

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

HELEN CARLA DANCINI

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS:  
ALGUNS APONTAMENTOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2018

HELEN CARLA DANCINI

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS:  
ALGUNS APONTAMENTOS**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2018



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Câmpus Cornélio Procópio  
Diretoria de Graduação  
Departamento de Matemática  
Curso de Licenciatura em Matemática



---

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Jader Otávio Dalto  
(Orientador)

---

Prof. Alisson de Carvalho Reinol

---

Prof. Mauro Antonio de Moraes

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus e aos meus pais.

Ao meu orientador Prof. Dr. Jader Dalto.

Agradeço aos professores Mauro Antônio de Moraes e Alisson de Carvalho Reinol pela gentileza em aceitarem o convite para compor a banca de avaliação deste trabalho.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

## RESUMO

DANCINI, Helen Carla. **Resolução de Problemas e análise de livros didáticos**: alguns apontamentos. 2018. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

Neste trabalho apresentamos um estudo realizado nos documentos oficiais com a finalidade de analisar de que forma a Resolução de Problemas é tratada em tais documentos. Além disso, são feitas algumas considerações sobre a Resolução de Problemas e sobre a Resolução de Problemas como metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática, tendo como base os estudos desenvolvidos na área. Quanto ao capítulo do livro didático, foi feito um breve histórico a respeito do mesmo, além de um estudo de programas públicos de distribuição de livros - PNLD, e sua importância nas salas de aula. Para a análise do capítulo de funções do livro didático, foi selecionada uma matriz de análise, com isso foi feita a análise do capítulo do livro e do manual do professor de acordo com os documentos oficiais e a Resolução de Problemas como metodologia. Como resultado, constatamos que o livro didático analisado em relação ao conteúdo de funções é adequado em relação à Resolução de Problemas.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Livro didático. Ensino de matemática. Documentos Oficiais.

## ABSTRACT

DANCINI, Helen. Problem Solving and analysis of textbooks: some notes. 2018. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

In this work we present a study carried out in the official documents with the purpose of analyzing how the Resolution of Problems is treated in such documents. In addition, some considerations are made on Problem Solving, and on Problem Solving as Teaching-Learning-Assessment-mathematics methodology, based on the studies developed in the área. As to the chapter of the textbook, it was done in a brief history regarding the same, in addition to a study of public programs of distribution of books - PNLD, and its importance in classrooms. For the analysis of the chapter of the functions of the textbook was selected from an array of analysis, this was done the analysis of the chapter of the book and the teacher's manual in accordance with the official documents and the Resolution of Problems such as methodology. Arriving at the result that the textbook analyzed in relation to the content of functions is adequate in relation to Resolution of Problem.

**Keywords:** Resolution of Problems. Textbook. The teaching of mathematics. The Official Documents.

## **LISTA DE SIGLAS**

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

DCE - Diretrizes Curriculares do Estado

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

PNLD - Plano Nacional do Livro Didático

# SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	8
1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS .....	10
1.1 Resolução de Problemas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN .....	10
1.2 Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC.....	11
1.3 A Resolução de Problemas nas Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná- DCE.....	12
2 SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	14
2.1 Resolução de Problemas como metodologia de ensino .....	18
2.2 Resolução de Problemas como metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática .....	19
3 O LIVRO DIDÁTICO.....	22
3.1 LIVRO DIDÁTICO: A ORIGEM .....	22
3.2 O LIVRO DIDÁTICO NAS ESCOLAS.....	23
4 SELEÇÃO DO LIVRO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	26
4.1 Livro didático analisado:.....	28
4.2 Manual do Professor .....	37
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS .....	39
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
REFERÊNCIAS.....	50



## INTRODUÇÃO

Por meio da Resolução de Problemas podemos envolver os alunos em situações que fazem parte da sua realidade, pois o ser humano no dia a dia sempre se depara com problemas que tenha que resolver. A Resolução de Problemas, como metodologia de ensino de matemática, tem um grande valor no ensino e aprendizagem dos alunos, pois torna o aprendizado significativo, visto que o aluno é quem busca a resposta para o problema e o professor é apenas o mediador. O interesse pelo assunto surgiu quando eu apliquei a metodologia da Resolução de Problemas em minhas aulas no estágio e os resultados que obtive considerei satisfatórios, além disso, também percebi que houve um bom envolvimento dos alunos nas aulas.

Os documentos oficiais indicam a Resolução de Problemas como elemento essencial para o ensino e aprendizagem de matemática no Ensino Fundamental e o livro didático é o material mais utilizado e disponível para os professores.

Por isso, nesta pesquisa, foram feitas investigações nos documentos oficiais, a saber, Base Nacional Comum Curricular (doravante BNCC); Diretrizes Curriculares do Estado (doravante DCE) e Parâmetros Curriculares Nacionais (doravante PCN) para analisar o que eles apontam sobre a Resolução de Problemas e também sobre o estudo da Resolução de Problemas como metodologia de Ensino e Aprendizagem de matemática, defendida pela Educação Matemática. Esta pesquisa busca informar como e se a Resolução de Problemas defendida pela educação matemática é abordada no livro didático.

Foi utilizada uma ficha de “análise do livro” das autoras Justulin e Morais (2016) para analisar o capítulo de funções do livro didático *Praticando Matemática* do 9º ano, dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos.

A presente pesquisa tem como objetivo geral investigar de que forma os livros didáticos apresentam problemas matemáticos e, a partir disso, refletir se essas formas estão alinhadas com os documentos oficiais (PCN, DCE, BNCC) e com a perspectiva metodológica de Resolução de Problemas defendida pela Educação Matemática.

Para alcançar tal objetivo, estruturamos os seguintes objetivos específicos:

Investigar nos documentos oficiais (PCN, DCE e BNCC) como a Resolução de Problemas aparece. Estudar a Resolução de Problemas como metodologia de Ensino e aprendizagem matemática. Estudar o processo de seleção de livros didáticos pelas escolas (Plano Nacional do Livro Didático – PNLD).

Este trabalho está dividido da seguinte forma: o primeiro capítulo trata de como são as recomendações sobre a Resolução de Problemas nos documentos oficiais; o segundo capítulo apresenta a Resolução de Problemas como metodologia, e os meios de aplicar esta metodologia. O terceiro capítulo refere-se ao livro didático, apresenta-se um pouco sobre a sua origem e a sua importância nas escolas.

No quarto capítulo, apresenta-se à análise do capítulo de funções do livro didático “Praticando Matemática” e o manual do professor. O quinto capítulo, apresenta-se a análise dos resultados. E por último, as considerações finais.

## **1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS**

Neste capítulo apresentamos como a Resolução de Problemas vem sendo destacada nos Parâmetros Curriculares Nacionais, Base Nacional Comum Curricular e nas Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná.

### **1.1 Resolução de Problemas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN**

Os PCN (BRASIL, 1998) indicam que a Resolução de Problemas deve ser considerada como um ponto de partida para as aulas de matemática no Ensino Fundamental.

Indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para fazer Matemática na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação. (BRASIL, 1998, p.16).

Entretanto, os PCN (BRASIL, 1998) apontam que os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos.

Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações. (BRASIL, 1998, p.40).

Destaca que a Resolução de Problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos, desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance e desenvolver sua auto confiança.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.33), resolver um problema pressupõe que o aluno:

- Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- Compare seus resultados com os de outros alunos;

- Valide seus procedimentos.

Ainda de acordo com este documento (BRASIL, 1998, p.33), ao colocar o foco na resolução de problemas,

- o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

No problema, para chegar a sua solução, o aluno precisa criar estratégias e não utilizar fórmulas e processos mecânicos aos quais está acostumado e isto talvez seja um desafio para ele.

## **1.2 Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC**

A BNCC (BRASIL, 2018) aponta que o Ensino Fundamental tem o compromisso de identificar e compreender o papel da matemática. A Resolução de Problemas é objeto e estratégia para a aprendizagem durante todo o Ensino Fundamental, pois garante o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação.

É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, p. 264).

Em relação às Competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental, a BNCC (2018, p. 265) aponta duas competências sobre a Resolução de Problemas:

- Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
- Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Desta forma, a BNCC considera que ao ensinar matemática por meio do cotidiano dos alunos, a aprendizagem pode ter mais significado para eles.

### **1.3 A Resolução de Problemas nas Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná- DCE**

A Resolução de Problemas é vista como um desafio, pois nesta metodologia os alunos aplicam conhecimentos matemáticos por eles adquiridos para poderem resolver problemas.

Nas DCE (PARANÁ, 2008) a Resolução de Problemas vem sendo tratada com aulas mais dinâmicas, através de exposição oral e resolução de exercícios, com o intuito de não afixar o aluno aos modelos clássicos de aula de matemática. A Resolução de Problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem (PARANÁ, p.63, apud SCHOENFELD, 1997). Cabe ao professor incentivar os alunos a pensarem no problema, criando discussões sobre esses problemas, tendo em vista a elaboração da estratégia que irão utilizar para resolvê-los, bem como a resposta que chegarão.

As DCE citam as etapas da Resolução de Problemas segundo Polya, que são elas: compreender o problema; destacar informações, dados importantes do problema, para a sua resolução; elaborar um plano de resolução;

executar o plano; conferir resultados; estabelecer nova estratégia, se necessário, até chegar a uma solução aceitável (PARANÁ 2008, apud, POLYA, 2006).

Portanto, pode-se considerar que os documentos oficiais apontam a Resolução de Problemas como uma metodologia adequada para o ensino e aprendizagem dos alunos, pois essa metodologia proporciona a eles o desenvolvimento da autoconfiança, raciocínio, representação, comunicação e argumentação. Todos os documentos analisados consideram esta metodologia adequada para o ensino e aprendizagem de matemática.

## 2 SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A primeira pessoa a tratar sobre a Resolução de Problemas foi George Polya, no livro *How to solve it*, em 1945. Ele foi o primeiro a apresentar um método específico de Resolução de Problemas no seu livro “A arte de Resolver problemas” (1978).

### O que é um problema?

Quando tratamos da palavra “problema” acreditamos que seja algo difícil, pois sempre que alguém apresenta alguma dificuldade, dizemos que ela tem um “problema”. Na matemática também não é diferente, quando se fala em problemas imaginamos que seja algo trabalhoso, difícil.

A seguir veremos o que é um problema em matemática segundo alguns autores.

Segundo Santos-Wagner (2008, p. 50), um problema é algo que nos traz uma dificuldade a qual queremos resolver.

De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p.80), um problema é o ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo construtores de seu próprio conhecimento e os professores os responsáveis por conduzir esse processo.

Para Buriasco (2009), um problema é uma situação para a qual se pretende uma solução. Não há procedimento que conduza imediatamente à solução.

### Tipos de Problemas

Dante, em seu livro “Didática da Resolução de Problemas de Matemática” (2009), classifica os vários tipos de problemas:

**Exercícios de reconhecimento:** esses exercícios são aqueles em que o aluno lendo o exercício reconheça um determinado conceito, uma propriedade. Questões como verdadeiro e falso são exercícios de

reconhecimento. Um outro exemplo de exercício de conhecimento: Qual o sucessor de 109 ?

**Exercícios de algoritmos:** são os exercícios que envolvem operações matemáticas cuja resolução envolve a utilização de algoritmos. Eles servem para os alunos treinarem os algoritmos. Exemplo: Calcule,  $16+2(142:3+5)$ .

**Problemas-Padrão:** são aqueles que não exigem estratégias, e podem conter mais de um algoritmo para sua resolução. Os alunos têm que descobrir qual operação ou quais algoritmos usar. Exemplos de problemas-padrão simples: Um gato tem 4 patas. Quantas patas têm 3 gatos?

Exemplo de problemas-padrão composto: Luiz tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos tem 55 anos. Qual a idade de cada um?


**Problemas-processo ou Heurísticos:** são problemas em que a operação não está contida no enunciado, exigem mais a atenção do aluno e tempo para pensar em como chegar a uma estratégia para obter a solução, e isso torna o problema mais interessante. Em muitos casos é mais importante o aluno buscar uma estratégia, fazendo com que ele use a sua criatividade, do que ficar preso naqueles problemas em que não há estratégia para sua resolução.

Exemplo Dante (2009):



Imagem 1: Exemplo problemas de processo ou heurísticos e estratégias de resolução.

**Exemplo:**  
 Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?  
 As respostas que surgem sem que os alunos pensem muito são 16 ( $6 \cdot 6$ ) e 30 ( $6 \cdot 5$ ), ambas erradas. Vejamos algumas estratégias para resolver o problema:



3!) Fazer um dos seguintes diagramas

a)

N	A	F	S	P	R	
👤	👤	👤	👤	👤	👤	
~~~~~						5
~~~~~						4
~~~~~						3 +
~~~~~						2
~~~~~						1
						<u>15</u> (apertos de mão)

b)

	N	A	F	S	P	R	
N		o	o	o	o	o	5
A			o	o	o	o	4
F				o	o	o	3 +
S					o	o	2
P						o	1
R							<u>15</u> (total)

c)

N	A	F	S	P	R	
👤	👤	👤	👤	👤	👤	
~~~~~						Ricardo cumprimenta todos os outros 5 e sai 5
N	A	F	S	P	R	
👤	👤	👤	👤	👤	👤	
~~~~~						Paulo cumprimenta todos os outros 4 e sai 4
N	A	F	S	P	R	
👤	👤	👤	👤	👤	👤	
~~~~~						Sérgio cumprimenta todos os outros 3 e sai 3 +
N	A	F	S	P	R	
👤	👤	👤	👤	👤	👤	
~~~~~						Felipe cumprimenta todos os outros 2 e sai 2
N	A	F	S	P	R	
👤	👤	👤	👤	👤	👤	
~~~~~						Annelise cumprimenta a única que sobrou e sai 1

1.) Representar o problema  
 Os 6 alunos se cumprimentam de verdade e marcam a quantidade total de apertos de mão.

2.) Fazer uma lista

Noeni	Annelise	Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo
Annelise	Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo	
Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo		
Sérgio	Paulo	Ricardo			
Paulo	Ricardo				

Fonte: Dante (2009)


**Problemas de aplicação:** chamados também de situação problema, são aqueles que envolvem o dia a dia e necessitam do uso da matemática para serem resolvidos. São problemas que necessitam de pesquisa e levantamento de dados.

Exemplo Dante (2009):

Imagem 2: Exemplo de problemas de aplicação.

**Exemplos:**

1) Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?



Podemos levantar as seguintes questões:

- Quantos alunos comem a merenda por dia? E por mês?
- Quantos quilos de arroz, macarrão, tomate, cebola, sal etc. a escola recebe por mês?
- Qual o preço atual, por quilo, de cada um desses alimentos?
- Qual o salário mensal da merendeira?
- Quanto se gasta de gás?

Fonte: Dante (2009)

Como mencionado no início do capítulo, Polya apresentou um método específico para a Resolução de Problemas. As quatro fases por ele propostas são:

**Compreensão do problema:** O que pede o problema? Quais os dados e condições do problema? O problema só é respondido se for compreendido. Além de entender o problema, o aluno precisa ter o entusiasmo na busca da resolução.

**Estabelecimento de um plano:** Depois de ter compreendido o problema, o aluno obtém um plano de resolução quando o mesmo sabe quais estratégias ou cálculo utilizar para obter a incógnita. Ele deve resolver esse plano por partes. Isso não é uma tarefa fácil e a obtenção do plano pode ter muitas tentativas.

**Execução do plano:** Se o plano for bem elaborado, o aluno terá facilidade em executar e resolver o problema. O professor deve insistir na verificação de cada procedimento do aluno.

**Verificação dos resultados:** Verificação se a solução está correta. Se necessário, aperfeiçoamentos dos resultados. Verificação se tem como resolver o problema de outra maneira.

Apenas nos anos de 1970 que a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo inteiro, mas em 1980 o movimento se tornou mais forte. De acordo com ONUCHIC, ALLEVATO (2011, p. 78)

Exatamente em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publica um documento intitulado *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's*, com a indicação de que a “resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar” (apud, ONUCHIC, 1999, p. 204).

Foi a partir dos Standards 2000<sup>1</sup> que os educadores passaram a pensar em trabalhar a Resolução de Problemas como metodologia de Ensino e Aprendizagem de matemática. Para ONUCHIC, ALLEVATO (2011, p. 80),

Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo.

Com isso, o professor torna-se o mediador das aulas e, assim, faz com que os alunos construam seus próprios conhecimentos.

## 2.1 Resolução de Problemas como metodologia de ensino

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino e existem vários meios de aplicá-la.

Allevalo (2014) apud Schroeder e Lester (1989), mostra três formas de conceber a resolução de problemas: (1) ensinar sobre resolução de

---

<sup>1</sup> Standards 2000: “oficialmente chamados Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000), no qual são enunciados seis Princípios (Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação, e Tecnologia); cinco Padrões de Conteúdo (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida, e Análise de Dados e Probabilidade); e cinco Padrões de Procedimento, entre os quais o primeiro é Resolução de Problemas, seguido por Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.79).

problemas, (2) ensinar para a resolução de problemas, e (3) ensinar através resolução de problemas.

1ª) Ensinar **sobre** a resolução de problemas: Trata teoricamente sobre a Resolução de Problemas, sendo mais um conteúdo a ser ensinado.

2ª) Ensinar **para** a Resolução de Problemas: concepção do ensino para a Resolução de Problemas. A matemática nessa concepção é considerada útil, onde o propósito do ensino é ser capaz de utilizá-la. O professor ensina a matemática formal e depois a aplica através de problemas. Segundo ALLEVATO (2014), é a concepção mais presente na sala de aula e nos livros-texto de matemática, pois é uma atividade em que os alunos aprendem primeiro o novo conceito para depois utilizá-lo.

3ª) Ensinar **através** da Resolução de Problemas: a Resolução de Problemas é um meio de ensinar a matemática, é o ensino através da Resolução de Problemas, o problema é apresentado antes de iniciar o conteúdo formalmente.

No próximo tópico, trataremos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação.

## **2.2 Resolução de Problemas como metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática**

A Resolução de Problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, porque cria no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. Na metodologia Resolução de Problemas

O problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC;ALLEVATO, 2011, p.81).

A Resolução de Problemas como ensino-aprendizagem-avalição, é dita desta forma porque os três procedimentos ocorrem ao mesmo tempo.

Enquanto o professor ensina, o aluno é um participante ativo e a avaliação é feita por ambos.

O professor e o aluno nessa Metodologia precisam assumir posturas diferentes ao trabalhar na sala de aula.

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p.82).

Com isso os alunos precisam assumir uma responsabilidade em sala de aula, o que talvez não seja uma tarefa fácil para eles. O uso desta metodologia é justificado em Onuchic e Allevato (2011):

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
- Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p.82).

Nesta Metodologia, o problema é proposto aos alunos antes do conteúdo ser dado formalmente.

Onuchic e Allevato (2011) criam um roteiro para o desenvolvimento produtivo da metodologia da Resolução de Problemas, que consiste em:

- **Preparação do Problema:** Seleção do problema cujo conteúdo não tenha sido trabalhado em sala de aula.
- **Leitura individual:** Solicitar a leitura do problema entregue aos alunos.
- **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar novamente a leitura para que o problema seja compreendido.

- **Resolução do problema:** A busca da resolução em grupos. O problema gerador é aquele que conduz o aluno para a construção do conteúdo planejado para a aula.
- **Observar e incentivar:** O professor tem o papel de analisar e observar o desenvolvimento dos alunos estimulando-os no trabalho coletivo. O professor é quem leva os alunos a pensarem e, como o mediador da aula, torna-se um incentivador. Com isso, o professor não deixa de atender as dificuldades que surgem durante o desenvolvimento da atividade.
- **Registro das Resoluções na Lousa:** Um representante de cada grupo vai à lousa registrar a solução do problema, independentemente de estar correta ou não. Depois os alunos analisam e discutem as resoluções.
- **Plenária:** Todos os alunos discutem sobre a resolução da lousa, defendendo seu ponto de vista. O professor é responsável pela mediação participação ativa e refletiva de todos os alunos.
- **Busca do consenso:** O professor e todos os alunos tentam chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- **Formalização do conteúdo:** O professor registra o conteúdo formal.

Vale ressaltar que, nesta metodologia, o problema é dado antes de apresentar o conteúdo formalmente. O problema matemático estudado conterá alguns aspectos do conteúdo, a fim de que os alunos desenvolvam técnicas para alcançar respostas razoáveis para o problema.

### **3 O LIVRO DIDÁTICO**

Neste capítulo, apresentamos um pouco sobre a origem do livro didático e sua importância nas escolas.

#### **3.1 LIVRO DIDÁTICO: A ORIGEM**

Os livros didáticos existem muito antes das tecnologias que poderiam imprimi-los.

No ano de 656, aconteceu o “fato de que historicamente a primeira lista oficial de livros textos autorizada da matemática foi estabelecida na China”. (SCHUBRING apud SILVA JUNIOR, 2007, p.15.)

Segundo Silva Junior (2007), um dos livros de maior relevância no ensino é o chamado “Elementos de Euclides”; um dos livros mais usados na Grécia, para vários tipos de ensino. Esse livro contribuiu muito para a história da matemática, por tratar detalhadamente da geometria.

Com o surgimento da imprensa, foi mais fácil ter acesso aos livros, pois surgiram os formatos impressos e, com isso, o custo barateou. Com a chegada dos livros em sala de aula, houve muitas discussões até que ele se tornasse um recurso para auxiliar processo de aprendizagem. Segundo Arruda e Moretti (2002), apud Silva Junior (2007), p. 16, a legitimação desse recurso vem desde a época de Comenius com sua Didática Magna, na qual a proposta era um único livro como referência para o aluno. O livro de Comenio Orbis Pictus Sensualium (1657) foi o primeiro livro didático ilustrado para crianças, de acordo com Silva (2010).

#### **O livro didático no Brasil**

O primeiro livro didático escrito e publicado no Brasil foi o “Exame de Artilheiro” de José Fernandes Pinto Alpoim (1700-1765) no ano de 1744.

Os importantes autores de livros didáticos brasileiros, segundo Bittencourt (2004), são, Cônego Caetano Fernandes Pinheiro, Dr. Duarte Moreira de Azevedo, Max Fleiuss, entre outros, estavam ligados ao Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro. Ainda segundo Bittencourt (2004), a Escola Militar também abrigou autores de livros didáticos.

Segundo Silva (2010), entre os anos de 1870 e 1880, devido à expansão do sistema brasileiro de ensino, houve a necessidade de criar quantidade e diversidade de livros didáticos para as escolas públicas.

De acordo com Silva (2010), apud Bittencourt (2004):

O livro didático traz, desde sua origem, uma ambiguidade no que se refere ao seu público. O professor é figura central, mas existe o aluno. O livro didático não pode separá-los. A partir da segunda metade do século XIX passou a se tornar mais claro que o livro didático não era um material de uso exclusivo do professor, que transcrevia ou ditava partes do livro nas aulas, mas que ele precisava ir diretamente para as mãos do aluno. (SILVA, 2010, p. 41 apud BITTENCOURT, 2004, p. 483).

Com a evolução dos livros didáticos, o professor passa a ser mediador, de forma que possibilita ao aluno a oportunidade de ser o centro do processo de ensino e aprendizagem.

No ano de 1970, os livros didáticos não traziam a Resolução de Problemas neles, eram apenas palavras e números. A partir dos anos 90, os autores, junto com as editoras, passaram a produzir livros didáticos, respeitando as exigências do PCN e focalizando a Resolução de Problemas.

### **3.2 O LIVRO DIDÁTICO NAS ESCOLAS**

O livro didático, na maioria das escolas brasileiras, é o recurso didático mais utilizado pelos professores e alunos.

O livro didático destina-se a dois leitores: o professor e o aluno, em que o professor é o transmissor e/ou o mediador dos conteúdos que estão nesses livros, e o aluno é o receptor de tais conteúdos (SILVA JUNIOR, 2007, p. 16).



Em geral, é através dos livros didáticos que os alunos têm acesso ao conhecimento matemático com o auxílio do seu professor.

Os livros didáticos definem-se como um modelo padrão de organização e sistematização dos currículos, das orientações didáticas e das principais concepções pedagógicas no dado momento. (SILVA, 2010, p. 76)

Além de ser um recurso de aprendizagem, o livro didático é um auxílio no exercício da cidadania. Allevato e Costa (2010, p.73), apud Gerard e Roegiers (1998), apresentam algumas das funções da relação do livro didático com o aluno e com o professor. Em relação aos alunos destacam-se:

- o favorecimento da aquisição de conhecimento socialmente relevante;
- o desenvolvimento das competências cognitivas, que contribuem para a autonomia dos alunos;
- a consolidação, ampliação, aprofundamento e integração dos conhecimentos adquiridos;
- o auxílio na avaliação da aprendizagem; e
- a formação social e cultural dos alunos, além de desenvolver a capacidade de convivência e exercício da cidadania.

Com relação aos professores, as funções mais importantes são:

- o auxílio no preparo e planejamento de suas aulas;
- o favorecimento da aquisição dos conhecimentos;
- o favorecimento da formação didático pedagógica;
- o auxílio na avaliação da aprendizagem dos alunos

Portanto, o livro didático tem um papel importante tanto na formação dos alunos como no planejamento das aulas dos professores. Cabe ao professor escolher, em algum livro didático, problemas que permitam a exploração e a investigação por parte dos alunos.

Os livros didáticos entregues nas escolas cadastradas passam por uma avaliação antes de serem distribuídos. Esta avaliação é feita pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), instituído em 1985 por meio do Decreto nº 91.542.

O PNLD foi se estendendo durante os anos: a partir de 1995 para o Ensino Fundamental; a partir de 2005 para o Ensino Médio; em 2010 foi para a Educação de Jovens e Adultos; a partir de 2014, estendeu-se para os objetos

digitais complementares aos livros didáticos e, em 2015, as editoras puderam apresentar obras digitais.

A compra e a distribuição do livro didático são de responsabilidade do governo pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Um dos objetivos da PNLD é a melhoria de qualidade do ensino das escolas públicas do país, orientando o professor nas escolhas dos livros didáticos a serem utilizados em sala de aula.

#### 4 SELEÇÃO DO LIVRO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Na tentativa de saber como a Resolução de Problemas é abordada nos livros didáticos, foi feita a análise dos documentos oficiais resgatando-se, neles, as recomendações sobre a Resolução de Problemas conforme vimos nos capítulos anteriores. Em seguida, foi selecionada uma ficha de Análise do livro didático elaborada pelas autoras Morais e Justulin (2016). (Imagem 3).

Quanto às atividades propostas no livro didático “Praticando Matemática”, serão considerados **Exercícios** aqueles proposto por Dante (2009), os exercícios de reconhecimento e exercícios algorítmicos.

Os **Problemas fechados** são aqueles que admitem solução única: Problemas padrão.

**Problemas abertos:** Segundo Paterlini (2010, p. 2), são questões com um enunciado que delimitam um contexto e o estudante é convidado a explorar aquela situação: Problemas de processo ou heurísticos e Problemas de aplicação.

Imagem 3: Ficha de Análise do livro

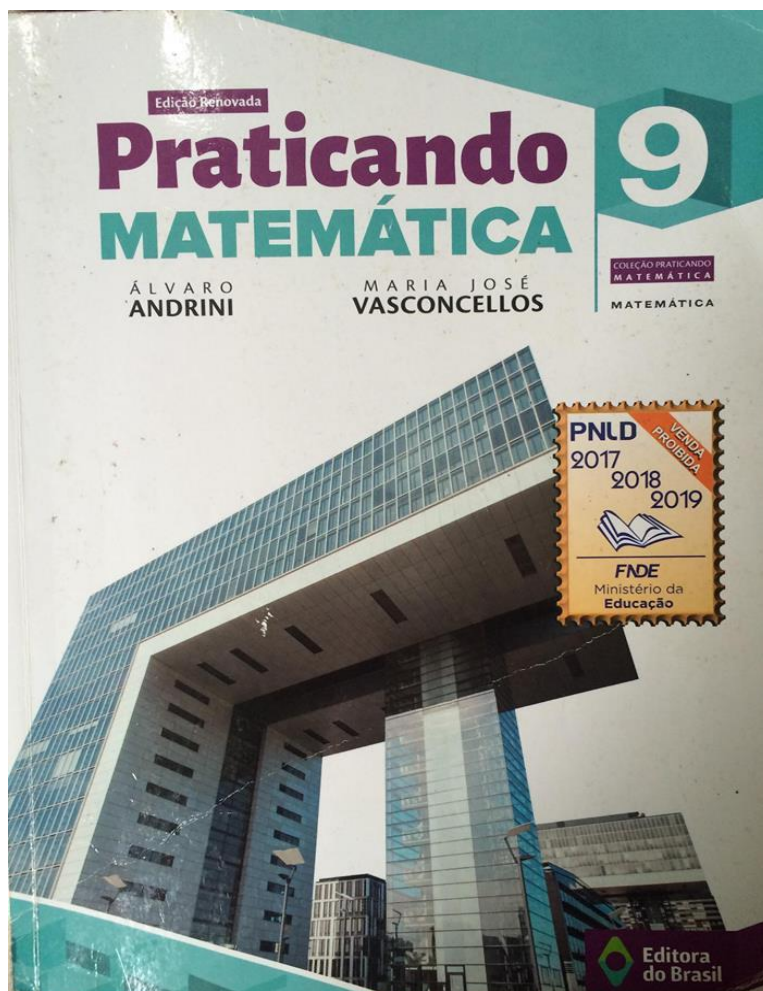
<b>Ficha de Análise</b>	
<b>Conceitos e definições</b>	Apresentados em primeiro plano
	Construídos a partir de exemplos/ problemas
	Trazidos após apresentação do tema
	Ausente
<b>Atividades propostas</b>	Exercícios
	Problemas fechados
	Problemas abertos
	Investigação Matemática
	História da Matemática
	Jogos
	Modelagem Matemática
<b>Estratégia de trabalho proposto para as atividades</b>	Uso de recursos digitais
	individual
<b>Recomendações aos professores (no manual)</b>	grupo
	Propõe a realização da atividade por meio da Resolução de Problemas
	Não faz referência à Resolução de Problemas
	Destaca diferentes abordagens metodológicas
	Não faz referência as diferentes abordagens metodológicas

Fonte: Justulin e Morais (2016)

Para a análise, foi selecionado o livro didático *Praticando Matemática* (2015), dos autores Alvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, com distribuição de 616.792 exemplares no Brasil. A escolha se deu por esse livro ser utilizado pelos professores do Colégio Estadual Monteiro Lobato da cidade de Cornélio Procópio no estado do Paraná. O capítulo escolhido para a análise foi o que trata a respeito de funções, por ser um conteúdo importante e presente no dia a dia dos alunos.

#### 4.1 Livro didático analisado:

Imagem 4: Capa do livro didático “Praticando Matemática”. Para o 9º ano do Ensino Fundamental.



Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

O livro “Praticando Matemática”, de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, foi publicado pela Editora do Brasil e aprovado pelo PNLD para os anos 2017, 2018 e 2019.

Neste trabalho, analisamos a unidade nº 4, que aborda o conteúdo de “Funções”. A seguir, apresentamos uma análise de cada capítulo desta unidade.

##### 1. Conceito de Função”.

O conceito de função é construído a partir de uma breve introdução do tema, apresentado na ficha de análise do livro como “trazidos após a apresentação do tema”, relacionando a quantidade de combustível consumida


por um automóvel em relação à distância por ele percorrida. Isto está relacionado ao cotidiano do aluno e está de acordo com a BNCC, a qual considera que a matemática ensinada através do cotidiano dos alunos pode ter mais significado para eles. Em seguida, os autores apresentam um diálogo em quadrinhos entre um professor e dois alunos e, a partir do diálogo, é construída uma tabela de acordo com as respostas dos alunos.

Imagem 5: Página 95 do livro “Praticando Matemática”: Construção do conceito de função.

UNIDADE  
**4**

# Funções

## 1. Conceito de função




A quantidade de combustível consumida por um automóvel é função da distância que ele percorre.

Nessa afirmação e em outras presentes em nosso dia a dia, usamos a expressão “é função de” para mostrar que a quantidade de combustível depende do número de quilômetros rodados pelo automóvel.

Mas o que é função? Já percebemos a ligação entre a palavra **função** e a relação de interdependência entre os valores de grandezas.

Vamos descobrir mais?



Vamos fazer uma brincadeira: eu digo um número, vocês calculam o dobro dele, somam 3 e dizem o resultado!

Vamos lá!

Eu digo 4.

Nós respondemos 11.  
 $2 \cdot 4 + 3 = 11$

FUNÇÕES 95

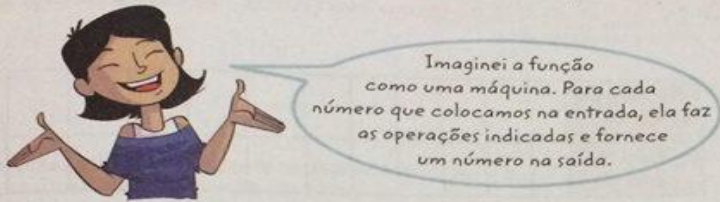
Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Em seguida, é trabalhada a lei da formação da função e são dados alguns exemplos com diagramas. Neste capítulo, é proposta uma atividade em dupla, na qual se pode trabalhar com a Resolução de Problemas. Trata-se de um problema aberto.

Imagem 6: Página 99 do livro “Praticando Matemática”: Atividade proposta em dupla “a ideia da máquina”.


### A ideia da máquina

Forme dupla com um colega para conhecer a brincadeira que Carla criou!  
O professor propôs uma atividade em que ele dizia um número e colocava as orientações na lousa; os alunos faziam as operações pedidas e davam o resultado. A partir disso, Carla pensou numa nova brincadeira:




Imaginei a função como uma máquina. Para cada número que colocamos na entrada, ela faz as operações indicadas e fornece um número na saída.

Observem o desenho e usem o cálculo mental para responder oralmente qual o valor das bolinhas coloridas que sairão da máquina.



O número que sai é dado em função do número que entra!



**INTERAGINDO**

Registrem no caderno.

- Para obtermos na saída a bolinha com o número 71, que número deve ser colocado na bolinha de entrada?
- Há como obter na saída o número 3?
- Cada um de vocês inventa uma máquina como a da Carla com 3 bolinhas prontas para serem colocadas na entrada. Troquem os cadernos para determinar os valores nas bolinhas que sairão. Confiram as respostas.
- Certa máquina eleva o número ao quadrado, soma o número original e exibe a resposta na saída.
  - Que número sai quando entra o número:
    - $-4$ ?
    - $-1$ ?
  - Representando o número que entra por  $x$ , como representaremos o número que sai?
  - Descubram quais os dois números que podem entrar na máquina para que saia o número 6.
  - É possível obter 23 na saída desta máquina?
  - A todo elemento que entra na máquina corresponde um único elemento na saída?

FUNÇÕES

A partir de exemplos, os autores constroem os conceitos de domínio e imagem de funções.

*Imagem 7: Página 100 do livro "Praticando Matemática": Construção do conceito de domínio e imagem.*

## Domínio e imagem

Mostraremos, por meio de exemplos, o significado das palavras **domínio** e **imagem** no estudo das funções.

1. Marcela foi comprar bombons na confeitaria. Cada bombom custa R\$ 1,80. A quantia que ela pagará ( $y$ ) será função do número de bombons que levar ( $x$ ), pois, para cada quantidade de bombons, há um único preço a ser cobrado.

<b>Número de bombons (<math>x</math>)</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	etc..
<b>Preço a pagar (<math>y</math>)</b>	0	1,80	3,60	5,40	7,20	9,00	10,80	12,60	14,40	16,20	18,00	

Os valores de  $x$  para essa função são números naturais. Não se compra 2,3 bombons ou algo assim. Dizemos que o **domínio** dessa função é o conjunto dos números naturais. Nessa função,  $x$  pode ser qualquer número natural, como  $x = 320$  ou  $x = 1000$ , mas  $x$  não pode ser uma fração ou número negativo, por exemplo.

Observando a tabela, vemos que quando  $x = 3$ , por exemplo, temos  $y = 5,40$ . Diremos que 5,40 é a **imagem** de 3 por essa função.

Todo elemento do domínio tem uma única imagem.

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

## 2. As funções e suas aplicações

Neste capítulo, os autores se preocupam em mostrar para os alunos a importância de aprender funções, trazendo vários exemplos de situações do cotidiano.



Imagem 8: Página 103 do livro "Praticando Matemática": Exemplos de aplicações do conceito de funções no cotidiano.


As funções têm aplicações nas situações do cotidiano e do trabalho. Acompanhe.

1. No açougue, o quilograma de determinado tipo de carne custa R\$ 26,00. O preço a pagar  $y$  é função da quantidade de carne comprada  $x$ . Veja a tabela:

Quantidade de carne (kg)	Preço (R\$)
$x$	$y$
1	$26 \cdot 1 = 26$
2	$26 \cdot 2 = 52$
3	$26 \cdot 3 = 78$
4	$26 \cdot 4 = 104$

A cada valor de  $x$  corresponde um único valor de  $y$ .  
A lei de formação dessa função é  $y = 26x$ .

$x$  e  $y$  são as variáveis da função




No açougue...


A **lei de formação** da função estabelece a relação matemática entre  $x$  e  $y$ .  
Vamos aplicá-la para responder a algumas questões.

- Uma pessoa comprou 1,8 kg de carne. Quanto pagou?  
Como  $y = 26x$ , para  $x = 1,8$  temos:  
 $y = 26 \cdot 1,8 = 46,80$   
A pessoa pagou R\$ 46,80 por 1,8 kg de carne.
- Com R\$ 20,80, quanto de carne é possível comprar?  
Agora temos  $y = 20,80$ .  
 $20,80 = 26 \cdot x$   
 $x = \frac{20,80}{26} = 0,8$   
0,8 kg = 800 g, pois 1 kg = 1000 g  
Com R\$ 20,80 é possível comprar 0,8 kg de carne.  
Observe que, nesse exemplo de função,  $x$  não pode assumir valores negativos, pois uma medida de massa nunca é negativa.


Responda usando cálculo mental: quanto se paga por 2,5 kg dessa carne?



... o funcionário digita na balança o preço do kg de carne (R\$ 26,00); ...



... coloca a carne sobre o prato da balança que registra a massa (é o valor de  $x$ ); ...



... a balança calcula automaticamente  $26 \cdot x$  e apresenta no visor o valor a pagar. É o valor de  $y$ .

FUNÇÃO

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

### 3. Da tabela para a lei de formação da função

No capítulo 3, a lei da formação da função foi construída a partir de uma tabela, isso mostra que o conceito foi construído a partir de exemplos como elencado na “ficha de análise do livro didático”. Isto está de acordo com os PCN, que recomendam o uso da Resolução de Problemas como ponto de partida para as aulas de matemática.

*Imagem 9: Página 108 do livro “Praticando Matemática”: Construção da lei da formação da função.*

## 3. Da tabela para a lei de formação da função

Vimos como obter valores da função a partir da sua lei de formação.  
Agora faremos o contrário: a partir de uma tabela com valores de uma função, escreveremos sua lei de formação. Acompanhe.


1. Um trem viaja com velocidade constante.  
A distância percorrida pelo trem ( $d$ ) é função do tempo de viagem ( $t$ ).  
Veja na tabela valores de  $t$  e de  $d$ .

$t$ (horas)	0	1	2	3	4
$d$ (quilômetros)	0	30	60	90	120

Observe que para cada valor de  $t$  obtemos  $d$  multiplicando  $t$  por 30. Ou seja,  $d = 30t$  é a lei de formação dessa função.

Calcule mentalmente a distância percorrida pelo trem em 2,5 horas de viagem.

A velocidade do trem é constante. Se ele percorreu 30 km em 1 hora, sua velocidade é de trinta quilômetros por hora. Escreve-se 30 km/h.



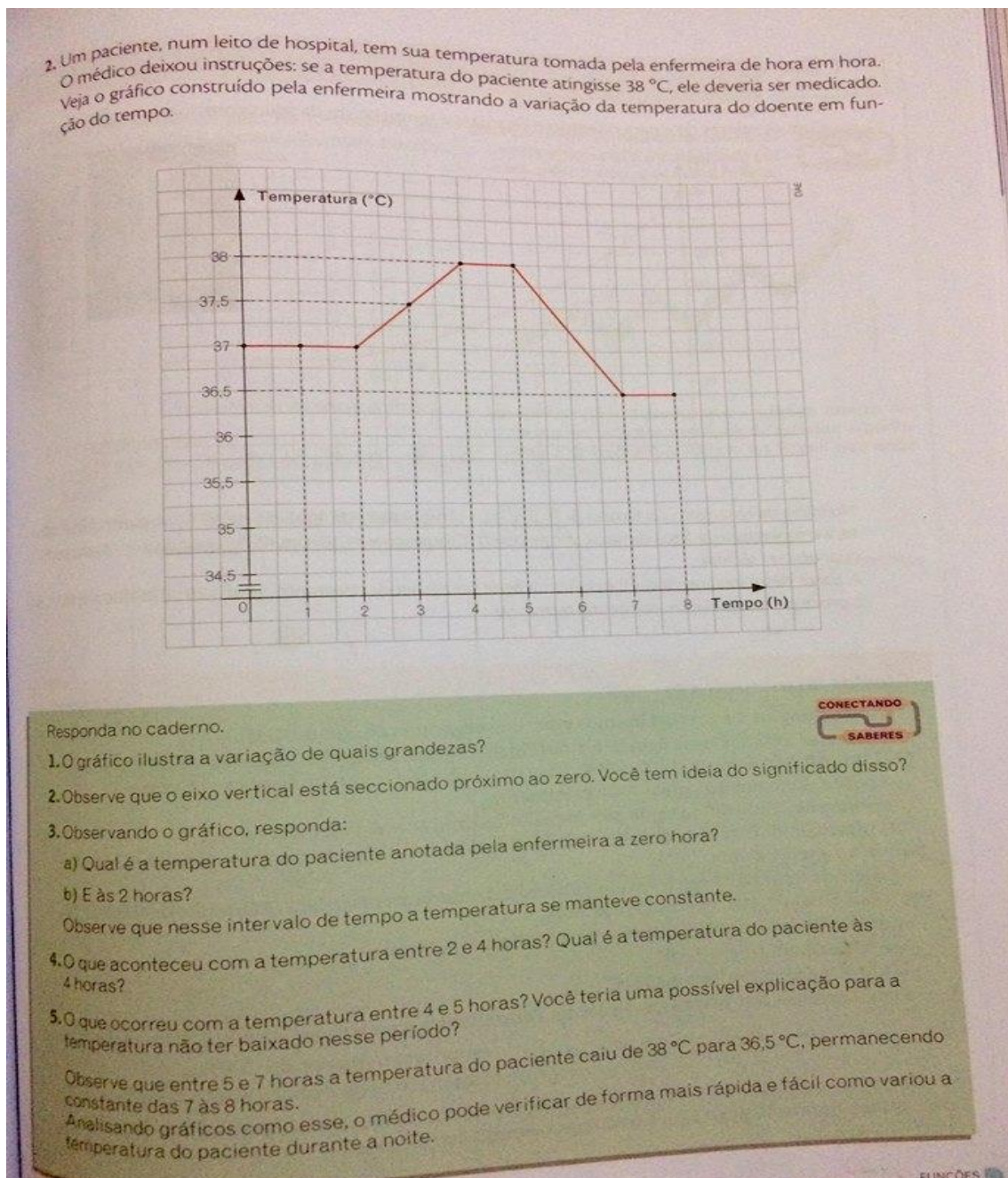
Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

### 4. Interpretando gráficos

Neste capítulo, é feita somente a análise de gráficos por meio de exemplos. Os autores não abordaram definições nesse tópico, apenas foram retiradas dos gráficos informações sobre as funções.

Em seguida, é dado um exercício denominado Conectando Saberes para ser feito individualmente no caderno, no qual, ao olhar o gráfico, o aluno consegue responder às questões.

Imagem 10: Página 111 do livro didático "Praticando Matemática": exercício relacionado com gráfico.



## 5. Construindo gráficos de funções

Neste capítulo, o aluno aplica o conhecimento adquirido no capítulo 4. Inicialmente são dadas a função, e a tabela com os valores para serem atribuídos na função e, em seguida, deve-se construir o seu gráfico. O capítulo todo é constituído de exemplos de funções de 1º grau e 2º grau. Em seguida, explicada a diferença entre a função do 1º grau e 2º grau através de definições.

### Intersecções de gráficos com eixos do sistema cartesiano e vértice da parábola

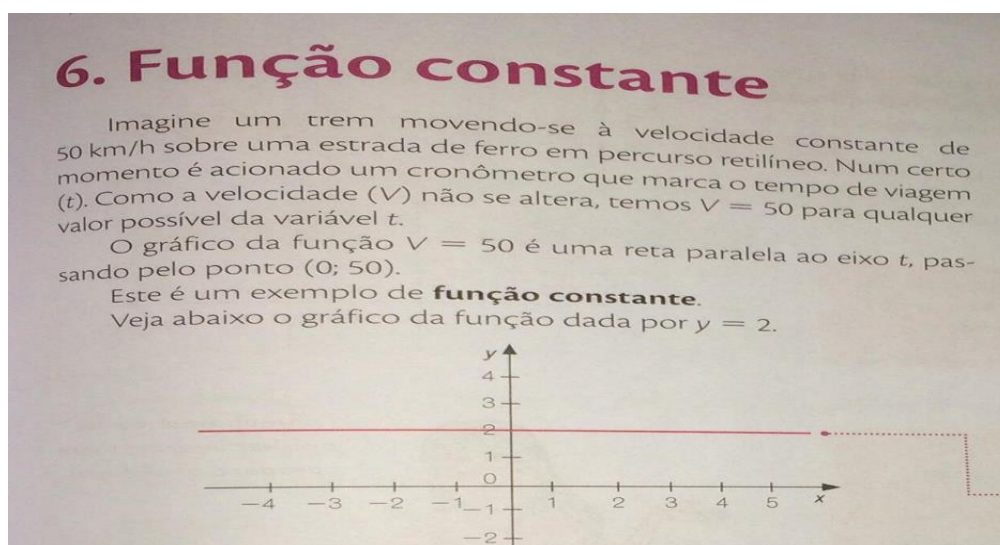
Quanto à função do 1º grau, os conceitos são apresentados em primeiro plano, e depois a construção do seu gráfico.

Em relação à Função do 2º grau, para a construção do seu gráfico, os autores ensinam através de um exemplo como esboçá-lo. Primeiro é usada a média aritmética para achar os X vértice, depois é feita a demonstração da fórmula.

## 6. Função constante

Neste capítulo, é trabalhado um exemplo do gráfico da função constante, porém sem apresentar a definição deste tipo de função.

*Imagem 11: Página 123 do livro "Praticando Matemática": exemplo de função constante.*



Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

## 7. Função linear e proporcionalidade direta

O conceito de função linear é apresentado em primeiro plano. Em seguida, a partir de exemplos é mostrado que a função linear se aplica a diversas situações práticas.

Imagem 12: Página 123 do livro didático.

**7. Função linear e proporcionalidade direta**

Vimos que as funções polinomiais do 1º grau são do tipo  $y = ax + b$ , com  $a \neq 0$ . Se  $b = 0$ , a função do 1º grau recebe o nome especial de **função linear**. Veja:

- ♦ A função  $y = 3x$  é linear.  $\rightarrow a = 3$  e  $b = 0$
- ♦ A função  $y = -\frac{3}{2}x$  é linear.  $\rightarrow a = -\frac{3}{2}$  e  $b = 0$

A função linear se aplica a diversas situações práticas! Acompanhe! No laboratório do colégio, alguns alunos mediram, usando uma balança, a massa de blocos retangulares de chumbo cujo volume era conhecido. Com os valores do volume  $V$  e da massa  $m$  de cada bloco, montaram a tabela abaixo.

$V$ (cm <sup>3</sup> )	$m$ (g)	$(V; m)$
1	11	(1; 11)
2	22	(2; 22)
3	33	(3; 33)
4	44	(4; 44)
5	55	(5; 55)

Observe que as grandezas massa e volume dos blocos são diretamente proporcionais: quando  $V$  dobra,  $m$  dobra, quando  $V$  triplica,  $m$  triplica e assim por diante. A lei de formação desta função é  $m = 11V$ . É uma função linear.

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

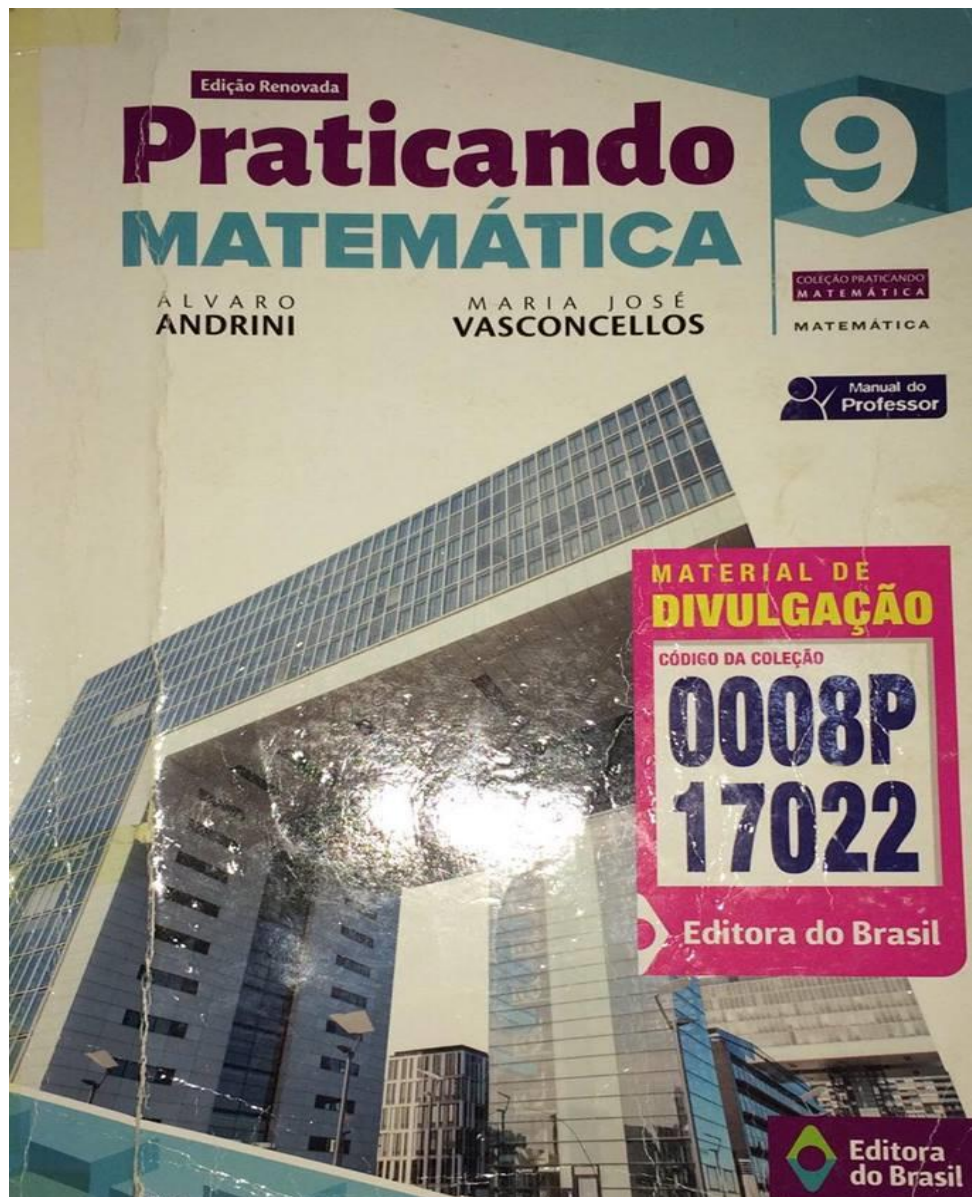
## 8. Funções do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau

Em primeiro plano, é apresentado um exemplo da relação entre funções do 1º grau e sistemas de equação do 1º grau, entretanto, não há definições.

Dessa forma, a unidade de funções se encerra no capítulo 8.

## 4.2 Manual do Professor

Imagem 13: Manual do Professor.



Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

No manual do professor consta uma seção com o título “Matemática e a resolução de problemas”, onde é feita uma breve introdução sobre os diferentes contextos em que a palavra “problema” pode aparecer, discorre sobre problemas na matemática. No manual, os autores abordam os passos de Polya (1945) e os tipos de problemas matemáticos propostos por Butts (1980): exercícios de reconhecimento, exercícios de algorítmicos, problemas de aplicação, problemas de pesquisa aberta e situações-problema. Além disso, são

apresentadas sugestões aos professores de como abordar a Resolução de Problemas nas salas de aula e as contribuições desta metodologia segundo Onuchic (2004), bem como algumas sugestões de estratégias envolvendo Resolução de Problemas usando o livro didático.

Assim, o manual do professor propõe a realização de atividades por meio da Resolução de Problemas e de outras metodologias.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Foi construída uma tabela para a investigação dos resultados obtidos na análise do livro. Na tabela abaixo veremos, em relação à definição: quantas foram apresentadas em primeiro plano, construídas a partir de exemplos/problemas, trazidas após a apresentação do tema e ausente.

O capítulo de Funções é composto por 93 atividades, as quais se dividem em, “exercícios”, “conectando”, “saberes”, “interagindo” e “auto avaliação” (que são testes de múltipla escolha). Foram analisados os 93 exercícios e feita a classificação desses exercícios, como mencionado no início do capítulo, entre: problemas abertos, problemas fechados e exercícios. Além disso, houve atividades com investigação matemática, história da matemática, jogos, modelagem matemática e uso de recursos digitais. Na tabela, constará a quantidade de cada exercício analisado, de acordo com as suas classificações.



TABELA 1: Tabela de resultados.

<b>Ficha de Análise</b>		<b>Quantidade/ sim ou não</b>
<b>Conceitos e definições</b>	Apresentados em primeiro plano	2
	Construídos a partir de exemplo/problemas	3
	Trazidos após apresentação do tema	1
	Ausente	2
<b>Atividades propostas</b>	Exercícios	41
	Problemas fechados	43
	Problemas abertos	9
	Investigação Matemática	0
	História da Matemática	0
	Jogos	0
	Modelagem Matemática	0
	Uso de recursos digitais	0
<b>Estratégias de trabalho proposto para as atividades</b>	Individual	90
	Grupo	1
<b>Recomendações aos professores (no manual)</b>	Propõe a realização da atividade por meio da Resolução de Problemas	Sim
	Não faz referência à Resolução de Problemas	
	Destaca diferentes abordagens metodológicas	Sim
	Não faz referência as diferentes abordagens metodológicas	

Fonte: Autoria própria

Ao analisar os conceitos e definições, nota-se que os autores optaram, em maior parte, por construírem as definições a partir de exemplos,

deixando de lado a maneira tradicional de iniciar um conteúdo a partir das definições.

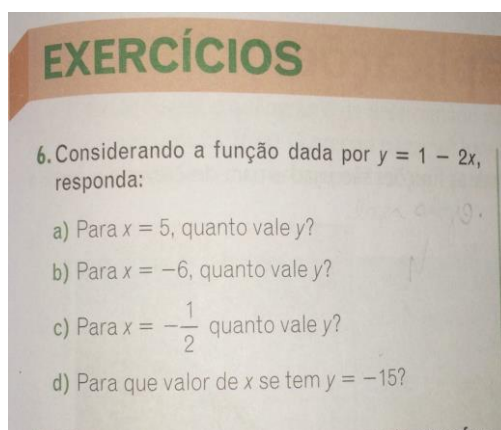
Em relação às atividades propostas, os autores abordaram mais as categorias de problemas fechados e exercícios, e, em ambas, a estratégia para a resolução está contida nos enunciados, que estão na seção “exercícios e auto avaliação”. O livro traz “problemas” relacionados com o cotidiano dos alunos, mas alguns desses “problemas” não necessitam de uma formulação de procedimentos e estratégias para chegarem à solução. A maioria dos problemas abertos propostos na unidade de função são os denominados “conectando saberes e interagindo”.

Dante (2009) considera que um bom problema deve ser desafiador, real e interessante para o aluno, bem como ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido e não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas, além de possuir um nível de dificuldade adequado. Portanto, não basta somente construir um problema relacionado ao cotidiano, há várias características para se construir um bom problema.

Em seguida, encontram-se algumas das imagens dos problemas que o capítulo traz, tais como: exercícios, problemas fechados e problemas abertos.

### Exemplos de “exercícios”:

Imagem 14: exemplo de exercício 1.



Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Imagem 15: Exemplo de exercício 2.

45. Seja a função  $y = -3x + 2$ .

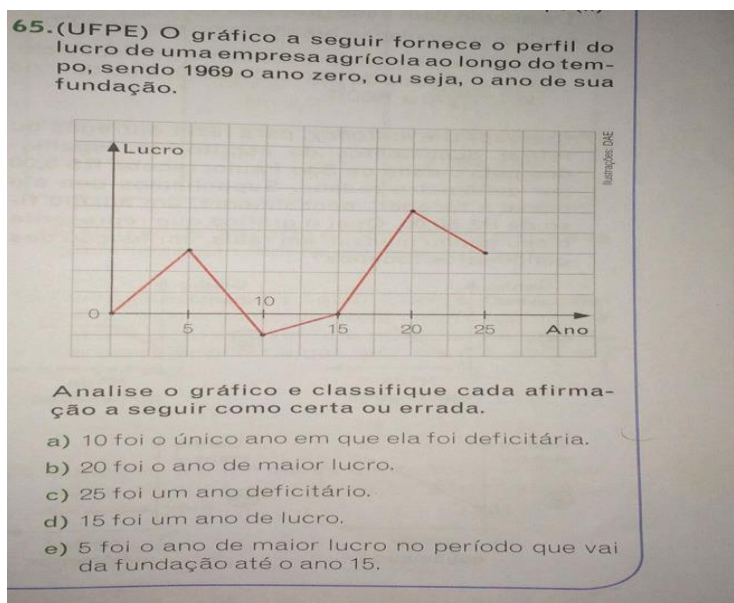
- Qual é o valor de  $y$  para  $x = -2$ ?
- Qual é o valor de  $y$  para  $x = \frac{2}{3}$ ?
- Qual é o valor de  $x$  para  $y = 11$ ?
- Qual é o valor de  $x$  para  $y = 0$ ?

46. Seja a função  $y = x^2 - 7x + 10$ .

- Qual é o valor de  $y$  para  $x = -5$ ?
- Qual é o valor de  $y$  para  $x = \frac{1}{2}$ ?
- Quais são os valores de  $x$  para  $y = 0$ ?
- Quais são os valores de  $x$  para  $y = 18$ ?

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Imagem 16: Exemplo de exercício 3.




Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

## Exemplos de problemas fechados:

Imagem 17: Exemplo de problemas fechado 1.

52. Num supermercado, os sabonetes estão em promoção.



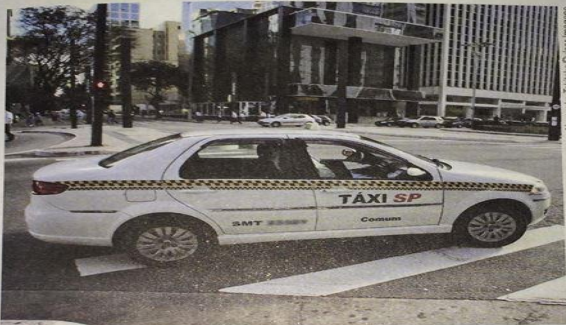
Copie e complete a tabela que permite saber quanto deve pagar uma pessoa que compra até 10 sabonetes.

Quantidade	Preço a pagar (R\$)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Imagem 18: exemplo de problema fechado 2.

16. O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Se a bandeirada custa R\$ 7,00 e cada quilômetro rodado custa R\$ 1,20, responda:



- Qual é o valor  $V$  a pagar numa corrida de  $n$  quilômetros?
- Quanto vai custar uma corrida de 11 quilômetros?
- Quanto vai custar uma corrida de 5 quilômetros e 800 metros?
- Qual é a distância percorrida por um passageiro que pagou R\$ 27,40 pela corrida?
- Qual é a distância percorrida por um passageiro que pagou R\$ 18,40 pela corrida?

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Imagem 19: Exemplo de problema fechado 3.

20. Um metro de corda custa R\$ 1,30. Copie e complete a tabela de preços em função do número de metros.

Comprimento (m)	Preço (R\$)
1	1,30
2	
3	
	6,50
7,5	


Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

## Problemas abertos:

Imagem 20: exemplo de problema aberto 1.


### A ideia da máquina

Forme dupla com um colega para conhecer a brincadeira que Carla criou!  
O professor propôs uma atividade em que ele dizia um número e colocava as orientações na lousa; os alunos faziam as operações pedidas e davam o resultado. A partir disso, Carla pensou numa nova brincadeira:




Imaginei a função como uma máquina. Para cada número que colocamos na entrada, ela faz as operações indicadas e fornece um número na saída.

Observem o desenho e usem o cálculo mental para responder oralmente qual o valor das bolinhas coloridas que sairão da máquina.



O número que sai é dado em função do número que entra!



**INTERAGINDO**

Registrem no caderno.

1. Para obtermos na saída a bolinha com o número 71, que número deve ser colocado na bolinha de entrada?
2. Há como obter na saída o número 3?
3. Cada um de vocês inventa uma máquina como a da Carla com 3 bolinhas prontas para serem colocadas na entrada. Troquem os cadernos para determinar os valores nas bolinhas que sairão. Confiram as respostas.
4. Certa máquina eleva o número ao quadrado, soma o número original e exibe a resposta na saída.
  - a) Que número sai quando entra o número:
 


♦ $-4?$	♦ $-1?$
---------	---------
  - b) Representando o número que entra por  $x$ , como representaremos o número que sai?
  - c) Descubram quais os dois números que podem entrar na máquina para que saia o número 6.
  - d) É possível obter 23 na saída desta máquina?
  - e) A todo elemento que entra na máquina corresponde um único elemento na saída?

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Imagem 21: Exemplo de problema aberto 2.

**29.** Procure em jornais ou revistas e recorte uma função representada por um gráfico e outra por uma tabela.

**CONECTANDO SABERES**

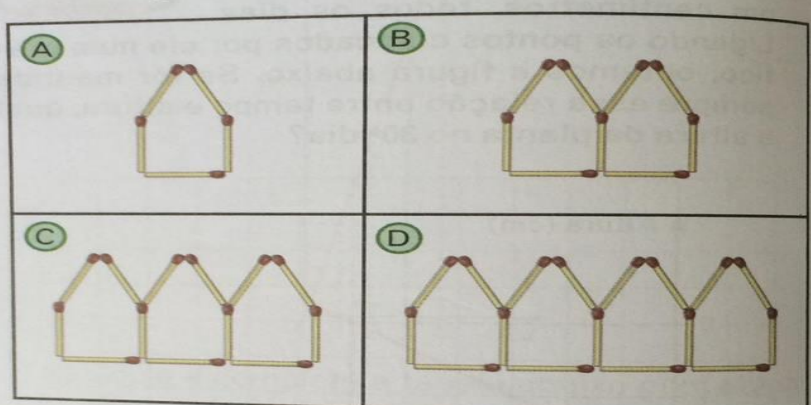


Ilustrações: DAE

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

Imagem 22: Exemplo de problema aberto 3.

**50.** Roberto arrumou palitos de fósforo como mostra a figura:



a) Quantos palitos Roberto usou para formar 4 "casas"?

b) Quantos palitos Roberto usaria para formar 10 "casas"?

c) Escreva a equação que expressa o total de palitos ( $p$ ) em função do número de "casas" ( $c$ ).

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015)

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de analisar, nos documentos oficiais (BNCC, DCE, PNC), os apontamentos sobre a Resolução de Problemas com ênfase na Resolução de Problemas como metodologia de Ensino e Aprendizagem de matemática, defendida pela Educação Matemática, foi levantada a importância desta metodologia nesses documentos, assim como sua relevância para o processo de Ensino e Aprendizagem de matemática.

Ao final da análise dos documentos oficiais, observamos a grande importância desta metodologia para o ensino da matemática como nos PCN (BRASIL, 1998) que indicam a Resolução de Problemas como um ponto de partida para as aulas de matemática, para que ocorra um bom desenvolvimento da aula tanto para alunos, quanto para professores. Porém, os PCN destacam que o ato de se resolver problemas, por muitos, é visto como uma maneira de efetuar cálculos utilizando apenas os dados do enunciado, assim explorando somente os dados da atividade.

Contudo, os PCN apontam que a Resolução de Problemas proporciona ao aluno o desenvolvimento de capacidades como a autoconfiança, além da mobilização de conhecimentos, por meio de hipóteses e tentativas, para que o aluno possa chegar a um resultado confiável.

Na BNCC (BRASIL, 2018), a Resolução de Problemas é vista como uma estratégia para que ocorra uma aprendizagem no decorrer do Ensino Fundamental, apontando duas competências da Resolução de Problemas que a torna fundamental para a relação entre a matemática e o cotidiano dos alunos.

Apresentada como um desafio pelo fato de os alunos fazerem uso de conhecimentos já adquiridos para que ocorra a construção de novos conhecimentos durante a Resolução de Problemas, as DCE (PARANÁ, 2008) apontam a Resolução de Problemas como uma metodologia dinâmica, proporcionando aos alunos um modelo de aula diferente dos clássicos que já estão acostumados, de forma que os alunos possam ser mais ativos no processo de construção de seus conhecimentos.



A Resolução de Problemas como Ensino e Aprendizagem de matemática desperta no aluno o interesse por essa disciplina, pois os problemas muitas vezes podem se tornar desafiadores para os alunos, fazendo com que o aluno tenha a possibilidade de trabalhar com seu cotidiano por meio da matemática. Dessa forma, eles obtêm novos conhecimentos através daqueles já obtidos em conteúdos anteriores, mesmo antes de saberem qual conteúdo começaram a aprender.

Destaca-se, na Resolução de Problemas, a relação entre professor e aluno, na qual o professor deixa a postura central e passa a ser mediador de conhecimentos, levando os alunos a serem mais ativos em seus processos de Ensino e Aprendizagem, por meio do uso de técnicas adquiridas durante o desenvolvimento desta metodologia.

Uma das ferramentas mais usadas em sala de aula é o livro didático, o qual guia os professores durante o planejamento de suas aulas.

O principal objetivo desse trabalho foi conhecer as várias concepções sobre Resolução de Problemas e como elas são encontradas nos livros didáticos.

Em relação ao conteúdo de funções, o livro didático “praticando matemática” é um adequado em relação à Resolução de Problemas, pois os autores, no início de algumas definições, buscaram sempre começar com exemplos, mesmo que em alguns tópicos não tenham se distanciado tanto da maneira tradicional. Além disso, os problemas que os livros trazem têm um papel importante no ensino-aprendizagem dos alunos, mas é visto que a maioria dos problemas são de caráter fechado, com problemas padrão os quais não desafiam os alunos.

Com isso, o livro didático ensina a matemática em alguns momentos **para** a Resolução de Problemas e **através** da Resolução de Problemas e também foca no dia a dia dos alunos, assim como a BNCC aponta.

A dúvida que fica é: se os professores em sala de aula fazem o uso da Resolução de Problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. Essa é uma questão para pesquisas futuras.

Os resultados deste trabalho possibilitam uma reflexão a respeito da função professor, sendo essa de extrema importância no ensino e aprendizagem do aluno. Cabe a ele tentar trabalhar **através** da Resolução de Problemas e, para isso, é essencial um bom planejamento das atividades e dos questionamentos que vão desenvolvendo durante as aulas. A Resolução de Problemas proporciona aos alunos uma autonomia, em que ele mesmo decide qual a melhor estratégia para chegar a um resultado, sem se prender na resposta pronta encontrada nos livros ou concedida pelo professor.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, v.34, n. 1, p.209-232, jan-jun., 2014.
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando matemática**, 9. 4. ed. renovada. São Paulo: Editora Brasil, 2015. (Coleção praticando matemática; v.9).
- BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. Em foco: história, produção e memória do livro didático. Apresentação. **Educação e Pesquisa**. v.30, n.3. São Paulo: FE/USP, 2004.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do ensino fundamental)**. V.3. Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular- BNCC**. Brasília: 2018.
- BURIASCO, R. L. C. Sobre Resolução de Problemas. Notas de aula. 2009.
- COSTA, S. C. ALLEVATO, N. S. G. Livro didático de matemática: Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **VIDYA**, v.30, n.2, p.71-80, jul/dez., 2010
- DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2009.
- JUSTULIN, A. M.; MORAIS, R. S. Resolução de problemas – Entre o tudo e o nada: possíveis articulações. **REMATEC**, Ano 11, n. 21, jan.-abr. 2016, p. 91-108.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 25, núm. 41, dez., 2011, pp. 73-98. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005>>. Acesso em 15 abr 2018.
- PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática**, Paraná, 2008.
- PATERLINI, Roberto. Aplicação da Metodologia Resolução de Problemas Abertos no Ensino Superior. **São Carlos: DM-UFSCar**, 2010.
- PÓLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PÓLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**, Princeton, USA, Princeton University Press, 1945. Edição consultada: 1995.

SANTOS-WAGNER, V. M. Resolução de problemas em matemática: Uma abordagem no processo educativo. **BOLETIM GEPEM**, nº 53, p. 43-74, jul/dez, 2008.

SILVA, D. R. **Livro didático de Matemática: lugar histórico e perspectivas**. 2010. Dissertação (Programa de Pós-graduação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo.

SILVA JUNIOR, C. G. O livro didático de matemática e o tempo. **Revista de iniciação científica da FFC**, v.7, n.1, p.13-21, 2007.