

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO  
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

KELLY CRISTINA CORREIA PFAHL

**AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA  
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2017

KELLY CRISTINA CORREIA PFAHL

**AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA  
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina TCC2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

CORNÉLIO PROCÓPIO

2017



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Câmpus Cornélio Procópio  
Diretoria de Graduação  
Departamento de Matemática  
Curso de Licenciatura em Matemática



---

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### BANCA EXAMINADORA

---

Dr. Jader Otavio Dalto

---

Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

---

Dra. Mirian Maria Andrade Gonçalves

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

Dedico este trabalho ao meu esposo, Silvio; à minha filha, Isabel; aos meus filhos: Daniel, Samuel e Miguel. Dedico também à memória da minha querida mãe, Matilde.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pelo sustento, fortalecimento, amparo, refrigério e consolo que me fez chegar até esta conquista.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Jader Otávio Dalto, pela sabedoria, dedicação, profissionalismo e prontidão com que me guiou nesta trajetória.

Aos meus colegas de turma e sala.

Aos meus professores, por compartilharem o saber.

A Secretaria do Curso, pela cooperação.

Aos alunos da 1ª série da turma A/2016, do Ensino Médio do Colégio Estadual Cecília Meireles – EMN, por terem prontamente participado da atividade aplicada.

À minha mãe do coração, Sônia, pelas constantes orações que fortaleceram a minha caminhada acadêmica.

À minha querida cunhada, Beatriz, por torcer pela minha vitória.

À psicóloga servidora da UTFPR, Milena, por ter me auxiliado em momentos atribulados e pelas orientações acerca da reorganização da minha vida acadêmica.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento à minha família, pois acredito que sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

“Os professores, antes que reforçadores de objetividades, seriam criadores de ilusões. Sob a luz dessas ilusões e o alento da dinâmica criativa dos ambientes, novas realidades iriam emergir, que transformariam a sociedade. (TEIXEIRA; SAPEANDO, no. 01, 1974:11, apud SOUTO, 2007, p.412).

## RESUMO

PFAHL, Kelly Cristina Correia. **Avaliação em Modelagem Matemática na Educação Básica**. 46 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procopio, 2017.

Este trabalho tem por objetivo investigar estratégias de avaliação de atividades de Modelagem Matemática para a sala de aula. A questão principal é propor critérios e instrumentos para avaliar a ação dos alunos na atividade de Modelagem. Essa questão é relevante, pois competências de Modelagem têm sido incluídas em muitos currículos em todo o mundo. Conseqüentemente, esses tipos de atividades estão sendo inseridas com mais frequência na sala de aula, nas aulas de matemática. A Modelagem Matemática pode ser entendida como uma alternativa pedagógica para que professores levem o aluno a aprender matemática. Ela propicia que o discente tenha um papel mais ativo, de modo que possibilite a construção do seu conhecimento. No entanto, é necessário que haja uma avaliação condizente com essa prática. Nesse aspecto, a pesquisa visa “avaliar a atividade”, ou seja, o “processo”, que consiste nas ações dos alunos durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem. Isso consiste em avaliar a prática, e não o efeito da atividade. Para tanto, foi empregada uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo; aplicação em uma turma de Ensino Médio de uma atividade de Modelagem; diário de campo e recolhimento das atividades; análise dessas atividades e obtenção dos resultados. Para o desenvolvimento da atividade a problemática refere-se ao comportamento da concentração do material radioativo césio-137 (CsCl) no ambiente onde foi liberado, no decorrer do tempo. A questão principal foi elaborar parâmetros para avaliar a aprendizagem significativa do aluno em uma atividade de Modelagem na sala de aula. Foi investigado o quê o aluno foi capaz de aprender de Matemática na atividade desenvolvida. Com base nos resultados e análises das atividades realizadas pelos alunos, a partir do referencial teórico estudado, foram estabelecidos critérios de avaliação que foram utilizados para avaliar a atividade que foi desenvolvida na Educação Básica. Apresenta-se ainda, uma proposta de critérios de avaliação para a aplicação de atividades de Modelagem na Educação Básica, supondo que os alunos possam realizar outras ações durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. Critérios de Avaliação. Educação Básica.

## ABSTRACT

PFAHL, Kelly Cristina Correia. Assesment on Mathematical Modelling in Basic Education. 2017. 46 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Licenciatura em Matemática. Federal Technological University of Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

The goal of this work is to investigate activities evaluation strategies about Mathematical Modeling for the classroom. The main issue is to propose criteria and instruments in order to evaluate the action of students in modeling activity. This question is relevant, since modeling skills have been included in many curricula around the world. Consequently, these types of activities are being included more frequently in the classroom, in the mathematics lectures. The mathematical modeling can be understood as an educational alternative for teachers lead students to learn Mathematics. It provides that students present a more active role, so that enables the construction of their knowledge. However, it is necessary to exist an evaluation consistent with this practice. In this context, this research aims to "evaluate the activity", i.e. the "process", which consists of the student's actions during the development of modeling activity. It consists in evaluating the practice, and not the effect of the activity. To do that, qualitative research is employed, as interpretive nature; application in a class of high school of a modeling activity; field diary and devolution of developed activities; analysis of these activities and results. For the development of the activity, the proposed problem refers to the behavior of the radioactive material concentration caesium-137 (CsCl) in the environment where it was released, over time. The main issue was to formulate parameters to evaluate the student's meaningful learning in a modeling activity in the classroom. It was investigated what the student was able to learn about math in the developed activity. Based on the results and analysis of the activities developed by the students, from the theoretical references studied, evaluation criteria were determined, which were used to evaluate the activity that has been developed in basic education. It is also presented a proposed evaluation criteria, assuming that students can perform other actions during the development of a modeling activity.

**Keywords: Mathematical Education. Mathematical Modeling. Evaluation. Basic Education.**



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – A SITUAÇÃO INICIAL E A SITUAÇÃO FINAL NA MODELAGEM..	15
FIGURA 2 – FASES DA MODELAGEM.....	16
FIGURA 3 – ELEMENTOS ASSOCIADOS A UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM.....	17
FIGURA 4 – PROBLEMAS RELACIONADOS COM OS DADOS APRESENTADOS NA SITUAÇÃO.....	27
FIGURA 5 – VARIÁVEIS IDENTIFICADAS E HIPÓTESES LEVANTADAS PELOS ALUNOS.....	28
FIGURA 6 – TABELA QUE RELACIONA AS VARIÁVEIS.....	29
FIGURA 7 – PROCESSO DE GENERALIZAÇÃO DA SOLUÇÃO- TEMPO(t)=n.....	30
FIGURA 8 – GENERALIZAÇÃO DA SOLUÇÃO PARA TEMPO(t)=n.....	30
FIGURA 9 – ANÁLISE DA RESPOSTA PARA O PROBLEMA FORMULADO NA 1ª FASE.....	31
FIGURA 10 – DADOS NÃO VALIDADOS PARA COMPROVAR OS RESULTADOS OBTIDOS PELO MODELO.....	32
FIGURA 11 – VALIDAÇÃO DOS DADOS PARA COMPROVAR OS RESULTADOS OBTIDOS PELO MODELO.....	32

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O ACIDENTE COM O CÉSIO-137.....	25
QUADRO 2 – CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA 1ª FASE – <i>INTEIRAÇÃO</i> .....	28
QUADRO 3 – CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA 2ª FASE – <i>MATEMATIZAÇÃO</i> ..	28
QUADRO 4 – CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA 3ª FASE – <i>RESOLUÇÃO</i> .....	30
QUADRO 5 – CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA 4ª FASE – <i>INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS</i> .....	31
QUADRO 6 – CRITÉRIO DE AVALIAÇÃO DA 5ª FASE – <i>VALIDAÇÃO</i> .....	32
QUADRO 7 – NOTAS ATRIBUÍDAS ÀS ATIVIDADES A PARTIR DOS CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO ESTABELECIDOS.....	34
QUADRO 8 – CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM.....	35
QUADRO 9 – CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM PROPOSTOS PARA O 2º MOMENTO.....	36

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	11
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	14
2.2 AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA .....	18
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	24
3.1 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM.....	25
4 RESULTADO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS....	27
4.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS.....	27
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	37
REFERÊNCIAS .....	39
APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido .....	41
APÊNDICE B – Atividade de Modelagem Aplicada na Educação Básica .....	43

## 1 INTRODUÇÃO

A Matemática pode ser considerada como uma das diversas linguagens que o aluno deve adotar para expor e comunicar suas ideias. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1998), o aluno precisa saber utilizar múltiplas fontes de informação e de recursos tecnológicos para obter e construir conhecimento.

Nesse sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.9) afirmam que “A Modelagem Matemática<sup>1</sup> constitui uma alternativa pedagógica [...]”. Ao fazer uso dela, o professor possibilita que o aluno seja mais ativo na construção do seu conhecimento.

As aplicações da Matemática visualizadas por atividades de Modelagem requerem um comportamento ativo de professores e alunos na própria definição de problemas (e não apenas na resolução de problemas já propostos, como acontece na maior parte dos livros didáticos). (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 9).

O tema proposto para essa investigação é “Avaliação em Modelagem Matemática na Educação Básica (EB)”. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), é um desafio aplicar atividades de Modelagem em sala de aula. O interesse pelo tema surgiu pela razão de que, além desse desafio de aplicar atividades de Modelagem em sala de aula, considera-se a necessidade de avaliar a atividade de Modelagem de forma condizente com essa prática.

Justifica-se a importância do tema pelo desenvolvimento de uma aula de Modelagem, pois a dinâmica da aula é diferente do que os alunos estão acostumados em uma aula tradicional, que é conduzida com exposição de conteúdos e resolução de exercícios. Sendo assim, numa aula diferente são aplicadas atividades específicas. Isso requer avaliação própria, distinta de outros instrumentos, como a prova escrita, por exemplo.

Existem três importantes aspectos na inserção de atividades de Modelagem na sala de aula:

- i) o espaço e a condução das atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar e/ou nas aulas de Matemática; ii) a atuação do professor nas aulas com Modelagem Matemática; iii) a familiarização dos alunos com

---

<sup>1</sup>Toda vez que a palavra Modelagem aparecer no texto, refere-se à Modelagem Matemática (MM) .

atividades de Modelagem Matemática. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, P.21).

No entanto, levanta-se o problema: “Como avaliar uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida na Educação Básica”?

Diante dessa indagação, foi estabelecido o objetivo geral desta proposta: investigar estratégias de avaliação de atividades de Modelagem Matemática para a sala de aula.

Dessa forma, neste trabalho, são propostos os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar a atividade de Modelagem, detalhando:
  - ✓ as fases do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem;
  - ✓ os elementos associados a uma atividade de Modelagem, constituídos a partir da identificação das fases;.
  - ✓ os três momentos de familiarização dos alunos com uma atividade de Modelagem.
- Desenvolver uma atividade de Modelagem na Educação Básica;
- Estabelecer critérios de avaliação para atividades de Modelagem desenvolvidas na Educação Básica.

O trabalho está estruturado em 4 capítulos. O primeiro capítulo contém a Fundamentação Teórica que norteia este trabalho. Apresenta-se um breve relato relativo ao que entende-se por Modelagem Matemática sob a ótica de Almeida, Silva e Vertuan (2012). A descrição se dá a partir da caracterização das seguintes fases de uma atividade de Modelagem: “[...] *inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação*” apresentadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.15). São detalhados os elementos que se associam a uma atividade de Modelagem, bem como são descritos, segundo Almeida e Dias (2004), Almeida e Vertuan (2011) e Silva, Almeida e Gerôlo (2011) três momentos de familiarização dos alunos com essa atividade. Vale ressaltar a apresentação de um estudo sobre Avaliação em Modelagem Matemática sob a ótica de Kaiser e Brand (2015); Borba, Meneghetti e Hermeni (1999) e também, de Figueiredo e Kato (2012).

O segundo capítulo contém os Procedimentos Metodológicos delineados para o desenvolvimento desta pesquisa e uma descrição de como se desenvolveu a aplicação da atividade de Modelagem na Educação Básica.

No terceiro capítulo são apresentados os Resultados, as Análises das atividades, e os critérios estabelecidos, os quais foram utilizados para avaliar a atividade de Modelagem realizada pelos alunos. Por fim, constam as Considerações finais que complementam este trabalho.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática se fundamenta na arte de transformar problemas reais em problemas matemáticos, em que a resolução e a interpretação de suas possíveis soluções devem se dar por meio da linguagem habitual, afirma Bassanezi (2011). Modelagem é uma arte singular. Quando envolvido com ela, o aluno sai da condição de expectador passivo e passa a atuar como artesão, à medida que aprende fazer Modelagem. “[...] A modelagem matemática é a matemática por excelência [...]” (D’AMBRÓSIO, apud BASSANEZI, 2011, p. 11).

Os conceitos e procedimentos iniciais que caracterizam uma atividade de Modelagem surgiram, inicialmente, na Matemática Aplicada. Posteriormente, a Modelagem foi introduzida na Educação Matemática. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012) os conceitos e as características de atividades de Modelagem são abordados de forma diferentes em cada uma dessas áreas, bem como os pressupostos referentes às concepções pedagógicas que direcionam as ações educacionais e a forma como estão estruturadas teoricamente as pesquisas científicas na Modelagem.

Já nos anos 80, discutia-se na área da Educação Matemática, tanto acerca da importância de introduzir aplicações da Matemática no contexto escolar, quanto sobre mediar o ensino e aprendizagem por meio de problemas que não se originam na Matemática. Desde então, vários aspectos desses problemas, como: particularidades, condução para a investigação, desenvolvimento de atividades e a associação com o ensino e a aprendizagem dos discentes, tornaram-se eixos de muitos projetos de ensino, pesquisa e extensão. Ainda assim, professores de diversos níveis de escolaridade apresentam incertezas, insucessos, ou até mesmo, desconhecem o que é, como se desenvolve e, tampouco, como se avalia uma atividade de Modelagem.

Logo, incluir tais atividades nas aulas de Matemática, na Educação Básica pode ser visto como um grande obstáculo que precisa ser ultrapassado, pois,

[...] a modelagem se fundamenta numa perspectiva em que a proposta é aprender – aprender matemática – por meio de situações-problema e em

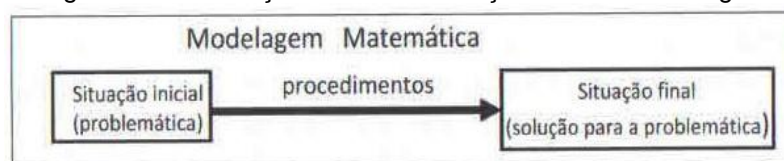
cujas aulas há uma dinâmica diferenciada em que o professor não traz problemas prontos ou encaminhamentos pré-definidos para as resoluções. (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011, p. 28).

Portanto, a Modelagem permite que o aluno aprenda matemática por meio de situações-problema, em aulas que seguem um rumo diferenciado ao método tradicional. Vale ressaltar que:

[...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

A situação inicial problemática é chamada *situação-problema* e à situação final esperada, associa-se uma representação matemática chamada *modelo matemático* (figura 1).

Figura 1 — A situação inicial e a situação final na Modelagem



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan, 2012, p. 12

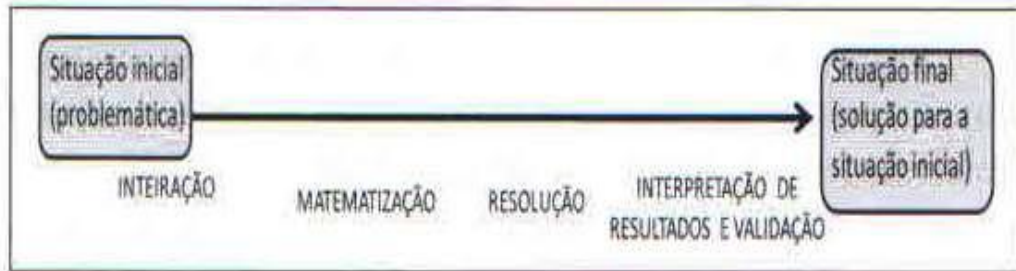
Dessa forma, a realidade e a matemática interagem, pois, há uma transição da situação inicial para o uso de conceitos e procedimentos matemáticos. Essa interação aciona, produz e agrega os conhecimentos matemáticos e não matemáticos, que serão utilizados para chegar à situação final, onde se espera encontrar uma solução para o problema.

No contexto da Educação Matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.9) afirmam que “[...] a Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Pode-se dizer que Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica para que professores levem o aluno a capacitar-se. Ela propicia que o discente tenha um papel mais ativo, de modo que possibilite a construção do seu conhecimento.

O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem ocorre por meio de fases, caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como: *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados* e *validação* (figura 2).



Figura 2 — Fases da Modelagem



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan, 2012, p.15

1ª *Inteiração*: ocorre no primeiro contato com a situação-problema que será estudada. Parte-se, então, para a busca de informações que darão condições para que se resolva o problema.

2ª *Matematização*: após identificar e estruturar a situação problema é necessário elaborar uma representação matemática para a mesma. Nessa etapa, ocorre uma transição da linguagem real para a matemática.

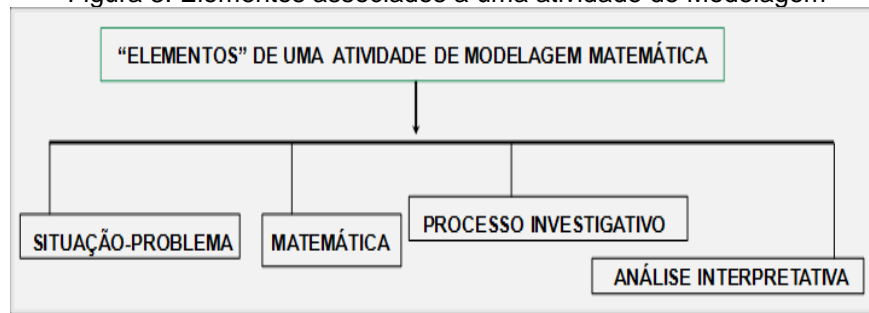
3ª *Resolução*: é obtida quando se constrói um modelo matemático, descrito por Bassanezi (2011, p.20) como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto matemático”. Esse modelo visa descrever a situação-problema, permite que aspectos importantes sejam analisados e responde as questões sobre o problema. Em alguns casos, o modelo permite que se façam previsões para o problema em questão.

4ª- *Interpretação de resultados*: essa fase implica na “[...] análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade [...]”.

5ª- *Validação*: da interpretação de resultados decorre a validação do modelo matemático que se associa ao problema inicial. Nessa fase, é importante considerar tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequada representação dos mesmos para a situação. A validação tem como foco, muito mais do que construir e aplicar os modelos, desenvolver, nos alunos, a habilidade de avaliar tal processo de construção desses modelos nos mais diversos contextos e nas mais variadas aplicações.

Ao identificar essas fases no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, são elencados alguns pontos que caracterizam a Modelagem Matemática (figura 3):

Figura 3: Elementos associados a uma atividade de Modelagem



Fonte: Almeida; Silva; Vertuan, 2012.

[...] o início é uma situação problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Almeida e Dias (2004), Almeida e Vertuan (2011) e Silva, Almeida e Gerônimo (2011) especificam três momentos de familiarização dos alunos com uma atividade de Modelagem.

*1º momento:* quando o aluno tem seu primeiro contato com a Modelagem e obtém todas as informações das quais precisa para desenvolver uma atividade. O professor é muito mais ativo que o aluno, pois media, com relevante participação, as fases de uma atividade de Modelagem, descritas anteriormente.

O *2º momento:* possibilita que o aluno tenha uma participação maior do que no primeiro. Nesse momento, o professor apresenta um fato e sugere uma situação-problema aos alunos. À vista disso, os alunos, organizados em grupos, começam a desenvolver a atividade: coletam informações para investigar a situação, definem as variáveis, levantam hipóteses, buscam obter e validar o modelo matemático, no intuito de solucionar o problema. Essas ações são realizadas com mais autonomia, pois o professor intervém, porém, incentiva a participação mais ativa do aluno.

O *3º momento:* o aluno é o modelador. Ele usufrui da liberdade de escolher o tema bem como identifica a situação-problema, coleta, analisa e tira conclusões acerca dos dados obtidos. “[...] No terceiro momento os alunos são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem [...]” (SILVA; ALMEIDA; GERÔNIMO, 2011, p. 35).

## 2.2 AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

A inclusão de atividades de Modelagem na sala de aula, nas aulas de Matemática, é vista por Silva, Almeida e Gerôlo (2011) como sendo um desafio. Isso porque a proposta da Modelagem é que o aluno aprenda matemática de uma forma diferente da tradicional. Vale ressaltar que o professor não somente aplica, mas precisa avaliar tais atividades.

O tema “Avaliação em Atividades de Modelagem” teve início com a implementação da “*International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications*” (ICTMA, 1983) (Série de Conferência Internacional sobre o Ensino e Aprendizagem de Modelagem Matemática e Aplicações) no início dos anos 80. Segundo Kaiser e Brand (2015) diversos currículos por todo o mundo, em diferentes contextos educacionais, incluíram as competências de Modelagem Matemática. No entanto, questiona-se, ainda, como atingir essas competências no que se refere ao ensino e à aprendizagem.

Atividades de Modelagem Matemática implicam a resolução de situações-problema, que, de modo geral, não são resolvidas por meio de procedimentos predefinidos e cujas soluções não são previamente conhecidas. Assim, a resolução correta de um problema, a aplicação correta de um método de resolução, são alguns indícios de que ocorre a inteiração entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aluno. Nesses termos também está sinalizada a aprendizagem significativa. (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2012, p.37).

Nas conferências (ICTMA, 1983) diversos grupos de pesquisadores contribuíram com várias descrições e conceitualizações de competências de Modelagem. Alguns métodos foram propostos para medir tais competências, onde foram identificadas quatro vertentes de Modelagem. Com base na análise desses métodos de medição de competências de MM, foi descrito um estudo empírico que abrange os aspectos dessas discussões e aponta possíveis direções futuras.

Sobre oficinas de Modelagem, David Burghes, presidente da ICTMA1, afirma que “[...] você deve experimentar completamente - não é bom apenas assistir alguém a fazer algo, ou repetir o que alguém já fez - você tem que ter a própria

experiência sobre isso” ICTMA1, (BURGHES apud KAISER; BRAND, 2015, p.130, tradução nossa)<sup>2</sup>.

O objetivo da conferência era desenvolver novos cursos de Modelagem. Diante de projetos em desenvolvimento sobre a implantação desses novos cursos, observou-se a carência de se ter mais materiais de avaliação.

O curso de Matemática intitulado: “Enterprising Mathematics Course from the Centre of Innovation in Mathematics Teaching at the University of Exeter” tem sido um dos projetos mais importantes no momento. Os materiais desse curso são acompanhados com materiais de avaliação, pois, “[...] pela primeira vez foram realizados testes para Modelagem desenvolvidos com base na definição de diferentes níveis de realização” ICTMA4 (FRANCIS; HOBBS, 1991 apud KAISER; BRAND, 2015, p. 131, tradução nossa)<sup>3</sup>.

Pode-se dizer que a função da avaliação e testes, atualmente, é informar alunos e professores, mais do que fornecer bases para decisões e medidas, sendo que o caráter da avaliação é, na maioria das vezes, qualitativo e absoluto (BLUM; NISS, 1989, p. 19 apud KAISER; BRAND, 2015, p. 131).

Foram destacados diferentes componentes nas habilidades de Modelagem, tais como: habilidades para gerar variáveis importantes e relacioná-las, identificar a questão colocada, bem como selecionar associações compatíveis. Descreveram-se, também,

[...] diferentes habilidades dentro de sua teoria e distinguiram habilidades para aplicar conhecimentos matemáticos a fim de resolver problemas do mundo real por meio de habilidades de Modelagem, concernentes às habilidades para realizar um processo de Modelagem, chamadas *habilidades de construção de modelo*<sup>4</sup>. (KAISER-MEBMER, 1986 apud KAISER; BRAND, 2015, p. 131-132).

A construção de modelo é descrita como um ciclo, que se inicia no mundo real, passa para o mundo matemático e retorna ao mundo real. Foram descritas habilidades como: resolver problemas, levantar hipóteses e comunicar resultados. Em discussão estão questões, tais como: O quê e por que avaliar?

<sup>2</sup>“you must fully experience it - it is no good just watching somebody else do it, or repeat what somebody else has done - you must experience it yourself”.

<sup>3</sup>“first time achievement tests for modelling were developed based on a definition of different achievement levels”.

<sup>4</sup>“described different abilities within her theoretical framework and distinguished abilities to apply know mathematics in order to solve real world problems from modelling abilities, which referred to the abilities to carry out a modelling process, called model building skills”.

De acordo com Kaiser e Brand (2015), uma nova abordagem pioneira para avaliar a Modelagem desenvolveu-se no Grupo Britânico e Australiano de Pesquisa de Avaliação. Eles usaram uma escala para avaliar as atividades de Modelagem dos alunos, no intuito de desenvolver uma estratégia de avaliação, tanto escrita quanto oral.

Desse modo, avaliar as atividades de Modelagem foi um tema que recebeu considerável atenção, quando se discutiu o ensino e a aprendizagem de Modelagem no ICTMA. A questão era identificar quais capacidades ou habilidades apresentadas pelos alunos estavam sendo desenvolvidas.

Nessas discussões sobre competências de Modelagem, destacam-se quatro importantes vertentes, das quais, apresenta-se ênfase a apenas duas delas, por estarem de acordo com o tema abordado neste trabalho:

1ª. A *introdução* de competências de Modelagem em um conceito global, no Projeto KOM dinamarquês (NISS; BLOMHØJ E HØJGAARD JENSEN, apud KAISER; BRAND, 2015, p. 135).

2ª. A *avaliação* de habilidades de modelar e o desenvolvimento de instrumentos de avaliação dentro do Grupo Britânico-australiano (principalmente Haines, Houston e Izard apud KAISER; BRAND, 2015, p. 135).

No Brasil, apenas dois outros trabalhos abordam esse tema, em particular. Apresenta-se a experiência de Borba, Meneghetti e Hermini (1999) na qual discutem o emprego de práticas pedagógicas baseadas no uso da Modelagem e de calculadoras gráficas. O trabalho, desenvolvido por um grupo de alunos, não foi bem sucedido. De acordo com Borba, Meneghetti e Hermini (1999) para se avalie um trabalho de forma negativa é importante que sejam estabelecidos critérios que justifiquem tal avaliação. Este artigo abre uma nova perspectiva, visto que dá enfoque a um exemplo que não deu certo. Foram analisados casos em que os resultados pareceram não satisfatórios. Buscou-se, dessa forma, compreender o porquê de tais problemas, para que se obtenham futuras superações.

Os critérios propostos para avaliar os trabalhos dos alunos, foram feitos sob a ótica da Modelagem. Foi considerado que o trabalho não deu certo, devido a algumas ações negativas, tanto de alunos, quanto dos professores. Com relação aos alunos, foi considerado que eles:

1. Não relacionaram a matemática já estudada fora do curso com o problema que escolheram para investigar;

2. Não associaram conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema escolhido por eles, para ser investigado no início da disciplina;
3. Não conseguiram desenvolver ou fazer com que ficassem mais específicos, os conceitos matemáticos, ou de qualquer outra natureza, que estivessem relacionados com o tema da pesquisa deles;

Com relação ao professor, foi considerado que ele:

1. não conseguiu detectar, em tempo hábil, que, por alguma razão, o trabalho desenvolvido pelo grupo apresentava deficiências;
2. na posição de liderança, mostrou-se incapaz de direcionar um trabalho que se revelou deficiente.

Decorre que “[...] os pontos acima citados podem ser vistos como uma primeira tentativa de geração de critérios para a avaliação de um trabalho em Modelagem” (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999, p. 101).

Buscou-se gerar critérios que fossem provenientes da própria Modelagem. Nos trabalhos estudados, não foram encontrados critérios para avaliar experiências na área de Modelagem. O interesse dos alunos e a aplicabilidade do trabalho são pontos que também fizeram parte dos critérios, porém, foram utilizados de maneira secundária. Destaca-se que o uso de qualquer mídia (lápiz, papel, calculadora gráfica, etc.) não foi vinculado a nenhum critério de avaliação.

O trabalho relacionava-se com o tema “Desmatamento no Brasil”, e foi desenvolvido no curso de Ciências Biológicas, em 1996. Após analisar o trabalho, foram considerados alguns pontos negativos sobre o mesmo, tais como:

- O trabalho foi praticamente “copiado de outros trabalhos”, pois, os gráficos apresentados já estavam prontos. Não houve nenhum acréscimo sobre eles;
- As alunas não souberam responder questões simples de matemática, como por exemplo, porque uma função era crescente, determinar intervalos onde fosse crescente, tampouco localizar os eixos  $x$  e  $y$ ;
- Não relacionaram a Matemática com a Biologia, bem como não apresentaram conceitos básicos trabalhados em sala de aula.

Destaca-se, ainda, o trabalho de Figueiredo e Kato (2012) intitulado: “Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula”, onde é apontada “[...] a *carência de um instrumento avaliativo* da aprendizagem dos alunos, que seja *condizente com as características próprias da atividade de Modelagem Matemática*” (FIGUEIREDO; KATO, 2012, p. 278, grifo nosso). A questão principal da proposta de Figueiredo e Kato (2012) foi a elaboração de parâmetros para avaliar a aprendizagem significativa do aluno em uma atividade de Modelagem desenvolvida na aula de Matemática, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio (Educação Básica). Ou seja, foi investigado o quê o aluno foi capaz de aprender de Matemática na atividade desenvolvida. Avaliou-se a aprendizagem significativa, com base em Borba, Meneghetti e Hermini (1999), no qual são propostos critérios para a avaliação da atividade de Modelagem. Foram utilizados, para a avaliação, os três primeiros critérios propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), que dizem respeito às ações dos alunos no desenvolvimento da atividade.

Em sua pesquisa, Figueiredo e Kato (2012, p. 289), aplicaram uma atividade sobre o consumo de cigarros e propuseram os seguintes problemas:

[...] Questão 1: como poderíamos estimar a expectativa de vida para um indivíduo que começa a fumar um maço de cigarros por dia aos 16 anos?  
 Questão 2: quantos anos são reduzidos da expectativa de vida desse indivíduo? [...]

Ao desenvolver a atividade com os alunos, as autoras propõem um questionário com relação aos conceitos matemáticos compreendidos. Seguem as questões:

Questão 1: após a conclusão da atividade, como você compreende a relação entre o consumo de cigarros e a expectativa de vida? Que argumentos matemáticos poderiam ser utilizados para convencer as pessoas a abandonarem o cigarro ou não começarem a fumar? Questão 2: a Figura 1 representa o crescimento de uma planta em função do tempo. Em qual das três semanas registradas houve maior desenvolvimento da planta? Justifique. Questão 3: a Figura 2 representa a posição de um carro em movimento numa estrada. Determine a posição do carro no instante 7h. (FIGUEIREDO; KATO 2012, p. 289).

Considera-se que essas ações não avaliam a atividade de Modelagem, mas sim os efeitos do desenvolvimento da referida atividade. Tais questões correspondem a ações que os alunos fizeram após a conclusão da atividade.

Depois dessa atividade com o tema “Cigarros”, Figueiredo e Kato (2012) ainda propõem outras questões, mudando a situação problema, com o intuito de verificar se os alunos aprenderam a relação de dependência entre as variáveis.

Nesse aspecto, difere esta proposta: “avaliar a atividade”, ou seja, o “processo”, que consiste nas ações dos alunos durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem. Isso consiste em avaliar a prática, e não o efeito da atividade.

Para tanto, pretende-se investigar estratégias de avaliação de atividades de Modelagem para a sala de aula, a partir das fases do desenvolvimento dessa atividade, descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).



### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Ao considerar que o objetivo deste trabalho é investigar estratégias de avaliação de atividades de Modelagem para a sala de aula, desenvolveu-se uma pesquisa de abordagem qualitativa, a qual apresenta os seguintes aspectos:

(i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima. (GARNICA, 2001, p.39).

A princípio, intencionava-se aplicar uma atividade de Modelagem pelo que os autores Almeida e Dias (2004), Almeida e Vertuan (2011) e Silva, Almeida e Gerônimo (2011) chamam de 2º momento. Porém, como a turma ainda não havia tido nenhum contato com a Modelagem, percebeu-se a necessidade de interligar o 1º e o 2º momento de familiarização dos alunos com a atividade.

A situação “[...] refere-se a um acidente ocorrido com césio 137 na cidade de Goiânia, capital de Goiás” (SILVA; ALMEIDA, 2006, p. 6). A atividade foi desenvolvida na 1ª. Série do Ensino Médio, numa Escola Estadual. As atividades feitas pelos alunos foram recolhidas para a análise dos dados. Vale ressaltar que a autora deste trabalho atuava como professora regente dessa turma na ocasião da aplicação.

Na sequência, por meio dos resultados foram estabelecidos critérios de avaliação a partir da fundamentação teórica estudada sobre Avaliação em Modelagem Matemática e sobre a caracterização da Atividade de Modelagem, para avaliar a atividade desenvolvida da EB. Para tanto, propôs-se avaliar a atividade a partir das fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Posteriormente, descreve-se:

- O desenvolvimento da atividade de Modelagem;
- O resultado e a análise das atividades realizadas pelos alunos;
- O estabelecimento de critérios de avaliação;
- A aplicação dos critérios na avaliação da atividade de Modelagem.

### 3.1 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM

No dia 27 de outubro do ano de 2016, na 1ª série do Ensino Médio, com 37 alunos, a aula de Matemática foi ministrada por meio da metodologia Modelagem Matemática, cuja atividade aplicada “[...] refere-se a um acidente ocorrido com césio 137 na cidade de Goiânia, capital de Goiás” (SILVA; ALMEIDA, 2006, p. 6). Justifica-se a escolha da atividade por utilizar, em sua resolução, uma função exponencial, conteúdo que estava sendo estudado pelos alunos na ocasião.

Os alunos foram organizados em grupos. A atividade foi desenvolvida em 5h/aula. De início, foi entregue aos alunos uma folha contendo a reportagem acerca do acidente em Goiânia (Quadro 1) bem como as questões propostas para estudar a situação apresentada.

Quadro 1: Informações sobre o acidente com o césio -137

No dia 13 de setembro de 1987, dois sucateiros encontraram um aparelho de radioterapia em um prédio abandonado da Santa Casa de Misericórdia de Goiânia, capital do Estado de Goiás. Eles, então, levaram o aparelho desconhecido para a casa de um deles onde o desmontaram. Durante a desmontagem do aparelho, os sucateiros expuseram no ambiente 19,26 g de cloreto de césio-137 (CsCl), pó branco semelhante ao sal de cozinha, que brilha no escuro com uma coloração azulada.

O acidente somente foi diagnosticado 15 dias após, depois de muitas pessoas apresentarem sintomas de contaminação radioativa. Nos trabalhos de descontaminação dos locais afetados foram produzidos 13,4 t de lixo contaminado com césio-137: roupas, utensílios, plantas, restos de solo e materiais de construção. Este lixo está armazenado em cerca de 1.200 caixas, 2.900 tambores e 14 *contêineres* em um depósito construído na cidade de Abadia de Goiás, vizinha a Goiânia, onde deverá ficar pelo menos 180 anos. Um olhar externo, no ano de 2007, cerca de 20 anos depois do acidente, ainda revela uma situação preocupante: muito sofrimento social, vítimas, preconceito, ações no Ministério Público, estudos na academia científica.

Segundo a Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), um elemento radioativo se transmuta a uma velocidade que lhe é característica. Meia-vida é o tempo necessário para que a sua atividade seja reduzida à metade da atividade inicial. A meia-vida do césio-137 é de cerca de 30 anos.

Fonte: Silva, Almeida e Gerôlo (2011)

A princípio, a intenção era aplicar a atividade de Modelagem caracterizada por Silva, Almeida e Gerôlo (2011) como do 2º momento. Porém, como os alunos apresentaram certa dependência acerca do desenvolvimento da atividade de Modelagem, foi necessário iniciar pelo 1º momento e mediar, de forma gradativa, essa passagem para o segundo momento.

Na situação que denominamos 1º momento, o aluno tem acesso a uma situação-problema em que os dados e as informações necessárias, bem como o problema matemático a ser investigado lhe são informados por alguém. De modo geral, o próprio professor apresenta essas informações e os alunos realizam a investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, assessorados pelo professor. (SILVA; ALMEIDA; GERÔLO, 2011, p.30).

O desenvolvimento da atividade se deu com base nas fases de uma atividade de Modelagem descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2012):

1. Inteiração: os alunos fizeram a leitura do texto informativo sobre o acidente em Goiânia e a professora explicou os fatos com maior clareza, a fim de enfatizar todos os detalhes importantes para o desenvolvimento da atividade. A partir daí, na questão 1 foi proposto que fosse identificado um (ou mais) problema(s) na situação apresentada, que pudesse(m) ser investigado por eles.
2. Matematização: na questão 2 foi proposto aos alunos que identificassem as variáveis envolvidas na resolução do problema.
3. Resolução: nas questões 3, 4 e 5, foi proposto que os alunos levantassem hipóteses a serem consideradas; elaborassem uma tabela com os dados do problema; encontrassem uma resposta para o problema por meio da construção de um modelo matemático.
4. Interpretação dos resultados: Diante dos resultados obtidos nas fases anteriores, foi solicitado que os alunos fizessem uma análise da resposta que eles encontraram para o problema.
5. Validação: na questão 6 foi solicitado que o aluno apresentasse a validação do modelo matemático e calculasse qual seria a concentração do césio-137 no ano de 2016.

Nas fases 1, 2 e 3, a atividade foi caracterizada como do 1º momento. No entanto, nas fases 4 e 5, a atividade foi caracterizada como do 2º momento.

O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência dos alunos no que se refere ao uso ou obtenção de dados bem como à definição de procedimentos extra matemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação. (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011, p.33).

Os alunos apresentaram certa insegurança no desenvolvimento da atividade. Eles estavam preocupados em acertar as questões. Porém, foi esclarecido a eles que não importava o erro ou acerto, mas sim, o modo como eles desenvolveriam a resolução da atividade. Algumas dúvidas dos alunos foram esclarecidas nos grupos, outras de modo geral. Observou-se que, mesmo estando reunidos em grupos, nem todos os alunos resolveram a atividade da mesma forma.

## 4 RESULTADO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS

A turma da 1ª série do Ensino Médio para a qual a atividade de Modelagem foi aplicada era composta por 37 alunos, dos quais, 34 deles participaram voluntariamente da atividade, 2 alunos faltaram e apenas 1 aluno não autorizou que sua atividade fosse utilizada na pesquisa, porém, o mesmo desenvolveu a atividade como participação na aula de Matemática. Os alunos foram organizados em 6 grupos com 4 alunos, um grupo com 3 alunos e um grupo maior com 7 alunos. No entanto, foram analisadas vinte e seis atividades (nomeadas de A1 até A26) devido ao fato de que, mesmo reunidos em grupo, os alunos não resolveram a atividade da mesma forma e entregaram mais de uma atividade por grupo.

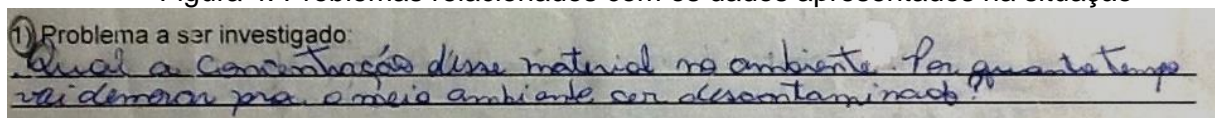
### 4.1 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS

Como resultado das atividades realizadas pelos alunos, são apresentadas nesta seção, as ações dos mesmos, com base nas fases de uma atividade de Modelagem. Considerando que “[...] a *inteiração* conduz a formulação do problema e a definição de metas para a sua resolução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.15), acerca da 1ª fase, foi constatado que os alunos identificaram dois problemas relacionados com os dados apresentados na situação:

1. Qual a concentração desse material no ambiente?
2. Por quanto tempo vai demorar para o meio ambiente ser descontaminado?

O problema 1 foi identificado em 12 atividades. O problema 2 foi identificado nas 26 atividades e ambos os problemas foram identificados em 12 atividades (figura 4).

Figura 4: Problemas relacionados com os dados apresentados na situação



fonte: Atividade entregue pelos alunos

Sobre a 1ª fase (inteiração) com base nos resultados obtidos, pode-se considerar o critério de avaliação descrito no Quadro 2.

Quadro 2: Critério de avaliação da 1ª fase – *inteiração*

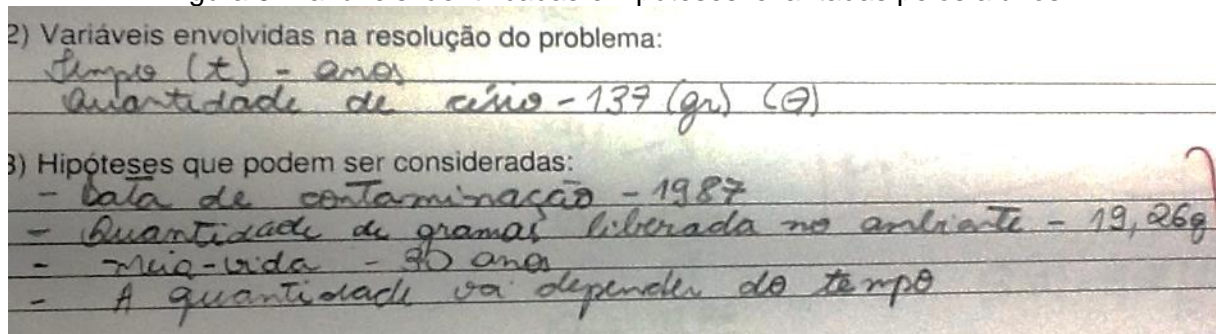
<b>1ª-Inteiração:</b>
Identificou um (ou mais) Problema(s):
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionado (s) com a situação.</li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

A 2ª fase de uma atividade de Modelagem, a *matematização*, é vista como uma transição da linguagem natural para a linguagem matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012). Considerando que “[...] esses processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas [...] realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase da inteiração” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2010, p.16), acerca da 2ª fase, foi constatado que em todas as atividades, os alunos identificaram duas variáveis e levantaram algumas hipóteses (figura 5):

1. Tempo (t), em anos;
2. Quantidade (Q) de césio-137, em gramas.

Figura 5: Variáveis identificadas e hipóteses levantadas pelos alunos



fonte: Atividade entregue pelos alunos

Sobre a 2ª fase, com base nos resultados obtidos, foi elaborado o critério de avaliação descrito no Quadro 3.

Quadro 3: Critério de avaliação da 2ª fase – *matematização*

<b>2ª-Matematização:</b>
Identificou as Variáveis:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificou duas variáveis para o Problema;</li> <li>• Identificou as variáveis para um problema não relacionado com a situação</li> <li>• não identificou nenhuma variável.</li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

A 3ª fase de uma atividade de Modelagem, a *resolução* “[...] consiste na construção de um modelo matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.16). Esse modelo deve descrever a situação, possibilitar que aspectos importantes da situação sejam analisados, bem como responder às questões elaboradas acerca do(s) problema(s) estudado(s).

Sobre a 3ª fase foi constatado que em 24 das 26 atividades, os alunos construíram um modelo matemático. Pode-se considerar que até esta 3ª fase, a atividade de Modelagem aplicada caracterizou-se de 1º momento, visto que, para a resolução do problema o direcionamento foi dado da mesma forma para todos os grupos. Os alunos construíram uma tabela com três colunas, nas quais colocaram as informações sobre as variáveis tempo (t), quantidade (Q) de césio 137 (em gramas) e foram orientados a utilizar uma variável auxiliar discreta (n), com o fim de simplificar os cálculos (figura 6).

Figura 6: Tabela que relaciona as variáveis

(t) Tempo	Q (gr)	Variável Auxiliar (m)
1987	$Q_0 = 19,26$	$m = 0$
$1987 + 30 = 2017$	$Q_1 = \frac{19,26}{2} \cdot 9,63$	$m = 1$
$2017 + 30 = 2047$	$Q_2 = \frac{9,63}{2} = 4,815$	$m = 2$
$2047 + 30 = 2077$	$Q_3 = \frac{4,815}{2} = 2,4075$	$m = 3$
$2077 + 30 = 2107$	$Q_4 = \frac{2,4075}{2} = 1,20375$	$m = 4$
$2107 + 30 = 2137$	$Q_5 = \frac{1,20375}{2} = 0,601875$	$m = 5$

fonte: Atividade entregue pelos alunos

Durante a construção da tabela, os alunos calcularam os valores da quantidade de césio-137 (Q) para n de 1 até cinco, depois, chegaram à generalização da solução para um tempo “n” qualquer (figura 7).

Figura 7: Processo de generalização da solução-tempo(t)=n

$$q_0 = 19,26$$

$$q_1 = \frac{19,26}{2^1}$$

$$q_2 = \frac{19,26}{2^2}$$

$$q_3 = \frac{19,26}{2^3}$$

$$q_4 = \frac{19,26}{2^4}$$

$$q_5 = \frac{19,26}{2^5}$$

fonte: Atividade entregue pelos alunos

Por meio dessa generalização, os alunos perceberam que se tratava de uma função exponencial. A mesma foi reescrita para que ficasse da forma  $f(x) = b \cdot a^x$  (ou  $f(n) = b \cdot a^n$ ). Eles, então, construíram, sem a intervenção do professor, um modelo matemático (figura 8).

Figura 8: Generalização da solução para tempo(t)=n

$$q_n = 19,26 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

fonte: Atividade entregue pelos alunos

Sobre a 3ª fase, com base nos resultados obtidos, pode-se considerar o critério de avaliação descrito no Quadro 4.

Quadro 4: Critério de avaliação da 3ª fase – resolução

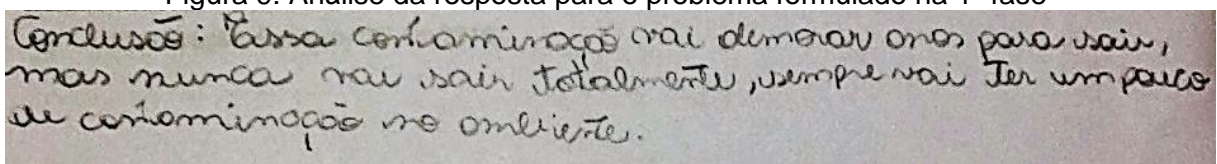
<b>3ª-Resolução:</b>
Construiu um modelo matemático:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que representa o problema identificado na 1ª fase;</li> <li>• Não construiu um modelo matemático.</li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

A 4ª fase de uma atividade de Modelagem, a interpretação de resultados e validação “[...] implica a análise de uma resposta para o problema” (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2012, p.16). Vale ressaltar que, para esses autores, a interpretação de resultados e a validação formam uma única fase. No entanto, durante as análises das atividades realizadas pelos alunos, percebeu-se a

necessidade de desmembrar essa fase em duas, a fim de avaliar separadamente cada uma delas. Portanto, neste trabalho, a validação representa a 5ª fase de uma atividade de Modelagem. Sendo assim, acerca da 4ª fase, foi constatado que, apenas em 3 atividades os alunos analisaram corretamente e justificaram a resposta para o problema formulado na 1ª fase, considerando que o problema formulado nas 3 atividades foi “Quanto tempo vai demorar para esse material sair do ambiente?” (figura 9).

Figura 9: Análise da resposta para o problema formulado na 1ª fase<sup>5</sup>



Conclusão: Essa contaminação vai demorar anos para sair, mas nunca vai sair totalmente, sempre vai ter um pouco de contaminação no ambiente.

fonte: Atividade entregue pelos alunos

Sobre a 4ª fase, com base nos resultados obtidos, pode-se considerar o critério de avaliação descrito no Quadro 5.

Quadro 5: Critério de avaliação da 4ª fase – interpretação dos resultados

<p><b>4ª-Interpretação de resultados:</b> Analisou a resposta para o problema:</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Totalmente Correta e justificou;</li> <li>● Indicou a resposta mas não apresenta argumentos que indicam corretamente a interpretação do resultado;</li> <li>● Não identificou uma resposta para o problema.</li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

A última fase (chamada de 5ª fase neste trabalho) de uma atividade de Modelagem, é “[...] a validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação” (ALMEIDA, SILVA E VERTUAN, 2012, p.16).

Acerca da validação foi constatado que em 7 atividades os alunos não apresentaram a validação dos dados para comprovar os resultados obtidos pelo modelo e pelos dados da situação (figura 10).

<sup>5</sup> “Essa contaminação vai demorar anos para sair, mais nunca vai sair totalmente, sempre vai ter um pouco de contaminação no ambiente”.



Figura 10: Dados não validados para comprovar os resultados obtidos pelo modelo

$$Q_m = 19,26 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^m$$

$$1987 + 30 \cdot n = t$$

$$30n = t - 1987$$

$$n = \frac{t - 1987}{30}$$

$$n = 0,96$$

$$Q(2016) = 19,26 \cdot 0,561 = 10,8226$$

fonte: Atividade entregue pelos alunos

No entanto, essa validação foi apresentada pelos alunos em 15 atividades (figura 11).

Figura 11: Validação dos dados para comprovar os resultados obtidos pelo modelo

$$n = \frac{2016 - 1987}{30} = 0,96$$

$$Q_n = 19,26 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2016 - 1987}{30}} = 0,96$$

$$\frac{2016 - 1987}{30} = \frac{29}{30} = 0,96$$

$$Q(2016) = 19,26 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{0,96}$$

$$Q(2016) = 19,26 \cdot 0,561$$

$$Q(2016) = 10,8226$$

$$R = 9,8226 \text{ a } 10 \text{ concentração do ano de } 2016.$$

fonte: Atividade entregue pelos alunos

Sobre a 5ª fase, com base nos resultados obtidos, pode-se considerar o critério de avaliação descrito no quadro 6.

Quadro 6: Critério de avaliação da 5ª fase – validação

<b>5ª- Validação:</b>
Validou o modelo matemático:
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Apresentou a validação dos dados por meio da comprovação dos resultados obtidos pelo modelo e pelos dados da situação;</li> <li>● Não apresentou a validação dos dados.</li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

Vale ressaltar que, os critérios de avaliação da atividade de Modelagem aplicada na Educação Básica que foram estabelecidos pela autora e apresentados neste trabalho, estão baseados nas respostas que surgiram nas atividades realizadas pelos alunos.

Com a obtenção desses resultados foram atribuídas as notas para cada uma das 26 atividades que os alunos desenvolveram, sendo utilizada uma pontuação de 0 a 10 pontos. Como neste trabalho foram consideradas como sendo 5 as fases de uma atividade de Modelagem, foram distribuídos máximos de 2 pontos para cada fase, o que pode ser observado no quadro 7.

Quadro 7: Notas atribuídas às atividades a partir dos critérios de avaliação estabelecidos

*Critérios de Avaliação de Uma Atividade de Modelagem aplicada na Educação Básica, com base nas Análises das Fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012)*

A's	<i>Critérios de Avaliação de Uma Atividade de Modelagem aplicada na Educação Básica, com base nas Análises das Fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012)</i>					
	<b>1ª-Inteiração:</b> Identificou um (ou mais) Problema(s):	<b>2ª-Matematização:</b> Identificou as Variáveis:	<b>3ª-Resolução:</b> Construiu um modelo matemático:	<b>4ª-Interpretação de resultados:</b> Analisou a resposta para o problema:	<b>5ª-Validação:</b> Validou o modelo matemático:	<b>Nota Final: 0-10 pts</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionado (s) com a situação: <b>2 pts.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificou duas variáveis p/ o Problema: <b>2 pts.</b></li> <li>• Identificou as variáveis para um problema não relacionado com a situação ou não identificou nenhuma variável: <b>0 pt.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que representa o problema identificado na 1ª fase: <b>2 pts.</b></li> <li>• Não construiu um modelo matemático: <b>0 pt.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Totalmente Correta e justificou: <b>2 pts.</b></li> <li>• Indicou a resposta mas, não apresenta argumentos que indicam corretamente a interpretação do resultado: <b>1 pt.</b></li> <li>• Não identificou uma resposta para o problema: <b>0 pt.</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentou a validação dos dados por meio da comprovação dos resultados obtidos pelo modelo e pelos dados da situação: <b>2 pts.</b></li> <li>• Não apresentou a validação dos dados: <b>0 pt.</b></li> </ul>	
A1	2	2	2	1	2	9
A2	2	2	2	1	2	9
A3	2	2	2	1	2	9
A4	2	2	2	1	2	9
A5	2	2	2	1	2	9
A6	2	2	2	1	2	9
A7	2	2	2	1	0	7
A8	2	2	2	1	0	7
A9	2	2	2	1	0	7
A10	2	2	2	1	2	9
A11	2	2	2	1	2	9
A12	2	2	2	1	2	9
A13	2	2	2	1	2	9
A14	2	2	0	1	0	5
A15	2	2	2	2	2	10
A16	2	2	2	1	2	9
A17	2	2	2	1	2	9
A18	2	2	2	2	2	10
A19	2	2	2	1	2	9
A20	2	2	2	1	2	9
A21	2	2	2	1	2	9
A22	2	0	0	0	0	2
A23	2	2	2	2	2	10
A24	2	2	2	1	0	7
A25	2	2	0	0	0	4
A26	2	2	2	1	2	9

fonte: elaborado pela autora

Os alunos que desenvolveram as atividades A22 e A25, somente iniciaram, mas não terminaram de resolver a mesma porque precisaram se ausentar da aula. Após a análise dos resultados das atividades realizadas pelos alunos, foi constatado que uma atividade recebeu a nota 2, uma atividade recebeu a nota 4, uma atividade recebeu a nota 5, quatro atividades receberam a nota 7, dezesseis atividades receberam a nota 9 e três atividades receberam a nota 10. Essas notas representam a avaliação do processo de uma atividade de Modelagem realizada pelos alunos da Educação Básica, a partir dos critérios estabelecidos pela autora.

Diante do estudo do referencial teórico, da pesquisa qualitativa, da aplicação de uma atividade de Modelagem em sala de aula da Educação Básica, com base nos resultados e análises das atividades realizadas pelos alunos, a partir das fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), os critérios estabelecidos para avaliar atividades de Modelagem na educação Básica são apresentados no quadro 8.

Quadro 8: Critérios de avaliação de uma atividade de Modelagem

<b><i>Critérios de Avaliação de Uma Atividade de Modelagem aplicada na Educação Básica, com base nas Análises das Fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012)</i></b>	
<b>1ª- Inteiração:</b> Identificou um (ou mais) Problema(s):	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionado (s) com a situação: <b>2 pts.</b></li> </ul>
<b>2ª- Matemização:</b> Identificou as Variáveis:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificou duas variáveis para o Problema: <b>2 pts.</b></li> <li>• Identificou as variáveis para um problema não relacionado com a situação ou não identificou nenhuma variável: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>3ª- Resolução:</b> Construiu um modelo matemático:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que representa o problema identificado na 1ª fase: <b>2 pts.</b></li> <li>• Não construiu um modelo matemático: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>4ª- Interpretação de resultados:</b> Analisou a resposta para o problema:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Totalmente Correta e justificou: <b>2 pts.</b></li> <li>• Indicou a resposta mas não apresenta argumentos que indicam corretamente a interpretação do resultado: <b>1 pt.</b></li> <li>• Não identificou uma resposta para o problema: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>5ª- Validação:</b> Validou o modelo matemático:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentou a validação dos dados por meio da comprovação dos resultados obtidos pelo modelo e pelos dados da situação: <b>2 pts.</b></li> <li>• Não apresentou a validação dos dados: <b>0 pt.</b></li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

Vale ressaltar ainda que, para a aplicação de uma atividade de Modelagem caracterizada como de 2º momento, supondo que os alunos possam realizar outras ações durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, apresenta-se a proposta dos critérios de avaliação descritos no quadro 9.

Quadro 9: Critérios de avaliação de atividades de Modelagem propostos para o 2º Momento

<b><i>Critérios de Avaliação de Uma Atividade de Modelagem aplicada na Educação Básica, com base nas Análises das Fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012)</i></b>	
<b>1ª- Inteiração:</b> Identificou um (ou mais) Problema(s):	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Relacionado (s) com a situação: <b>2 pts.</b></li> <li>● Não relacionado(s) com a situação: <b>1 pt.</b></li> <li>● Não identificou nenhum problema: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>2ª- Matemização:</b> Identificou as Variáveis:	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Identificou duas variáveis para o Problema: <b>2 pts.</b></li> <li>● Identificou uma variável para o Problema: <b>1 pt.</b></li> <li>● Identificou as variáveis para um problema não relacionado com a situação ou não identificou nenhuma variável: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>3ª- Resolução:</b> Construiu um modelo matemático:	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Que representa o problema identificado na 1ª fase: <b>2 pts.</b></li> <li>● Não construiu um modelo matemático: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>4ª- Interpretação de resultados:</b> Analisou a resposta para o problema:	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Totalmente Correta e justificou: <b>2 pts.</b></li> <li>● Indicou a resposta mas não apresenta argumentos que indicam corretamente a interpretação do resultado: <b>1 pt.</b></li> <li>● Não identificou uma resposta para o problema: <b>0 pt.</b></li> </ul>
<b>5ª- Validação:</b> Validou o modelo matemático:	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Apresentou a validação dos dados por meio da comprovação dos resultados obtidos pelo modelo e pelos dados da situação: <b>2 pts.</b></li> <li>● Não apresentou a validação dos dados: <b>0 pt.</b></li> </ul>

fonte: elaborado pela autora

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na busca de investigar estratégias de avaliação de atividades de Modelagem para a sala de aula, foram propostos, neste trabalho, os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar a atividade de Modelagem, detalhando:
  - ✓ as fases do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem;
  - ✓ os elementos associados a uma atividade de Modelagem, constituídos a partir da identificação das fases.
  - ✓ os três momentos de familiarização dos alunos com uma atividade de Modelagem.
- Desenvolver uma atividade de Modelagem na Educação Básica;
- Estabelecer critérios de avaliação para atividades de Modelagem desenvolvidas na Educação Básica.

Avaliar as atividades de Modelagem foi um tema que recebeu considerável atenção, quando se discutiu o ensino e a aprendizagem de Modelagem no ICTMA. A questão era identificar quais capacidades ou habilidades apresentadas pelos alunos estavam sendo desenvolvidas.

No Brasil, foram citados apenas dois outros trabalhos que abordam esse tema, em particular. A obra de Borba, Meneghetti e Hermini (1999) em que se discute o emprego de práticas pedagógicas baseadas no uso da Modelagem e de calculadoras gráficas. O trabalho desenvolvido por um grupo de alunos, não foi bem sucedido, na visão dos autores, tampouco encontraram critérios para avaliar experiências na área de Modelagem nos trabalhos que estudaram.

Figueiredo e Kato (2012, p. 278) evidenciam que há uma “[...] carência de um instrumento avaliativo da aprendizagem dos alunos, que seja condizente com as características próprias da atividade de Modelagem Matemática [...]”. A questão principal foi elaborar parâmetros para avaliar a aprendizagem significativa do aluno em uma atividade de Modelagem na sala de aula. Foi investigado o quê o aluno foi capaz de aprender de Matemática na atividade desenvolvida.

Por mais que esses trabalhos discutam as atividades de Modelagem, nenhum deles parece apresentar, de fato, estratégias de avaliação para as atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica. Nesse aspecto, difere

esta pesquisa: “*avaliar a atividade*”, ou seja, o “processo”, que consiste nas ações dos alunos durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem. Isso consiste em avaliar a prática, e não o efeito da atividade.

Sendo assim, diante do estudo do referencial teórico sobre Avaliação em Modelagem Matemática e sobre a caracterização da atividade de Modelagem, bem como, por meio da pesquisa qualitativa com aplicação de uma atividade de Modelagem em sala de aula da Educação Básica, com base nos resultados e análises das atividades realizadas pelos alunos, a partir das fases de uma atividade de Modelagem descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), foram estabelecidos critérios de avaliação que foram utilizados para avaliar a atividade que foi desenvolvida na EB.

Por fim, apresentou-se, também, a proposta de critérios de avaliação para a aplicação de uma atividade de Modelagem na Educação Básica, caracterizada como de 2º momento, supondo que os alunos possam realizar outras ações durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.

Considera-se que a experiência adquirida no decorrer desta pesquisa, contribui tanto para o conhecimento científico, quanto para a formação acadêmica da autora, pois essa combinação entre teoria e prática, com certeza, será muito útil, tanto na sua formação continuada, quanto na sua futura atuação profissional como professora de matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema, ano 17, n. 22, p. 19-35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. **Discussões sobre ‘como fazer’ Modelagem Matemática na sala de aula.** In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina, PR: Eduel, p. 19-44, 2011.
- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** 3.ed. 3ª reimpressão. - São Paulo: Contexto, 2011.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. **Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas.** In: BORBA, M. C. et al. Calculadoras Gráficas e Educação Matemática. Rio de Janeiro: MEM/USU, Ed. Art Bureau, 1999.
- FIGUEIREDO, F. D.; KATO, L. A. Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Acta Scientiae, v.14, n.2, maio/ago. 2012.**
- GARNICA, A. V. M. **Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos.** Mimesis, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.
- KAISER, G.; BRAND, S. Modeling Competencies: Past Development and Further Perspectives. IN: STILLMAN, Glória Ann. WERNER, Blum; BIEMBENGUT, Maria Salett. **Mathematical Modelling in Education Research and Practice. Cultural, Social and Cognitive Influences.** Springer, 2015, p.129-146.
- SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. **O uso da modelagem matemática para contemplar o estudo de função exponencial.** In: ii epmem - encontro paranaense de modelagem na educação matemática, 2006, APUCARANA. ANAIS DO II EPMEM - Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006. p. 1-13.
- SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. **“Aprendendo” a fazer modelagem matemática: a vez do aluno.** Educação Matemática em Revista. São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.



SOUTO, R. M. A. Mario Tourasse Teixeira: Notas Biográficas. **Revista Brasileira de História da Matemática Especial no 1 – Festschrift Ubiratan D’Ambrosio – (dezembro/2007). Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática - ISSN 1519-955X.**

**APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido**



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
Campus Cornélio Procópio



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) sr (a) \_\_\_\_\_

Responsável pelo (a) aluno(a): \_\_\_\_\_

Sou estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Câmpus Cornélio Procópio. Estou realizando um estudo sobre “Avaliação em Modelagem Matemática”. A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática que propõe aulas dinâmicas, diferentes da aula tradicional. Minha pesquisa está sob a supervisão do professor Dr. Jader Otávio Dalto, cujo objetivo é “Investigar estratégias de Avaliação de Atividade de Modelagem Matemática para a sala de aula”.

O aluno(a) pelo(a) qual é responsável está sendo convidado a participar de uma aula, na qual uma atividade de modelagem matemática será desenvolvida e avaliada. Para que possamos analisar os resultados, necessitamos da participação do(a) aluno(a) envolve no desenvolvimento da atividade, que se dará em sala de aula; fotos e gravação de áudio, se assim você permitir.

A participação neste estudo é voluntária e se o(a) sr(a) decidir não permitir, ou se o(a) aluno(a) quiser desistir de continuar em qualquer momento, tem absoluta liberdade de fazê-lo. Na publicação dos resultados desta pesquisa, a identidade do(a) aluno(a) será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo(a).

Mesmo não tendo benefícios diretos em participar, indiretamente, tanto o sr(a), como responsável, quanto o(a) aluno(a) estarão contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico.

Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas pela pesquisadora Kelly Cristina C. Pfahl (98440887), email: [kellypfahl@alunos.utfpr.edu.br](mailto:kellypfahl@alunos.utfpr.edu.br), ou ainda, pelo professor responsável, docente da UTFPR-CP, pelo email: [jader\\_math@yahoo.com.br](mailto:jader_math@yahoo.com.br).

Atenciosamente,

\_\_\_\_\_  
Pesquisadora: Kelly Cristina C. Pfahl

**Consinto em participar deste estudo e declaro ter recebido uma cópia deste termo de consentimento.**

\_\_\_\_\_  
Nome e assinatura do responsável

\_\_\_\_\_  
Local e Data

\_\_\_\_\_  
Nome e assinatura do aluno

\_\_\_\_\_  
Local e Data

## **APÊNDICE B – Atividade de Modelagem Aplicada na Educação Básica**

**COLÉGIO ESTADUAL CECÍLIA MEIRELES – ENSINO MÉDIO E NORMAL****DISCIPLINA:** Matemática

DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/ 2016

**PROFESSORA:** Kelly Cristina Correia Pfahl**SÉRIE:** 1ª.SÉRIE - **TURMA:** A - **TURNO:** Matutino

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA – CONTEÚDO: FUNÇÃO EXPONENCIAL-2ºSemestre

Aluno(a): \_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_

Aluno(a): \_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_

Aluno(a): \_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_

Aluno(a): \_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_

Para Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos.

Neste trabalho, vamos analisar o acidente com o cézio-137.

No dia 13 de setembro de 1987, dois sucateiros encontraram um aparelho de radioterapia em um prédio abandonado da Santa Casa de Misericórdia de Goiânia, capital do Estado de Goiás. Eles, então, levaram o aparelho desconhecido para a casa de um deles onde o desmontaram. Durante a desmontagem do aparelho, os sucateiros expuseram no ambiente 19,26 g de cloreto de cézio-137 (CsCl), pó branco semelhante ao sal de cozinha, que brilha no escuro com uma coloração azulada.

O acidente somente foi diagnosticado 15 dias após, depois de muitas pessoas apresentarem sintomas de contaminação radioativa. Nos trabalhos de descontaminação dos locais afetados foram produzidos 13,4 t de lixo contaminado com cézio-137: roupas, utensílios, plantas, restos de solo e materiais de construção. Este lixo está armazenado em cerca de 1.200 caixas, 2.900 tambores e 14 *contêineres* em um depósito construído na cidade de Abadia de Goiás, vizinha a Goiânia, onde deverá ficar pelo menos 180 anos. Um olhar externo, no ano de 2007, cerca de 20 anos depois do acidente, ainda revela uma situação preocupante: muito sofrimento social, vítimas, preconceito, ações no Ministério Público, estudos na academia científica.

Segundo a Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), um elemento radioativo se transmuta a uma velocidade que lhe é característica. Meia-vida é o tempo necessário para que a sua atividade seja reduzida à metade da atividade inicial. A meia-vida do cézio-137 é de cerca de 30 anos.

Quadro 1: Informações sobre o acidente com o cézio-137

Fonte: Silva, Almeida e Gerólomo (2011)

1) Problema a ser investigado:

---



---

2) Variáveis envolvidas na resolução do problema:

---



---

3) Hipóteses que podem ser consideradas:

---

---

---

---

4) Construção de uma tabela com os dados do problema;

5) Dedução do modelo:

6) Validação do modelo Matemático:

- Calcular a concentração do cézio-137 em 2016: