UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARIANE DA SILVA LANDGRAF

UM ESTUDO SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DE ALUNOS INGRESSANTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UTFPR CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2018

ARIANE DA SILVA LANDGRAF

UM ESTUDO SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DE ALUNO INGRESSANTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UTFPR CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

CORNÉLIO PROCÓPIO
2018

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Diretoria de Graduação
Departamento de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática

FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA

Prof. Andresa Maria Justulin
(Orientador)

Prof. Henrique Rizek Elias

Prof. Jader Otávio Dalto

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso"

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha orientadora Profa. Dra. Andresa Maria Justulin, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória, pela paciência, calma, flexibilidade e dedicação.

Agradeço a Deus por cada oportunidade e pelas bênçãos diárias.

Deixo claro meu reconhecimento aos meus pais Valdecir e Marciana, a meu irmão Carlos e minha cunhada Adriely e ao João, pois acredito que sem o apoio deles eu não conseguiria estar próxima de concluir minha graduação.

Agradeço também aos meus amigos, amigas, e de modo geral a todos que, de alguma forma, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Uma das coisas mais tristes na vida é chegar ao fim e olhar para trás com remorso, sabendo que você poderia ter sido, feito e tido muito mais. (ROBIN SHARMA)

RESUMO

LANDGRAF, Ariane da Silva. **Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR Câmpus Cornélio Procópio.** 2018. 64f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

Este trabalho tem como objetivo analisar os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico manifestados por alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio, por meio da resolução de problemas. A presente pesquisa tem uma abordagem qualitativa, buscando o entendimento de aspectos particulares dos participantes. Para a coleta de dados elaborou-se um instrumento com sete problemas que envolvem conteúdos de Álgebra, o qual foi aplicado em uma turma de trinta e sete alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR-CP na disciplina de Fundamentos da Matemática 1, no primeiro semestre de 2018. Aplicou-se também um instrumento composto por quatro questões com o intuito de conhecer aspectos pessoais dos alunos. Realizou-se uma análise sobre as resoluções dos participantes, a partir dos indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico. Os resultados indicaram que os participantes contemplaram o indicador (2) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema. No entanto, nos demais indicadores o índice atingido foi menor do que 50%.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Álgebra. Pensamento Algébrico. Licenciatura em Matemática. Educação matemática

ABSTRACT

LANDGRAF, Ariane da Silva. **A study on the development of algebraic thinking of incoming students of the degree course in Mathematics of UTFPR Câmpus Cornélio Procópio.** 2018. 64f. Course Completion Work (graduate) - Degree in Mathematics. Federal Technological University of Paraná. Cornélio Procópio, 2018

This work aims to analyze the indicators of development of algebraic thinking manifested by incoming students of the course of Mathematics Degree, of the Federal Technological University of Paraná, Câmpus Cornélio Procópio, through problem solving. The present research has a qualitative approach, seeking the understanding of particular aspects of the participants. For the data collection, an instrument was developed with seven problems involving algebraic contents, which was applied to a group of thirty-seven incoming students of the course of Mathematics Degree of the UTFPR-CP in the discipline Mathematics Fundamentals 1, in the first semester of 2018. An instrument composed of four questions was also applied in order to know the personal aspects of the students. An analysis was made of the participants' resolutions, based on the indicators of the development of algebraic thinking. The results indicated that the participants contemplated the indicator (2) Understand and try to express arithmetic / algebraic structures corresponding to a problem situation. However, in the other indicators the index reached was less than 50%.

Keywords: Problem Solving. Algebra. Algebraic Thinking. Course of Mathematics Degree. Mathematical education

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No decorrer da vida escolar, ainda que não desejável, pode-se notar a presença de lacunas na aprendizagem dos alunos com relação a diversos conteúdos matemáticos. Nesse sentido, conteúdos algébricos foram escolhidos para serem destaque dessa pesquisa

Por meio de estágios realizados na rede pública da cidade de Cornélio Procópio, foi possível notar dificuldades dos alunos em generalizar situações e compreender problemas algébricos, como também manipular expressões ou resolver equações que lhes são propostas. No entanto, vale ressaltar que o ensino por meio de problemas ainda não é utilizado com frequência em sala de aula, talvez, pela intenção dos professores em se esgotar um conteúdo dentro de um prazo curto, e diante de atividades que envolvem discussões e construções de conceitos que levam tempo e perseverança, o processo de construção de ideias acaba ficando de lado em detrimento de aspectos que valorizam procedimentos matemáticos, o “como” fazer.

Assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico, que deveria ser construído com base em diferentes experiências algébricas do aluno, fica, muitas vezes, restrito ao uso de livros didáticos. É importante que o professor possa refletir e entender tanto o pensamento algébrico quanto à resolução de problemas para que os alunos vivenciem experiências diversas para a construção da Álgebra. A resolução de problemas seria o pano de fundo capaz de possibilitar ao aluno perceber as várias faces da Álgebra como a de aritmética generalizada, a das equações, a das funções ou a estrutural (TINOCO, 2011).

Foram escolhidos, para serem participantes dessa pesquisa, alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio. A escolha se deu por estarem na transição dos ensinos Médio e Superior, e por serem futuros professores de Matemática. Foram aplicados dois instrumentos para coleta de dados, ainda no primeiro semestre de 2018, em uma turma de trinta e sete alunos, na disciplina de Fundamentos da Matemática 1, durante duas horas.

A presente pesquisa tem como objetivo analisar os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico manifestados por alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio, por meio da resolução de problemas.

Quanto à organização do trabalho, o texto subdivide-se em cinco seções. Na seção 2, apresenta-se o Referencial Teórico da pesquisa. Primeiramente, realiza-se uma discussão teórica sobre Resolução de problemas, destacando-se: suas concepções, os passos e etapas de Polya, a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e as possíveis estratégias utilizadas para resolver um problema. Em seguida, faz-se um retrato sobre a Álgebra, a partir do seu desenvolvimento Histórico e de aspectos relevantes para seu ensino e o pensamento algébrico. Por fim, realiza-se uma análise sobre formação de professores, com destaque para a transição escolar dos alunos do Ensino Médio para o Ensino Superior – foco deste trabalho, além das matemáticas necessárias para tais níveis de escolaridade.

Na seção 3 é abordada a metodologia de pesquisa utilizada. São descritos os processos metodológicos implementados para a investigação do pensamento algébrico dos alunos. Os participantes da pesquisa são apresentados, bem como o instrumento elaborado para a coleta de dados.

Na quarta seção apresenta-se as discussões acerca das análises realizadas com relação as resoluções dos alunos do instrumento que continha as questões que envolviam conteúdos algébricos, bem como alguns resultados obtidos.

A última seção do trabalho traz reflexões sobre o que foi desenvolvido e as considerações sobre os resultados obtidos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Resolução de Problemas

Para trabalhar a Resolução de Problemas, o professor deve entender que, o que é problema para um aluno, não necessariamente é problema para outro. Nesse sentido, cabe ao professor avaliar sua turma e realizar a escolha certa do problema a ser trabalhado.

Assume-se neste trabalho que problema é tudo aquilo que desperta interesse em buscar uma solução. No âmbito escolar resolver problemas pode ser utilizado como uma metodologia de ensino por parte do professor, possibilitando que os alunos possam construir o conhecimento matemático a partir do que já dispõem. Apesar da possibilidade de os problemas serem utilizados para introduzir, explicar ou finalizar um conteúdo, dependendo do objetivo desejado e traçado pelo professor em seu planejamento, Onuchic e Allevato (2004) recomendam seu uso no início, destacando sua potencialidade na construção do conceito matemático.

2.1.1 Concepções sobre Resolução de Problemas

Resolver problemas sempre esteve presente no ambiente escolar tanto para os professores quanto para os alunos, mesmo de maneira tradicional e com caráter de aplicação para conteúdos já dominados. Ao longo do tempo, professores e pesquisadores têm trabalhado a resolução de problemas de maneiras distintas, revelando novas concepções.

De acordo Schroeder e Lester (1989 apud ALLEVATO, 2014), há três formas de conceber a resolução de problemas: Ensinar sobre a resolução de problemas, o qual se recomenda a teorizar a resolução como mais um conteúdo a ser ensinado, adotando estratégias, e dominando-as através da repetição. Ensinar para a resolução de problemas, caracteriza-se pelo ensino focado em resolver os problemas, onde o propósito é ser capaz de utilizar os conteúdos já aprendidos. E ensinar via ou através da resolução de problemas, considera a resolução de problemas como um meio de ensinar matemática, onde o aluno irá relacionar seu contexto escolar com sua realidade fora da escola.

2.1.2 Passos ou Etapas de Polya

Segundo Polya (2006) o professor que possui como foco melhorar o aproveitamento de seus alunos, deve realizar um diagnóstico sobre seus aspectos bons e maus. Desse modo, ele poderá propor problemas conforme o desenvolvimento de cada um.

A compreensão do problema é necessária para dar início ao uso das estratégias, muitas vezes torna-se incompleta pela falta de interesse e concentração dos alunos, não é possível responder uma pergunta que não foi compreendida. Uma estratégia importante é a formulação de um plano, a ideia pode surgir de modo repentino, gradativa ou em um momento após tentativas frustradas.

Recombinar os dados do problema também é uma estratégia importante a se colocar em prática, desse modo, pode-se chegar a um problema novo e mais fácil. Também é possível recombinar o problema entre manter sua hipótese e mudar a conclusão ou mudar a hipótese e manter a conclusão, como uma tentativa útil de solução.

Alguns alunos não estão dispostos a verificar os passos do plano elaborado, dificultando chegar à solução do problema inicial, mas a verificação é fundamental para validar a resolução do problema. Além disso, é através dela que o aluno irá compreender onde utilizar os resultados desse problema, e analisar se todos os dados do enunciado foram utilizados.

2.1.3 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Atualmente, as propostas educacionais visam o aluno como agente ativo em sala de aula e construtor de seu conhecimento. O Ensino-aprendizagem em matemática pode ocorrer por meio de uma metodologia alternativa como a Resolução de Problemas, o qual o aluno pode construir seus conceitos, pensar produtivamente e investigar conteúdos a partir de problemas disponibilizados pelo professor, assim estará constantemente desenvolvendo sua autonomia, pois precisam tomar decisões para chegar a uma solução.

Na perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas:

> Ensinar matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que a mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase “durante”, os alunos trabalham e o professor observa e avalia o trabalho. Na terceira, “depois”, o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-los e os conduz à discussão enquanto justificam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 221).

Os problemas utilizados pelo professor na metodologia proposta possuem papel introdutório de conteúdos, possibilitando ligar vários ramos da matemática para se resolver o que é pedido inicialmente. O professor tem papel de organizador, mediador e incentivador da aprendizagem.

A avaliação do aluno nessa metodologia deve estar integrada ao ensino, para melhorar a aprendizagem do mesmo, devendo centralizar-se nos processos de resolução, do que somente no resultado final de suas resoluções.

2.1.4 Estratégias para resolução de problemas

Segundo Musser e Shaughnessy (1997) mesmo quando um problema assume papel central em um curso de Matemática, a essência do processo de resolução de problemas é deixada de lado, que são as estratégias. Após a execução do plano elaborado, de acordo com a proposta inicial apresentada nas etapas de Polya, os alunos devem pensar sobre o que estão resolvendo e por que precisam utilizar determinados caminhos e conteúdos para chegar ao resultado. É necessário que o professor esteja ciente de algumas dessas estratégias para serem incorporadas em sala de aula.

Para os referidos autores, existem algumas estratégias de resolução de problemas que são descritas no quadro 1.

Quadro 1 - Estratégias para resolver problemas

Estratégias	**Descrição**
Tentativa e erro	Envolve a aplicação de operações com informações fornecidas. Existe a tentativa e erro sistemática e de inferência, essas duas tentativas se diferem pelo fato da inferência levar em conta um conhecimento pertinente.
Padrões	Considera os casos particulares que o problema apresenta e utiliza-se da generalização desses casos para chegar a solução.
Resolver um problema mais simples	Pode ser considerada como um recuo de um problema mais complicado para um mais fácil.
Simulação	Constitui-se numa estratégia para solucionar os problemas de forma coerente, realizando simulações adequadas para se chegar a solução.
Trabalhar no sentido inverso	Difere-se das anteriores, pois parte do objetivo, ou do que deve ser provado, e não dos dados apresentados no enunciado do problema.

Fonte: Musser e Shaughnessy (1997, p.188)

As estratégias são essenciais para se resolver um problema. No entanto, é preciso saber utilizá-las de forma coerente e direta, ou seja, não se deve correr o risco de se perder nos dados fornecidos, e detalhar o problema em muitas partes, o que pode atrapalhar o entendimento do mesmo, segundo Musser e Shaughnessy (1997).

Ao pensar sobre esse contexto, acredita-se na necessidade de um diagnóstico do problema, que deve possibilitar o uso de diversas estratégias. Nesse sentido, o professor deve identificar o que os alunos já dominam matematicamente e assim propor problemas adequados.

2.2 Álgebra

2.2.1 Breve Histórico do desenvolvimento da Álgebra

A compreensão de álgebra que se possui atualmente decorre da evolução de concepções ao longo da história, de acordo com o desenvolvimento da Matemática. Tomemos as noções de funções e equações como exemplo, e assim suas análises auxiliam na compreensão do que acontece em sala de aula, com enfoque nas dificuldades apresentadas pelos alunos em tal conteúdo.

Ribeiro e Cury (2015) apresentam um desenvolvimento histórico dos conceitos de equação e de função, criados por alguns povos. Os babilônios e egípcios trabalhavam a partir das equações que surgiam de problemas práticos do cotidiano, resolvendo-as de maneira intuitiva: igualavam duas quantidades para encontrar um valor desconhecido. Os gregos obtinham equações que possuíam um caráter geométrico e buscavam uma solução de forma dedutiva. Dentre esses povos não havia nenhuma preocupação em encontrar soluções que poderiam ser aplicadas de forma geral. No que diz respeito às funções os babilônios e egípcios possuíam apenas ideias que não eram claramente uma função, novamente pensavam apenas em resolver problemas diários. Já os gregos possuíam uma noção implícita e ligavam-se em casos particulares como as quantidades físicas.

Os referidos autores continuam sua pesquisa discorrendo sobre os Árabes e Hindus, os quais trabalhavam com equações de ordem práticas, no entanto, as interpretavam e resolviam por meio de manipulações geométricas. O conceito de equação começa a possuir um caráter mais algébrico e generalista, pois um catálogo de expressões com equações que os mesmos já sabiam resolver, dá lugar a um catálogo de todas as formas canônicas. A respeito dos Europeus renascentistas até o século XIX, as equações são retratadas dentro de um sistema com características definidas, onde encontrar soluções gerais era a finalidade das equações. As funções para os europeus surgem como uma variação funcional e com leis algébricas.

Boyer (1996 apud MONDINI, 2009) concorda que, com o avanço dos estudos lógicos e no decorrer nos anos, a matemática dividiu-se em três partes principais: a Geometria, a Análise e a Álgebra. Tais áreas são um edifício da ciência matemática.

Com o progresso dos estudos matemáticos, os conceitos e noções de álgebra foram se aprimorando, e segundo Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) a Álgebra surge de forma concreta a partir de Diofanto (329-409), uma vez que o mesmo foi o primeiro a usar abreviações para o que hoje se chama de incógnita, e assim, de maneira concisa expressar o pensamento algébrico.

Ponte (2006) relembra que o termo álgebra passou a ser utilizado após alguns séculos de Diofanto, e continua dizendo que foi Al- Khwarizmi (790-840) que designou a operação de transposição de termos, bastante utilizada em resoluções de equações.

A partir das novas notações e características que a álgebra foi adquirindo, Mondini (2009) relata que tal área matemática passou a ser considerada superior à Aritmética, denotada como Aritmética Universal por Newton e Leibniz.

Ponte (2006) afirma que a álgebra possui uma definição baseada em regras e transformações de expressões e também em processos de resoluções de equações. O autor ainda afirma que essa se trata de uma visão redutora e que desvaloriza aspectos importantes no âmbito matemático. Percebe-se em aspectos históricos, que a álgebra era compreendida por meio da resolução de problemas cotidianos, fato esse pouco explorado nos dias atuais.

2.2.2 Ensino da Álgebra

A transição dos conteúdos matemáticos aritméticos para conteúdos algébricos, muitas vezes causam dificuldades na aprendizagem dos alunos. As associações de letras com números e situações cotidianas não se tornam fáceis para eles. Desde o início do ensino da álgebra percebe-se dificuldades em tornar o conteúdo compreensível.

Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992 apud ARAÚJO, 2008), desde que a álgebra passou a ser um conteúdo do currículo escolar brasileiro, até a década de 60, prevaleceu um ensino reprodutivo e mecânico, apresentado com um caráter instrumental, com a utilidade de apenas resolver equações e problemas propostos.

Nota-se que tais definições da álgebra continuam presentes na realidade escolar atualmente, pois os alunos apresentam grandes dificuldades em utilizar a linguagem simbólica para resolver problemas ou generalizar padrões, e Araújo (2008) afirma que o pensar matemático e a linguagem algébrica não são desenvolvidos como deveriam em salas de aulas de matemática, ou seja, identifica-se um fator que contribui para a falta de entendimento dos estudantes e tais dificuldades.

Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) retratam que muitas das concepções algébricas, que já foram pensadas e estudadas, partem da existência de uma álgebra simbólica já construída, caracterizada como um transformismo algébrico. Nessa direção, o estudo inicia-se com expressões algébricas, passando pelas suas operações, chegando-se nas equações e, por fim, de modo geral nas resoluções de problemas.

Ribeiro e Cury (2015) caracterizam que o início do trabalho com álgebra pode partir de um problema com linguagem comum, para que os alunos consigam tentar expressá-los por meio de símbolos e assim, chegar à linguagem algébrica, que por meio da generalização permite utilizar esse mesmo pensamento para outras situações-problemas.

Efetivamente, a álgebra deveria ser uma ferramenta na vida do aluno, dentro e fora de sala de aula. De acordo com Carmo (2013), a álgebra é significativa para o aluno, principalmente na execução de sua cidadania, tanto para informações envolvendo a linguagem matemática simbólica, como para resolver diversos tipos de problemas, sejam eles no ambiente escolar ou pessoal. Além disso, a organização do raciocínio e a generalização de pensamentos também estão inclusos por meio da compreensão algébrica.

Ponte (2006) afirma que o grande objetivo do estudo da álgebra em sala de aula está atrelado ao desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual inclui que a capacidade de manipulação da simbologia vai além de estudos mecanizados de expressões, equações e funções.

2.2.3 Pensamento Algébrico

O Pensamento Algébrico é um tema abordado em pesquisas na área de Educação Matemática. Nesse sentido, desperta-se o interesse de compreender sobre e como esse pensamento ocorre, em especial diante do baixo desempenho dos alunos da Educação Básica em Matemática e para o qual a Álgebra tem uma grande parcela de contribuição.

Atualmente, o fato de avanços tecnológicos e científicos acontecerem de forma rápida e mudarem constantemente, de acordo com Groenwald (2010) se faz necessário que cada indivíduo possua competências como: capacidade de resolver novas situações cotidianas, iniciativa e espírito explorador, além de criatividade e habilidades para resolver problemas. A autora continua retratando que o currículo escolar brasileiro referente a Educação Básica deve ser reformulado, e apresentar aplicações motivacionais e instrumentais para que os alunos estejam preparados para enfrentar a vida moderna.

Para Santos e Santos (2010) é possível notar facilmente que o ensino da Matemática, e o caso particular da Álgebra, se encontram desassociados da realidade de alunos e professores. Nesse sentido, essas dissociações provocam dificuldades no ensino do professor e na aprendizagem dos alunos, fator relacionado à forma como a Álgebra é tratada por livros didáticos e como tem sido ensinada por professores em sala de aula, conforme Kieran (1992 apud SANTOS; SANTOS, 2010).

Kline (1976 apud SANTOS; SANTOS, 2010) revela-se incrédulo ao constatar que, em pleno século XXI, existem profissionais que acreditam na memorização de processos e aplicações de inúmeras provas em aulas de Matemática, como princípio fundamental para "fornecer aprendizagem". Destaca, ainda, que isso ocorre na maioria das vezes no ensino de Álgebra.

Segundo Devlin (2002 apud MACHADO, 2010) a matemática sem os seus símbolos algébricos seria pouco desenvolvida. Ou seja, os símbolos e manipulações algébricas são importantes para o desenvolvimento e aprendizagem da Álgebra. No entanto, a mera execução de procedimentos isolados não possibilita a construção de conhecimento, mas só os reproduzem, de maneira mecanizada. Logo desassociados da realidade e dos problemas cotidianos, não contribuem com a formação do pensamento algébrico.

Segundo Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), o pensamento algébrico ocorre em todas as áreas da Matemática, além de outros campos do conhecimento. Logo, a construção do mesmo não é feita de maneira isolada. O autor Machado (2010) destaca que a Álgebra e o pensamento algébrico não se resumem ao trabalho com símbolos, ou seja, limitar a atividade algébrica é reduzir a álgebra em uma de suas facetas. Nesse sentido, aprender álgebra é ser capaz de pensar algebricamente em diversas situações.

O National Council of Teachers of Mathematics[1] (NCTM) considera que o pensamento algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. Nessa direção, o aluno deve: Compreender padrões, relações e funções; Representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos; Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas e analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação) (NCTM, 2000).

Segundo Junior e Bianchini (2015), o objetivo principal do ensino da Álgebra é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Os autores afirmam também que a álgebra escolar tem servido para ensinar procedimentos que os alunos afirmam não possuir nenhuma ligação com outros conhecimentos matemáticos e nem com seu cotidiano.

De acordo com Santos (2010), para encontrar os erros no desenvolvimento do pensamento algébrico é de grande necessidade repensar o trabalho desenvolvido pela maioria dos professores de Matemática, que devem ensinar Álgebra para que seus alunos dominem e elaborem significados para pensar algebricamente. Nessa direção, Groenwald (2010) conclui que a escola não está desenvolvendo esse tipo de pensamento nos mesmos.

Frequentemente professores de Matemática classificam seus alunos de acordo com seus rendimentos em provas formais. Santos (2010) afirma que para os alunos que fracassam em Álgebra, o diagnóstico realizado pelos professores é simples e direto, os mesmo não desenvolveram o pensamento algébrico; já aqueles que possuem facilidade com expressões algébricas e resolução de sistemas e equações, estão aptos a continuar seu caminho escolar. No entanto, tais professores não propõem mudanças em suas metodologias ou procuram novos meios de avaliação, continuam exercendo suas classificações ao longo dos anos de sua carreira. Partindo desse problema rotineiro, o autor conclui que

> Torna-se, portanto, necessário e urgente repensarmos o trabalho que desenvolvemos atualmente com álgebra em nossas salas de aulas, buscando fazer com o que o aluno consiga elaborar significado a esse domínio de desenvolver o Pensamento Algébrico (SANTOS, 2010, p.9).

[1] Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos. É uma organização de professores, composta por pesquisadores e professores da Educação Básica, que elabora materiais e participa do desenvolvimento curricular americano.

Na tentativa de buscar classificações para o pensamento algébrico, Smith (2008 apud RIBEIRO; CURY, 2015) diferenciam dois tipos de pensamento algébrico: o pensamento representacional e o pensamento simbólico. Os autores explicam que o pensamento simbólico está ligado à forma de usar e compreender o sistema simbólico, já o pensamento representacional relaciona-se aos processos mentais, em que o indivíduo cria significados referenciais para algum sistema representacional.

O pensamento algébrico ainda pode ser analisado por meio dos indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico, adaptados por Silva (2012), de acordo com o quadro 2:

Quadro 2 - Indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico

Indicador	A atividade possibilita que o professor conduza os alunos a:
1	Estabelecer relações/comparações entre as expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos.
2	Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema.
3	Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema.
4	Produzir vários significados para uma mesma expressão numérica/algébrica.
5	Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas.
6	Transformar uma expressão aritmética/algébrica em outra equivalente mais simples.
7	Desenvolver algum tipo de processo de generalização.
8	Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias.
9	Perceber o uso da variável como incógnita.
10	Perceber o uso da variável como número genérico.
11	Perceber o uso da variável como relação funcional.
12	Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

Fonte: Silva (2012, p. 41).

Junior e Bianchini (2015) consideram que é necessário relacionar a cultura do aluno com a dimensão social em que o mesmo está inserido, para alcançar o desenvolvimento do pensamento algébrico. Dessa forma de acordo com Lins e Gimenez (1997 apud LAIER, 2014), é de grande importância investigar o pensamento algébrico em sala de aula, e enfatizar que em toda operação existe uma lógica, e a investigação dessa lógica, irá ajudar os professores a entender as formas de pensar de seus alunos.

Contudo, ao pensar sobre a formação do pensamento algébrico dos alunos, e em como solucionar problemas que surgem no decorrer da aprendizagem e formação deles, destaca-se que:

> [...] são considerados dois objetos centrais: o primeiro é permitir que, os alunos sejam capazes de produzir significados para a álgebra, e o segundo é que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. Assim, o desenvolvimento de habilidades e técnicas seria uma consequência, e propõem a articulação de recursos postos em jogo na resolução de problemas ou na condução de uma investigação matemática (LINS; GIMENEZ apud LAIER, 2014, p. 40).

Desse modo, pretende-se analisar os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos ingressantes no curso de licenciatura em Matemática, por meio de um instrumento constituído por problemas algébricos. Os indicadores do Quadro 2 e as estratégias apresentadas no Quadro 1 darão suporte para as análises dos dados, que serão obtidos a partir dos registros produzidos pelos participantes.

2.3 Formação de professores

Considerando-se o interesse dessa pesquisa em analisar e compreender a formação do pensamento algébrico, estudar aspectos e agentes envolvidos em tais processos torna-se importante. Nesta esteira, encontra-se o estudo da formação inicial de professores de Matemática, que retrata anseios e desafios na construção de novos conhecimentos.

No decorrer da história, os professores foram vistos apenas como reprodutores de conhecimentos, responsáveis por transmitir conteúdos produzidos, durante grande parte do século XX. Segundo Passos et al (2009 apud LAIER, 2014, p.197-198):

> Nos anos finais da década de 1980, o professor passa a ser visto como alguém que pensa e que reflete sobre sua prática, e entra-se na década de 1990 tendo como foco investigativo “as cognições dos professores acerca da sua própria formação”. As compreensões iniciais que daí emergem conduzem os pesquisadores a se interessarem pelo que os professores pensam sobre sua própria formação e como percebem e validam seu desenvolvimento profissional.

Nesse sentido, com o passar do tempo, a formação do professor de Matemática passa a ser discutida e divulgada por meio de pesquisas, e a licenciatura torna-se foco para investigações, com avaliações dos cursos, novas estruturações curriculares e discussões sobre teoria e prática, conforme Laier (2014).

Passos et al (2009 apud LAIER, 2014), afirmam que a licenciatura é vista como um espaço de formação de alunos que saibam Matemática e que, além disso, saibam ensinar Matemática em sala de aula. Desse modo, inicia-se a valorização de metodologias e tendências educacionais na formação de professores, e o reconhecimento de que, o mesmo precisa de algumas capacidades, que podem ser encontradas descritas em documentos oficiais.

Masola e Allevato (2016) abordam que em conformidade com as indicações da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9394/96, e mediante orientações gerais para as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Graduação (BRASIL,1997), as instituições escolares buscam a formação de um profissional com postura crítica e reflexiva, além de humanista, com capacidade de desenvolver e construir novas tecnologias, como também trabalhar com a resolução de problemas por meio de identificação e atuação criativa em sala de aula.

Os referidos autores explicam, ainda, que uma questão que necessita de auxílio na graduação, com relação à Matemática, é o crescimento demasiado de alunos que enfrentam problemas com a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior. Nesse sentido, Palis (2009 apud MASOLA; ALLEVATO, 2016), consideram importante que os departamentos dentro das faculdades e universidades se preocupem com a necessidade de tais alunos e compreendam a importância do ensino e aprendizagem dos mesmos, sem que os problemas encontrados sejam categorizados. Caso ocorra essa categorização, o ambiente escolar torna-se classificatório, surgindo frases como: “o aluno é ruim”, “este aluno é bom” ou “o aluno não tem interesse”.

Gonçalves (2016) afirma que é no fazer docente que o professor do curso de licenciatura abre caminho para a aproximação de seus alunos com a realidade do trabalho nas escolas, principalmente no que diz respeito aos conceitos matemáticos. Nesse sentido, surge a necessidade do professor conhecer seus alunos e identificar possíveis problemas na aprendizagem de cada um. Segundo Damico (2010), o ensino-aprendizagem de Matemática ocorre a partir de muitas dimensões, e cada uma delas possui dificuldades especificas, ou seja, a formação inicial de um professor é um grande desafio, e continua:

> Antes de chegar à universidade, os alunos construíram conhecimentos matemáticos durante sua permanência na Educação Básica e tiveram contato com a maior parte dos conteúdos que, um dia, ele terá que ensinar (DAMICO, 2010, p.4).

Desse modo, o autor afirma que a avaliação e a identificação dos conhecimentos matemáticos que o aluno já possui é um processo que deve ser compreendido como algo que permeia todo o curso de licenciatura. Cury (2004) expõe que se faz necessário entender o problema do aluno e discuti-lo, e a construção de novas perguntas, pode esclarecer conteúdos matemáticos, os quais se arrastam em dificuldade, desde as séries iniciais. Mas o que fazer com os erros e dificuldades detectadas, que são lacunas na construção de conhecimentos básicos? A autora, afirma que não existe mágica para sanar esse problema, mas que pode-se realizar tentativas para auxiliar os alunos na superação de seus próprios problemas.

Cury (2009 apud MASOLA; ALLEVATO, 2016), relata que as dificuldades em relação à aprendizagem de cálculo no Ensino Superior se tornam preocupantes, pois fica evidente que há falta de conhecimentos prévios e compreensão de assuntos abordados no Ensino Médio. É possível, ainda, relacionar essa dificuldade em cálculo com todas as outras áreas da Matemática, é evidente que há uma grande defasagem de aprendizagem na Educação Básica.

Nesse sentido, Moreira e David (2010) afirmam que existem grandes diferenças entre as matemáticas acadêmicas e as matemáticas escolares. As matemáticas acadêmicas têm como característica a produção de resultados originais, os objetos que são utilizados para o trabalho, os níveis de abstração e busca máxima de generalização dos resultados, são valores essenciais para a visão de um matemático profissional. Já a matemática escolar é desenvolvida em um contexto educativo, com uma visão totalmente diferente da matemática acadêmica, havendo definições mais descritivas, formas alternativas e mais acessíveis para demonstrações, apresentações de conceitos e resultados, como também a reflexão profunda sobre origem de erros dos alunos.

Partindo-se da diferença dessas duas matemáticas, juntamente com as dificuldades que os alunos que acabaram de sair do Ensino Médio apresentam, o professor universitário deve estar preparado para enfrentar essa transição matemática junto com seus alunos, e contribuir para a formação de um profissional que deve entender a importância de ensinar da melhor forma possível quando estiver inserido em sala de aula da Educação Básica.

No Ensino Superior, de acordo com Tall (1995 apud ELIAS, 2012), com introdução do método axiomático há uma mudança cognitiva, e nesse momento ocorre a transição do pensamento matemático elementar para o pensamento matemático avançado.

3 METODOLOGIA

3.1 Pesquisa Qualitativa

Esta pesquisa, de abordagem qualitativa, tem interesse em analisar indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos ingressantes do Curso de Licenciatura em Matemática, da UTFPR/CP. Trata-se de uma etapa de escolaridade, situada na transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, um momento em que o graduando está iniciando o processo de constituir-se professor.

A pesquisa qualitativa auxilia o pesquisador a identificar as particularidades dos sujeitos participantes, e permite que os mesmos sintam-se à vontade para expor suas ideias. Nesse sentido, torna-se importante essa abordagem nesta pesquisa, pois os alunos poderão resolver e responder os instrumentos investigativos com liberdade, pois o desenvolvimento do problema será mais importante do que a resposta final obtida.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a pesquisa qualitativa é descritiva e os dados estão explícitos em palavras ou imagens, e não em números. Além disso, os investigadores qualitativos estão interessados mais no processo da pesquisa, no que somente em seus resultados ou produtos. Nesse sentido, realizar uma pesquisa qualitativa é analisar seus sujeitos de maneira completa dentro de suas complexidades.

Os dados qualitativos permitem descrições de situações com o objetivo de compreender os sujeitos em seus próprios termos, tais dados não são padronizados como em pesquisas quantitativas, como afirma Goldenberg (2004). Sendo assim, uma possível questão seria: “A presença do investigador nesse momento pode atrapalhar?” A resposta, segundo Bogdan e Biklen (1994), é que o investigador pode causar interferências em suas coletas, mas cabe a ele proporcionar momentos de interação com seus sujeitos, de maneira descontraída, sem ameaças, para ter resultados com mais proximidade da verdadeira realidade.

Goldenberg (2004) afirma que nenhuma pesquisa qualitativa é totalmente previsível e possivelmente controlável, o qual há um começo, meio e fim. O processo da pesquisa não permite prever todas as etapas, o que deixa o investigador sempre em estado de pressão, pois sabe que seus conhecimentos são sempre parciais ou limitados.

Para compreensão a respeito do cunho da pesquisa qualitativa pode-se apoiar em Borba e Araújo (2004), os quais afirmam que dificilmente se chega ao novo seguindo caminhos já trilhados. O que dá sentido às disciplinas é sua capacidade de contribuir para o avanço do pensamento novo. A pesquisa qualitativa é o caminho para se escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e as suas ideias. E a análise de seus resultados permitirá propor próximos passos.

3.2 Participantes

Os participantes dessa pesquisa foram trinta e sete alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR-CP, matriculados na disciplina de Fundamentos da Matemática 1, no primeiro semestre de 2018. De acordo com o que foi respondido no Instrumento 2, todos eles estavam no primeiro período do curso, e não tinham cursado a disciplina anteriormente. Os participantes foram previamente convidados a participar da pesquisa, e estavam ansiosos para a aplicação do instrumento.

Por meio do instrumento 2, utilizado para conhecer informações pessoais dos alunos participantes, obteve-se os seguintes dados:

- 28 alunos são oriundos da rede Pública de ensino;
- 9 (nove) alunos são oriundos da rede Particular de ensino;
- 31 alunos disseram que os conceitos de álgebra (função, equação ...) já foram ensinados a eles no decorrer de sua vida escolar;
- 3 (três) alunos disseram que os conceitos de álgebra (função, equação ...) não foram ensinados a eles em nenhum momento de sua vida escolar;
- 3 (três) alunos não recordam se aprenderam os conceitos algébricos no decorrer da vida escolar.

A maior parte dos alunos participantes disse que já aprendeu ou já trabalhou com álgebra na Educação Básica. Eles responderam apenas se conceitos algébricos foram ou não apresentados a eles, não especificando nenhum detalhe a mais.

3.3 Instrumentos

O instrumento 1 foi composto por sete problemas algébricos, o primeiro retirado do site do Mundo da Educação, o segundo do Livro de Tinoco (2004) e os demais foram retirados do livro de Tinoco (2011). Eles tinham o objetivo de explorar os indicadores do pensamento algébrico apresentados no Quadro 2, bem como a possibilidade dos alunos usarem as estratégias do Quadro 1. Foram selecionados problemas que possuíam conteúdos algébricos e que os alunos poderiam resolver com o domínio de conteúdos aprendidos no Ensino Médio.

Os problemas foram resolvidos anteriormente à aplicação pela pesquisadora, e realizou-se uma análise individual de cada um, em que foram identificados indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme Quadro 2, que esperavam ser contemplados ao longo da resolução dos participantes, conforme tabela 1.

Tabela 1 - Indicadores do pensamento algébrico correspondentes a cada problema

Problemas	Indicadores
1	2, 5 e 6
2	2, 7, 8 e 12
3	5
4	2, 10
5	2, 7 ,8 e 12
6	2, 3, 7, 8 e 12
7	1 e 5

Fonte: Autoria própria.

Nota-se que apesar da intenção, nem todos os indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico do Quadro 2 foram contemplados pelos problemas. O indicador de número (4), o de número (9) e o de número (11) não foram identificados com possível alcance em nenhum dos problemas escolhidos.

3.4 Procedimentos

A pergunta diretriz da pesquisa pode ser assim explicitada: “Que indicadores do pensamento algébrico os alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, da UTFPR/CP, manifestam ao resolverem problemas matemáticos?”

Buscando responder tal pergunta, elaborou-se um instrumento de avaliação (Apêndice A- Instrumento 1) composto por sete problemas algébricos a partir das discussões teóricas realizadas. Assim, percebeu-se que trabalhar álgebra por meio de problemas matemáticos é de grande importância, pois se verifica que ao longo da história tal conteúdo se desenvolveu a partir de problemas cotidianos. O instrumento possui como foco verificar como os alunos ingressantes do curso trabalham com problemas algébricos, e se possuem capacidade de manipulação algébrica, além da habilidade de generalizar situações.

Antes da aplicação dos instrumentos, os alunos assinaram o termo de Consentimento Livre e Esclarecido, sendo informados de que se tratava de uma pesquisa e que a participação na mesma seria voluntária, e que os participantes não seriam revelados.

No momento da aplicação do instrumento, foi solicitado que os alunos resolvessem a prova à caneta, e que não rasurassem totalmente a resolução caso cometessem algum erro; pois desse modo, seria possível a identificação do raciocínio e das dificuldades apresentadas. Além disso, solicitou-se também para que sinalizassem a resposta correta, principalmente se a resolução estivesse desorganizada.

Cada instrumento foi resolvido de forma individual e sem consulta e em nenhum momento houve interferência da pesquisadora referente a dúvidas, ou seja, a compreensão e interpretação dos problemas propostos faziam parte do processo de avaliação e coleta de dados.

Além dos problemas utilizou-se um pequeno questionário envolvendo perguntas que poderiam ajudar na pesquisa (Apêndice B- Instrumento 2), com intuito de conhecer melhor os sujeitos da mesma. Tal instrumento investigou alguns dados pessoais dos alunos, no que diz respeito à sua vida escolar, anseios relativos à trajetória acadêmica, e se encontraram dificuldades para resolver os problemas propostos.

Os instrumentos foram resolvidos pelos alunos matriculados na disciplina de Fundamentos da Matemática 1, no semestre 2018/01, totalizando trinta e sete participantes. Após a coleta dos dados, os instrumentos foram enumerados para melhor análise. A fim de preservar a identidade dos participantes, cada protocolo recebeu a letra A e um número de 1 a 37. Ao longo do trabalho serão mencionados por A1, A2, A3 e assim por diante.

Em seguida, cada problema foi analisado individualmente. Foram identificados em cada um deles os indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme Quadro 2, e, especificamente, os destacados na tabela 1. Feito isso, em todas as análises realizou-se uma contagem de quantos alunos contemplaram cada indicador e, em seguida, foram tecidos comentários sobre resoluções que apresentaram destaque.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresentam-se nesta seção as análises de registros escritos dos sete problemas propostos aos alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, com o intuito de analisar o desenvolvimento do pensamento algébrico por eles manifestado, fazendo uso dos indicadores do Quadro 2 e, especificamente, os identificados na tabela 1.

4.1 Análise do problema 1

Problema 1: (MUNDO DA EDUCAÇÃO) Tumba de Diofanto “Aqui jaz o matemático que passou um sexto da sua vida como menino. Um doze avos da sua vida passou como rapaz. Depois viveu um sétimo da sua vida antes de se casar. Cinco anos após nasceu seu filho, com quem conviveu metade da sua vida. Depois da morte de seu filho, sofreu mais 4 anos antes de morrer". De acordo com esse enigma Diofanto teria quantos anos?

Nesse primeiro problema, os participantes deveriam descobrir a idade de Diofanto a partir de dados que expressam partes de sua vida. Assim, cada fração apresentada no enigma refere-se a uma parte de um todo (a idade final de Diofanto) como também a Números Inteiros e, desse modo, deve considerar esse fato ao resolver o problema.

O problema 1 contempla três dos indicadores do pensamento algébrico apresentados no Quadro 2: (2) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema, (5) Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas e (6) Transformar uma expressão aritmética/algébrica em outra equivalente mais simples.

No indicador (2) esperava-se que, para conseguir alcançá-lo, o participante resolvesse o problema de modo aritmético ou aritmético e algébrico. Já no indicador (5) o aluno deveria identificar que, para resolver o problema, é necessário que a soma das partes da idade de Diofanto seja igualada ao número “X” procurado, em que X é a idade total de Diofanto e as frações definidas são partes desse todo. O indicador (6) observa se o aluno dividiu o problema em pequenas partes, com resoluções mais simples e lhe ajudando a chegar ao valor final.

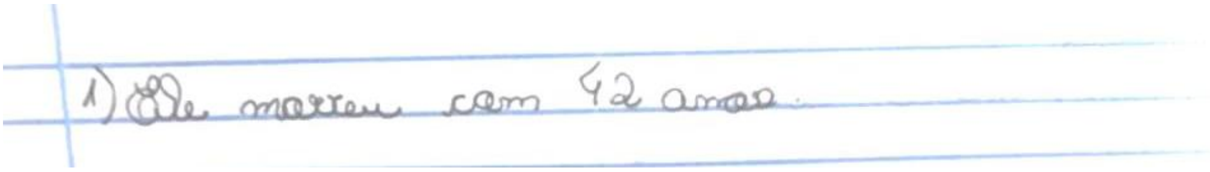
Nesse sentido, percebeu-se que:

- 16 alunos contemplaram o indicador (2).
- 2 (dois) alunos contemplaram o indicador (5)
- 3 (três) alunos contemplaram o indicador (6).
- 19 alunos não contemplaram nenhum dos indicadores.
- Nenhum aluno conseguiu alcançar todos os indicadores e nem apresentar os cálculos necessários corretamente.
- 16 alunos não indicaram nenhuma resposta definida ou sinalizada.

Os três participantes que conseguiram chegar à idade final de Diofanto que corresponde a 84 anos, não realizaram cálculos corretos ou não apresentaram nenhum tipo de resolução, o que pode ser considerado resoluções por "tentativa e erro".

Percebe-se na figura 1, que o A8 não realizou nenhum tipo de cálculo na folha de resoluções, apenas admitiu que Diofanto morreu com 42 anos de idade. Respostas como essas não possibilitaram a tomada de nenhuma decisão quanto aos indicadores do quadro 2 selecionados para questão, como também não foi possível realizar uma análise aprofundada e, desse modo, pode-se considerar como uma "tentativa e erro" de resposta, que, de algum modo, o aluno pensou que estaria correta.

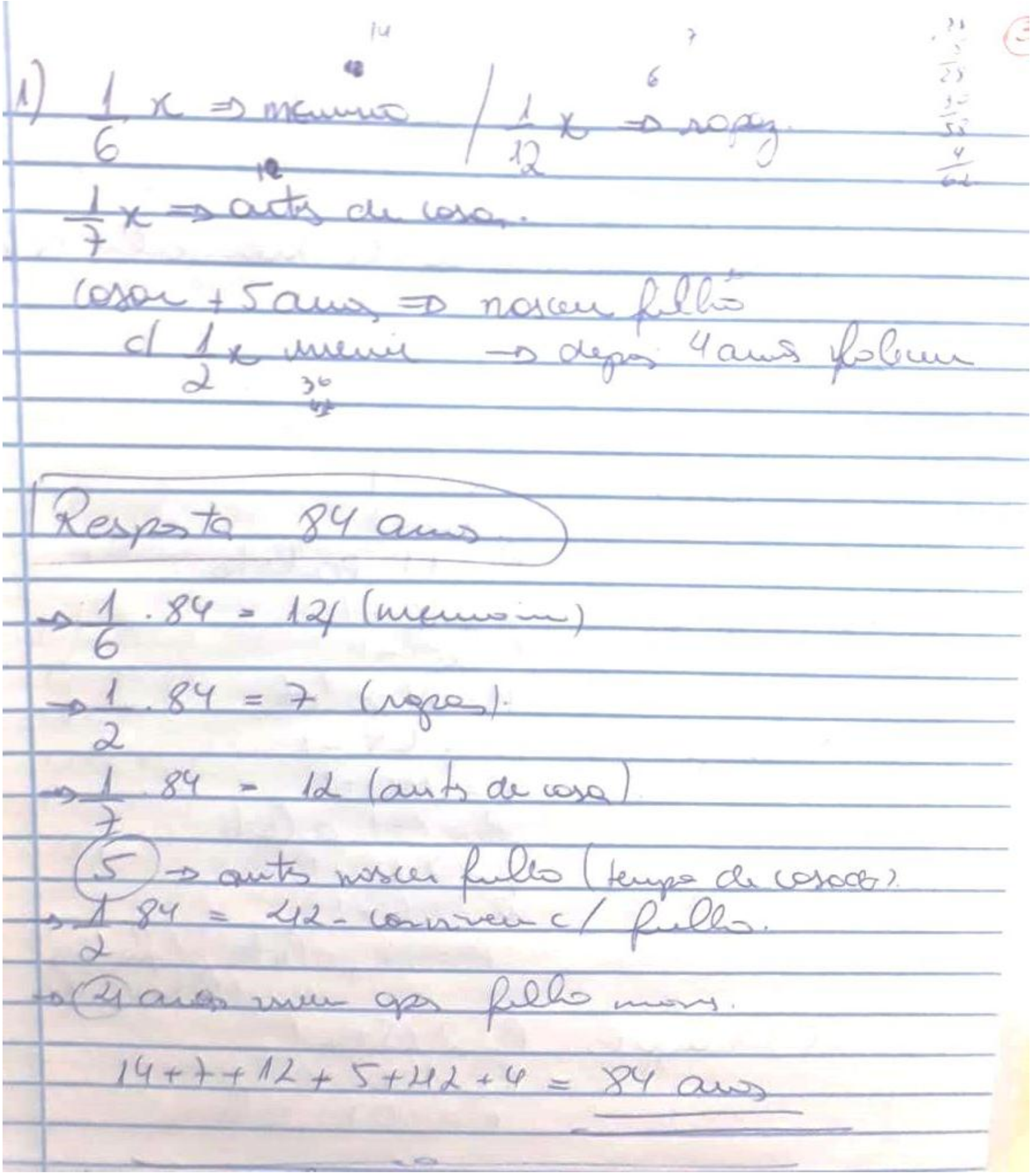
Figura 1- Resolução do problema 1, pelo A8



Fonte: Dados da pesquisa

Em outro caso, o aluno A3 acertou a idade em que Diofanto morreu, correspondente a 84 anos. No entanto, não mostrou como chegou a esse valor antes de realizar os cálculos correspondentes. Ele partiu de um valor final e, posteriormente, teve a confirmação da resposta por meio do retrospecto do problema, o que demonstra que, de alguma maneira, o aluno já sabia a resposta final do problema e somente a comprovou, conforme figura 2.

Figura 2 - Resolução do problema 1, pelo A3



Fonte: Dados da pesquisa

De modo geral, os alunos não conseguiram resolver a questão corretamente como se esperava. Houve algumas respostas corretas, mas que não foram obtidas através de recursos aritméticos ou algébricos. Nota-se que os alunos apresentaram grandes dificuldades para compreender e resolver o problema proposto.

4.2 Análise do problema 2

Problema 2: (TINOCO, 2011, p.33) Palitos de fósforos

a) Com palitos de fósforo, construa um triângulo. Quantos palitos você usou?

b) Continue a formar outros triângulos como na figura:

...

Note quantos palitos foram utilizados para formar três triângulos. E se formar cinco? E se você formar dez? e se você formar 65?

c) Se alguém quiser saber quantos palitos serão utilizados para formar um número **n** qualquer de triângulos, você saberia escrever uma expressão para ajudá-lo? Teste sua expressão e verifique se dá o número de palitos que você usou para fazer 5 triângulos.

Nesse problema o participante deveria analisar como o crescimento do número de palitos ocorre em relação à formação de triângulos. Desse modo, no “item a” pede-se para que se desenhe apenas um triângulo e se conte a quantidade de palitos utilizados; no “item b” o aluno deve analisar a formação de três triângulos, já apresentados na ilustração do problema e, em seguida, que ele verifique a quantidade de palitos necessária para formar dez triângulos. Nesse momento ainda é possível utilizar como estratégia rápida a continuação do desenho. Mas, logo após, solicita-se que se apresente a quantidade de palitos utilizados para formar 65 triângulos, ou seja, a possibilidade de desenho já pode ser praticamente descartada, principalmente pela falta de tempo. Desse modo, o aluno deverá ser capaz de identificar como o aumento do número de palitos acontece com relação ao número de triângulos e, assim, formular uma expressão que favoreça a descoberta quando se trata de números grandes. No “item c” pede-se que o participante transforme essa expressão em um caso genérico, para “n” triângulos, que seria $2n + 1$, em que n é a quantidade de triângulos.

Esse problema contempla 4 (quatro) dos indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico apresentados no Quadro 2: (2) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema; (7) Desenvolver algum tipo de processo de generalização; (8) Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias; (12) Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

Referente ao indicador (2) esperava-se que o aluno fosse capaz de tentar resolver o problema apresentado e de expressar matematicamente, tanto algebricamente como aritmeticamente. Já para o indicador (7) o aluno deveria perceber que o problema possui a possibilidade de se encontrar uma expressão para calcular qualquer quantidade de palitos em função da quantidade de triângulos. O processo para se encontrar tal expressão necessita da generalização da situação. Para contemplar o indicador (8) o aluno precisaria perceber que o aumento da quantidade de palitos ocorre regularmente e de maneira uniforme e, por último, para o indicador (12) o aluno deveria conseguir expressar-se matematicamente ao resolver as questões do problema, e assim apresentar tudo o que foi solicitado, obtendo a expressão final $2n + 1$.

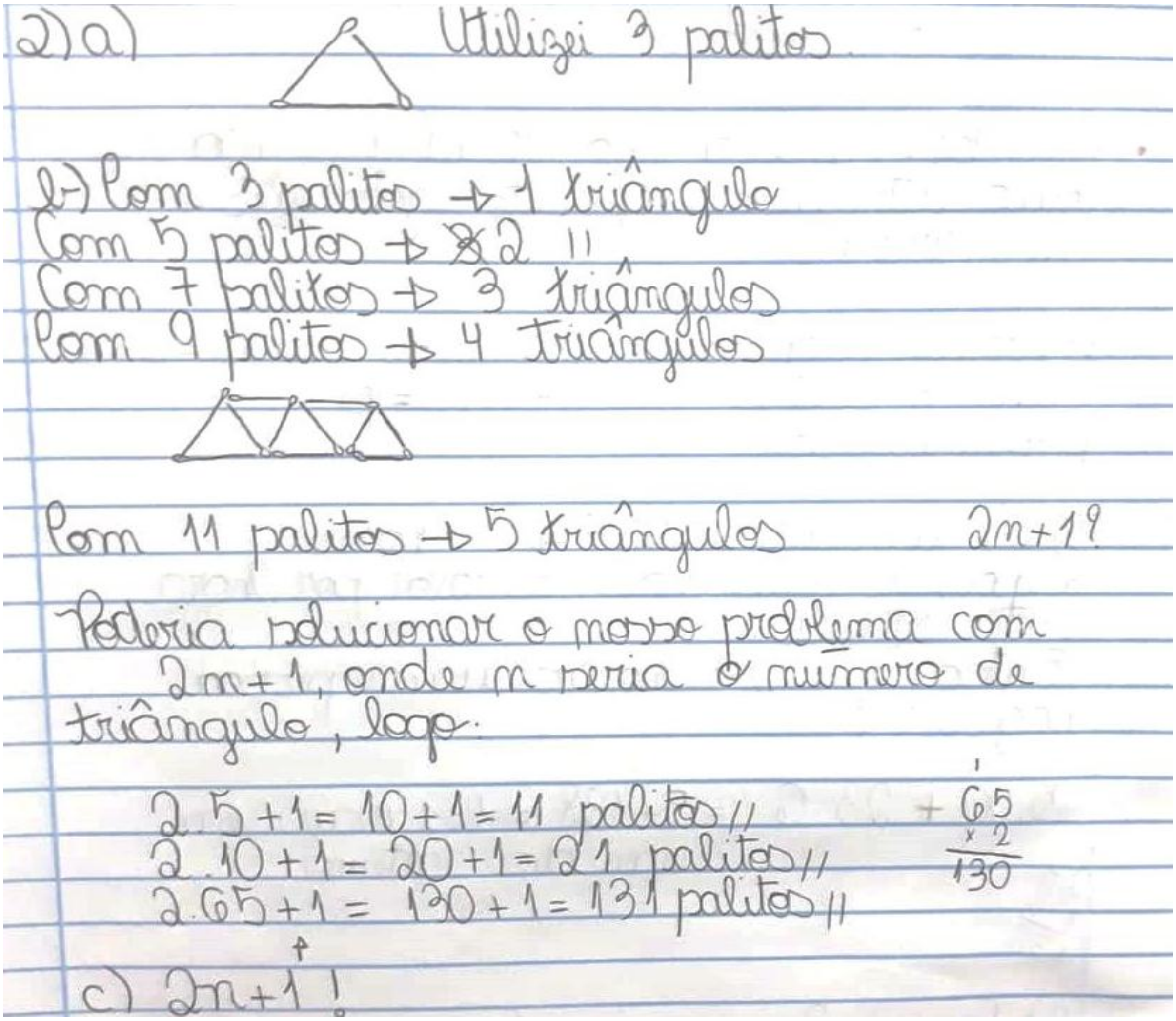
Nota-se, após realizar as análises dos itens do problema, que:

- 29 alunos contemplaram o indicador (2).
- 21 alunos contemplaram o indicador (7).
- 16 alunos contemplaram o indicador (8).
- 16 alunos contemplaram o indicador (12).
- 6 alunos não contemplaram nenhum dos indicadores acima.
- 22 alunos utilizaram, ao menos no primeiro item, a estratégia do desenho;
- Apenas uma vez o “item a” e o “item c” ficaram em branco.
- Apenas 9 (nove) alunos conseguiram contemplar os quatro indicadores ao resolverem o problema 2.

Nota-se que os alunos sentiram algumas dificuldades para resolver o problema, principalmente na formulação da expressão geral. No entanto, os primeiros itens do problema foram solucionados com um pouco mais de facilidade.

Pode-se analisar na figura 3, que o A2 respondeu corretamente todos os itens da questão, e foi bastante claro e organizado em suas resoluções. Ele apresentou pequenos cálculos, quando necessário, por já ter descoberto a expressão.

Figura 3 - Resolução do problema 2, pelo A2



2) a) Utilizei 3 palitos.

b) Com 3 palitos → 1 triângulo
Com 5 palitos → ~~3~~ 2 "
Com 7 palitos → 3 triângulos
Com 9 palitos → 4 triângulos

Com 11 palitos → 5 triângulos $2n+1$?

Poderia solucionar o nosso problema com $2n+1$, onde n seria o número de triângulo, logo:

$2.5+1 = 10+1 = 11$ palitos//
$2.10+1 = 20+1 = 21$ palitos//
$2.65+1 = 130+1 = 131$ palitos//

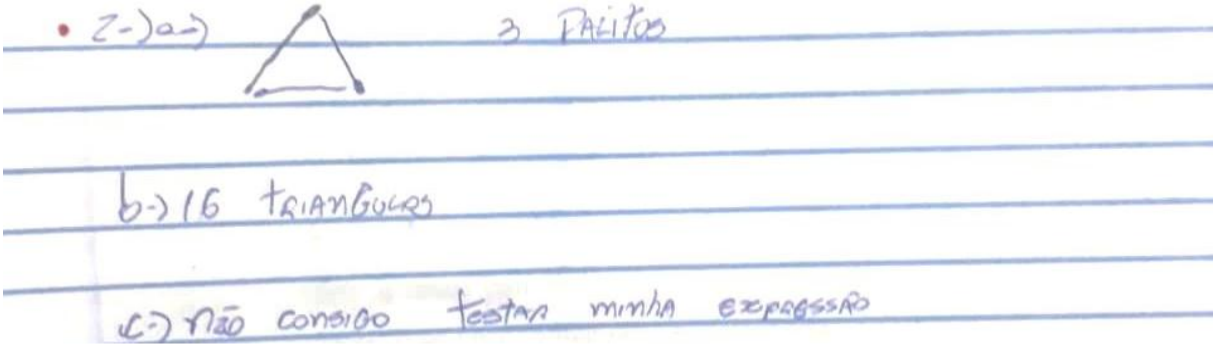
$65 \times 2 = 130$

c) $2n+1$!

Fonte: Dados da pesquisa

Percebe-se que em alguns casos não houve interpretação necessária para chegar-se à resolução do problema, ou que o aluno não possui o domínio matemático necessário para concluir a resolução. Nesse sentido, apresentaram respostas como “não consegui” ou escreveu algo que não foi solicitado, como na figura 4.

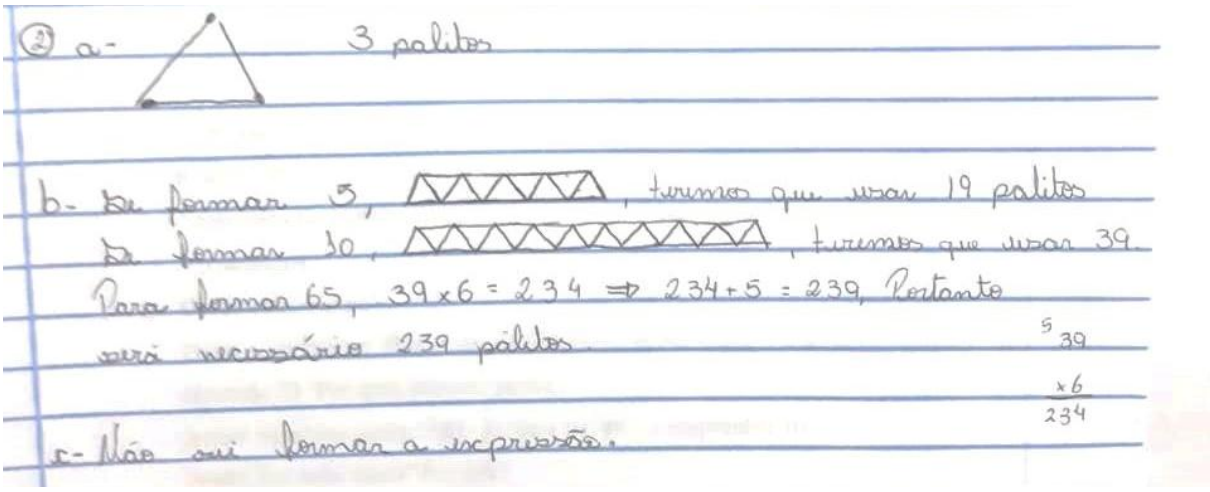
Figura 4 - Resolução do problema 2, pelo A5



Fonte: Dados da pesquisa

Ainda é possível notar na resolução apresentada na Figura 5, feita pelo A9, que o mesmo não considerou o desenho formado pelos “triângulos acima” dos que possuem uma face virada para baixo, ou seja, nesse caso pode ser um problema relacionado à falta de domínio espacial ou geométrico, já que o aluno apresenta ter compreendido o que a questão pedia em relação à contagem de palitos e em relação à formação de triângulos.

Figura 5 - Resolução do problema 2, pelo A9



Fonte: Dados da pesquisa

Nos registros dos participantes são percebidas diversas tentativas de resoluções, alguns alunos conseguiram chegar ao esperado e, outros, tiveram dificuldades de interpretação ou não possuiam domínio do conteúdo o suficiente para resolver o problema. Outro fator importante para resolver um problema é o uso de estratégias adequadas, Musser e Saughnessy (1997) retratam que muitas vezes as estratégias são deixadas de lado, e após a execução de um plano de resolução os alunos precisam utilizar caminhos e conteúdos para chegar no resultado correto.

Os alunos em geral apresentaram pouca variedade de estratégias para resolver os problemas. No “item a”, 15 alunos utilizaram a estratégia do desenho para calcular quantos palitos eram necessários para formar um triângulo. Já no “item b”, 9 (nove) alunos utilizaram desenhos para mostrar a quantidade de palitos necessária para formar 5 (cinco) triângulos; para 10 e 65 triângulos. Os participantes que acertaram o resultado não utilizaram a estratégia de desenho que não ajudaria nos cálculos de quantidades maiores de triângulos, mas encontraram a expresão solicitada no “item c”.

4.3 Análise do problema 3

Problema 3: (TINOCO, 2011, 22) Onde está o erro?
Dado o problema: Pensei em um número, dividi-o por 2 e somei 3 ao resultado, obtendo 23. Em qual número pensei?
André resolveu assim: **“**$23 - 3 = 20x2 = 40$**”,** e respondeu 40.
André fez tudo certo? Por quê?

Nesse problema o aluno deveria pensar sobre os dados apresentados e analisar se os cálculos realizados por André estavam corretos. Além disso, deveria justificar o caso da resposta ser afirmativa. O aluno deveria notar que as igualdades apresentadas por André, não são válidas e que não podem ser escritas da maneira como foi proposta no problema, pois “’$23 - 3 \neq 20x2$”.

O indicador de desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme quadro 2, do problema 3 seria: (5) Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas. Esperava-se, então, que para contemplar tal indicador o aluno encontrasse os erros na igualdade do problema.

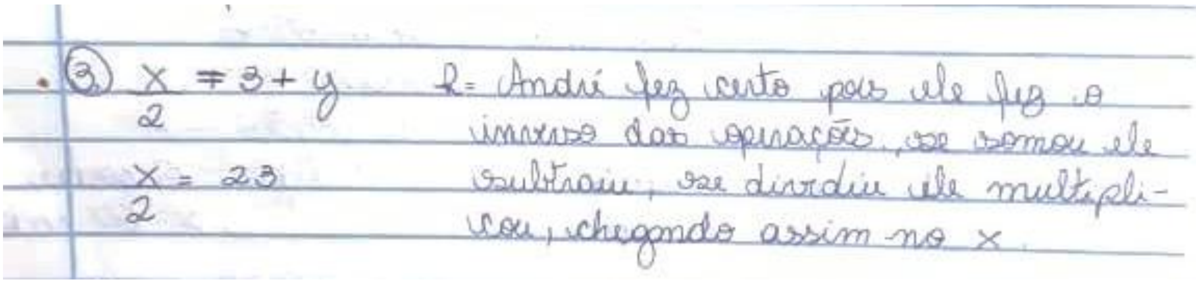
Após a realizar as análises dos registros dos participantes, chegou-se que:

- 3 (três) alunos contemplaram o indicador (5).
- 33 alunos não contemplaram o indicador (5).
- 1 (um) aluno deixou a questão em branco.

Muitos alunos disseram que fariam como André para descobrir o número pedido, mas não identificaram o erro na igualdade. Portanto, tais participantes também foram considerados nas análises acima como alunos que não contemplaram o indicador (5).

Além disso, treze alunos disseram que concordavam com André, pois o mesmo apenas fez o processo inverso das operações do enunciado, como na figura 6. No entanto, na resolução apresentada o aluno obteria o valor 46 ao invés de 40, conforme dado do problema. Outros alunos apenas disseram que fariam o mesmo ou que a resposta estava correta.

Figura 6 - Resolução do problema 3, pelo A6



Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se que alunos que concluíram de modo semelhante ao aluno A6 estiveram atentos em encontrar o número 40 como resposta, e comprovar que a resposta final de André estava correta. No entanto, por falta de percepção ou domínio do conteúdo não identificaram o erro da igualdade apresentada na resolução do problema.

4.4 Análise do problema 4

Problema 4: (TINOCO, 2011, p.41) O campeonato
No último campeonato brasileiro o Flamengo marcou Z gols e o Vasco H gols.
a) Quantos gols os dois times marcaram?
b) Se você soubesse quanto vale Z e quanto vale H, que operação você faria para calcular o total de gols?

Esse problema trata da quantidade de gols marcados por dois times, mas não apresenta nenhum dado numérico. Esperava-se que os alunos percebessem que as letras apresentadas no começo do problema representariam a quantidade de gols marcados pelos times, ou seja, que Z e H são "números genéricos". No "item b" o aluno deveria responder que a operação a ser realizada para calcular o total de gols seria a adição $Z + H$.

Nesse problema pode-se explorar dois indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, apresentados no Quadro 2: (2) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema e (10) Perceber o uso da variável como número genérico.

Referente ao indicador (2) esperava-se que o aluno, para conseguir contemplá-lo, tentasse resolver o problema e que apresentasse algum raciocínio algébrico referente ao que foi pedido. Já para indicador (10) o aluno teria que identificar que Z e H como "números genéricos", que representam qualquer valor natural.

Após as análises, identificou-se que:

- 26 alunos contemplaram o indicador (2).
- 5 (cinco) alunos contemplaram o indicador (10).
- 11 alunos não contemplaram nenhum dos indicadores.
- 4 (quatro) alunos deixaram o "item b" em branco.

A grande dificuldade dos alunos foi em perceber que as letras apresentadas representam números. Nesse sentido, Mac Lane e Birkhoff (1967, apud USISKIN, 1995, p.9) afirmam que:

> A álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações poder ser levadas a efeito com letras que representam os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [..] que de maneira nenhuma são números.

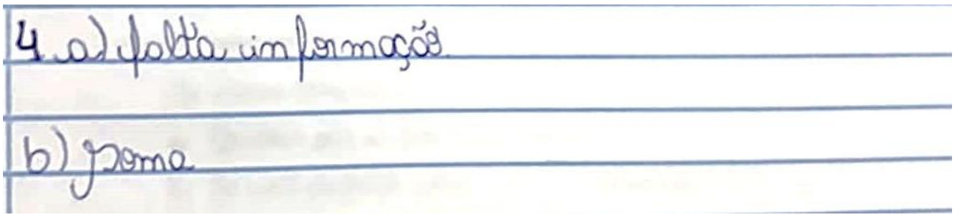
Na resolução do aluno A18, ele responde que no problema falta informação. Possivelmente essa resposta tenha sido dada pelo fato de o problema não apresentar nenhum número em seu enunciado. O aluno A18, conforme as três fases[2] para o

---

[2]**A pré-algébrica,** em que o aluno pode utilizar um elemento considerado algébrico, mas ainda não o concebe como um número generalizado**; a fase de transição**, na qual o aluno compreende a existência de um número qualquer, fazendo generalizações com símbolos ou não, e o **pensamento algébrico mais desenvolvido**, em que o aluno concebe a existência de grandezas abertas ou variáveis, sendo capaz de se expressar e operar com elas.

desenvolvimento do pensamento algébrico definidas por Fiorentini et al (2005), não estaria na fase do desenvolvimento do pensamento algébrico mais desenvolvido.

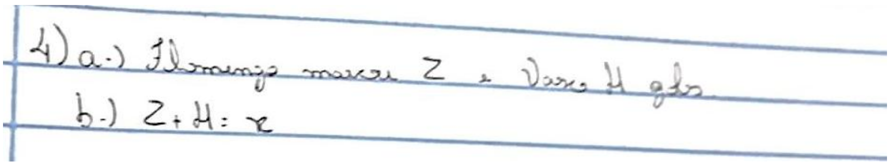
Figura 7 - Resolução do problema 4, pelo A18



Fonte: Dados da pesquisa

Os dados coletados também mostram que apenas quatro participantes da pesquisa identificaram que as letras Z e H representam os números de gols marcados, conforme figura 8. Segundo Junior e Bianchini (2015), o objetivo principal do ensino da Álgebra é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, e a álgebra escolar tem servido para ensinar procedimentos que os alunos afirmam não possuir nenhuma ligação com outros conhecimentos matemáticos e nem com seu cotidiano, ou seja, não conseguem associar o problema proposto com algum evento da realidade, o qual poderia ser uma partida de futebol.

Figura 8 - Resolução do problema 4, pelo A36



Fonte: Dados da pesquisa

Apesar das dificuldades apresentadas, 4 (quatro) alunos no “item c”, escreveram que a operação seria “adição”, 12 alunos disseram que utilizariam soma e 10 alunos indicaram “$Z + H$”, e os 11 alunos restantes deixaram a questão em branco. Considerou-se correto neste item a resposta “adição” ou “soma”.

4.5 Análise do problema 5

Problema 5: (TINOCO, 2011, p.58) Preço do Estacionamento

Priscila foi ao supermercado com sua mãe. Como o estacionamento grátis do supermercado estava lotado, sua mãe precisou deixar o carro num outro estacionamento rotativo, que tinha a seguinte tabela de preço.

TEMPO	PREÇO EM R$
1h	5,00
2h	11,00
3h	17,00
4h	
5h	

a) Complete a tabela

b) Como você calcularia o quanto uma pessoa pagaria de estacionamento se deixasse o carro durante um dia inteiro?

c) Se no estacionamento houvesse a seguinte tabela, a partir dos seus dados, seria possível determinar o preço do estacionamento num período de 6 horas? Por quê?

TEMPO	PREÇO EM R$
1h	5,00
2h	8,00
3h	15,00
4h	20,00
5h	31,00

Nesse problema o aluno deveria perceber que o valor a ser pago aumenta a cada hora que a pessoa utiliza o estacionamento. Na primeira tabela, o valor a ser pago é acrescido de seis reais a cada hora, a partir da segunda. No “item a”, o participante deveria completar a tabela, acrescentando o valor que deve ser cobrado por hora. Já no “item b” o aluno deveria encontrar o valor a ser pago caso o carro ficasse no estacionamento por 24 horas, ou seja, o aluno poderia resolver hora por hora, até chegar o valor das 24 horas, ou encontrar uma função como:

- "$P = 5 + (n-1).6$", onde $P =$ preço a pagar e $n =$ quantidade de horas estacionadas.

No "item c" o aluno é indagado se é possível completar a tabela e descobrir o valor a ser pago por seis horas estacionadas, já que o valor cobrado a cada hora não obedece a uma razão.

O problema 5 explora quatro indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme o quadro 2: (2) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema; (7) Desenvolver algum tipo de processo de generalização; (8) Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias; (12) Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

Para contemplar o indicador (2) o aluno deveria resolver o problema, especialmente o "item b", apresentando dados aritméticos ou algébricos. Referente ao indicador (7), o aluno precisaria identificar as variáveis e apresentar ao menos uma tentativa da função para calcular o valor a ser pago em função de uma quantidade qualquer de horas utilizadas no estacionamento. Já para o indicador (8) o aluno precisaria perceber regularidades e completar a tabela e, por fim, para o indicador (12) o aluno deveria apresentar corretamente a função no "item b", caso não fizesse as adições para cada hora permanecida no estacionamento até completar 24 horas.

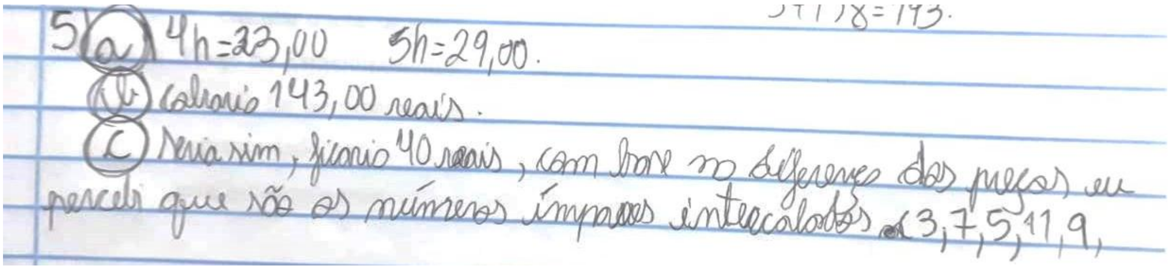
Após as análises das resoluções, nota-se que:

- 29 alunos contemplaram o indicador (2).
- 11 alunos contemplaram o indicador (7).
- 24 alunos contemplaram o indicador (8).
- 8 alunos contemplaram o indicador (12).
- 4 (quatro) alunos não contemplaram nenhum dos indicadores acima.
- O "item b" foi deixado em branco por 3 (três) alunos.
- O "item c" foi deixado em branco por 5 (cinco) alunos.

Alguns alunos tiveram dificuldades em chegar à resposta do "item c", pois buscaram identificar alguma regularidade para o aumento do valor a ser pago em função das horas permanecidas no estacionamento, sem chegar à conclusão de que essa regularidade não existe e de que não seria possível descobrir o valor a ser pago em seis horas.

Nota-se que o A1 tentou achar uma regularidade para a sequência, e disse serem utilizados números primos, de acordo com a figura 9. Essa resposta não é válida, pois, ainda que as diferenças sejam números primos, eles não seguem uma ordem determinada.

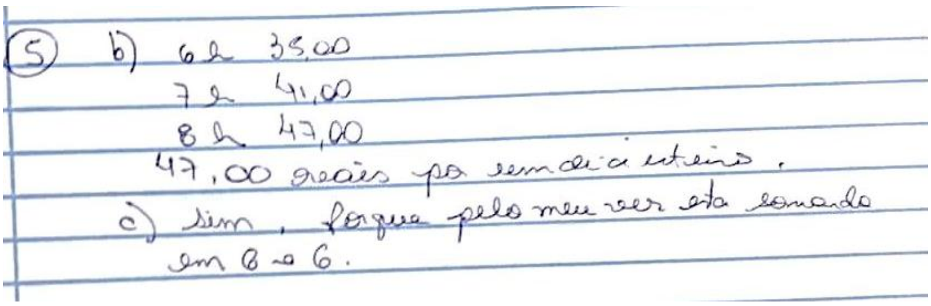
Figura 9 - Resolução do problema 5, pelo A1



Fonte: dados da pesquisa

Houve falta de entendimento por parte de quatro alunos referente ao "item b", quando se refere ao carro ser deixado durante um dia no estacionamento. Os mesmos utilizaram seis horas, oito horas ou doze horas para um dia, e não as vinte e quatro horas. Observa-se na figura 10, que houve equívocos referentes ao número de horas utilizadas para calcular um dia de estacionamento, como a resposta incorreta "no item c", em que o aluno identifica a adição de seis reais por hora. Segundo Polya (2006) a compreensão do problema é necessária para dar início ao uso das estratégias, que muitas vezes torna-se incompleto pela falta de interesse e concentração dos alunos, não sendo possível responder uma pergunta não compreendida.

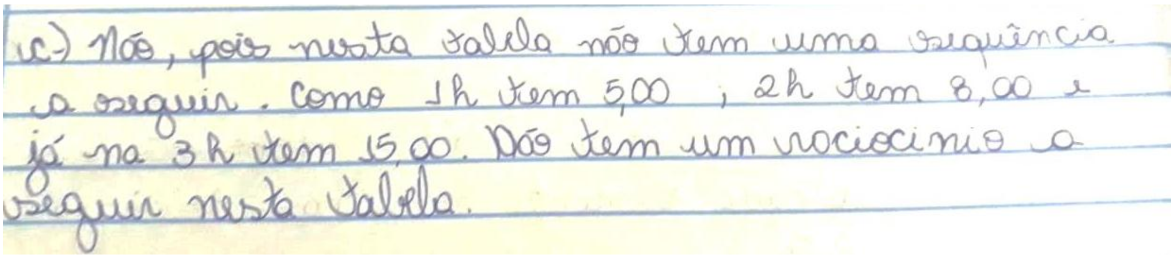
Figura 10 - Resolução do problema 5, pelo A13



Fonte: dados da pesquisa

Quinze alunos entenderam corretamente a questão e souberam responder o "item c", conforme figura 11. E, 7 (sete) alunos contemplaram todos os indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico do quadro 2, que foram considerados para análise desse instrumento.

Figura 11 - Resolução do problema 5, pelo A6



Fonte: Dados da pesquisa

A partir dos dados é possível notar que houve dificuldade em identificar que o “item c” não poderia ser calculado, já que os valores cobrados por hora não possuíam um padrão e não obedeciam a uma razão.

4.6 Análise do problema 6

Problema 6: (TINOCO, 2011, p. 56) A locomotiva Em um trem, a locomotiva possui 4 rodas de cada lado, e cada vagão possui 6 rodas de cada lado. a) Quantas rodas tem ao todo um trem de 8 vagões? E de 10 vagões? b) Escreva a fórmula que determina o número total de rodas R do trem, quando houver V vagões. c) Determine o número de vagões quando o trem tiver um total de 128 rodas.

Nesse problema, o aluno deveria analisar os dados iniciais do problema e perceber que a locomotiva e os vagões possuem rodas em ambos os lados. No “item a” o aluno deveria realizar os cálculos necessários para encontrar quantas rodas o trem possui ao todo, caso tenha oito ou dez vagões. Já no “item b” é solicitada uma fórmula, ou função, para descobrir o número de rodas que possui um trem, e que valha para determinar para qualquer número de vagões. No “item c” o aluno deveria utilizar a fórmula encontrada no “item b” para descobrir a quantidade de vagões que possui o trem, ou poderia realizar o cálculo de forma aritmética.

São explorados cinco indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme quadro 2, no problema 6: (2) Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema; (3) Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema; (7) Desenvolver algum tipo de processo de generalização; (8) Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias; (12) Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

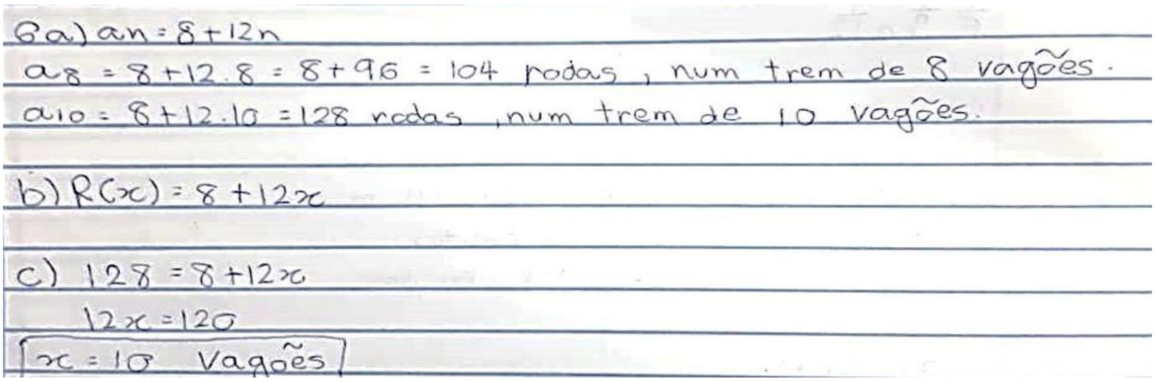
Referente ao indicador (2) esperava-se que os alunos iniciassem os cálculos necessários para, ao menos, encontrar o número de rodas para oito ou dez vagões. Já para o indicador (3), o aluno poderia tentar resolver o problema de mais de uma maneira, tanto aritmética como algebricamente. Para contemplar o indicador (7) o aluno poderia identificar a generalização necessária para construir uma fórmula que lhe ajudasse a calcular qualquer número de rodas em relação ao número de vagões. Para o indicador (8) o participante também poderia identificar a regularidade, que ao aumentar o número de vagões aumenta proporcionalmente o número de rodas. E, por fim, no indicador (12) seria necessário que o aluno apresentasse a função em linguagem matemática, o que facilita o cálculo para um número maior, ou qualquer, de vagões.

Após as análises realizadas a partir dos registros dos alunos, obteve-se que:

- 28 alunos contemplaram o indicador (2).
- Nenhum aluno contemplou o indicador (3).
- 14 alunos contemplaram o indicador (7).
- Nenhum aluno contemplou o indicador (8).
- 18 alunos contemplaram o indicador (12).
- 8 (oito) alunos não contemplaram nenhum indicador acima.
- 2 (dois) alunos não resolveram a questão.
- O “item b” foi deixado em branco por três alunos.
- O “item c” foi deixado em branco por três alunos.

Houve grande confusão na identificação de que tanto a locomotiva, quanto os vagões possuem rodas em seus dois lados, e não apenas em um só. Desse modo, o aluno deveria explicitar isso em seus cálculos de alguma forma. Nota-se tal fato na figura 12, que exemplifica uma resolução correta.

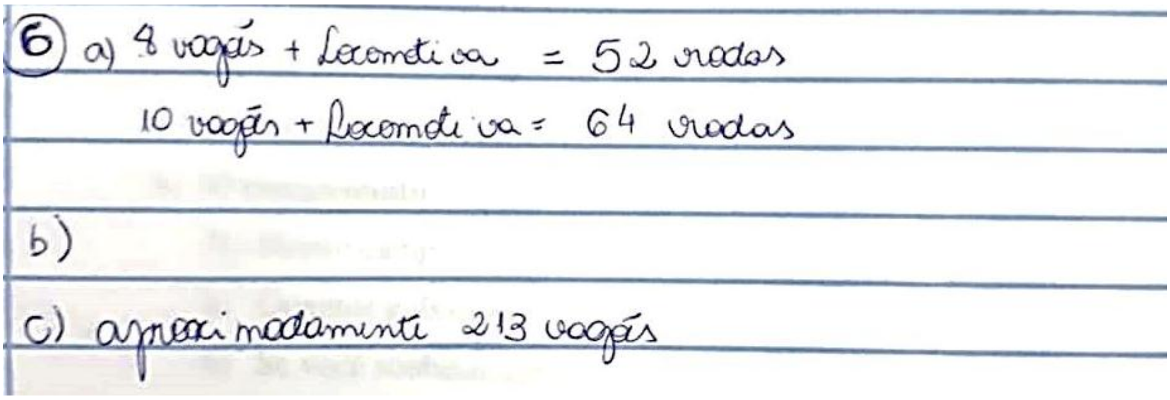
Figura 12: Resolução do problema 6, pelo A23



Fonte: Dados da pesquisa

Outro exemplo de resolução que considerou apenas o número de rodas de um lado dos vagões e da locomotiva é apresentado na figura 13. Nota-se ainda que a resposta referente ao “item c” pode ser considerada um absurdo, pois o número de vagões seria maior que o número de rodas.

Figura 12: Resolução do problema 6, pelo A23



Fonte: Dados da pesquisa

Nesse problema houve claramente um problema de interpretação do problema, o enunciado traz que “a locomotiva possui 4 rodas de cada lado, e cada vagão possui 6 rodas de cada lado”. Uma possível dificuldade do aluno poderia ser na compreensão do problema, se ele não conhecesse o que seria uma locomotiva e a diferença em relação aos vagões.

4.7 Análise do problema 7

Problema 7: (TINOCO, 2011, p. 94) Vestindo equações

Para cada equação abaixo, invente um problema que possa ser representado por meio dela.

a) $p + 2\,(p + 1) = 74$

b) $a + 10 = 28$

c) $4y + 66 = 221$

Nesse último problema, esperava-se que os alunos criassem uma situação-problema que "vestisse" cada uma das equações apresentadas nos itens "a", "b" e "c". Desse modo os alunos deveriam usar a imaginação e a criatividade, aliadas aos seus conhecimentos matemáticos para formular os problemas e não somente resolver a equação dada.

Nesse problema são explorados dois indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico: (1) Estabelecer relações/comparações entre as expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos; (5) Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas.

Esperava que para atender o indicador (1) o aluno pudesse associar as equações apresentadas com um problema, transformando-as em linguagem natural. Para abranger o indicador (5) seria necessário que o participante notasse que seu problema deveria obedecer à equação fornecida nos itens do problema, para que pudessem ser válidas.

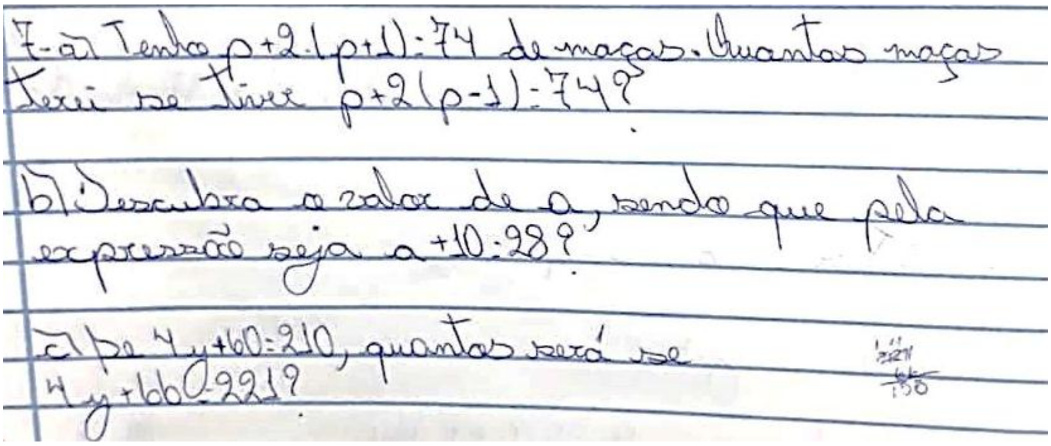
Após as análises realizadas a partir dos registros dos alunos, obteve-se que:

- 13 alunos contemplaram o indicador (1).
- 9 (nove) alunos contemplaram o indicador (5).
- 10 alunos não contemplaram nenhum dos indicadores acima.
- 4 (quatro) alunos responderam "não sei".
- 3 (três) alunos não fizeram nenhum dos itens.
- 7 (sete) alunos deixaram a questão totalmente em branco.
- 5 (cinco) alunos deixaram somente o "item a" em branco.
- Um aluno deixou o "item c" em branco.

É possível notar, por meio dos resultados obtidos pela análise dos indicadores do pensamento algébrico, contemplados nesse problema, que os alunos tiveram dificuldades em resolvê-lo. Houve dificuldades em formular ou propor problemas solicitados, talvez pelo fato de o aluno nunca ter se deparado, ou em poucas oportunidades, com tal proposta em sua trajetória escolar.

Em relação aos equívocos cometidos, um exemplo é apresentado na figura 13 em que o aluno apenas escreveu o que foi solicitado de uma forma diferente, sem resolver o problema proposto.

Figura 13: Resolução do problema 7, pelo A29


7- a) Tenho $p+2.(p+1)=74$ de maças. Quantas maças terei se tiver $p+2(p-1)=74$?

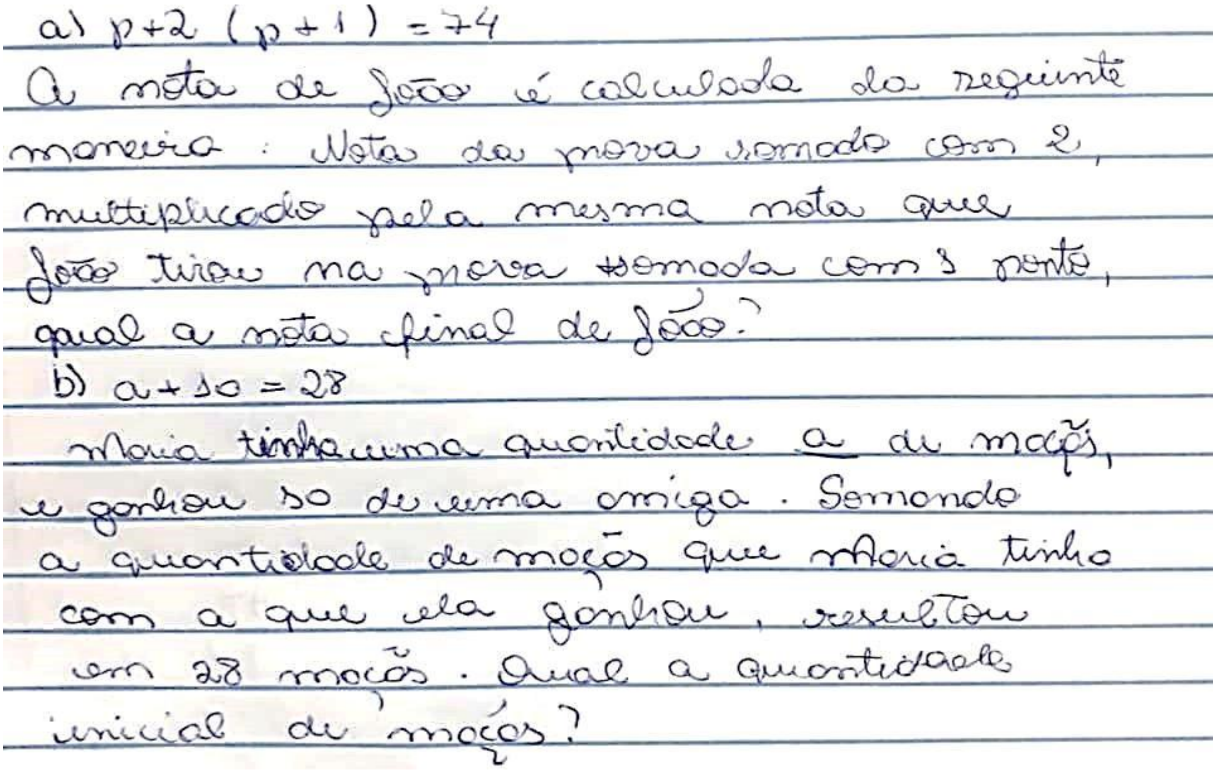
b) Descubra o valor de a, sendo que pela expressão seja $a+10=28$?

c) Se $4y+60=210$, quantas será se $4y+60=221$?

Fonte: Dados da pesquisa

No caso da resolução apresentada na figura 14, para os itens “a” e “b”, o aluno conseguiu sugerir problemas de acordo com o que foi solicitado. No entanto, suas perguntas finais não foram bem escolhidas, deixando os problemas elaborados sem sentido. Para a equação apresentada no “item a”, por exemplo, a pergunta do problema proposto já estava sendo apresentada no enunciado, que a nota de João seria “74”.

Figura 14: Resolução do problema 7, pelo A10


a) $p+2(p+1)=74$
A nota de João é calculada da seguinte maneira: Nota da prova somado com 2, multiplicado pela mesma nota que João tirou na prova somada com 1 ponto, qual a nota final de João?
b) $a+10=28$
Maria tinha uma quantidade a de maçãs, e ganhou 10 de uma amiga. Somando a quantidade de maçãs que Maria tinha com a que ela ganhou, resultou em 28 maçãs. Qual a quantidade inicial de maçãs?

Fonte: Dados da pesquisa

Houve apenas 6 (seis) alunos que apresentaram a resolução correta de pelo menos um item. No entanto, apenas 2 (dois) desses alunos resolveram corretamente o “item a”, 5 (cinco), o “item c” e 6 (seis), o “item b”. Uma das habilidades não desenvolvida e pouco valorizada pelos professores nas aulas de Matemática é a formulação de problemas algébricos, como solicitado nesse problema.

4.8 Os resultados obtidos e o desenvolvimento do pensamento algébrico

De acordo com as análises apresentadas no decorrer de cada problema proposto, notou-se que os alunos tiveram um desempenho abaixo do que se esperava. Quando os problemas foram selecionados para compor o instrumento a ser aplicado, esperava-se que os mesmos poderiam ser solucionados facilmente por um aluno que tivesse concluído o Ensino Médio. No entanto, os participantes apresentaram dificuldades ao resolvê-los em: Generalização de situações-problema, identificação de que letras são representações de números; apresentação de problemas a partir de equações propostas; apresentação de ideias de forma aritmética ou algébrica; identificação de padrão e razão; bem como a identificação de equivalência entre igualdades. As principais razões para essas dificuldades são a falta de domínio matemático, principalmente com conteúdos algébricos, ou questões de interpretação do que estava sendo solicitado.

Como adotado nesta pesquisa, problema é tudo aquilo que não se sabe, mas que se está interessado em resolver, desperta interesse em ser resolvido, pode-se levantar a hipótese de que alguns alunos não se sentiram desafiados em resolver a prova. Talvez por falta de conhecimento de como uma pesquisa é desenvolvida, ou até mesmo pelo fato de não valer nota, alguns participantes podem não ter se envolvido na resolução dos problemas.

Referente aos indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico, o de número (2) “Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema” foi identificado em 5 (cinco) dos sete problemas escolhidos. Tal indicador foi contemplado por uma grande parte dos estudantes, principalmente em questões que possuíam um nível de dificuldade baixo.

Nas tabelas de 2 a 9, são apresentados o problema e a quantidade de alunos que conseguiu contemplar cada indicador individualmente. Na tabela 9, para calcular os percentuais, foram considerados os trinta e sete participante da pesquisa.

Tabela 2 - Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 1

Indicador	Quantidade de alunos
2	16
5	2
6	3
nenhum	19

Fonte: dados da pesquisa

Tabela 3 - Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 2

Indicador	Quantidade de alunos
2	29
7	21
8	16
12	16
nenhum	6

Fonte: dados da pesquisa

Tabela 4 - Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 3

Indicador	Quantidade de alunos
5	3
nenhum	33

Fonte: dados da pesquisa

Tabela 5 - Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 4

Indicador	Quantidade de alunos
2	26
10	5
nenhum	11

Fonte: dados da pesquisa

Tabela 6- Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 5

Indicador	Quantidade de alunos
2	29
7	11
8	24
12	8
nenhum	4

Fonte: dados da pesquisa

Tabela 7- Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 6

Indicador	Quantidade de alunos
2	28
3	0
7	14
8	0
12	18
nenhum	8

Fonte: dados da pesquisa

Tabela 8 - Quantidade de alunos que contemplaram os indicadores do problema 7

Indicador	Quantidade de alunos
1	13
5	9
nenhum	10

Fonte: dados da pesquisa

É possível notar ainda que os indicadores (3) “Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema”, e (8) “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”, não foram contemplados pelos participantes. No que diz respeito ao indicador (3) os alunos não resolveram o problema de outra forma, além da que já tinham apresentado, nem para conseguir validar sua resposta; quanto ao indicador (8), os alunos, principalmente no problema 6 (seis), não conseguiram apresentar e identificar as regularidades.

Para se obter um panorama geral dos indicadores contemplados em cada problema e a relação com o todo, individualmente, cada indicador foi analisado a partir do total de problemas resolvidos, considerando-se todos os alunos, e o total de problemas resolvidos que atingiram tal indicador. Feito isso, também se apresenta na tabela 9 o percentual em que cada indicador foi contemplado considerando-se todos os problemas.

Tabela 9- Percentual em que cada indicador foi contemplado

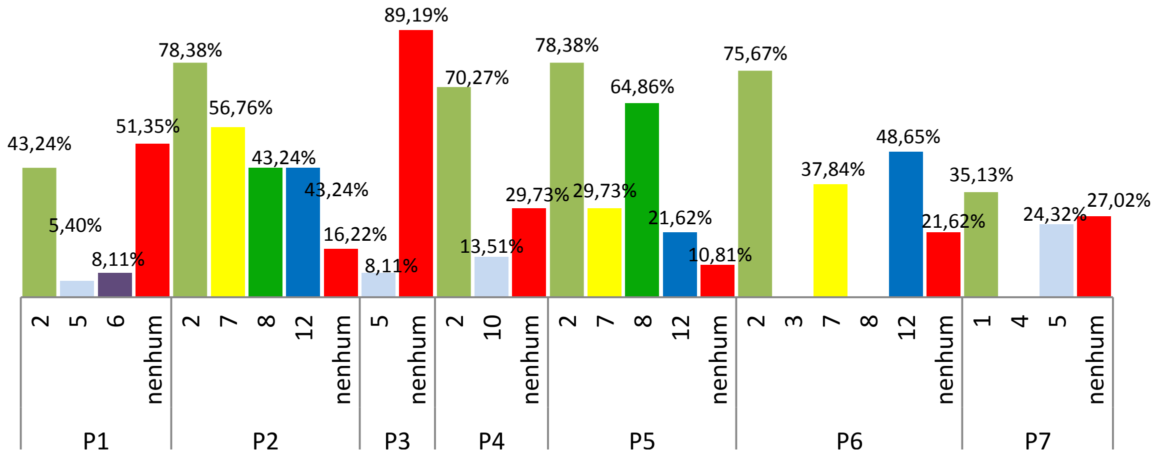
Indicador	Problemas do instrumento que contemplaram o indicador	Total de Resoluções analisadas por indicador	Total de resoluções que contemplaram o indicador	Percentual
1	1	37	13	35,13%
2	5	185	128	69,19%
3	1	37	0	---
4*	0	0	0	---
5	3	111	14	12,61%
6	1	37	3	8,11%
7	3	111	46	41,44%
8	3	111	40	36,04%
9*	0	0	0	---
10	1	37	5	13,51%
11*	0	0	0	---
12	3	111	42	37,84%

Fonte: Dados da pesquisa

* O instrumento não contemplava esses indicadores.

De modo geral, os percentuais em que cada indicador foi contemplado, por problema, são apresentados no gráfico 1. Fica evidente que o indicador (2) “Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema” foi o mais contemplado. Os problemas 1 e 3 se destacam pela quantidade de participantes que não atingiram nenhum indicador. No problema 3, por exemplo, 33 alunos não contemplaram o indicador identificado.

Gráfico 1- Percentual em que cada indicador foi contemplado por problema



Os resultados, de modo geral, mostram que os alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática possuem dificuldades quanto a problemas que estão relacionados a conteúdos algébricos. Araújo (2008) afirma que a linguagem algébrica e o pensar matemático não vêm sendo desenvolvido corretamente em sala de aula e, desse modo, esse seria um fator que pode contribuir para a falta de compreensão dos alunos e porque apresentam tantas dificuldades.

Já o instrumento 2 auxiliou em possíveis esclarecimentos quanto às dificuldades apresentadas pelos alunos e de como Álgebra foi ensinada a eles. Pode-se perceber tal fato nas transcrições de respostas dadas pelos participantes.

Questão 3: O instrumento de avaliação continha questões fáceis ou difíceis? Fale um pouco sobre elas

A37: “Ambas, requer mais interpretação do que capacidade matemática, ou conhecimento matemático”.

A38: “A maior parte delas eram fáceis, exceto a do futebol que era nível médio”.

A15: “Algumas relativamente fáceis, mas a maioria com maior grau de dificuldade”.

A23: “Um pouco dos dois, a última nº7 achei a mais difícil”.

A9: “Creio que foram questões simples, porém tive muita dificuldade, e não consegui desenvolver algumas. Para mim foi difícil”.

A10: “A questão mais difícil que encontrei foi a primeira, mas as outras questões estavam fáceis”.

Percebe-se que os alunos reconheceram suas dificuldades, alguns disseram que havia questões fáceis e difíceis. Os dados mostram que os participantes não possuem o pensamento algébrico desenvolvido por completo, conforme classificação de Fiorentini et. al (2005). Quando o aluno A23 se refere ao problema 7, o aluno A10 ao problema 1 e o aluno A38 ao problema 4, eles corroboram com os resultados apresentados sobre problemas em que grande parte dos participantes tiveram dificuldade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo do desenvolvimento do pensamento algébrico na transição escolar do Ensino Médio para o Ensino Superior, em um curso de formação de professores de Matemática, mostra-se como uma oportunidade para auxiliar no processo de constituição do aluno e do futuro professor.

Nesse sentido, a presente pesquisa possui como objetivo analisar os indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico manifestados por alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio, por meio de resolução de problemas.

Buscando-se responder a pergunta diretriz da pesquisa “Que indicadores do pensamento algébrico os alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, da UTFPR/CP, manifestam ao resolverem problemas matemáticos?” serão apresentados os principais resultados obtidos.

A análise dos instrumentos revelou que os participantes apresentaram maior percentual de desempenho no indicador (2) “Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema” com índice de 69,19%. Os indicadores (3) “Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema”. Os indicadores (1) “Estabelecer relações/comparações entre as expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos”, (7) “Desenvolver algum tipo de processo de generalização”, (8) “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias” tiveram índices abaixo de 50%. E os demais, indicadores (5) “Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas”, (6) “Transformar uma expressão aritmética/algébrica em outra equivalente mais simples”, e (10) “Perceber o uso da variável como número genérico”, apresentaram índices abaixo de 15%.

Em alguns problemas selecionados, como o problema 1 e o problema 7, os participantes não obtiveram a resposta correta. No máximo, conseguiram apresentar parcialmente a resolução. Seria desejável que os alunos ingressantes conseguissem resolver os problemas sem grandes dificuldades. No entanto, os alunos apresentaram dificuldades também em problemas como o de número 4, em que deveriam perceber a variável como um número genérico e interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões.

Masola e Allevato (2016) afirmam que em grande parte das Instituições de Ensino Superior, "(...) os estudantes ingressantes nesse nível de ensino apresentam dificuldades e falta de conhecimento acerca de conteúdos matemáticos próprios da formação escolar em níveis fundamental e médio" (p.65). A pesquisa realizada encontrou resultados que corroboram essa afirmação.

É preocupante o fato de que grande parte dos participantes é proveniente de cidades vizinhas, ou de outros estados. Nota-se, então, que os resultados insatisfatórios quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, não se referem ao ensino obtido na cidade de Cornélio Procópio, mas revelam um problema mais geral, apresentado por grande parte dos alunos.

De acordo com as resoluções e respostas fornecidas pelos alunos, eles não utilizaram estratégias diferenciadas e não se importarem em validar suas respostas, ou seja, fazer um retrospecto do problema. De acordo com Polya (2006), um bom resolvedor de problemas deveria compreender o problema, elaborar um plano, executá-lo e avaliar sua resposta. Os participantes apresentaram dificuldades em relação a resolver problemas, e também em relação ao conhecimento matemático necessário para resolvê-lo.

Moreira e David (2010) afirmam que existe grande diferença entre a Matemática acadêmica e a Matemática escolar. Nesse sentido, alguns participantes ao resolver problemas referentes a álgebra da Educação Básica mostraram-se inseguros e muitas vezes confundiram a resolução como sendo uma demonstração. As dificuldades reveladas estão relacionadas à transição dos Ensinos Médio e Superior. "A passagem do pensamento matemático elementar para o pensamento matemático avançado envolve a transição: do descrever para o definir, do convencer para o provar de uma maneira lógica com base nas definições" (TALL, 2002, p.20).

A pesquisa revelou lacunas a serem exploradas, seria possível desenvolver uma outra análise a partir de outras abordagens teóricas, bem como o uso de metodologias diferenciadas em suas aulas, como a resolução de problemas. Pretende-se explorar novas facetas dessa pesquisa, auxiliando professores da Educação Básica a repensar suas práticas sobre o ensino de álgebra. Um grande desafio a ser assumido.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA** , Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan. 2014. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/26>. Acesso em: 01 nov. 2017.

ALMEIRA, J. R. Níveis de Desenvolvimento do pensamento algébrico: Em busca de um modelo para os problemas de partilha de quantidade. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n.12., 2016. São Paulo. **Anais...** São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5227_2794_ID.pdf>. Acesso em: 20 de mar.2018.

ARAUJO, E. A. Ensino da álgebra e formação de professores. **Educ. Mat. Pesq.** São Paulo, v.10, n.2, p.331-346, 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: Uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BORBA, M.C.; ARAUJO, J.L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. BH: Autentica, 2004.

BRASIL. Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União.** Brasília, DF, v. 134, n. 248, p. 27833-841, 23 dez. 1996. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/l9394.htm >. Acesso em: 13 mar. 2018.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação (CNE). Parecer CNE/CES nº 776, de 3 de dezembro de 1997.**Orientação para as diretrizes curriculares dos Cursos de Graduação**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES0776.pdf>. Acesso em: 28 set. 2013.

CARMO, P. F. A generalização de padrões nos livros didáticos do Ensino Fundamental- Uma análise do desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n.11., 2013. Curitiba. **Anais...** Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Paraná, 2013. Disponível em: < http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/265_1344_ID.pdf>. Acesso: 15 de mar. 2018

CURY, H. N. **Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

DAMICO, A. Conhecimentos prévios dos alunos ingressantes em cursos de Licenciatura em Matemática. Um elemento a ser considerado na discussão, elaboração e implementação de um currículo de formação inicial de professores de Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n 10. 2010. Salvador. **Anais....** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

ELIAS, H. R. **Dificuldades de estudantes de licenciatura em matemática na compreensão de conceitos de grupo e/ou isomorfismo de grupos**. 2012. 152p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A., MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a Educação Algébrica Elementar. **Pro-posições**. Campinas: Cortez Editora, v.4, n.1, 78-91, 1993.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.; CRISTÓVÃO, E. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR, 2005, Lisboa. **Anais...** Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm>. Acesso em: 13 abr. 2018

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8.ed. Rio de Janeiro: Record, 2004 .

GONÇALVES, M de O. O uso da aprendizagem baseada em problemas com licenciados em matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n 12., 2016. São Paulo. **Anais...** São Paulo: Programa de Pós graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7336_4365_ID.pdf>. Acesso em: 5 de mai. 2018.

GROENWALD, C. L. O. Diferentes contextos para pensamento algébrico. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n 10. 2010. Salvador. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

JUNIOR, S. ; BIANCHINI, B. L. Pensamento Algébrico e o currículo enculturador evidenciado por professores. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, n. 14. 2015. Chiapas. **Anais...** Chiapas: CIAEM-IACME, 2015. Disponível em: < http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/353/178 >. Acesso: 11 de mar.2018.

LAIER, S.S.S. **Álgebra e Aspectos do Pensamento Algébrico: Um estudo com Resolução de Problemas na licenciatura em Ciências Naturais e Matemática UFMT/SINOP**. 2014. 158 f. Dissertação (Mestrado em Programa de Pós- Graduação em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.

MACHADO, S. O papel da Notação algébrica no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10. 2010. Salvador. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

MASOLA, W. de J., ALLEVATO, S. G. Dificuldades de Aprendizagem Matemática de alunos ingressantes na Educação Superior. **Rev. Brasileira de Ensino Superior**, v.2, n.1, p 64-74, jan.-mar. 2016.

MONDINI, F. **Modos de conceber a álgebra em cursos de formação de professores de matemática.** 2009. 168 f. Dissertação (Mestrado)- Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

MOREIRA, P. C; DAVID, M.M.M.S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

MUSSER, G. L., SHAUGHNESSY, J. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S. e REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997. p.188 – 201.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathmatics**. Reston VA: NCTM, 2000.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G.. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A.V.; BORBA, M. de C. **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortes, 2004.

POLYA, G. **Arte de resolver problemas**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, I.; PIMENTEL, A.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P.(Eds). Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores – **Anais... XIV EIEM** (p. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006. Disponível em: < http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>. Acesso: 17 de abr. 2018.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H.N. **Álgebra para a formação do professor**: Explorando os conceitos de equação e função. Belo horizonte: Autêntica, 2015.

SANTOS, M. C. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: O que estamos fazendo em nossas salas de aulas. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n 10. 2010. Salvador. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

SANTOS, L. G.; SANTOS, V.M. Introdução do Pensamento Algébrico. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, n 10. 2010. Salvador. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

SILVA, A. Z. **Pensamento algébrico e equações no Ensino Fundamental:** uma contribuição para o Caderno do Professor de Matemática do oitavo ano. 2012. 105p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

TALL, D. The psychology of advanced mathematical thinking. In: TALL, David. (Org.), **Advanced mathematical thinking**, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 2002, p.20.

TINOCO, L. de A. (Cood). **Álgebra:** pensar, calcular, comunicar. 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/ IM, 2011.

TINOCO, L de A. (Coord). **Construindo o conceito de função**. 5. ed. Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundão,2004.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A., SHULTE, A. (Org). **As Ideias da Álgebra**. Atual, São Paulo: 1995.

APÊNDICE A – Instrumento de Avaliação

NOME (opcional): ____

Primeira vez que está cursando a disciplina? (   ) SIM (   ) NÃO

1) **(MUNDO DA EDUCAÇÃO) Tumba de Diofanto**

“Aqui jaz o matemático que passou um sexto da sua vida como menino. Um dozeavo da sua vida passou como rapaz. Depois viveu um sétimo da sua vida antes de se casar. Cinco anos após nasceu seu filho, com quem conviveu metade da sua vida. Depois da morte de seu filho, sofreu mais 4 anos antes de morrer"*. De acordo com esse enigma Diofanto teria quantos anos?*

2) **(TINOCO, 2004, p.33) Palitos de fósforos**

a) Com palitos de fósforo, construa um triângulo. Quantos palitos você usou?

b) Continue a formar outros triângulos como na figura:

...

Note quantos palitos foram utilizados para formar três triângulos. E se formar cinco? E se você formar dez? e se você formar 65?

c) Se alguém quiser saber quantos palitos serão utilizados para formar um número **n** qualquer de triângulos, você saberia escrever uma expressão para ajudá-lo? Teste sua expressão e verifique se dá o número de palitos que você usou para fazer 5 triângulos.

3) **(TINOCO, 2011, p.22) Onde está o erro?**

Dado o problema: Pensei em um número, dividi-o por 2 e somei 3 ao resultado, obtendo 23. Em qual número pensei?

André resolveu assim: **“$\mathbf{23-3=20\ x\ 2=40}$”,** e respondeu 40.

André fez tudo certo? Por quê?

4) **(TINOCO, 2011, p.41) O campeonato**

No último campeonato brasileiro o Flamengo marcou Z gols e o Vasco H gols.

a) Quantos gols os dois times marcaram?

b) Se você soubesse quanto vale Z e quanto vale H, que operação você faria para calcular o total de gols?

5) **(TINOCO, 2011, p.58) Preço do Estacionamento**

Priscila foi ao supermercado com sua mãe. Como o estacionamento grátis do supermercado estava lotado, sua mãe precisou deixar o carro num outro estacionamento rotativo, que tinha a seguinte tabela de preço.

TEMPO	PREÇO EM R$
1h	5,00
2h	11,00
3h	17,00
4h	
5h	

d) Complete a tabela

e) Como você calcularia o quanto uma pessoa pagaria de estacionamento se deixasse o carro durante um dia inteiro?

f) Se no estacionamento houvesse a seguinte tabela, a partir dos seus dados, seria possível determinar o preço do estacionamento num período de 6 horas? Por quê?

TEMPO	PREÇO EM R$
1h	5,00
2h	8,00
3h	15,00
4h	20,00
5h	31,00

6) **(TINOCO, 2011, p.56) A locomotiva**

Em um trem, a locomotiva possui 4 rodas de cada lado, e cada vagão possui 6 rodas de cada lado.

a) Quantas rodas tem ao todo um trem de 8 vagões? E de 10 vagões?

b) Escreva a fórmula que determina o número total de rodas R do trem, quando houver V vagões.

c) Determine o número de vagões quando o trem tiver um total de 128 rodas.

7) **(TINOCO, 2011, p.94) Vestindo equações**

Para cada equação abaixo, invente um problema que possa ser representado por meio dela.

a) $p + 2(p + 1) = 74$

b) $a + 10 = 28$

c) $4y + 66 = 221$

APÊNDICE B – Questionário

1) No Ensino Médio, você estudou em um colégio:
   ( ) Público ( ) Particular

2) Os conceitos de álgebra já foram ensinados à você? Se sim, como você conceitua álgebra? Qual a importância desse conteúdo para a Matemática?

   ____
   ____
   ____
   ____

3) Como você caracteriza o ensino de álgebra ao longo da sua trajetória escolar?

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

4) O instrumento de avaliação continha questões fáceis ou difíceis? Fale um pouco sobre elas.

   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

APÊNDICE C – Termo de Consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, __________________ portador (a) do RG nº ________________________, residente à Rua (Av.) ____ nº _________, na cidade de _________________________________ Estado ___________________________ concordo em participar da pesquisa cujo tema é: **UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO DE ALUNOS INGRESSANTES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UTFPR CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO** realizada por **Ariane da Silva Landgraf** , sob a orientação do Profa Dra. Andresa Maria Justulin. A pesquisa tem por objetivos: Compreender o Pensamento Algébrico de alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná- Campus Cornélio Procópio; Identificar, por meio da Resolução de Problemas, características desse pensamento; Refletir sobre o ensino da álgebra escolar e as possibilidades de trabalho com as ideias algébricas. Fui orientado (a) que os dados obtidos através do questionário e do instrumento avaliativo serão utilizados com finalidade de pesquisa e sem identificação ou citação nominal.

Estou ciente de que minha participação é voluntária.

Cornélio Procópio, junho de 2018.

____

Assinatura do Responsável