UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO DE ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2018

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO DE ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina TCC 2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado.

Orientadora: Prof. Dra. Andresa Maria Justulin

CORNÉLIO PROCÓPIO
2018

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Diretoria de Graduação
Departamento de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática

FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA

Prof. Andresa Maria Justulin
(Orientador)

Prof. Henrique Rizek Elias

Prof. Miriam M. A. Gonçalez

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

RESUMO

BARROS, Felipe Aparecido Baldim. **UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO DE ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2018. 81 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

O presente trabalho visa apresentar uma análise das dificuldades e estratégias utilizadas para resolver problemas do campo aditivo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. A Teoria dos Campos Conceituais junto à Resolução de Problemas constituem o referencial teórico desta pesquisa, que tem uma abordagem qualitativa. Para a coleta de dados foi elaborado um instrumento de avaliação com situações do campo aditivo que se classificam em: Composição, Transformação e Comparação, relacionando em prototípicas, de 1ª, 2ª, 3ª e 4ª extensões de dificuldade, tanto positivas quanto negativas. Os participantes da pesquisa foram alunos do 5° ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal do interior do estado do Paraná. Os resultados sugerem que os alunos participantes, possivelmente, não foram estimulados a buscar maneiras diversas de resolver problemas nos anos iniciais, limitando-se, muitas vezes, à aplicação direta do algoritmo. Além disso, os alunos apresentaram dificuldades em problemas de composição negativa, em que foram cometidos erros na interpretação do que se pedia. Nos casos de transformação, os alunos mostraram dificuldades na busca do estado inicial e na própria transformação e nas situações de comparação, quando se buscava tanto o referido quanto o referente.

Palavras-chave: Campo Aditivo; Resolução de Problemas; Teoria dos Campos Conceituais; Dificuldades; Estratégias de Resolução de Problemas.

ABSTRACT

BARROS, Felipe Aparecido Baldim. **AN ANALYSIS OF THE DIFFICULTIES AND PROBLEM SOLVING STRATEGIES OF THE ADDITIVE CONCEPTUAL FIELD OF STUDENTS OF THE 5th YEAR OF FUNDAMENTAL EDUCATION.** 2018. 81 f. Course Conclusion Monography (Graduation course) – Degree in Mathematics. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

The present work aims to present an analysis of the difficulties and strategies used to solve problems of the additive field of students of the 5th year of Elementary School. The Theory of Conceptual Fields and the Problem Solving are the theoretical reference of this research, which has a qualitative approach. For the data collection, an evaluation instrument with additive field situations was elaborated, which are classified in: Composition, Transformation and Comparison, relating in prototypical, 1st, 2nd, 3rd and 4th extensions of difficulty, both positive and negative. The participants of the research were students of the 4th year of Elementary School, a municipal school in the interior of the state of Paraná. The results suggest that the participating students may not have been encouraged to look for diverse ways of solving problems in the early years, often limiting themselves to direct application of the algorithm. In addition, the students presented difficulties in problems of negative composition, in which errors were made in the interpretation of the request. In the cases of transformation, the students showed difficulties in the search for the initial state and in the transformation itself e in situations of comparison, when both the referent and the referent were sought.

Keywords: Additive Field; solving problems; Theory of Conceptual Fields; Difficulties; Problem Solving Strategies.

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, sem ele nada disso seria possível e também por me ouvir e me acalmar nos momentos de angústias.

Dedico também este trabalho a minha mãe, Dona Nair que sempre me incentivou, me deu forças e rezou por mim nos momentos difíceis desta jornada.

Dedico por fim à Juliana, uma pessoa esplêndida que sempre me apoiou, incentivou e me ajudou neste percurso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha orientadora, Profª Andresa Maria Justulin, pela incrível oportunidade oferecida nesta pesquisa. Seus conhecimentos foram impressionantes para mim e os levarei por toda a vida.

Agradeço às professoras Eliane Maria de Oliveira Araman, Mirian Maria Andrade Gonçalez e ao professor Henrique Rizek Elias, participantes da minha banca, por suas valiosíssimas contribuições para a pesquisa e meu crescimento profissional.

Agradeço aos meus colegas, Juliana, Mariana, Luiz Otávio, Wendel, Amanda S., Paulo, entre outros, que contribuíram comigo de alguma maneira e com este trabalho.

Agradeço também aos meus colegas professores, Leila, Nídia, Aliandersan, Jacinta, Marizane, Marcia, Aparecida Assolari, Regina, entre outros, da escola onde leciono, que de alguma maneira me apoiaram e me ajudaram neste importante percurso da minha carreira.

Agradeço a minha família por me apoiar em todas as situações enfrentadas nesta etapa.

Enfim, agradeço a todas as pessoas (colegas, amigos, professores) que fizeram parte desde incrível momento e, que mesmo não contribuindo diretamente, de alguma forma, cooperaram e incentivaram a conclusão desta pesquisa e do curso.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa surgiu com a intenção de pesquisar algo relacionado à minha área de atuação[1]. Este encontro com o tema possibilitou perceber como os problemas são utilizados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como quais dificuldades são comuns ao longo do ensino de Matemática para as crianças participantes da pesquisa.

Ao concluir o Ensino Fundamental 2, percebi que, para minha vida, eu gostaria de estar em uma profissão que contribuísse com a vida das pessoas e com a sociedade. Isso me motivou a escolher a profissão de professor, principalmente nos anos iniciais, faixa etária essencial para a formação do aluno. Já leciono há mais ou menos 5 (cinco) anos, 3 (três) deles nos anos iniciais e, com certeza, foi a melhor experiência que tive até hoje. O amor, o respeito e a alegria quando eles aprendem, não tem preço!

O ensino de Matemática nos anos iniciais é um importante momento para a construção de conhecimentos elementares, mas que se forem negligenciados podem comprometer o aprendizado dos demais conceitos matemáticos dos alunos. Em conformidade, e com base numa busca de respostas sobre os obstáculos encontrados por meus alunos de 5º ano na disciplina de Matemática, surgiu a ideia e, consequentemente, o encontro com o tema.

A Matemática ensinada no Ensino Fundamental geralmente tenta ser relacionada com situações problemas para que haja melhor compreensão. Muitas vezes, o professor não consegue fazer satisfatoriamente essa relação, e trabalha com problemas estereotipados ou enfatiza o algoritmo da adição e da subtração. Neste sentido, ao pesquisar sobre o Campo Conceitual Aditivo e a teoria da Resolução de Problemas foi possível perceber a importância e a possibilidade de exploração do tema.

1.1 Objeto da pesquisa

A Teoria dos Campos Conceituais, do pesquisador Gérard Vergnaud, visa orientar investigadores sobre o estudo do desenvolvimento da aprendizagem e tem

---

[1] Será usada a escrita em primeira pessoa, neste momento do texto, por se tratar das experiências pessoais do autor.

por finalidade propor uma estrutura para compreender as filiações e rupturas no conhecimento. O Campo Conceitual Aditivo está intrinsecamente incorporado nesta teoria.

O Campo Aditivo pode ser definido como o conjunto de situações que envolve as operações de adição ou subtração. Tais situações são classificadas dentro de três estruturas: Composição, Transformação e Comparação.

As situações de composição, geralmente ligadas a ideias de juntar elementos, visam o todo. As de transformação, pretendem transformar o estado inicial do problema, a fim de buscar o final. As situações de Comparação, tendem a comparar elementos do problema, e geralmente estão ligadas a quantidades.

O estudo do Campo Aditivo mostra-se mais adequado com uma análise da resolução de problemas, que possibilita refletir sobre os tipos de problemas e as possíveis estratégias de resolução encontradas pelos alunos.

Sobre as estratégias de resolução de problemas, autores como Musser; Shaughnessy (1997) e Dante (1991) destacam: a Tentativa e erro; Descobrir os padrões ou regularidades; Simplificar o problema; Trabalhar em sentido inverso, ou seja, do fim para o princípio e Simular esquemas, gráficos, tabelas e diagramas, que também são contextualizadas posteriormente.

1.2 Objetivo da pesquisa

- Analisar as dificuldades e as estratégias utilizadas por alunos dos anos iniciais ao resolverem problemas de adição e subtração.

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho apresenta uma introdução, com um breve resumo sobre a pesquisa e as razões pela escolha do tema. Como o foco da pesquisa é os anos iniciais, apresenta-se, na seção dois, dados sobre o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, principalmente de professores que não têm formação específica, conforme os resultados da Prova Brasil, dentro do campo aditivo.

Para se entender melhor o campo aditivo, na seção 3 utiliza-se o referencial teórico da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, que embasa, junto a Resolução de problemas, tratada na seção 4, deste trabalho.

A seção 5 trata do desenvolvimento da metodologia de pesquisa e a opção pela abordagem qualitativa, apresenta os participantes e o instrumento de pesquisa, composto por situações prototípicas e de 1ª à 4ª extensões de dificuldade.

Na seção 6 são analisados cada um dos 15 problemas resolvidos pelos participantes da pesquisa. Em todos eles são levantadas as dificuldades, os erros e acertos, bem como considerações sobre a estratégia de resolução apresentada.

Por fim, são apresentadas, também, as considerações finais da pesquisa, levantando aspectos importantes referentes à mesma.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS: aspectos da formação docente e o desempenho dos alunos

A Educação Básica em nosso país vem passando por mudanças, a mais recente é a Base Nacional Comum Curricular. Dentre as disciplinas lecionadas no Ensino Fundamental, é corriqueiro que os alunos encontrem mais dificuldades na disciplina de Matemática, muitas vezes, só percebidas pelo professor a partir do 6º ano, momento onde há um profissional com habilitação específica para esta disciplina.

Vale a pena ressaltar que os professores atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental têm conhecimentos gerais e não especializados como no caso de um licenciado em Matemática. E ainda, cursos de formação superior para professores dos anos iniciais (quando são exigidos) empregam carga horária insuficiente relacionada ao ensino de matemática.

Assim, como destaca Bednarchuk (2012):

> A importância da formação de professores demanda a necessidade de aprofundar análises na formação inicial dos docentes para os anos iniciais com delineamento de pressupostos teórico-metodológicos na reelaboração dos cursos de licenciatura em relação às propostas com o ensino dos conhecimentos matemáticos (BEDNARCHUK, 2012, p.24).

Nos anos iniciais, os professores que lecionam Matemática, não atribuem muita atenção a conhecimentos matemáticos, tendo uma concepção de que o saber ensinar a matemática já é suficiente. Assim, é importante se observar que:

> [...] a distância em relação ao ensino de matemática na formação do professor, nos cursos de Pedagogia e nos cursos de licenciatura em Matemática, imprimindo ao docente dos primeiros anos do Ensino Fundamental, uma identidade pedagógica com lacunas para a prática do ensino da matemática (BEDNARCHUK, 2012, p.66).

Nota-se também que os cursos de Pedagogia priorizam mais as questões metodológicas como essenciais à formação do futuro professor, mas com carga horária bastante reduzida. Segundo Nacarato et al (2017, p.22), “professoras polivalentes tem tido pouca oportunidade para uma formação matemática [...], e quando ela ocorre na formação inicial, vem se pautando em aspectos metodológicos". Contudo, é fundamental a compreensão dos conhecimentos matemáticos por professores dos anos iniciais, sendo ideal a exploração do conteúdo matemático a ser explorado com os alunos, junto aos aspectos metodológicos.

Sobre os resultados obtidos sobre o desempenho dos alunos das séries iniciais em Matemática, a Prova Brasil é um dos instrumentos que consegue fornecer um panorama da situação do país. Já a Prova Brasil[2] é aplicada de maneira bianual, e avalia turmas de 5º e 9º anos do Ensino Fundamental. Seu objetivo, como afirma Barbosa (2014, p.5) é "[...]mostrar as dimensões dos problemas de cada rede de ensino e orientar a reformulação das políticas públicas voltadas para a educação [...]".

Os seus 28 descritores[3] são sua base de avaliação, e estão divididos em quatro blocos: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações e Tratamento da Informação. Os descritores de 13 a 26 abordam o tema Números e Operações, e retratam o campo aditivo e multiplicativo.

Para este trabalho, o descritor 19 "Resolver problemas com Números Naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa)", será explorado.

O desenvolvimento do descritor 19 por parte do professor,

> [...] pressupõe um trabalho com as operações que garanta ao estudante ler o problema, compreender seu enunciado, identificar uma operação e utilizar uma estratégia de resolução. Torna-se fundamental destacar que o item de avaliação é uma pequena parte do que o aluno deve aprender sobre determinado assunto [...] (BARBOSA, 2014, p.11).

O referido descritor envolve situações problemas que abarcam a ideia de juntar (combinar dois estados para obtenção de um terceiro), transformar um estado

---

[2] Os dados e informações dessa avaliação podem ser acessados em: <http://provinhabrasil.inep.gov.br/provinhabrasil/#/>

[3] Os descritores mostram as habilidades que são esperadas dos alunos em diferentes etapas de escolarização. Podem ser entendidas também como um conjunto de tópicos que representam uma subdivisão de acordo com conteúdo, competências de área e habilidades. Cada tópico é constituído por elementos que descrevem habilidades que serão avaliadas na Prova Brasil e estão alocados dentro de matrizes curriculares.

inicial (alterar o estado inicial através de uma transformação e obter um estado final), comparar (através da comparação de dois estados) e atuar com mais de uma transformação (neste caso, utilizar-se de mais de uma operação dado o estado inicial ou final). Assim, nas aulas, os professores devem estar atentos e abordarem situações em conformidade com o descritor 19, de forma que os alunos adquiram as habilidades a ele relacionadas.

3 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud é uma teoria cognitivista, que tem como propósito fornecer informações para um estudo do desenvolvimento e aprendizagem.

A Teoria de Campos Conceituais tem sido utilizada por estudiosos de diversas áreas. Aliada à psicologia, a educação vem se transformando e aprimorando as técnicas e teorias de estudos e, nessa confluência, o ensino da Matemática recebe contribuições no sentido de melhor compreender a formação de um conceito, o campo conceitual a ele associado e pensar em possibilidades de abordá-lo em sala de aula. Tal teoria "visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo aquelas relacionadas com as ciências e as técnicas" (VERGNAUD, 1990, p.1).

De acordo com Magina ([201-?], p.2)

> A Teoria dos Campos Conceituais oferece valiosos elementos para a análise das competências e dificuldades dos alunos e constitui uma ferramenta poderosa para a construção de diagnóstico dos alunos, a partir da análise das estratégias adotadas por esses alunos diante de situações problema (MAGINA, [201-?], p.2).

Os Campos Conceituais têm por finalidade propor uma estrutura para compreender as filiações e rupturas no conhecimento, principalmente em crianças. Entende-se como filiação de conhecimento o processo em que o aluno aprende com base em um conhecimento anterior e a ruptura é o processo que visa adequar o conhecimento científico ao conhecimento popular, superando-o.

A partir do momento em que a criança começa a fazer essas filiações entre conhecimentos propostos e já adquiridos, cria-se um campo de conceitos contemplados em sua rede de aprendizagem. É fato que, em certos momentos, precisará de algum conceito elaborado para transpor algum problema encontrado.

"Um campo conceitual é um conjunto de diferentes situações, problemas, relações, conteúdos, estruturas e operações do pensamento que se entrelaçam durante o processo de aquisição do conhecimento" (SILVA, 2014, p.29). Em vista de diversas situações ou problemas, o conhecimento é construído de forma em que vai sendo posto em prova, delineando e promovendo as relações entre conteúdos.

Vergnaud (1990) nos oferece alguns elementos que aprimoram nosso entendimento sobre Campos Conceituais. O referido autor propõe a ideia de *teorema-em-ação* e a de *esquema*. O teorema-em-ação pode ser entendido como as hipóteses, não explícitas, carregadas pelos alunos quando determinam alguma ideia para solucionar um problema.

> Os Teoremas-em-ação não são teoremas no sentido convencional do termo, até porque sua característica principal é não ser explícito e ter alcance local. Eles estão subjacentes ao comportamento dos alunos, aparecem de modo intuitivo na ação desses, e seu âmbito de validade é bem menor que o âmbito dos teoremas (MAGINA, [201-?], p.2).

O esquema é um termo que provém da teoria de Piaget e pode ser definido por uma ação ligada à resolução de um problema, ao qual é organizada, mas pode ser transpassada ou difundida de acordo com a situação encontrada pelo aluno, ou seja, é uma metodologia de resolução, repetida pelo discente em várias circunstâncias, pelo qual adquire conhecimentos para definir soluções.

O fato de o aluno não ser instigado pelo docente gera uma situação de repetição de informações e não de construção de conhecimento, pois uma premissa da Teoria dos Campos Conceituais é a de que o conhecimento é construído a partir da ação do sujeito sobre a situação em que se encontra. De outra forma, também contribui para o aprendizado emergir da resolução de problemas, com tamanha intensidade na prática quanto na teoria.

Em Educação Matemática, essa teoria estende-se por pesquisar conhecimentos prévios e compor situações problemas para construir a aprendizagem.

O campo conceitual para Vergnaud (1990) é um conjunto de situações que expressam uma variedade de ideias, procedimentos e representações. A construção de um conceito, de acordo com o autor, envolve uma terna de conjuntos, chamada simbolicamente de **SIR.** O **S** representa um *conjunto de situações* que permeiam o objeto em estudo, dando significado a ele, o **I** é um *conjunto de invariantes,* propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto, e por fim, **R** é um *conjunto de representações simbólicas*, que permitem relacionar o entendimento do objeto com suas propriedades.

De acordo com Vergnaud (1990), para que o indivíduo forme um conceito, ele necessita interagir com ele numa ampla rede de situações. Além do mais, uma única situação, por si só, por mais simples que seja, envolverá sempre diversos conceitos.

3.1 Campo Conceitual Aditivo[4]

O campo conceitual das estruturas aditivas pode ser definido como um conjunto de situações que, em sua abordagem, envolve uma ou mais adições e/ou subtrações. Esses conceitos são tratados nos anos iniciais do Ensino Fundamental desde o primeiro ano, não sendo conveniente sua abordagem de modo isolado pois, segundo Vergnaud (1990), um conceito não está isolado, mas pertence a um campo conceitual. Desse modo, o autor classifica as situações encontradas nas estruturas aditivas como:

- Composição: situações que relacionam o todo com as partes;
- Transformação: situações que relacionam o estado inicial com um estado final por meio de uma transformação;
- Comparação: situações que apresentam uma relação entre um referente e um referido.

Vergnaud (1990) evidencia seis relações base encontradas nas estruturas aditivas, que envolvem as ideias de juntar, retirar, transformar e comparar. São elas:

I. *A composição de duas medidas numa terceira;*

Nesta situação, realiza-se uma operação com dois fatores do problema, a qual resultará um terceiro fator, ou seja, compõem-se fatores, obtendo-se um todo desconhecido. Por exemplo: “Em uma caixa há 6 bananas e 3 laranjas. Quantas frutas há na caixa?”.

II. *A transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final;*

A transformação de uma situação inicial em uma situação final em que o

[4] As situações-problema da seção 3.1 foram construídas com base nas encontradas em Vergnaud (1990).

estado final é desconhecido.

Nesta situação, possui-se um fator inicial e provoca-se uma transformação que o converte em um fator final. Por exemplo: ”João tinha R$15,00 e comprou um carrinho de brinquedo por R$5,00. Com quantos reais João ficou?”.

III. *A relação (quantificada) de comparação entre duas medidas;*

É uma situação onde é estabelecida uma relação entre duas quantidades, em que alguns sujeitos “recebem” fatores que os identificam de forma a compará-las posteriormente. Por exemplo: “Bruno tem 15 anos. Mariana tem 7 anos a mais que Bruno. Quantos anos Mariana tem?”.

IV. *A composição de duas ou mais transformações;*

Esta situação se refere a operar duas ou mais transformações, a qual pode ser percebida como fatores que se operam em um mesmo sentido. Pode ser percebida por buscar o todo, a partir de duas ou mais transformações. Por exemplo: “José resolveu comer fora de casa, gastou R$15,00 para almoçar, depois gastou R$12,00 para jantar. Quanto José gastou ao todo?”.

V. *A transformação de uma relação (que identifica a operação);*

É uma situação onde há um fator, que recebe uma transformação. Por exemplo: “Pedro devia R$7,00 a Jonas, pagou R$3,00. Quanto Pedro deve agora?”.

VI. *A composição de duas relações;*

Este tipo de situação se compara a anterior, onde os sujeitos possuem um fator, que se compõe para obter um novo elemento. Por exemplo: “Augusto deve R$9,00 para Pedro e R$12,00 para Joaquim. Quanto Augusto deve ao todo?”.

Ainda que, as situações-problemas apresentadas abordem diferentes conceitos aditivos, podemos classificá-las dentro das três principais categorias:

composição, transformação e comparação.

As estruturas mais simples são encontradas nas situações-problema denominadas de "protótipos" (situações prototípicas), podendo ser de composição ou de transformação.

> Protótipos são situações de menor complexidade e podem ser de composição, quando são dadas as partes e se pede o todo, ou de transformação, quando é dado o estado inicial e a transformação, e se pede o estado final (SANTOS, SANTANA, 2010, p.6).

Essas situações podem se estender, sofrendo combinações e ampliando o nível de complexidade. O quadro 1 ilustra as situações prototípicas e outras quatro extensões:

Quadro 1 – Situações prototípicas e extensões

	COMPOSIÇÃO	**TRANSFORMAÇÃO**	**COMPARAÇÃO**
Situações Prototípicas (Podem ser de Composição ou Transformação)	As situações prototípicas de composição ocorrem quando um problema apresenta duas partes e através da composição (positiva) procura-se o todo. Exemplo: *"Fui ao mercado e comprei 3 maças. Pouco tempo depois voltei e comprei mais 5 maçãs. Quantas maçãs comprei ao todo?"*	Neste caso, a partir de um estado inicial do problema e uma transformação (positiva ou negativa), procura-se o estado final. Exemplo: *"Jaqueline possuía 5 moedas, e recebeu de seu tio mais 3 moedas. Quantas moedas Jaqueline tem agora?"*	
Situações de 1ª extensão (Podem ser de Composição ou Transformação)	Esses problemas apresentam apenas uma parte e a composição, e se busca a outra parte. Eles podem ser tanto positiva quanto negativa. Exemplo: *"Numa caixa há 8 bolinhas vermelhas e amarelas. Quatro bolinhas são vermelhas. Quantas bolinhas amarelas há na caixa?"*	Nesta situação, os problemas apresentam o estado inicial e o final, e busca-se a transformação (positiva ou negativa). Exemplo: *"No início de um jogo de cartas, Pedro começou com 5 reais, ganhou mais alguns reais e ao final do jogo Pedro possuía 12 reais. Quanto Pedro ganhou?"*	
Situações de 2ª extensão (Podem ser de Comparação)			Nesta situação, apresenta-se um referente e uma relação (que seria a comparação com o referente), e busca um

			referido. Os problemas de comparação podem ser tanto positiva quanto negativa. Exemplo: *"Carla tem 5 bonecas. Maria tem 2 a menos que Carla. Quantas bonecas tem Maria?"*
Situações de 3ª extensão (Podem ser de Comparação)			As situações pertencentes a este grupo são aquelas que mostram o referente e o referido e busca compará-los, ou seja, estabelece uma relação entre eles. Elas podem ser tanto positiva quanto negativa. Exemplo: *"João tem 5 carrinhos de brinquedo. Lucas tem 8 carrinhos. Quem possui mais carrinhos? Quantos carrinhos a mais?"*
Situações de 4ª extensão (Podem ser de Comparação ou de Transformação)		Nessa extensão encontra-se somente o estado final e a transformação ocorrida. Elas podem ser tanto positiva quanto negativa. Exemplo: *"No fim de um jogo de cartas, Pedro estava com 12 reais. Ele perdeu 5 ao longo do jogo. Com quantos reais Pedro iniciou o jogo?"*	Nesses problemas são encontrados apenas o referido e a relação (com o referido) e se busca o referente. Exemplo: *"Jonas tem dinheiro para comprar salgadinho e João tem 3 reais a menos que ele. Sabendo que João tem 5 reais, quantos reais tem Jonas?"*

Fonte: Elaborado pelo autor.

As situações prototípicas de adição podem estar relacionadas a conceitos de juntar ou retirar, respectivamente quando há ganho ou perda. As situações de 1ª extensão apresentam maior dificuldade que as situações prototípicas. A cada extensão, a complexidade das situações aumenta. Assim, cada conjunto de situação trabalha com um mesmo conhecimento, embora sejam classificadas em diferentes níveis de dificuldades.

Também é possível situar esses problemas em mais de uma categoria (Composição, Transformação e Comparação), fazendo a combinação das mesmas, a fim de aumentar a dificuldade a partir das extensões anteriores. Tais situações são chamadas de problemas mistos, pois envolve mais de um raciocínio aditivo para encontrar uma solução. E ainda:

> Vale ressaltar que as extensões não abordam níveis isolados de aprendizagem, mas um conjunto de situações que vão possibilitar ao estudante aprimorar seu raciocínio aditivo (SANTOS, SANTANA, 2010, p.6).

Pode-se dizer que a adição e a subtração se completam no sentido de aprendizado, ou seja, a criança “[...] só desenvolve seus conhecimentos junto a um campo vasto de situações, dentre as quais, necessitam de um parentesco [...]” (SANTOS; SANTANA, 2010, p.7).

Para Vergnaud (2011) o campo conceitual das estruturas aditivas fornece diversos exemplos de situações, nas quais é delicada a escolha das operações e a interpretação dos dados onde se aplica, precisando, talvez, de uma combinação específica.

4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O saber matemático é fundamental na vida cotidiana do ser humano, além de estar presente em várias profissões, ele possibilita a solução de problemas do dia a dia. A resolução de problemas, neste sentido, como afirma Gazire (2012, p.84), “[...] é um dos aspectos mais importantes da Matemática com o qual os professores devem estar preocupados”.

Contudo, ao resolver um problema, o indivíduo precisa aplicar seu conhecimento prévio e buscar a resolução para o problema. É neste momento em que pode haver uma ruptura em seu aprendizado, organizando suas ideias e aprimorando o que se sabe.

Polya (2004), conhecido como um dos pioneiros ao pensar e recomendar a resolução de problemas, indica quatro passos ou etapas a serem realizadas:

- Compreender o problema;
- Estabelecer um plano;
- Executar o plano;
- Fazer um retrospecto.

Inicialmente é necessária a compreensão do problema, tentando perceber o que é necessário para resolvê-lo. Nessa primeira etapa, entender o enunciado e identificar quais elementos são necessários, ou não, é primordial.

Assim, faz- se necessário estabelecer um plano. Nesta etapa é possível fazer o levantamento do que é preciso para tal situação ser solucionada, que tipo de operações se enquadram no problema. Isto pode estar relacionado a algum conhecimento anterior ou à resolução de outro problema parecido. Para estabelecer um plano o aluno tem várias estratégias viáveis, como o uso de desenhos, diagramas e tabelas, além de tentar solucionar por tentativa e erro, dentre outras possibilidades. Em seguida, executar o plano, levando em conta os aspectos mencionados anteriormente, compõe a terceira etapa.

Por fim, avaliar a solução encontrada é a etapa mais importante. O aluno faz um retrospecto de todo o processo, repensando sobre o problema, sobre seu plano de resolução, sobre a execução do plano e se a resposta final encontrada está de acordo com o que se pede no problema.

Desta forma, fica evidente que a resolução de problemas é uma maneira com muitas potencialidades para a criança compreender o que está estudando. É ali, colocando em prática o que sabe, e procurando pensar em novas maneiras de resolver seu problema, que ela possivelmente irá entender melhor os conceitos.

4.1 O que é um problema?

Um problema[5] pode ser definido como uma situação onde há a necessidade ou a descoberta de novas informações para chegar a uma solução. Para resolver, o indivíduo precisa fazer algo, mas não sabe que tipo de ações serão necessárias. Assim sendo, no dia a dia, o ser humano sempre se depara com situações que necessitam de estratégias de resolução, relacionadas com a matemática ou não.

> Um problema é mais valioso à medida que o resolvedor – ou seja, quem está se propondo a encontrar uma solução ao problema - tenha de inventar estratégias e criar ideias. Quem resolve pode até saber o objetivo a ser atingido, mas ainda estará enfrentando um problema se ele ainda não dispõe dos meios para atingir tal objetivo (PEREIRA, 2002, p.4).

Caso o aluno já saiba como resolver determinada situação, isto deixará de ser um problema, ele apenas está repetindo operações ou relembrando conceitos já conhecidos. Os professores de matemática podem utilizar problemas a fim de levarem seus alunos a pensar em um novo conteúdo matemático. Mas,

> Em matemática muitas vezes utilizamos as palavras problema ou situação-problema ou atividade de resolução de problemas para identificar as situações didáticas que apresentamos aos nossos alunos para resolver ao final de algum estudo (SANTOS-WAGNER, 2008, p.8).

No entanto, ao apresentar o problema apenas no final de algum estudo, seu uso se restringe mais à aplicação do conteúdo do que a sua construção, conforme sugere a Resolução de Problemas abordada como uma metodologia de ensino de Matemática.

Cada problema apresenta um nível de dificuldade e pode ser proposto para determinado ano para a exploração de um dado conteúdo. Uma situação para um aluno do primeiro ano do Ensino Fundamental, por exemplo, pode realmente ser um

---

[5] Neste texto, problema e situação-problema serão utilizados como sinônimos. No entanto, este último, de acordo com Dante (1991), retrata uma situação real do dia a dia e que exige o conhecimento matemático para resolvê-lo.

problema, se ele ainda não conhece a adição, por exemplo. No entanto, esse mesmo problema para alunos de anos posteriores pode ser simplesmente um exercício, onde ele irá exercitar os conceitos aprendidos anteriormente. Segundo Serrazina ([201-?], p.2) "[…] o que poderá ser um problema para um indivíduo numa fase de aprendizagem, poderá passar a um exercício numa fase posterior".

Desta forma, ao escolher um problema, o professor poderá levar em conta essas características e refletir sobre o que pretende atingir, e pensar em uma forma instigante de apresentar esse problema aos seus alunos.

4.2 Estratégias em resolução de problemas

Para se resolver um problema, há várias estratégias que podem ser seguidas. Dentre as mais comuns, autores como Musser e Shaughnessy (1997) e Dante (1991) destacam:

- Tentativa e erro;
- Descobrir os padrões ou regularidades;
- Simplificar o problema;
- Trabalhar em sentido inverso, ou seja, do fim para o princípio.
- Simular esquemas, gráficos, tabelas e diagramas.

A "tentativa e erro" consiste no método mais direto de resolução de problema, pois compreende a aplicação de operações até se chegar numa solução. Neste método, o uso de um conceito aprendido anteriormente é fortemente utilizado. Com isso, o aluno vai testando o resultado para ver se satisfaz o problema. Exemplo: o jogo *"Sudoku"*[6], onde é necessário fazer combinações tanto verticais quanto horizontais.

A estratégia de descobrir os padrões consiste em considerar casos particulares da questão e, a partir daí, generalizá-los na busca da solução. Ao analisar determinado problema é possível notar uma regularidade e observa-se que os resultados se comportam por meio de um padrão. Exemplo: *"Quantas partes se*

---

[6] O jogo Sudoku, para esta faixa etária, se constitui em fazer combinações de resultados a fim de que se encontre a solução ideal. Portanto se faz necessário testar resultados.

obtêm dobrando uma folha 8 vezes?" Nesse exemplo é possível encontrar um padrão, pois a cada parte dobrada, obtém-se o dobro de partes.

Simplificar o problema é uma estratégia com o intuito de considerar um caso particular da questão, o que muitas vezes vem acompanhada de um padrão. Exemplo: *"Quantos quadrados de todos os tamanhos possíveis há num tabuleiro de damas 8 x 8?"*. Esta situação é um caso, onde há a possibilidade de simplificar e encontrar um padrão. Primeiro aborde o tabuleiro 1 x 1, em seguida 2 x 2, e assim por diante.

Trabalhar do fim para o princípio é uma estratégia que sabe o final e busca saber o início, ou seja, dependendo da situação em que se encontre, o aluno deve fazer o inverso das operações para se chegar ao início. Exemplo: *"A Maria levou para a escola um pacote de biscoitos para dar aos amigos. Encontrou alguns amigos no caminho e deu metade dos que ainda tinha. E assim que chegou à sala de aula estava com 10 biscoitos. Quantos biscoitos tinha o pacote antes de Maria o abrir?".* Este problema apresenta uma forma não usual de aplicabilidade das operações inversas, que serão necessárias para a resolução. Com isso, o aluno terá que pensar no "trajeto de Maria".

O uso de esquemas, gráficos, tabelas e diagramas são estratégias válidas para resolver determinadas situações que necessitam de uma combinação ou para relacionar objeto a objeto, que se torna eficaz em situações com muitos dados. Exemplo: *"João vai a uma festa. Para isso ele foi às compras, e acabou comprando 3 camisetas, 2 calças, 3 pares de meias e um sapato. De quantas maneiras João pode se vestir?".* Neste problema o aluno pode utilizar de meios como desenho ou diagramas para encontrar a solução, pois assim ficará mais fácil a visualização.

4.3 Tipos de problemas[7]

Existem vários tipos de problemas que são aplicáveis em diversas etapas do processo do educando. Essas classificações servem para auxiliar o professor na proposição de problemas, possibilitando que os alunos vivenciem seus diferentes

---

[7] As situações apresentadas nesta seção foram baseadas nas encontradas em DANTE (2009).

tipos. No contexto desta pesquisa serão enfatizados problemas pertinentes ao Ensino Fundamental I.

Segundo Dante (2009) há problemas e exercícios. Os últimos são atividades cujo objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou relembre algum conceito aprendido. Os exercícios se subdividem em dois campos: exercícios de algoritmos (veem de forma explícita com foco somente nas operações e podem ser resolvidos passo a passo) e exercícios de reconhecimento (que necessitam que os alunos identifiquem, reconheçam ou até mesmo relembrem algum conceito envolvido).

Exemplos:

Exercício de reconhecimento: "Dados os números 2, 3, 5, 6, 8. Quais são pares, e quais são impares?"
Exercício de algoritmo: "Calcule o valor de [(9+5)÷7]".

Ainda segundo Dante (2009, p.30), o problema "[...]é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução". O referido autor classifica os problemas em:

- Problemas Padrão;
- Problemas Heurísticos;
- Problemas de Aplicação;
- Problemas de Quebra-Cabeça.

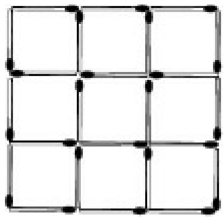
Os Problemas Padrão envolvem em sua resolução o emprego direto de algoritmos já conhecidos. É utilizado como forma usual pela maioria dos professores, já que não exige nenhuma estratégia, pois o necessário para sua resolução, na maioria das vezes, está contido no problema. Esses problemas também se subdividem em dois tipos: (1) *Problemas Padrão Simples,* que são resolvidos com uma única operação. Exemplo: *"Em uma classe, há 12 meninos e 11 meninas. Quantos alunos há nessa classe?";* e (2) *Problemas Padrão Compostos*, que precisam de duas ou mais operações. Exemplo: *"João, Maria e Gustavo possuem juntos 100 figurinhas. Sabendo que João tem 32 figurinhas e os outros dois possuem o mesmo número de figurinhas, quantas figurinhas possui Maria, e* *quantos possui Gustavo?".*

Já os Problemas Heurísticos, também conhecidos como problemas processo, são situações que necessitam de uma atenção maior por parte do aluno, pois é preciso pensar num meio de resolver, já que as situações envolvem operações que não dispostas nos enunciados. Com isso, esses problemas se tornam eficazes a fim de que o aluno desenvolva estratégias e procedimentos para resolvê-los. Exemplo: *"Numa reunião de colegas há 5 pessoas. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?".*

Dante (2009) também elenca os Problemas de Aplicação, conhecido como Problemas Contextualizados, que representam situações do dia a dia, e exigem diversos procedimentos matemáticos em sua resolução. Em geral, esses problemas necessitam de pesquisa e levantamento de dados para compor o contexto. Exemplo: *"Para fazer um relatório de uma empresa, o dono precisa saber de alguns gastos. Vamos ajudá-lo a fazer estes cálculos. Quantas folhas de sulfite, pastas e caixas de grampos são gastos por mês? Quanto custa um pacote de folhas de sulfite? Quanto custa cada pasta? Quantos custa uma caixa de grampos? Quanto esse empresário gasta por mês?".*

Por fim, os Problemas de Quebra-Cabeça são aqueles que utilizam-se de quebra-cabeças a ser interpretado pelo aluno, e constituem a chamada matemática recreativa, por ser desafiadora, e que possuem um *truque ou uma regularidade*. Essas situações desafiam os educandos, estimulando-os, a procurar entender e resolver o problema. Exemplo: *"Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadrados?"*

Figura 1



Fonte: Dante, (2009, p.21)

Por certo, esses problemas se bem determinados pelo professor, aplicados de forma intencional, podem ser de grande valia para elaborar e contextualizar conceitos nos alunos. Como afirma Dante (2009):

> A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador que dá instruções, passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário, o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente "fazendo matemática" e não ficam passivamente "observando" a matemática "ser feita" pelo professor (DANTE, 2009, p.34).

Enfim, ensinar matemática com o uso de resolução de problemas é um caminho, que permite com que os alunos compreendam, analisem e construam conhecimentos de forma eficaz.

4.4 Pesquisas sobre resolução de problemas e o campo conceitual aditivo

Magina e Campos (2004) em seu trabalho intitulado "As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico" relatam sobre uma pesquisa realizada no Estado de São Paulo com alunos do Ensino Fundamental. A pesquisa teve como objetivo diagnosticar as competências dos alunos em resolver problemas do campo aditivo. Para isso, foi elaborado um instrumento de avaliação com cinco questões relativas à adição, e que foi aplicado em oito turmas do Ensino Fundamental de duas escolas, para um total de 248 educandos. Por fim, concluíram que as competências dos alunos variam de acordo com cada situação-problema, ou seja, essa evolução na aprendizagem não segue um padrão.

Queiroz e Lins (2011) investigaram os conhecimentos adquiridos por alunos adolescentes em seu trabalho intitulado "A Aprendizagem de Matemática por Alunos Adolescentes na Modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva". Com o referencial teórico apoiado na teoria de Gerard Vergnaud, os autores buscaram identificar dificuldades que, de alguma forma, impediam os alunos de avançar em seus estudos. Utilizaram para isso uma lista de problemas do campo aditivo elaborada pelas próprias autoras e concluíram, analisando as resoluções desses problemas, que mesmo conseguindo compreender os problemas (cálculo relacional), os alunos não conseguiam, algumas vezes, executar o cálculo numérico, apresentando alguns erros.

No trabalho de Barreto et al. (2017), intitulado “Situações de Comparação Multiplicativa: o que alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental demonstram saber?”, foi realizada uma análise das estratégias de alunos do 4º e 5º anos ao resolverem problemas de comparação multiplicativa. Com base na Teoria dos Campos Conceituais, aplicou-se um instrumento com três problemas de comparação multiplicativa em uma escola pública do estado do Ceará. Nas estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem esses problemas, percebeu-se a presença de três sistemas: agrupamentos, contagem e algoritmo. Seus resultados exprimem uma necessidade de investimento na formação de professores de Matemática, no sentido de possibilitar aos alunos uma variedade de situações que ampliem o campo conceitual multiplicativo.

5 O PERCURSO DA PESQUISA

O objetivo desta pesquisa é:

- Analisar as dificuldades e estratégias utilizadas por alunos dos anos iniciais ao resolverem problemas de adição e subtração.

Para isso, desenvolveu-se uma vasta pesquisa dentro da Teoria dos Campos Conceituais, construindo-se o aporte teórico da pesquisa. O Campo Conceitual Aditivo foi explorado a fim de entender suas implicações no ensino de matemática dos anos inicias do Ensino Fundamental. A resolução de problemas, com ênfase nas estratégias foi outro campo teórico investigado.

Sobre a abordagem de pesquisa utilizada, trata-se da pesquisa qualitativa. Essa escolha se deu, pois:

> O estudo qualitativo […] é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada (MENGA; ANDRÉ, 1986, p.4).

A presente pesquisa se enquadra em estudo qualitativo por ser uma situação que conterá diversos detalhes a serem analisados, desde estratégias de resoluções às dificuldades apresentadas.

5.1 Participantes

Os participantes da pesquisa foram alunos de 5º ano de uma escola municipal pública, localizada no interior do estado do Paraná. A turma possuía um total de 22 alunos, com faixa etária entre 10 e 14 anos de idade.

A fim de preservar o anonimato e a identidade dos participantes, os alunos serão nomeados por A1, A2, e assim, sucessivamente, até A22.

5.2 Instrumentos

Os instrumentos foram elaborados de acordo com o campo aditivo, contendo problemas de Composição, de Transformação e de Comparação.

Inicialmente, foi realizado um estudo piloto com os mesmos participantes a partir de problemas extraídos e adaptados do livro Educação Matemática: números e operações numéricas, de Nunes *et al (2ª edição, 2009).* Notou-se, entretanto, que as questões estavam muito elementares, pois envolviam adições e subtrações com números simples e com baixo grau de dificuldade para um aluno de 5º ano do Ensino Fundamental.

Diante disso, foram escolhidos novos problemas com base na dissertação de Pereira (2013), conforme anexos 1 e 2. Os 15 problemas selecionados podem ser classificados dentro dos níveis de dificuldades (protótipo, 1ª, 2ª, 3ª e 4ª extensões), conforme a tabela 1:

Tabela 1 - Classificação das questões de acordo com as situações prototípicas, extensões e de composição, transformação ou comparação

CLASSIFICAÇÃO	**QUESTÕES**
Composição positiva ou negativa (protótipo e 1ª extensão)	1, 2 e 3
Transformação positiva ou negativa (protótipo, 1ª e 4ª extensões)	4, 5, 6, 7, 8 e 9
Comparação positiva ou negativa (2ª, 3ª e 4ª extensões)	10, 11, 12, 13, 14 e 15

Fonte: Dados da Pesquisa

A aplicação deste Instrumento de Pesquisa foi dividida em duas partes. Na primeira, foram apresentados o questionário inicial junto com 6 (seis) problemas (numerados de 1 a 6). A segunda parte compôs-se por 9 (nove) problemas restantes (numerados de 1 a 9).

5.3 Procedimentos de pesquisa

Primeiramente, no início do segundo semestre de 2018, os responsáveis pelos alunos do 5° ano de uma escola pública do interior do Paraná foram consultados e convidados a assinar, se estivessem de acordo, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B). Em seguida, foi aplicado o instrumento de pesquisa em dois dias, precisando de aproximadamente duas horas por dia (Anexo 1 e 2). Essa separação foi definida a partir do tempo que os participantes levariam para resolver o instrumento. Também foram levantados dados pessoais como idade, sexo e aspectos relacionados ao ensino de Matemática, como gostar ou não da disciplina; o que mais e menos gosta de conteúdos, entre outros (Apêndice A).

O uso deste instrumento possibilitou melhor compreender como os alunos resolvem esses problemas, bem como suas estratégias e obstáculos enfrentados, dentre outros aspectos.

> Mesmo que o investigador parta de alguns pressupostos teóricos iniciais, ele procurará se manter constantemente atento a novos elementos que podem emergir como importantes durante o estudo (MENGA, ANDRÉ, 1986, p.4).

Após o estudo piloto, elaborou-se um segundo instrumento, com 15 questões divididas entre Composição, Transformação e Comparação, tanto positiva quanto negativa. A aplicação deste novo instrumento foi dividida em dois dias.

No primeiro dia, o instrumento explorou 6 (seis) questões, de Composição e Transformação positiva. No segundo dia, foram 9 (nove) questões, de Transformação negativa, e Comparação positiva e negativa.

Os alunos foram orientados a resolverem os problemas individualmente e a registrarem sobre como pensaram para resolvê-los. Não houve interferência por parte do professor/pesquisador da turma no momento da aplicação do instrumento.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para análise de cada questão, serão utilizados os seguintes procedimentos:

1. Será apresentado o que se esperava com cada questão, e a qual das relações pertencia: Composição, Transformação ou Comparação;
2. Os resultados gerais da turma serão expostos, com as respectivas porcentagens de alunos que identificaram, ou não, a operação abordada no problema;
3. Por fim, uma análise das dificuldades e das estratégias retratadas pelos participantes.

Antes da resolução dos problemas, foram levantados alguns dados a respeito dos alunos, tais como: idade, sexo, se gosta de Matemática, o que mais gosta de Matemática, o que menos gosta de Matemática e se já repetiu o ano. Desta forma, o perfil obtido dos participantes foi:

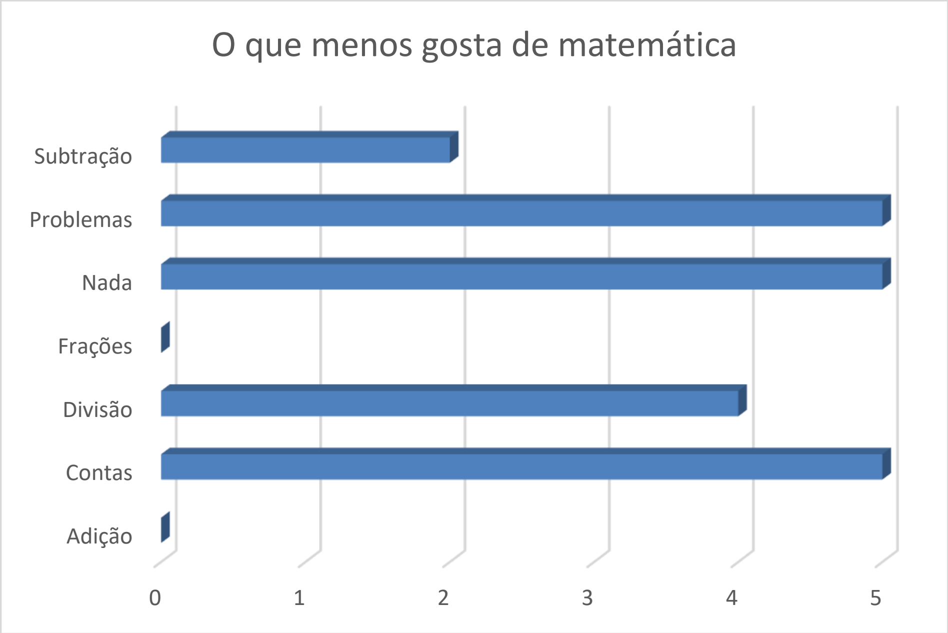
- Idade: entre 10 e 14 anos, sendo 5 (cinco) alunos com 10 anos, 11 alunos com 11 anos, 4 (quatro) alunos com 12 anos e 1 (um) aluno com 14 anos;
- 14 participantes do sexo masculino e 7 (sete) do sexo feminino;
- Gosta de Matemática: 16 responderam “sim” e 5 (cinco), “não”;
- Já repetiu de ano: 2 (dois) disseram que sim e 19, que não.

Quando indagados sobre o que mais ou menos gostavam de Matemática, surgiram várias respostas, conforme gráficos 1 e 2.

Gráfico 1 - Respostas apresentadas pelos alunos sobre o que mais gostam em Matemática

Fonte: Elaborado pelo autor

Gráfico 2 - Respostas apresentadas pelos alunos sobre o que menos gostam em Matemática



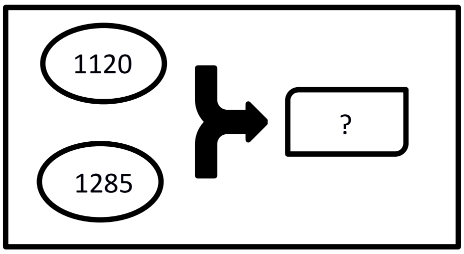
Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se que as respostas obtidas acima retratam a diversidade encontrada numa sala de aula, em que cada aluno possui uma familiaridade com a Matemática, ou pelo menos uma parte dela pela qual mostram interesse.

6.1 Análise do problema 1

Numa festa de aniversário havia 1120 brigadeiros e 1285 beijinhos. Quantos doces havia nessa festa?

Figura 2



Fonte: Elaborado pelo autor

O primeiro problema trata-se de uma composição positiva. O aluno deveria perceber a necessidade de "juntar" os elementos dispostos no problema, ou seja, deveria buscar o "todo". Esta é uma situação prototípica de composição, a qual apresenta o menor grau de dificuldade dentro do campo conceitual aditivo.

Sobre o desempenho dos alunos na identificação da operação envolvida no problema, apenas um participante não conseguiu perceber, o restante, 20 alunos identificaram-na corretamente, conforme tabela 2.

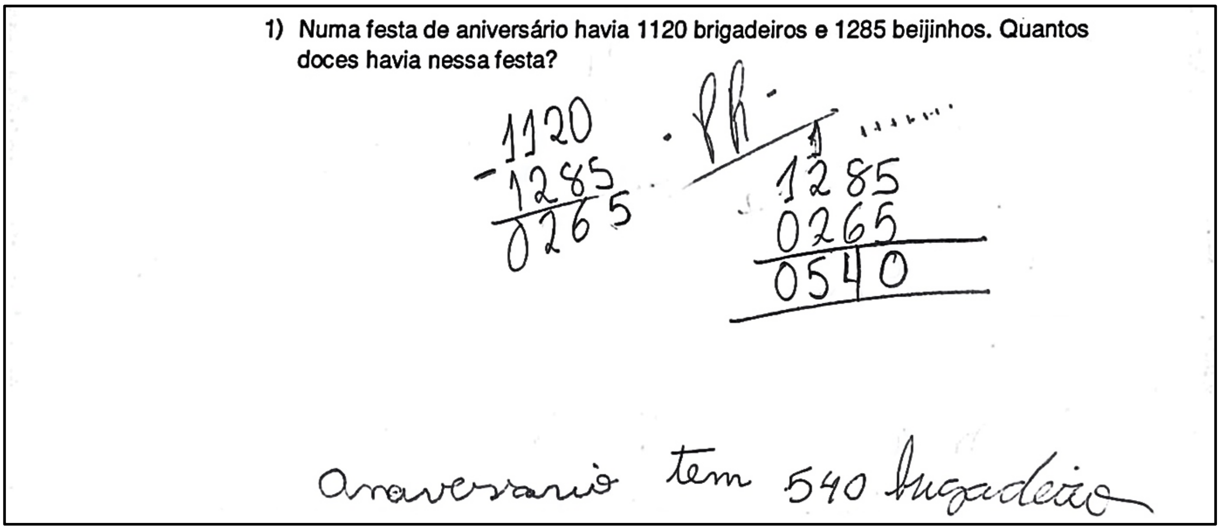
Tabela 2 - Identificação da operação envolvida no problema 1

Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	20
Não identificaram a operação que soluciona a operação	1

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A5, o único que não reconheceu a operação correta parece ter apresentado dificuldade em identificar os dados do problema. Parece haver um equívoco por parte dele de que a situação buscava uma das partes e não a junção delas, como era esperado. Então, este aluno não pensou em encontrar o "todo", mas buscou uma das partes, realizando a operação de subtração.

Figura 3 – Resolução do problema 1 pelo aluno A5



Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com Magina et al (2008), os alunos possuem mais facilidade em realizar problemas de composição em que são dado as partes e busca o todo, já que lhes são apresentados esses tipos de problemas desde o início de sua aprendizagem. Os dados obtidos no problema 1 corroboram os resultados encontrados por Magina et al (2008).

Dos alunos que reconheceram a operação, dois não conseguiram realizar corretamente o algoritmo. Os principais erros verificados e que fizeram com que o participante não chegasse à resposta esperada, que seria 2405 doces, foram a não utilização da reserva[8] e no repasse errado de algarismos do enunciado para o algoritmo.

Conclui-se que não houve dificuldade dos alunos em compreender situações de composição, quando a busca é pelo todo. Também não foi encontrado nenhum tipo de estratégia de resolução de problemas para resolver o problema, somente o uso do algoritmo, o que se entende por ser mais seguro para eles. De acordo com Cavalcanti (2001, p. 122), “[...] os alunos optam por representar suas soluções com base no contexto ou na estrutura do problema, o que varia de acordo com sua própria segurança”.

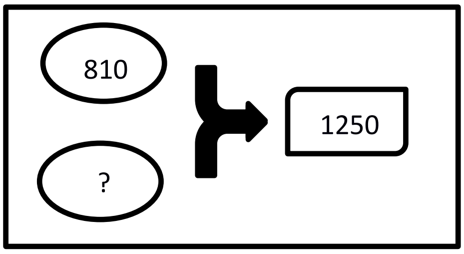
[8] Mais conhecido como “vai um” pelos alunos.

6.2 Análise do problema 2

Na festa da Escola Pinguinho há 1250 doces, sendo 810 brigadeiros e os demais beijinhos. Quantos são os beijinhos?

O objetivo com este problema era o de explorar uma situação de 1ª extensão de composição negativa ao qual se busca uma das partes. Era necessário que o participante descobrisse o valor de uma das partes para solucionar o problema, cuja resposta correta é 440 beijinhos.

Figura 4



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados indicam que 14 alunos compreenderam qual operação resolvia o problema, ou seja, que deveriam realizar uma subtração do todo por uma das partes, e obter a quantidade dos doces que seriam beijinhos. Em meio destes, apenas um aluno não conseguiu solucionar a situação corretamente.

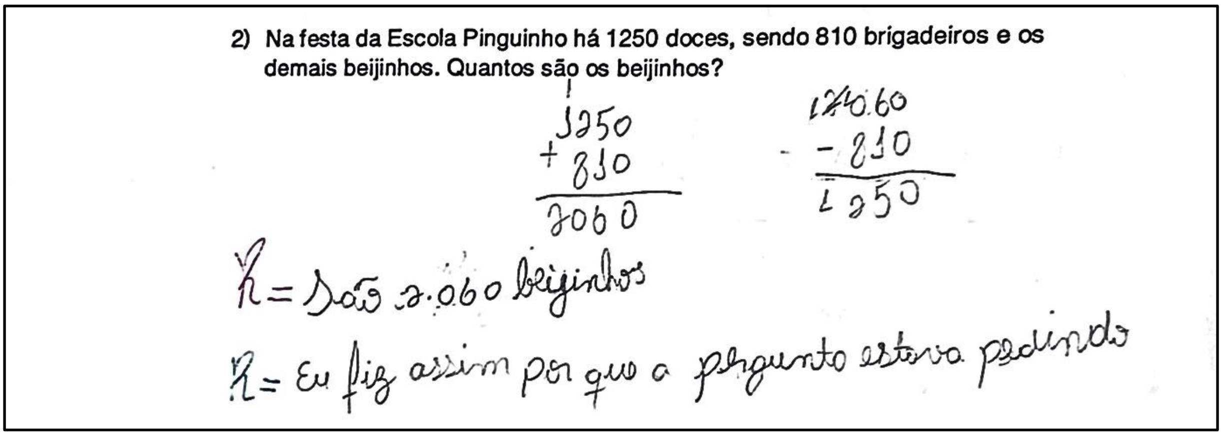
Tabela 3 – Identificação da operação envolvida no problema 2

Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	14
Não identificaram a operação que soluciona a situação	7

Fonte: Dados da pesquisa

Constatou-se que os alunos que não reconheceram a operação que solucionaria a situação, interpretaram conforme se era esperado na questão anterior. Realizaram a busca pelo “todo” da situação, compondo os elementos do problema. Com isso, não perceberam que era apresentado o todo e uma das partes. É o caso do aluno A11, conforme figura 5:

Figura 5 - Resolução do problema 2 pelo aluno A11



2) Na festa da Escola Pinguinho há 1250 doces, sendo 810 brigadeiros e os demais beijinhos. Quantos são os beijinhos?

1250
+ 810
2060

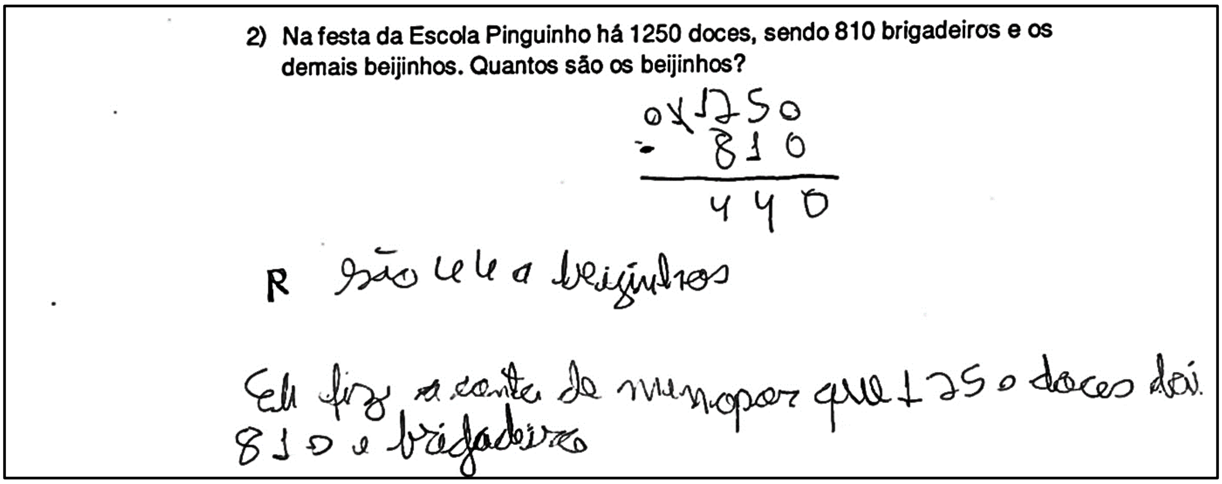
R= São 2.060 beijinhos

R= Eu fiz assim por que a pergunta estava pedindo

Fonte: Dados da pesquisa

Como este problema relacionou parte-todo, ficou evidente que parte dos alunos não reconheceu que o todo já era dado. O exemplo da resolução do aluno A3, que reconheceu qual a operação do problema e apresentou uma justificativa, é mostrado na figura 6.

Figura 6 - Resolução do problema 2 pelo aluno A3



2) Na festa da Escola Pinguinho há 1250 doces, sendo 810 brigadeiros e os demais beijinhos. Quantos são os beijinhos?

1250
- 810
440

R são 440 beijinhos

Eu fiz a conta de menos por que 1250 doces dói 810 e brigadeiros

Fonte: Dados da pesquisa

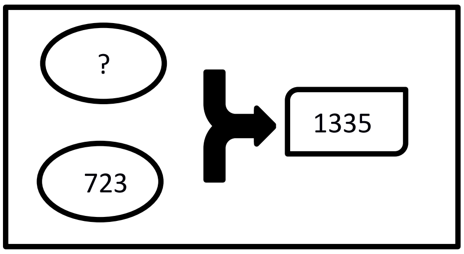
Pode-se concluir que a maioria dos alunos não encontrou dificuldade em resolver o problema 2, que envolvia uma composição negativa, onde não foi utilizada nenhum tipo de estratégia para resolver o problema. De acordo com Pereira (2013), ocorre nesta questão a desconstrução de que problemas que relacionam parte-todo estão sempre ligados à adição.

6.3 Análise do problema 3

Numa festa de casamento há alguns brigadeiros e 723 beijinhos. No total são 1335 doces. Quantos são os brigadeiros?

Este é um problema de 1ª extensão de composição negativa, ao qual se busca uma das partes. A operação a ser aplicada era de subtração, que resultaria como resposta correta, 612 brigadeiros, utilizando uma das partes e o todo.

Figura 7



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados obtidos foram semelhantes aos do problema anterior. Dos 21 alunos participantes, 13 deles conseguiram identificar a operação que soluciona o problema, onde apenas um aluno errou o procedimento do algoritmo.

Tabela 4 – Identificação da operação envolvida no problema 3

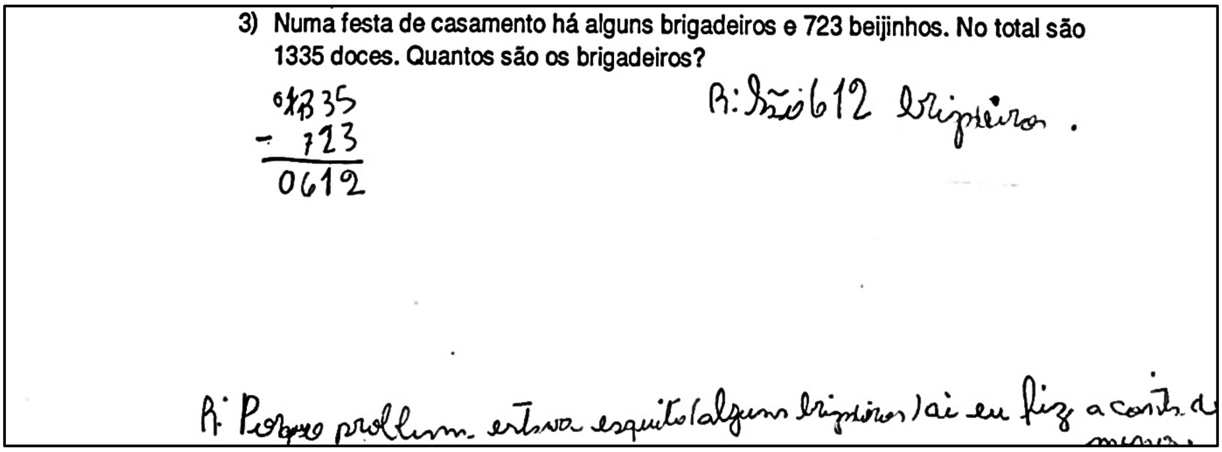
Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	13
Não identificaram a operação que soluciona a situação	8

Fonte: Dados da pesquisa

A maioria dos alunos que não reconheceu a operação que soluciona o problema, não observou a relação parte-todo também apresentada, com a busca no estado inicial. Um erro muito comum apresentado foi de contagem. Também ocorreu um erro de valor posicional, em que a criança ao montar o algoritmo se equivocou com os valores, trocando 723 beijinhos, por 7.230 beijinhos.

Dos participantes que acertaram a resposta, 612 brigadeiros, destaca-se o A17, conforme figura 8, que em sua justificativa mostra que percebeu a “falta” da parte de brigadeiros.

Figura 8 - Resolução do problema 3 pelo aluno A17



3) Numa festa de casamento há alguns brigadeiros e 723 beijinhos. No total são 1335 doces. Quantos são os brigadeiros?

$$\begin{array}{r} 1335 \\ -\ 723 \\ \hline 0612 \end{array}$$

R: São 612 brigadeiros.

R: Porque o problema estava escrito (alguns brigadeiros) aí eu fiz a conta de menos.

Fonte: Dados da pesquisa

Nesta questão, os alunos não utilizaram nenhuma das estratégias apresentadas na seção de Resolução de Problemas, ficaram presos ao uso do algoritmo novamente.

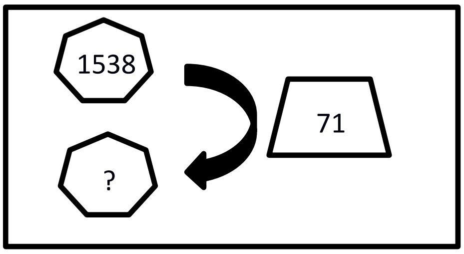
Na análise dos dados das questões de 1(um) a 3 (três), de Composição positiva e negativa (protótipo e 1ª extensão), conclui-se que os alunos não encontram dificuldades em resolver problemas de composição, corroborando Pereira (2013). Apesar de os participantes cometerem erros no procedimento de resolução, não se pode relacioná-los ao uso do procedimento correto.

6.4 Análise do problema 4

Marcos coleciona figurinhas. Ele tem 1538 figurinhas e ganhou 71 de seu tio. Com quantas figurinhas ele ficou?

Este problema envolve uma transformação positiva, estabelecida dentro da relação prototípica. Apresenta o estado inicial e uma transformação (ganho) e se busca o estado final. A resposta que o aluno deveria apresentar é 1609 figurinhas, realizando uma adição entre o estado inicial e a transformação.

Figura 9



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados obtidos revelam que uma grande quantidade, 19 alunos, conseguiram reconhecer a operação que soluciona o problema que, dentre estes, dois erraram no procedimento de resolução.

Tabela 5 – Identificação da operação envolvida no problema 3

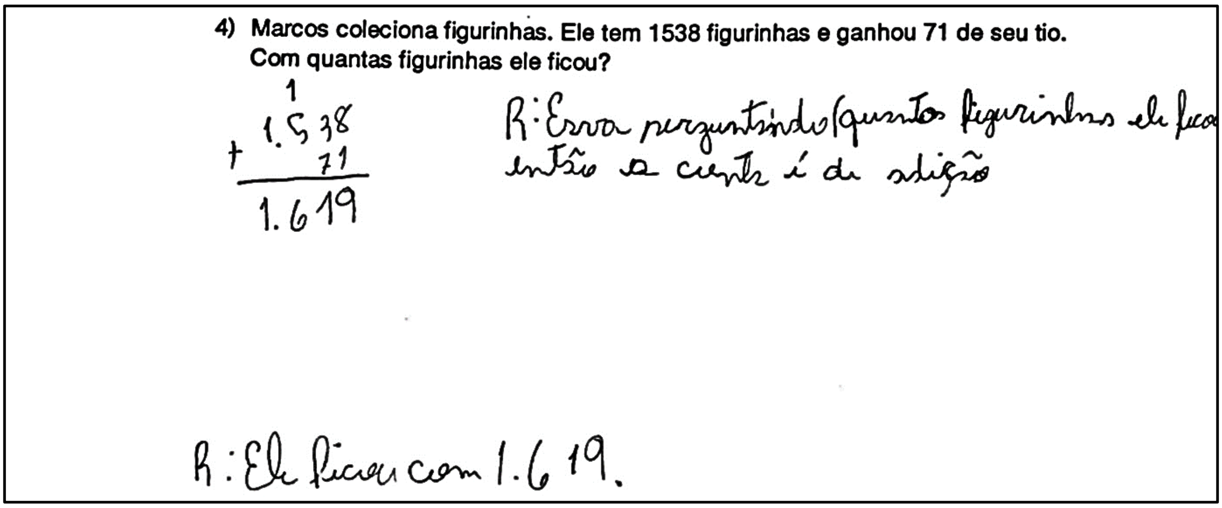
Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	19
Não identificaram a operação que soluciona a operação	2

Fonte: Dados da pesquisa

Esse resultado corrobora com os de Magina e Campos (2004), que destacam que problemas de transformação prototípicos, ao qual buscam o estado final, são os mais simples.

Dos principais erros encontrados, um deles relaciona-se ao erro de contagem. É o caso do aluno A17, conforme figura 10.

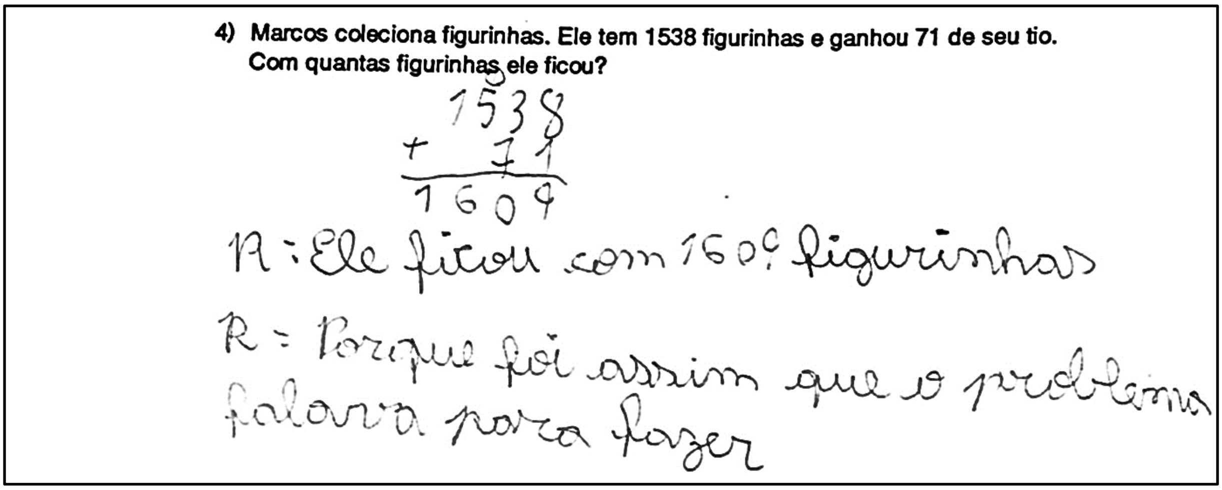
Figura 10 - Resolução do problema 4 pelo aluno A17



Fonte: Dados da pesquisa

Aqui destaca-se que o enunciado pode ter influenciado na escolha da operação, de acordo com a justificativa apresentada pelo aluno A2.

Figura 11 - Resolução do problema 4 pelo aluno A2


4) Marcos coleciona figurinhas. Ele tem 1538 figurinhas e ganhou 71 de seu tio.
Com quantas figurinhas ele ficou?

$$\begin{array}{r} 1538 \\ +\ \ \ 71 \\ \hline 1609 \end{array}$$

R: Ele ficou com 1609 figurinhas

R = Porque foi assim que o problema falava para fazer

Fonte: Dados da pesquisa

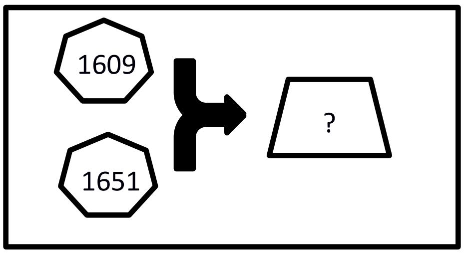
As principais dificuldades encontradas referem-se à contagem, à dificuldade no procedimento de reserva e na identificação da operação (um dos participantes realizou uma multiplicação com os dados do problema). Assim, conclui-se que não houve dificuldade pelos alunos em solucionar problemas de transformação positiva, quando a busca é pelo estado final, bem como, não foi identificado nenhuma estratégia diferenciada de resolução neste problema.

6.5 Análise do problema 5

Marcos tinha 1609 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 1651. Quantas figurinhas Marcos ganhou?

Este problema explora a ideia de transformação positiva acondicionada na relação de 1ª extensão, de modo que era necessário buscar a transformação ocorrida entre os estados inicial e final. A Transformação positiva vem no sentido de “ganho”, apresentada na situação. Com isso, era necessário realizar uma subtração, sendo a resposta correta, 42 figurinhas.

Figura 12



Fonte: Elaborado pelo autor

Sobre o desempenho dos alunos na identificação da operação envolvida no problema, nota-se que menos da metade da turma conseguiu identificá-la, conforme tabela 6 e entre eles, apenas dois alunos não realizaram corretamente o procedimento para encontrar a solução.

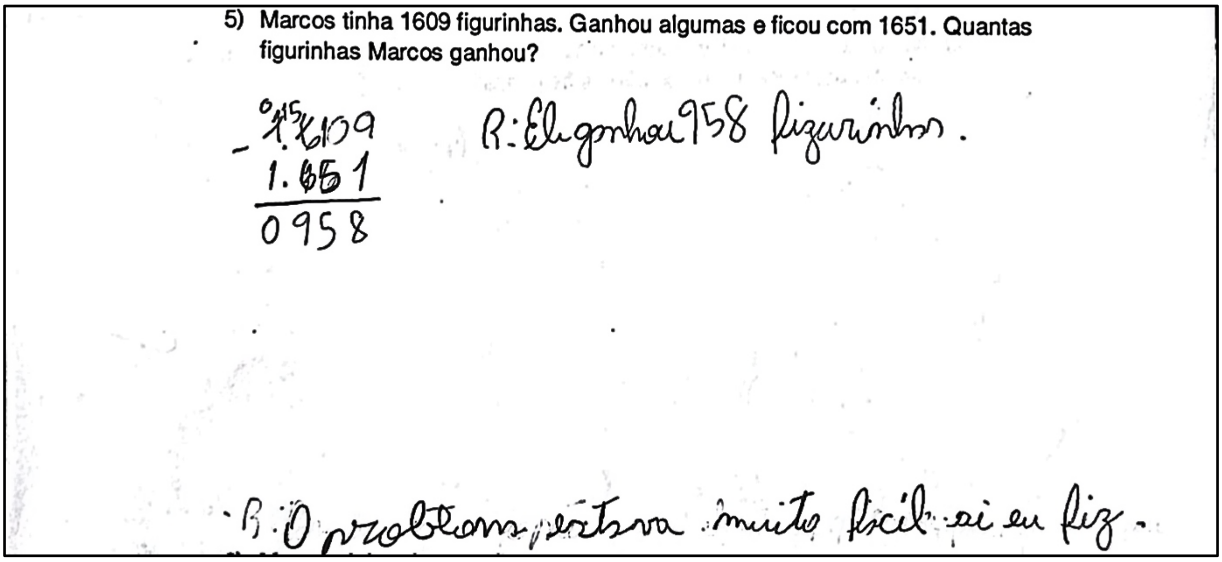
Tabela 6 - Identificação da operação envolvida no problema 5

Categorias	**Frequência**
Identificaram a operação que soluciona a situação	10
Não identificaram a operação que soluciona a situação	10
Não realizou	1

Fonte: Dados da pesquisa

Dos alunos que identificaram a operação, mas erraram no procedimento, nota-se que posicionaram os elementos na ordem em que apareceram não se atentando de que se tratava de uma subtração, conforme a figura 13.

Figura 13 - Resolução do problema 5 pelo aluno A17


5) Marcos tinha 1609 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 1651. Quantas figurinhas Marcos ganhou?

1.609
− 1.651
0958

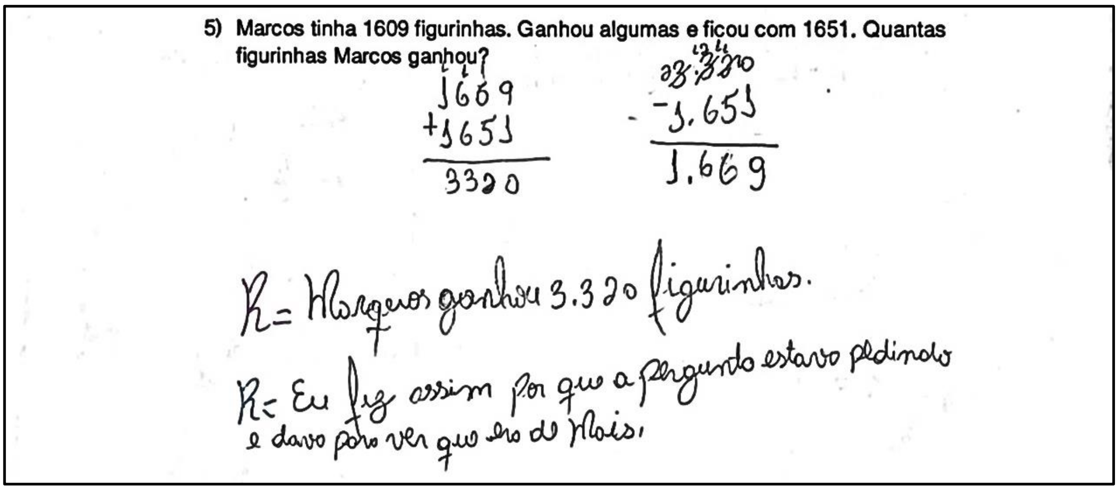
R: Ele ganhou 958 figurinhas.

R: O problema estava muito fácil aí eu fiz.

Fonte: Dados da pesquisa

Os demais utilizaram a adição para resolver esta situação, não observando assim, que a busca era pela transformação positiva. Possivelmente foram influenciados pela palavra “ganho” contida no enunciado do problema, como na figura 14. Percebe-se, então, que houve dificuldade em reconhecer a operação a ser utilizada.

Figura 14 - Resolução do problema 5 pelo aluno A11


5) Marcos tinha 1609 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 1651. Quantas figurinhas Marcos ganhou?

1669
+ 1653
3320

3320
− 1.653
1.669

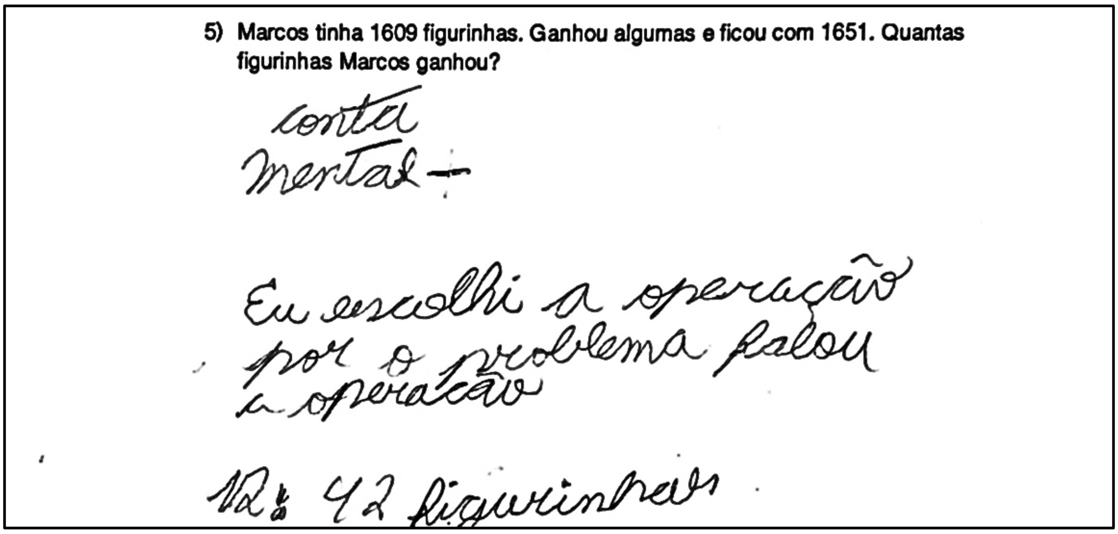
R= Marcos ganhou 3.320 figurinhas.

R= Eu fiz assim por que a pergunta estava pedindo e dava para ver que era de Mais.

Fonte: Dados da pesquisa

Nesse problema, o aluno A15, figura 15, registrou “conta mental”, mas quando questionado argumentou que buscou um número que adicionado com o estado inicial apresentado no problema, chegaria ao estado final. Com isso, ele disse ter testado alguns números.

Figura 15 - Resolução do problema 5 pelo aluno A15


5) Marcos tinha 1609 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 1651. Quantas figurinhas Marcos ganhou?

conta mental ÷

Eu escolhi a operação por o problema falou a operação

R: 42 figurinhas

Fonte: Dados da pesquisa

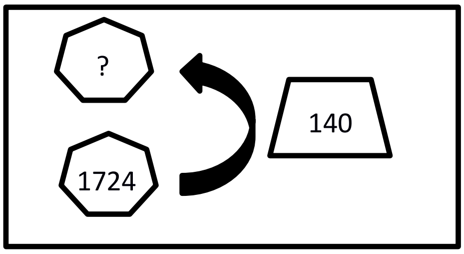
As dificuldades encontradas foram semelhantes às dos problemas anteriores referentes a erro de contagem, dificuldade no procedimento de reserva e equívocos na hora de escrever os números no algoritmo. Além da estratégia de tentativa e erro, não foram identificadas outras. As dificuldades aqui encontradas, também corroboram com as descritas na pesquisa de Pereira (2013).

6.6 Análise do problema 6

Marcos tinha algumas figurinhas. Ganhou 140 e ficou com 1724. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

O problema 6 exigia a compreensão da transformação positiva (ganho), buscando-se o estado inicial. Ela apresentou em seu enunciado a transformação positiva e o estado final, na relação de 4ª extensão. Para esta situação, era preciso a realização da operação de subtração entre a transformação e o estado final para obter a resposta, 1584 figurinhas.

Figura 16



Fonte: Elaborado pelo autor

Os alunos, neste problema, necessitavam utilizar a estratégia de trabalhar do fim para o início, pois o problema não apresentava o estado inicial, devendo assim, trabalhar com operação inversa, por mais que seu enunciado levasse à ideia de ganho. Esta ideia de ganho pode estar associada à "adição ou a alguma coisa a mais".

O desempenho geral melhorou, apesar de o problema anterior ser bastante semelhante. A principal diferença encontra-se no fato de que no problema anterior buscava-se a transformação ocorrida e, no problema atual, pede-se o estado inicial.

Tabela 7 - Identificação da operação envolvida no problema 6

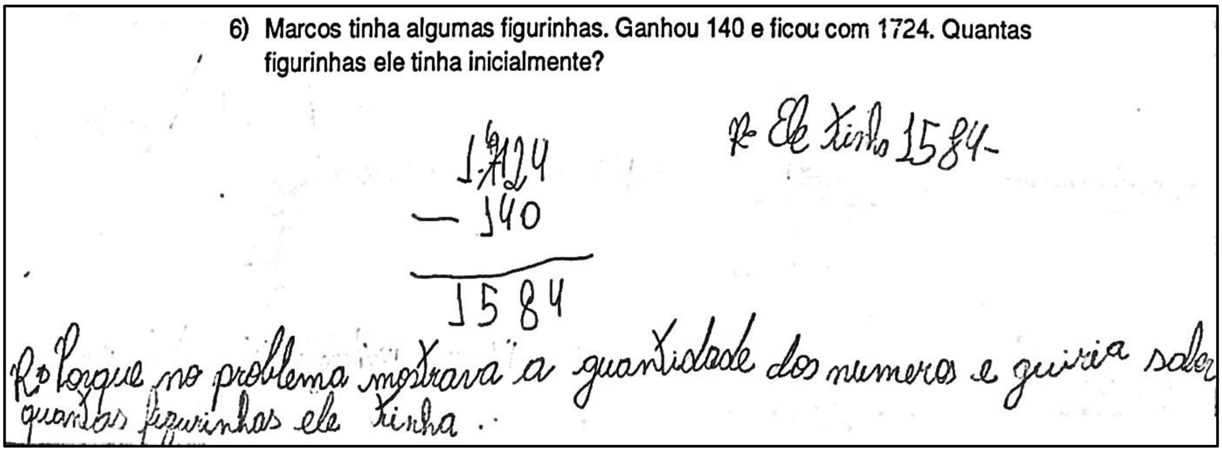
Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	13
Não identificaram a operação que soluciona a situação	8

Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se que a grande maioria compreendeu a situação. Apesar de 8 (oito) alunos não terem compreendido, de acordo com Magina e Campos (2004, p. 57) "situações de transformação, com estado inicial desconhecido, [...] são consideradas as mais difíceis". Esse fato também reflete o resultado obtido no problema anterior.

Entre os alunos que identificaram a operação que soluciona o problema, dois deles não obtiveram sucesso na realização do algoritmo. Nota-se que houve a compreensão pela justificativa apresentada na figura 17, onde entende-se com a frase "quantidade de números" como sendo o estado final.

Figura 17 - Resolução do problema 6 pelo aluno A21


6) Marcos tinha algumas figurinhas. Ganhou 140 e ficou com 1724. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

1724
− 140
1584

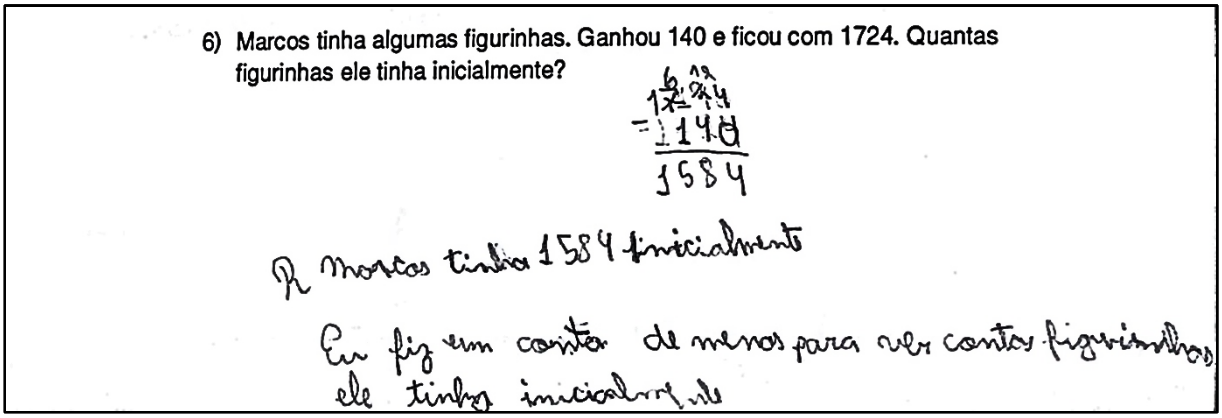
R: Ele tinha 1584

R: Porque no problema mostrava a quantidade dos numeros e queria saber quantas figurinhas ele tinha.

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 18, o registro do aluno A8 mostra que ele compreendeu o problema. O aluno utilizou o algoritmo para encontrar a solução, assim como todos os outros alunos em todas as questões. Esse fato sugere que o trabalho dos docentes com resolução de problemas tem como foco a exploração do algoritmo e o não incentivo do uso de outras formas de resolver o problema.

Figura 18 - Resolução do problema 6 pelo aluno A8


6) Marcos tinha algumas figurinhas. Ganhou 140 e ficou com 1724. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

1724
− 140
1584

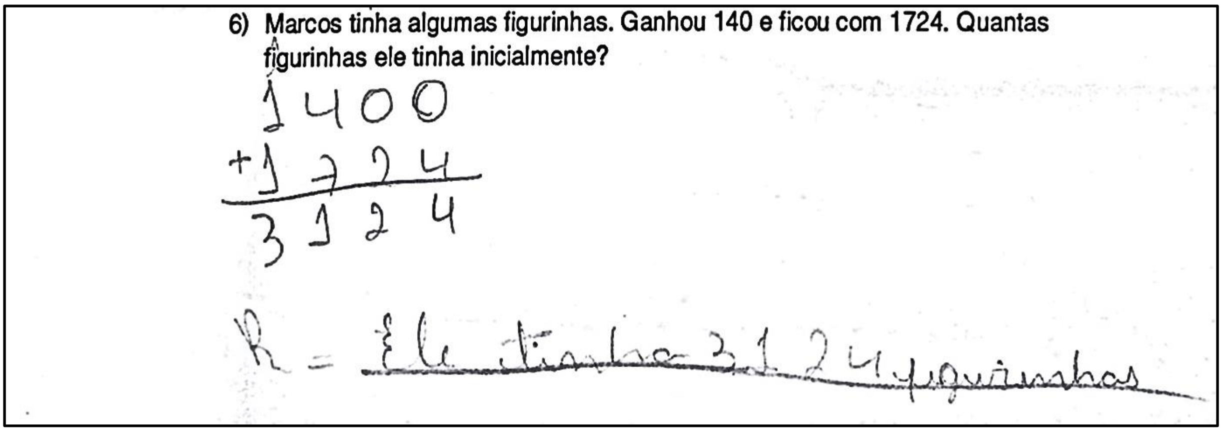
R Marcos tinha 1584 inicialmente

Eu fiz uma conta de menos para ver quantas figurinhas ele tinha inicialmente

Fonte: Dados da pesquisa

As dificuldades encontradas pelos alunos dizem respeito ao posicionamento dos algarismos no algoritmo da subtração, a erros de contagem e do valor posicional, conforme figura 19.

Figura 19 - Resolução do problema 6 pelo aluno A20


6) Marcos tinha algumas figurinhas. Ganhou 140 e ficou com 1724. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

$$\begin{array}{r} 1400 \\ +1724 \\ \hline 3124 \end{array}$$

R = Ele tinha 3124 figurinhas

Fonte: Dados da pesquisa

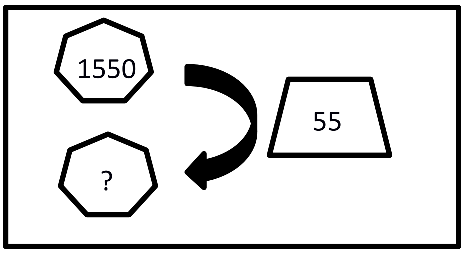
Então, conclui-se que os alunos tiveram um pouco de dificuldade em compreender situações-problema de Transformação, quando a busca é pelo estado inicial. Não foi constatado o uso de alguma estratégia de resolução diferenciada para este problema.

6.7 Análise do problema 7

Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

O problema 7 esperava dos alunos uma compreensão da transformação negativa dentro da relação protótipo. A partir do estado inicial, houve a transformação negativa (perda), ao qual se buscava o estado final. Para esta situação, os alunos deveriam realizar a subtração entre o estado inicial e a transformação, para encontrarem a resposta 1495 figurinhas.

Figura 20



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados da análise desta questão corroboram com Magina e Campos (2004, p. 57), “a situação mais simples (prototípica) é quando o estado inicial e a transformação são conhecidos e pede-se o estado final. Nesse caso, crianças a partir de 4 e 5 anos já têm sucesso”. Nessa direção, observa-se que a maioria, 19 alunos, identificou corretamente a operação a ser realizada e entre estes, apenas dois erraram no procedimento empregado para resolver o problema.

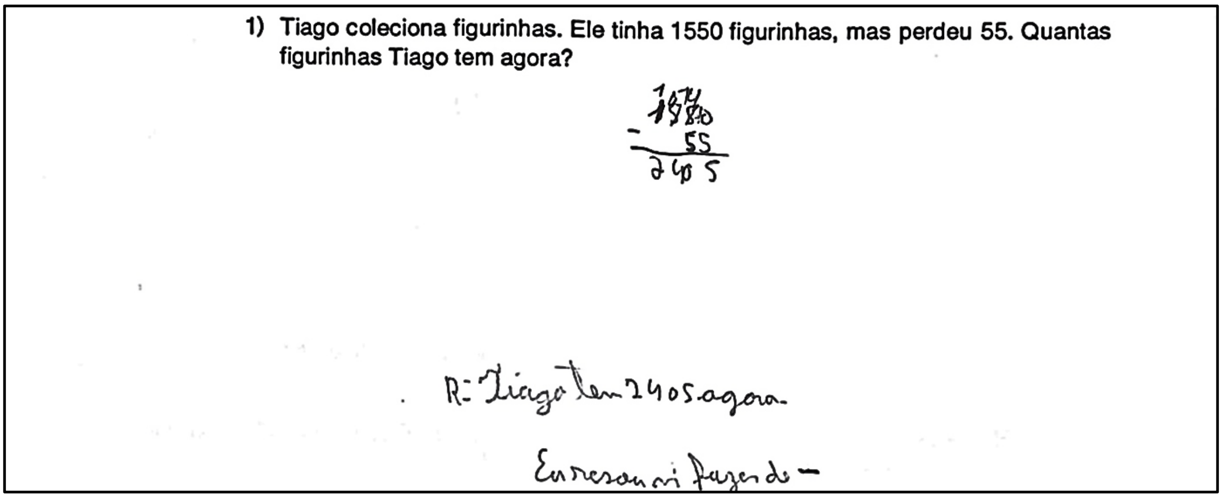
Tabela 8 - Identificação da operação envolvida no problema 7

Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	19
Não identificaram a operação que soluciona a situação	1
Não realizou	1

Fonte: Dados da pesquisa

Chapin e Johnson (2006) salientam que situações de transformação na qual o estado final é desconhecido, não apresentam dificuldades para os alunos. No presente problema, notou-se somente o erro de contagem, onde o aluno identificou a operação, conforme figura 21.

Figura 21 - Resolução do problema 7 pelo aluno A19

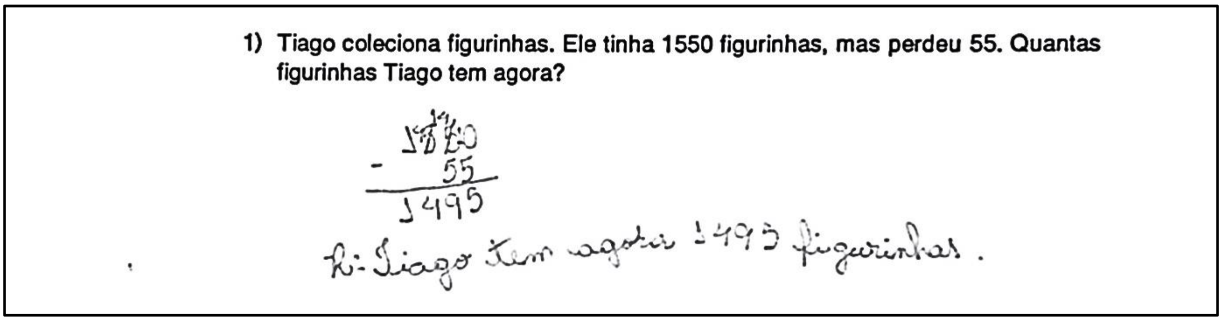

1) Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

R: Tiago tem 2405 agora.

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 22, o aluno resolveu a operação de subtração através do uso do algoritmo, e solucionou o problema, obtendo a resposta correta.

Figura 22 - Resolução do problema 7 pelo aluno A4



1) Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

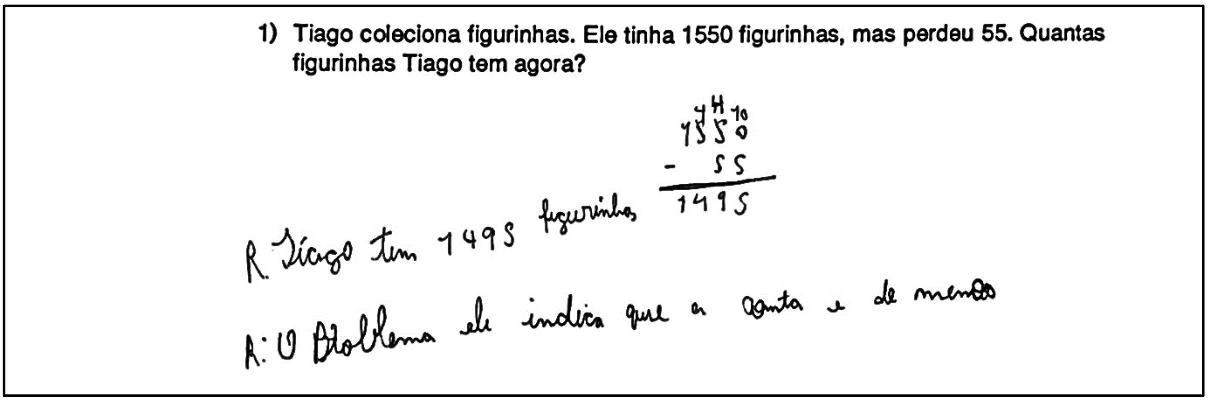
$$\begin{array}{r} 1550 \\ -\ 55 \\ \hline 1495 \end{array}$$

R: Tiago tem agora 1495 figurinhas.

Fonte: Dados da pesquisa

Nos registros dos alunos A9 e A17 percebe-se que a justificativa para utilizar a operação de subtração foi a presença da palavra “perdeu” no enunciado, que traz a ideia de “retirar ou subtrair” algo.

Figura 23 - Resolução do problema 7 pelo aluno A9



1) Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

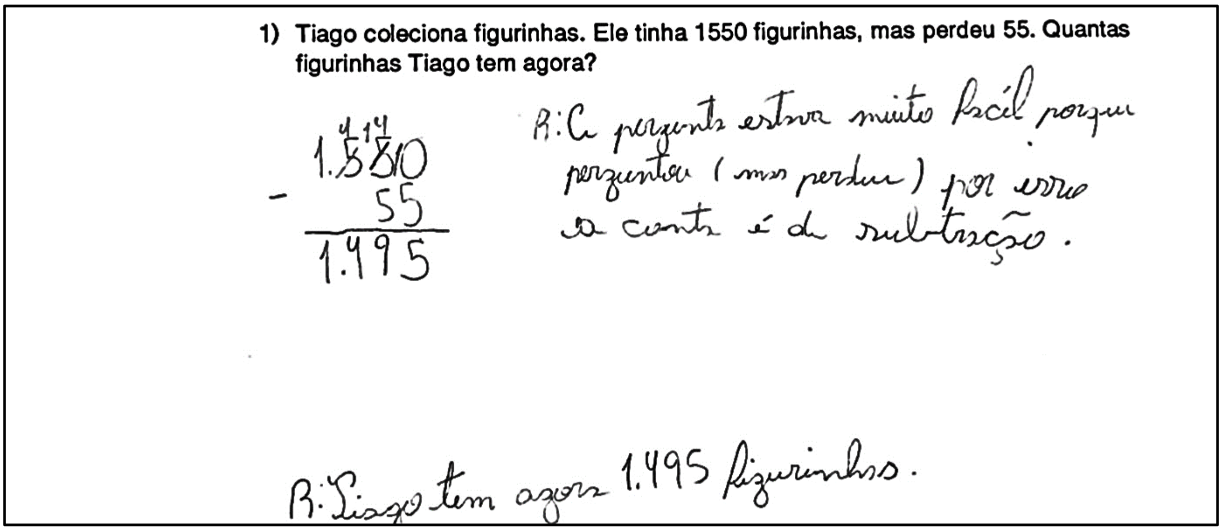
$$\begin{array}{r} 1550 \\ -\ 55 \\ \hline 1495 \end{array}$$

R. Tiago tem 1495 figurinhas

R: O Problema ele indica que a conta e de menos

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 24 - Resolução do problema 7 pelo aluno A17


1) Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

$$\begin{array}{r} 1.550 \\ -\quad 55 \\ \hline 1.495 \end{array}$$

R: A pergunta estava muito fácil porque perguntava (mas perdeu) por isso a conta é de subtração.

R: Tiago tem agora 1.495 figurinhas.

Fonte: Dados da pesquisa

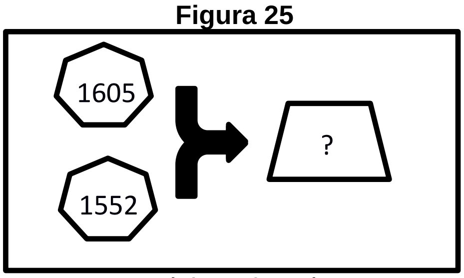
Os alunos não encontraram obstáculos para realizar problemas de Transformação negativa, quando há a busca pelo estado final. Também não foi utilizada por eles estratégias de resolução diferenciadas.

6.8 Análise do problema 8

Tiago tinha 1605 figurinhas. Deu algumas para seu irmão e ficou com 1552. Quantas figurinhas ele deu para o irmão?

O problema 8 também explora a transformação negativa, porém na relação de 1ª extensão, onde a busca era pela transformação com base nos estados inicial e final apresentados. A operação a ser realizada deveria ser a de subtração entre os estados, obtendo a resposta 53 figurinhas.

Figura 25



Fonte: Elaborado pelo autor

O desempenho dos alunos quanto à identificação da operação que soluciona o problema foi semelhante ao do anterior. Dentre os alunos que identificaram a operação, três deles não obtiveram sucesso na resolução do problema.

Tabela 9 - Identificação da operação envolvida no problema 8

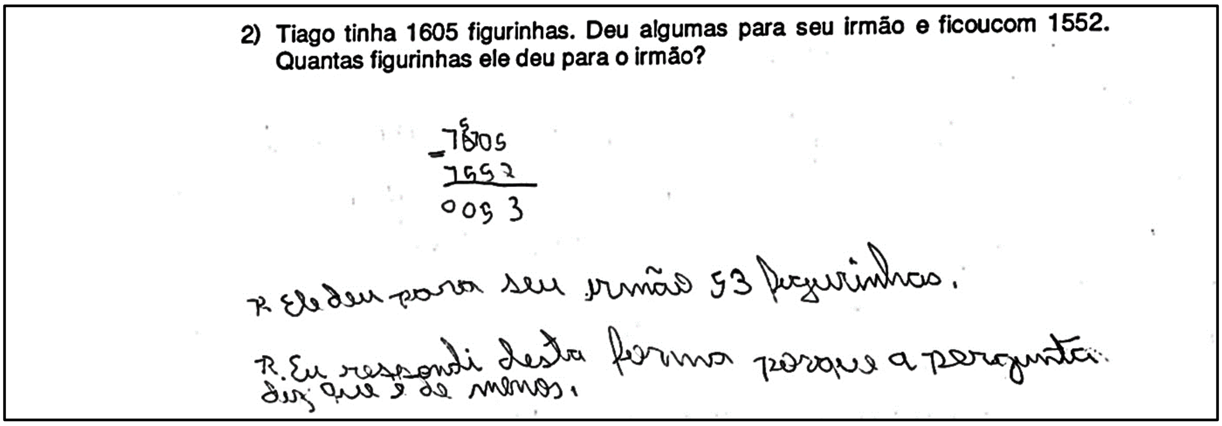
Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	20
Não identificaram a operação que soluciona a situação	1

Fonte: Dados da pesquisa

Os dados indicam que a maioria dos alunos compreende a ideia de transformação negativa, quando a busca é pela transformação ocorrida entre os estados. A maioria também reconheceu a operação que soluciona a situação.

Pode-se observar também nos registros dos alunos A13 e A18, que a escolha da operação ocorreu devido ao uso da palavra “deu” no enunciado do problema, que sugere desfazer de algo, subtrair.

Figura 26 - Resolução do problema 8 pelo aluno A13



2) Tiago tinha 1605 figurinhas. Deu algumas para seu irmão e ficoucom 1552. Quantas figurinhas ele deu para o irmão?

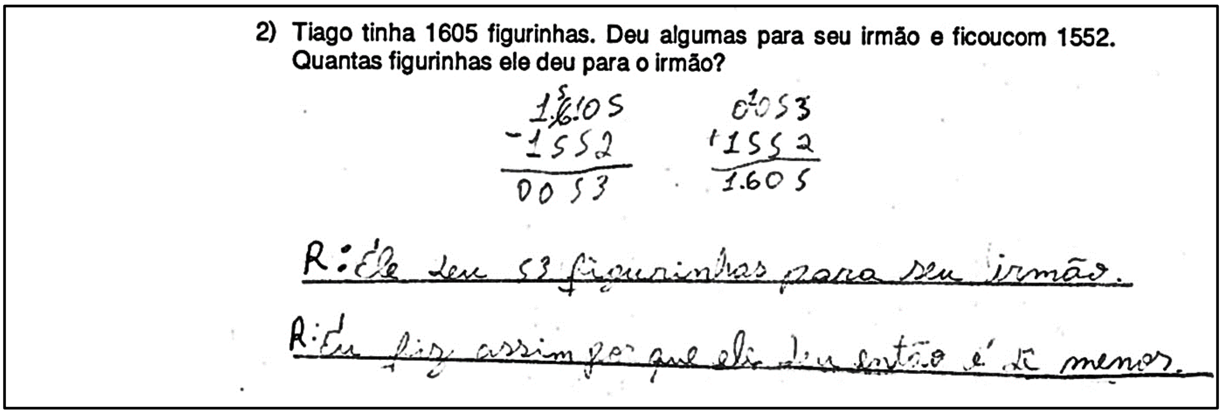
$$\begin{array}{r} - 1605 \\ \underline{1552} \\ 0053 \end{array}$$

R. Ele deu para seu irmão 53 figurinhas.

R. Eu respondi desta forma porque a pergunta diz que é de menos.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 27 - Resolução do problema 8 pelo aluno A18



Fonte: Dados da pesquisa

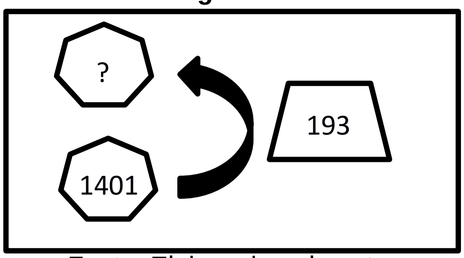
Foram observados erros simples de contagem e cópia errada do enunciado em alguns casos. Não foi utilizado nenhum tipo estratégia de resolução diferenciada neste problema, todos os alunos utilizaram o algoritmo como procedimento para chegar à resposta.

6.9 Análise do problema 9

Tiago tinha algumas figurinhas. Perdeu 193 e ficou com 1401. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

A situação apresentada no problema 9 também traz a ideia de transformação negativa, como relação de 4ª extensão. A busca foi pelo estado inicial, com suporte do estado final, junto com a transformação negativa (perda). Era necessário somar a transformação e o estado final para se chegar à resposta, 1594 figurinhas.

Figura 28



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados mostraram que, diferentemente, dos problemas anteriores, a maioria dos alunos não identificou a operação que solucionaria o problema, conforme tabela 10. Entre os que identificaram a operação, todos obtiveram êxito em encontrar a resposta.

Tabela 10 - Identificação da operação envolvida no problema 9

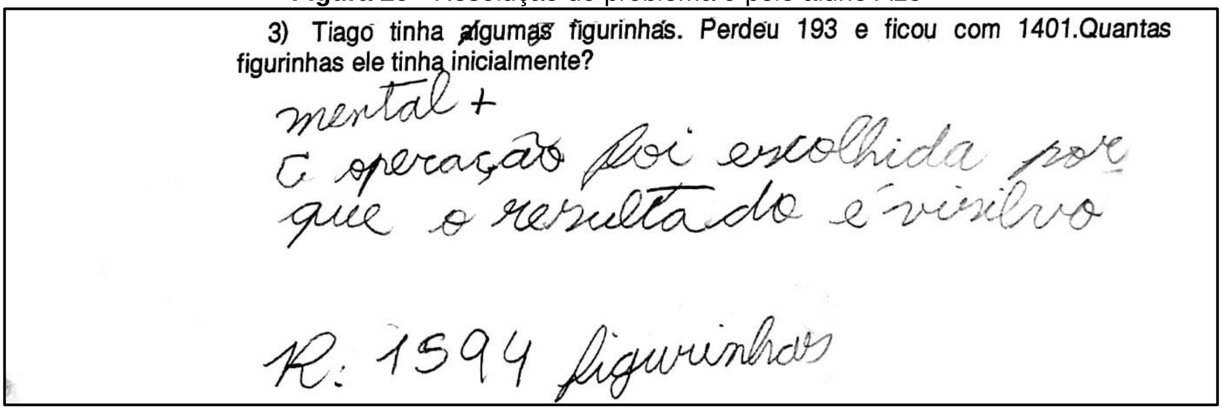
Categorias	**Frequência**
Identificaram a operação que soluciona a situação	10
Não identificaram a operação que soluciona a situação	11

Fonte: Dados da pesquisa

Pelo fato do enunciado do problema trazer a palavra "perda", a qual foi associada à subtração, a grande maioria dos alunos resolveu o problema com o auxílio da operação de subtração.

O aluno A15, conforme figura 29, fez uso de outra estratégia de resolução, que consistiu em agrupar unidades com unidades, dezenas com dezenas e assim sucessivamente. Estes esclarecimentos foram obtidos quando o aluno foi questionado sobre sua resolução, pois no instrumento ele registrou somente "cálculo mental", seguido da operação que utilizou.

Figura 29 - Resolução do problema 9 pelo aluno A15


3) Tiago tinha algumas figurinhas. Perdeu 193 e ficou com 1401.Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

mental +
a operação foi escolhida por
que o resultado é visilvo

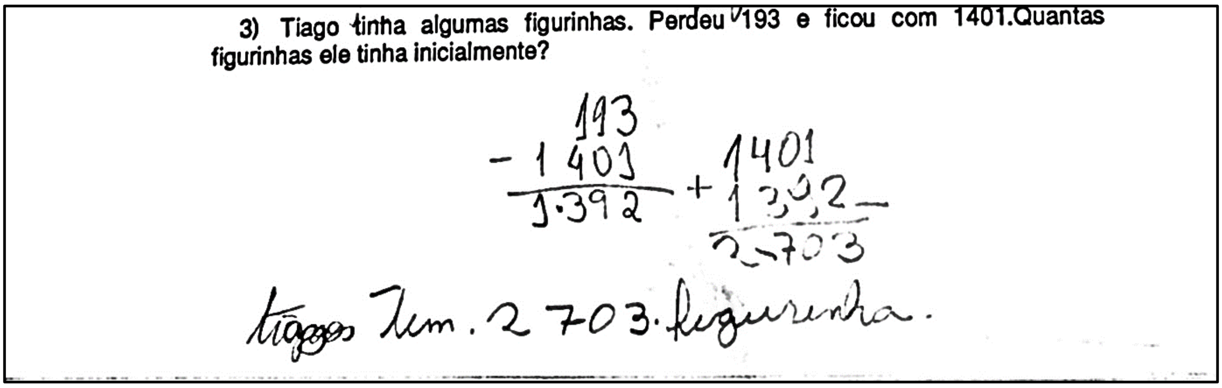
R: 1594 figurinhas

Fonte: Dados da pesquisa

*Justificativa: "mental, mas a operação foi escolhida porque o resultado é visível".

Nesta questão alguns erros evidenciam a não compreensão da operação que soluciona o problema. No exemplo a seguir, figura 30, o aluno subtraiu o maior número do menor, de acordo com a ordem em que apareceram no enunciado.

Figura 30 - Resolução do problema 9 pelo aluno A5



Fonte: Dados da pesquisa

No problema 9 houve grande dificuldade por parte dos participantes, pois como afirma Vergnaud (2011, p. 3), “a procura de um estado inicial é uma situação delicada para muitas crianças até o terceiro ano da escola elementar 2 e mesmo adiante”.

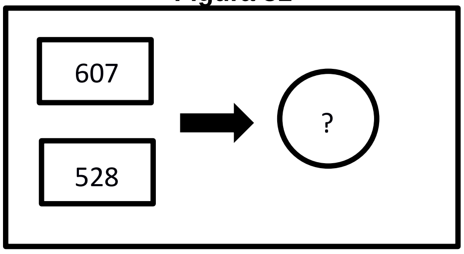
Sobre as situações de 4 (quatro) a 9 (nove), envolvendo Transformação positiva ou negativa (protótipo, 1ª e 4ª extensões) conclui-se que quando se trata da busca pela transformação, os alunos não apresentam dificuldades, porém quando a busca é pelo estado inicial ou final, foi possível perceber que houve dificuldades em compreender a situação.

6.10 Análise do problema 10

João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 607 e Pedro 528. Quantos chaveiros João tem a mais que Pedro?

Esse problema explora uma comparação positiva, na relação de 3ª extensão. A situação exibe o referido e o referente e procura obter a comparação positiva (a mais) entre eles. Os alunos precisavam realizar a operação de subtração para encontrar a resposta, 79 chaveiros.

Figura 31



Fonte: Elaborado pelo autor

Percebe-se que quase todos os alunos, 18 deles, identificaram a operação que resolve o problema, porém quatro erraram ao realizarem o algoritmo. Todos os participantes utilizaram o algoritmo na busca pela resposta final. Não houve outro tipo de estratégia.

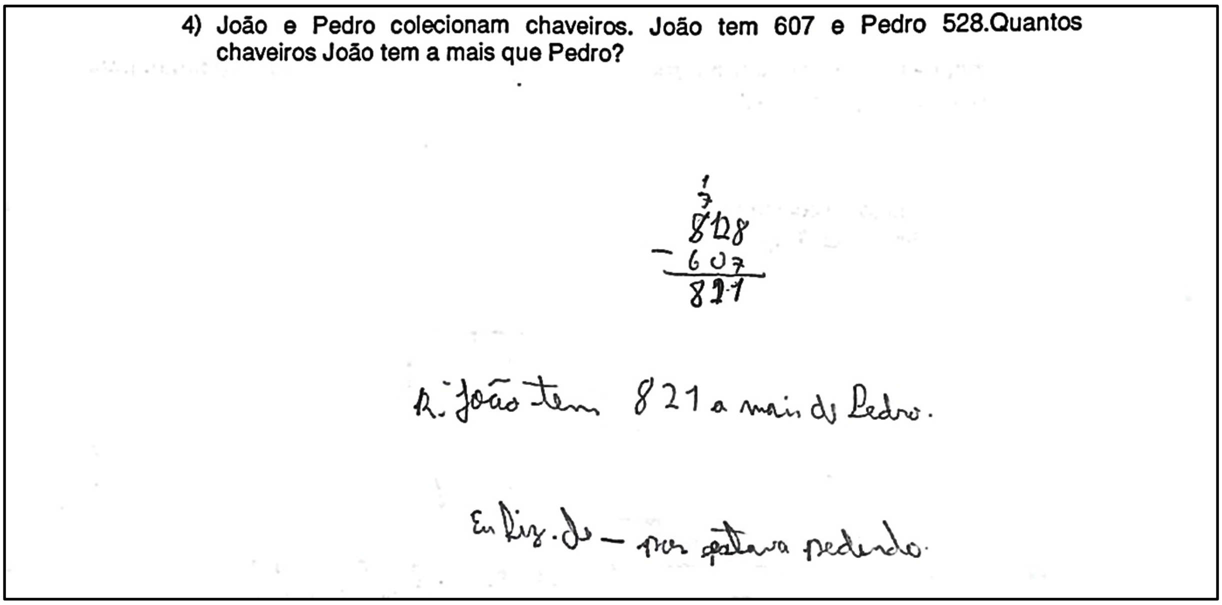
Tabela 11 - Identificação da operação envolvida no problema 10

Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	18
Não identificaram a operação que soluciona a situação	3

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 32, a resolução do aluno A19 mostra que ele compreendeu qual a operação que solucionava a situação, porém cometeu um erro na realização do algoritmo.

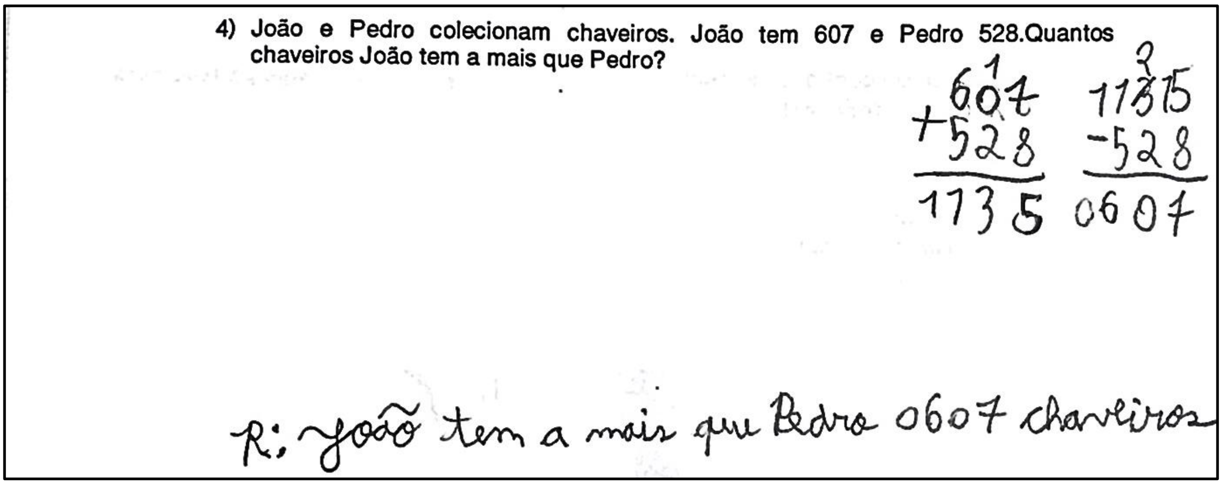
Figura 32 - Resolução do problema 10 pelo aluno A19



Fonte: Dados da pesquisa

Dos alunos que não identificaram a operação que resolveria o problema, um exemplo é o caso de A12. Possivelmente o aluno não percebeu a necessidade de uma operação inversa, pelo enunciado trazer as palavras “a mais” relacionando-a com a adição.

Figura 33 - Resolução do problema 10 pelo aluno A12


4) João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 607 e Pedro 528.Quantos chaveiros João tem a mais que Pedro?

607 + 528 = 1135

1135 − 528 = 0607

R: João tem a mais que Pedro 0607 chaveiros

Fonte: Dados da pesquisa

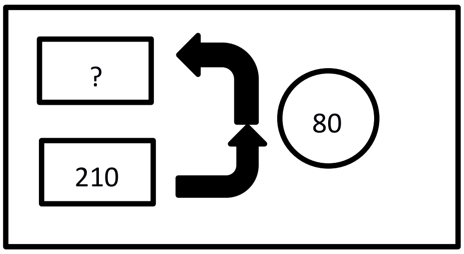
Conclui-se por meio da análise dos registros dos participantes que eles não apresentaram dificuldade em compreender esse problema de comparação positiva, quando se busca comparar o referido e o referente.

6.11 Análise do problema 11

Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 210. Se Ricardo tem 80 chaveiros a mais que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

Nesse problema é explorada a ideia de comparação positiva (a mais), na relação de 4ª extensão. Esta situação nos traz o referido junto à comparação, e procura o referente. Para resolver, os alunos necessitavam realizar a operação de subtração para encontrar a resposta correta, 130 chaveiros.

Figura 34



Fonte: Elaborado pelo autor

Todas as resoluções se basearam na realização do algoritmo. Não houve dificuldades em compreender a noção de comparação positiva com a falta do referido por 16 dos alunos participantes, conforme tabela 12. Em meio a estes alunos que identificaram a operação, apenas um não chegou à resposta correta.

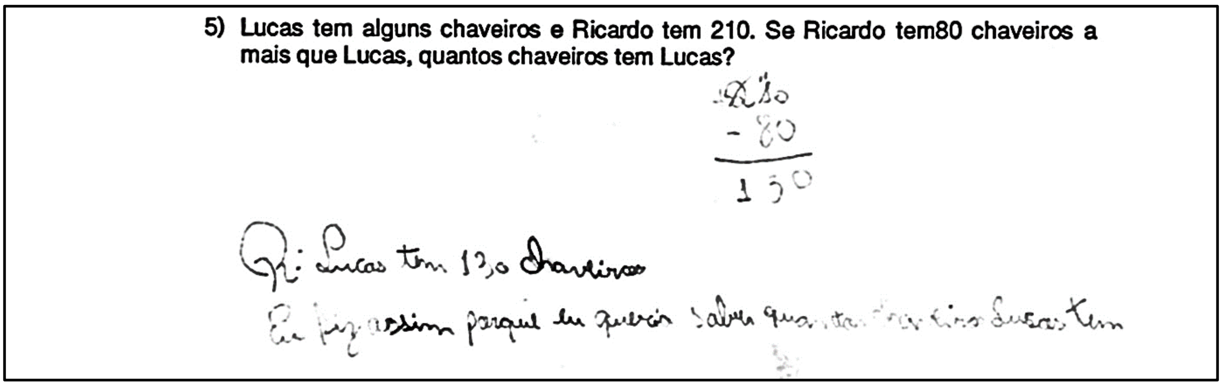
Tabela 12 - Identificação da operação envolvida no problema 11

Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	16
Não identificaram a operação que soluciona a situação	4
Não realizou	1

Fonte: Dados da pesquisa

Dos alunos que identificaram a operação e chegaram à resposta correta, 130 chaveiros, destaca-se a resolução do aluno A8, que fez uso exclusivo do algoritmo, conforme figura 35.

Figura 35 - Resolução do problema 11 pelo aluno A8



5) Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 210. Se Ricardo tem80 chaveiros a mais que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

$$\begin{array}{r} 210 \\ -\ 80 \\ \hline 130 \end{array}$$

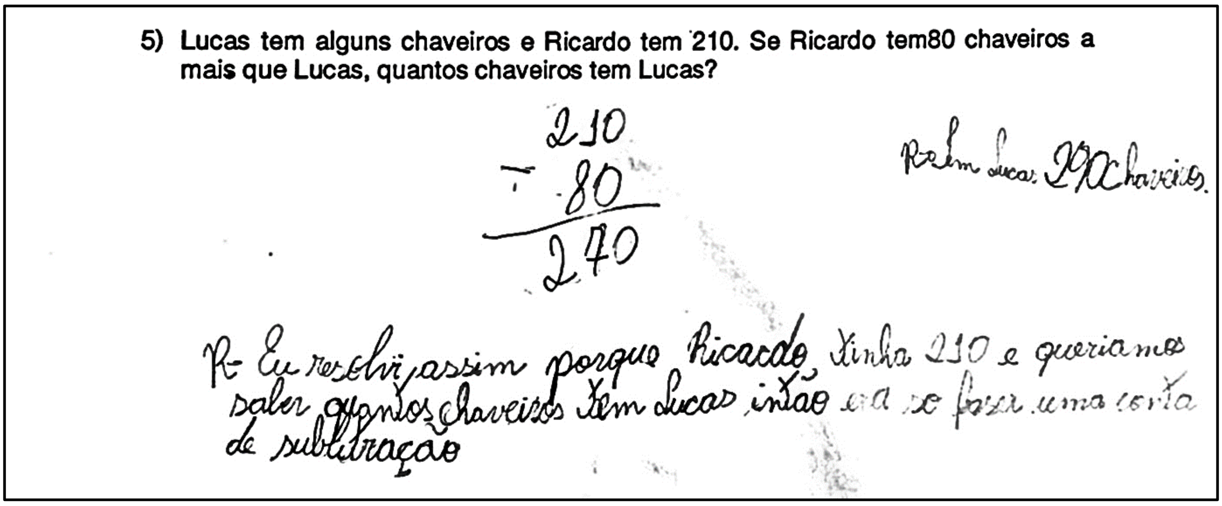
R: Lucas tem 130 chaveiros

Eu fiz assim porque eu queria saber quantos chaveiros Lucas tem

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A21 reconheceu a operação a ser realizada, porém não soube realizar o algoritmo, conforme figura 36. A dificuldade do aluno foi em compreender o valor absoluto do algarismo 1(um) e 8 (oito), e, possivelmente, ele utilizou o fato de quanto falta para o menor chegar no maior. De acordo com Cavalcanti (2001, p. 137) “[...] é importante que se faça uma análise da solução encontrada a fim de verificar se é adequada ou não”. O retrospecto da solução obtida ajudaria o aluno a não cometer alguns equívocos.

Figura 36 - Resolução do problema 11 pelo aluno A21



Fonte: Dados da pesquisa

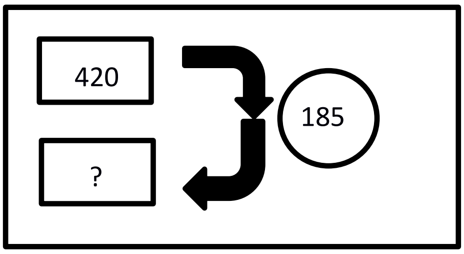
Portanto, apesar deste problema possuir um grau maior de complexidade, conclui-se que os alunos saíram-se bem, não apresentando dificuldades em sua resolução.

6.12 Análise do problema 12

Fábio tem 420 chaveiros e Camila tem 185 a mais que Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?

Esta questão explora uma comparação positiva de 2ª extensão. Em seu enunciado, apresenta o referente e a comparação, e busca-se o referido. Para sua resolução, o participante deveria realizar uma operação de adição, obtendo a resposta 605 chaveiros.

Figura 37



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados obtidos indicam que 14 alunos não identificaram a operação a ser realizada, diferentemente dos demais problemas já analisados. A tabela 13 apresenta os resultados gerais da turma.

Tabela 13 - Identificação da operação envolvida no problema 12

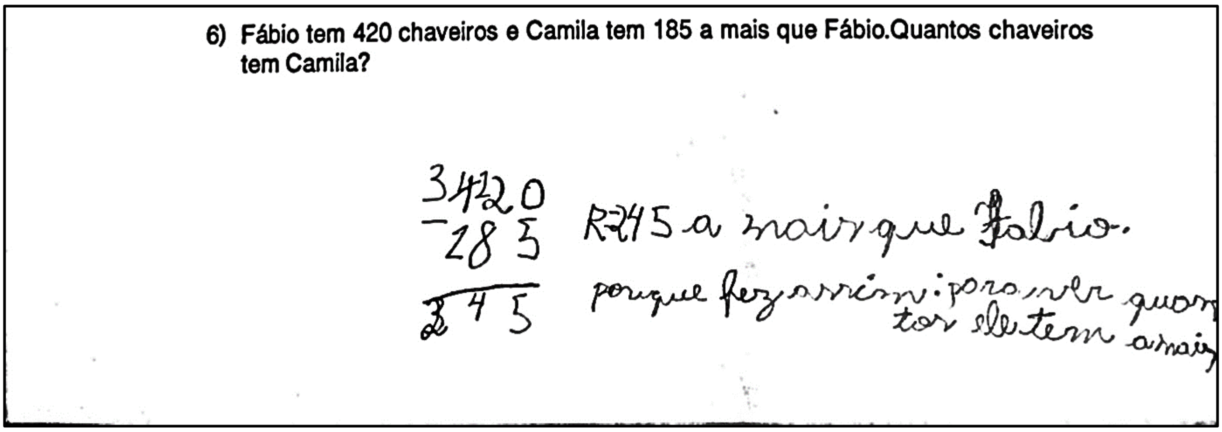
Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	6
Não identificaram a operação que soluciona a situação	14
Não realizou	1

Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos apresentaram dificuldades em compreender a ideia de comparação positiva na busca do referente. Todos os participantes utilizaram o algoritmo para tentar solucionar o problema. Dos poucos que identificaram a operação que soluciona o problema, um deles errou no procedimento.

O aluno A10, figura 38, não compreendeu a operação que soluciona o problema e realizou uma subtração. Ele também não desenvolveu corretamente o algoritmo da subtração, pois ao subtrair 5 de 0 sua resposta foi 5.

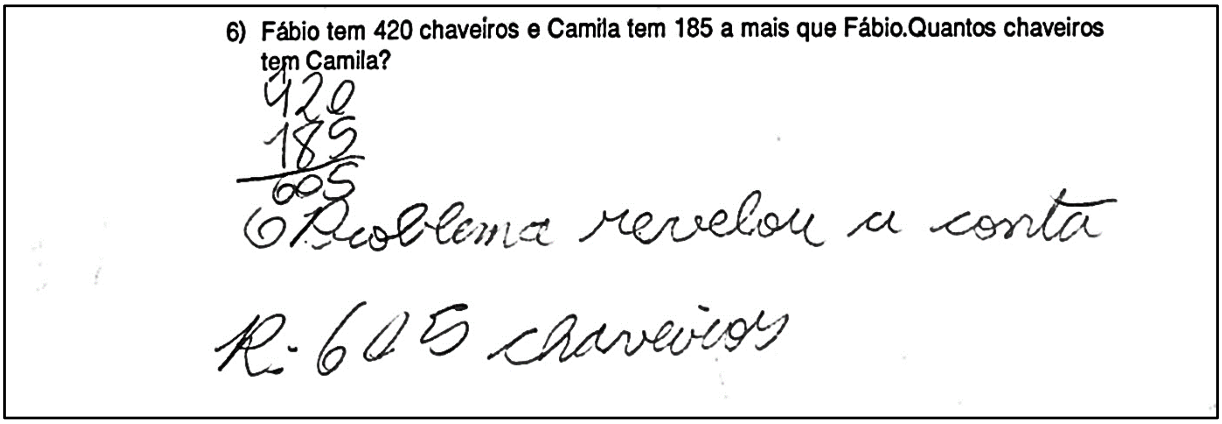
Figura 38 - Resolução do problema 12 pelo aluno A10



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A15 compreendeu a operação que solucionaria a situação, bem como realizou corretamente o algoritmo para encontrar a solução, mesmo não indicando a operação por ele realizada, conforme figura 39.

Figura 39 - Resolução do problema 12 pelo aluno A15



Fonte: Dados da pesquisa

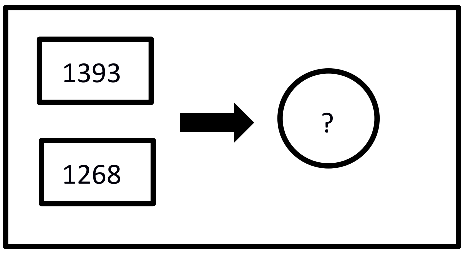
Conclui-se neste problema que os alunos possuem dificuldades em entender situações de Comparação positiva, quando a busca é pelo referido. Pode-se associar este resultado a equívocos na realização e escolha das operações.

6.13 Análise do problema 13

João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 1393 e Pedro 1268. Quantos chaveiros Pedro tem a menos que João?

O problema 13 explora uma comparação negativa (a menos) de 3ª extensão. Esta situação também apresenta em seu enunciado o referente e o referido, buscando compará-los. Para obter sucesso, os alunos deveriam realizar a operação de subtração e obter a resposta 125 chaveiros.

Figura 40



Fonte: Elaborado pelo autor

Em vista dos resultados obtidos nesta questão, conforme tabela 14, conclui-se que os participantes compreendem uma comparação negativa, quando apresenta o referente e o referido. Todos os alunos utilizaram-se do algoritmo para encontrar a solução.

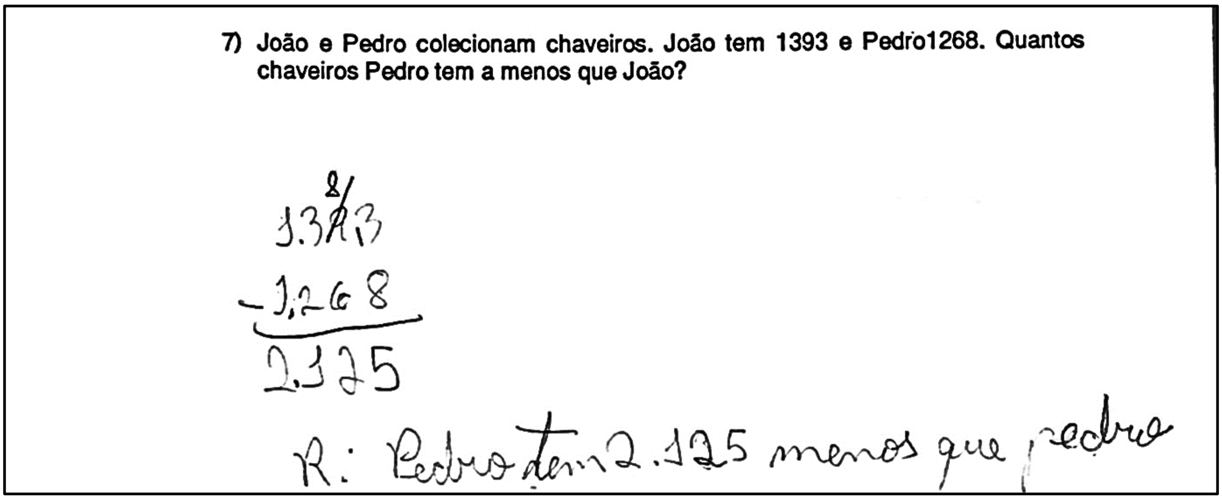
Tabela 14 - Identificação da operação envolvida no problema 13

Categorias	Frequência
Reconheceram a operação que soluciona a situação	20
Não reconheceram a operação que soluciona a situação	1

Fonte: Dados da pesquisa

Dos alunos que identificaram corretamente a operação a ser realizada, o aluno A7 notou que se tratava de uma subtração, porém, não teve êxito em realizar corretamente o algoritmo. Na casa da unidade de milhar, pensou ser a operação de adição, e assim não chegou à resposta esperada para esta questão, que seria 125 chaveiros.

Figura 41 - Resolução do problema 13 pelo aluno A7


7) João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 1393 e Pedro1268. Quantos chaveiros Pedro tem a menos que João?

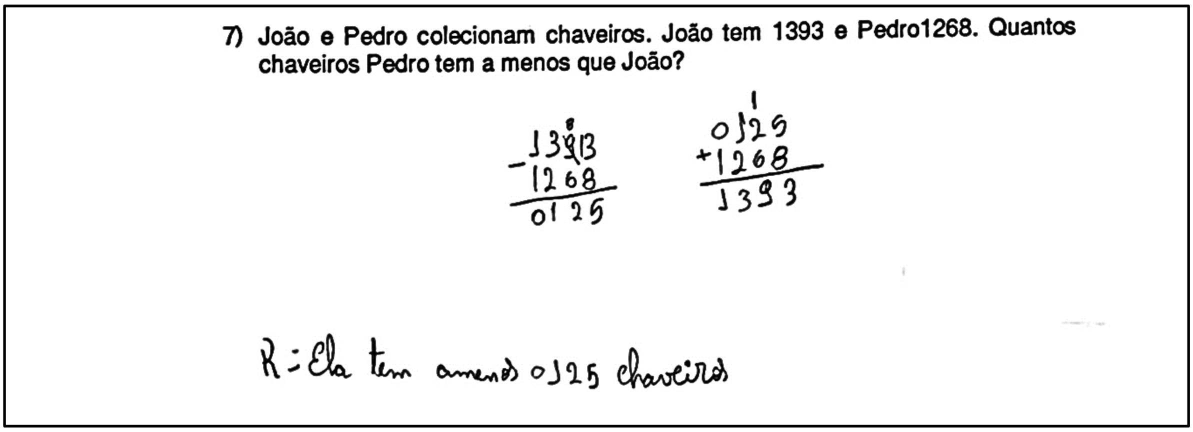
$$\begin{array}{r} 1.393 \\ -\ 1.268 \\ \hline 2.125 \end{array}$$

R: Pedro tem 2.125 menos que pedro

Fonte: Dados da pesquisa

No caso do aluno A1, figura 42, que também compreendeu qual a operação que resolvia o problema, ele executou a operação inversa, fazendo a “prova real”, para conferir se o valor obtido estava correto.

Figura 42 - Resolução do problema 13 pelo aluno A1


7) João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 1393 e Pedro1268. Quantos chaveiros Pedro tem a menos que João?

$$\begin{array}{r} 1393 \\ -\ 1268 \\ \hline 0125 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0125 \\ +\ 1268 \\ \hline 1393 \end{array}$$

R: Ela tem amenos 0125 chaveiros

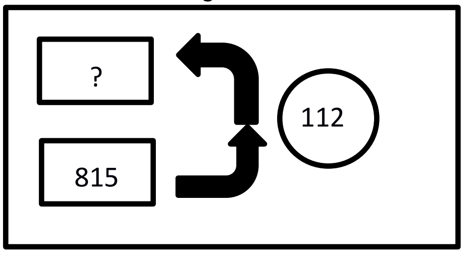
Fonte: Dados da pesquisa

6.14 Análise do problema 14

Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 815. Se Ricardo tem 112 chaveiros a menos que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

Esta situação busca saber se os alunos compreendem uma comparação negativa de 4ª extensão. Apresentam-se no enunciado o referido e a comparação negativa (a menos), e se precisa encontrar o referente. Para este problema, era necessário utilizar a operação de adição para encontrar a respectiva solução, que é 927 chaveiros.

Figura 43



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados da tabela 15 indicam que 15 alunos não conseguiram entender qual operação deveriam utilizar para solucionar o problema. Com isso, nota-se que há dificuldade em resolver problemas de comparação negativa, quando a busca é pelo referente. Dos poucos alunos que identificaram a operação, um deles não logrou êxito em encontrar a resposta.

Tabela 15 - Identificação da operação envolvida no problema 14

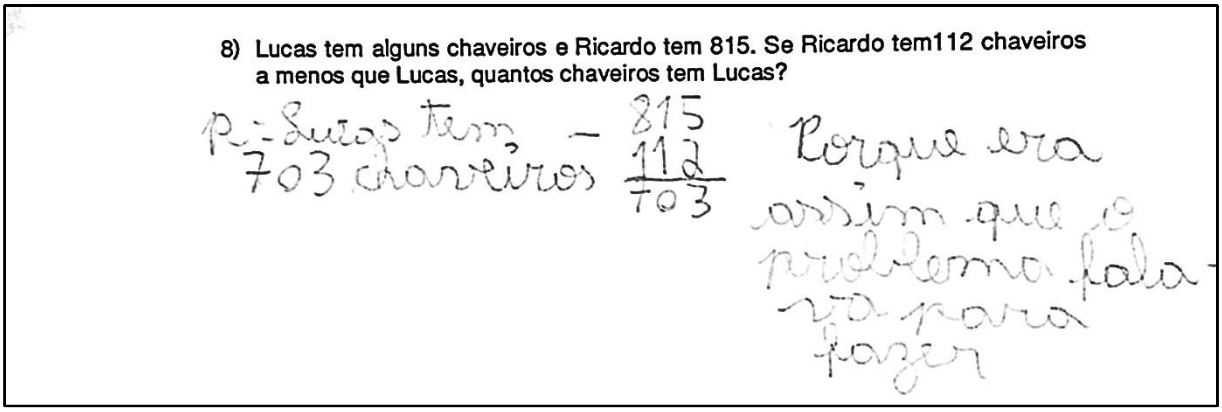
Categorias	Frequência
Identificaram a operação que soluciona a situação	6
Não identificaram a operação que soluciona a situação	15

Fonte: Dados da pesquisa

Possivelmente, a palavra “menos” encontrada no enunciado teve influência na escolha da operação, como afirma Vergnaud (2011, p.3) “[...] a escolha de uma operação e a dos dados sobre os quais ela se aplica é delicada [...]”.

Conforme figura 44, o aluno A2, foi influenciado a realizar uma operação que não resolvia o problema, justificando que “(...) era assim que o problema falava para fazer”. O aluno buscou, assim, aplicar uma operação relacionando-a com uma situação negativa.

Figura 44 - Resolução do problema 14 pelo aluno A2



8) Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 815. Se Ricardo tem112 chaveiros a menos que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

R:- Lucas tem 703 chaveiros

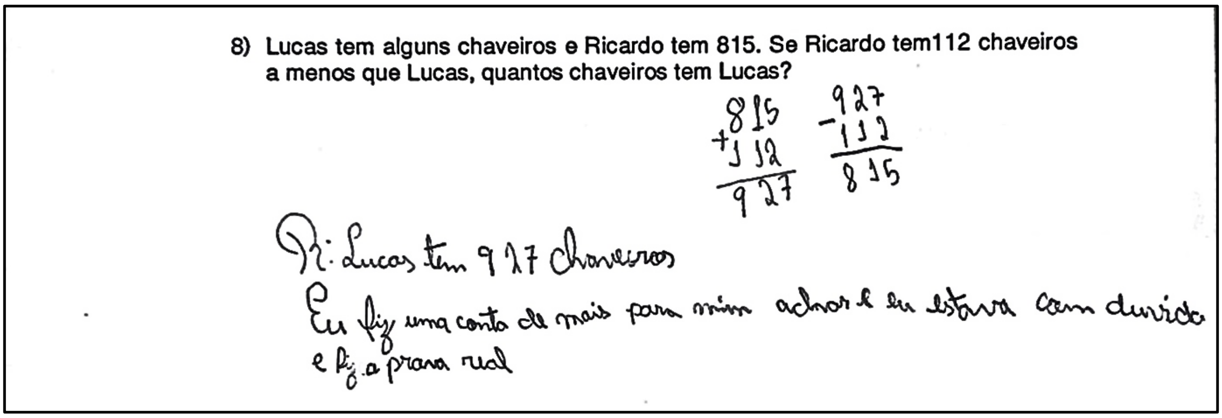
$$\begin{array}{r} 815 \\ -\ 112 \\ \hline 703 \end{array}$$

Porque era assim que o problema fala-va para fazer

Fonte: Dados da pesquisa

A resolução apresentada pelo aluno A8, figura 45, mostra que ele estava em dúvida na realização do algoritmo, e fez a “prova real” para confirmar o resultado. Este aluno compreendeu o problema, bem como encontrou a solução esperada.

Figura 45 - Resolução do problema 14 pelo aluno A8



8) Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 815. Se Ricardo tem112 chaveiros a menos que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

$$\begin{array}{r} 815 \\ +\ 112 \\ \hline 927 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 927 \\ -\ 112 \\ \hline 815 \end{array}$$

R: Lucas tem 927 chaveiros

Eu fiz uma conta de mais para mim achar e eu estava com duvida e fiz a prova real

Fonte: Dados da pesquisa

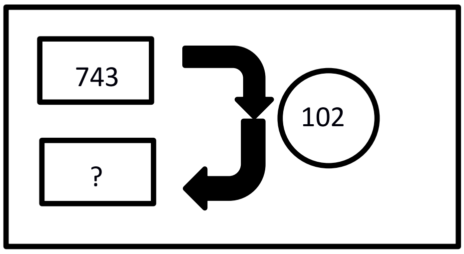
Conclui-se então, que este problema 14 confundiu a maioria dos alunos, fazendo-lhes escolher a operação inversa à necessária e, consequentemente, errar a resposta.

6.15 Análise do problema 15

Fábio tem 743 chaveiros e Camila tem 102 a menos que Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?

Essa situação explora uma comparação negativa de 2ª extensão. O enunciado traz o referente e a comparação negativa (a menos), e se precisa encontrar o referido. Para resolver esta questão, o aluno precisava realizar a operação de subtração e encontrar o valor de 641 chaveiros.

Figura 46



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesta questão, possivelmente os alunos também foram influenciados a realizar uma subtração, pelo uso da palavra “menos” no enunciado. Desse modo, quase a totalidade dos participantes, 20 alunos, identificaram a operação que resolveria o problema, no qual somente um não encontrou a solução correta.

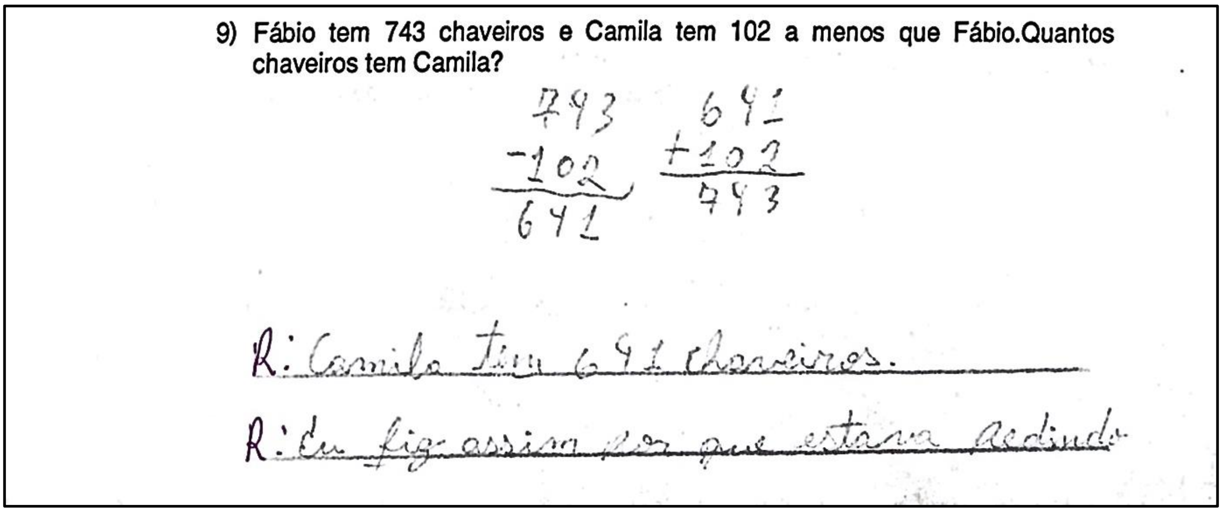
Tabela 16 - Identificação da operação envolvida no problema 15

Categorias	Frequência
Reconheceram a operação que soluciona a situação	20
Não reconheceram a operação que soluciona a operação	1

Fonte: Dados da pesquisa

As resoluções dos alunos A18 e A14, figuras 47 e 48, respectivamente, apresentam as justificativas dos participantes. Nos registros dos alunos nota-se a influência direta do enunciado do problema na escolha da operação.

Figura 47 - Resolução do problema 15 pelo aluno A18

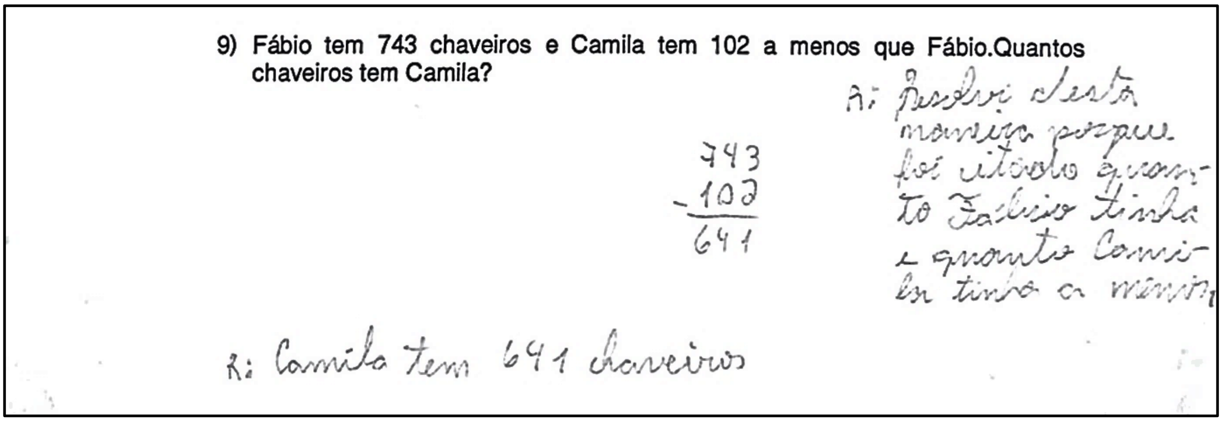


Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A18 ainda tira a “prova real”, verificando o resultado. Esse procedimento faz parte da resolução do problema e seria a última etapa do processo, o retrospecto ou reflexão sobre a resposta, de acordo com Polya (2004).

No caso do aluno A14, também fica claro que a escolha da operação foi inspirada no enunciado, na palavra “menos”, conforme sua justificativa apresentada na figura 48.

Figura 48 - Resolução do problema 15 pelo aluno A14



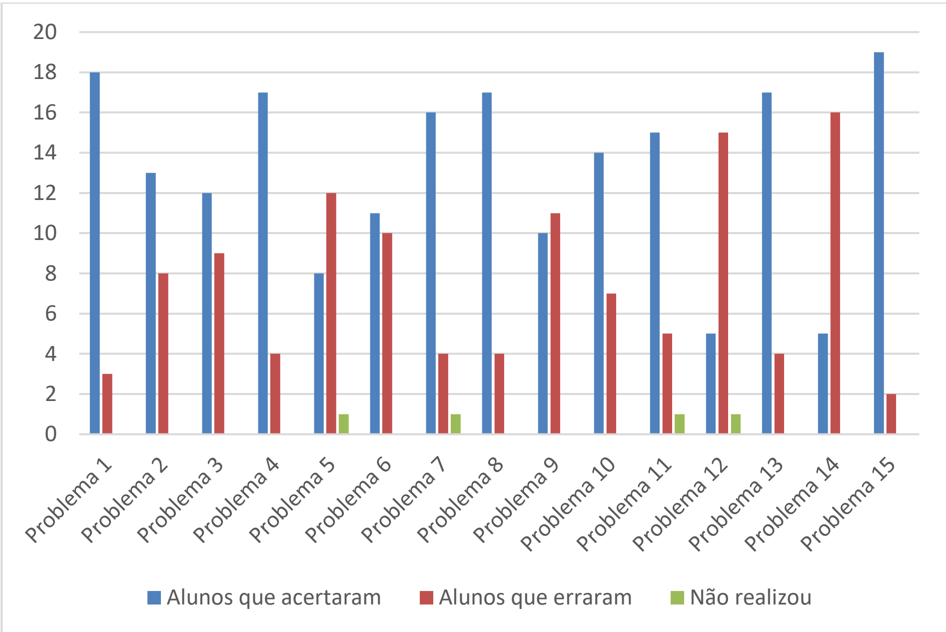
Fonte: Dados da pesquisa

Neste problema, o enunciado também influenciou os alunos, porém, os induziu a realizar a operação correta. Em relação a essa coleção de problemas sobre comparação positiva e negativa (2ª, 3ª e 4ª extensões), referente às situações de 10 a 15, conclui-se que os alunos não tiveram grandes dificuldades em compreender qual operação escolher para o problema. Só foi possível observar aspectos que influenciaram nesta decisão, porém, não indicam a não compreensão pelos participantes. Também não foi identificado nenhum tipo de estratégia diferenciada de resolução de problema, os alunos utilizaram o algoritmo.

6.16 Um panorama geral

Nessa seção será realizada uma análise geral do desempenho dos participantes para apresentar um panorama geral dos erros e acertos por questão. O gráfico 3 ilustra o total de erros e acertos por problema.

Gráfico 3: Quantidade por problema de acertos e erros



Fonte: Elaborado pelo autor

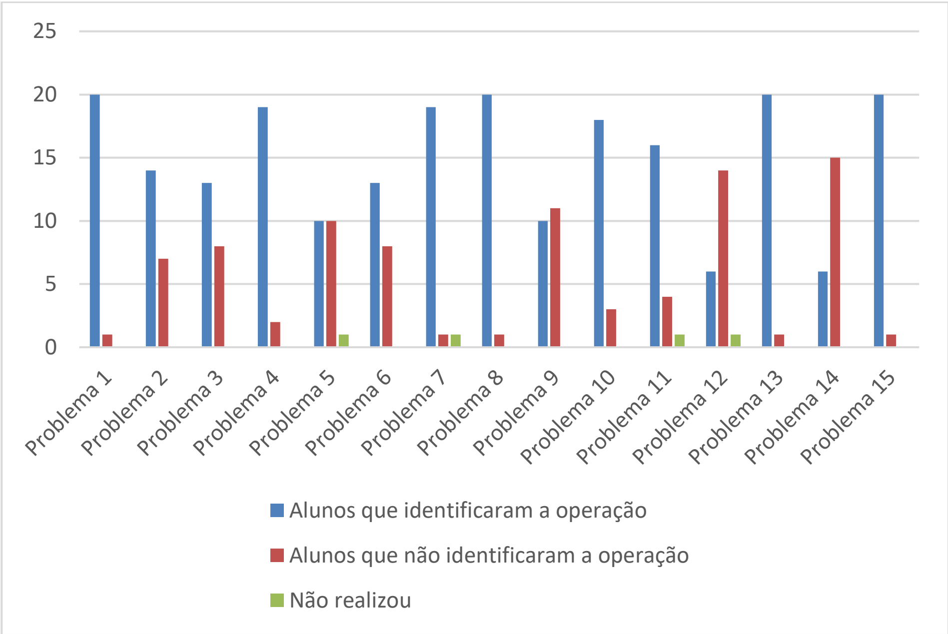
Por meio do gráfico 3 é possível notar que os problemas que os alunos mais acertaram foram o problema 1, de composição positiva; o problema 4, de transformação positiva; o problema 7, de transformação negativa dentro da relação protótipo; o problema 8, transformação negativa, na relação de 1ª extensão; o problema 13, uma comparação negativa de 3ª extensão e o problema 15, comparação negativa de 4ª extensão.

Os participantes cometeram mais erros no problema 5, transformação positiva de 1ª extensão; no problema 6, transformação positiva de 4ª extensão; no problema

9, transformação negativa de 4ª extensão; no problema 12, comparação positiva de 4ª extensão e no problema 14, comparação negativa de 2ª extensão.

O gráfico 4 trata da quantidade de alunos que identificaram ou não a operação que solucionava cada problema. Nas seções anteriores da análise já foram apresentadas as principais dificuldades dos participantes para chegar às respostas corretas dos problemas.

Gráfico 4: Quantidade de alunos que identificaram ou não a operação de cada problema



Fonte: Elaborado pelo autor

De modo geral, os erros cometidos pelos participantes são comuns nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Possivelmente, alguns deles podem ter sido cometidos por falta de atenção, no entanto, a análise permite concluir que os principais deles foram de contagem e no repasse das informações do enunciado do problema.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo da presente pesquisa foi:

- Analisar as dificuldades e estratégias utilizadas por alunos dos anos iniciais ao resolverem problemas de adição e subtração.

A exploração do campo conceitual aditivo ampliou as possibilidades de trabalhar os problemas de adição e subtração. Nele, encontram-se subsídios para classificar os problemas, bem como sobre o que é possível esperar do aluno ao resolvê-los. Os estudos sobre resolução de problemas forneceram informações sobre os tipos de problemas e de estratégias de resolução que podem ser usados pelos alunos.

A maioria dos participantes utilizou-se de algoritmos convencionais para resolver problemas. Apenas um deles fez uso da estratégia tentativa e erro, o que mostra que os alunos não foram incentivados a buscarem formas diferenciadas para resolverem problemas. Outra possibilidade seria a utilização, nos anos iniciais, em sua maioria, de exercícios de reconhecimento e de algoritmo e, no melhor dos cenários, dos problemas-padrão. Com isso, os alunos podem não ter tido oportunidade de vivenciar, de fato, a resolução de problemas não convencionais e de ampliar o repertório de estratégias para resolvê-los.

Além disso, como as situações problema propostos traziam números compostos por unidade de milhar e centena, ou seja, números grandes, fica improvável o uso de desenhos como estratégia de resolução de problemas, sendo para eles necessário buscar formas que facilitem encontrar a solução, o que poderia justificar, de certa maneira, o uso excessivo do algoritmo – um procedimento já conhecido por eles. Assim, corrobora-se com Cavalcanti (2001, p.140), que diz que “propor problemas com números maiores cria uma situação na qual o recurso do desenho será dificultado à criança, que é forçada a pensar em outras formas de resolução”.

Os resultados indicaram que a maioria dos alunos participantes compreendem problemas do campo aditivo, mesmo apresentando algumas dificuldades de contagem e no repasse das informações do enunciado do problema para o algoritmo.

Conclui-se que os alunos apresentaram dificuldades quando o problema era de composição negativa, em que se percebem erros na interpretação do que se pedia. Ao se tratar da transformação, os alunos apresentaram dificuldades na busca do estado inicial e na própria transformação. E, nas situações de comparação, suas dificuldades maiores foram quando se buscava tanto o referido quanto o referente. Foi possível encontrar erros de contagem em todos os problemas.

Esse trabalho não tem a pretensão de esgotar todas as possibilidades, buscar em que ponto e os motivos da não valorização da criatividade da criança em resolver problemas pode ser o tema de uma próxima pesquisa.

Pensar a resolução de problemas e o campo conceitual aditivo foi de grande valia para o professor da turma, e principalmente para os alunos, os quais serão beneficiados com essa experiência, visto que novas ações serão colocadas em prática a partir desses resultados.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. K. Campo Aditivo e Multiplicativo: o que é avaliado na Prova Brasil do 5º ano. In: Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia (SINECT), n. 4, 2014, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, 2014. v. 01. p. 01-12.

BARRETO, A. L.O., REGES, M. A. G., BATISTA, P. C. S., & BARRETO, M. C. Situações de comparação multiplicativa: o que alunos de 4º e 5º anos do ensino fundamental demonstram saber?. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 56, p.230-245, dez. 2017. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/865/pdf>. Acesso em: 05 maio 2018.

BEDNARCHUK, J. Z. **Formação inicial em matemática:** as manifestações dos egressos de Pedagogia sobre a formação para a docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2012. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHAPIN, S. H.; JOHNSON, A. **Math Matters.** Sausalito, CA: MathSolutions, 2006.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, v. 1, 1991.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

GAZIRE, E. S. Resolução de problemas e práticas investigativas. In: RELME, 26., 2012, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: UFOP, 2012.

MAGINA, S. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. **Encontro Regional de Professores de Matemática**, v. 18, 2005.

MAGINA, S. M. P. **Contribuições da teoria dos campos conceituais para a formação de conceitos matemáticos.** [201-?]. Disponível em: <http://devotuporanga.edunet.sp.gov.br/OFICINA/of-MATEMATICA/Teoria%20dos%20Campos%20Conceituais%20%20por%20MAGINA%20Sandra.pdf>. Acesso em: 15 março 2018.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação matemática pesquisa**, v. 6, n. 1, 2004.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MENGA, L.; ANDRÉ, M. E. D. A**. Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, v. 986, p. 99, 1986.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p.188 – 201.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental -** Tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P**. Introdução à Educação Matemática:** os números e as operações numéricas. São Paulo: Proem, 2009.

PEREIRA, J.; F.; F. **Resolução de problemas do campo aditivo por alunos de quinto ano de uma escola pública da cidade de São Paulo.** 2013. 165f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, Unicsul, são Paulo, 2013.

PEREIRA, A. L.; RAMOS, A.; MATEUS, A.; MATIAS, J.; CARNEIRO, T. **Problemas matemáticos:** caracterização, importância e estratégias de resolução. São Paulo: IME-USP, 2002.

POLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**. Princeton university press, 2004.

QUEIROZ, S.; LINS, M. A Aprendizagem de Matemática por Alunos Adolescentes na Modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p.75-96, abr. 2011. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4597/3703>. Acesso em: 05 maio 2018.

SANTOS, A. F.; SANTANA, E. R. S. Estruturas aditivas: O desempenho e as dificuldades na resolução de situações-problema. In: ENCONTRO NACIONAL DE ESUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T3_CC1469.pdf>. Acesso em: 25 março 2018.

SANTOS-WAGNER, V.M.P. dos. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, n. 53, p. 43-74, 2008.

SERRAZINA, L. **Resolução de problemas.** [201-?]. Disponível em:

<http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Problemas_texto_Coord.pdf>. Acesso em: 12 mar 2018.

SILVA, G. B. **Teoria dos campos conceituais, habilidades e competências:** uma experiência de ensino em matemática. 2014. 150 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Unilasalle-Centro Universitário La Salle, Canoas, 2014. Disponível em: <https://biblioteca.unilasalle.edu.br/docs_online/tcc/mestrado/educacao/2014/gbonotto.pdf>. Acesso em: 13 março 2018.

VERGNAUD, G. La teoría de los campos conceptuales. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 10, n. 2, p. 3, 1990.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, p.15-27, jan. 2011. Disponível em: <http://revistas.ufpr.br/educar/article/view/22592/14831>. Acesso em: 25 março 2018.

ANEXO[9] 1

NOME: ____

Resolva os problemas e escreva como pensou:

1) Numa festa de aniversário havia 1120 brigadeiros e 1285 beijinhos. Quantos doces havia nessa festa?

2) Na festa da Escola Pinguinho há 1250 doces, sendo 810 brigadeiros e os demais beijinhos. Quantos são os beijinhos?

3) Numa festa de casamento há alguns brigadeiros e 723 beijinhos. No total são 1335 doces. Quantos são os brigadeiros?

[9] Os problemas deste instrumento foram extraídos de: PEREIRA, J.; F.; F. **Resolução de problemas do campo aditivo por alunos de quinto ano de uma escola pública da cidade de São Paulo.** 2013. 165f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, Unicsul, são Paulo, 2013.

4) Marcos coleciona figurinhas. Ele tem 1538 figurinhas e ganhou 71 de seu tio. Com quantas figurinhas ele ficou?

5) Marcos tinha 1609 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 1651. Quantas figurinhas Marcos ganhou?

6) Marcos tinha algumas figurinhas. Ganhou 140 e ficou com 1724. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

AGRADECEMOS SUA PARTICIPAÇÃO!

ANEXO[10] 2

NOME: ____

Hoje vamos continuar a resolver problemas... Registre tudo o que pensou para resolver o problema!

1) Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

2) Tiago tinha 1605 figurinhas. Deu algumas para seu irmão e ficou com 1552. Quantas figurinhas ele deu para o irmão?

3) Tiago tinha algumas figurinhas. Perdeu 193 e ficou com 1401. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

---

[10] Os problemas deste instrumento foram extraídos de: PEREIRA, J.; F.; F. **Resolução de problemas do campo aditivo por alunos de quinto ano de uma escola pública da cidade de São Paulo.** 2013. 165f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, Unicsul, são Paulo, 2013.

4) João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 607 e Pedro 528. Quantos chaveiros João tem a mais que Pedro?

5) Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 210. Se Ricardo tem 80 chaveiros a mais que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

6) Fábio tem 420 chaveiros e Camila tem 185 a mais que Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?

7) João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 1393 e Pedro 1268. Quantos chaveiros Pedro tem a menos que João?

8) Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 815. Se Ricardo tem 112 chaveiros a menos que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

9) Fábio tem 743 chaveiros e Camila tem 102 a menos que Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?

APÊNDICE A – Instrumento de Pesquisa

Qual a sua idade:______________________

Qual seu sexo:

	Masculino			Feminino

Você gosta de matemática: ____

O que você <u>mais</u> gosta em matemática:_____________________________________

O que você <u>menos</u> gosta em matemática:___________________________________

Você já repetiu de ano:____

Se respondeu sim na pergunta anterior, quantas vezes repetiu de ano:____________

APÊNDICE B – Termo de Consentimento do responsável pelo aluno

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu,____, portador (a) do RG nº __________________, residente na Rua (Av.) ____ nº _______, na cidade de _________________________ Estado _________________, concordo com a participação do aluno____ ____, da Escola municipal Dom Bosco – E.I.E.F., na pesquisa cujo tema é: **Campo Conceitual Aditivo e a Resolução de Problemas,** realizada por **Felipe Aparecido Baldim Barros**, sob a orientação da Profa. Dra. Andresa Maria Justulin. A pesquisa tem por objetivos investigar as dificuldades encontradas para resolver problemas do campo aditivo e compreender a construção do conhecimento. Fui orientado (a) que os dados obtidos através do questionário, da entrevista e das provas sobre resolução de problemas serão utilizados com finalidade de pesquisa e sem identificação, citação nominal ou utilização de imagens do aluno.

Estou ciente que a participação do aluno é voluntária.

Abatiá, junho de 2018.

____

Assinatura do Responsável