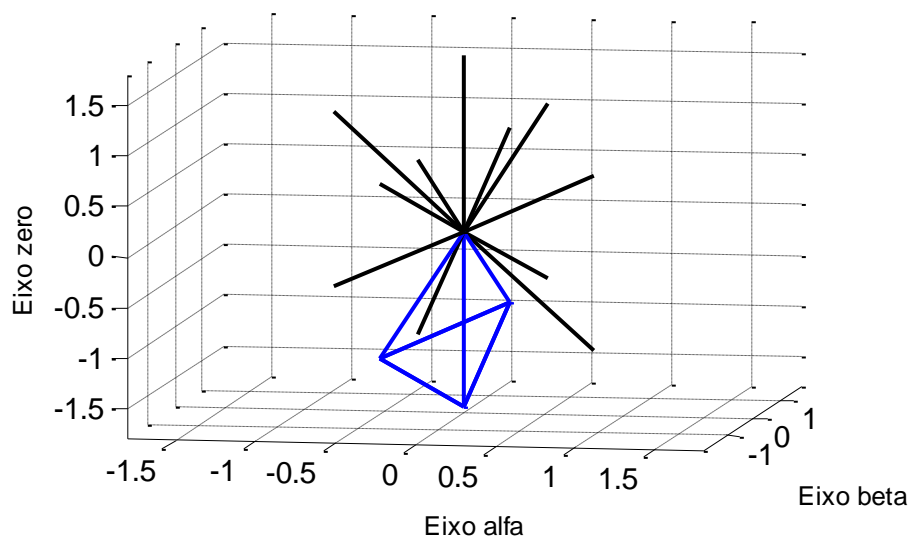
V0-V4-V5-V7-V15-V7-V5-V4-V0



## Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 20

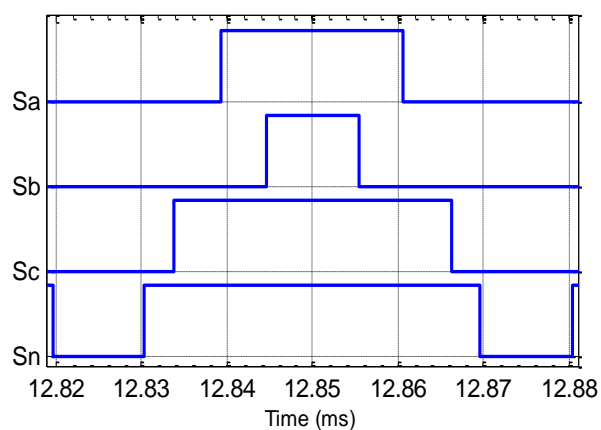
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{20}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{20} = [V1 \ V3 \ V11]^{-1}$
$M_{20} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 20



Padrão de Pulsos

Tetraedro 20

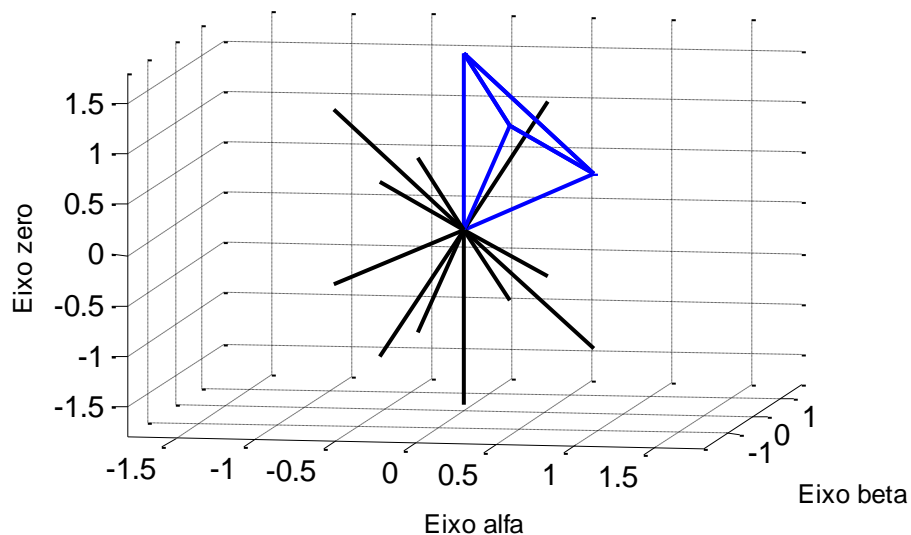


V0-V4-V12-V13-V15-V13-V12-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 21

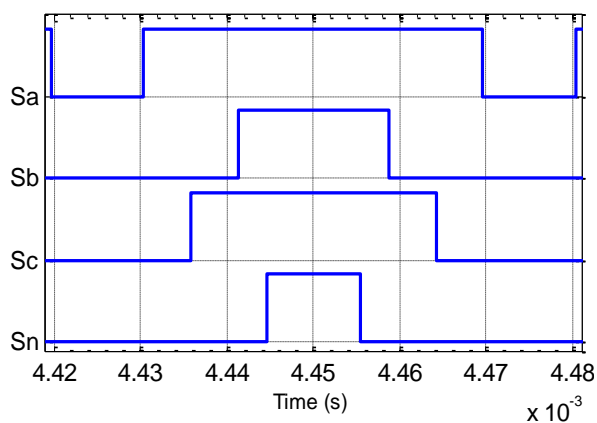
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{21}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{21} = [V8 \ V10 \ V14]^{-1}$
$M_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -2/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 21



Padrão de Pulsos

Tetraedro 21

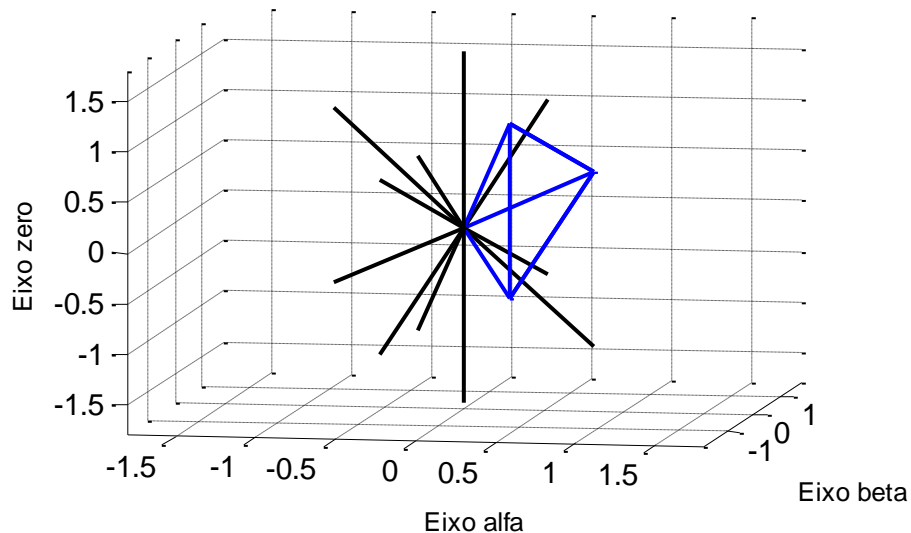


V0-V4-V5-V7-V15-V7-V5-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 22

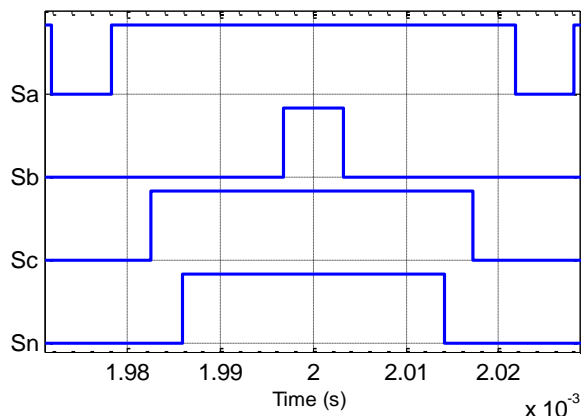
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{22}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{22} = [V8 \ V10 \ V11]^{-1}$
$M_{22} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) \cdot T_s$
$\Delta t2 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$	$\Delta t3 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) \cdot T_s$

Localização do Tetraedro 22



Padrão de Pulsos

Tetraedro 22

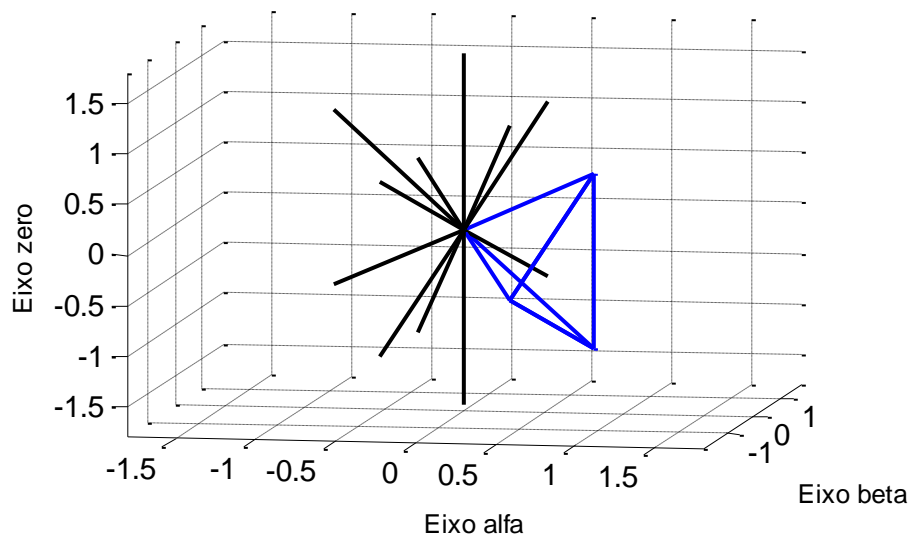


V0-V4-V12-V13-V15-V13-V12-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 23

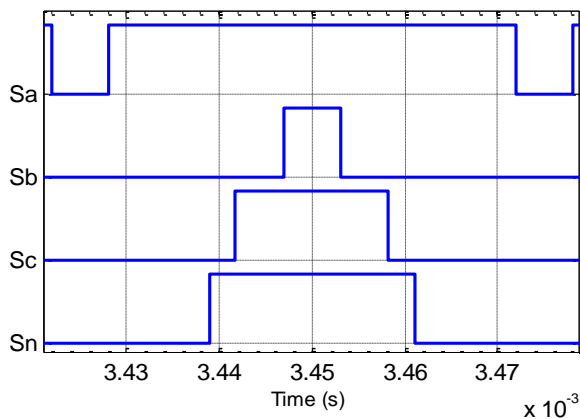
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{23}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{23} = [V8 \ V9 \ V11]^{-1}$
$M_{23} = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/3 & 0 & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/6 & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/3 \\ 0 & -2/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( \frac{\sqrt{6}}{3} v_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( \frac{\sqrt{6}}{6} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$

Localização do Tetraedro 23



Padrão de Pulsos

Tetraedro 23

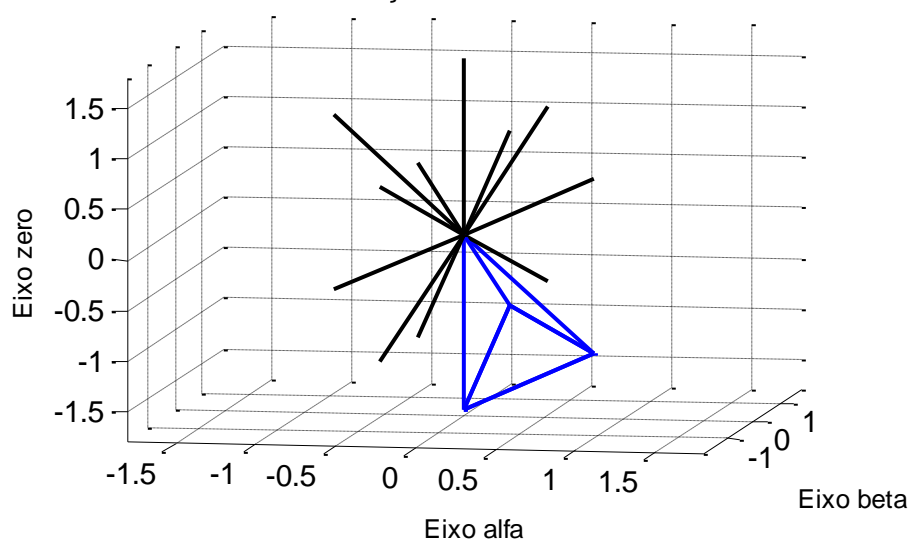


V0-V4-V5-V7-V15-V7-V5-V4-V0

Equações de calculo dos intervalos de tempo para o Tetraedro 24

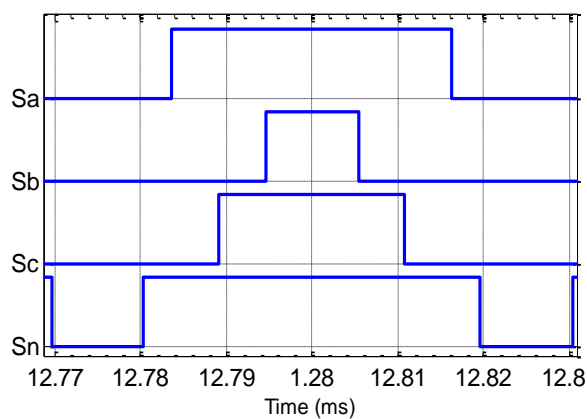
$\begin{bmatrix} \Delta t1 \\ \Delta t2 \\ \Delta t3 \end{bmatrix} = [M_{24}] \cdot \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot T_s$	$M_{24} = [V1 \ V9 \ V11]^{-1}$
$M_{24} = \begin{bmatrix} -\sqrt{6}/3 & 0 & -\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -2/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$	$\Delta t1 = \left( -\frac{\sqrt{6}}{3} v_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{3} v_0 \right) T_s$
$\Delta t2 = \left( \sqrt{\frac{3}{2}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$	$\Delta t3 = \left( -\frac{2}{\sqrt{2}} v_\beta \right) T_s$

Localização do Tetraedro 24



Padrão de Pulsos

Tetraedro 24



V0-V4-V12-V13-V15-V13-V12-V4-V0

## APÊNDICE B – Fotos do Protótipo



