

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUÍS FELIPE GONÇALVES CARNEIRO

**ALGUNS ENTENDIMENTOS DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA
SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2017

LUÍS FELIPE GONÇALVES CARNEIRO

**ALGUNS ENTENDIMENTOS DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA
SOBRE O ENSINO DE FRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado.

Orientadora: Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

CORNÉLIO PROCÓPIO
2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Diretoria de Graduação
Departamento de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática



FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

Profa. Dra. Línlya Natássia Sachs Camerlengo de Barbosa

Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a meus pais, que foram, são e sempre serão meus primeiros professores. Vocês são minha inspiração!

Agradeço também a meus irmãos, os quais, por serem todos mais novos, têm como obrigação me aturar por toda a vida. Obrigado por existirem!

Agradeço a professora Eliane, que me acompanha desde que os princípios da graduação e, sem dúvidas, me ensinou muito mais do que ela mesmo pretendia. Eliane, obrigado por ser a segunda pessoa mais paciente do mundo, depois de mim. Tenho dúvidas, depois de tudo isso, se você já me roubou esse título.

Agradeço as professoras Andresa e Línlya, as primeiras a me ensinar que eu não sabia nada sobre frações, o que é de grande importância para um professor de Matemática. Obrigado por avaliar este trabalho, obrigado pela paciência e obrigado por me motivarem a estudar.

Por fim, agradeço aos meus colegas de graduação que, a cada dia, me fazem ser feliz estando onde estou.

RESUMO

CARNEIRO, Luís F. G. **Alguns entendimentos de professores da Educação Básica sobre o ensino de frações**. 2017. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

Este trabalho tem como objetivo investigar entendimentos que professores de Matemática da Educação Básica do município de Cornélio Procópio possuem a respeito do ensino de frações. Tal objetivo foi escolhido pelo fato de estudos e avaliações governamentais apontarem que os estudantes brasileiros possuem dificuldades de aprendizagem do conteúdo de frações. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas com cinco professores de Matemática de Cornélio Procópio a partir de um roteiro previamente definido, e, para a análise dos dados obtidos, foi utilizada a Análise Textual Discursiva. Conclui-se que os professores de Matemática entrevistados baseiam o trabalho com as frações nos algoritmos das operações.

Palavras-chave: Educação Matemática. Frações. Entrevista. Dificuldades de aprendizagem.

ABSTRACT

CARNEIRO, Luís F. G. **Some understandings of teachers of Basic Education about the teaching of fractions.** 2017. 92 f. Course Conclusion Monography (Graduation course) – Degree in Mathematics. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

This study aims to investigate the understandings that Primary School Mathematics teachers in Cornélio Procópio city have about fractions teaching. This goal has been chosen because reviews and government evaluations point that Brazilian students have learning difficulties of fraction's content. To reach this goal, we performed interviews with five Cornélio Procópio Mathematics teachers. These interviews were semiorganized, based on a previously defined script and, for the obtained data analysis, it was used the Discursive Textual Analysis.

Keywords: Mathematics Education. Fractions. Interview. Learning difficulties.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	REFERENCIAL TEÓRICO	10
2.1	Breve revisão histórica do conceito de fração.....	10
2.2	Considerações sobre os diferentes significados dos números racionais.....	15
2.3	Desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática de acordo com avaliações do PISA e do Saeb.....	18
2.4	Desempenho de estudantes de Cornélio Procópio em questões envolvendo números racionais.....	22
2.5	Problemáticas em relação ao ensino de frações.....	24
2.6	A abordagem dada às frações na formação inicial docente.....	29
3	METODOLOGIA	35
3.1	A entrevista semiestruturada.....	36
3.2	A análise textual discursiva.....	38
4	RESULTADOS	42
4.1	Entrevista com o professor Bruno.....	42
4.2	Entrevista com o professor Benedito.....	47
4.3	Entrevista com o professor Francisco.....	57
4.4	Entrevista com o professor Antonio.....	60
4.5	Entrevista com o professor Marcos.....	66
4.6	Discussão dos resultados.....	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
	REFERÊNCIAS	89
	APÊNDICES	91
	Apêndice A: Roteiro da entrevista.....	91

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo investigar os entendimentos que alguns professores de Matemática do município de Cornélio Procópio possuem sobre o ensino de frações. A motivação para tal estudo surgiu a partir de atividades realizadas nas disciplinas de Estágio Supervisionado B e Estágio Supervisionado C, que exigiram, nas regências, o trabalho com as frações. A preparação para essas regências mostrou que as frações são um conceito bastante complexo e que, por ser considerado simples, os porquês dos algoritmos das operações entre frações não são explorados com frequência.

Além disso, avaliações governamentais, tanto de âmbito internacional quanto nacional, evidenciam que os estudantes brasileiros não demonstram resultados satisfatórios em Matemática. E, ainda, há estudos sobre avaliações nacionais que mostram que os estudantes brasileiros também apresentam dificuldades em questões que envolvem números fracionários.

Para este trabalho, foi realizado um estudo teórico sobre o ensino e o desenvolvimento histórico das frações para, a partir disso, investigar os entendimentos de alguns professores sobre o ensino de frações. Tal investigação consistiu de entrevistas com alguns professores de Matemática que lecionam nos anos finais do Ensino Fundamental.

Na seção 2 será realizada uma discussão teórica sobre o estudo realizado. Primeiro, será feita uma breve revisão histórica do desenvolvimento da ideia de fração na civilização egípcia. Após isso, serão apresentados os vários significados que os números racionais possuem. Também será discutido o desempenho dos estudantes brasileiros segundo avaliações nacionais e internacionais. Além disso, será relatado um estudo sobre algumas dificuldades de estudantes de Cornélio Procópio com frações. Por fim, irão ser discutidas algumas problemáticas sobre o ensino de frações e o modo como elas são abordadas na formação docente.

Na seção 3, serão descritos os processos metodológicos utilizados para alcançar os objetivos do trabalho. Serão relatados o modo como foram escolhidos os entrevistados para a pesquisa e como essas entrevistas foram realizadas. Vão ser discutidos também alguns elementos da entrevista

semiestruturada e da Análise Textual Discursiva, que foram as ferramentas escolhidas para a coleta e a análise dos dados, respectivamente.

Na seção 4, são apresentados, organizados e discutidos os resultados obtidos e analisados. Todas as entrevistas serão relatadas nessa seção e, depois, organizadas em quadros com trechos das falas dos professores. Na seção 5, são realizadas as considerações finais, nas quais são retomados alguns pontos discutidos durante o trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção será apresentado o referencial teórico utilizado para a realização do trabalho. A seção está organizada nas seguintes subseções: *Breve revisão histórica do conceito de fração*; *Desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática de acordo com avaliações do PISA e do Saeb*; *Considerações sobre os diferentes significados dos números racionais*; *Desempenho de estudantes de Cornélio Procópio em questões envolvendo números racionais*; *Problemáticas em relação ao ensino de frações*; e *A abordagem dada às frações na formação inicial docente*.

2.1 Breve revisão histórica do conceito de fração

Nesta seção, será feita uma revisão sobre o desenvolvimento da ideia de número fracionário no Egito. Os egípcios, na Idade Antiga, foram um dos primeiros a utilizar símbolos para representar números fracionários.

De acordo com Garbi (2010), um dos principais documentos que revelam o conhecimento matemático egípcio da época é o Papiro de Ahmes ou Papiro de Rhind, nomes dados, respectivamente, em homenagem a Ahmes, o escriba que escreveu o papiro, e ao escocês Alexander Henry Rhind, o descobridor do papiro.

O Papiro de Ahmes é descrito por Eves (2004) como “uma fonte primária rica sobre a matemática antiga egípcia” (EVES, 2004, p. 70). Segundo o autor, o Papiro de Ahmes, datado aproximadamente do ano 1650 antes da Era Comum, contém 85 problemas matemáticos e descreve o uso que os egípcios faziam das frações, além de outros métodos.

Eves (2004) destaca que o Egito, na Antiguidade, era isolado de outros povos, já que era protegido naturalmente de invasões estrangeiras e governado por uma sucessão de dinastias. O autor completa que o trabalho na sociedade egípcia era realizado por escravos, e a Matemática, presente na agrimensura e engenharia, era necessária para a manutenção desse trabalho.

Roque (2012) corrobora essa ideia. Segundo a autora, começou-se a fazer Matemática no Egito a partir de necessidades administrativas. De acordo com Roque (2012), os escribas eram os responsáveis por garantir a coleta e distribuição de insumos e, além disso, ensinar tal trabalho a novos escribas. Nesse contexto, os papiros que continham problemas matemáticos tinham como objetivo preparar os novos escribas para encarar situações futuras em seus ofícios.

Os egípcios desenvolveram um sistema de numeração decimal, em que um número era lido a partir de uma soma que se iniciava da esquerda para a direita. O número 1 era representado por uma barra vertical e, do 2 ao 9, pela soma das barras verticais escritas. A partir daí, os números eram múltiplos de 10 e tinham símbolos específicos. De acordo com Roque (2012):

O número 10 é uma alça; 100 uma espiral; 1 mil, a flor de lótus; 10 mil, um dedo; 100 mil, um sapo; e 1 milhão, um deus com as mãos levantadas (ROQUE, 2012, p. 56).

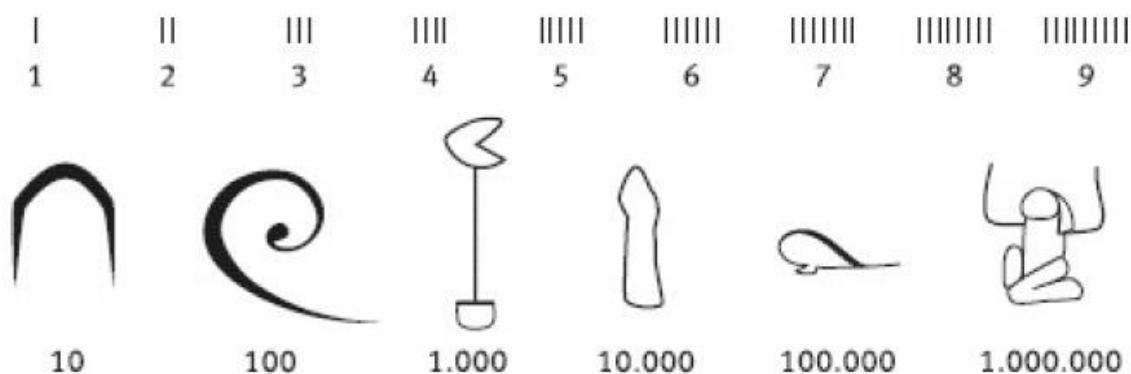


Figura 1: Números egípcio

Fonte: Roque, 2012, p. 56

Boyer e Merzbach (2012) revelam que os números eram escritos a partir da soma do valor representado por todos os símbolos escritos. O número 3224, por exemplo, seria escrito com três flores de lótus, duas espirais, duas alças e quatro barras verticais. Além disso, segundo Boyer e Merzbach (2012), os símbolos que representavam os números menores eram colocados à esquerda e os maiores à direita. Os autores ressaltam, ainda, que os símbolos eram dispostos verticalmente algumas vezes.



Figura 2: Número 3224 escrito com numerais egípcios

Fonte: Boyer e Merzbach, 2012, p. 30

Roque (2012) afirma que o sistema de numeração egípcio não era adequado para escrever números grandes. A autora dá o exemplo do número 10^{255} , que necessitaria de 10^{249} deuses com as mãos levantadas para sua representação. Entretanto, a pesquisadora ressalta que essa é uma indicação de que os egípcios não precisavam trabalhar com números muito grandes, já que “cada cultura produz o sistema mais conveniente para atender às suas necessidades” (ROQUE, 2012, p. 57).

Cajori (2007) afirma que os egípcios possuíam duas formas de escrita, a hieroglífica e a hierática. De acordo com Roque (2012), a escrita hieroglífica era mais utilizada em inscrições feitas em monumentos, enquanto a escrita hierática era utilizada em papiros e documentos administrativos. Os textos matemáticos, segundo a autora, eram escritos, principalmente, em hierático.

O Papiro de Ahmes, conforme Cajori (2007), contém importantes informações sobre o modo como os egípcios utilizavam as frações. Segundo o autor, a ideia de Ahmes sobre o termo fração possuía um sentido restrito, já que trabalhava somente com frações unitárias, que possuem numerador igual a 1. Cajori (2007) também afirma que as frações eram escritas com um ponto sobre o denominador.

Boyer e Merzbach (2012) corroboram esse fato quando afirmam que o ponto sobre o que conhecemos hoje como denominador era utilizado na escrita hierática, enquanto na escrita hieroglífica o ponto era substituído por um oval sobre o um número inteiro.



Figura 3: $1/20$ na notação egípcia
Fonte: Boyer e Merzbach, 2012, p. 31

Além disso, de acordo com Boyer e Merzbach (2012), os egípcios possuíam símbolos especiais para algumas frações, como para o $2/3$. Os autores complementam dizendo que tal fração tinha um papel especial nos cálculos dos egípcios, já que “para achar o terço de um número primeiro achavam os dois terços e tomavam depois a metade disso” (BOYER; MERZBACH, 2012, p.31).



Figura 4: Símbolo hierático para $2/3$
Fonte: Boyer e Merzbach, 2012, p. 31

Roque (2012) destaca que as frações $1/2$, $2/3$, $1/3$ e $1/4$ possuíam símbolos específicos, enquanto as demais, como já citado, eram representadas por um oval sobre certo número inteiro, que compreende-se hoje como denominador.

De acordo com Cajori (2007), os egípcios desdobravam frações que não podiam ser escritas com o denominador 1 em uma soma de frações unitárias. Ou seja, $2/5$ era escrito como $1/3 + 1/15$ na notação egípcia. Eves (2004) também afirma que as frações egípcias eram representadas como uma soma de frações unitárias. Segundo o autor, os egípcios utilizavam tábuas que davam a representação das frações do tipo $2/n$, destacando que o Papiro de Ahmes continha uma tábua para os n ímpares de 5 a 101.

Quanto a isso, Eves (2004) também destaca que, nas tábuas para representação de frações do tipo $2/n$ utilizadas em problemas do Papiro de Ahmes, era dada apenas uma decomposição para cada fração não unitária.

Boyer e Merzbach (2012) exemplificam algumas dessas decomposições. Segundo os autores:

O equivalente a $\frac{2}{5}$ é dado como $\frac{1}{3}$ mais $\frac{1}{15}$; $\frac{2}{11}$ é escrito como $\frac{1}{6}$ mais $\frac{1}{66}$; e $\frac{2}{15}$ é expresso como $\frac{1}{10}$ mais $\frac{1}{30}$. O último item da tabela decompõe $\frac{2}{101}$ em $\frac{1}{101}$ mais $\frac{1}{202}$ mais $\frac{1}{303}$ mais $\frac{1}{606}$ (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31).

Boyer e Merzbach (2012) revelam que não são claros os motivos de os egípcios darem apenas uma decomposição para cada caso e o modo como escolhem tal decomposição. Para os autores, a última decomposição, da fração $\frac{2}{101}$, indica a predisposição dos egípcios em calcular a metade e um terço. Contudo, Boyer e Merzbach (2012) afirmam ainda não ser possível compreender porque se preferia a decomposição $\frac{2}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n}$ à decomposição $\frac{2}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$, por exemplo.

Roque (2012) faz uma observação para a denominação das frações egípcias como unitárias. De acordo com a pesquisadora, o símbolo oval dos egípcios não possui o mesmo sentido que o numerador na concepção atual de fração. Para ela, as “frações egípcias não tinham numerador” (ROQUE, 2012, p. 58) e, ainda, considera um abuso de linguagem referir-se às representações egípcias como de numerador 1.

Um exemplo trazido por Roque (2012) da utilização das frações egípcias é o da divisão de cinco sacos de cevada para oito pessoas. Os egípcios resolviam esse problema pensando, inicialmente, em quatro sacos que seriam divididos entre as oito pessoas. Ou seja, $\frac{1}{2}$ para cada. Depois, dividiam o saco restante igualmente. Dessa forma, cada um ficaria com $\frac{1}{2} \frac{1}{8}$ da cevada na notação egípcia (ROQUE, 2012).

De acordo com Roque (2012), é incorreto dizer que os egípcios não possuíam frações, que hoje compreendemos como $\frac{a}{b}$, sendo b diferente de zero. Os egípcios escreviam essas frações a partir da soma de outras frações. Para a autora, as frações egípcias eram consistentes para os objetivos que possuíam.

Foi apresentada uma breve revisão histórica sobre o desenvolvimento da ideia de fração apenas na civilização egípcia, não sendo relatado como outras

civilizações, como a grega e a chinesa, lidavam com a fração ou com a ideia de fração. Tal escolha deveu-se à limitação de tempo para o desenvolvimento do trabalho e ao fato de que a civilização egípcia desenvolveu a ideia de fração a partir de necessidades práticas, algo que pode ser utilizado pelos professores de Matemática ao trabalhar com as frações.

Segundo Justulin (2009), a notação matemática não é significativa para o aluno a princípio, devendo ser resgatada. A autora destaca que a notação das frações utilizando a barra fracionária tornou-se comum somente a partir do século XVI. Assim, para Justulin (2009), seria proveitoso que os alunos passassem pela mesma lógica do desenvolvimento das frações, para que, ao longo da escolarização, compreendesse a linguagem e os símbolos próprios das frações.

Dessa forma, entende-se como importante resgatar o desenvolvimento inicial da ideia de fração, já que, como será discutido adiante, a fração é um conceito de difícil compreensão por parte dos estudantes. A construção da ideia de fração pelos estudantes pode ser importante para reduzir o impacto da apresentação de uma nova notação no primeiro contato com as frações.

2.2 Considerações sobre os diferentes significados dos números racionais

Serão abordados, a seguir, os diferentes significados que podem ser atribuídos os números racionais. Apesar de, neste trabalho, serem investigados apenas alguns entendimentos dos professores sobre frações, é importante compreender que a fração é somente uma das representações que pode assumir um número racional.

Diversas pesquisas evidenciam a complexidade da construção do conceito de número racional, atribuindo parte disso aos vários significados que possui. Alguns exemplos de pesquisas que convergem para a concepção de diferentes significados para os números racionais são a de Vasconcelos (2015) e a de Onuchic e Allevato (2008). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também trazem reflexões sobre esse fato. O documento traz quatro diferentes significados para os números racionais: parte-todo, quociente, razão e operador.

A relação parte-todo é trazida pelos PCN (BRASIL, 1998) como a relação do todo dividido em parte iguais. São vários e comumente usados em sala de aula os exemplos dessa relação. Essa interpretação remete à ideia de identificar uma parte de um todo. Pegar dois pedaços de uma pizza dividida em três pedaços iguais é um exemplo dessa relação.

A relação do quociente possui a ideia de dividir um número por outro. De acordo com os PCN, ela

se diferencia da interpretação anterior, pois dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir três unidades em 2 partes iguais (BRASIL, 1998, p. 102).

Outra interpretação discutida nos PCN (BRASIL, 1998) é a de razão, na qual a fração serve como instrumento de comparação. Essa situação é vista, por exemplo, ao se dizer que dois em cada três habitantes em uma cidade são imigrantes.

Mais uma ideia destacada nos PCN (BRASIL, 1997) é a de fração como operador. Esse conceito é percebido quando se precisa multiplicar um número para obter outro. A fração como operador remete à ideia de que ela é um instrumento de transformação de uma situação, que atua sobre ela e a modifica. “Essa ideia está presente, por exemplo, em problemas do tipo ‘que número devo multiplicar por 5 para obter 2’” (BRASIL, 1998, p. 103).

Vasconcelos (2015), em sua pesquisa, faz um estudo da classificação das situações apresentadas por Nunes e colaboradores (2004). Sua pesquisa apresenta quatro significados para os números racionais: parte-todo, quociente, operador e quantidades intensivas. Os três primeiros são tratados pela autora de acordo com as ideias apresentadas nos PCN.

A ideia de quantidades intensivas é descrita por Vasconcelos (2015) como uma relação entre duas grandezas. Um exemplo de quantidade intensiva dado por ela é a mistura de um suco de laranja que consiste de três quintos de água e dois quintos de laranja, por exemplo. Tais quantidades não se somam, já que são distintas, uma é água e a outra é laranja. A autora apresenta também a ideia de quantidade extensiva, como no caso em que um terço de um bolo é comido

pela manhã e outro terço na parte da tarde, resultando em dois terços do bolo. Dessa forma, ao contrário das frações de quantidades extensivas, as “de quantidades intensivas não são adicionadas quando colocadas juntas” (VASCONCELOS, 2015, p. 44).

Onuchic e Allevato (2008) realizam um estudo sobre os números racionais e propõem um trabalho com esses utilizando a resolução de problemas como metodologia de ensino. Nesse estudo, também foram identificados diferentes significados para os números racionais. As autoras denominam esses significados como diferentes personalidades que o número racional possui. São cinco: ponto racional, quociente, fração, razão e proporcionalidade.

Para a personalidade de ponto racional, Onuchic e Allevato (2008) chamam atenção para o fato de que todo número racional tem um ponto bem definido na reta. As autoras, para explicar isso, propõem o seguinte problema: “Localizar os números $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{5}$ e $\frac{-3}{10}$ na reta” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 87). Segundo as pesquisadoras, é comum entre professores e alunos dividir a fração, transformando-a em um número decimal, para encontrar seu ponto correspondente na reta numérica. Elas também chamam a atenção para o fato de que, apesar de dois terços possuir um ponto bem definido na reta, 0,66, ponto que de fato é marcado na reta, é apenas uma aproximação disso.

Onuchic e Allevato (2008) definem a personalidade de quociente do número racional como o significado presente na situação em que se deseja dividir certo número de objetos igualmente para uma quantidade de pessoas. Nesse caso, a barra fracionária é somente uma representação da ideia da divisão. Uma atividade proposta pelas autoras é a divisão de três pizzas para cinco pessoas.

Outra personalidade do número racional definida por Onuchic e Allevato (2008) é a de fração, que expressa a relação da parte com o todo. Nesse caso, de acordo com as autoras, a barra fracionária serve como uma separação entre o denominador e o numerador. Além disso, o numerador e o denominador expressam a relação da parte com o todo. O último mostra em quantas partes o todo é dividido, enquanto o primeiro mostra quantas partes foram consideradas.

Onuchic e Allevato (2008) falam da personalidade da razão da seguinte forma:

Razão é uma comparação multiplicativa entre duas grandezas, denotada por $\frac{a}{b} = a:b$ (a está para b), em que a é denominado antecedente e b é denominado conseqüente. As propriedades da razão são fundamentalmente diferentes daquelas da fração (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 96).

As autoras destacam, logo em seguida, que a razão é um conceito matemático importante por fazer uma relação com outros conteúdos e que a barra fracionária, ao utilizar o conceito de razão, serve apenas como notação.

Sobre a proporcionalidade, Onuchic e Allevato (2008) destacam, a partir da proposição de dois problemas, a importância de perceber quando há uma comparação multiplicativa. Em um dos problemas, onde não há proporcionalidade e quem resolve conhece três grandezas e desconhece uma, as autoras destacam o comum erro da utilização da regra de três, sem analisar se a comparação entre as grandezas é aditiva ou multiplicativa. As pesquisadoras afirmam que realizar operações com proporções não implica em compreender os conceitos da proporcionalidade.

Portanto, é possível perceber que os números racionais possuem diferentes significados, que dependem da situação em que são empregados. As frações, alvo de estudo deste trabalho, são somente um significado dos citados nessa seção.

2.3 Desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática de acordo com avaliações do PISA e do Saeb

Nesta subseção, será discutido o desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática, de acordo com publicações de órgãos governamentais elaboradas a partir de testes de larga escala, como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

O PISA é uma avaliação realizada a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). A OCDE é, por sua vez, uma organização que tem como objetivo coletar informações analisá-las,

discutir políticas a partir disso e sugerir ações aos governos de cada país participante do teste. Uma dessas iniciativas é o PISA, avaliação realizada com estudantes de 15 anos.

A OCDE é uma organização originariamente europeia, criada em 1948, no contexto de reconstrução da Europa após as guerras mundiais. As decisões da OCDE são tomadas por um conselho formado por um representante de cada país membro da organização e outro da União Europeia. Boa parte dos países membros da OCDE é de países da Europa, que vão desde Portugal, Alemanha e Finlândia a Turquia, Hungria e Eslováquia. Além desses, Canadá, Estados Unidos, Coreia do Sul, Japão, Austrália, Nova Zelândia, Israel, México e Chile foram incorporados à lista de países membros da OCDE entre 1961 e 2010. O Brasil formalizou um pedido para tornar-se membro da OCDE em maio de 2017.

Contudo, o PISA não é realizado somente nos países membros da OCDE, mas também pode ser feito em países não membros, como é o caso do Brasil. Alguns países que participaram da última avaliação do PISA, em 2015, são Argentina, Uruguai, China e Rússia. O PISA é coordenado pela OCDE, havendo uma coordenação nacional em cada país, que no Brasil fica a cargo do INEP. As avaliações do PISA contemplam três áreas do conhecimento, que são Ciências, Matemática e Leitura.

Na avaliação de 2015, os estudantes brasileiros tiveram, em média, 377 pontos em Matemática, abaixo da média dos demais países. Cingapura, o país melhor ranqueado em Matemática no PISA, obteve 564 pontos, enquanto a República Dominicana, a pior ranqueada em Matemática, obteve 328 pontos. Desde 2003 até 2015, a pontuação média dos estudantes brasileiros subiu 6,2 pontos a cada três anos. Ainda assim, estudos da OCDE mostram que o Brasil possui menos de um estudante com desempenho de excelência em Matemática a cada 100 estudantes considerados. Esse índice é dez vezes inferior à média dos outros países membros da OCDE.

Contudo, o PISA, por realizar avaliações em diversos países, não considera as peculiaridades de cada um. É importante perceber que, nessas avaliações, o Brasil é comparado a países como Canadá e Finlândia, que apresentam índices altos nas avaliações internacionais, mas possuem contextos

históricos e sociais bastante diferentes dos contextos brasileiros. Pode-se ver, na figura 5, o desempenho dos estudantes brasileiros em comparação com os demais países. Quanto mais próximo do vermelho, menor é a nota do desempenho em Matemática dos estudantes de determinado país e quanto mais próximo do verde, maior é essa nota.

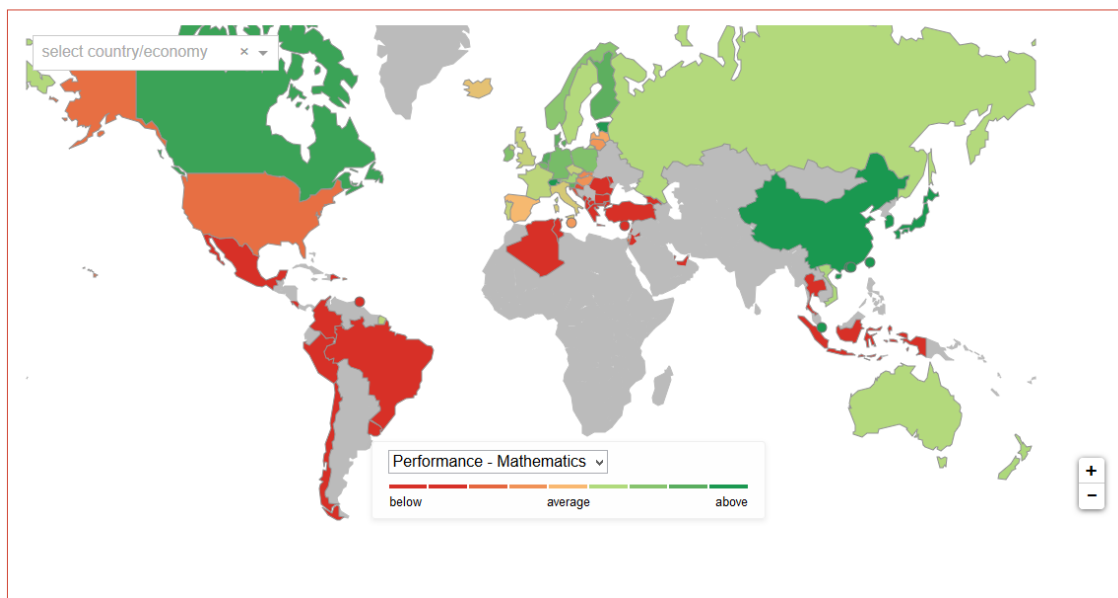
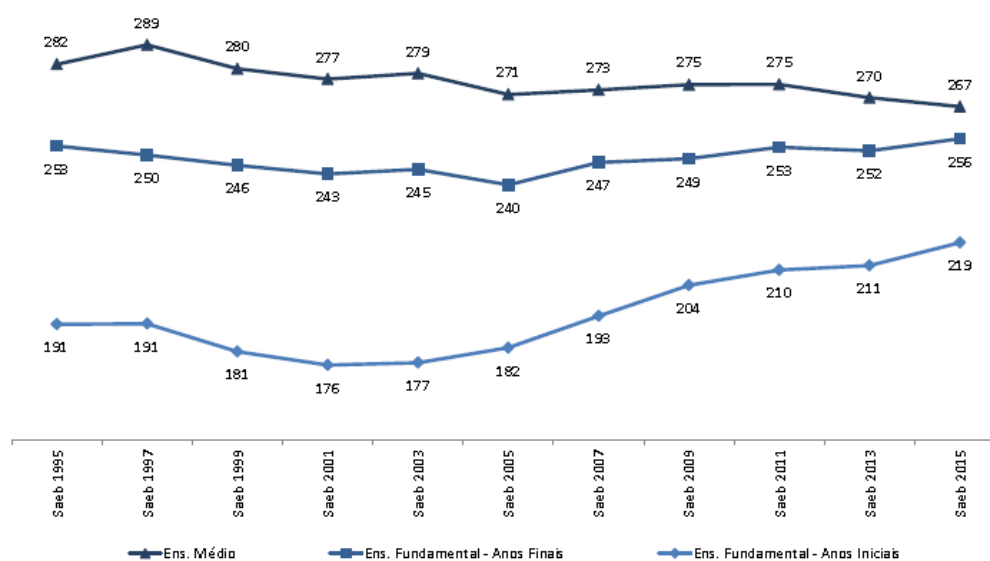


Figura 5: Desempenho do Brasil em Matemática no ano de 2015 em comparação com os demais países.

Fonte: OCDE, 2015

No âmbito nacional, por meio dos resultados do Saeb, pode-se perceber que os estudantes brasileiros não mostraram evolução na proficiência média em Matemática entre 1995 e 2015. A escala de notas do Saeb varia de 0 a 500 e, em 1995, a proficiência média dos estudantes do Ensino Médio em Matemática era 282. Esse índice chegou a ser de 289 no ano de 1997. Em 2015, a proficiência média desses estudantes foi avaliada em 267. Entre alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, esse índice foi de 256 em 2015. Entre os alunos dos anos iniciais, a proficiência média nesse mesmo ano foi registrada em 219, apresentando grande evolução em relação às avaliações feitas em 2009, que apontaram proficiência média de 204, e em 1995, que indicaram 191 como proficiência média em Matemática. Esses resultados podem ser melhor visualizados na Figura 6.

Evolução dos resultados do Brasil no Saeb (1995 a 2015) Proficiências médias em Matemática



Fonte: Diretoria de Avaliação da Educação Básica – DAEB/INEP



Figura 6: Evolução das proficiências médias em Matemática entre 1995 e 2015
Fonte: INEP, 2015, p. 7

Magina e Campos (2008) também comentam sobre os resultados do Saeb, afirmando que refletem o baixo rendimento dos estudantes brasileiros em Matemática. As autoras chamam atenção para o fato de que, no relatório do Saeb de 2001, foi evidenciado que o conceito de Número Racional precisa ser mais bem explorado, em especial quando representado na forma fracionária. Magina e Campos (2008) mostram que o relatório também revelava que o sucesso de estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental em questões que envolviam a representação de racionais em forma de fração foi de 35%.

Dessa forma, os estudantes brasileiros, que não possuem desempenho satisfatório, de acordo com avaliações nacionais e internacionais, não compreendem adequadamente, também, o conceito de número racional. Além disso, de acordo com Magina e Campos (2008), existe a dificuldade, em especial, de os alunos compreenderem a representação fracionária do número racional.

Assim, percebe-se que o desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática nas avaliações do PISA está melhorando, enquanto sua proficiência

média nas avaliações do Saeb se mantém estável, com exceção dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que mostram melhora significativa na última década. Apesar de tudo, o desempenho dos estudantes nessas avaliações ainda não é o ideal.

2.4 Desempenho de estudantes de Cornélio Procópio em questões envolvendo números racionais

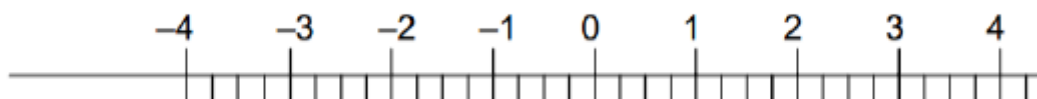
Nessa seção, será relatado um levantamento, realizado por Oliveira (2015) sobre as dificuldades dos estudantes de algumas escolas públicas de Cornélio Procópio em questões que envolviam números racionais. Oliveira (2015) investigou as dificuldades dos alunos em relação ao conjunto dos números racionais, não apenas das frações, que é, como visto, uma das possíveis representações desses números.

Oliveira (2015) realizou um levantamento teórico sobre as dificuldades que em geral são encontradas em questões envolvendo números racionais. Além disso, também aplicou questões abertas que envolviam os números racionais a estudantes de Cornélio Procópio a fim de verificar se a aprendizagem desses estudantes sobre o conteúdo era satisfatória. Nessa seção, serão apresentadas as conclusões da autora e uma das questões que a mesma utilizou.

Os alunos escolhidos por Oliveira (2015) para a coleta de dados estudavam em algumas escolas públicas de Cornélio Procópio. A autora selecionou estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, com o objetivo de comparar os resultados que seriam obtidos. O objetivo de tal prática, segundo ela, foi verificar as dificuldades em cada nível de ensino e se essas dificuldades persistiam ao longo da escolarização básica dos alunos.

Uma das questões aplicadas por Oliveira (2015) e os resultados obtidos nessa questão podem ser visualizadas a seguir.

1. Observe a reta numérica a seguir:



O número $\frac{11}{4}$ está localizado entre quais números inteiros?

Figura 7: Exemplo de questão aplicada aos alunos

Fonte: Oliveira, 2015

9° ano	
Corretas	10
Incorretas	43
Em branco	19
Total	72

Quadro 1: Resultados das resoluções de alunos do 9° ano

Fonte: Oliveira, 2015

3° ano	
Corretas	37
Incorretas	22
Em branco	3
Total	62

Quadro 2: Resultado das resoluções de alunos do 3° ano

Fonte: Oliveira, 2015

Pode-se afirmar, a partir dos resultados obtidos por Oliveira (2015) na questão da figura 7, que os estudantes participantes da pesquisa não apresentaram conhecimento satisfatório sobre os conceitos envolvidos na questão. Além disso, o resultado dos alunos do 3° ano do Ensino Médio, apesar de superior ao dos alunos do 9° ano, também não foi satisfatório e, ainda, evidencia que as dificuldades persistem até o último ano da escolarização básica. A própria autora, em suas considerações finais, afirma que:

Apesar de o índice de respostas corretas do 3° ano do Ensino Médio, ser maior que o do 9° ano do Ensino Fundamental, percebe-se que as dificuldades encontradas ainda são as mesmas e persistem ao longo dos anos. E mesmo o conteúdo sendo apresentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais para ser ensinado desde o 2° ciclo e nas Diretrizes Curriculares do Paraná como conteúdo a ser ensinado no 7° ano do Ensino Fundamental, ainda no 3° ano do Ensino Médio, os alunos apresentam muitas dificuldades (OLIVEIRA, 2015, p. 99)

O estudo feito por Oliveira (2015) revela que estudantes de escolas públicas do município de Cornélio Procópio não possuem os conhecimentos

desejados sobre os números racionais, e, especificamente, sobre frações. Além disso, a autora evidencia que boa parte das dificuldades dos alunos não é superada até o último ano de escolarização, sendo bem possível que esses estudantes concluam a Educação Básica com dificuldades no conteúdo de números racionais.

2.5 Problemáticas em relação ao ensino de frações

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática trazem os números racionais dentro do eixo Números e Operações. Segundo os PCN (BRASIL, 1998), os alunos devem perceber as diversas categorias de números criadas a partir de necessidades humanas. Entre essas categorias, encontram-se os números racionais. Consta no documento que o aluno irá ampliando sua concepção de número à medida em que se depara com situações-problema que envolvam operações entre números.

Quanto aos números racionais, os PCN (BRASIL, 1998) definem como objetivos para o segundo ciclo do Ensino Fundamental:

- Reconhecimento dos significados dos números naturais em diferentes contextos e estabelecimento de relações entre números naturais, tais como ser múltiplo de., .ser divisor de..
- Compreensão do sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam e extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal.
- Reconhecimento de números inteiros em diferentes contextos cotidianos e históricos e exploração de situações-problema em que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
- Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos cotidianos e históricos e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador.
- Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.
- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema.

- Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados (BRASIL, 1998, p. 71).

Os PCN (BRASIL, 1997) afirmam que, em relação aos números naturais, os alunos percebem sua utilidade antes mesmo de acessar a escola, pois estão em constante exposição a eles. É frequente o uso de números naturais no cotidiano: números de telefone, calendário, placas de carros, entre outros. Além disso, a criança não chega à escola conhecendo somente os números de 1 a 9, mas também já lhe são familiares números relativamente pequenos, como 13 e 17.

Os números representados em forma fracionária não são tão presentes quanto os naturais no cotidiano dos alunos. Receitas de bolo ou marcadores do combustível do carro são exemplos quase solitários. Nesse sentido, Lopes (2008) afirma que é necessário reconhecer que as frações não ocupam um lugar de destaque no imaginário dos estudantes. Segundo o pesquisador, os números decimais venceram uma suposta guerra contra as frações, já que, estes sim, aparecem de forma mais frequente. Para Lopes (2008), o mundo moderno preza pela visualização de números cada vez mais por meios digitais e cada vez menos por meios analógicos.

Contudo, Lopes (2008) ainda destaca a importância das frações e que essas devem ser ensinadas para servir a objetivos específicos. Tal afirmação mostra-se estar de acordo com os PCN, já que consta no documento que as representações fracionárias são importantes para o desenvolvimento de outros conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e, além disso, em algumas oportunidades, a representação fracionária é a mais adequada para se expressar alguns resultados.

Justulin (2009) também ressalta a importância da compreensão dos conceitos de fração ao lembrar que certos conteúdos do Ensino Médio requerem o aprendizado desses conceitos. A pesquisadora evidencia os fatos de que o trabalho com as frações requer tempo e de que abordagens desse conteúdo que priorizem técnicas e memorização de conceitos podem fazer com que o estudante apresente dificuldades em conteúdos posteriores.

Nesse sentido, os PCN (BRASIL, 1998) destacam que o ensino dos números racionais precisa ser feito de forma cuidadosa, pois apresenta uma ruptura em relação às ideias construídas com os números naturais. Assim, é afirmado no documento que o trabalho com os racionais requer tempo e uma abordagem adequada.

Vasconcelos (2015) faz uma reflexão nesse sentido quando pondera que, muitas vezes, os alunos utilizam procedimentos artificiais e memorizados para resolver problemas que envolvem frações devido à falta de conhecimento que possuem em relação a esses números. A autora afirma que uma das causas disso é a contradição de algumas propriedades dos números racionais em relação a conceitos utilizados com números naturais. Um exemplo disso é o da multiplicação: a multiplicação entre naturais é obrigatoriamente maior ou igual a um, enquanto a multiplicação entre racionais pode ser menor que a unidade.

Guerra e Silva (2008) realizaram um estudo sobre os algoritmos utilizados para adição, subtração, multiplicação e divisão entre frações. Nesse estudo, os autores evidenciam o modo de funcionamento de cada algoritmo, de forma minuciosa. Guerra e Silva (2008) concluem o trabalho dizendo que as técnicas algorítmicas que estudaram se estabelecem como o modo de operar com frações e que essas técnicas são sistematizadas e ensinadas na escola, sem apresentar relações com outros contextos.

Lopes (2008) segue essa mesma ideia ao dizer que a maioria dos professores e dos materiais didáticos desconhece a história dos conceitos de frações. O autor reflete de forma mais profunda sobre isso ao afirmar que o ensino de frações praticado nas escolas, atualmente, é marcado pelo mecanicismo e pela prevalência de técnicas e macetes para se chegar a uma resposta.

Rodrigues (2015) também argumenta nesse sentido quando faz uma breve análise de como alguns livros didáticos abordam o conceito de fração. A autora concluiu que, dos cinco livros que analisou, somente um deles continha elementos sobre o desenvolvimento histórico das frações. Além disso, Rodrigues (2015) afirma que há somente um texto sobre o assunto no final do capítulo, o

que, segundo ela, vai contra as recomendações dos PCN quanto à utilização da História da Matemática como metodologia de ensino.

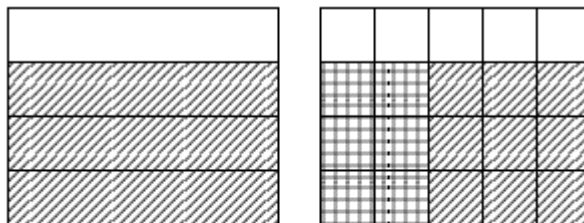
Lima e Sá (2012) realizaram um estudo no município de Macapá em que coletaram alguns dados com professores e alunos. Os pesquisadores relatam que 64% dos alunos participantes da pesquisa afirmaram que as aulas sobre frações começavam com definições, seguidas de exemplos e exercícios. Além disso, 49% desses alunos dizem que a forma mais empregada pelos professores para fixação do conteúdo são listas de exercícios. Para os autores, esses dados evidenciam que a aula nos moldes tradicionais ainda é bastante corriqueira ao tratar do conteúdo de frações.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática discutem algumas dificuldades dos alunos sobre os números fracionários e sugerem modos de trabalhar com as operações entre frações, que envolvem conceitos bastante complexos e, como mencionaram Guerra e Silva (2008), técnicas algorítmicas descontextualizadas. Algumas dificuldades com frações elencadas por Brasil (1998) são as seguintes:

- cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, são diferentes representações de um mesmo número;
- a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $1/3 < 1/2$ (BRASIL, 1998, p. 101).

Os PCN sugerem trabalhar a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes utilizando o conceito de frações equivalente para igualar esses denominadores, destacando que não precisam ser, necessariamente, os menores possíveis.

A multiplicação pode ser trabalhada, de acordo com os PCN, partindo do pressuposto de que são “partes de partes do total” (BRASIL, 1998, p. 104). Destaca-se nos PCN que, nesse caso, a multiplicação não está apoiada na ideia de adição reiterada. Um exemplo que consta nos PCN é a multiplicação de $3/4$ por $2/5$, o qual pode ser visualizado na figura 8.



$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$$

Figura 8: Exemplo de multiplicação dado pelos PCN

Fonte: Brasil, 1998, p. 104

Também são discutidas algumas alternativas para trabalhar a divisão de frações nos PCN, que recomendam interpretá-la como “partes que cabem em partes” (BRASIL, 1998, p. 105). Os PCN recomendam trabalhar também o fato de que “um quociente não se altera quando dividendo e divisor são multiplicados por um mesmo número” (BRASIL, 1998). Seguem os exemplos dados pelos PCN nas figuras 9 e 10.

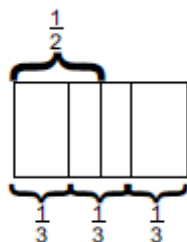


Figura 9: Sugestão para o trabalho com a divisão de frações

Fonte: Brasil, 1998, p. 105

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{15}{2} = \frac{15}{2}$$

Figura 10: Sugestão para o trabalho com a divisão de frações a partir da transformação do denominador em 1

Fonte: Brasil, 1998, p. 105

Na figura 10, para se realizar a divisão de $\frac{5}{4}$ por $\frac{2}{3}$, toda a fração é multiplicada por $\frac{2}{3}$. Feito isso, obtém-se uma fração com denominador 1. Ou seja,

$$\frac{\frac{15}{8}}{1} = \frac{15}{8}.$$

2.6 A abordagem dada às frações na formação inicial docente

Lima e Sá (2012), na pesquisa já citada neste trabalho, realizada pelos pesquisadores com alunos e professores do município de Macapá, apresentam resultados que, em concordância com demais pesquisas e com avaliações nacionais, mostram que os estudantes possuem desempenho abaixo do desejável em relação a questões matemáticas que envolvem o uso de frações.

Outro dado obtido por Lima e Sá (2012) é de que 53% dos professores entrevistados disseram que a aprendizagem do conceito de frações por parte dos alunos possui grau de aprendizagem muito fácil ou fácil. Segundo os autores, isso indica que os professores não conhecem as dificuldades dos estudantes.

Dessa forma, como o professor ser é responsável por garantir a aprendizagem de seus alunos, devendo estar em constante formação e, com isso, atualizando-se sobre novas metodologias de ensino, deve-se refletir também sobre a formação inicial desse professor. Algumas questões que surgem são: há a preocupação de compreender as dificuldades dos estudantes em relação às frações e buscar formas de possibilitar que esses alunos as superem? O professor, na formação inicial, conhece outras metodologias de ensino de frações e é encorajado a utilizá-las?

Moreira e David (2010) são autores que discutem questões sobre a formação do professor de Matemática, em especial o conhecimento sobre os números racionais. De acordo com os pesquisadores, os números racionais são vistos como objetos de simples entendimento nos cursos de licenciatura, apesar da complexa construção que apresentam na Educação Básica. Dessa forma,

pode-se relacionar tal afirmação com os dados apresentados por Lima e Sá (2012). É possível que os professores vejam o conceito de fração como simples porque ele é abordado dessa forma nos cursos de formação de professores.

De acordo com Moreira e David (2010), os conjuntos numéricos são abordados no Ensino Superior como uma construção da Matemática Científica, geralmente estudados nas disciplinas de Análise Matemática. Dessa forma, a preocupação maior é construir uma abstração que expresse as características essenciais de cada conjunto. Ou seja, a construção é realizada sobre o que já se sabe ser válido.

Um exemplo disso é o conjunto dos números naturais. Aprende-se muito cedo o que é o sucessor de um número. Na disciplina de Análise, esse conceito é apresentado novamente, acompanhado por uma definição formal, apesar de todos já saberem o que é o sucessor de um número. No livro *Análise Real*, se apresenta da seguinte forma: “Existe uma função injetiva $s : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. A imagem $s(n)$ de cada número natural $n \in \mathbb{N}$ chama-se o sucessor de n ” (LIMA, 2013, p. 1).

Em outras palavras, Lima (2013) interpreta tal fato dizendo que todo número natural tem um sucessor, que também é natural, e que números diferentes possuem sucessores diferentes. De certa forma, todos já possuem tal compreensão, mas o objetivo da disciplina de Análise é justamente apresentar definições formais de alguns conceitos.

Moreira e David (2010) defendem que a Matemática ensinada na escola diverge da científica, nesse sentido. Segundo os autores, a extensão de conjuntos numéricos é uma novidade na escola. Ao começar a trabalhar com as frações, por exemplo, o professor deve ter ciência de que os estudantes conhecem apenas alguns números. Assim, a construção desse conceito demanda tempo.

Segundo Moreira e David (2010), outro ponto a ser considerado é a necessidade de trabalhar os significados dos números racionais na escola, visando a abstração desse conceito por parte dos alunos, mas sem o objetivo de exibir tal conceito formalmente, que é um dos objetivos da Matemática Científica.

A Matemática na escola, segundo os autores, visa apresentar aos estudantes conceitos novos para que os processem e, ao longo do tempo, tomem para si os novos conhecimentos.

Outra referência bastante utilizada nos cursos de formação de professores de Matemática é Figueiredo (2013), que destaca brevemente, na obra *Análise I*, que:

os números racionais nada mais são que as frações da Aritmética do curso de primeiro grau. Quando lhe ensinaram a operar com frações, a rigor, o que se estava fazendo era definir as operações de adição e multiplicação (FIGUEIREDO, 2013, p. 3).

Moreira e David (2010) analisam esse livro. Um ponto destacado pelos autores é o de que o número racional, do ponto de vista da Análise Matemática, é reduzido a um conjunto de frações equivalentes, segundo Figueiredo (2013), as frações do curso de primeiro grau.

Questões importantes ao professor de Matemática que atua na Educação Básica, quando esse inicia o trabalho com os números racionais, são compreender que há propriedades válidas no conjunto dos números inteiros que permanecem válidas no conjunto dos racionais e compreender que as frações possuem um modo de operar com regras próprias e totalmente novas aos alunos.

Moreira e David (2010), ao comentarem sobre essas questões, defendem que o papel desse professor deve ser o de levar o aluno a compreender as razões de as operações entre frações possuírem características próprias e de algumas propriedades dos inteiros permanecerem válidas no conjunto dos números racionais.

De acordo com Moreira e David (2010), a construção da Matemática na escola deve ocorrer de maneira distinta da construção da Matemática do ponto de vista de cursos como os de Análise. Segundo os autores, é necessário construir os significados dos números racionais a partir da análise de diversas situações concretas e do estabelecimento de relações entre essas situações e outras dos números naturais e inteiros, verificando a validade de certas propriedades.

Moreira e David (2010) complementam tal raciocínio dizendo que a construção da Matemática, em uma perspectiva científica, implica em compactar diversas ideias matemáticas em enunciados formais, tais como definições e teoremas. Entretanto, ao contrário disso, a construção da Matemática na escola requer que todas as ideias sejam apresentadas explicitamente aos estudantes. Dessa forma, Moreira e David (2010) completam que o ensino da Matemática não pode ser realizado como uma apresentação da Matemática Científica de uma maneira mais elementar. Para os autores, a Matemática Escolar tem sua própria organização.

O livro *Análise Matemática para licenciatura*, de Geraldo Ávila, sugere, pelo título, que é mais apropriado para cursos de Matemática na modalidade licenciatura do que na modalidade bacharelado. O próprio autor destaca o direcionamento da obra:

O presente livro, agora em sua terceira edição, foi escrito especialmente para ser utilizado nos cursos de licenciatura em Matemática. Assim, ele não inclui as partes mais sofisticadas da continuidade uniforme, das teorias da derivada e da integral, e a equicontinuidade, que são de interesse maior no bacharelado (ÁVILA, 2006, p. 1).

Além disso, Ávila (2006) relata que a obra inclui tópicos de Lógica e tópicos sobre os números reais, que são, segundo o autor, de interesse dos estudantes dos cursos de licenciatura. Ávila (2006) afirma que que, ao final de cada capítulo, são apresentadas notas históricas sobre os conteúdos abordados. O autor também destaca que:

um dos objetivos principais da Análise para licenciatura é a prática em demonstrações. Enunciar e demonstrar teoremas é uma das ocupações centrais de todo professor ou estudioso da Matemática; e não é admissível que tal pessoa sinta-se deficiente em demonstrações (ÁVILA, 2006, p. 1)

A concepção construída por Moreira e David (2010) sobre o assunto é distinta. Segundo os autores, o papel e os significados das demonstrações são diferentes na Matemática Científica e na Matemática Escolar. De acordo com os pesquisadores:

Embora em ambos exista certamente a necessidade de bem caracterizar os respectivos objetos, de validar as afirmações a eles referidas e de explicar as razões pelas quais certos fatos

são aceitos como verdadeiros e outros não, a formulação de definições e das provas e o papel que desempenham em cada um dos contextos são, todavia, bastante diferentes (MOREIRA; DAVID, 2010, p. 23).

Para Moreira e David (2010), as provas desenvolvem-se, na Matemática Científica, a partir das definições e teoremas anteriores, já estabelecidos. Tais provas, segundo os autores, requerem formulações bastante precisas e que não possuam ambiguidade. No caso da Matemática escolar, de acordo com os pesquisadores, demonstrar a validade de algo não precisa seguir os mesmos passos de uma demonstração matemática rigorosa. Além disso, há fatos que são discutidos na Matemática Científica que não precisam ser discutidos na escola. Um exemplo disso é a validade da comutatividade na multiplicação. Na Matemática Científica, isso é demonstrado utilizando uma linguagem formal e rigorosa, enquanto na escola os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental já possuem, em geral, tal compreensão.

Outro ponto destacado por Moreira e David (2010) é o fato de que, na escola, apresenta-se um conceito matemático visando a aprendizagem do estudante. Ou seja, o objetivo é que os alunos compreendam determinado conceito, diferente da Matemática Científica. Dessa forma, a tarefa do professor de Matemática da Educação Básica é desenvolver uma prática pedagógica que possibilite a construção, juntamente com os alunos, da compreensão dos conceitos e das justificativas que os sustentam.

Dessa forma, percebe-se que a disciplina de Análise Matemática dos cursos de licenciatura, dependendo de sua abordagem, pode não fornecer ao professor elementos para que construa uma prática pedagógica que possibilite aos estudantes compreenderem efetivamente os conceitos matemáticos. A disciplina de Análise tem como objetivo um estudo formal e rigoroso da Matemática e, com isso, acaba não tratando de diversas peculiaridades e ideias matemáticas.

Além disso, como já discutido, os livros utilizados como referência para as disciplinas de Análise Matemática, nos cursos de licenciatura, abordam os números racionais como se fossem objetos de compreensão bastante simples. No Ensino Superior, espera-se que os números racionais sejam um conceito

simples aos estudantes, ainda que por vezes esses estudantes não compreendam, de fato, os porquês da utilização e da construção dos algoritmos que utilizam para realizar operações entre frações.

Tal abordagem não possibilita ao futuro professor compreender as dificuldades que os estudantes da Educação Básica possuem em relação aos números racionais e, em especial, às frações e às operações entre essas. Ao abordar o conjunto dos números racionais e, com menos frequência, as frações de maneira simples, a disciplina de Análise Matemática induz o professor a pensar que o ensino desses conteúdos apresenta menos dificuldades do que as que de fato possui, como evidenciam Lima e Sá (2012), já citados neste trabalho, e outros estudos.

A proposta de Ávila (2006), com o livro *Análise Matemática para licenciatura*, apesar de bem-intencionada, possui uma abordagem semelhante às demais referências utilizadas nas disciplinas de Análise Matemática em cursos de licenciatura, não trazendo contribuições significativamente melhores que essas.

É importante ressaltar que a disciplina de Análise Matemática é necessária aos cursos de licenciatura. O Parecer CNE/CES nº 1302/2001, que estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, define que um dos conteúdos comuns a todos os cursos de licenciatura deve ser fundamentos de Análise. Entretanto, a disciplina de Análise, dependendo da abordagem, não fornece ao licenciando elementos suficientes para aprimorar sua prática pedagógica.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa se insere no âmbito das pesquisas qualitativas que, segundo Bogdan e Biklen (apud LÜDKE; ANDRÉ, 2013), pressupõem o contato direto do pesquisador com o ambiente e a situação investigada. De acordo com os autores, a pesquisa qualitativa tem o pesquisador como principal instrumento, o qual precisa de um longo período de tempo em contato com o objeto de estudo. Os mesmos autores dizem, ainda, que esse contato prolongado e direto do pesquisador com a situação investigada é feita, em geral, pelo trabalho de campo.

Foram realizadas entrevistas com professores de Matemática de Cornélio Procópio que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental. Foram selecionadas as entrevistas de cinco professores, escolhidos a partir de relatos próprios de que já haviam trabalhado com o conteúdo de frações em algum momento da escolarização básica dos estudantes.

As entrevistas foram elaboradas nos moldes da entrevista semiestruturada definida por Lüdke e André (2013). Ao todo, foram realizadas sete entrevistas. Contudo, as duas primeiras foram utilizadas como ensaios para aprimorar o roteiro construído e o próprio ato da entrevista. Dessa forma, neste trabalho, são exibidos e discutidos somente os resultados obtidos com as outras cinco entrevistas, já que nas duas primeiras não foram abordadas as mesmas questões que nas demais.

As entrevistas foram feitas no segundo semestre de 2017 com cinco professores de Matemática de Cornélio Procópio. Foram escolhidos professores que atuassem nos anos finais do Ensino Fundamental. As entrevistas foram gravadas em áudio e depois transcritas para que fossem passíveis de uma análise mais cuidadosa. A Análise Textual Discursiva foi utilizada como ferramenta para a organização, compreensão e análise dos dados.

3.1 A entrevista semiestruturada

Nessa seção, serão apresentadas, brevemente, algumas ideias de Lüdke e André (2013), que nortearam o modo como a coleta de dados foi realizada neste trabalho.

De acordo com Lüdke e André (2013) o contato do pesquisador com o ambiente da investigação é necessário pelo fato de que, como os problemas geralmente são estudados no local em que ocorrem, é necessário compreender o ambiente em que está inserido. Segundo as autoras, os fenômenos estudados são bastante influenciados pelo seu contexto.

Para a coleta de dados da pesquisa, foram realizadas entrevistas com professores de Matemática da Educação do município de Cornélio Procopio, no Paraná, que atuam nas séries finais do Ensino Fundamental. As entrevistas seguiram um roteiro preparado previamente (Apêndice A), mas que tinha como objetivo somente direcionar as perguntas do entrevistador. Ou seja, as entrevistas permitiam também que fossem feitas algumas perguntas que não estavam previstas anteriormente e que se revelassem pertinentes no momento.

A entrevista como instrumento para coleta de dados foi escolhida com base nas concepções de Lüdke e André (2013). Essas autoras afirmam que uma vantagem de se utilizar a entrevista como ferramenta de coleta de dados é que ela permite que tratar de assuntos complexos e de natureza individual. Para as autoras, a entrevista é um instrumento que permite maior aprofundamento no processo de coleta de dados do que outras técnicas. Um questionário, por exemplo, tem alcance mais superficial.

Além disso, Lüdke e André (2013) destacam o fato de que a entrevista permite adaptações durante a sua realização. Outras técnicas de pesquisa, por exemplo, não permitem mudanças após sua elaboração. A entrevista possibilita, desse modo, que o entrevistador realize correções, adaptações ou tente esclarecer algo com o entrevistado. A flexibilidade que a entrevista permitirá depende do modo de sua elaboração. Lüdke e André (2013) definem as entrevistas em não estruturada, estruturada e semiestruturada.

Uma entrevista com maior nível de liberdade é definida por Lüdke e André (2013) como uma entrevista não estruturada, enquanto a entrevista estruturada é aquela em que o entrevistador elabora um roteiro de perguntas que realizará a todos os entrevistados da mesma maneira e na mesma ordem. Assim, uma entrevista nesses moldes está bem próxima a uma coleta de dados feita a partir de um questionário. Contudo, na entrevista estruturada, o entrevistador está presente e pode indagar brevemente sobre algum ponto que precisa de esclarecimento.

A entrevista semiestruturada é definida por Lüdke e André (2013) como uma entrevista que é realizada a partir de uma estrutura prévia, mas que não é aplicada rigorosamente. As autoras afirmam que a vantagem desse modelo de entrevista é que, por possuir um esquema feito previamente, permite que a conversa convirja para os objetivos pretendidos e, por não ser tão direcionado quanto um questionário, permite que o pesquisador faça as adaptações e peça os esclarecimentos que julgar necessários no momento.

Lüdke e André (2013) defendem que, para pesquisas em Educação, são adequadas entrevistas mais livres. Sobre isso, as autoras dizem que:

As informações que se quer obter, e os informantes que se quer contatar, em geral professores, diretores, orientadores, alunos e pais, são mais convenientemente abordáveis através de um instrumento mais flexível (LÜDKE; ANDRÉ, 2013, p. 40).

Lüdke e André (2013) também afirmam que há cuidados que devem ser tomados nas entrevistas. São eles o horário e o local previamente negociados, que devem ser convenientes para o entrevistado, e garantia de sigilo e anonimato. As autoras também chamam a atenção para a necessidade de o entrevistador ouvir atentamente e de estimular o entrevistado a fornecer informações naturalmente. Lüdke e André (2013) alertam também para o cuidado que se deve tomar para que tal estímulo não funcione como um direcionamento de respostas do entrevistado, de forma que esse siga a tendência de fornecer respostas que o entrevistador quer ouvir.

Dessa forma, as entrevistas semiestruturadas foram escolhidas como instrumento de coleta de dados por serem adequadas para a pesquisa com professores e por permitirem uma flexibilidade durante a conversa que não

compromete o andamento da mesma e permite alcançar os objetivos pretendidos.

3.2 A análise textual discursiva

Para a análise das informações coletadas nas entrevistas, foi empregada a Análise Textual Discursiva, que Moraes (2003) define como um ciclo que ocorre em três fases com o objetivo de construir um metatexto que contenha os entendimentos e novas compreensões do autor após cuidadoso contato com o material a ser analisado. Serão apresentadas as características do ciclo da Análise Textual Discursiva com base no trabalho *Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela Análise Textual Discursiva*, de Roque Moraes.

As três fases do ciclo da Análise Textual Discursiva são, segundo Moraes (2003), a unitarização, a categorização e a construção de um metatexto pelo pesquisador.

O autor faz uma breve reflexão sobre leitura e significação de um texto. Para ele, um texto pode assumir diferentes significados, dependendo de quem o lê e de suas intenções e, também, dos referenciais teóricos adotados por cada leitor. Além disso, há significados que podem ser facilmente entendidos e compartilhados por vários leitores, enquanto outros provêm de uma interpretação mais profunda e que é mais difícil de ser compartilhada. Além disso, o autor salienta que é importante, principalmente em pesquisas de cunho etnográfico ou fenomenológico, o pesquisador realizar uma leitura a partir da perspectiva do outro.

Moraes (2003) denomina como *corpus* as informações de uma pesquisa que se deseja analisar. No caso da análise textual, o *corpus* é composto, essencialmente, por produções textuais. Contudo, o autor compreende o termo texto como algo mais amplo, incluindo também imagens ou expressões linguísticas. Moraes (2003) também compreende o termo dado de outra forma, interpretando que, como toda leitura é feita a partir de um referencial teórico, seja ele intencional ou não, todo dado de uma pesquisa é, na verdade, uma construção realizada a partir do entendimento de uma leitura.

O primeiro passo da Análise Textual Discursiva é a unitarização, processo que Moraes (2003) também denomina desconstrução. Nessa etapa, deve-se realizar uma fragmentação do texto, dando atenção aos detalhes, para que seja possível perceber os diferentes sentidos do texto. Dessas fragmentações, surgem as unidades de análise, que são definidas em função dos objetivos do trabalho. O autor destaca que a fragmentação do texto tende à descontextualização. Dessa forma, as unidades de análise devem possuir um título que expresse com clareza sua ideia central.

Uma análise qualitativa implica a necessidade de amplo envolvimento com o texto. A etapa de unitarização da Análise Textual Discursiva é o momento em que o pesquisador tem a oportunidade de manter contato profundo com o material de análise. Tal envolvimento é necessário para a construção de novas compreensões do texto por parte do pesquisador.

A unitarização é a etapa que propicia um processo de desorganização do material para, nas próximas etapas, buscar novas compreensões e uma nova organização. Dessa forma, Moraes (2003) entende que a leitura com profundidade do texto requer a construção de compreensões, a partir da utilização de referenciais teóricos, e a exploração do texto sob outros pontos de vista.

A categorização, segunda etapa da Análise Textual Discursiva, consiste em um processo de comparação das unidades de análise e agrupamento de elementos semelhantes. Nesse processo, as categorias construídas devem ser nomeadas na medida em que são construídas, buscando uma precisão cada vez maior.

As categorias construídas pelo pesquisador são elementos que organizam o metatexto que será elaborado posteriormente, na última etapa da Análise Textual Discursiva. Moraes (2003) fala sobre alguns métodos para a elaboração dessas categorias, sendo esses o método dedutivo e o método indutivo. O método dedutivo consiste em um movimento do geral para o particular, sendo que as categorias são estabelecidas antes da análise do texto. O método indutivo implica em começar do particular para chegar ao geral. Nesse método, as categorias são construídas em conjunto com a análise do texto. Há

a possibilidade, ainda, de mesclar ambos os métodos. Dessa forma, há categorias escolhidas previamente, mas que podem ser transformadas a partir da análise das informações.

Moraes (2003) também fala das propriedades das categorias, revelando que não há uniformidade entre os pesquisadores da área sobre a elaboração das categorias. Entretanto, o autor comenta sobre um ponto em que não há maiores divergências, que é a validade das categorias. Para ele, uma categoria é válida quando representa adequadamente as informações nela contidas ou quando o autor se sente representado por essa categoria.

Além disso, o pesquisador lembra a importância da homogeneidade das categorias. Ou seja, as categorias devem ser elaboradas a partir de um mesmo princípio e comenta também que se deve evitar a exclusão mútua, que é o fato de um elemento ser enquadrado sozinho em uma categoria. Como para o autor a leitura de um texto implica em uma interpretação, é possível enquadrar certo elemento em diversas categorias, fazendo com que a exclusão mútua perca o sentido.

Por fim, a última etapa da Análise Textual Discursiva é a construção do metatexto pelo pesquisador. De acordo com Moraes (2003), o objetivo da Análise Textual Discursiva é a construção de um metatexto e todas as suas etapas convergem para esse objetivo.

Moraes (2003) afirma que, ao empregar a Análise Textual Discursiva, diversos tipos de textos podem ser construídos ao fim de uma análise. Tais textos podem ser mais descritivos, mais próximos do texto original, ou mais interpretativos, mais distantes do texto original e com um processo de abstração mais profundo. O autor lembra que, em qualquer metatexto produzido, há o caráter de incompletude, característico dessa metodologia. Assim, a partir de críticas e reflexões constantes sobre o metatexto, esse é aprimorado, aproximando-se cada vez mais de maior rigor e clareza.

De acordo com Moraes (2003), o metatexto não se resume a um apanhado do texto ou de montagens das categorias. O metatexto é construído a partir de processos intuitivos e deve ser constituído por algo importante que o

pesquisador tenha a dizer. Nessa etapa, o pesquisador deve construir e sustentar seus próprios argumentos.

4 RESULTADOS

Nesta seção, serão discutidos os resultados obtidos a partir das entrevistas com os professores. Nas subseções 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5, serão descritas as entrevistas com cada um dos professores. Após isso, será realizada a discussão de alguns resultados a partir da organização de trechos das entrevistas. A fim de preservar a identidade dos entrevistados, foram dados a todos, preservando-se o gênero, os nomes fictícios Bruno, Benedito, Francisco, Antonio e Marcos. Todas as figuras desta seção foram produzidas para exemplificar alguns métodos citados pelos professores.

4.1 Entrevista com o professor Bruno

O professor Bruno é formado em Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática e leciona como professor de Matemática na Educação Básica desde 1996, há 21 anos. Bruno revelou que fez tal curso porque na universidade em que estudou, na época, não existia um curso de Licenciatura em Matemática. Havia um curso de Licenciatura em Ciências e as habilitações, que eram Matemática, Física, Química e Biologia.

Quando perguntado sobre as séries em que o conteúdo de frações é trabalhado, Bruno contou que, apesar de ser um conteúdo específico do sexto e sétimo anos, é trabalhado ao longo de toda a formação básica do estudante.

Nas palavras do professor Bruno, no sexto e sétimo anos “[...] você dá um enfoque maior, depois qualquer série você utiliza frações. Mas trabalhar com o conteúdo, especificamente, de frações, sexto, sétimo ano” (Bruno).

Dessa forma, com as informações dadas pelo professor Bruno, se pode notar que ele apresenta conhecimento sobre os momentos em que se deve trabalhar com frações. O caderno de Matemática das Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (PARANÁ, 2008) definem que os números racionais são conteúdos específicos dos sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental.

O trabalho com as frações nos outros anos do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, segundo Bruno, “[...] depende da situação-problema que envolver números fracionários [...]. Não é o conteúdo de frações. É uma situação que vai envolver a fração” (Bruno). Com isso, percebe-se que Bruno compreende que as frações, apesar de ser um conteúdo específico do início do Ensino Fundamental, precisam ser trabalhadas durante toda a escolarização básica do aluno.

O professor Bruno foi indagado sobre como prefere iniciar o trabalho com as frações e respondeu que prefere utilizar exemplos concretos, do cotidiano para tanto. Bruno também destaca que quando “[...] o aluno chega lá no sexto ano, ele já viu fração no quinto ano” (Bruno). O professor revelou que começa o trabalho com frações representando “[...] desenho... Então, você volta essa representação do desenho, explicando a fração, depois começa em situações do cotidiano [...]. Explico para eles que hoje a gente utiliza frações, por exemplo, [em] Parafusos, [...] coisas assim”. (Bruno)

Tal fala do professor revelou que ele julga como importante considerar exemplos do cotidiano para o ensino inicial das frações. Quando perguntado sobre os exemplos que utiliza em sala de aula, foi possível notar que Bruno utiliza exemplos corriqueiros quando o assunto é frações.

Começa com aquela história: pega uma barra de chocolate, divide em tantas, o chocolate está dividido em tantas partes, se você comer duas partes, qual a fração que você comeu? Coisinha simples, né? (Bruno).

Contudo, o professor entrevistado revelou que compreende que um exemplo bastante comum entre os professores no momento de ensinar frações é mal utilizado.

O pessoal usa muito aquela história de fração de pizza, essas coisas. Mas eu falo pra eles que ninguém vai numa pizzaria e fala assim: me vê três quartos de uma pizza ou um oitavo de uma pizza. [...] Isso é uma coisa que a gente explica, mas no cotidiano ninguém usa. [...] Ninguém fala isso. É um pedaço (Bruno).

Quando perguntado sobre a principal dificuldade dos alunos no conteúdo de frações, Bruno respondeu que acredita ser nas operações. De acordo com o professor, os alunos têm dificuldade em entender o contexto das operações entre

frações e o motivo de elas serem feitas de certo modo. Bruno especifica ainda mais a dificuldade principal dos estudantes quando afirma que “[...] a soma de frações com o denominador igual ele entende. Aí, quando é denominador diferente, você faz a conta, mas na hora de eles entenderem a operação, eu acho que é mais difícil pra eles” (Bruno).

Após isso, foram feitas algumas perguntas específicas sobre como o professor ensina as operações entre frações e quais dificuldades ele percebe por parte dos alunos em cada uma delas. A primeira operação comentada foi a da adição e subtração de frações, em que Bruno revelou que ensina “[...] fazendo o desenho no quadro, né. Fazendo um desenho no quadro e dividindo em múltiplos [...], de uma maneira mais visual” (Bruno).

Bruno afirmou que as dificuldades dos alunos sobre o conceito é “[...] quando o denominador é diferente, né, que eles têm que entender que daí você tem que dividir em múltiplos iguais pra fazer a soma. [...] aí que é a maior dificuldade” (Bruno).

Bruno revelou mais sobre o assunto ao dizer que se “[...] o denominador é diferente, eles estão divididos em tamanhos diferentes. E você somar uma coisa que tem tamanhos diferentes [...] como que vai fazer isso? [...] daí vai entrar em outro conteúdo, que é múltiplos e divisores” (Bruno).

Quando indagado sobre a necessidade do uso dos múltiplos de certo número, o professor respondeu que eles servem “[...], pra mostrar que, se você somar, elas têm que ter uma quantidade de divisões iguais, senão não tem como somar uma fração” (Bruno). A partir dessas afirmações, percebe-se que o professor tem conhecimento sobre como a adição de frações é realizada e sobre o porquê de o algoritmo da adição funcionar e de ser feito de determinada maneira. Fazendo uma analogia com o exemplo da pizza, citado pelo professor, é como se duas pizzas, representadas por duas frações, fossem divididas na mesma quantidade de pedaços, para que fizesse sentido somar os pedaços das duas pizzas. É isso que se acredita ser a compreensão de Bruno, de acordo com as falas concedidas na entrevista.

Outra operação entre frações abordada na entrevista foi a de multiplicação. Bruno revelou que costuma ensinar tal operação utilizando desenhos: “[...] sempre mostro, faço o cálculo e mostro o desenho, o [...] que tá acontecendo” (Bruno). Com essa declaração, o professor indica que busca realizar comparações com o cálculo de uma multiplicação entre frações e o que acontece graficamente nessa operação.

Apesar disso, o professor revela, na próxima pergunta, que uma das dificuldades dos alunos em relação a esse conteúdo é compreender o que está acontecendo no desenho.

Acho que eles têm dificuldade em entender o processo da multiplicação num desenho, [...] Porque multiplicar por fração é fácil (Bruno).

Após isso, o professor revela que os alunos também apresentam dificuldades na simplificação de frações, que também envolve o conceito de multiplicação, mas com sentido diferente do utilizado na operação entre duas frações. Bruno atribui a dificuldade dos alunos na simplificação de frações a dificuldades dos alunos com a tabuada. Para ele, “[...] a dificuldade não é por causa da divisão, é por causa da tabuada. Entra outro fator aí” (Bruno). Na opinião de Bruno, os alunos compreendem facilmente o algoritmo da multiplicação de frações, que ele classifica como fácil, mas há dificuldades pela deficiência em relação à tabuada.

Sobre a divisão de frações, Bruno revelou que também entende que o algoritmo é fácil, mas os alunos têm dificuldade para compreender o processo. Na opinião do professor, é difícil “entender o processo, [...] não a conta em si. A conta é fácil, é até feita mecanicamente se você explicar” (Bruno). Quando perguntado sobre alguns exemplos para ensinar a divisão de frações, o professor não conseguiu lembrar de nenhum no momento.

Não, você faz o desenho no quadro e explica o [...] que aconteceu. Mas, agora, um exemplo específico eu não estou lembrando (Bruno).

Outra pergunta feita ao professor foi se ele conhecia outros modos de operar com frações. Sobre isso, Bruno comentou que também conhece outro método, que não utiliza o mínimo múltiplo comum. Segundo ele, alguns chamam

isso de método da borboleta. O professor explicou como funciona tal método, dizendo que, para realizá-lo, “[...] multiplica os denominadores depois multiplica inverso. É igual fazer a regra de três. Daí multiplica o numerador da primeira pelo denominador da segunda, o denominador da segunda pelo numerador da primeira” (Bruno). Segue, abaixo, a adição de duas frações feita utilizando o método descrito por Bruno, como exemplo.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \quad \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \quad \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{2 + 9}{6} = \frac{11}{6}$$

Figura 11: Adição de frações utilizando o método descrito por Bruno

Fonte: Autor

É interessante notar que, no método descrito pelo professor Bruno, não é utilizado o mínimo múltiplo comum. Ainda assim, as frações são escritas com o mesmo denominador após a aplicação do método. Além disso, há casos em que as frações são escritas com o mesmo denominador, mas esse não será o mínimo múltiplo comum entre as frações anteriores, apesar de continuar sendo um múltiplo delas. Exemplo disso é a adição da fração $\frac{3}{4}$ com a fração $\frac{5}{6}$, que são escritas, após a utilização do método, como $\frac{18}{24}$ e $\frac{20}{24}$. Nesse exemplo, o resultado da adição será $\frac{38}{24}$, que não é uma fração irredutível como era o resultado da adição exibida na figura 11.

Após isso, o professor foi indagado sobre a utilização do mínimo múltiplo comum no momento de ensinar operações de frações. Bruno revelou que utiliza e acredita que, em certas situações, o mínimo múltiplo comum é mais adequado devido à sua facilidade e à sua agilidade para a realização dos cálculos. De acordo com Bruno, pelo “[...] menos com três ou mais frações, fazer o processo [do mínimo múltiplo comum,] eu acho que é mais fácil, fazer é mais rápido, né. Em várias situações é mais rápido”. O professor também foi questionado se achava que os alunos compreendiam o porquê de realizarem o mínimo múltiplo comum. Bruno respondeu que não “[...] são todos, não. Mas a maioria, acho que entende” (Bruno).

Foi perguntado, também, sobre as frações equivalentes, se o professor notava dificuldades por parte dos alunos em relação a esse conteúdo. Bruno

respondeu que os estudantes têm dificuldade, mas, segundo ele, têm “dificuldade normal, não muita” (Bruno).

Além disso, Bruno também foi perguntado se os alunos compreendiam as frações equivalentes como algo útil para a utilização nas operações com frações. O professor revelou que possui conhecimento sobre a possibilidade de operar com frações dessa forma ao dizer que “[...] as frações, se colocando elas de maneira equivalente, é possível fazer as operações de adição, subtração e tal” (Bruno). O professor ainda complementou a pergunta comentando que o uso das frações equivalentes implica em um processo de adição de frações, por exemplo, mais demorado. “Mas eu acho assim, eles compreendem e tal. Só que é um processo, acho que mais demorado, né. Mais demorado pra fazer” (Bruno).

A partir dessa declaração, foi possível perceber que Bruno, apesar de revelar que ensina a operação de frações utilizando frações equivalentes, revela preferência por outros métodos, mais rápidos, como o que utiliza o mínimo múltiplo comum, que, como ele próprio afirmou durante a entrevista, é mais rápido.

Depois das perguntas sobre as frações, foram feitas algumas indagando o professor Bruno sobre sua formação inicial. No entanto, nessa segunda parte da entrevista, Bruno disse não se lembrar das disciplinas de sua graduação e de como elas eram organizadas. O professor lembrou que teve as disciplinas de Didática Geral e Metodologia para o Ensino da Matemática, mas não lembrou se as disciplinas abordavam temas específicos sobre frações ou sobre outros conteúdos.

4.2 Entrevista com o professor Benedito

O professor Benedito é formado em Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática e contou que também tem uma especialização em Matemática, uma especialização em Psicopedagogia e um mestrado em Educação. Além disso, leciona há 22 anos como professor de Matemática.

Uma das primeiras perguntas feitas ao professor Benedito foi se ele já havia trabalhado com o conteúdo de frações e em que séries. O professor contou que já havia trabalhado com frações, especificamente no sexto e no sétimo anos. Contudo, Benedito ressalta que tal conteúdo é visto também em outros anos da Educação Básica. Segundo o professor, as “[...] frações são objetos específicos dos sextos anos [...] Mas as frações são retomadas de forma constante durante todos os anos. [...] o aluno, por ter dificuldade nesse tema, faz com que nós sempre retomamos o assunto [...] Então, não é uma matéria que é vista num determinado momento e ela fica estante, nunca mais é estudada. A matéria sempre é revista até terminar o Ensino Médio” (Benedito).

Benedito revelou que a abordagem inicial às frações que utiliza depende muito da turma em que está trabalhando, já que cada uma tem suas peculiaridades. De acordo com o professor, “[...] a abordagem, ela depende muito da turma que a gente tem. Cada turma, ela tem uma idiossincrasia, um jeito de ser, que a gente tenta direcionar o conteúdo para atender as necessidades daquela turma em especial. [...] Então, o assunto, ele é iniciado dependendo de cada turma, das dificuldades que os alunos apresentam” (Benedito).

O professor Benedito contou que considera normal que o processo de ensino não evolua linearmente, sendo necessário, muitas vezes, retomar alguns conceitos anteriores com os alunos. Segundo o professor, há estudantes que ainda não possuem domínio de certos conteúdos e que isso requer a atenção do professor.

Existem alunos que já vêm com uma preparação mais elaborada de primeiro ao quinto ano e a gente consegue trabalhar de uma determinada maneira. Outros, a gente tem que voltar, por exemplo, em materiais concretos. Voltar na barrinha de frações, voltar no material dourado, voltar em atividades que tornam aquele assunto significativo pra ele. [...] é normal essas marchas e contramarchas, essas idas e vindas (Benedito).

O professor ainda destacou que as marchas e contramarchas citadas são necessárias no processo de ensino porque, segundo ele, o aluno deve ver significado nos conceitos para que possa, de fato, aprendê-los. Para Benedito,

se “[...] o aluno não vê significado naquilo, dificilmente consegue compreender os conceitos e [...] pior ainda, memorizá-los” (Benedito).

Quando perguntado sobre a principal dificuldade dos alunos com frações, o professor Benedito evidenciou a preocupação com o procedimento mecânico que, muitas vezes, é feito por eles.

Compreensão do conceito [é a principal dificuldade]. Muitos tentam fazer os exercícios de uma forma mecânica, sem compreender o que estão fazendo (Benedito).

Durante essa fala, o professor revelou que compreende que as frações são muito complexas para serem ensinadas no início dos anos finais do Ensino Fundamental. Benedito entende que esse conteúdo deveria ser ensinado no fim do Ensino Fundamental ou no Ensino Médio, quando os alunos já teriam mais maturidade para compreender os conceitos e veriam mais significados nesses. De acordo com Benedito, “[...] por n métodos que você tenta fazer, sempre ficam lacunas que o aluno leva pra frente, sempre leva dificuldades pra frente. Talvez o assunto devesse ser ensinado apenas no Ensino Médio ou no final do ciclo fundamental [...]” (Benedito).

Para Benedito, quando os alunos veem significados nos conceitos, a compreensão é alcançada com mais facilidade. O professor citou situações de cursos de Engenharia no Ensino Superior, em que os alunos trabalham, supostamente, com situações que possuem mais sentido para eles. Sobre as frações, “é difícil ensinar pra uma criança de dez, onze anos, somar fração, multiplicar fração, divisão de frações. Fica muito abstrato, longe da realidade do dia a dia dele” (Benedito).

Sobre a operação de adição e subtração de frações, o professor Benedito afirmou que existem pelo menos dois modos de realizá-la e de ensiná-la, que são o método que utiliza o mínimo múltiplo comum e o que utiliza frações equivalentes. E, para Benedito, em cada um desses métodos, os alunos têm uma compreensão diferente, sendo a principal dificuldade a confusão que eles fazem entre todos os métodos que conhecem. Segundo o professor, quando “[...] a gente faz do método dito tradicional, que tem que tirar o mínimo múltiplo comum, o aluno tem uma compreensão. Quando a gente faz a análise através

de frações equivalentes, pra transformar denominadores iguais, [...] a turma reage de um jeito. Então, a dificuldade é que o aluno confunde todas essas formas de se resolver. Ele confunde a multiplicação, por exemplo, com a soma, uma hora ele quer fazer a soma direto, somando os denominadores” (Benedito).

Para o professor, as dificuldades citadas são naturais porque envolvem conceitos que estão fora do cotidiano dos alunos e que são difíceis de serem contextualizadas. Para Benedito, “[...] é um trabalho difícil porque envolve conceitos que estão, naquele momento, fora do contexto do aluno, é difícil a gente conseguir contextualizar sempre, a Matemática tem alguns problemas que são próprios da Matemática e o contexto é a própria Matemática e não uma situação externa, e isso gera essas dificuldades” (Benedito).

O professor também foi indagado sobre o modo como prefere ensinar a adição e a subtração de frações. Contudo, como já havia falado anteriormente, a metodologia que adota depende das necessidades de cada turma. Benedito compreende que um dos papéis do professor é identificar as melhores formas com que o aluno aprende.

Depende da turma porque, na verdade, eu não ensino do jeito que eu gosto sempre. Eu ensino do jeito que o meu aluno precisa pra aprender. Muitas vezes, ele precisa de um atendimento que seria tradicional, que vai contra alguma linha construtivista, [...] mas é o jeito que meu aluno aprende e eu preciso respeitar esses limites que o aluno apresenta. Então, o nosso papel não é só de ensinar, mas de identificar quais são as vias pelas quais os alunos aprendem e montar as aulas pra atender o maior número possível de alunos (Benedito).

Nesse momento, o professor destacou, novamente, a importância em considerar as necessidades específicas de cada turma. De acordo com ele, as aulas devem atender a maioria dos alunos, mas também respeitar as necessidades individuais. Como exemplo, Benedito apresenta o caso de algumas turmas em que leciona e que possuem alunos com transtorno do déficit de atenção com hiperatividade (TDAH).

Eu tenho turmas, por exemplo, que têm seis, sete, alunos com TDAH, com laudo. Eu tenho turmas que têm aluno com dificuldade, mas não tem laudo [...]. O tratamento não pode ser o mesmo porque nós precisamos trabalhar os alunos de forma diferente, respeitando essa individualidade. [...] Esse é o grande desafio da Educação (Benedito).

Benedito revelou que utiliza o mínimo múltiplo comum para ensinar os alunos a somar e subtrair frações. Contudo, o professor afirmou que o uso do mínimo múltiplo comum pode ser feito de duas formas diferentes, as quais exigem regras diferentes. De acordo com Benedito, se “[...] você trabalha o mínimo múltiplo comum fazendo primeiro os múltiplos, então você vai somar um quarto mais um sexto, aí você fala pra ele: múltiplos de quatro, aí ele anota: zero, quatro, oito. Múltiplos de seis: zero, seis, doze. E ele faz toda essa sequência, facilmente ele identifica o mínimo múltiplo comum, que é o menor múltiplo que aparece nessas duas linhas” (Benedito).

Nesse método citado por Benedito, o mínimo múltiplo comum é utilizado, mas não é feita a decomposição em fatores primos, que exige a realização de outras operações básicas. Nesse caso, são elencados os múltiplos de cada denominador em algo semelhante a uma tabela e identificado o menor múltiplo dos dois números. Um exemplo de uma adição de frações feita com esse método pode ser visto na figura 12.

Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16 O mínimo múltiplo comum de 4 e 6 é 12
Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot \frac{12}{4}}{12} + \frac{1 \cdot \frac{12}{6}}{12} = \frac{3 + 2}{12} = \frac{5}{12}$$

Figura 12: Exemplo de adição de frações sem o uso da decomposição em fatores primos

Fonte: Autor

Vale notar que só foi explicitado o modo como é encontrado o numerador de cada fração para o novo denominador, que é 12, o mínimo múltiplo comum de 4 e 6. Esse processo pode ser encontrado na entrevista com o professor Benedito, quando ele diz, em certo momento: “[...] divide pelo de baixo, multiplica pelo de cima, rapidamente ele monta a soma ou a subtração das frações” (Benedito).

Benedito também comentou sobre o outro método que utiliza o mínimo múltiplo comum, mas por meio da decomposição em fatores primos. Para o professor, esse método, apesar de chegar ao mesmo resultado, exige dos alunos

a realização de regras diferentes. Benedito destacou que, com esse modo de operar, é necessário utilizar outros conceitos também, como a divisão e os números primos.

Quando você usa a decomposição em fatores primos, ele também consegue fazer, mas é uma outra abordagem, que ele vai ter que lembrar os números primos, que ele vai ter que fazer a divisão, e exige-se raciocínios diferentes nessa segunda abordagem do que simplesmente achar o mínimo (Benedito).

O professor Benedito contou que também já utilizou outro método para adicionar e subtrair frações, usando somente um múltiplo comum entre os denominadores. Benedito comentou que conseguiu resultados satisfatórios utilizando tal método.

Uma das abordagens que eu já fiz e que eu percebi resultados vantajosos foi trabalhar apenas com o múltiplo comum e não com o mínimo múltiplo comum, multiplicando apenas os denominadores. Você pega seis e quatro, nesse exemplo, multiplica: vinte e quatro. É um múltiplo, não é o mínimo múltiplo comum (Benedito).

Nesse método descrito por Benedito, o denominador comum entre duas ou mais frações é obtido por meio da multiplicação de seus denominadores. O professor contou que o novo numerador é obtido pelo processo “[...] divide pelo de baixo, multiplica pelo de cima [...]” (Benedito).

O professor Benedito contou que ensina para os alunos todos os métodos que descreveu, mas dá liberdade para eles escolherem qual utilizar. De acordo com Benedito, a “[...] gente sempre dá a oportunidade de ele fazer por mais de um método. Dentro da sala de aula, a gente explica como que faz pelos múltiplos, como que faz pela decomposição de fatores primos, como que faz pelo produto dos denominadores, e dá a oportunidade de ele aprender por essas várias formas e não exige que seja feito na prova da forma A ou da forma B, mas que ele consiga fazer, que é o mais importante” (Benedito).

Sobre a multiplicação de frações, o professor Benedito revelou que os alunos não têm dificuldade em relação ao algoritmo, já que, no caso da multiplicação, ele é simples. O professor contou que começa a ensinar a multiplicação de frações por meio da representação em barras e da interseção dessas.

Primeiro, a gente começa por meio da representação da fração em barras. A visualização geométrica facilita na compreensão do assunto. A gente tenta [...] mostrar, pela intersecção das duas barras, qual é a parte comum. [...] depois, o algoritmo, muito simples. Aí, rapidamente, ele memoriza que tem que multiplicar numerador com numerador, denominador com denominador (Benedito).

Na figura 13, pode-se ver um exemplo sobre a intersecção das barras comentada pelo professor.

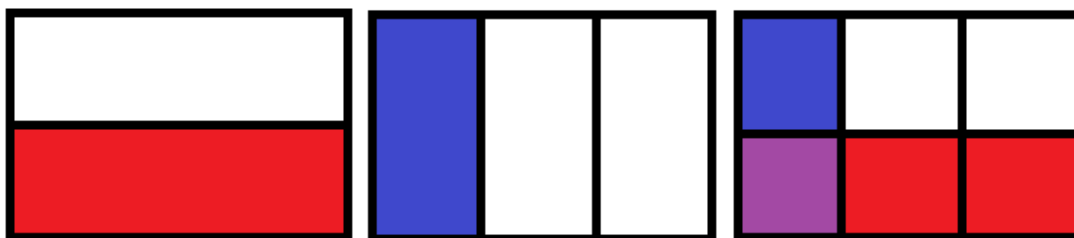


Figura 13: Exemplo de multiplicação pela intersecção das barras

Fonte: Autor

Na figura 13, foi exemplificado o método da intersecção das barras, descrito pelo professor Benedito. A primeira barra, que está dividida em duas partes, da qual se considera uma, a pintada de vermelho, representa a fração $1/2$. A segunda, dividida em três partes e sendo considerada uma, pintada em azul, representa $1/3$. A última barra é a intersecção das anteriores. Observa-se que ela está dividida em seis partes, sendo somente uma delas pintada tanto de azul quando de vermelho. Dessa forma, a última barra representa a fração $1/6$, o resultado da multiplicação de $1/2$ e $1/3$.

O professor Benedito também comentou que, na divisão de frações, quando os alunos compreendem o algoritmo, não há dificuldades. Ainda assim, de acordo com Benedito, os estudantes erram na divisão de frações porque têm dificuldades nas operações básicas. Para o professor, “[...] uma vez que ele entende [...] que a divisão consiste em transformar o denominador em um e pra transformar o denominador em um se multiplica pelo inverso da fração, fica fácil de ele terminar porque ele transforma a divisão numa multiplicação. O erro continua acontecendo mais na operação, cálculo, do que no desenvolvimento do algoritmo. Ele não esquece de mudar e de inverter a fração, mas ele vai multiplicar, ele multiplica errado [...]” (Benedito).

Benedito revelou que a falta de domínio dos alunos sobre a tabuada também é um problema na divisão de frações. Para ele, o aluno “[...] não tem ainda o domínio da multiplicação, que eu digo, na tabuada. E isso faz com que ele erre na divisão, que ele erre na simplificação [...]” (Benedito).

Ao falar sobre as dificuldades dos alunos na divisão de frações, Benedito comenta que “[...] a divisão consiste em transformar o denominador em um [...]” (Benedito). Benedito contou que opta por essa abordagem porque entende que o estudante deve ver sentido no que faz. Nas palavras do professor, “[...] você vai explicar pra ele que conserva a primeira e inverte a segunda. Da onde que veio isso? Você tem que começar explicando primeiro que todo número dividido por um é ele mesmo. Cinco dividido por um é cinco, quatro dividido por um é quatro, então a fração dois terços dividido por um é dois terços. E que pra transformar o número um, pra transformar uma fração em número um, é só multiplicar a fração pelo seu inverso. [...] se eu multiplicar três meios por dois terços, eu vou ter seis sextos, que seis dividido por seis dá um” (Benedito).

Um exemplo de divisão de frações pelo método descrito pelo professor pode ser visto na figura 14.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{6}{6}} = \frac{\frac{3}{8}}{1} = \frac{3}{8}$$

Figura 14: Exemplo de divisão de fração utilizando o modo descrito pelo professor Benedito
Fonte: Autor

O professor Benedito evidenciou que o aluno, pensando dessa maneira, chegará a um ponto em que se dará conta de que não é necessário multiplicar o denominador por um e de que basta multiplicar o numerador pelo inverso do denominador.

Até que ele percebe que ele não precisa mais fazer a parte de baixo. Ele fazendo só o inverso na parte de cima, embaixo sempre vai dar, e dividido por um vai dar a própria fração e aí sim o algoritmo, o caminho prático, se torna aplicável porque ele compreendeu a dinâmica do processo (Benedito).

Quando perguntado se conhece outros métodos de operar além dos que comentou, Benedito respondeu que não e que busca utilizar outras ferramentas quando percebe que os alunos têm dificuldades. O professor revelou que utiliza “às vezes, barra de frações, que você tem que trazer porque o aluno não compreende ainda que duas metades dá um inteiro, [...] às vezes você tem que trazer, por exemplo, um material dourado pra ele trabalhar com os cubos e conseguir entender a quantidade que tá em cada caso” (Benedito).

Durante essa resposta, o professor aproveitou para comentar sobre o uso dos jogos como metodologia de ensino. Benedito revelou que não acredita que os jogos nas aulas de Matemática possam trazer resultados positivos. Segundo o professor, a “[...] maturidade, a questão envolvendo esses pontos torna difícil em sala de aula você conduzir trinta alunos pra que eles consigam jogar de forma adequada, sem algazarra, sem bagunça, difícil. [...] não tenho feito jogos dentro da sala de aula porque eu não acredito nessa dinâmica pra ensinar o assunto. Acredito pra ensinar de forma individual, acredito pra reforçar o assunto, mas não pra iniciar o assunto” (Benedito).

Após isso, quando perguntado se os alunos compreendem por que os algoritmos de operar com frações funcionam, Benedito comentou que acredita que as frações não estão sendo ensinadas na idade correta e que, como os alunos não conseguem superar suas dificuldades, também não compreendem os motivos de os algoritmos funcionarem.

Olha, como eu disse, talvez nós não estamos ensinando na idade correta. [...] se eles realmente compreendessem, eles não teriam as dúvidas que têm até o Ensino Médio. Então, a minha conclusão é: eles não compreendem. Entendeu? A compreensão, ela é superficial e momentânea [...] Chega no Ensino Médio, se cai um exercício envolvendo fração, ele já acha que ele não sabe fazer, e isso acontece, acho que até nos primeiros anos da faculdade (Benedito).

Benedito também comentou sobre as dificuldades dos alunos com as frações equivalentes, revelando que não conseguem compreender facilmente que o mesmo valor pode ser representado de várias formas. Além disso, de acordo com o professor, os alunos não conseguem aplicar o conceito de frações equivalentes.

Tem dificuldades, sim, porque é difícil ele compreender que o mesmo valor pode ser representado de várias vezes. O que facilita é a explicação por meio dos gráficos, dos desenhos geométricos. A pizza, a barrinha de chocolate. [...] Mas essa compreensão, como eu disse, é superficial. Quando exige-se do aluno a aplicação desse contexto numa determinada situação-problema, ou ele não entende o problema, porque não sabe interpretar o texto, e quando entende, às vezes, esbarra nessa questão do procedimento pra resolver e tem dificuldade também (Benedito).

Nesse momento, Benedito também falou sobre algumas dificuldades enfrentadas pelos professores da Educação Básica. O professor comentou que a fração é apenas um de vários conteúdos que precisa ser trabalhado com uma turma durante o ano letivo, o que, segundo Benedito, se torna ainda mais difícil devido ao pouco tempo que o professor tem disponível para a preparação das aulas. Eu “[...] tenho catorze assuntos pra trabalhar no sexto ano, frações é uma delas. Eu não posso trabalhar frações o ano todo, eu tenho que trabalhar e dar conta dos outros assuntos também, tenho um conteúdo programático a vencer. [...] E o governo ainda tira o número de horas que a gente tem, tira hora-atividade, diminui a hora-atividade, o ano passado eu tinha sete, esse ano eu tenho cinco. Como é que quer melhorar a qualidade sem investir no professor, sem investir nas condições de trabalho? Qualidade tem que ter investimento, não tem qualidade sem investimento. É isso” (Benedito).

Ao comentar sobre a sua formação inicial, o professor Benedito revelou que teve disciplinas sobre métodos de ensino na graduação, mas não teve certeza se discutiam conteúdos específicos.

Nas aulas de Metodologia, nas aulas de Didática, sempre teve como preocupação o método, a forma de como fazer. Talvez, não foi específico na fração, mas de forma geral, explicando, dando caminhos, dando orientações (Benedito).

O professor foi indagado novamente, mas contou que não se lembrava do assunto.

Não lembro porque eu terminei a faculdade em noventa e quatro. Não consigo lembrar. Mas eu me lembro que tinha Didática, que tinha Metodologia, que tinha matérias que nos colocavam a refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem (Benedito).

4.3 Entrevista com o professor Francisco

O professor Francisco também é formado em Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática e leciona há dez anos.

O professor foi perguntado se já trabalhou com o conteúdo de frações e em que séries isso ocorreu. Francisco, apesar de trabalhar nos anos finais do Ensino Fundamental, relatou que trabalhou poucas vezes especificamente com o conteúdo de frações. O professor contou que é comum que as frações surjam ao serem trabalhados outros conteúdos também.

Eu trabalho com os outros conteúdos em quase tudo. [...] Especificamente a fração, eu não trabalho porque eu trabalhava nos anos anteriores, especificamente. De vez em quando eu trabalho um pouco a soma, a subtração, a multiplicação e a divisão, mas uma revisão rápida, que está dentro de outro conteúdo (Francisco).

Quando perguntado das dificuldades dos estudantes sobre as frações, Francisco comentou sobre as regras das operações, as quais alguns alunos não lembram. Segundo o professor, as dificuldades são “[...] de lembrar as regras. [...] Eles nunca lembram qual regra é pra qual. [...] Aí, numa passagem rápida, eu faço uma lembrança das três e continuo o conteúdo” (Francisco).

As três regras citadas pelo professor Francisco são as regras da adição e subtração, da multiplicação e da divisão de frações. Ao comentar sobre isso, o professor também falou sobre as regras que os alunos esquecem, que “[...] são a soma e a subtração que tem que tirar o mínimo, daí vai pra multiplicação, que multiplica reto, numerador com numerador, denominador com denominador, e na divisão, que é multiplicação cruzada” (Francisco).

Sobre a adição de frações, Francisco comentou que a maior dificuldade dos alunos é lembrar-se de igualar os denominadores e que confundem com outros algoritmos. De acordo com Francisco, “[...] a maior dificuldade é eles lembrarem que você tem que igualar os denominadores. Primeira coisa que eles perguntam: eu vou multiplicar cruzado?” (Francisco).

Francisco contou que, quando se depara com essas dificuldades, procura lembrar os alunos do algoritmo da adição e subtração de frações, utilizando o mínimo múltiplo comum. Além disso, o professor relatou que tais dificuldades

não são superadas, já que os alunos se esquecem do algoritmo depois de algum tempo. Francisco contou que relembra com os alunos de “todo o processo, fatorando, o que é o mínimo. Cada um lembra de um jeito. Aí lembra, só que passa algum tempo, eles esquecem de novo. Aí tem que lembrar de novo” (Francisco).

Em relação à multiplicação de frações, Francisco voltou a falar sobre a dificuldade dos alunos em se lembrar do algoritmo após algum tempo.

Eles sempre confundem se vai multiplicar cruzado, se é reto, aí é só lembrar. [...] Eles sempre começam a acertar, mas, passados 20 dias de aula, se voltar fração dentro de algum conteúdo, eles vão esquecer de novo. Aí tem que lembrar. Mas é coisa rápida. A maioria não vai lembrar nunca. Mas uma maioria, numa repassada, eles já lembram dessas regras (Francisco).

Quando perguntado sobre a divisão de frações, o professor comentou, novamente, que os alunos confundem o algoritmo da divisão de frações com os outros algoritmos.

Eles confundem se vai ser multiplicado reto, o numerador com numerador, o denominador com denominador, ou se é cruzado. [...] Aí geralmente eles confundem com a da multiplicação. Aí, dá uma lembrada e eles geralmente fazem o cálculo. Geralmente (Francisco).

Francisco comentou que os alunos possuem muitas dificuldades no momento de realizar a divisão de frações devido a deficiências com conceitos básicos de Matemática, como a tabuada e as operações básicas.

Dependendo da turma, mesmo lembrando, eles não conseguem porque o que eles têm de tabuada eles não lembram de cor, eles não sabem fazer divisão, tem que lembrar. Depende da turma. [...] tem turma que não consegue porque ele não sabe as quatro operações básicas. Ele não sabe somar com vírgula, subtrair com vírgula, ele não sabe multiplicar com vírgula, não sabe dividir com vírgula. Aí, tem que voltar um pouco mais pra alguns entenderem, não todos (Francisco).

Ao ser indagado se conhece outros métodos de trabalhar com frações, o professor Francisco falou sobre os materiais manipuláveis, mas revelou que não os utiliza com frequência.

Conheço, mas não utilizo porque não está dentro do conteúdo que eu vou trabalhar. São os materiais que têm na escola, eu

nem lembro o nome [...]. O material dourado. Tem tudo aí, mas isso aí é mais o pessoal dos anos iniciais que utiliza (Francisco).

Quando perguntado se os alunos compreendem os motivos de utilizarem certos algoritmos para realizar as operações entre frações, Francisco comentou que é algo que depende de cada aluno, algo que também enfatizou em outros pontos abordados na entrevista.

Alguns [compreendem]. É feito a explicação. Alguns entendem e compreendem. Outros não (Francisco).

Após isso, ao responder se os estudantes compreendem o motivo de realizarem o mínimo múltiplo comum, Francisco seguiu o mesmo raciocínio, dizendo que em algumas turmas os alunos conseguem tal compreensão, em outras não.

Dependendo da turma, se você explicar que tem que ser igualado [...] Eles entendem e desenvolvem bem. [...] Agora, têm turmas que por mais que explique, por mais que demonstre, não consegue entrar na cabeça deles. É difícil (Francisco).

Ao ser indagado sobre as frações equivalentes, o professor afirmou que os alunos ainda apresentam dificuldades em conceitos básicos. Segundo Francisco, “[...] quando elas são equivalentes, eles já sabem que o cálculo não precisa fazer o mínimo, essas coisas. Mas as dificuldades são as mesmas. Muitas vezes eles não sabem multiplicar, dividir [...]” (Francisco).

Também foi perguntado ao professor se os estudantes utilizam as frações equivalentes para adicionar ou subtrair frações, que respondeu que isso é algo difícil de analisar e que depende muito da turma com que se trabalha.

Não dá pra mensurar. Depende muito do nível da turma, de quanto a turma está querendo aprender. [...] Só quem é professor que entende o que eu estou falando. [...] Não é boa vontade do professor, não é isso que conta. O que conta na maioria das vezes é a turma, se ela quer aprender ou se ela não quer aprender (Francisco).

O professor Francisco também fez alguns comentários sobre sua formação inicial. Quando perguntado se houve algum momento, na graduação, em que eram tratados métodos para ensinar algum conteúdo específico, o professor afirmou que não teve esses momentos e que as frações apareciam em algumas disciplinas, mas sem uma abordagem específica.

Um pouco em Cálculo 1. Matemática Financeira, mas eles não explicavam especificamente, eles só desenvolviam os problemas, os enunciados, e já caía direto nas resoluções. Mas especificamente voltar, pelo menos na época que eu estudei esse tópico, lá do conteúdo básico, lá de soma, subtração, de frações ou de outras coisas, especificamente não. Que eu me lembre, não (Francisco).

Francisco ainda destacou que as frações apareciam em sua formação inicial, mas como parte de exercícios em outros conteúdos.

Especificamente, não. Ele poderia tirar uma dúvida na hora, ali (Francisco).

4.4 Entrevista com o professor Antonio

O professor Antonio é formado em Licenciatura em Ciências com habilitação em Física. Contudo, além de lecionar Física, Antonio também possui aulas de Matemática, já que, com a graduação também possui uma Licenciatura Curta em Matemática e, além disso, possui um Programa de Desenvolvimento (PDE) em Matemática. O PDE, é um programa do Estado do Paraná destinado a professores da rede pública de ensino. O objetivo do programa é suscitar diálogos entre professores da Educação Básica e do Ensino Superior e culmina com a produção de um artigo científico com o objetivo de desenvolver ações educacionais sistematizadas que visem refletir sobre a prática docente. Atualmente, Antonio possui a mesma quantidade de aulas de Matemática do que de Física. Antonio leciona há quase 23 anos.

O professor Antonio, quando perguntado sobre as séries em que trabalhou com frações, contou que tal conteúdo é trabalhado durante todo o Ensino Fundamental e Médio.

Todos os anos você entra na parte de frações. Da quinta a oitava série, no Ensino Médio, também, você entra com frações. Só que cada ano você aprofunda mais sobre o conteúdo, né. Então, se você tem a programação, todo ano você vai passar por frações (Antonio).

Antonio comentou que a primeira abordagem às frações que realiza é por meio da apresentação do que é uma fração. O professor também contou que nos anos finais do Ensino Fundamental é o momento de trabalhar a

nomenclatura das frações com os alunos, já que é algo que eles ainda não estudaram em anos anteriores.

Geralmente a gente vai falar o que [...] é o significado de uma fração, que é a [...] divisão entre dois números inteiros, né. Então, a gente começa aí, pela divisão de um número A dividido por um número B, aí esse B tem que ser diferente de zero. [...] Depois, o que é denominador, numerador. [...] Então, o básico, aí, você começa nisso daí. Eles já tiveram isso em anos anteriores, até no início, só que às vezes não é específico, usar a nomenclatura, né. Então, conforme vai passando o ano, você vai trabalhar mais a nomenclatura (Antonio).

Nesse momento, Antonio também revelou o modo como trabalha com as frações em determinado momento e algumas percepções que possui sobre as dificuldades dos alunos em reconhecer os elementos de uma fração. Antonio revelou que, por vezes, trabalha mais com os “[...] exercícios em si. O aluno está trabalhando com fração, mas ele não sabe distinguir o que é uma coisa e o que é outra, numerador, denominador, igualdade. Então, quando você vai trabalhar específico, você começa a explicar o que é uma fração primeiro, né, quais os elementos da fração, como resolver uma fração” (Antonio).

Ao falar sobre as dificuldades dos alunos com as frações, o professor contou que percebe que eles têm dificuldade em compreender que a fração implica na divisão de dois números. Além disso, revelou outras dificuldades que verifica, como a dificuldade dos alunos na divisão de frações e com a divisão de números inteiros, operação básica de Matemática.

Que a fração implica divisão, né, e os alunos têm muita dificuldade em divisão. A multiplicação não é tanto, né. A soma, adição, subtração até vai, mas quando chega na divisão, [...] já complica mais, né [...] E até, a gente vê estudo bem avançado, aí, que aluno tem dificuldade na divisão, mesmo, saber quantas vezes um negócio cabe no outro (Antonio).

O professor contou que, ao ensinar a adição e a subtração de frações, utiliza o mínimo múltiplo comum ou a multiplicação dos denominadores, quando esses são números primos. De acordo com Antonio, “quando você tem denominadores primos, [...] é fácil fazer. Você vai ter que achar um denominador comum quando é frações diferentes, então o que você faz? Você pode fazer uma multiplicado pela outra, né. Quando são numeradores maiores, né, que às vezes não são primos, então você faz por mínimo múltiplo comum [...]” (Antonio).

Ao comentar as dificuldades dos estudantes na operação de adição e subtração de frações, Antonio destacou a divisão como um conceito de difícil compreensão para os alunos. O professor relatou que, no processo de encontrar frações equivalentes utilizando o mínimo múltiplo comum, quando é necessário realizar algumas multiplicações e divisões para obter o novo numerador de uma fração, os alunos apresentam dificuldades. Para Antonio, “sempre quando trabalha com a divisão, nós sempre olhamos umas dificuldades. [...] Você vai pegar o mínimo múltiplo comum [...] ou então um denominador igual, vai dividir pelo outro que é diferente e multiplicar [...] pra achar a parte de cima. Então, nisso daí já, sempre quando implica essa questão de divisão, sempre há um pouco de dificuldade dos alunos pra assimilar, né. Mas, alguns [...] aprendem mais fácil. Outros, já fica mais difícil. Então, a gente tem que frisar bem essa parte da divisão porque pra fazer exercício o que tá faltando mais é o trabalho em cima da divisão com os alunos” (Antonio).

Para ensinar a multiplicação de frações, Antonio afirmou que utiliza o livro didático como ferramenta de apoio e exercícios que ele mesmo inventa. Segundo o professor, a multiplicação de frações não é um algoritmo tão complicado para os alunos quanto outros das frações.

Bom, aí, geralmente, eu costumo sempre fazer, inventar frações na hora, exercícios. Eu trabalho com o livro didático, de apoio [...] Quando você trabalha na multiplicação, [...] não tem tanto problema, a multiplicação é simples, parte de cima com a parte de cima, parte de baixo com a parte de baixo. Então, não tem tanto segredo. É mais na adição que você tem que transformar em frações equivalentes, né (Antonio).

Ao falar das dificuldades dos alunos na multiplicação de frações, o professor as atribuiu a problemas de comportamento enfrentados em sala de aula, como a falta de interesse de muitos estudantes.

É, sempre erram [...] principalmente esses alunos que não quer nada com nada, fica brincando na hora das explicações, não faz os exercícios, né, às vezes só copia. [...] Hoje em dia, muitos alunos não aprendem por causa disso, eles não acompanham o professor, não acompanham o raciocínio. Às vezes, confunde a aula com um parque de diversão, acha que vem participar pra brincar. [...] Então, aí dificulta mais ainda a aprendizagem. A Matemática tem que ter uma concentração maior, né. Não é uma leitura de um livro, por exemplo, que você vai fazer a

interpretação, mas na Matemática a interpretação é mais direta, né, você tem que estar toda hora interpretando (Antonio).

Quando perguntado das dificuldades dos alunos na divisão de frações, Antonio comentou que não apresentam tantas, já que basta saber o algoritmo. O professor voltou a dizer que a divisão de números inteiros é uma dificuldade que encontra em sala de aula.

Dividir fração por fração? Não, mas aí [...] não tem tanta [dificuldade]. É converter, inverter a fração, né. Quando eles invertem a fração, daí transforma numa multiplicação simples, [...] não têm tanta dificuldade. É mais quando você vai dividir número. Quando tem uma fração embaixo e outra em cima, às vezes, [...] eles colocam outra pensando que não precisa inverter. Então, às vezes acontece umas dificuldadezinhas assim, também (Antonio).

Antonio também revelou, na próxima pergunta, que escolhe ensinar a divisão de frações por meio da inversão da fração de baixo. Sobre outros modos de operar com frações, Antonio destacou pontos semelhantes ao que pode ser feito com os números inteiros, como a transformação de uma multiplicação em uma soma de vários fatores.

A multiplicação você pode transformar numa soma, [...] trabalhar com a tabuada, também, né. [...] Da mesma forma, vamos supor duas vezes cinco, você vai somar cinco vezes aquele elemento, se você tem um número dividido por cinco, você vai [...] Tirar cinco vezes, né (Antonio).

Antonio também se lembrou dos materiais manipuláveis, que podem ser utilizados em aulas de Matemática.

Pode trabalhar com, [...] material palpável, né, com feijão, grão de feijão, você vai fazer a multiplicação, junta montinhos, [...] você vai dividir, começa a usar montinhos também. Você pode fazer de várias formas, né. Aí, vai depender da criatividade de cada um e o tema que você preparar a aula (Antonio).

Entretanto, apesar de citar formas alternativas de trabalhar com frações, o Antonio relatou que é difícil para os professores realizarem tais ações, já que, segundo ele, o excesso de aulas impede isso. De acordo com Antonio, “[...] geralmente você trabalha ali vinte aulas por semana, quarenta aulas por semana, no meu caso, então, às vezes, não dá pra você preparar uma aula diferenciada, né. Mas tem vários jeitos de fazer” (Antonio).

Além disso, o professor também comentou que a quantidade de alunos por turma é outro aspecto que dificulta a utilização de outras metodologias e de outros modos de operar com frações.

Se você trabalhar com trinta e dois alunos, você não pode fazer um trabalho muito [demorado], né. Você pode dar uma atividade lúdica pra eles que, meio simplificada, né, mas não pode aprofundar muito porque senão você [...] vai trabalhar um mês em cima de uma coisa só (Antonio).

Antonio contou que nem todos os alunos compreendem por que os algoritmos de operar com frações funcionam. Segundo o professor, alguns alunos gostam mais de Matemática que outros ou têm mais facilidade em interpretação, o que faz com que compreendam melhor os conceitos.

[...] tem aluno que tem facilidade [...]. Tem aluno que não gosta da Matemática, então nem interessa pra ele. [...] Então, é interpretação. Tem aluno que tem facilidade na interpretação, outros não, outros já são mais difícil um pouco (Antonio).

Sobre o mínimo múltiplo comum, Antonio comentou que nem todos os alunos compreendem por que precisam realizar tal processo e, além disso, muitos apresentam dificuldades nisso. O professor revelou também que trabalha com a barra com todos os múltiplos dos números, o que não requer a realização da fatoração em números primos.

O mínimo múltiplo comum é um valor comum em vários outros, [...] é um número que é o divisor comum de todos eles, né. [...] Geralmente, a gente trabalha aquela, a barra com todos os números, né. Então, já sai direto o mínimo múltiplo comum. Agora, uns têm dificuldade. Às vezes, quer fazer um por um, aquele processo mais longo, que vai até encontrar o múltiplo, todos os divisores do número, até encontrar o comum, né. Então, tem várias formas de chegar, também, a esse número, máximo divisor comum, né (Antonio).

Quando perguntado sobre as dificuldades dos alunos com as frações equivalentes, o professor comentou que, para encontrar uma fração equivalente, é necessário utilizar o mínimo múltiplo comum, algo que não é tão simples para os estudantes.

Pra achar uma equivalente, vai achar o [...] o mínimo múltiplo comum [...] e daí ele vai ter que fazer a divisão, fazer a conversão, né. Um pouco de dificuldade tem sim (Antonio).

Ao ser perguntado se os alunos compreendem as frações equivalentes como ferramenta útil na realização de operações com frações, Antonio respondeu que os alunos compreendem que, para somar frações, por exemplo, é necessário encontrar uma fração equivalente primeiro.

Percebe, sim. Que pra você resolver uma fração que têm denominadores diferentes, [...] de todo jeito você vai ter que achar [...] uma fração equivalente, né. Senão não tem forma de saber, ao menos saber qual que é a maior, qual que é a menor. Quando tem numeradores iguais ou denominadores iguais, é fácil você distinguir qual é a maior, qual que é a menor, mas quando não tem, quando são todas diferentes, então você tem que fazer esse processo, né (Antonio).

Após isso, o professor foi indagado se a fração equivalente é utilizada no mínimo múltiplo comum, como parte de um processo e respondeu afirmativamente. Além disso, Antonio destacou novamente que, quando os denominadores são primos, basta multiplicá-los, não havendo a necessidade de realizar o processo para encontrar o mínimo múltiplo comum.

[Utilizam as frações equivalentes] No mínimo múltiplo comum. Ou, então, no caso, né, a gente tenta passar, quando são denominadores primos, daí um pode ser multiplicado pelo outro, né, daí é mais fácil (Antonio).

Ao responder se teve, na formação inicial, alguma discussão sobre como ensinar um conteúdo específico, o professor comentou que teve acompanhamentos pedagógicos no sentido de como realizar um plano de trabalho, por exemplo. Contudo, especificamente, citou apenas as orientações dos PCN. Pelo relato de Antonio, “uma orientação pedagógica de como tratar certos conteúdos, isso não tem. Os pedagogos eles acompanham, você faz o seu plano de trabalho, né, e eles vão acompanhar o plano de trabalho se ele está de acordo com as diretrizes curriculares. Mas esse negócio de falar assim, “não, eu vou trabalhar isso”, nas próprias diretrizes tem umas orientações de como você trabalhar certos conteúdos, né, mas que os pedagogos vão falar, vão juntar os professores e vão falar ‘esses conteúdos tem que trabalhar assim’, daí não, já é a parte da formação do professor, mesmo” (Antonio).

Quando perguntado sobre como as frações apareciam na graduação, Antonio afirmou que cada professor abordava os conteúdos referentes à sua

disciplina e que o modo como isso deve ser trabalhado posteriormente, em sala de aula, depende de cada um.

Quando você está se formando, né, cada professor vai dar [...] os conteúdos relacionados à sua disciplina [...]. Agora, como você vai trabalhar isso, aí já é a parte de docência [...] as outras disciplinas é normal, né, o professor só vai dar a disciplina normal, né. [...] Mas, pra ensinar, aí você tem que ter um curso específico pra isso, que é a formação de docente, a formação de magistério (Antonio).

4.5 Entrevista com o professor Marcos

O professor Marcos é formado em Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física e leciona há doze anos.

Marcos contou que sempre trabalha com as frações e que é um conteúdo trabalhado no sexto ano e no Ensino Médio, quando precisa fazer uma revisão sobre o assunto.

Sim, sempre [trabalho com frações]. Geralmente eu trabalho frações no sexto ano e quando eu tô trabalhando revisão no Ensino Médio também, dou uma recapitulada (Marcos).

O professor Marcos também relatou que, ao iniciar o trabalho com frações, costuma fazê-lo na sequência dos números naturais, assim que encerra esse conteúdo.

Trabalho inicial eu sempre dou na sequência quando eu trabalho números naturais. Encerro os números naturais e faço a inserção dos números racionais [...] Antes de começar os decimais eu introduzo as frações (Marcos).

Sobre as principais dificuldades dos alunos em relação às frações, Marcos citou as frações impróprias, que são aquelas em que o numerador é maior que o denominador, e também lembrou as dificuldades que os estudantes apresentam nas frações com denominadores diferentes.

Eu vejo que a principal dificuldade que eles têm é quando a gente tá trabalhando as frações impróprias. Essas aí as que eles têm mais dificuldades. As frações próprias eles não apresentam tanta dificuldade. Mas quando eu trabalho com as frações impróprias já é uma dificuldade entender e, principalmente, quando eu trabalho com denominadores diferentes, também (Marcos).

O professor contou que, em uma abordagem inicial às frações, busca relacioná-los com os números naturais, destacando que as frações representam partes de um todo. Marcos comentou que busca apresentar exemplos em sua aula, como os da divisão de uma pizza e de uma barra de chocolate.

Eu faço a interação com os números naturais e daí eu falo que as frações, como não contemplam um todo, elas são uma parte de um todo [...]. Eu faço uma apresentação de números naturais, soma e subtração de números naturais e vou introduzindo os números racionais, os fracionários também, pra eles começarem a ampliar essa visão. [...] Eu aplico aulas básicas que tem de frações aí, pizzas, chocolate, isso daí, e vou dividindo, levo mais de um e vou dividindo e vou juntando pra eles entenderem como que eles vêm essa, esse montante aí (Marcos).

Marcos também revelou que, num trabalho inicial com as frações, utiliza o tangram, por meio do qual trabalha a relação parte-todo.

E, também, com a introdução de fração eu faço um trabalho com o tangram. [...] Eu entrego pra eles um quadrado quadriculado, onde eles vão ver quantos quadrinhos tem ali e, à medida que eu for dobrando, formando triângulo, trapézio e as figuras do tangram, lá, eles vão contar quantos quadradinhos tem em relação ao inicial (Marcos).

Sobre as dificuldades dos alunos na adição e subtração de frações, o professor destacou que os alunos, muitas vezes, não compreendem bem que frações com denominadores diferentes representam divisões em mais ou menos partes.

Principalmente, como eu já comentei, quando eles têm o denominador diferente. Daí eles têm essa dificuldade em entender a diferença nas partes divididas ali. Daí que é a necessidade de eu implantar ainda mais o concreto para eles conseguirem fazer essa visualização (Marcos).

Marcos falou que, para ensinar a multiplicação de frações, busca trabalhar como nos números naturais, evidenciando que a multiplicação é uma soma de fatores iguais.

Eu primeiro abordo a multiplicação como uma soma de fatores iguais, né, primeiro mostro a soma e depois já introduzo ali a multiplicação de acordo com o número de somas que eu estiver trabalhando ali (Marcos).

O professor afirmou que a multiplicação de frações é um dos conceitos no qual os alunos apresentam menos dificuldades. Segundo Marcos, na “[...]”

multiplicação, não [têm dificuldades]. Assim, a maior facilidade de todas as operações é a multiplicação [...]” (Marcos).

Sobre a divisão de frações, Marcos comentou que é um conteúdo mais complicado. O professor relatou uma atividade que busca realizar em suas turmas, nas quais produz pizzas e trabalha as quantidades e as divisões dessas com os alunos.

A divisão, daí, já é mais complicado. [...] Daí, tem uma atividade que eu faço em todo sexto ano quando eu estou concluindo a fração, além de levar materiais concretos, a gente produz pizzas, daí a gente já começa a trabalhar ali, ‘eu quero que coloque um meio de xícara de milho’, daí já começo a trabalhar a fração assim. Depois, com a pizza pronta, uma atividade mais diferenciada ali, daí a gente faz as separações, as divisões das pizzas aí (Marcos).

Marcos declarou que a principal dificuldade dos alunos em relação à divisão de frações é compreender o algoritmo, já que se confundem com o algoritmo da multiplicação.

Na divisão [a dificuldade] é ele entender o algoritmo da divisão. Porque [...] eles têm aquela visão que, como o algoritmo da multiplicação é numerador numerador, denominador denominador, na divisão eles não conseguem entender esse processo, por que que eu tenho que fazer esse processo, essa inversão ou a cruzada ali [...] (Marcos).

Ao ser perguntado se conhece outros modos de operar com frações, Marcos disse que outras abordagens que costuma empregar são as que fazem uso de materiais e situações reais.

Com o concreto, às vezes eu faço uma abordagem com eles em sala de aula, também, sobre a quantidade de pisos. Eu faço eles medirem a área, daí eu faço essa relação da fração, qual que é a área que um aluno ocupa, que uma carteira ocupa em relação à área total. Daí, eu vou fazendo essa relação aí pra eles entenderem que a fração, porque nada mais eles têm que entender que a fração nada mais que é uma parte de um todo. Ponto final. E daí a gente vai inserindo e eu peço pra eles, em casa, trazerem situações-problema reais que envolvam frações. Daí, surgem coisas que, às vezes, nem a gente mesmo tenha imaginado que eles comecem fazer isso daí. Mas isso daí depois que eu dei praticamente um mês de aula pra ele estar com a mente bem aberta pra conseguir fazer essa aplicabilidade contextualizada na realidade dele (Marcos).

O professor também foi indagado se percebia que os estudantes conseguem compreender o porquê de realizarem os algoritmos das operações entre frações. Marcos avaliou que os alunos compreendem isso quando trabalhado de forma correta, com exceção do algoritmo da divisão, que julgou como o mais difícil para os alunos. Segundo Marcos, “[...] com essa concretização, eles conseguem ter uma visão bem melhor. Com exceção da divisão porque, assim, eles não conseguem concretizar essa divisão. Essa aí é a maior dificuldade que eu vejo” (Marcos).

Marcos também comentou que percebe que os alunos compreendem a necessidade de se realizar o mínimo múltiplo comum, já que, quando trabalha o conteúdo com os alunos, eles já têm ideia do que é o mínimo múltiplo comum.

Porque a hora que eu vou trabalhar o mínimo múltiplo comum na fração, ele já tem ideia, que já foi trabalhado lá nas aulas anteriores o que [...] é o mínimo, pra que [...] serve esse mínimo, porque senão eu não consigo fazer essa operação fracionária aí, somar e subtrair se eles não forem divididos em partes iguais (Marcos).

O professor contou que também não percebe muitas dificuldades por parte dos alunos em relação às frações equivalentes. Marcos revelou que utiliza materiais concretos para ensinar esse conceito.

Na fração equivalente não têm tanta dificuldade, não. [...] eu não gosto muito de só ficar preso no livro didático, em sequência didática, ali. Eu sempre gosto de aplicar essa situação. Então, eu sempre acabo construindo com eles, assim, tipo balancinhas, pra eles fazerem a equivalência de um pra outro. Na medida em que eu vou dividindo, vai reduzindo ali proporcionalmente, pra eles fazerem esse equilíbrio entre eles [...] (Marcos).

Ao ser perguntado se os alunos percebem a utilidade das frações equivalentes na operação de frações, Marcos comentou que os estudantes percebem isso e que ele prefere ensinar deixando os alunos descobrirem esse fato.

Sim. E, assim, eu deixo eles descobrirem que a hora que eu tiro o mínimo múltiplo comum eu estou escrevendo uma fração equivalente. Daí, eu jogo pra eles essa situação-problema: ‘mas por que que eu tirei o mínimo e deu essa fração? O que que ela tem em relação com essa?’. Daí, eles vão começar a fazer aquela secção nas frações mesmo: ‘ah, essa daqui é metade daquela, essa daqui é o triplo daquela’. [...] Eles vão

descobrir, eu só vou estimulando, instigando esse conhecimento (Marcos).

O professor Marcos contou que, em sua graduação, não teve muitas disciplinas que tratassem de métodos para ensinar certo conteúdo.

Na minha graduação, não. [...] quando eu me formei na Matemática, foi a primeira turma, então o curso ainda estava sendo moldado, né. Então, hoje, conhecendo, eles têm já umas disciplinas mais diferenciadas dessa aplicabilidade aí. Mas na minha, não. Era só cálculo, que não voltava para a sala de aula de ensino básico (Marcos).

Marcos comentou que, na graduação, as frações apareceram no primeiro ano, na disciplina de Matemática Elementar, e somente dentro de conceitos de outras disciplinas, sem o foco nas frações.

Na graduação apareceu no primeiro ano quando a gente estudou Matemática Elementar. Só. Depois, não apareceu mais. Assim, apareceu porque ela entrou numa sequência lá, porque apareceu num tipo de exercício lá. Mas não foi uma abordagem sequencial, mesmo, da construção do conhecimento (Marcos).

Segundo o professor, as frações apareciam dentro de exercícios de outras disciplinas, não eram abordadas especificamente, com exceção de vezes em que algum professor fazia algum comentário sobre o assunto. Quando perguntado se aparecia em exercícios de Cálculo, por exemplo, Marcos disse que “o professor por, vamos dizer assim, por gentileza, ele acabou recapitulando a fração, mas nada que fazia parte da ementa” (Marcos).

4.6 Discussão dos resultados

As respostas dos professores obtidas nas entrevistas foram organizadas de acordo com as perguntas realizadas (Apêndice A). Não foi possível obter uma resposta objetiva a todas as perguntas em todas as entrevistas, o que não era o objetivo da pesquisa. Desse modo, são analisadas outras falas em que é possível realizar algum tipo de inferência sobre determinado assunto.

A primeira pergunta foi em que séries os professores trabalharam com o conteúdo de frações, cujas respostas estão agrupadas no quadro 3.

Pergunta A	Em que séries trabalha com frações?
Bruno	“[...] qualquer série você utiliza frações. Mas trabalhar com o conteúdo, especificamente, de frações, sexto, sétimo ano”
Benedito	“[...] frações são objetos específicos dos sextos anos [...] Mas as frações são retomadas de forma constante durante todos os anos. [...]”
Francisco	“Eu trabalho com os outros conteúdos em quase tudo. [...] Especificamente a fração, eu não trabalho porque eu trabalhava nos anos anteriores [ao 8º ano], especificamente”
Antonio	“Todos os anos você entra na parte de frações. Da quinta a oitava série, no Ensino Médio, também, você entra com frações”
Marcos	“Geralmente eu trabalho frações no sexto ano e quando eu tô trabalhando revisão no Ensino Médio também [...]”

Quadro 3: Resposta dos professores à pergunta A

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com as Diretrizes Curriculares de Educação Básica de Matemática do Paraná (DCE), as frações devem ser trabalhadas nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Paraná (2008) estabelece os números fracionários como conteúdo básico do 6º ano e, além disso, os números racionais também são conteúdos básicos do 7º ano e do 8º ano.

As DCE também estabelecem como critério de avaliação no 6º ano que o aluno seja capaz de estabelecer “relação de igualdade e transformação entre: fração e número decimal; fração e número misto” (PARANÁ, 2008, p. 77). No 7º ano, espera-se que o aluno “reconheça números racionais em diferentes contextos” (PARANÁ, 2008, p. 78) e “realize operações com números racionais” (PARANÁ, 2008, p. 78).

Desse modo, considerando as falas selecionadas, é possível perceber que os professores possuem conhecimento do momento em que deve ser trabalhado o conceito de fração, já que a maioria a classificou como um conteúdo do 6º ano. Apenas os professores Francisco e Antonio não disseram o ano exato do Ensino Fundamental em que devem ser trabalhadas as frações, mas indicaram que as compreendem essas um conteúdo dos anos finais do Ensino Fundamental. Todos os professores relataram, ainda, que as frações acompanham os alunos durante sua escolarização básica, sendo trabalhada até o Ensino Médio.

Após isso, os professores foram perguntados sobre como preferem iniciar o trabalho com as frações, cujas respostas estão organizadas no quadro 4.

Pergunta B	Como inicia o trabalho com as frações?
Bruno	“[...] você volta essa representação do desenho, explicando a fração, depois começa em situações do cotidiano [...]”
Benedito	“[...] a abordagem, ela depende muito da turma [...] Outros [alunos] , a gente tem que voltar, por exemplo, em materiais concretos”
Francisco	“[...] numa passagem rápida, eu faço uma lembrança das três [regras] e continuo o conteúdo [...]”

Antonio	“[...] a gente começa aí, pela divisão de um número A dividido por um número B, aí esse B tem que ser diferente de zero”
Marcos	“Encerro os números naturais e faço a inserção dos números racionais [...] Antes de começar os decimais eu introduzo as frações”

Quadro 4: Respostas à pergunta B

Fonte: Dados da pesquisa

O professor Benedito, ao dizer que a abordagem às frações depende das características da turma em que está trabalhando, não revelou muito sobre a prática que adota ao iniciar o assunto. Contudo, indicou que não costuma utilizar materiais concretos corriqueiramente em suas aulas, já que os utiliza somente quando necessário.

Marcos comentou que inicia o trabalho com frações na sequência dos números naturais, indicando que procura diminuir a distância entre os números naturais e as frações. Tal atitude é proveitosa, já que, de acordo com Brasil (1998), os números racionais e, por consequência, as frações, representam uma ruptura com as ideias dos números naturais.

O professor Bruno se referiu a exemplos cotidianos para começar a trabalhar com frações, revelando também que usa situações comuns no ensino de frações, que são exemplos com pizzas e barras de chocolate.

Como já citado anteriormente, Guerra e Silva (2008) mencionam que as técnicas algorítmicas utilizadas para operar com frações são sistematizadas na escola e possuem poucas relações com outros contextos. Francisco evidenciou que tal incorporou as técnicas algorítmicas ao trabalhar com frações, já que faz “uma lembrança das três regras” (Francisco).

A fala do professor Antonio pode ser relacionada com o estudo realizado por Lima e Sá (2012), em que revelam que muitas aulas de Matemática sobre

frações se iniciam a partir da definição. Antonio contou que a abordagem inicial que realiza sobre frações se inicia com a definição de número racional.

Dessa forma, alguns dos professores entrevistados ainda trabalham as frações apoiados em definições ou no ensino dos algoritmos, o que não contribui para diminuir as rupturas com os números naturais citadas por Brasil (1998), já que, abordada desse modo, a fração surge como algo novo ao aluno.

No próximo quadro, serão apresentadas as respostas à pergunta sobre as principais dificuldades dos alunos com frações.

Pergunta C	Quais as principais dificuldades dos alunos com frações?
Bruno	“[...] a soma de frações com o denominador igual ele entende. Aí, quando é denominador diferente, [...] eu acho que é mais difícil pra eles”
Benedito	“Compreensão do conceito. Muitos tentam fazer os exercícios de uma forma mecânica [...]”
Francisco	“[...] de lembrar as regras. [...] Eles nunca lembram qual regra é pra qual. [...]”
Antonio	“Que a fração implica divisão, né, e os alunos têm muita dificuldade em divisão. [...] a gente vê estudo bem avançado, aí, que aluno tem dificuldade na divisão, mesmo, saber quantas vezes um negócio cabe no outro”
Marcos	“[...] as frações impróprias já é uma dificuldade entender e,

	principalmente, quando eu trabalho com denominadores diferentes, também”
--	--

Quadro 5: Respostas à pergunta C

Fonte: Dados da pesquisa

Sobre as principais dificuldades dos alunos com frações, quase todos os professores citaram as operações com denominadores diferentes. Benedito falou da realização dos exercícios de forma mecânica por parte dos alunos, já que não compreendem os conteúdos envolvidos nas operações. Antonio citou a divisão de números inteiros como uma dificuldade dos alunos, afirmando que esse fato é um obstáculo para a compreensão do conceito de fração.

Agranionih, Enricone e Zatti (2009) realizaram um estudo com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental de escolas públicas da cidade de Erechim, no Rio Grande do Sul. As autoras selecionaram 17 escolas e dois estudantes que tinham dificuldades em Matemática de cada uma delas e que foram indicadas pelos professores das escolas. Agranionih, Enricone e Zatti (2009) mostraram que, em cinco tipos de divisões que aplicaram, o acerto dos estudantes foi de 38,8% das questões.

Dessa forma, percebe-se que os professores entrevistados conseguem identificar dificuldades dos alunos com conteúdos básicos de Matemática que, de fato, podem existir. Além disso, Agranionih, Enricone e Zatti (2009) realizaram uma pesquisa com alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, atualmente 6º ano, que é justamente o momento em que começam a ser trabalhadas as frações nos anos finais do Ensino Fundamental e em que a maioria dos professores entrevistados trabalha. É possível notar, na fala dos professores, a preocupação citada pelas autoras com a assimilação do conceito de divisão.

No quadro 6 estão organizadas as respostas em que os professores revelaram como trabalham com a adição e a subtração de frações.

Pergunta D	Como ensina a adição e a subtração de frações?
Bruno	“Fazendo um desenho no quadro e dividindo em múltiplos [...], de uma maneira mais visual”
Benedito	“ [quando] a gente faz do método dito tradicional, que tem que tirar o mínimo múltiplo comum, o aluno tem uma compreensão. Quando a gente faz a análise através de frações equivalentes, pra transformar denominadores iguais, [...] a turma reage de um jeito”
Francisco	“[...] a soma e a subtração que tem que tirar o mínimo [...]”
Antonio	“Quando são [denominadores] maiores, né, que às vezes não são primos, então você faz por mínimo múltiplo comum [...]”
Marcos	“Eu faço uma apresentação de números naturais, soma e subtração de números naturais e vou introduzindo os números racionais, os fracionários também [...]”

Quadro 6: Respostas à pergunta D

Fonte: Dados da pesquisa

O professor Bruno contou que busca ensinar a adição e a subtração de frações por meio de desenhos. Na entrevista com o professor Marcos, a questão não foi abordada diretamente. Desse modo, supõe-se que ele ensina a adição de frações a partir de relações com os números naturais pelo trecho da fala de Marcos destacada no quadro 6.

Os professores Benedito, Francisco e Antonio relataram que utilizam o mínimo múltiplo comum para ensinar a adição e a subtração de frações. Benedito contou que também ensina utilizando as frações equivalentes, em algumas oportunidades. Antonio declarou que ensina os alunos que, quando os denominadores são primos, não é necessário utilizar o mínimo múltiplo comum, bastando multiplicá-los.

Boa parte dos professores entrevistados declarou que utilizam o mínimo múltiplo comum na adição de frações, o que permite concluir que priorizam técnicas algorítmicas, algo que, como já visto, possui poucas relações com outros contextos. Além disso, dependendo do modo como o mínimo múltiplo comum é encontrado, é necessário que os alunos realizem outros cálculos, como o da divisão, o qual os professores relataram que os alunos têm dificuldade. Benedito abordou isso em sua entrevista:

Quando você usa a decomposição em fatores primos, ele também consegue fazer, mas é uma outra abordagem, que ele vai ter que lembrar os números primos, que ele vai ter que fazer a divisão [...] (Benedito).

Outro modo de encontrar o mínimo múltiplo comum, sem utilizar a decomposição em fatores primos, é descrita por Benedito e exemplificada na figura 12.

Sobre as dificuldades dos alunos na operação de adição e subtração de frações, a maior parte dos professores citou obstáculos como as frações com denominadores diferentes e a confusão que os alunos fazem em relação aos algoritmos.

Segundo Bruno, as dificuldades aparecem quando “[...] o denominador é diferente, eles estão divididos em tamanhos diferentes” (Bruno), que é a mesma opinião de Marcos, que declarou que “as frações impróprias já é uma dificuldade entender e, principalmente, quando eu trabalho com denominadores diferentes” (Marcos).

De acordo com Benedito, “a dificuldade é que o aluno confunde todas essas formas de se resolver. Ele confunde a multiplicação, por exemplo, com a soma [...]” (Benedito). Essa opinião é semelhante à de Francisco, que contou

que “[...] a maior dificuldade é eles lembrarem que você tem que igualar os denominadores. Primeira coisa que eles perguntam: eu vou multiplicar cruzado?” (Francisco).

Antonio voltou a falar das dificuldades dos alunos com a divisão. Ao dizer que é necessário igualar os denominadores para realizar uma adição, o professor declarou que “sempre quando implica essa questão de divisão [para igualar os denominadores], sempre há um pouco de dificuldade dos alunos” (Antonio).

Observa-se que, pelo relato dos professores, as dificuldades dos alunos, nesse momento, são sobre conceitos básicos, sobre a compreensão dos algoritmos e sobre o entendimento das frações com denominadores diferentes. As dificuldades descritas por Bruno e Marcos podem ser consideradas normais em alunos que estão começando a trabalhar com frações. Contudo, pelo relato de Benedito e Francisco, nota-se que os alunos não superam essas dificuldades. E, além disso, os estudantes não atribuem significados aos algoritmos, já que não identificam em que momento devem ser empregados.

No quadro 7, estão organizadas os entendimentos que os professores entrevistados revelaram ter sobre a multiplicação de frações.

Pergunta E	Como ensina a multiplicação de frações?
Bruno	“[...] sempre mostro, faço o cálculo e mostro o desenho, o [...] que tá acontecendo”
Benedito	“A gente tenta [...] mostrar, pela intersecção das duas barras, qual é a parte comum [...]”
Francisco	“Eles sempre confundem se vai multiplicar cruzado, se é reto, aí é só relembrar”

Antonio	“Bom, aí, geralmente, eu costumo sempre fazer, inventar frações na hora, exercícios. [...]”
Marcos	“Eu primeiro abordo a multiplicação como uma soma de fatores iguais [...]”

Quadro 7: Respostas à pergunta E

Fonte: Dados da pesquisa

O professor Francisco não explicitou como ensina a multiplicação de frações em sua entrevista. Contudo, a partir de um trecho de sua fala, que está destacada no quadro 5, dá a entender que prioriza o ensino do algoritmo. O professor Bruno contou que busca ensinar utilizando desenhos para representar as frações, assim como relatou quando perguntado da adição e subtração de frações.

Marcos revelou preferência, novamente, em realizar relações com os números naturais, trabalhando a multiplicação como uma soma de fatores iguais. Assim como Marcos, Benedito revelou que ensina frações por meio da intersecção de barras que representam frações, como foi exemplificado na figura 13.

O professor Antonio declarou que ensina a multiplicação de frações a partir de exercícios que ele mesmo formula. Assim, Antonio dá a entender que também prioriza o ensino do algoritmo, já que preza pela realização de exercícios pelos alunos. De acordo com Lima e Sá (2012), boa parte das aulas de Matemática que abordam frações é construídas no formato de definições seguidas de exercícios. Em um estudo, Lima e Sá (2012) apontam que praticamente metade dos alunos pesquisados afirmam que a forma mais empregada pelos professores para a fixação do conteúdo é a lista de exercícios. Foi possível perceber que Antonio organiza as aulas sobre frações do modo descrito por Lima e Sá (2012).

Quando perguntados sobre as dificuldades dos alunos na multiplicação de frações, a maioria dos professores entrevistados disse que tal operação é a que os estudantes possuem mais facilidade. Bruno percebe “[...] que os alunos

têm dificuldade em entender o processo da multiplicação num desenho, [...] Porque multiplicar por fração é fácil [...] Muitas vezes têm dificuldade com a tabuada [...]” (Bruno). Benedito seguiu essa mesma linha, afirmando que “[...] o algoritmo, muito simples. Aí, rapidamente, ele memoriza que tem que multiplicar numerador com numerador, denominador com denominador. [...] Eles erram por não saber a tabuada, mas não por não saber o método” (Benedito).

Francisco comentou novamente que os alunos se confundem com os algoritmos e não sabem qual usar. Segundo o professor, eles “[...] sempre confundem se vai multiplicar cruzado, se é reto, aí é só lembrar” (Francisco). Antonio relatou que, apesar de considerar fácil, os alunos ainda erram na multiplicação de frações. De acordo com o professor, os alunos “[...] sempre erram [...] principalmente esses alunos que não quer nada com nada, fica brincando na hora das explicações, não faz os exercícios [...]” (Antonio). Já o professor Marcos contou que considera “[...] a maior facilidade de todas as operações é a multiplicação [...]” (Marcos).

A partir dos relatos dos professores, percebe-se que a operação da multiplicação é a que os alunos apresentam menos dificuldades e que, quando aparecem, ocorrem devido a erros de multiplicação de números naturais, o que alguns professores atribuíram a deficiências dos estudantes em relação à tabuada.

Zatti, Agranionih e Enricone (2010), em uma pesquisa realizada com alunos da 5ª série de escolas públicas da cidade de Erechim, concluíram que a multiplicação foi a terceira operação básica que os alunos mais erraram, sendo que 36,8% desses erros foram atribuídos à não memorização da tabuada. Tal fato está de acordo com os relatos de parte dos professores, já que esses constataram que a maioria dos erros dos alunos no momento de multiplicar frações deve-se à falta de memorização da tabuada.

São apresentados, no quadro 8, os modos como os professores contaram ensinar a divisão de frações.

Pergunta F	Como ensina a divisão de frações?
Bruno	“A conta é fácil, é até feita mecanicamente se você explicar”
Benedito	“[...] a divisão consiste em transformar o denominador em um [...]”
Francisco	“[...] dá uma lembrada e eles geralmente fazem o cálculo”
Antonio	“É converter, inverter a fração, né”
Marcos	“[...] a gente produz pizzas, daí a gente já começa a trabalhar ali, ‘eu quero que coloque um meio de xícara de milho’”

Quadro 8: Respostas à pergunta F

Fonte: Dados da pesquisa

Bruno e Francisco não explicitaram o modo como ensinam a divisão de frações ao responderem a pergunta F. Contudo, também não indicaram que utilizam algum método que não priorize a memorização do algoritmo. Bruno indica, quando diz que a “[...] conta é [...] feita mecanicamente [...]” (Bruno) que utiliza algum método que prioriza a memorização do algoritmo. Do mesmo modo, Francisco indica que não foge disso ao comentar que se der “[...] uma lembrada [...] eles geralmente fazem o cálculo” (Francisco).

O professor Antonio deixa claro que preza pelo ensino do algoritmo, já que afirma que a divisão consiste em “[...] converter, inverter a fração [...]” (Antonio). Marcos revelou que busca trabalhar a divisão a partir de atividades práticas, produzindo pizzas e utilizando o conceito de divisão durante esse processo.

Benedito declarou que “[...] a divisão consiste em transformar o denominador em um [...]” (Benedito). Esse método relatado por Benedito está exemplificado na figura 14. Pode-se perceber que Benedito utiliza um método para ensinar a divisão de frações que é sugerido pelos PCN. De acordo com

Brasil (1998), uma forma de dividir frações é “obter na divisão de frações, uma fração com denominador 1” (BRASIL, 1998, p. 105).

No quadro 9, são relatadas as respostas em que os professores revelam se conhecem outros métodos de operar com frações.

Pergunta G	Conhece outros modos de operar com frações?
Bruno	“Fazer as multiplicações cruzadas, lá. Uns falam que é o método da borboleta”
Benedito	“[...] barra de frações, [...] material dourado [...]”
Francisco	“Conheço, mas não utilizo [...]”
Antonio	“[...] material palpável, né, com feijão, grão de feijão [...]”
Marcos	“[...] às vezes eu faço uma abordagem com eles em sala de aula, também, sobre a quantidade de pisos”

Quadro 9: Respostas à pergunta G

Fonte: Dados da pesquisa

Os professores também foram perguntados se conhecem outros modos de operar com frações. Bruno comentou que conhece o método da borboleta, que consiste em multiplicar os denominadores para obter frações com o mesmo denominador. Tal método está exemplificado na figura 11. Esse modo de multiplicar descrito por Bruno, apesar de dispensar um cálculo, que é o do mínimo múltiplo comum, não é algo que foge à memorização de uma técnica algorítmica, já que o estudante precisa lembrar que deve multiplicar os numeradores de cada fração pelo denominador da outra, além de multiplicar os dois denominadores.

Bruno, apesar de mencionar que utiliza exemplos com desenhos, não indicou que utiliza métodos de ensinar frações que não priorizem técnicas algorítmicas. Além disso, os momentos em que revelou utilizar exemplos no quadro deram a entender que o professor exhibe os exemplos aos alunos, mas não os utiliza para desenvolver o conteúdo de uma operação.

Benedito citou atividades com a barra de frações e com o material dourado como meios alternativos de operar com frações. Contudo, com os dados obtidos em sua entrevista, foi possível perceber que Benedito conhece outros modos de ensinar operações com frações, já que citou dois que são recomendados pelos PCN, que são o da multiplicação de frações, exemplificado na figura 8, e o da divisão de frações, exemplificado na figura 10. Benedito deu a entender que ensina a adição e a subtração de frações utilizando o mínimo múltiplo comum, o que, indica que prioriza a memorização de um algoritmo nessa operação.

Francisco não revelou quais são os outros métodos para operar com frações que conhece, mas contou que conhece, apesar de não utilizar. Francisco relatou que não utiliza tais métodos porque não é o foco das séries em que está lecionando. Entretanto, Francisco não indicou que utilizava outros métodos, além dos algoritmos mais tradicionais, para ensinar as operações de frações quando trabalhava nas primeiras séries dos anos finais do Ensino Fundamental. O professor indicou que, atualmente, trabalha com as frações quando essas aparecem em outros conteúdos, tratando de relembrar os conceitos com os estudantes.

Antonio, apesar de também relatar que conhece outros métodos de operar com frações, em todas as perguntas sobre como procura ensiná-las, revelou que prioriza os algoritmos. Em certo momento, o professor relatou que é bastante difícil trabalhar métodos alternativos de operar com frações porque as condições das salas de aula impedem isso. De acordo com Antonio, se “[...] você trabalhar com trinta e dois alunos [...] não pode aprofundar muito porque senão você [...] vai trabalhar um mês em cima de uma coisa só” (Antonio).

Por fim, Marcos revelou ser um professor que busca escapar do ensino de técnicas algorítmicas. Em nenhuma das perguntas elencadas nesta subseção Marcos indicou que trabalha com algoritmos, apesar de, em alguns momentos

de sua entrevista, relatar que percebe dificuldades dos estudantes em lidar com eles.

No próximo quadro, estão organizadas as respostas à pergunta sobre como as frações foram vistas na formação inicial dos professores entrevistados.

Pergunta H	Como as frações foram abordadas em sua graduação?
Bruno	“[...] eu acho que é trabalhado. Mas eu não lembro como foi trabalhado [...]”
Benedito	“Não lembro porque eu terminei a faculdade em noventa e quatro”
Francisco	“Um pouco em Cálculo 1. Matemática Financeira, mas eles não explicavam especificamente, eles só desenvolviam os problemas [...]”
Antonio	“Quando você está se formando, né, cada professor vai dar [...] os conteúdos relacionados à sua disciplina [...]”
Marcos	“[...] apareceu no primeiro ano quando a gente estudou Matemática Elementar. Só. Depois, não apareceu mais”

Quadro 10: Respostas à pergunta H
Fonte: Dados da pesquisa

Percebe-se que os professores tiveram dificuldade em responder à pergunta sobre como apareceram as frações em suas respectivas formações iniciais. Bruno e Benedito contaram que não lembravam devido ao longo período decorrido desde que se graduaram.

Francisco, Antonio e Marcos contaram que as frações apareciam em disciplinas que não tinham como objetivo discuti-las. Ou seja, as frações surgiam devido a problemas e exercícios de outros conteúdos. Francisco conta que se lembra das frações na disciplina de Cálculo 1, assim como Marcos, que contou que, em algumas vezes, em exercícios de Cálculo, eram feitas breves revisões sobre as frações.

De acordo com Moreira e David (2010), as frações, apesar de serem um conteúdo complexo na Educação Básica, são vistas como simples em cursos de licenciatura. Pelos relatos dos professores entrevistados, em especial de Marcos e Francisco, percebe-se que as frações apareciam como elementos de outros conteúdos e, provavelmente, tidas como conceitos simples.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a realização e a transcrição das entrevistas, percebeu-se que foram muitos os dados obtidos, mesmo que consideradas somente cinco entrevistas. Dessa forma, a organização dos dados obtidos revelou-se como fundamental para a realização de uma análise mais cuidadosa. A partir disso, foram percebidos detalhes que, sem o recorte necessário das entrevistas, dificilmente seriam identificados.

Na pergunta A, percebeu-se que os professores conhecem os momentos do Ensino Fundamental em que devem ser trabalhadas as frações e que, além disso, compreendem que é um conteúdo trabalhado até o final da escolarização básica do estudante. Já na pergunta B, boa parte dos professores indicou que a primeira abordagem das frações feita é apoiada nos algoritmos das operações ou na sua definição.

Com a organização das respostas na pergunta C, notou-se que a maior parte dos professores entrevistados evidencia a preocupação com as dificuldades dos alunos em relação aos algoritmos das frações. Na pergunta D, sobre o algoritmo da adição e subtração de frações, a maior parte dos professores revelou que trabalha com a utilização do mínimo múltiplo comum, ainda que de maneiras em que os alunos realizam menos cálculos.

Analisando as respostas à pergunta E, percebe-se que alguns professores, como Antonio e Francisco, ensinam a multiplicação de frações priorizando o algoritmo. Outros, como Benedito e Marcos, procuram ensinar a multiplicação de frações de forma que a memorização do algoritmo não seja o principal objetivo.

A divisão de frações, analisada nas respostas à pergunta F, é trabalhada de forma a priorizar o algoritmo pelos professores Bruno, Francisco e Antonio, enquanto Benedito e Marcos procuram formas alternativas de abordar o assunto. O primeiro, trabalha com a transformação da fração do denominador em um, estando de acordo com as recomendações dos PCN, e o segundo ensina a partir de atividades práticas, que possibilitam maior participação dos estudantes.

As respostas à pergunta G permitem inferir que todos os professores conhecem ou, ao menos, já ouviram falar de outros métodos de operar com frações. Contudo, nem todos utilizam tais métodos.

Na pergunta H, é possível notar que, por meio das respostas dos professores que conseguiram lembrar da formação inicial, as frações foram abordadas dentro de outros contextos e como algo simples, enquanto a construção do conceito na Educação Básica é bastante complexa.

De modo geral, os professores entrevistados percebem que os alunos possuem dificuldades na aprendizagem das frações e, em boa parte das vezes, tais dificuldades acompanham os alunos em outras séries do Ensino Fundamental e até do Ensino Médio. Alguns professores, apesar de se conscientizarem dessas dificuldades e conhecerem outras possibilidades para ensinar frações, insistem em abordagens que priorizam a memorização de algoritmos.

O trabalho com as operações entre frações, quando é realizado baseado somente na memorização de algoritmos, faz com que os alunos não compreendam os motivos da utilização desses algoritmos. Além disso, os estudantes apresentam dificuldades quando as frações são apresentadas como elementos totalmente novos, que rompe com algumas ideias dos números naturais. Algo que poderia ser feito para reverter essa situação é a construção da fração utilizando situações práticas e conhecimentos prévios dos alunos, para que estabeleçam significados sobre o conteúdo.

Contudo, de acordo com alguns relatos dos próprios professores, o cotidiano da sala de aula dificulta a realização de aulas com outras metodologias de ensino, como as que utilizam materiais manipuláveis. Além disso, é possível que os docentes não tenham se familiarizado o suficiente com as peculiaridades e com a complexidade presente nos algoritmos das operações entre frações nos cursos de licenciatura.

Portanto, em cursos de graduação, algo que poderia auxiliar os futuros professores a pensarem suas aulas quando precisarem trabalhar com frações é a discussão dos significados dos números racionais, algo que os professores

entrevistados não relataram ter tido contato na formação inicial. A discussão dos motivos dos algoritmos das operações entre frações funcionarem já que, muitas vezes, são memorizados pelos alunos sem serem discutidos os motivos desses funcionarem.

6 REFERÊNCIAS

- AGRANIONIH, Neila T.; ENRICONE, Jéssica R. B.; ZATTI, Fernanda. Dificuldades no cálculo de divisão na 5ª série do Ensino Fundamental. In: X ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2009, Ijuí, *Anais...* Ijuí, 2009.
- ÁVILA, Geraldo S. de S. **Análise Matemática para licenciatura**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2006.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. Parecer n. 1302, de 06 de novembro de 2001. **Diretrizes Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **SAEB 2015 – Resumo dos resultados**. Brasília: MEC, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª séries): Matemática**. Brasília: MEC, 1997.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): Matemática**. Brasília: MEC, 1998.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.
- CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.
- FIGUEIREDO, Djairo G. de. **Análise I**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. 5. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.
- GUERRA, Renato B.; SILVA, Francisco H. S. da. As Operações com Frações e o Princípio da Contagem. **Bolema**. Rio Claro, v. 21, n. 31, 2008.
- JUSTULIN, Andresa M. **Um estudo sobre as relações entre atitudes, gênero e desempenho de alunos do Ensino Médio em atividades envolvendo frações**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2009.
- LIMA, Elon L. **Análise Real: funções de uma variável**. 12. ed. Rio de Janeiro, IMPA, 2013.
- LIMA, Rafael P.; SÁ, Pedro F. de. O ensino de frações sob o olhar de discentes. **Educação Científica**. Macapá, v. 2, n. 2, 2012.

LOPES, Antonio J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos Ihes Ensinar Frações. **Bolema**. Rio Claro, v. 21, n. 31, 2008.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema**. Rio Claro, v. 21, n. 31, 2008.

MORAES, Roque. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela Análise Textual Discursiva. **Ciência & Educação**. v. 9. n. 2. 2003.

MOREIRA, Plínio C.; DAVID, Maria M. M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

OCDE. **Country note – Results from PISA 2015: Brazil**. 2016. Disponível em: <<http://www.oecd-ilibrary.org/brazil>>. Acesso em 14 maio 2017.

OLIVEIRA, Jéssika N. de. **Dificuldades na aprendizagem dos números racionais**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procopio, 2015.

ONUCHIC, Lourdes de la R.; ALLEVATO, Norma S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**. Rio Claro, v. 21, n. 31, 2008.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba: SEED, 2008.

RODRIGUES, Carolina I. **Uma proposta de ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental a partir da teoria histórico-cultural**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2015.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**. uma visão crítica, desfazendo lendas e mitos. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

VASCONCELOS, Isabel C. P. **A compreensão das relações numéricas na aprendizagem de frações**: um estudo com crianças brasileiras e portuguesas do 4º ano da Educação Básica. 2015. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2015.

ZATTI, Fernanda; AGRANIONI, Neila T.; ENRIGONE, Jéssica R. B. Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. **Perspectiva**. Erechim, v. 34, n. 128, 2010.

7 APÊNDICES

7.1 Apêndice A: Roteiro da entrevista

Informações sobre o trabalho que está sendo realizado.

Garantia de sigilo e anonimato ao entrevistado.

Pedido de permissão para entrevista e para gravação da mesma.

Qual sua formação?

Há quanto tempo leciona?

Já trabalhou com frações? Em que séries?

Como costuma iniciar o trabalho com frações?

Que dificuldades os alunos apresentam em relação a esse conteúdo?

Como ensina a soma e subtração de frações? Quais as dificuldades dos alunos?

Como ensina a multiplicação de frações? Quais as dificuldades dos alunos?

Como ensina a divisão de frações? Quais as dificuldades dos alunos?

Conhece outros modos de operar com frações?

Os alunos compreendem por que os algoritmos funcionam?

Os alunos compreendem por que devem fazer o mínimo múltiplo comum? (Caso o professor utilize)

Como é feito o trabalho com frações equivalentes? Quais as dificuldades dos alunos?

Os alunos compreendem a utilidade das frações equivalentes para operar com frações?

Em sua formação inicial, houve algum momento em que foram discutidos métodos de ensino ou modos de ensinar certo conteúdo?

Como eram essas disciplinas? Trataram de conteúdos matemáticos específicos?

Como eram vistas as frações na sua formação inicial? Como e em que disciplinas eram abordadas?