UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LILIAN DE SOUZA

ANÁLISE DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE FUNÇÃO AFIM

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2015

LILIAN DE SOUZA

ANÁLISE DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE FUNÇÃO AFIM

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à disciplina TCC, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

CORNÉLIO PROCÓPIO

2015

FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jader Otavio Dalto
(orientador)

Prof. Dr. Karina Alessandra Pessoa da Silva

Pro. Dr. Mirian Maria Andrade Gonsalez

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

Dedico este trabalho a Deus, à minha família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo conhecimento, por me capacitar e me ter feito chegar até aqui.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Jader Otavio Dalto, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória, quero deixar registrado também minha gratidão a professora Glaucia Bressan que esteve presente nas dificuldade encontradas nessa disciplina.

Aos meus colegas de sala em especial ao Pedro, Marila e Nayara.

A Secretaria do Curso, pela cooperação.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento à minha família em especial ao meu pai Daniel José de Souza por todo o esforço, e ao meu Tio Eli Gerônimo que sempre esteve presente, ao meu cooperador Celso Francisco Camargo, pois acredito que sem o apoio deles seria muito mais difícil vencer esse desafio.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

Há em nós a lucidez dos loucos, mas não daqueles loucos tão comuns que habitam este mundo em cada esquina. Somos da quota de loucos que não aceitaram suas prisões e que não entraram por liberalidade em gaiolas. Que não se amarraram ao outro com suas correntes. Somos da fração da loucura que abriu mão do dia a dia, do seu mais do mesmo. Há em nós a rebeldia dos que não se contentaram com o peso da realidade e abriram as novas portas e as ideias em busca de alcançar o horizonte.

Guilherme Antunes

RESUMO

SOUZA, Lilian. **Análise de Registros de Representação Semiótica de funções Afim** 2015. 47 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) –Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2015.

Este trabalho tem como objetivo analisar os Registros de Representação Semiótica (RRS) utilizados por alunos para resolver questões discursivas de matemática relacionadas ao conteúdo de Função Afim. Para isso, foi elaborado um instrumento de coleta de dados composto por questões discursivas que solicitavam ao aluno a realização de tratamentos e conversões de RRS para sua resolução. Este instrumento foi aplicado aos alunos de uma turma do primeiro semestre da Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procópio, com o objetivo de verificar os diferentes registros de representação utilizados pelos alunos, as conversões e tratamentos realizados por eles ao lidarem com as questões propostas. Nesta pesquisa, verificou-se que a facilidade é maior quando os alunos fazem tratamentos. No que se refere à conversão de RRS, pode-se observar também que existe maior facilidade quando há conversão de RRS da língua natural para o RRS em forma de conjunto. É importante destacar que o RRS mais utilizado – e o mais frequentemente correto – na resolução das questões pelos alunos foi o RRS numérico.

Palavras-chave: Educação Matemática. Registros de Representação Semiótica. Funções. Ensino Superior.

ABSTRACT

SOUZA, Lilian. **Analysis of Registers of Semiotics´ Representation of first-degree functions.** 2015. 47 f. Undergraduate Course (Graduation) – Degree in Mathematics. Federal University of Technology - Paraná. Cornélio Procópio, 2015.
.

This work aims to analyze the Registers of Semiotics´ Representation (RRS) used by students to solve open-ended questions related to first-degree functions. In order to reach this, data were collected by the application of an instrument composed by open-ended questions. To solve them, students had to make treatments and conversions of RRS. This instrument was administered to students in a class of first year of an undergraduate course of Mathematics from the Federal University of Technology - Paraná - Campus Cornélio Procópio, in order to verify the different registers of representation used by students, conversions and treatments performed by them in dealing with the proposed questions. As the main results, it was found that the facility is increased when students use treatments of RRS. With regard to the conversion of RRS, it was found that the major facility exists when students have to convert RRS from natural language to RRS in sets form. It is important to say that the RRS more used – and the more frequently correct – was numeric RRS.

Keywords: Mathematics Education. Registers of Semiotics´ Representation. Functions. Higher education.
.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de Conversões Entre Registros de Representação Semiótica....17
Figura 2 – Representando Passagens de Conversão e Tratamento De Registros de Representação....18
Figura 3 - Registro De Representações Da Função Afim....22
Figura 4 - Resolução Do Aluno A1....30
Figura 5 - Resolução Do Aluno A2....31
Figura 6 - Resolução Do Aluno A3....31
Figura 7 - Resolução Do Aluno A4....32
Figura 8 - Resolução Do Aluno A5....32
Figura 9 - Resolução Do Aluno A6....33
Figura 10 - Resolução Do Aluno A7....33
Figura 11 - Resolução Do Aluno A8....34
Figura 12 - Resolução Do Aluno A9....35
Figura 13 - Resolução Do Aluno A10....35
Figura 14 - Resolução Do Aluno A11....36
Figura 15 - Resolução Do Aluno A12....;....36
Figura 16 - Resolução Do Aluno A13....37
Figura 17 - Resolução Do Aluno A14....37
Figura 18 - Resolução Do Aluno A15....38
Figura 19 - Resolução Do Aluno A16....38
Figura 20 - Resolução Do Aluno A17....39
Figura 21 - Resolução Do Aluno A18....39
Figura 22 - Resolução Do Aluno A19....40
Figura 23 - Resolução Do Aluno A20....41

LISTA DE TABELA

Tabela 1 – Resultados das Correções..29

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Questão 1. (A,B,C,D) do Teste.. 25
Quadro 2 – Questão 1.(E) do Teste... 26
Quadro 3 – Questão 1.(F) do Teste.. 26
Quadro 4 - Questão 1.(G) do Teste.. 26
Quadro 5 – Questão 1.(H) do Teste.. 27
Quadro 6 - Questão 1.(I) do Teste.. 27
Quadro 7 – Questão 2.(A) do Teste.. 27
Quadro 8 - Questão 2.(B) do Teste... 27
Quadro 9 – Questão 3.(A,B) do Teste.. 28

SUMÁRIO

Introdução.. 11
1. Fundamentação Teórica.. 14
1.1 Registros de Representação Semiótica.. 14
1.2 Alguns Apontamentos sobre Função de Primeiro Grau................................ 20
2. Procedimentos Metodológicos.. 24
3. Análise das Questões aplicada aos Ingressantes do Ensino Superior...... 29
4. Considerações Finais.. 42
Referências.. 46

INTRODUÇÃO

O ensino e aprendizagem de matemática, segundo Delgado (2010), “não é uma tarefa simples, tanto para quem ensina quanto para quem aprende (p.15)”. Este autor afirma também que no “Ensino Fundamental, estendendo por todo ciclo básico e também pelo Ensino Superior, a matemática costuma ser responsável por muitos obstáculos e desafios a serem transpostos pelos alunos (p.15)”. Dentre estes desafios de ensino e de aprendizagem, estão os que são relacionados ao conteúdo de funções.

De acordo com Lourenço e Oliveira (2014), a forma como o conteúdo de funções é ensinado na educação básica tem gerado dificuldades na aprendizagem dos alunos que, em geral, estão ligadas à comunicação e à compreensão do conteúdo. Para que haja comunicação de qualquer ideia ou conceito matemático, faz-se necessário o uso de algum tipo de representação. A esse respeito, Duval (apud LOURENÇO; OLIVEIRA, 2014 p. 14) afirma que “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação”. Essas dificuldades na distinção do objeto e das suas formas de representação podem resultar em dificuldades de compreensão de conteúdos inclusive no Ensino Superior, quando os alunos vão estudar disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral. Por esse motivo, estes autores consideram como importante tema de pesquisa o ensino e aprendizagem de funções, com intuito de minimizar as dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem deste conteúdo.

Dentre as pesquisas que estudam este tema, existem aquelas que investigam os registros de representação semiótica utilizados pelos alunos na aprendizagem de funções, por exemplo, as pesquisas de Lourenço e Oliveira (2014); Salgueiro e Saviolli (2014). Lourenço e Oliveira (2014) coletaram dados de vários trabalhos que foram realizados com o objetivo de ver as contribuições que os registros de representação semiótica proporcionam ao conteúdo de funções. Eles concluíram que realmente é notável a dificuldade dos alunos em identificar a representação algébrica de uma função a partir do seu gráfico e de realizar outras conversões de registros. Salgueiro e Savioli (2014) também investigaram o uso de registros de representação semiótica em funções com alunos do Ensino Médio. A coleta de dados deu-se por meio da aplicação de uma atividade. Os autores concluíram que a atividade por eles proposta possibilitou várias maneiras de se trabalhar as representações de funções tanto em forma de conjuntos, como em representação algébrica e gráfica. Contudo, a maior dificuldade apresentada pelos alunos foram passagens da representação gráfica para qualquer outro tipo de registro de representação, ou seja, as conversões do registro gráfico para outro tipo de registro.

Para Delgado (2010), as dificuldades de associar um objeto a diferentes representações são, na maioria das vezes, parecidas com as dificuldades apresentadas pelos alunos no Ensino Fundamental quando começam a trabalhar equações algébricas, uma vez que, em ambas, faz-se necessária a abstração e a utilização de diferentes registros para representar estes objetos matemáticos.

A partir destas informações e, considerando a importância que o conceito de funções tem para diversas áreas da Matemática, podemos nos questionar: os alunos no ensino superior são capazes de utilizar as diferentes representações de objetos matemáticos para comunicar as suas ideias? Quais registros de representação são mais utilizados pelos alunos ao resolverem problemas? Quais conversões e/ou tratamentos de registros de representação são mais utilizados pelos alunos ao resolverem problemas?

O conteúdo “função matemática” foi escolhido, pois, como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) apontam esse conteúdo a ser trabalhado no Ensino Médio, espera-se, assim, que os alunos ingressantes no ensino superior já tenham trabalhado com ele de forma significativa. É considerável a escolha do tema também pelo fato de que aplicações com funções têm contribuído para as outras áreas da ciência e a muitos dos fenômenos de outras áreas da realidade são modelados por meio de funções.

O objetivo geral deste trabalho é, portanto, analisar os registros de representação semiótica que os alunos da licenciatura em matemática utilizam ao trabalharem com funções. São objetivos específicos: conhecer os Registros de Representação Semiótica utilizados pelos alunos ao resolverem questões discursivas ou abertas de matemática; identificar as conversões e tratamentos utilizados pelos alunos ao resolverem as questões; verificar as dificuldades apresentadas pelos alunos nos tratamentos e conversões de registros de representação semiótica.

Este trabalho é um trabalho na área de educação matemática e está organizado em quatro capítulos. O primeiro deles apresenta fundamentos teóricos relacionados aos Registros de Representação Semiótica e algumas considerações sobre função de primeiro grau. O segundo trata dos aspectos metodológicos desta investigação. O terceiro capítulo apresenta os resultados e análise dos dados. E por fim o quarto capítulo apresenta as considerações finais.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 Registros de Representação Semiótica

Estudos na área de Educação Matemática apontam as dificuldades encontradas pelos alunos na interpretação e representação de problemas matemáticos, na passagem da linguagem natural para a linguagem matemática. A esse respeito, Duval afirma que:

> Cada uma dessas duas vertentes discursivas da linguagem criou sérias dificuldades de compreensão. Mas, as mais profundas eram aquelas relacionadas com as passagens entre língua natural e todas as designações e formulações simbólicas (DUVAL 2013, Apud, FREITAS e REZENDE, 2013, p.11).

As dificuldades são expressas em diversas fases do desenvolvimento intelectual do indivíduo e, segundo Duval (2011), o fato de a dificuldade ser expressa na hora de ler um gráfico não necessariamente significa que o individuo terá dificuldade para sair de um problema algébrico e representá-lo graficamente.

Uma tese de Lefebvre (2001*), Images, Écritures et Espace de médiation,* fala sobre essa ideia de representação na matemática, que por mais que algumas coisas não sejam possíveis de representar, os matemáticos estão constantemente fazendo rabiscos desenhos nas tabelas das suas salas. O autor fala também das representações visuais que são utilizadas pelos matemáticos para melhor compreender o que está sendo feito.

Falar de representação é falar de aquisição do conhecimento, sabendo que para conhecer é preciso ter acesso aos objetos relacionados ao conhecimento. Assim a representação torna possível a visibilidade, fazendo a mediação entre o sujeito e o objeto. Segundo Flores (2006), foi com o surgimento do homem ativo da modernidade em contestação ao homem contemplativo medieval que o homem começa a assumir o papel de conhecedor dos objetos, tanto natural como de si próprio.

A utilização de registros de representação semiótica faz-se necessária, segundo Dalto e Pazuch (2011) e Damm (1999), porque os objetos matemáticos, por serem abstratos e, portanto, não serem diretamente acessíveis à nossa percepção, necessitam de alguma representação para serem comunicados. Os autores ainda concluem que a comunicação de ideias, de conceitos, de relações entre objetos matemáticos, que são abstratos, só é possível por meio de suas representações.

Para Damm (1999, p.167) na matemática “[...] toda comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas” entre outros, que podem representar diferentes situações. Assim, a autora ainda diz que “para o ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático” (Damm, 1999, p.167).

Assim, a aprendizagem matemática está ligada às representações de seus objetos, afim de que o indivíduo compreenda melhor o objeto que está sendo trabalhado. Para isso é necessário saber as mais variadas maneiras de representação de um objeto para poder trabalhar com ele de maneira mais simples possível pois, a partir do momento que o indivíduo tem noção que um objeto pode ser representado de diversas maneiras ele pode optar por trabalhar com a representação mais simplificada ou mais adequada à situação. Lefebvre (2001) fala que se pode referir ao objeto de três maneiras distintas sendo elas a representação do objeto, o conceito e a identidade matemática. Este autor cita, ainda, um exemplo referente a essas três maneiras.

> [...] o conceito de “círculo”, (...), pode ser resumido “por uma curva fechada na qual todos os pontos estão situados a uma distância igual a um ponto interior chamado centro [...]”.
> Enfim, as representações de um círculo são múltiplas, elas podem ser simbólicas (sob a forma, por exemplo, de uma equação: (x, y)$\mathbf{R}^2/x^2+y^2= 1$), linguística (a palavra “círculo”) ou, ainda, visual (desenho de um círculo), por exemplo, (LEFEBVRE, 2001, p.155).

Desta forma faz-se necessário pensar na responsabilidade do professor, pois cabe a ele mostrar que existem vários tipos de representação para um mesmo objeto matemático. É de grande importância que o aluno tenha conhecimento destas várias representações para melhor manipular o objeto que se está sendo estudado.

Ao falar sobre Registros de Representação semióticos Duval (2012) fala que:

> As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como

> um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem (DUVAL, 2012 p. 269).

Se considerarmos a evolução da matemática, podemos perceber que as representações se tornaram temas centrais no desenvolvimento do conhecimento matemático. Sem essas representações fica difícil de pensar matematicamente, isso porque para adquirir conhecimento, faz-se importante diferenciar os registros de representação que constituem o sistema semiótico, que compreendem desde as representações de linguagem natural até as de linguagens mais formais.

Para Duval (2003), as representações de um objeto podem ser mentais, internas ou computacionais e semióticas. São semióticas as representações que se utilizam de signos que pertencem a um sistema de representação, como a escrita em língua natural, a escrita algébrica, os gráficos cartesianos. Quando nos referimos aos diferentes tipos de representação semiótica, estamos falando de registros de representação semiótica (RRS)[1]. As representações língua natural, tabular, gráfica, figural e algébrica são exemplos de tipos diferentes de registros de representação.

Segundo Duval (2003) a utilização de diferentes representações semióticas contribui para uma reorganização do pensamento do aluno. Para ele,

> O que é essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação. Para analisar essas transformações, é preciso levar em conta a diversidade de tipos de representações semióticas. (DUVAL, 2011 p.68).

Para Duval existem dois tipos de transformações de registros que podem ser descritas como: tratamento ou conversões. A primeira produz representação semiótica do mesmo tipo que a representação de partida. A outra já faz representações de sistemas semióticos diferentes.

Um exemplo que se refere a esses dois tipos de representações se encontra nas figuras 1 e 2.

[1] RRS, “registros” e “registros de representação” serão utilizados neste trabalho com o mesmo significado de “registros de representação semiótica”.

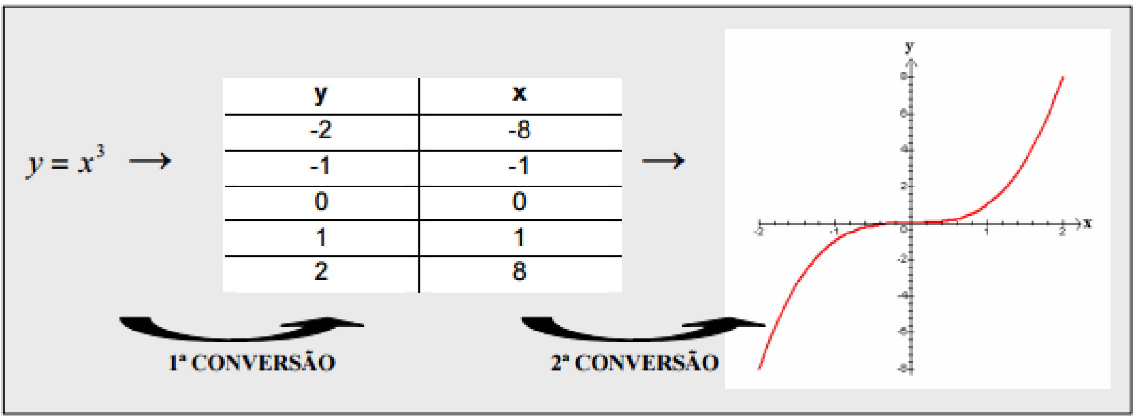


Figura 1: Exemplo de Conversões entre registros de representação semiótica
Fonte: Vertuan (2007)

Na figura 1 percebe-se duas conversões, que são as transformações de registros de representação semiótica de um tipo para outro. A primeira conversão deu-se do registro algébrico para o tabular e a segunda conversão, do registro tabular para o gráfico.

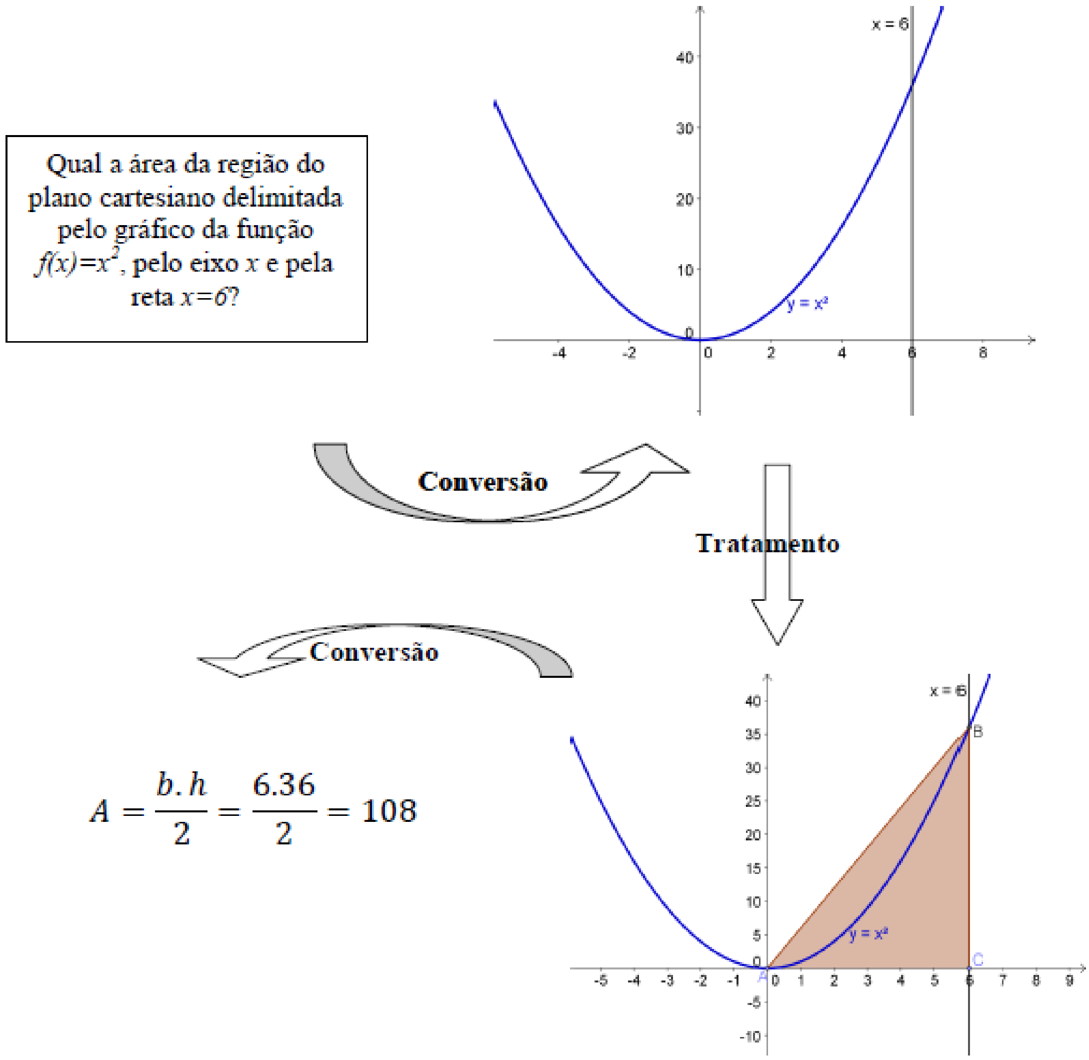


Figura 2: representando passagens de conversão e tratamento de registros de representação semiótica. Fonte: Dalto e Pazuch (2011)

Na figura 2, observam-se transformações dos dois tipos citados por Duval. Além das conversões entre língua natural e gráfico e entre gráfico e representação algébrica/simbólica, percebe-se ainda um exemplo de tratamento de registro gráfico. Os tratamentos são transformações de registros de representação em outros de mesmo sistema semiótico. Na figura 2, o registro gráfico da parte superior da figura sofreu uma transformação para outro registro gráfico.

Duval também fala sobre o desenvolvimento cognitivo, no qual nas conversões o raciocínio é outro totalmente diferente da representação inicial. Segundo o autor “os tratamentos não oferecem as mesmas possibilidades internas”.

O autor ainda conclui que “enfim, há distância cognitiva entre os conteúdos das duas representações de um mesmo objeto” (DUVAL, 2011 p.68).

Assim, ao haver uma distância de raciocínio de uma representação para outra Vertuan (2007), traz a ideia que alguns professores têm em sala de aula ao trabalharem com as conversões.

> Geralmente, em sala de aula, um sentido da conversão é privilegiado, como se ao trabalhar este sentido da conversão, automaticamente estaria se trabalhando a conversão no sentido contrário. Nesta perspectiva, desenhar num plano cartesiano uma função dada em seu registro algébrico apresentaria a mesma dificuldade e os mesmos custos cognitivos que a atividade de escrever a expressão algébrica de uma função a partir de sua representação no registro gráfico, ideia esta que, segundo a teoria dos Registros de Representação Semiótica, é falsa (VERTUAN,p.27, 2007).

Para Duval (2011) as representações semióticas estão totalmente ligadas a operações cognitivas do indivíduo, sendo assim a compreensão só será possível se houver os recursos utilizados com representação semiótica. Segundo este autor, cada transformação de representação, sejam figuras geométricas, cartesianas, tabelas, gráficos ou equações, cada uma recobre cada vez mais as unidades de sentido.

Duval (2011) também fala que para se ensinar matemática não se pode restringir a um único tipo de registro semiótico para um determinado objeto, pois a compreensão de um único tipo de registro relacionado ao objeto não significa que o aluno compreendeu o objeto. Além disso, para o autor há nas diversidades de representação semiótica um determinado modo de funcionamento, os quais são pontos cruciais para que haja a análise cognitiva das atividades matemáticas, no que se refere à compreensão e a incompreensão na aprendizagem.

Logo, pode-se distinguir e classificar as várias formas de representação no momento de se ensinar e aprender matemática, de acordo com o que está sendo estudado.

> Distinguir e classificar os tipos de representação semiótica utilizados na matemática é a primeira etapa para elaborar uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas (DUVAL, 2011 p.68).

Assim, as noções de vários tipos de representações são para Duval essenciais para a compreensão dos objetos matemáticos. Para funções, por exemplo, existem vários tipos de representações: como a representação algébrica, f(x) = x, representação linguística como “função linear” e a representação gráfica da mesma. É essencial que o aluno tenha noção que todos esses tipos de representação estão se tratando de um mesmo objeto matemático. Para Duval (2011) é preciso que o aluno aprenda mais de um tipo de representação para saber que está se tratando de um único objeto, mas de várias maneiras. É necessário também que o aluno seja capaz de operar com conversões entre uma e outra representação. É a partir disto que o aluno será capaz de diferenciar o objeto de sua representação.

1.2. Alguns apontamentos sobre função de primeiro grau

No livro “Conceitos fundamentais da Matemática” Caraça (1951) fala um pouco sobre a história dos mais variados conteúdos de matemática. O autor, ao começar a falar sobre função, fala da necessidade que o homem foi desenvolvendo de não apenas conhecer, mas prever fenômenos e que quanto maior e mais precisa for essa previsão, maior seria o domínio do homem sobre a Natureza. Pois sabendo prever, há a possibilidade de melhor se defender. O autor fala também que a ciência de maneira alguma irá fornecer algo que descreva perfeitamente a realidade, mas tem o papel de fazer interpretações e previsões.

Para o autor, esses acordos duram enquanto tiverem dando resultado, e que em nenhum momento o homem deve achar que chegou a seu patamar máximo, pois a partir do momento que esses dados se tornarem insuficientes terão de ser substituídos por novos quadros que façam uma nova interpretação da realidade. Nesse livro o autor cita o crescimento de uma planta, no qual dependerá do solo, do clima do tempo, de como será regada [...]. O autor tem por objetivo mostrar a dependência, e fala sobre o fato de cada coisa estar relacionada com outra coisa.

O autor fala sobre noções primitivas de isolamento, noções de leis, de variáveis, noção de função e por fim o autor define função como:

> Definição - Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números: diz-se que y é função de x e escreve y=f(x). Se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \to y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. (CARAÇA, p.129. 1951).

Segundo Camelo (2013), a representação da lei pode ser dada também por meio do plano cartesiano. Para ela, além dos conceitos já apresentados, o aluno teria que ter noção de par ordenado, produto cartesiano e plano cartesiano.

> Dados dois números reais x e y, o par ordenado destes números reais, denotado por (x;y), é formado quando se escolhe x para ser a primeira coordenada e, consequentemente, y para ser a segunda. Os pares ordenados (x1;y1) e (x2;y2) são iguais se, e somente se, x1 = x2 e y1 = y2. (CAMELO, p.18 2013).

As Orientações Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006) dedicam quase duas páginas falando de função do primeiro grau, também conhecida como função afim. Segundo as Orientações, ao falar de função afim, o documento fala que: “também são interessantes provocar os alunos para que apresentem outras relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam relações, registrando os de crescimento e decrescimento” (BRASIL, 2006, p.72). As Orientações ainda falam que “é conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, f(x) = 2x + 3, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades”. As Orientações, ao falar de conversão, citam mais a forma algébrica e a forma gráfica:

> Para o estudo das funções, das equações e das desigualdades da geometria analítica (retas, círculos, cônicas, superfícies), tem-se uma grande variedade de programa de expressão [...]. Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto solução de uma equação – inequação. (BRASÍL, p.89, 2006)

De acordo com as orientações curriculares, as habilidades a serem desenvolvidas com o trabalho com funções seriam:

> Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática; compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana; associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes; ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas; identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis (BRASIL, 2002, p. 122-123).

Percebe-se, na citação anterior, a grande importância dada pelo documento à linguagem algébrica. A esse respeito, Ponte (1992) afirma que as dificuldades dos estudantes relacionadas ao pensamento abstrato, quando ingressam no ensino secundário, fazem com que apresentem problemas em lidar com gráficos no sistema de coordenadas cartesianas e expressões algébricas de funções. Para enfrentar essa situação, o autor sugere que o ensino desse conteúdo necessita de uma articulação das três mais importantes formas de representar funções: a numérica (que pode ser considerada como uma tabela contendo alguns pares ordenados que pertencem à função), a gráfica e a algébrica. Para Ponte (1992), construir e analisar tabelas com valores numéricos de funções pode fazer com que muitas das dificuldades que os estudantes enfrentam, advindas da utilização predominante de elementos algébricos abstratos, possam ser superadas.

Almeida e Dullius (2013), ao falar em registros de representação semiótica da função afim, apresentam a seguinte figura:

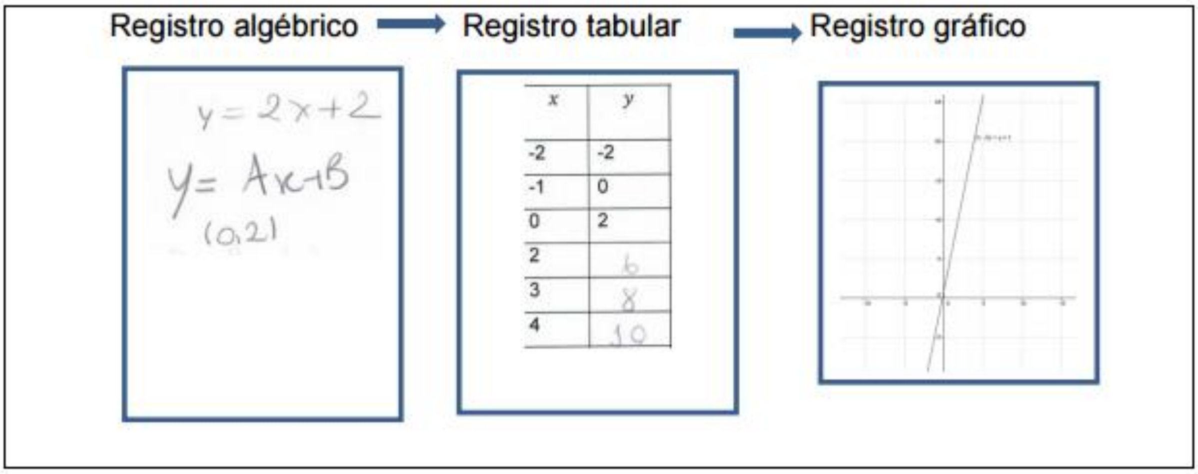


Figura 3: Registro de Representações da função afim.
Fonte: Almeida e Dullius (2013)

No artigo a proposta das autoras é de trabalhar as representações com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio e a figura 3 apresentada é a resolução de um dos alunos.

A função afim foi escolhida pelo fato de ser a primeira função trabalhada no Ensino Médio e, portanto, supõe-se que todos os alunos ao chegarem ao Ensino Superior já tenham trabalhado esse conteúdo. Também tem-se a possibilidade de poder trabalhar todas as representações (Língua natural, algébrica, tabular e gráfica). E por fim poder observar os tratamentos e as conversões de registros de representação.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo será apresentada a metodologia adotada para chegar ao objetivo do trabalho. Para alcançar os objetivos desta investigação, a metodologia de pesquisa adotada neste trabalho é a qualitativa. Segundo Garnica (2004 p. 77) a metodologia qualitativa de pesquisa em educação matemática é uma abordagem bastante recente e algumas vezes ainda “vista com reservas pela comunidade”. Porém essa metodologia tem, segundo este autor, uma ampla “pretensão de construir-se em documento a ser apreciado” para que a “comunidade reflita sobre ele e percebam sua viabilidade” (GARNICA, 2004 p.77).

A concepção de Garnica (2004 p. 86) sobre o adjetivo “qualitativa” está entre as pesquisas que reconhecem:

> (a)Transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue de desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configurados; (e) a impossibilidade estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p.86).

Assim, segundo essa concepção, o autor afirma que optar por essa metodologia é inscrever-se em um determinado modelo específico, onde se percebe as limitações e vantagens, então a partir daí (re)configura os modos de agir. Logo não se trata apenas de coletas de dados e nem fazer críticas aos possíveis registros, mas trata de entender a versão sem desprestigiar os dados oficiais.

Ao trabalhar funções com os alunos que ingressaram recentemente na faculdade, deve-se facilmente ocorrer à concepção de quais os tipos de representação lhes foram ensinados. O conteúdo de função envolve vários registros de representação e a coordenação entre eles, propiciando várias conversões e/ou tratamentos quando lidamos com eles. Este trabalho pretende debruçar-se nos registros de representação utilizados pelos alunos a fim de obter informações sobre o conceito de função, a forma como mobilizam os registros, as dificuldades apresentadas.

Como instrumento de coleta de dados, utilizaremos um teste escrito composto de questões abertas ou discursivas. Entende-se por questões abertas ou discursivas aquelas que não apresentam alternativas de resposta para sua resolução. Para respondê-las, o estudante deve compreender a questão e utilizar registros de representação para comunicar suas ideias. O teste escrito foi aplicado aos alunos ingressantes no segundo semestre de 2015 no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná da cidade de Cornélio Procópio. O teste foi aplicado em horário de aula, com duração de 50 minutos. Antes da análise das questões será feita a classificação do número de pessoas que acertaram as que erraram e as que deixaram em branco e as que escreveram algo justificando sua resposta (ou a falta dela).

O teste escrito foi aplicado para 27 alunos, porém foram considerados para este trabalho apenas 22. Foram excluído das análises um teste escrito de um aluno do 4° período do curso que respondeu as questões por fazer parte daquela turma, e outros quatro testes pelo fato de os alunos terem se comunicado entre si durante a realização do teste, o que não garante que os registros dos mesmos sejam inteiramente de autoria própria.

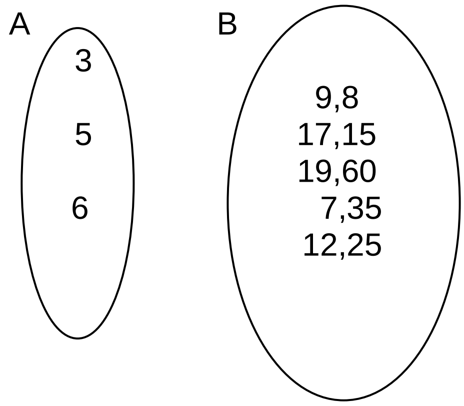
2.1 O teste escrito

As questões que fizeram parte da prova aplicada aos alunos foram de autoria própria junto com o Professor Orientador do presente Trabalho de Conclusão de Curso. Seguem abaixo as questões e suas respectivas justificativas referentes a avaliação diagnóstica aplicada para os alunos ingressantes do Curso de Licenciatura em Matemática.

1) Na cidade de Curitiba, o custo de uma corrida de taxi é determinado por uma quantia fixa de R$ 4,90 (chamada de bandeirada) mais R$ 2,45 por quilômetro rodado. Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de: a) 1 Km b) 2 Km c) 8 Km d) *x* Km
Justificativa: Nessa questão a intenção é fazer com que o aluno retome o conceito algébrico e o conceito de generalizar a função, além de realizar uma conversão do RRS em língua natural para o numérico e algébrico.

Quadro 1 - Questão 1. (A,B,C,D)
Fonte: Autor

e) Utilize setas para ligar os elementos do conjunto A com os elementos do conjunto B, no qual o conjunto A seja a (distância percorrida) e o conjunto B (custo da corrida).



Justificativa: Essa questão tem o intuído de se trabalhar o registro algébrico e de conjunto simultaneamente.

Quadro 2 - Questão 1. (e)
Fonte: Autor

f) Sendo *d* a distância percorrida pelo taxi e V(d) o valor a ser pago por uma corrida de *d* km, escreva a expressão que relaciona estas duas variáveis.

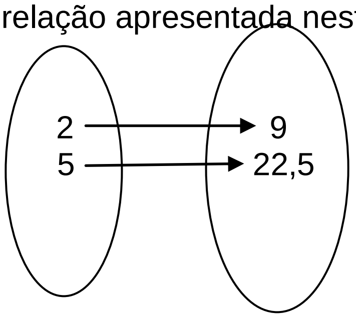
Justificativa: Essa questão pretende fazer com que o aluno enxergue que *d* é a variável independente e V(d) é a variável dependente referente à questão e montasse uma nova função.

Quadro 3- Questão 1. (f)
Fonte: Autor

g) Faça o gráfico cartesiano que represente a função do item f.

Justificativa: O intuito dessa questão é fazer com que o aluno a partir da função montada faça uma tabela e construa o gráfico da função montada por ele no item acima.

Quadro 4- Questão 1. (g)
Fonte: Autor

h) Suponha que os elementos do conjunto A (distância percorrida) estejam relacionados aos elementos do conjunto B (custo da corrida) a partir do diagrama de flechas abaixo. Sendo *d* a distância percorrida pelo taxi e V(d) o valor a ser pago por uma corrida de *d* km, escreva a expressão que representa a relação apresentada neste diagrama: 
Justificativa: Essa questão pretende fazer com que o aluno faça a conversão do registro de conjuntos para o registro algébrico.

Quadro 5- Questão 1. (h)
Fonte: Autor

i) Faça o gráfico da situação apresentada no item h.
Justificativa: A questão tem o intuito de fixar a maneira com que se constrói um gráfico da função afim, o que o aluno já havia feito na questão g. Porém aqui ele poderia perceber algum erro e corrigir tanto o gráfico representado na letra g como não repetir o erro nessa questão.

Quadro 6- Questão 1. (i)
Fonte: Autor

2) Um veículo, que sai do quilômetro 40 de uma rodovia, tem velocidade constante. Após uma hora de viagem, o veículo localiza-se no quilômetro 130 da rodovia. Considerando t o tempo, medido em horas, e *l* a localização do veículo na rodovia, a) Escreva a expressão que relaciona estas duas variáveis.
Justificativa: Essa questão pretende fazer com que o aluno faça a conversão do registro da linguagem natural para a linguagem algébrica.

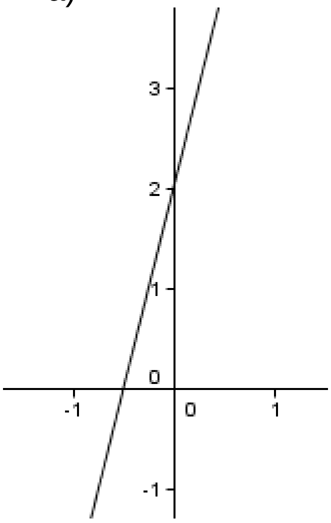
Quadro 7- Questão 2. (a)
Fonte: Autor

b) Faça o gráfico da função definida no item a.
Justificativa: Essa questão tem como objetivo retomar o conceito de gráfico, no qual o aluno converta a linguagem algébrica e se ele achar necessário passar para uma tabular até que por fim passe para o registro gráfico.

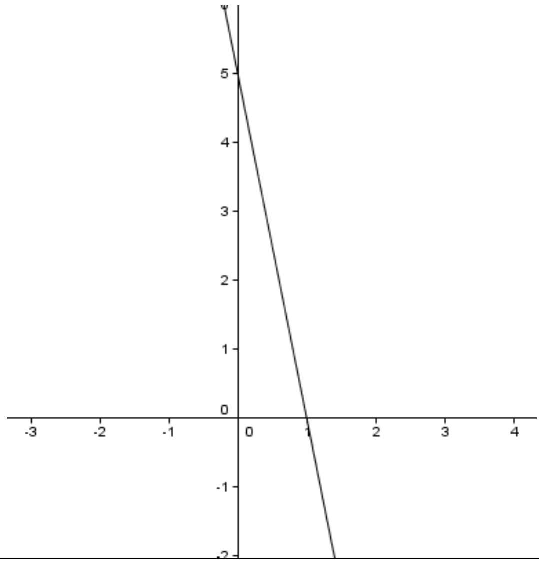
Quadro 8- Questão 2. (b)
Fonte: Autor

3) A partir dos gráficos abaixo, construa a função que os representa.

a)



B)



Justificativa: Essas duas questões buscam retomar o conceito algébrico a partir do gráfico, ou seja, fazer a conversão do gráfico para o registro algébrico.

Quadro 9- Questão 3. (a,b)
Fonte: Autor

3. ANÁLISE DAS QUESTÕES APLICADAS AOS INGRESSANTES NO ENSINO SUPERIOR

Esse Capítulo está destinado a descrever as análises das respostas das questões que compunham o teste escrito que foi aplicado para os alunos que cursam o primeiro semestre no curso Superior de Licenciatura em Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná no Campus de Cornélio Procópio no ano de 2015.

A tabela 1 apresentada a seguir trata dos resultados da correção inicial das questões do teste que foi aplicado. A correção das questões foi feita de modo a classificá-las em totalmente corretas (código 2). Parcialmente corretas (código 1), incorretas ou em branco (código 0).

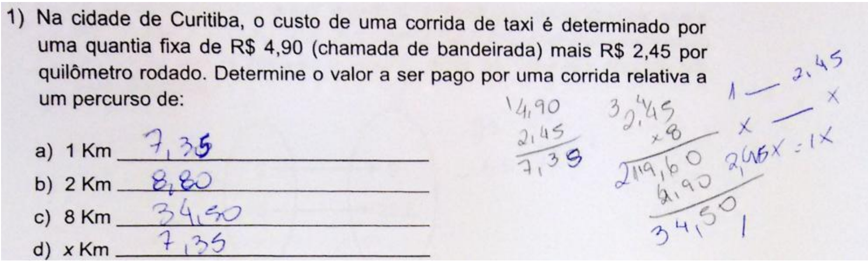
Tabela 1- Resultados das Correções

Questão	Incorretas (Código 0)		Parcialmente corretas (código 1)		Corretas (Código 2)	
	n	%	*N*	%	*n*	%
1ª	**0**	0,0	**0**	0,0	**22**	100
1b	**3**	13,6	**0**	0,0	**19**	86,4
1c	**10**	45,5	**0**	0,0	**12**	54,5
1d	**11**	50,0	**0**	0,0	**11**	50
1e	**0**	0,0	**2**	9,1	**20**	90,9
1f	**2**	9,1	**13**	59,1	**7**	31,8
1g	**21**	95,5	**1**	4,5	**0**	0,0
1h	**21**	95,5	**1**	4,5	**0**	0,0
1i	**11**	50,0	**8**	36,4	**3**	13,7
2ª	**21**	95,5	**0**	0,0	**1**	4,5
2b	**19**	86,4	**3**	13,4	**0**	0,0
3ª	**21**	95,5	**1**	4,5	**0**	0,0
3b	**21**	95,5	**0**	0,0	**1**	4,5

Fonte: Autor

Para as análises da primeira questão, foram separadas as questões em três grupos, sendo eles separados com questões totalmente corretas, parcialmente corretas e incorretas ou em branco. As questões selecionadas foram do grupo das parcialmente corretas e do grupo das questões incorretas. Sendo consideradas parcialmente correta os alunos que acertaram pelo menos a representação generalizada da função. Lembrando que aqui serão consideradas as questões referentes as letras a, b, c, d. Essa opção foi proposta pelo fato de haver inúmeras provas e os resultados delas serem bem parecidos, então optou-se por selecionar apenas duas respostas de casa questão.

Figura 4 – Resolução do aluno A1



1) Na cidade de Curitiba, o custo de uma corrida de taxi é determinado por uma quantia fixa de R$ 4,90 (chamada de bandeirada) mais R$ 2,45 por quilômetro rodado. Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de:

a) 1 Km 7,35

b) 2 Km 8,80

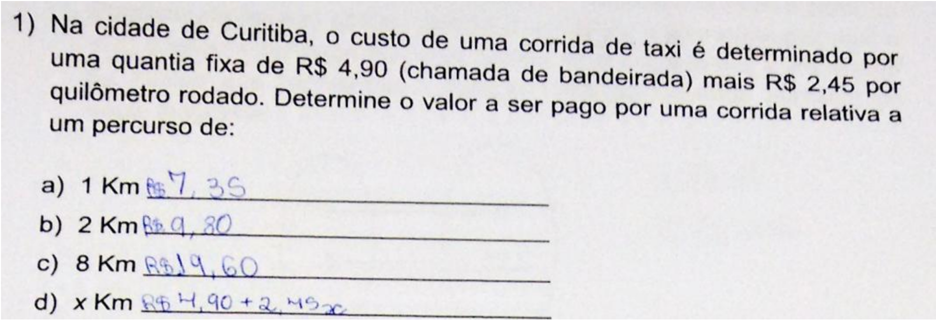
c) 8 Km 34,50

d) *x* Km 7,35

Fonte: Dados da pesquisa

Essa questão faz parte do grupo de respostas que tem como características dos que não conseguiram fazer a conversão da passagem da linguagem natural para a algébrica. Na letra *a* acredita-se, pela conta feita pelo aluno, que ele somou os dois números que havia na questão ou multiplicou pelo número um e não achou necessidade de mostrar nos cálculos. Na letra *b* e *c,* já podemos observar que há dificuldade na conversão, pois apesar de apresentar cálculo na letra *c* os resultados estão incorretos, fazendo assim pensar que o aluno não conseguiu obter a linguagem algébrica que representava a função. E por fim na letra *d* podemos ver que há realmente dificuldade, pois o aluno não conseguiu generalizar a função em representação algébrica.

FIGURA 5– Resolução do aluno A2


1) Na cidade de Curitiba, o custo de uma corrida de taxi é determinado por uma quantia fixa de R$ 4,90 (chamada de bandeirada) mais R$ 2,45 por quilômetro rodado. Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de:

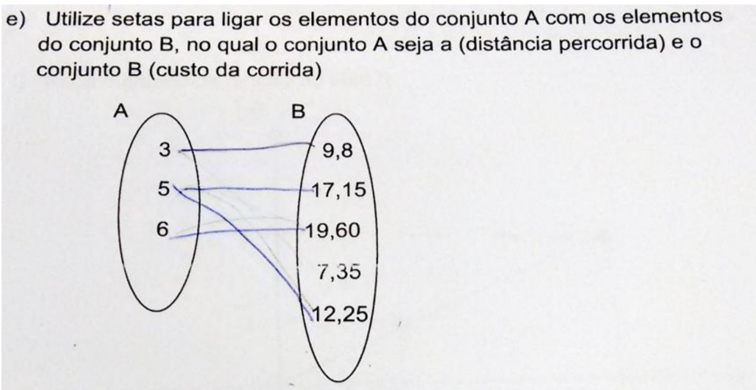
a) 1 Km R$ 7,35
b) 2 Km R$ 9,80
c) 8 Km R$ 19,60
d) *x* Km R$ 4,90 + 2,45x

Fonte: Dados da pesquisa

A figura 5 apresenta a resolução de parte da questão 1, que faz parte do grupo daqueles que acertaram a conversão da passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e conseguiram generalizar a questão, porém não estão totalmente corretas. Na letra *a*, *b* e *d*, o aluno não mostra ter tido dificuldade, mas na letra *c* mostra que o aluno se perdeu nas contas ou ele ainda não havia percebido a regra geral que estava acontecendo, pois se multiplicar 2,45 por 8 tem se a reposta feita pelo aluno. Entretanto, o aluno não somou os 4,90 fixo, talvez por distração ou esquecimento.

As resoluções da questão 1*e* foram separadas em dois grupos: as totalmente corretas e as parcialmente corretas. Apresentamos, aqui, uma questão do grupo de parcialmente correta e uma do grupo totalmente correta, uma vez que os erros cometidos foram semelhantes.

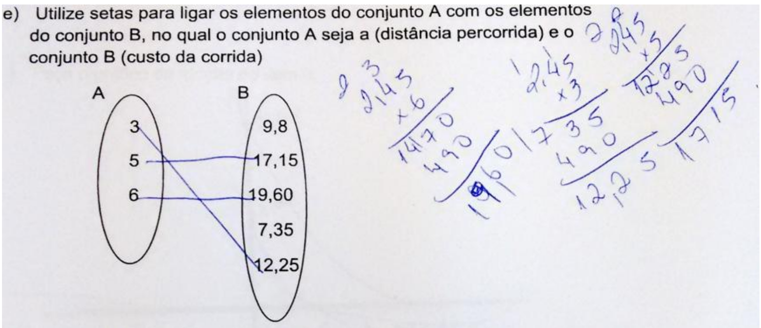
FIGURA 6– Resolução do aluno A3



Fonte: Dados da pesquisa

A figura 6 mostra que o aluno teve dificuldade em lembrar do conceito de função, pois acabou relacionando o elemento 5 do conjunto A com dois elementos do conjunto B. Além disso, de acordo com a lei da função, as respostas referentes ao 5 e o 3 do domínio estão incorretas. Isso mostra que o aluno tem dificuldades na conversão de registros de representação da linguagem natural para o registro de representação em forma de conjuntos.

Figura 7– Resolução do aluno A4

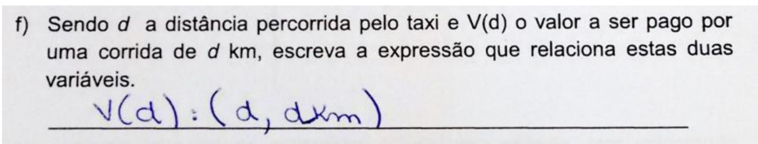


Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 7, embora faça parte do grupo das que acertaram totalmente, pelos registros de cálculos feitos pelo aluno, pode-se inferir que o mesmo não utilizou a representação algébrica obtida no item *d* para chegar a resposta correta. Contudo, o aluno conseguiu converter o RRS da linguagem natural para o RRS em forma de conjuntos.

As respostas dos alunos dadas à questão 1*f* foram separadas em três grupos sendo um deles o grupo das totalmente corretas, o das parcialmente corretas e o das incorretas e em branco. As incorretas foram separadas em dois grupos: as questões nas quais os alunos colocaram a resposta em forma de par ordenado e o outro grupo que apresentava outras respostas. Optou-se por separar as questões assim pelo grande número de alunos que colocaram as respostas em forma de par ordenado. A figura 5 ilustra um exemplo de resposta em forma de par ordenado.

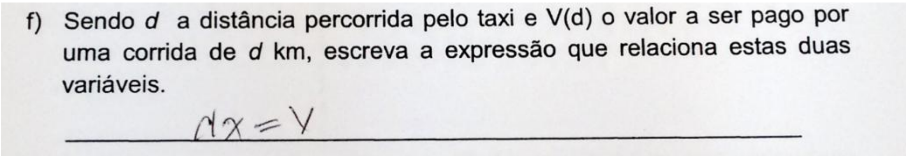
Figura 8– Resolução do aluno A5



Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se observar nessa figura que o aluno não conseguiu converter da linguagem natural para uma generalização na forma algébrica, observa-se que ele tentou colocar a variável em forma de par ordenado.

Figura 9– Resolução do aluno A6


f) Sendo *d* a distância percorrida pelo taxi e V(d) o valor a ser pago por uma corrida de *d* km, escreva a expressão que relaciona estas duas variáveis.

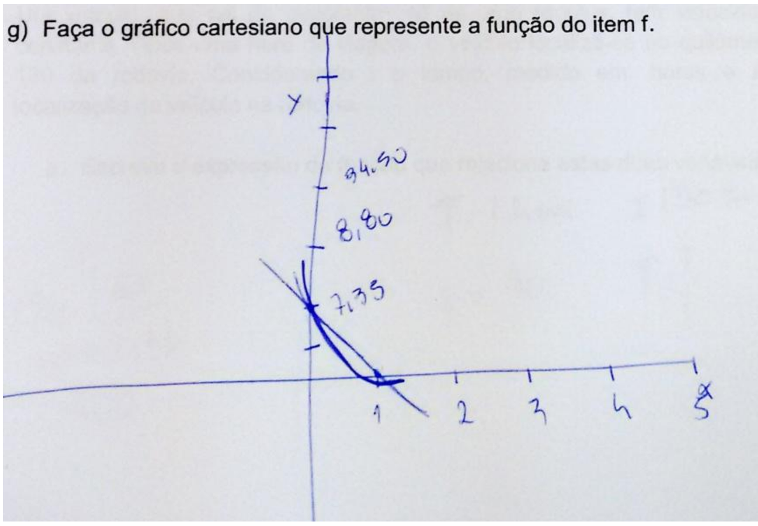
dx = V

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos, pela Figura 9, que o aluno não conseguiu sair da linguagem natural para uma generalização na forma algébrica, apesar de tentar relacionar as duas variáveis apresentadas no enunciado da questão.

As resoluções da questão *1g* foram separadas em incorreta ou em branco e parcialmente correta, uma vez que não houve questão totalmente correta. A figura 7 mostra uma das resoluções do grupo das totalmente incorretas.

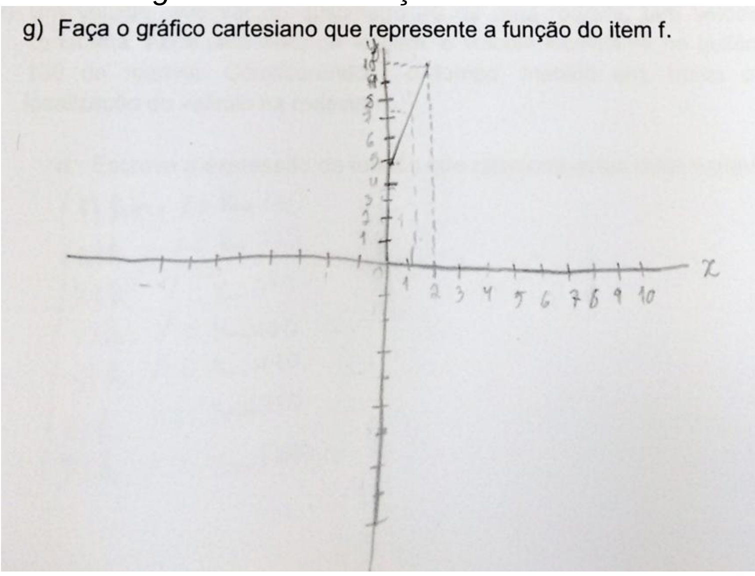
Figura 10 – Resolução do aluno A7



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que o aluno estava em dúvida quanto a representação gráfica da função afim, pois ele começa tentando fazer algo que não é uma reta, e então ele faz uma reta por cima do registro já começado. Porém a passagem de um registro algébrico para o tabular ainda está incorreta.

Figura 11 – Resolução do aluno A8

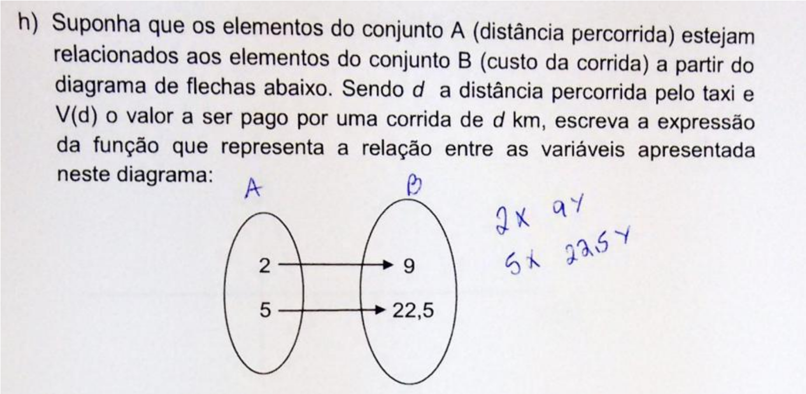


Fonte: Dados da pesquisa

A figura 11 mostra a única resolução da questão que foi considerada parcialmente correta. Nessa questão, o aluno apresenta parte do gráfico que era para ser representado. Assim, percebe-se que o aluno compreendeu parte da questão mas ainda há defasagem sobre as propriedades de função afim.

As resoluções da questão 1*h* foram divididas em dois grupos: incorretas e em branco. As incorretas foram separadas em grupos que apresentavam respostas em forma de par ordenado e as que não estavam em forma de par ordenado. Optou-se por essa escolha pelo grande número de alunos que colocaram a resposta em forma de par ordenado.

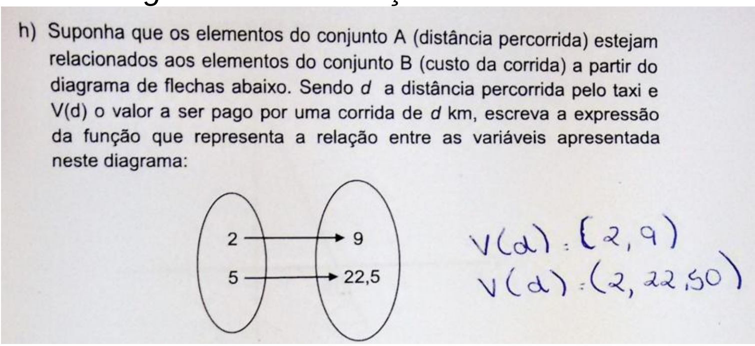
Figura 12 – Resolução do aluno A9


h) Suponha que os elementos do conjunto A (distância percorrida) estejam relacionados aos elementos do conjunto B (custo da corrida) a partir do diagrama de flechas abaixo. Sendo *d* a distância percorrida pelo taxi e V(d) o valor a ser pago por uma corrida de *d* km, escreva a expressão da função que representa a relação entre as variáveis apresentada neste diagrama:

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 12 podemos observar que o aluno compreendeu que o conjunto A é o conjunto de partida e o conjunto B o conjunto de chegada, porém ele não escreveu a função que a questão estava pedindo, o que mostra que apresenta dificuldades na conversão de RRS em forma de conjuntos para o algébrico.

Figura 13 – Resolução do aluno A10

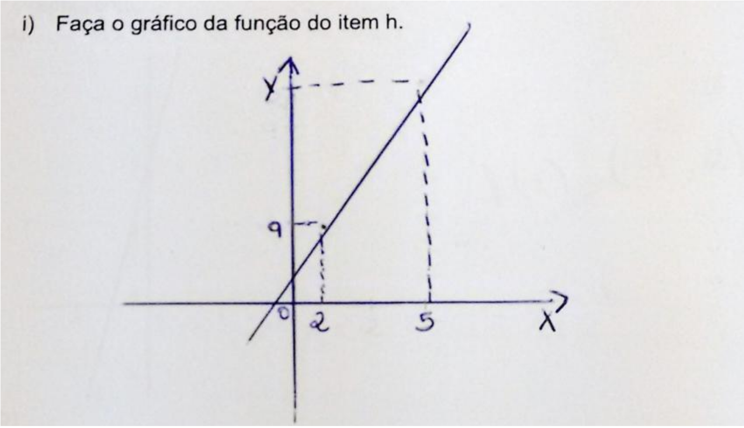

h) Suponha que os elementos do conjunto A (distância percorrida) estejam relacionados aos elementos do conjunto B (custo da corrida) a partir do diagrama de flechas abaixo. Sendo *d* a distância percorrida pelo taxi e V(d) o valor a ser pago por uma corrida de *d* km, escreva a expressão da função que representa a relação entre as variáveis apresentada neste diagrama:

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 13, observa-se que o aluno não conseguiu sair da representação em forma de conjuntos para a representação algébrica, e escreveu a resposta como sendo par ordenado.

As resoluções da questão *1i* foram separadas em grupos de questões incorretas, em branco e parcialmente corretas. A figura 11 é uma das classificadas como parcialmente corretas.

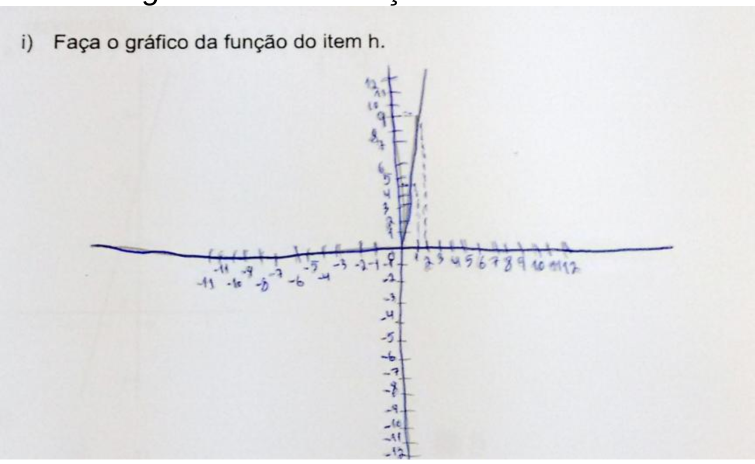
Figura 14 – Resolução do aluno A 11



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão pode-se observar que o aluno entendeu o que era para ser feito passando da representação algébrica feita por ele no item h para a representação gráfica, porém observa-se que o aluno ainda tem dificuldade em compreender as propriedades da função de primeiro grau pois ele não associou o número 22,5 do contradomínio com o 5 do domínio. Além disso, não indicou o valor da ordenada no qual o gráfico intercepta o eixo *y.*

Figura 15 – Resolução do aluno A12

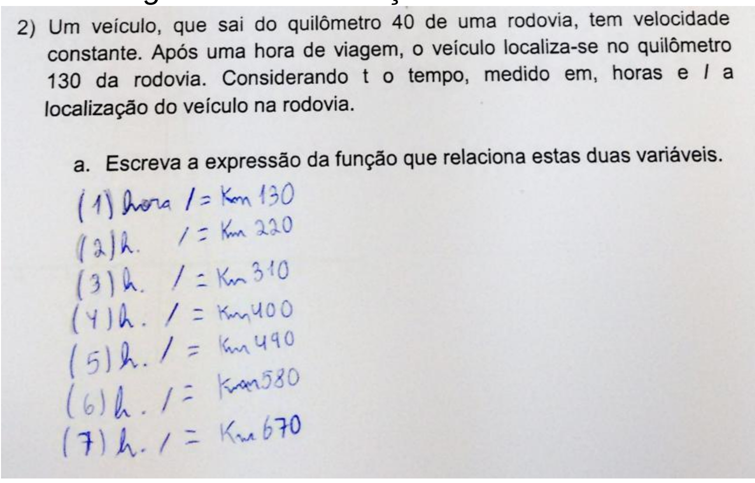


Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 15, observa-se que o aluno compreendeu parcialmente a questão, pois ele tentou fazer o gráfico e ligar os pontos, porém o fez de forma incorreta e ainda observa-se que há defasagem quanto as propriedades do gráfico da função pois quando chega na origem, a reta termina. Esta resolução faz parte do grupo das questões incorretas.

As resoluções da questão de *2a* foram separadas em dois grupos sendo eles o de questões corretas (era composto por uma única resolução), e outro das incorretas e em branco. As incorretas foram separadas em dois grupos, os que tentaram fazer e os que justificaram o porquê não fizeram. Optou-se por separar assim pelo grande número de questões que foram justificadas.

Figura 16 – Resolução do aluno A13


2) Um veículo, que sai do quilômetro 40 de uma rodovia, tem velocidade constante. Após uma hora de viagem, o veículo localiza-se no quilômetro 130 da rodovia. Considerando t o tempo, medido em, horas e *l* a localização do veículo na rodovia.

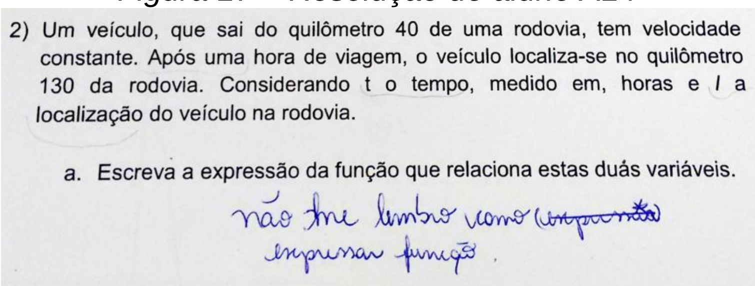
a. Escreva a expressão da função que relaciona estas duas variáveis.

(1) hora / = Km 130
(2) h. / = Km 220
(3) h. / = Km 310
(4) h. / = Km 400
(5) h. / = Km 490
(6) h. / = Km 580
(7) h. / = Km 670

Fonte: Dados da pesquisa

A figura 16 mostra que o aluno não conseguiu fazer a conversão de RRS da linguagem natural para a linguagem algébrica, mas ele entendeu parcialmente a questão e fez a relação entre a hora e a quilometragem, porém ele não generalizou como estava pedindo a questão, o que fez com que a questão fosse considerada como incorreta.

Figura 17 – Resolução do aluno A14


2) Um veículo, que sai do quilômetro 40 de uma rodovia, tem velocidade constante. Após uma hora de viagem, o veículo localiza-se no quilômetro 130 da rodovia. Considerando t o tempo, medido em, horas e *l* a localização do veículo na rodovia.

a. Escreva a expressão da função que relaciona estas duás variáveis.

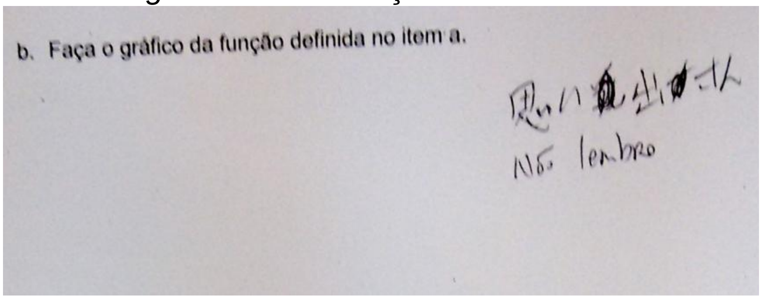
não me lembro como (~~[illegible]~~) expressar função.

Fonte: Dados da pesquisa

A resolução da questão apresentada na Figura 17, a aluna justifica sua resposta ou a falta dela. A justificativa da não resolução desta questão apareceu em várias outras produções dos alunos.

As resoluções da questão 2.*b* foram separadas em três grupos, sendo eles com questões em branco, incorretas e questões justificadas pelos alunos. Optou-se por separar, assim, as resoluções da questão pelo grande número de alunos que justificaram suas respostas para a questão.

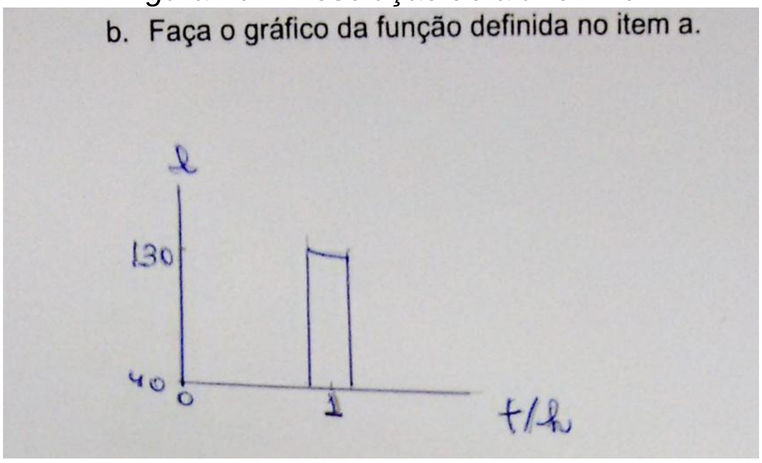
Figura 18 – Resolução do aluno A15



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão (Figura 18) o aluno tenta se justificar, e não há o que observar quanto a passagem da representação algébrica para a representação gráfica.

Figura 19 – Resolução do aluno A16

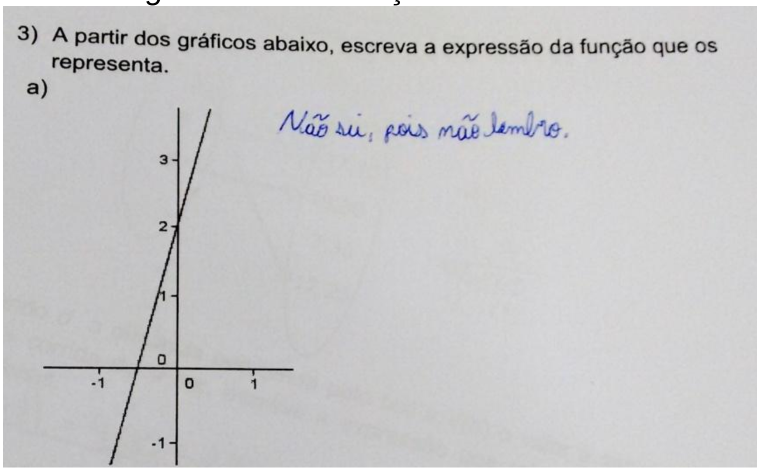


Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão (Figura 19), observa-se que o aluno compreendeu parcialmente a questão, pois ele fez um gráfico no qual os eixos estão um na função do outro, porém o aluno não compreendeu que se tratava de uma função de primeiro grau e que sua representação é uma reta não vertical. Pode-se inferir que, para esse aluno, gráficos são apenas aqueles utilizados para o tratamento de informações quantitativas, como o gráfico de colunas por ele apresentado.

As resoluções da questão 3.*a*, foram dividas em três grupos: resoluções incorretas, em branco e questões justificadas pelos alunos. Novamente optou-se por separá-las assim pelo fato de haver um grande número de alunos que justificaram sua resposta.

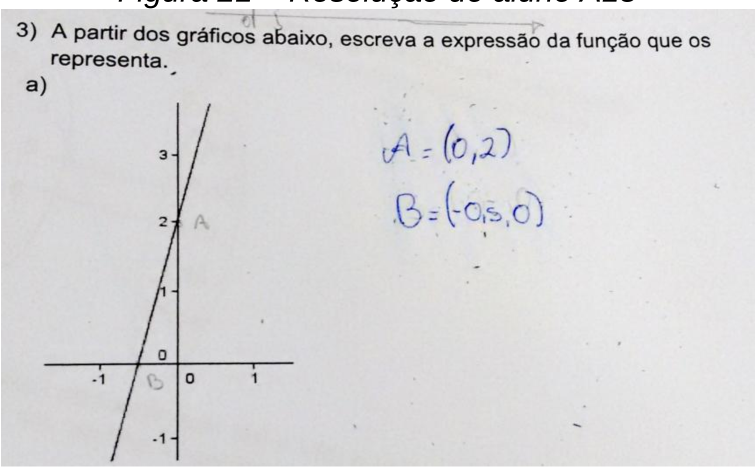
Figura 20 – Resolução do aluno A17



Fonte: Dados da pesquisa

Na questão apresentada na Figura 20 não há o que observar em relação a passagem da representação gráfica para a representação algébrica pois o aluno justificou sua falta de conhecimento dessa passagem. Portanto, a resposta está incorreta.

Figura 21 – Resolução do aluno A18

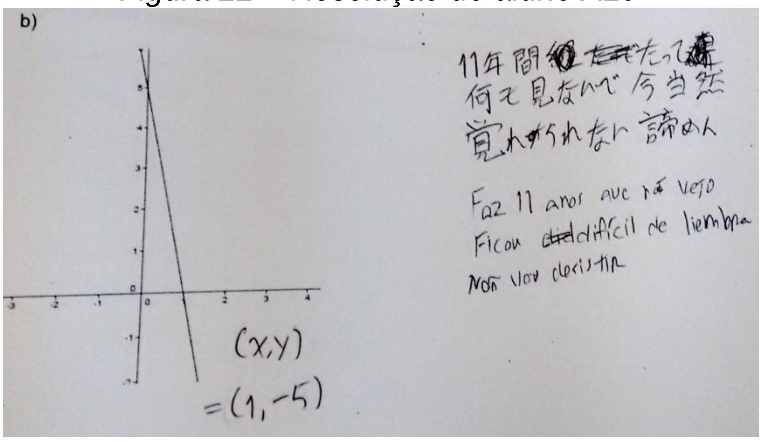


Fonte: Dados da pesquisa

A figura 21 mostra que o aluno não conseguiu fazer a passagem RRS gráfico para o RRS algébrico, mas o aluno foi capaz de perceber os pontos de intersecção do gráfico com os eixos cartesianos.

As resoluções da questão 3.*b* foram separadas em quatro grupos, em branco, incorreta, certa e justificada. Optou-se por pegar uma do grupo de questões incorretas e outra do grupo das questões justificadas, pois em branco e correta não havia muito que analisar.

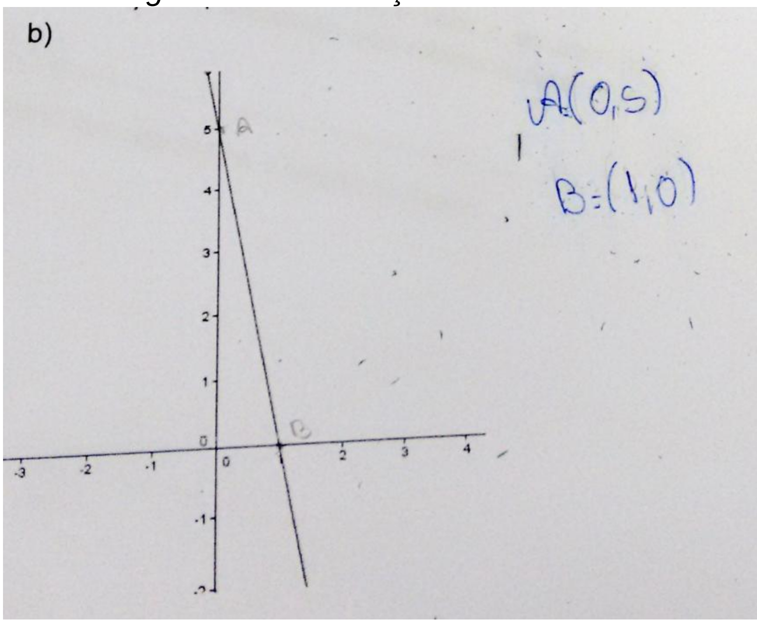
Figura 22 – Resolução do aluno A19



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão (Figura 22), observa-se que o aluno tentou começar a responder de um jeito incorreto pois ele começou a escrever par ordenado que também era um par ordenado incorreto. Entretanto a passagem do gráfico para a representação algébrica não foi feita sendo assim a questão está incorreta.

Figura 23 – Resolução do aluno A20



Fonte: Dados da questão

Nessa questão (Figura 23), observa-se que o aluno não fez a passagem da representação gráfica para a representação algébrica, mas escreveu os pontos onde a reta corta os eixos, em forma de par ordenado. Contudo a resposta está incorreta.

Diante dos resultados e análises apresentadas anteriormente, pode-se observar que ainda há dificuldades de conversão de RRS. Pela Tabela 1, observa-se que a menor dificuldade apresentada pelos alunos foi o tratamento de RRS e a conversão de RRS da linguagem natural para RRS em forma de conjunto.

Pode se perceber também que existe dificuldade de conversão para qualquer outro tipo de representação simbólica exceto para a numérica.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho de conclusão de Curso buscou em seus objetivos, analisar os registros de representação semiótica que os alunos ingressantes no Curso da Licenciatura em Matemática utilizam ao trabalharem com funções. E em especifico conhecer os Registros de Representação Semiótica utilizados pelos alunos ao resolverem questões discursivas ou abertas de matemática; identificar as conversões e tratamentos utilizados pelos alunos, verificar se há dificuldades apresentadas pelos alunos nos tratamentos e conversões de registros de representação semiótica. Após a realização do teste pode-se observar que os registros mais utilizados pelos alunos foram o da conversão da linguagem natural e da conversão da representação em forma de conjuntos para a conversão numérica.

Esse trabalho busca verificar se as dificuldades encontradas no Ensino Médio acompanham os alunos que ingressam no Ensino Superior. Uma das perguntas que esse trabalho busca responder é se essas dificuldades já foram superadas, se os alunos conseguem utilizar diferentes registros de representação de objetos matemáticos para comunicar suas ideias e quais são os registros de representação mais utilizados por eles.

Ao fazer a tabela de classificação e as análises, pode-se observar que os alunos ainda trazem dificuldades encontradas no Ensino Médio dificuldade essa que Duval (apud LOURENÇO; OLIVEIRA, 2014 p. 14) afirma que ocorre a partir do momento em que não há distinção entre o objeto e sua representação, acarretando assim dificuldades na compreensão de conteúdos, e que os alunos possuem mais facilidades quando se trata de transformações de RRS do mesmo tipo. Nesta pesquisa, verificou-se que a facilidade é maior quando os alunos fazem tratamentos. No que se refere à conversão de RRS, pode-se observar também que existe maior facilidade quando há conversão de RRS da língua natural para o RRS em forma de conjunto.

É importante destacar que o RRS mais utilizado – e o mais frequentemente correto – na resolução das questões pelos alunos foi o RRS numérico. Além disso, destaca-se a conversão do RRS da linguagem natural para o RRS em diagrama de conjuntos. Nesta situação, a utilização do RRS numérico era necessária, o que enfatiza ainda mais a importância destes tipos de registros para os alunos na resolução das questões.

Sobre isso, Gómez-Granell (1998, p.29) fala que “um dos problemas mais importantes que o ensino da matemática tem de enfrentar reside na enorme dificuldade que, para alunos, representa o domínio da linguagem matemática especificamente a álgebra”. O autor ainda fala que “A explicação mais generalizada é que isso se deve ao fato de que tradicionalmente o ensino de matemática [...] teve um caráter mais baseado na aplicação de regras que na compreensão do significado”. (GÓMEZ-GRANELL, 1998, p.29).

Segundo Duval (2012) é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. Segundo o autor só assim será possível a representação funcionar verdadeiramente como representação sendo assim ela dá acesso ao objeto representado.

Ainda sobre os resultados apresentados nesse trabalho Regina Maria Pavanello, diz que:

> As pessoas em geral e as crianças em particular têm um pensamento do tipo narrativo, orientado para a construção de fenômenos concretos, pessoais e intencionais, enquanto o pensamento matemático tem caráter paradigmático, que suprime intenções e motivações e baseia-se em representações abstratas e muito gerais (GÓMEZGRANELL, 1998, apud PAVANELLO 2007, p. 38).

Duval (2012) fala que “de fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos””. O autor ainda conclui dizendo que é preciso, portanto, dar representantes para que o objeto não seja confundido com sua representação.

Por se tratar de um trabalho de natureza qualitativa o trabalho não tem como objetivo fazer crítica, mas trata de entender a versão dos registros realizados pelos alunos sem desprestigiar os dados oficiais.

Ao comparar as considerações finais dos trabalhos de Lourenço e Oliveira (2014); Salgueiro e Saviolli (2014) podemos observar que há sim, dificuldades nas transformações de RRS. Contudo, os resultados de Salgueiro e Saviolli (2014) ao falar das dificuldades dos alunos do 2° ano do Ensino Médio concluíram que a maior parte delas era a que estava relacionada à conversão do registro gráfico para qualquer outro tipo de representação. Tal resultado não pode ser observado no presente trabalho devido a grande dificuldade apresentada pelos alunos,dificuldade essa que pode ser observada através do teste realizado, no qual os próprios alunos justificaram em algumas questões sua falta de lembrança do conteúdo de funções e até mesmo alguns falaram que não viram esse conteúdo, contudo vale ressaltar que no trabalho de Salgueiro e Saviolli (2014) foram feitas 6 aulas de 50 minutos, para que os autores apresentassem o resultado obtidos, enquanto o presente trabalho foi um teste realizados aos alunos ingressantes no Curso de Licenciatura em Matemática .

Assim pode-se observar também que ainda há dificuldades quanto ao conteúdo de funções e sobre essas dificuldades Duval (2013, apud, Freitas e Rezende, 2013) fala que, existem dificuldades de interpretação e de representação, e o autor ao falar dessas dificuldades de representação destaca que “as mais profundas eram aquelas relacionadas com as passagens entre língua natural e todas as designações e formulações simbólicas”. (DUVAL, 2013 apud, FREITAS e REZENDE, 2013 p.11).

Esse trabalho apresenta dados que contribui para o professor, que irá lecionar a matéria de funções, permitindo que esse professor possa tomar consciência de que alguns seus alunos por inúmeros motivos (alguns deles até descritos pelos próprios alunos), não chegaram ao Ensino Superior com o conceito função afim estruturado, o que pode também explicar a razão pela qual a disciplina tem um grande índice de reprovação, assim o professor pode ter consciência de que, alguns de seus alunos não têm os pré-requisitos básicos que em geral se espera de alunos ao ingressar no Ensino Superior.

Ao analisar os RRS feitos pelos alunos no teste aplicado para eles, pode-se perceber a dificuldade em saber diferenciar um objeto de sua representação, e verdadeiramente vê-se dificuldade na compreensão do objeto fazendo assim pensar novamente no papel do professor, no qual na maioria das vezes, ao apresentar a representação da função afim em forma de algébrica, já iniciam a aula dizendo que “aquilo” que está na lousa é a função de primeiro grau, onde na verdade não é, mas é sim uma das representações da função afim. E leva a pensar além, se o aluno acha que o fato dele saber a representação em forma algébrica ele sabe função de primeiro grau, isso acarretará dificuldade na hora de aprender outro conteúdo ou melhor dizendo outra representação, pois daí o aluno pode (e na maioria das vezes acham) achar que está trabalhando com algo que não tem nexo, uma coisa com a outra, onde na verdade está se tratando de um mesmo objeto.

REFERÊNCIAS

.
ALMEIDA, Dionara F. e DULLIUS, Maria. **Representações Matemáticas nos Processos de Ensino e de Aprendizagem da Função Afim Com uso do Software Geogebra** Rev. ARETÉ. Manaus, v. 6 | n. 11 | p.137-148 jul-dez, 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **PCN+:** Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

CAMELO, Soraya M. **Estudo de Função Afim Através da Modelagem Matemática**. 2013 49 f.(Dissertação de Mestrado) – Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande, 2013.

Caraça. Bento J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Composto e impressa na Tipografia Matemática: LISBOA, 1951.

Damm, Regina Flemming. et.al. **Educação Matemática Uma Introdução**. Editora da PUC-sp. Série trilhas. São Paulo: EDUC, 2012.

DALTO, Jader. O. e PAZUCH, Vinicius. **O Conceito de Integral Definida como Área:**
Relato de Uma Experiência em um Curso Semipresencial disponível em: <https://app.box.com> acesso: 02 mai, 2015.

DELGADO, Carlos. J. B. **O Ensino da Função Afim a Partir dos Registros de Representação Semiótica.** 2010.153 f. (Dissertação de mestrado) – Universidade Grande Rio. Duque de cachias, 2010.

DUVAL, Raymond. **Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma.** PROEM EDITORA. 1ª EDIÇÃO. SÃO PAULO, 2011.

DUVAL, Raymond. **Registros De Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo Do Pensamento.** Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Silvia D. A. **Aprendizagem em Matemática:** Registros de Representação Semiótica. Campinas: Editora Papirus, 2003, p.11-34.

FREITAS, José L. M. e REZENDE, Veridiana. **Entrevista: Raymond Duval e a Teoria Dos Registros de Representação Semiótica.** RPEM, Campo Mourão, PR, v.2, n.3, jul-dez, 2013.

FLORES, Claudia Regina. **Registros de Representação Semiótica em Matemática: História, Epistemologia, Aprendizagem**. Boletim de Educação Matemática, vol. 19, núm. 26, 2006, pp. 1-22: Rio Claro, 2006.
Garnica, Antonio Vicente Marafioti. Et.al. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntico, 2004.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. **Rumo A Uma Epstemologia Do Conhecimento Escolar : Caso Da Educação Matemática**. IMIPAE,Prefeitura de Barcelona

LEFEBVRE, Muriel. **Écritures et Espace de Médiation**. 2001. 221 f. (Tese de doutorado). Université Louis Pasteur – Strasbourg I.2001.

LOURENÇO, Edrei. H. e OLIVEIRA, Paulo. C. **O Conceito De Função Na Produção Acadêmica Da PUC/SP Via Registros De Representação Semiótica** São Paulo, v.16, n.2, pp. 369-383, 2014**.**

Pavanello, Regina. M. **De Linguagem, Matemática E Construção Do Conhecimento: Algumas : Reflexões Para A Prática Educativa** Acta Sci. Human Soc. Sci. Maringá, v. 29, n. 1, p. 77-82, 2007

PONTE, João. P. The History of the Concept of Function and Some Educational Implications. **The Mathematics Educator.** v. 2, n. 3, p. 3-11, 1992.

SALGUEIRO, Nilton. C. G. e SAVIOLI, Angela. M. P. D. **Registros De Representação Semiótica De Funções: Análise De Produções Escritas De Estudantes De Ensino Médio.** VIDYA, v. 34, n. 2, p. 47-60, jul./dez., 2014 - Santa Maria, 2014.

VERTUAN, Rodolfo. E. **Um Olhar Sobre a Modelagem Matemática À Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2007 54 f.(Dissertação de mestrado) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2007.

.