

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AMANDA DA SILVA FERREIRA

**ENTENDIMENTO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE OS  
CONCEITOS DE FUNÇÃO E EQUAÇÃO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2018

AMANDA DA SILVA FERREIRA

**ENTENDIMENTO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE OS  
CONCEITOS DE FUNÇÃO E EQUAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina TCC 2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2018



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Câmpus Cornélio Procopio  
Diretoria de Graduação  
Departamento de Matemática  
Curso de Licenciatura em Matemática



---

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Andresa Maria Justulin  
(Orientador)

---

Prof. Maria Lucia de Carvalho Fontanini

---

Prof. Línlya Natássia Sachs Camerlengo de  
Barbosa

## DEDICATÓRIA

*A minha família, sobretudo a minha mãe Josiane, pela confiança em mim depositada; A minha orientadora Andresa, pela imensa dedicação e atenção; dedico este trabalho como forma de reconhecimento ao carinho, paciência e compreensão, e a todos que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento acadêmico.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus que me proporciona tudo, especialmente durante esta etapa da minha vida, que me socorreu, dando-me serenidade e forças para continuar e nunca desistir.

Aos meus pais, Josiane e Valdomiro, que estiveram presentes durante todo o curso e formação acadêmica, pelo apoio incondicional, pela ajuda financeira, pelas palavras de motivação, enfim, agradecer seria pouco, com eles compartilho a realização deste trabalho, porque eles têm sido coautores dos momentos mais importantes da minha vida.

À minha orientadora Andresa, pelos ensinamentos e importante colaboração na discussão do trabalho, dosando as críticas com comentários de incentivo, pela paciência, confiança, perseverança e compreensão que teve durante o tempo de realização do mesmo.

E por fim, agradeço novamente a Deus, pela benção de concluir essa etapa do curso, pelo que conquistei até agora, e por se mostrar presente me apoiando em todos os momentos da vida, iluminando as minhas tomadas de decisões, fortalecendo e orientando durante toda essa jornada, todos os dias me dando saúde. Peço a Ele para me dar sabedoria para conquistar muito mais.

## RESUMO

FERREIRA, Amanda da Silva. **Entendimento de futuros professores de matemática sobre os conceitos de função e equação**. 2018. 73f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

Este trabalho tem por objetivo investigar o entendimento de futuros professores de matemática sobre os conceitos de função e de equação. O referencial teórico foi construído com base em aspectos históricos da Álgebra, em especial aos relacionados com função e equação, bem como recomendações para seu ensino e sobre formação inicial do professor de Matemática. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e a análise textual discursiva foi usada como ferramenta para a organização, compreensão e análise dos dados. Os participantes da pesquisa foram os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio. O instrumento utilizado para a coleta de dados foi uma entrevista semiestruturada. O percurso da pesquisa possibilitou a reflexão e discussão em torno do tema investigado. Os resultados indicaram, de modo geral, que os alunos entrevistados possuem dificuldades em relação aos conceitos de funções e equações, relacionadas às experiências durante a Educação Básica. A abordagem do conteúdo relatada mostra que no Ensino Superior, funções e equações são pouco exploradas da perspectiva do ensino.

**Palavras-chave:** Função. Equação. Formação de professores. Educação Matemática.

## ABSTRACT

FERREIRA, Amanda da Silva. **Understanding of future mathematics teachers about the concepts of function and equation.** 2018. 73f. . Course Conclusion Monography (Graduation course) – Degree in Mathematics. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

This work aims to investigate the understanding of future mathematics teachers about the concepts of function and of equation. The theoretical framework was based on historical aspects of Algebra, especially those related to function and equation, as well as recommendations for its teaching and initial formation of the Mathematics teacher. The research is characterized as qualitative and the discursive textual analysis was used as a tool for the organization, understanding and analysis of the data. The participants of the research were the final students of the Mathematics Degree course, from the Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio. The instrument used for the data collection was a semi-structured interview. The course of the research made possible the reflection and discussion around the researched topic. The results indicated, in general, that the students interviewed have difficulties in relation to the concepts of functions and equations, related to the experiences during the Basic Education. The content approach shows that in Higher Education, functions and equations are little explored from the perspective of teaching.

**Keywords:** Function. Equation. Teacher education. Mathematics Education.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>10</b>
2.1	Recomendações para o Ensino de Álgebra .....	10
2.2	Breve Histórico do ensino de Álgebra .....	16
2.3	Equação e Função.....	17
2.3.1	Algumas definições sobre equação.....	17
2.3.2	O conceito de função .....	18
2.4	O conceito de função na formação do professor de Matemática .....	19
2.5	O conceito de equação na formação do professor de Matemática .....	21
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>23</b>
3.1	Participantes .....	23
3.2	Instrumento.....	24
3.3	Procedimentos.....	25
3.4	A análise textual discursiva.....	26
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>28</b>
4.1	Entrevista com o Aluno A.....	28
4.2	Entrevista com o Aluno B.....	32
4.3	Entrevista com o Aluno C.....	34
4.4	Entrevista com o Aluno D.....	37
4.5	Entrevista com o Aluno E.....	39
4.6	Entrevista com o Aluno F.....	41
4.7	Entrevista com o Aluno G.....	43
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>59</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>62</b>
	<b>APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICE B – Roteiro de entrevista semiestruturada .....</b>	<b>67</b>
	<b>Roteiro de entrevista semiestruturada.....</b>	<b>67</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As dificuldades na compreensão dos conceitos<sup>1</sup> de função e de equação, de acordo com Lima (2008), ainda são um grande desafio enfrentado pelos alunos. Professores de matemática, nos dias atuais, também apresentam dificuldades para ensiná-los, sendo estas decorrentes da complexidade dos conteúdos de função e de equação e, muitas vezes, da falta de formação. Este objeto de estudo é bastante relevante devido ao destaque que as funções e as equações ocupam no ensino de Matemática, sendo que esses conceitos também estão presentes em situações diárias vivenciadas pelos alunos.

O tema desta pesquisa para meu<sup>2</sup> Trabalho de Conclusão de Curso surgiu de experiências vivenciadas durante a graduação de Licenciatura em Matemática, quando tive oportunidade de participar do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

As experiências vivenciadas durante o PIBID foram significativas para mim, uma vez que foi através delas que tive oportunidade de refletir e de realizar questionamentos que culminaram no desenvolvimento da minha atual pesquisa relacionada ao ensino de álgebra, com especial atenção para os conceitos de função e equação.

De acordo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), Domingos (2003), Duval (2006), Gagatsis, Mousoulides e Elia (2006), Pais e Saraiva (2011), o estabelecimento de relações entre as várias representações de uma função é um fator significativo a considerar-se no processo de ensino e aprendizagem, que deve abranger a compreensão de relações entre vários tipos de representações matemáticas, para possibilitar o desenvolvimento de diferentes tipos de conexões e, conseqüentemente, a compreensão do conceito de função.

Para Saraiva e Teixeira (2009), umas das dificuldades que os alunos encaram quando tentam compreender o conceito de função está relacionada com o uso do conjunto de símbolos.

---

<sup>1</sup> Conceito, neste trabalho, é entendido como o produto da compreensão do objeto em estudo, passando pela criação subjetiva de significados pelo estudante.

<sup>2</sup> Será utilizada a escrita em primeira pessoa nesta parte da seção por se tratar das experiências da autora.

Sajka (2003) destaca que uma das dificuldades resulta do próprio conceito de função. Os motivos das dificuldades dos alunos com os símbolos estão relacionados com os contextos em que eles são trabalhados nas aulas de matemática e nas escolhas limitadas que os professores fazem dos exercícios matemáticos. Assim, o conceito de função muitas vezes está relacionado à ideia da fórmula, e os alunos associam o conceito de função ao processo gráfico, onde uma fórmula é necessária para desenhá-lo, mas a própria capacidade dos alunos para manipular os símbolos, e operar com eles, não é suficiente para a sua compreensão estrutural de uma função.

Em relação ao conceito de equação, Lima (2007) constatou que os alunos atribuem à equação um significado de uma “conta” a ser realizada, para a qual o sinal de igual assume um caráter unicamente operacional. De acordo com esse mesmo autor, ao final da escolaridade básica, após os alunos vivenciarem procedimentos de aprendizagem de conceitos algébricos, como é o caso do conceito de equação, os alunos não são capazes de identificar as estruturas de uma equação ou de apresentar uma caracterização para o conceito de equação; e não reconhecem uma equação por diferentes representações a não ser por seus procedimentos e técnicas de resolução.

A escolha dos participantes, estudantes do Ensino Superior, futuros professores de matemática, deu-se pelo fato de que os mesmos tiveram muitas experiências, inclusive no Ensino Superior, com o conteúdo de Álgebra. No entanto, os conceitos de equação e de função costumam ser explorados desde a Educação Básica de modo procedimental. Como futuros professores, faz-se necessária a superação dessa visão em direção à compreensão conceitual, visto que, assim, em sala de aula, poderão valorizar esses aspectos.

O presente trabalho tem como objetivos: compreender como os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática entendem os conceitos de função e equação; investigar a visão dos alunos entrevistados sobre o ensino dos conceitos de função e de equação, seja na própria experiência nos Ensinos Médio e Superior, seja na perspectiva de um futuro trabalho em sala de aula; investigar como (e se) os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática diferenciam os conceitos de função e equação.

O texto *a priori* está estruturado em cinco seções. Na primeira delas, a introdução, apresenta-se uma sucessão de fatos que levaram ao desenvolvimento desta pesquisa, seus objetivos e a estrutura do trabalho.

Na segunda seção foi elaborado o referencial teórico, ou seja, são apresentados os autores/ textos nos quais esta pesquisa está embasada. Esta seção divide-se nas seguintes: Recomendações para o Ensino de Álgebra, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) e Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999); Um Breve Histórico do ensino de Álgebra; dando destaque a Equação e Função; O conceito de equação; Algumas definições sobre equação; O conceito de função. Por fim, são apresentadas algumas referências a respeito do conceito de função na formação do professor de matemática e os conceitos de equação na formação do professor de Matemática.

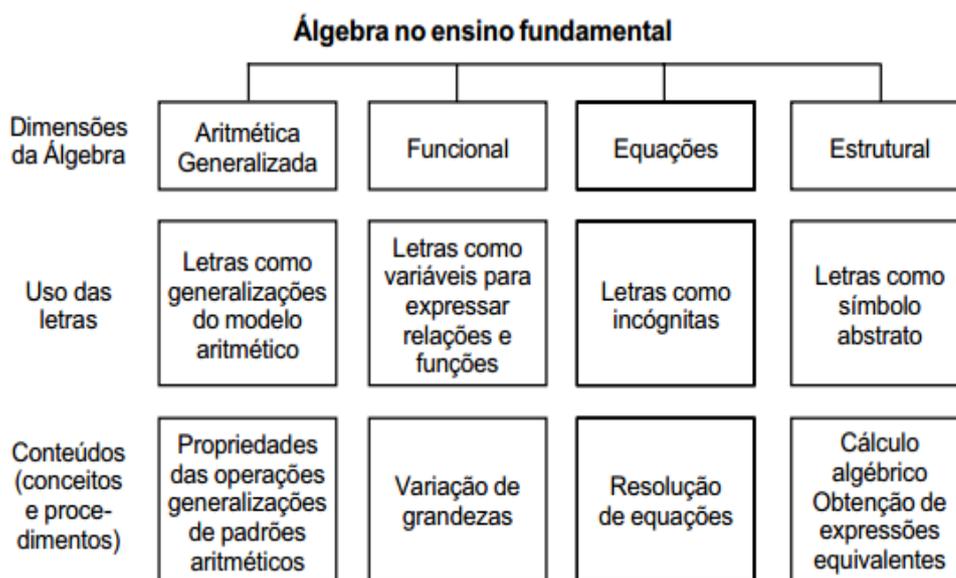
A terceira seção apresenta a metodologia de pesquisa, os participantes, os instrumentos, os procedimentos a serem utilizados e a análise textual discursiva. Na quarta seção são apresentados os resultados da pesquisa. Finalizando, na quinta seção são feitas as considerações finais sobre o assunto.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Recomendações para o Ensino de Álgebra

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – PCN (BRASIL,1998), o ensino da Álgebra inicia-se a partir da generalização de padrões, passa pelo estudo da variação de grandezas, e possibilita a exploração da noção de função no 3º e 4º ciclos (6º ao 9º ano).

Segundo esse mesmo documento, as diferentes interpretações da Álgebra ensinada no Ensino Fundamental são:



**Figura 1-** Diferentes interpretações da Álgebra escolar e as diferentes funções das letras.

Fonte: Brasil (1998, p.116)

Os PCN (BRASIL, 1998) reconhecem que os professores não desenvolvem todas essas dimensões da Álgebra no Ensino Fundamental, pois estes dão maior ênfase ao estudo do cálculo algébrico e das equações, com a prática de exercícios.

Para a compreensão da Álgebra é indispensável o trabalho com essas quatro dimensões ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Os alunos desenvolvem com mais facilidade a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas diversas experiências envolvendo noções algébricas. Assim,

os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra ampla em significados.

É importante que o estudo da Álgebra ocorra a partir das séries iniciais do Ensino Fundamental, ainda que de maneira informal, sendo trabalhada juntamente com aritmética, e nas séries finais, as ideias devem ser ampliadas e formalizadas. Os PCN de Matemática sugerem que, para que o aluno possa entender álgebra simbólica, é necessário que os professores iniciem o estudo da Álgebra já nas séries iniciais (BRASIL, 1998).

Sobre as diferentes concepções da Álgebra escolar, de acordo com Tinoco (2011) temos:

*A Álgebra como Generalizadora da Aritmética:* nessa concepção a Álgebra é usada para trabalhar e generalizar. As variáveis (letras) e expressões algébricas são generalizadoras de números, operações e modelos aritméticos.

Por exemplo, generaliza-se a propriedade comutativa da adição:  $4 + 8 = 8 + 4$ , por meio da igualdade  $a + b = b + a$  e a regularidade nas multiplicações:  $-1 \cdot 4 = -4$ ,  $-2 \cdot 4 = -8$ , pode ser generalizada como  $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$ .

*A Álgebra Funcional:* nessa concepção, a Álgebra é vista como estudo de relações entre grandezas. Nela se depara o estudo das funções. Uma vez definida a relação entre as grandezas envolvidas, seja através de uma igualdade, ou graficamente, utiliza-se a Álgebra Funcional ao analisar o comportamento de uma grandeza à medida que a outra varia, ao fazer previsões, ao observar propriedades como crescimento e decréscimo etc.

As variáveis, no contexto das funções, assumem o papel de:

- Variável independente – que pode variar livremente no domínio da função;
- Variável dependente – que assume valores determinados pelos das variáveis independentes;
- Parâmetro – variável que determina a “lei” segundo a qual a variável dependente é determinada a partir das variáveis independentes.

Variáveis dependente e independente são também chamadas de argumentos.

Na concepção da Álgebra Funcional, o propósito de explorar e manipular a igualdade não são o de determinar o valor das letras, que, nesse caso, não são incógnitas e, sim, argumentos e parâmetros.

Um exemplo: numa função do tipo  $y = ax + b$ , os valores de  $y$  (variável dependente) são determinados pelos da variável  $x$  (variável independente). A maneira pela qual  $x$  e  $y$  estão relacionadas dependem dos valores de  $a$  e  $b$  (parâmetros). Por exemplo, os valores de  $y$  e  $x$  aumentam ou diminuem simultaneamente, sempre que o parâmetro  $a$  é positivo; o gráfico da função contém a origem dos eixos quando  $b$  é nulo.

*A Álgebra das equações:* nessa concepção, ressalta os processos de resolução de equação. Há um ou mais valores que as variáveis (incógnita) precisam assumir e queremos determiná-los para tornar a equação verdadeira (uma identidade).

Alguns autores dizem que, nessa concepção, a Álgebra é ferramenta para a resolução de problema. Esse é o primeiro contato dos alunos com a Álgebra, o que talvez não seja o caminho ideal para a construção do conceito de variável. É mais adequado construir esse conceito integrado às concepções da Álgebra Funcional e da Álgebra das Equações.

*A Álgebra Estrutural:* nessa concepção, as letras são símbolos abstratos a serem manuseadas seguindo certas regras. Não são incógnitas cujos valores devem ser determinados e, como não se está relacionando à variação de grandezas, as letras não são variáveis dependentes, nem independentes, nem parâmetros.

As atividades características dessa concepção da Álgebra determinam apenas a manipulação algébrica, chamada de “conta com letras”, ou “cálculo algébrico”. Essas contas correspondem às regras que regem as operações aritméticas ou de qualquer outra estrutura algébrica, como a dos polinômios. Nessa concepção, contêm a classificação, os procedimentos e as operações entre expressões algébricas, tais como fatorar, simplificar expressões, reduzir termos semelhantes, adicionar, entre outros.

Exemplo: Fatore a expressão  $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ .

Resposta:  $\left(x + \frac{b}{2a}\right) \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)$  ou  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ .

De fato,

- Como a expressão não se encontra em um contexto de uma função ou relação, as variáveis não são argumentos ou parâmetros;
- Não estamos trabalhando com equação e, portanto, a variável não é uma incógnita;
- Não estamos lidando com nenhum tipo de tradução de problema ou modelo a ser generalizado, logo a variável não possui o papel de generalizadora de modelos.

A variável nesse caso não é mais que um símbolo – elemento de um conjunto, munido de certas operações, que satisfazem determinados axiomas.

De acordo com Tinoco (2011), no decorrer do Ensino Básico essa é a concepção mais usada em salas de aula, sendo supervalorizada. Essa atitude, na maioria das vezes, é prejudicial aos alunos que não conseguem perceber o sentido das técnicas ensinadas, nem sabem como utilizá-las para abordar situações novas ou mesmo já vivenciadas por eles.

Segundo Tinoco (2011), são abundantes as dificuldades dos alunos para compreenderem os diferentes papéis das letras nas diversas concepções da álgebra. Acreditamos na importância de os alunos terem oportunidades de vivenciar situações em que eles possam perceber esses diferentes papéis e, assim, se conscientizarem da importância e do valor da álgebra estudada no ensino básico, minimizando suas dificuldades.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), entre os objetivos do Ensino Fundamental destacamos os objetivos referentes ao ensino e aprendizagem do terceiro ciclo e, mais precisamente, os objetivos da Matemática deste ciclo no contexto do “pensamento algébrico”. Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento:

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levam o aluno a: - Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; - Resolver situação-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; - Observar

regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre as variáveis (BRASIL, 1998, p. 81).

Ainda, de acordo com esse mesmo documento têm-se, como objetivos, trabalhar o pensamento algébrico e a identificação de equações. Neste contexto, de considerar a equação do 1º Grau, pois ela é um dos tipos, e ainda, especificamente a equação do 1º Grau deve ser trabalhada como ferramenta (modelo) de situações problemas.

Segundo os PCN, é recomendado que as Equações do 1º grau sejam estudadas como modelos de problemas, onde o estudo de enunciados, compreensão de vocábulos como: variável, incógnita, coeficientes, parâmetros, devem ser estudados, bem como diferentes procedimentos de resolução.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 1999), recomenda-se que o ensino de Matemática deva ter como fundamento a contextualização e a interdisciplinaridade, e um exemplo apresentado é o estudo de Funções, que permite estabelecer conexões entre vários conceitos e diferentes formas de pensamento matemático.

O documento ainda destaca que trabalhar Funções, de forma isolada, não permite a exploração do caráter integrador que o conteúdo possui, como na trigonometria, suas funções e gráficos, ou na geometria analítica, no estudo das retas e parábolas. (BRASIL, 1999, p. 43 - 44). A partir do domínio do conceito de função, o aluno torna-se capaz de descrever e estudar, por meio da leitura, a interpretação e a construção de gráficos, em diversas situações ligadas a Física, Geografia ou Economia.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), o ensino de Funções na Educação Básica, é organizado desde o 1º e 2º ciclos (1º ao 5º ano) de forma elementar, onde a cada número faz corresponder a um outro número, um objeto geométrico ou um objeto qualquer, além de situações envolvendo proporcionalidade direta, e somente no 3º ciclo (6º ao 9º ano) é estudado, de forma explícita o conceito de função.

Como orientação complementar aos PCNEM (BRASIL, 1999), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM+ (BRASIL, 2002), afirmam que:

O estudo das Funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar

a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções (BRASIL, 2002, p. 121).

Ainda, segundo o referido documento, para iniciar o ensino de funções é importante o estudo dos números reais, de conjuntos e suas operações e das relações, como pré-requisitos, para que, a partir daí, seja possível que o aluno relacione funções como sendo relações particulares. Ao apresentar a definição de função, o professor pode retratar situações de dependência entre duas grandezas, agregado ao estudo de situações contextualizadas, descritas algébricas e graficamente. (BRASIL, 2002, p.121).

Segundo Barreto (2008), conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 2002) revelam esta preocupação e fazem sugestões quanto à abordagem deste conteúdo. Recomenda um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento de competências, com destaque científico e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos a serem apresentados no Ensino Médio. Para tal, sugere uma divisão dos conteúdos matemáticos em três grupos: 1) Álgebra: números e funções; 2) Geometria e medidas; 3) Análise de dados. A primeira abrange o conceito de função e propõe a relação deste com a álgebra, com ênfase no conceito, suas propriedades, interpretação gráfica e aplicações, ao invés, da abordagem tradicional que favorece as manipulações algébricas e uma linguagem formal.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p.72), o ensino de funções deve ser iniciado a partir da exploração das relações entre duas grandezas em diversos contextos, como por exemplo, idade e altura; tempo e distância percorrida, tempo e crescimento populacional, entre outros.

Por fim, na concepção de Álgebra vista sob a dimensão Estrutural (BRASIL, 1998), ou a Álgebra como estudo das estruturas (USISKIN, 1994, p.17), a variável mostra-se como um símbolo ou sinal arbitrário de estrutura constituída por algumas propriedades. É neste momento que surgem os trabalhos com as expressões

algébricas, fazendo-se presente no currículo escolar produtos notáveis, fatoração ou simplificação de expressões algébricas, operações com monômios e polinômios.

## 2.2 Breve Histórico do ensino de Álgebra

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde 1799, período em que a álgebra passa a fazer parte do currículo no Brasil, até início da década de 1960, dominou um ensino de caráter reprodutivo. Até a década de 1930, antes da Reforma Francisco Campos (Decreto N. 21.241, de 4 de abril de 1932), a matemática escolar apresentava-se dividida em compartimentos estanques: primeiro estudava-se a aritmética, depois a álgebra e, em seguida, a geometria. Segundo esses autores, a álgebra apresentava um caráter mais instrumental, útil para resolver equações e problemas.

Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) constataram que, no ensino da álgebra, um maior destaque era destinado às transformações das expressões algébricas, e os conteúdos eram apresentados por meio de procedimentos que acarretavam uma aprendizagem mecânica, em que só as regras e os “passos” na solução de um problema eram destacados.

Para Araujo (2008), no Movimento da Matemática Moderna, ocorrido no Brasil a partir de 1960, que tinha como propósitos a unificação dos três campos fundamentais da Matemática escolar com a introdução de elementos unificadores, como a teoria dos conjuntos, funções e as estruturas algébricas, confere destaque à Álgebra. Seu ensino ganhou mais precisão e adquiriu uma atenção maior com os aspectos lógico-estruturais dos conteúdos e a precisão da linguagem. Em decorrência, a Álgebra perdeu seu objetivo útil para resolver problemas. O programa de Álgebra começava pelo estudo da teoria de conjuntos e a ênfase estava nas operações e suas propriedades.

Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) destacam o fato de que a Álgebra pós Matemática moderna parece retomar seu papel ocupado anteriormente, ou seja, de um estudo com a finalidade de resolver equações e problemas. Tentou-se recuperar seu valor instrumental, mantendo seu caráter fundamentalista.

## 2.3 Equação e Função

### 2.3.1 Algumas definições sobre equação

Caraça (2003) define equação algébrica da seguinte forma:

Toda igualdade da forma  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ ;  $n$ , número inteiro e positivo, chama-se grau da equação; à variável  $x$  chama-se incógnita e aos números  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , coeficientes da equação (CARAÇA, 2003, p. 144 apud RIBEIRO, 2007, p. 91).

O autor continua enfatizando que a equação é uma das formas de se definir uma função  $a$  definição analítica. Ele chama atenção para o fato de que uma mesma equação pode definir, analiticamente, duas funções, como, por exemplo:  $y - x^2 = 0$ , define as funções  $x = +\sqrt{y}$  e  $x = -\sqrt{y}$ , e discute:

Quando as funções são definidas por equações, diz-se que as equações definem uma ou mais funções (conforme os casos) funções implícitas de uma variável na outra (no caso duas funções implícitas  $x(y)$ ); quando se resolve a equação, diz-se que se explicita a função ou funções por ela definidas (CARAÇA, 1954, p. 59).

Pires, Curi e Pietropaolo (2002) definem equação da seguinte forma:

Em Matemática, dizemos que equação é uma sentença aberta, porque nela há valores que não são conhecidos, que expressa uma igualdade. O valor de  $x$  que transforma a sentença aberta em sentença verdadeira é chamado raiz da equação (PIRES, CURI, PIETROPAOLO, 2002, p. 211).

Tomando como base estudos teóricos, encontram-se dois tipos de definições para equações. A primeira, mais geral, define equação como uma igualdade que envolve uma ou mais quantidades desconhecidas (incógnitas) (CUNHA, 1887; CALADO, 1952; COSTA; DOS ANJOS, 1970); a segunda, mais específica, sobre equações do 1º grau, como toda equação que se pode reduzir à forma  $ax = b$ , com  $a, e b \in \mathbb{R}$   $a \neq 0$ . (CALADO, 1952).

### 2.3.2 O conceito de função

A definição de função considerada atualmente tem sua origem nos trabalhos de Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), que desenvolveram o cálculo diferencial e integral. No entanto, de acordo com Ribeiro e Cury (2015), as representações para a ideia de função, como tabelas ou gráficos, mesmo que a palavra “função” não tenha sido empregada, data da época dos babilônios, em que suas tabelas foram a base para desenvolvimento subsequentes da Astronomia.

É com Descartes (1596-1650) que nasce a ideia de expressar uma função em sua forma analítica, visto que ele “utilizou-se de equações em  $x$  e  $y$  para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, de modo a permitir o cálculo de valores de uma delas, a partir dos valores da outra”. (ZUFFI, 2001, p.11).

O termo “função” foi utilizado por Leibniz pela primeira vez em 1673, para designar em termos gerais “a dependência de quantidades geométricas tais como subtangentes e subnormais no desenho de uma curva” (PONTE, 1992, p. 2), introduzindo os termos “constante”, “variável” e “parâmetro”.

O grupo Bourbaki, em 1939, estabeleceu a definição de função que hoje é aceita pela comunidade matemática:

Sejam  $E$  e  $F$  dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável  $x$  de  $E$  e uma variável  $y$  de  $F$  é dita relação funcional em  $y$  se, qualquer que seja  $x \in E$ , existe um elemento  $y$  de  $F$  e um só, que esteja na relação considerada com  $x$ . Dá-se o nome de função à operação que associa, assim, a todo elemento  $x \in E$  e o elemento  $y \in F$  que se encontra na relação dada com  $x$ ; diz-se que  $y$  é o valor da função para o elemento  $x$  e que a função é determinada pela relação funcional considerada (BOURBAKI, 1990, p. 6).

Sangiorgi (1967) estabeleceu a definição de função em seu livro *Matemática Curso Moderno* como “Função é uma relação especial entre dois conjuntos  $A$  e  $B$  que associa a cada elemento do conjunto  $A$  um único elemento do conjunto  $B$ ”. (SANGIORGI, 1967, p. 70).

Bóscolo e Castrucci (1971) desenvolvem o conceito de funções em seu livro “*Matemática Curso Moderno*” através das correspondências entre conjuntos, utilizando associações de seus elementos através de flechas. Para os autores,

“Função é a todo elemento do conjunto  $A$  está associado um único elemento do conjunto  $B$ ”. (BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1971, p. 96).

Os autores ao trabalharem o conceito de função somente utilizam números inteiros e estabelecem as relações gerais através de conjuntos para representar o conjunto Imagem e contradomínio de uma função. Utilizam diagramas de flechas para explicar o conceito de relação e a correspondência entre conjuntos.

#### 2.4 O conceito de função na formação do professor de Matemática

De acordo com Lima (2008), as dificuldades na compreensão do conceito de função ainda é um grande problema enfrentado por alunos. Os próprios matemáticos, na evolução da ciência, depararam-se com dificuldades que modificaram sua compreensão do conceito levando a evoluções teóricas durante séculos para serem estabelecidas e aceitas pela comunidade acadêmica. Professores de Matemática e alunos da Educação Superior, além de estudantes da Educação Básica, também apresentam dificuldades na compreensão do conceito de função.

Segundo Lima (2008), a dificuldade na compreensão do conceito de função percorre todos os níveis de ensino e em diferentes aspectos do conceito. Os matemáticos, historicamente, superaram barreiras para alcançar, depois de séculos, a formalização do conceito de função. Os professores de Matemática, hoje em dia, também apresentam dificuldades em compreender, interpretar e atribuir significados ao conceito.

De acordo com esse mesmo autor, os alunos do Ensino Superior, em especial o aluno que se dedica à formação docente, não apresentam o conhecimento necessário sobre funções. Com isso, é de se esperar que os alunos da Educação Básica apresentem dificuldades em compreender o conceito de função. Além disso, as dificuldades não se apresentam de forma superficial. As trocas conceituais ou conceitos mal construídos, as representações e respectivas transformações e os significados contraditórios atribuídos ao conceito mostram a necessidade de ações que vão além da investigação.

Desse modo, de acordo com Lima (2008), é necessário refletir sobre a formação inicial do professor de Matemática considerando a discussão sobre a aprendizagem e o ensino de álgebra. Sobretudo por aqueles que contribuirão para a formação da base do conhecimento matemático, como o caso do conceito de função.

O estudo dos gráficos como representação de função é o conhecimento mais tratado pelos pesquisadores. Para Trindade e Moretti (2000), o estudo com gráficos deve ocorrer de forma diferenciada a fim de que o professor em formação possa visualizar padrões algébricos, além de perceber que existem gráficos não definidos algebricamente.

O estudo das tabelas é mostrado nas pesquisas como representação necessária e benéfica para a compreensão do conceito de função. Para Meira (1997), a importância se deve pelo fato de permitir a representação e a visualização de pares ordenados, além da construção de sequências numéricas capazes de evidenciar as transformações funcionais.

Segundo Lima (2008), as expressões algébricas, apesar de serem as mais consideradas pelos professores no ensino do conceito de função, devem ser apresentadas aos alunos sem deixar de relacioná-las aos demais aspectos de representação e de significação do conceito.

Rossini (2006), acredita que as expressões algébricas podem auxiliar os professores na visualização de funções definidas por mais de uma sentença, na identificação do coeficiente “ $a$ ” em  $y = ax + b$  como taxa de variação, bem como na construção do significado de  $f(x)$  e das fórmulas para representação de funções.

Segundo Almeida e Scalon (2002), as maiores dificuldades dos estudantes do Ensino Superior, em relação ao conceito de função, relacionam-se ao registro na representação gráfica de função, na mudança para registro algébrico, nas definições de domínio e contradomínio, na construção de tabelas de valores numéricos, na distinção entre variável dependente e independente e na notação Matemática.

## 2.5 O conceito de equação na formação do professor de Matemática

Pesquisas como a de Ball (1990), Attorps (2003), Ribeiro (2007) e Barbosa (2009), apontam que muitos professores de Matemática não apresentam a compreensão conceitual de tópicos de Matemática elementar, e por isso, acabam favorecendo em suas aulas o desenvolvimento de habilidades algorítmicas e a memorização de regras, não dando atenção ao desenvolvimento do conhecimento conceitual.

Para Scarlassari e Moura (2005), as abordagens veiculadas na prática pedagógica de álgebra, nos diferentes níveis de ensino, têm focado no uso de memorização e repetição de fórmulas, como modo único de aplicação dos conceitos algébricos. Em consequência desse tipo de abordagem, citam algumas dificuldades que os alunos apresentam em álgebra, como: a não compreensão das operações elementares; a dificuldade de relacionar ou associar o que está representado; e a dificuldade em contextualizar as expressões escritas na linguagem simbólica com relação aos enunciados das questões com o modo como o professor aborda.

De acordo com Neto (2007), a Álgebra tem sido ensinada nas escolas por meio de uma abordagem mecânica em que o professor aparenta não possuir as informações necessárias para justificar, de maneira satisfatória, o uso de regras e símbolos. Essas circunstâncias contribuem para colocar a rotina que os alunos adotam de decorar e aplicar os conceitos algébricos igualmente de maneira mecânica, com o único objetivo de busca de aprovação.

Cotret (1997), em seu estudo sobre os problemas e as dificuldades que aparecem no equacionamento de problemas escritos, discute a apropriação e a adequação das equações que são usadas para modelar problemas matemáticos. Identifica-se que, muitas vezes, não se sabe justificar a escolha de um determinado modelo de equação para representar certo problema, a não ser pela resolução e pela busca da resposta do problema. O autor garante que os indivíduos não sabem justificar o porquê de terem escolhido tal modelo, nem têm certeza de ser esse modelo o mais eficaz naquela situação, a menos que recorram à resolução da equação.

Figueiredo (2007), em sua pesquisa investigou quais os saberes e as concepções de Educação Algébrica de alguns alunos e professores de um curso de Licenciatura em Matemática. Nos resultados, o autor destaca que os professores do curso acabam por externalizar concepções de Educação Algébrica do tipo “fundamentalista-estrutural” e “álgebra como linguagem”, enquanto os alunos do mesmo curso apresentam concepções do tipo “linguístico pragmática” e “álgebra como aritmética generalizada”. Outro resultado importante que parece corroborar com as preocupações levantadas nesse estudo refere-se à não familiaridade dos alunos e professores com os saberes relativos ao ensino de conceitos algébricos elementares. Na pesquisa, Figueiredo (2007) afirma que tanto professores como alunos do curso analisado, muitas vezes, desconhecem especificidades dos processos de ensino e de aprendizagem de álgebra na Educação Básica. Dessa forma, fica clara uma tensão entre a álgebra do Ensino Superior e a da Educação Básica, visto que professores e alunos desse curso apresentam concepções divergentes mesmo que complementares de álgebra, e ambos desconhecem a prática das salas de aula de Matemática da Educação Básica.

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa insere-se no âmbito da pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Segundo Moraes (2006) essa abordagem metodológica busca compreender a problemática do ensino e aprendizagem que investiga, analisando o contexto em que ocorre. De acordo com este mesmo autor, tal abordagem assume a realidade construída pelos sujeitos e procura trabalhar com mundos humanos, focalizando sua compreensão e trabalhando com seus conhecimentos implícitos.

Segundo Bogdan e Biklen (1997, p. 67), nesse tipo de investigação:

O objetivo principal do investigador é o de construir conhecimentos e não dar opinião sobre determinado contexto. O intuito dessa pesquisa é gerar teoria, descrição ou compreensão, busca-se compreender o processo mediante o qual os sujeitos entrevistados constroem significados sobre o tema investigado. (BOGDAN; BIKLEN, 1997, p. 67).

Considera-se esta pesquisa como sendo qualitativa porque se busca compreender um determinado objeto de estudo a partir da perspectiva dos participantes da investigação. A preocupação está na compreensão, o que não se justifica pela quantidade de sujeitos investigada, mas sim sobre os significados atribuídos pelos futuros professores de Matemática ao objeto da pesquisa – os conceitos de função e de equação.

#### 3.1 Participantes

Os participantes foram futuros professores, concluintes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio. Foram convidados para participar da pesquisa sete alunos matriculados no oitavo período, no semestre 2018/02.

Para realizar a seleção dos participantes, buscou-se a relação de todos os alunos do curso de Licenciatura em Matemática matriculados no oitavo período, no semestre 2018/02. Em seguida, considerou-se o ano e o semestre de ingresso no curso de cada aluno, sendo um total de 21 alunos matriculados no oitavo período atual. Os alunos foram agrupados por ano e semestre de ingresso, desde 2011/2 até

2015/01 e, com isso, obteve-se: de 2011/02 havia dois alunos, de 2012/01 havia quatro alunos, de 2012/02 não tinha nenhum aluno que estivesse no oitavo período atual, de 2013/01 tinha apenas um aluno, de 2013/02 havia dois alunos, de 2014/01 havia três alunos, de 2014/02 também havia três alunos, e por fim, de 2015/01 havia seis alunos matriculados. Assim, dentre esses alunos separados por ano e semestre de ingresso realizou-se um sorteio online, sendo selecionado um integrante de cada grupo, no total de sete alunos. O convite foi feito de maneira individual a cada um dos sorteados e todos eles aceitaram participar da entrevista semiestruturada.

### 3.2 Instrumento

O instrumento utilizado para a coleta de dados foi uma entrevista semiestruturada. O mesmo compunha-se de questões abertas para que os alunos falassem sobre sua história escolar, de sua relação com os conteúdos matemáticos, com os conceitos de função e de equação e suas dificuldades em compreendê-los.

Manzini (1990/1991) afirma que a entrevista semiestruturada:

Está focalizada em um assunto sobre o qual confeccionamos um roteiro com perguntas principais, complementadas por outras questões inerentes às circunstâncias momentâneas à entrevista. Para o autor, esse tipo de entrevista pode fazer emergir informações de forma mais livre e as respostas não estão condicionadas a uma padronização de alternativas. (MANZINI, 1990/1991, p. 154).

Manzini (2003) enfatiza que é possível um planejamento da coleta de informações por meio da elaboração de um roteiro com perguntas que alcancem os objetivos desejados. O roteiro, além de coletar as informações básicas, funciona como um meio para o pesquisador se organizar no processo de interação com o entrevistando.

Segundo Zanette (2017), a entrevista:

É um mecanismo que favorece a aproximação do sujeito para recolher, de modo discursivo, o que ele pensa sobre um determinado fato. Ao falar sobre uma questão, já se coloca em evidência a própria questão para si, enquanto o sujeito fala, ele ouve o que diz. Ao falar para alguém, escuta-se o que é dito. Esse dispositivo proporciona

com que os sons das palavras façam eco para o próprio sujeito que fala e, também, para o outro que as ouve. (ZANETTE, 2017, p. 163).

Para o autor, a utilização da entrevista semiestruturada possibilita ao entrevistador perguntar o que o entrevistado quer dizer naquele momento. Também permite a inclusão de perguntas mais abertas, flexíveis e espontâneas conforme o que estava sendo analisado.

A entrevista semiestruturada é útil nesta pesquisa por ser uma das formas para coletar dados que proporcionar a interação face a face com o sujeito entrevistado. Na entrevista semiestruturada é o sujeito que expressa seu ponto de vista, exatamente o que se pretende analisar - os entendimentos de futuros professores de Matemática sobre os conceitos de função e de equação.

Sobre a prática da pesquisa qualitativa, o papel do entrevistador “não consiste em modificar pontos de vista” do entrevistando; mas, antes, compreender os pontos de vista dos sujeitos e as razões que os levam a assumi-las e praticá-las (BOGDAN; BIKLEN, 1997, p. 138).

### 3.3 Procedimentos

Os alunos foram convidados para participar da pesquisa e assinaram um termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A). Em seguida, foram agendadas as entrevistas, propostas a partir do roteiro construído (Apêndice B).

Ao todo, foram realizadas sete entrevistas. Contudo, foi realizado um estudo piloto com uma aluna também matriculada no oitavo período, mas não selecionada para participar da entrevista, que foi utilizado para aprimorar o roteiro construído. Dessa forma, neste trabalho, são trazidos e discutidos somente os resultados obtidos com as outras sete entrevistas, pois nesse teste as questões abordadas não foram as mesmas.

Para a coleta de dados da pesquisa, foram realizadas as entrevistas no segundo semestre de 2018 com os sete alunos selecionados, concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio. As entrevistas foram gravadas em áudio e depois

transcritas para uma análise a partir do referencial teórico construído. A análise textual discursiva foi usada como ferramenta para a organização, compreensão e análise dos dados.

### 3.4 A análise textual discursiva

Para a análise dos dados coletados a partir das entrevistas foi utilizada a análise textual discursiva. De acordo com Moraes (2003), as pesquisas qualitativas têm cada vez mais utilizado análises textuais, com objetivo de aprofundar a compreensão e o entendimento dos fenômenos que investiga a partir de uma análise rigorosa e criteriosa.

Segundo Moraes (2003), as três fases do ciclo da análise textual discursiva são, a unitarização, a categorização e a construção de um metatexto pelo pesquisador.

O autor estabelece uma relação entre leitura e significação. Para ele, toda leitura já é uma interpretação e como não existe uma leitura única, um texto pode assumir diferentes significados, isso depende de quem o lê e de suas intenções e, também, dos referenciais teóricos adotados.

Moraes (2003) denomina de *corpus* o conjunto de documentos com as informações que uma pesquisa deseja analisar. O *corpus* da análise textual é constituído, essencialmente, por produções textuais. O autor ressalta que:

Os textos não carregam um significado a ser apenas identificado; são significantes exigindo que o leitor ou pesquisador construa significados com base em suas teorias e pontos de vista. Isso exige que o pesquisador em seu trabalho se assuma como autor das interpretações que constrói dos textos que analisa (MORAES, 2003, p. 194).

Segundo Moraes (2003), o processo inicial de análise textual é a desconstrução dos textos e sua unitarização. Essa etapa consiste em um processo de desmontagem ou desintegração dos textos, ressaltando seus elementos constituintes, dando atenção aos detalhes e nas partes componentes, para perceber os diferentes sentidos do texto. “É o próprio pesquisador que determina em que

medida fragmentará seus textos, podendo daí resultar unidades de análise de maior ou menor amplitude” (MORAES, 2003, p. 195).

A categorização, segunda etapa da análise textual, realiza um processo de comparação das unidades definidas no processo inicial de análise e gera agrupamentos de elementos semelhantes. A categorização também implica na nomeação e definição das categorias enquanto vão sendo construídas, buscando uma precisão maior.

A terceira e última das etapas da análise textual é a construção do metatexto pelo pesquisador. De acordo com Moraes (2003) a análise textual discursiva pode ser definida como uma metodologia na qual, a partir de um conjunto de textos ou documentos, produz-se um metatexto.

Moraes (2003) afirma que diferentes tipos de textos podem ser produzidos ao fim de uma análise. Alguns textos serão mais descritivos, mais próximos do *corpus* original, já outros serão mais interpretativos, mais distantes do material original num sentido de abstração e teorização mais aprofundado. O autor destaca que “em qualquer de suas formas, a produção textual que esta análise propõe caracteriza-se por sua permanente incompletude e necessidade de crítica constante no sentido de sua qualificação” (MORAES, 2003, p. 202). Assim, o metatexto pode ser aprimorado por meio de críticas e reflexões constantes, obtendo cada vez mais rigor e clareza.

Desse modo, segundo Moraes (2003) todo o processo de análise apresentada conduz à produção do metatexto. A partir da unitarização e categorização do *corpus* se produz a estrutura básica do metatexto. À medida que são construídas as categorias, formam-se relações entre elas, e devem-se buscar as possíveis sequências em que poderiam ser organizadas, para expressar com melhor clareza as novas intuições e compreensões alcançadas. Nessa etapa, o pesquisador pode criar textos parciais para as categorias distintas que poderão ser incorporados na estruturação do texto como um todo.

## 4 RESULTADOS

Nesta seção, serão abordados os resultados obtidos a partir das entrevistas semiestruturadas com os futuros professores. Nas subseções 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, serão descritas as entrevistas com cada um dos alunos. Em seguida, será realizada a discussão dos resultados a partir de categorias construídas.

A fim de preservar a identidade dos entrevistados, os participantes foram nomeados por: Aluno A, Aluno B, Aluno C, Aluno D, Aluno E, Aluno F e Aluno G.

### 4.1 Entrevista com o Aluno A

O Aluno A tem 25 anos e durante a Educação Básica cursou a escola pública. Ele começou a cursar Engenharia Civil na Universidade Federal de São Carlos – UFSCar -, fez um ano e três meses, e não gostou do curso, pois não se via trabalhando como engenheiro. Depois disso, achou melhor fazer alguma coisa em que ficasse satisfeito e se sentisse feliz estudando. Como gostava mais de Matemática trancou o curso de engenharia e seguiu para a área da Matemática.

Dando continuidade à entrevista, abordou-se álgebra e, na primeira parte, funções. Primeiramente foi perguntado se ele se lembrava de como aprendeu função no Ensino Médio. O participante disse:

[...] lembro... lembro até da professora. Era uma professora muito brava, e ela sempre enchia a lousa e depois explicava o que escreveu. Então, geralmente, tinha que copiar, depois enchia mais a lousa e explicava e, depois, era só exercício, e passava umas três, quatro aulas de exercícios. Era teoria e explicação até acabar o conteúdo. Acabava o conteúdo passava um monte de exercício. Ela seguia o livro didático (ALUNO A).

Em seguida, o participante foi questionado sobre como aprendeu função no Ensino Superior, e se teve alguma disciplina que envolveu função e quais disciplinas. O Aluno A respondeu que sim,

[...] tem a disciplina de Funções, o professor dava um exemplo do que é função e primeiro ele passava um exemplo... não uma definição concreta, mas algo bem simples, algo intuitivo. Um exemplo intuitivo do que é função, do que a gente entende por função, depois

ele falava “Agora vamos aprender matematicamente, uma definição do que é, mas não se prende na definição. Você tem que aprender intuitivamente pra saber o que é o significado de função intuitivamente!”, daí ele explicava a definição e passava alguns exercícios, ia fazendo junto e depois deixava lista de exercícios (ALUNO A).

Ao ser questionado sobre o que o Aluno A entende por função, o mesmo respondeu que não tinha uma “explicação” exata da definição, mas apresentou o seu entendimento:

[...] imagina que você tem uma entrada... algum número vamos dizer, porque estamos trabalhando com a Matemática, e que você vai colocar aquele número em algum lugar e ele vai te dar outra resposta. Ele vai fazer alguma coisa com aquele número e vai te dar alguma resposta. Podemos imaginar que é uma máquina em que você coloca um número e ele te dá a saída em outro número, mas, no caso, é só você entender que função é a Matemática que faz com aquele número para te dar uma resposta. E os números vão correndo... dependendo começa no zero, um, e os números vão correndo até o infinito, cada número vai fazendo aquela mesma Matemática. Função é aquela Matemática que vai fazendo com todos os números... vamos dizer, uma relação que faz com cada número. Você pega um número, faz a relação e ele te leva a uma outra resposta. Aí você muda o número, faz essa mesma relação, essa mesma correspondência e leva a outra resposta. Se for falar alguma definição, seria: pega um elemento do domínio, faz uma correspondência, determina uma função e leva dentro de uma imagem. Para ser uma função tem que ter uma definição, e não pode ter mais de dois elementos na imagem (ALUNO A).

Também foi perguntado sobre um exemplo ou situação em que o aluno A utiliza funções. Ele explica que pode pensar nos gastos que uma pessoa tem, e pode formar uma função com todos os gastos que essa pessoa pode ter no mês:

[...] pega o seu salário... você fala “tenho meu salário e eu tenho que gastar tantos de comer em tantos dias”. Aí você coloca lá uma incógnita, aí você coloca outra, aí você faz uma função, a quantidade de dias e você dá a quantidade de valor em que você vai gastar. Então meio que para tudo usa uma função, se você quer saber o tanto de lucro que tem em uma empresa, então você faz uma função, no caso, entre os lucros e os gastos (ALUNO A).

Outra questão levantada, foi sobre quais os diferentes tipos de representação de uma função. O Aluno A considerou um exemplo podendo chamar de  $f(x)$ , pois

no plano cartesiano temos o eixo  $x$  e o eixo  $y$ , assim, o  $y$  seria o  $f(x)$ , a função em relação ao elemento  $x$ , e pode-se denotar a função como  $y$  ou  $f(x)$ .

Outra pergunta feita ao Aluno A, foi como ele abordaria função, caso tivesse que ensinar tal conteúdo. Sobre isso, o Aluno A respondeu:

Primeiro, dar algo mais simples para o aluno conseguir enxergar, para depois explicar que isso seria uma função. [...] passar uma conta... “o número dois você vai somar com o número três e multiplicar por tanto. Agora no lugar do número dois você vai colocar outro número, no lugar desse número você vai colocar outro número, aí vai mudando os números e vai fazendo os mesmos cálculos”. Depois, falar para o aluno “isso aqui é uma função, esse número que a gente foi variando chamamos de  $x$ ”. Explicar para o aluno, sem dizer que isso que foi feito é uma função, tentar fazer com que ele entenda intuitivamente primeiro, para, assim, conseguir compreender o conceito de uma função (ALUNO A).

Continuou-se a entrevista com a segunda parte sobre equação.

Foi perguntado como ele aprendeu equação no Ensino Fundamental. De acordo com o Aluno A, a professora explicava que equação é uma igualdade onde se tem dois lados da igualdade, e pode-se imaginar como se fosse uma balança, quando a balança está equilibrada, os valores estão iguais. O Aluno A ainda completou a resposta explicando “[...] a incógnita é o que temos que achar na equação de primeiro grau. Para igualar os dois lados, sempre leva pro lado da balança, para entender mais fácil” (ALUNO A).

Além disso, sobre a abordagem de equações no Ensino Superior, o Aluno A respondeu que foi mais ou menos do mesmo jeito. Ele considera que no Ensino Superior não se aborda tanto esse conteúdo, apenas relembra-se o que foi aprendido no Ensino Médio. O participante afirma, ainda, que os professores universitários consideram fácil ensinar equação na graduação, mas na verdade é onde a maioria dos alunos erra, onde tem mais dificuldades, em operação de soma, divisão, multiplicação, fração etc.

A partir dessa resposta, o participante foi solicitado a relatar suas experiências nas aulas no Ensino Superior, e ao falar sobre em quais disciplinas o conteúdo era trabalhado. O Aluno A respondeu que “[...] envolveu bastante equação em fundamentos da matemática, álgebra pura também envolveu equação, mas é

uma equação que só tem letra. Por exemplo, em lugar de números usam letras (...)” (ALUNO A).

Outra pergunta foi sobre o que ele entendia por equação. Para ele,

[...] equação é tudo. São duas coisas, dois resultados que são iguais, (...) envolve as expressões algébricas, envolve soma, subtração, divisão, raiz e potência, onde tem que fazer manipulações algébricas para chegar numa igualdade para achar a incógnitas, então a equação nada mais é que encontrar o valor da igualdade (...) (ALUNO A).

Também foi perguntado em que situação se pode utilizar equação. O participante sempre buscou responder utilizando um exemplo em suas explicações. Segundo ele:

[...] eu acho que no dia a dia, o tempo inteiro (...), você tem que fazer uma divisão de algumas coisas para dividir em várias pessoas, então você fala “Mas eu não sei quantos vai para cada!”, aí você vai para a igualdade, você fala “Ah, eu quero chegar a ter 10 de tal coisa pra cada pessoa”, então você fala “dez vezes um x que é igual a trezentos, aí para quantas pessoas eu consigo dividir?” (...) tudo você vai usar uma equação, uma igualdade para chegar em um valor final (ALUNO A).

Sobre como ele gostaria de ensinar funções, o Aluno A respondeu que trabalharia com situações problemas, para que os alunos entendam o que é trabalhar com a igualdade. Para ele, nos exercícios que envolvem equação, o aluno tem que perceber que está trabalhando com igualdade, completando sua resposta, por exemplo: “[...] quando o exercício pede “quero 30%, quanto que é 30% de 100?” aí você fala “de 100”, você tá falando que esses 30% de tal valor que é igual, é igual a uma igualdade, aí faz uma regrinha de 3, o mais difícil é interpretar por problemas mesmo” (ALUNO A). “[...] O ideal é começar com um desafio, um problema, para ele tentar resolver sozinho, assim o aluno se interessa e percebe que, às vezes, é mais simples do que ele pensava” (ALUNO A).

Ao ser solicitado a diferenciar função de equação, o aluno A respondeu que: “(...) eu acho que a diferença entre função e equação é que a função ela encontra infinitos valores para aquele  $y$ , para aquele  $f(x)$ , agora uma equação, ela tem um valor só, (...) ou mais valores, se for equação de mais graus”. (ALUNO A). Concluiu

essa ideia relacionando função com uma fórmula, “a equação... ela determina um valor para o  $x$ , agora, a função não, a função varia, no caso é uma fórmula, vamos dizer assim, função seria uma fórmula e, equação seria uma igualdade” (ALUNO A).

#### 4.2 Entrevista com o Aluno B

O Aluno B tem 24 anos, durante a Educação Básica sempre estudou em Escola Pública, e fez o Magistério. Essa é sua primeira graduação, e escolheu cursar Licenciatura em Matemática porque na vida escolar sempre se deu bem com a disciplina e dentre as opções que tinha, era a mais acessível.

Uma das primeiras perguntas feitas ao Aluno B foi se ele lembrava como aprendeu função no Ensino Médio. Ele contou que só se lembrava de função do segundo grau, por conta da fórmula de Bhaskara, e de mais nada. Ao ser questionado sobre como aprendeu função no Ensino Superior, o participante disse que aprendeu função na disciplina de funções, mas não se lembrava como o professor ensinou. Além da disciplina de funções, ele relatou que em cálculo e em análise também se aborda o conteúdo.

Sobre o entendimento do aluno B de função, ele respondeu: “[...] quando eu penso em função, falando sem ser a definição certinha, é tipo meio que uma regra que leva uma coisa na outra, você tem um número aplica aquela regra e leva na outra” (ALUNO B).

Em seguida, foi perguntado em quais situações se pode utilizar funções. O Aluno B disse que não sabia, mas apresentou um exemplo: “[...] eu tenho uma empresa, e o imposto tá relacionado, (...) então quanto mais eu gasto mais eu pago de imposto” (ALUNO B).

Outra pergunta foi sobre os tipos de representação de uma função que podem ser utilizados. O Aluno B, conforme sugerido pela pesquisadora, retomou o exemplo da empresa e apresentou uma representação algébrica:

[...] o produto que eu uso tem meio que uma planilha onde eu trabalho, ele tem um valor  $135x$  que é o que eu vou “coisar” mais o valor tipo eu trabalho com bateria ele tem um valor fixo que é o custo da bateria. Esse  $x$  seria a quantidade de bateria que eu tô comprando, vamos supor duas baterias e eu tenho que pagar o

casco dessa bateria que é um valor fixo que custa \$40,00 reais. Então, tipo essa, acho que é a função que eu mais uso e que vejo o dia todo,  $f(x) = 135x + 40$  (ALUNO B).

Outra pergunta foi se ele tivesse que ensinar funções, como gostaria de abordar o tema. O Aluno B contou que quando teve oportunidade de trabalhar na escola com o conteúdo de função, ele explicou, fez exercícios repetidos, e seguiu o livro didático. Em relação ao conteúdo de equações disse que conseguiu usar jogos, como o dominó, e falou que isso desperta um pouco mais o interesse dos alunos, mas com função não conseguiu pensar em alguma coisa naquele momento, relatando que não se lembrava de ter visto algo diferente.

Em relação ao modo como aprendeu o conteúdo de equação no Ensino Fundamental, o participante disse que “[...] a equação sempre era encontrar o valor de  $x$ , tipo isola  $x$  e encontra o valor de  $x$ , nem sabia porquê. Aqui na faculdade a gente entende que você tá isolando, porque você tá somando uma coisa de um lado e do outro” (ALUNO B).

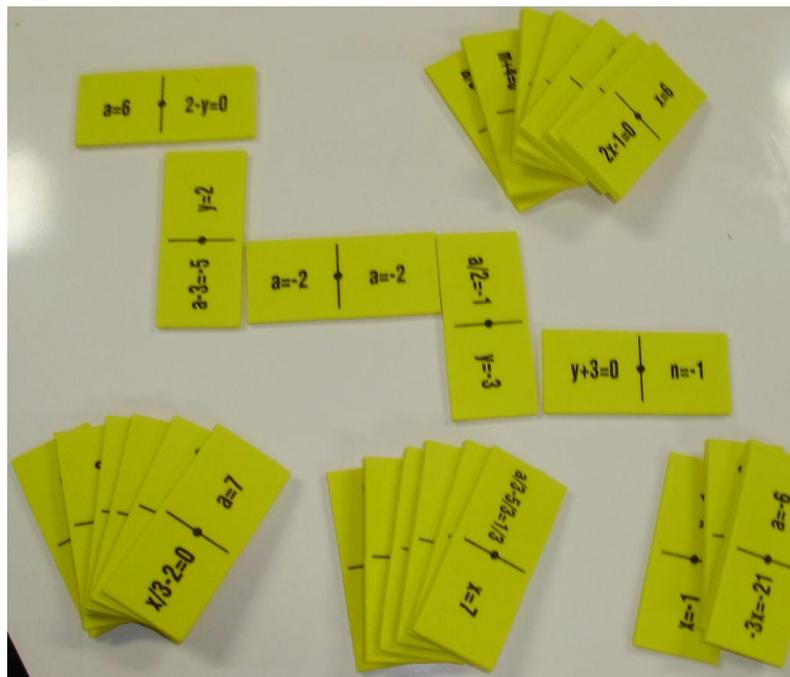
No Ensino Superior, o Aluno B relatou que compreendeu o porquê do procedimento e que trabalhou com equações em diversas disciplinas como equações diferenciais ordinárias (EDO), cálculo numérico, e na disciplina de funções.

Outra pergunta feita para o Aluno B foi o que ele entendia por equação, para qual respondeu apenas que é quando se tem uma igualdade. Sobre as situações em que ele utiliza equações, ele disse que não sabia e que naquele momento não se lembrava de nada.

Sobre como gostaria de abordar o tema ao ensinar equações, o Aluno B respondeu que ensinaria por meio de jogos, como o Dominó das Equações<sup>3</sup>, para depois falar sobre o conteúdo de equação.

---

<sup>3</sup> O jogo é composto por 28 peças e envolve de 2 a 4 participantes. Tem como objetivos: resolver mentalmente, de maneira lógica e correta as equações de primeiro grau.



**Figura 2-** Exemplo do Aluno B sobre como abordar o tema ao ensinar equações pelo Dominó das Equações.

Fonte: <<http://laboratoriodematematicaufu.blogspot.com/2012/10/domino-das-equacoes-de-primeiro-grau.html>>

Por último, ao ser questionado sobre a diferença entre função e equação, o Aluno B disse que:

[...] função a gente não tá procurando o valor de alguma coisa, na função você tem uma variável ali que você não tá procurando (...), você não tá em busca do  $x$ . Explicar certinho a definição de cada uma delas eu teria que pesquisar para saber como explicar, e na função não tem uma igualdade, você tem uma regra que te leva a alguma coisa e a equação não, a equação você tem alguma coisa que é igual dos dois lados (ALUNO B).

#### 4.3 Entrevista com o Aluno C

O Aluno C tem 25 anos, e durante a Educação Básica estudou em um colégio estadual. A princípio ele não queria Licenciatura, queria fazer Engenharia Química, e então a intenção foi entrar no curso para poder transferir, mas durante o percurso do curso ele gostou bastante.

O Aluno C relatou que não se lembrava de como aprendeu função no Ensino Médio, que não conseguia recordar direito, o que ele referiu: “parece que teve um

apagão”. Ele afirmou, ainda, que só depois quando começaram as regências, viu que realmente o conteúdo é dado.

Quando perguntado se no Ensino Superior ele se lembrava de alguma disciplina que envolveu função, o Aluno C respondeu que o conteúdo foi abordado na disciplina de funções, cálculo e até em álgebra. Sobre o modo como função foi abordada, o Aluno C respondeu que “[...] o professor explicava o conteúdo, mostrava como o comportamento das funções funcionavam e a gente aplicava isso durante as aulas ou durante a lista de exercícios, e na prova” (ALUNO C).

Ele contou que quando fez pela primeira vez à disciplina de função em que ele reprovou, a professora gostava de meios diferentes de usar funções, por exemplo, através da modelagem. Na segunda vez em que cursou a disciplina e foi aprovado, o método era mais aplicado, e não tinha nada que envolvesse outros conteúdos, fazia os exercícios repetidos daquilo.

Ao ser indagado sobre o que ele entendia por função, o Aluno C afirmou que era difícil, mas ele achava que é um “conjunto que tem várias incógnitas que se comportam de alguma forma”.

Ao analisar as situações em que ele utiliza funções, o Aluno C respondeu que o tempo inteiro, por exemplo, no seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) ele trabalha com modelagem matemática, e utiliza funções lineares.

Sobre os diferentes tipos de representação de uma função, o Aluno C destacou que “por gráfico, por matematicamente (algebricamente), por meio de diagramas”.

Se ele tivesse que ensinar funções, o Aluno C disse que:

[...] optaria por ensinar os alunos mais aplicar isso no dia a dia deles, por exemplo, através da modelagem. Às vezes a gente tem essa ideia de função, mas não é uma forma, ideia matemática, às vezes fazemos funções assim no cotidiano, mas a gente não percebe que aquilo é uma função. Então eu acho que uma maneira interessante de trabalhar com funções é mostrar que ela é muito presente no cotidiano do aluno. Então, a modelagem matemática é um meio de resolver, assim como resolução de problemas e algumas outras metodologias (ALUNO C).

Em relação sobre como o aluno C aprendeu equação, ele respondeu “[...] no oitavo ano na época e eu lembro que minha professora gostava muito de equação

de segundo grau, a vida dela era Bhaskara, (...), mas outras equações que trabalham em específico eu não consigo recordar direito” (ALUNO C).

Sobre suas experiências no Ensino Superior com equações, o Aluno C disse que na disciplina de funções e em geometria analítica. Também se lembrou que a professora percebeu que o Aluno C tinha dificuldade com equações, pois não sabia o que era para fazer, e acabava fazendo às vezes errado. O Aluno C afirmou que ele não sabia separar os termos.

Sobre o seu entendimento de equação, o Aluno C disse “[...] é quase mesmo que função é um conjunto que tem várias variáveis, mas é algo que representa igualdade” (ALUNO C).

Ao ser solicitado a dar um exemplo de equação, o Aluno C respondeu “um exemplo que me vem a mente agora é  $2x + 1$ , é uma equação para descobrir o valor do  $x$ ” (ALUNO C).

Sobre a abordagem que utilizaria caso tivesse que ensinar equação, o Aluno C disse:

[...] Equação é um tema bastante variado e pode ser trabalhado de diversas maneiras, com várias metodologias, sem ser especificamente trazer (apresentar) “Isso é uma equação de primeiro grau, isso é uma equação de segundo grau, aqui tem duas incógnitas...” Eu acho isso muito vago, então trazendo pro cotidiano isso traria mais significado para os alunos, até porque antigamente não tinha equação. Então a forma como eles viam isso era através da balança, então acho que é a melhor maneira de ensinar Matemática, é utilizar ela como ela era usada antes, por exemplo. Agora a gente tem muita regrinha, mas antes não tinha matematicamente escrito isso e todo mundo entendia o que era. Na hora de uma compra e venda, por exemplo, no mercado antigo então talvez fosse uma forma interessante de ensinar o conteúdo (ALUNO C).

Por fim, a última pergunta feita foi sobre a diferença entre função e equação. O Aluno C afirmou que essa pergunta era difícil mesmo, e era uma dúvida que ele também carregava. O Aluno destacou que “[...] função tem algumas características, por exemplo, o domínio, imagem e a equação não, então eu acho que isso difere uma da outra. Agora, para poder explicar isso para o aluno no momento eu não saberia responder” (ALUNO C).

#### 4.4 Entrevista com o Aluno D

O Aluno D tem 23 anos, e durante a Educação Básica estudou na rede estadual de ensino de São Paulo. Escolheu o curso de Licenciatura em Matemática porque durante a Educação Básica ele sempre teve afinidade com a Matemática, sempre conseguiu aprender muito bem, e também cursou técnico em Mecânica, que envolveu Matemática. Ele queria fazer Engenharia Mecânica, mas seu sonho era ser professor, e por isso decidiu fazer Licenciatura em Matemática.

O Aluno D quando questionado sobre como aprendeu função no Ensino Médio, contou que só teve aula de Matemática no seu primeiro ano e no final do terceiro ano, porque a professora foi afastada e não tinha professor para substituí-la. Ele se lembrou que no final do terceiro ano viu função quadrática, mas só a parte de construção do gráfico e a função afim.

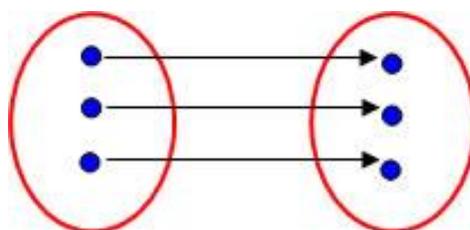
Sobre como aprendeu função no Ensino Superior, o Aluno D respondeu que ele teve bastante dificuldade, por não ter visto nada no Ensino Médio. Contou que fez a matéria de funções três vezes e, mesmo assim, algumas funções ele não conseguiu aprender direito, e que teve muita dificuldade principalmente na função logarítmica e na exponencial.

Ao ser questionado se essas dificuldades apresentadas eram pelo fato dele não ter visto no Ensino Médio ou se pela forma como o professor abordava isso no Ensino Superior, o Aluno D disse “[...] eu nunca vi isso no Ensino Médio...(...), aí como o professor explicava, assim, ele explicava diversas vezes, dava exemplo, mas mesmo assim eu sentia muita dificuldade, eu não conseguia aprender, assimilar direito” (ALUNO D). O participante relatou que se o professor desse um exemplo no gráfico ele conseguia enxergar, pois no gráfico ele já tinha mais facilidade. Ele também afirmou que tinha mais dificuldade na parte algébrica, na hora de resolver os exercícios, e aplicar as propriedades. Se lembrou que em cálculo também envolveu função.

Quando perguntado sobre o que ele entendia por função, o Aluno D respondeu “[...] a definição básica de função é que tem um elemento no domínio e ele possui uma única imagem no contradomínio, que o domínio é no  $x$  e o contradomínio fica no  $y$  e a imagem tá ali” (ALUNO D).

O Aluno D deu um exemplo que poderia utilizar diferentes situações de funções, o aumento da velocidade de um carro por km, em relação à distância “[...] vai chegar em um ponto com tal velocidade, aí ele vai atingindo outras velocidades até chegar lá” (ALUNO D).

Também foi questionado sobre os diferentes tipos de representação de uma função, o Aluno D respondeu que seria graficamente, pelo Diagrama de Venn em que cada elemento do domínio a gente associa a um único elemento no contradomínio, e algebricamente.



**Figura 3-** Exemplo do Aluno D sobre representação de função pelo Diagrama de Venn.  
Fonte: <<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/dominio-contradominio-imagem-uma-funcao.htm>>

Se ele tivesse que ensinar funções, o Aluno D afirmou que:

[...] entraria com definição e daí eu tentava explicar tudo a definição “certinha” para eles “tentar” enxergar a partir da definição. Se isso não for possível eu aplico um exemplo básico, aí a partir desse exemplo eu desenho o gráfico para eles “conseguir” enxergar no gráfico o que tá acontecendo. Acho que através do desenho do gráfico é mais fácil visualizar e enxergar do que apenas algébrico, só resolvendo conta (ALUNO D).

Em relação a como aprendeu equação no Ensino Fundamental, o Aluno D contou que a parte de equação foi vista na oitava/sétima série, e lembrou que a professora falava “[...] isola o  $x$  que você vai achar o valor dele ou, então, substitui os valores de  $x$  e  $y$  que já no caso é um sistema de equação. Você vai achar o valor final, era mais isso, isolar o  $x$  ou jogava uma conta lá e igualava a zero e achava o  $x$ ” (ALUNO D). O participante revelou que fazia sentido nenhum “isolar o  $x$ ”, e que ele mesmo se questionava “[...] o que é esse  $x$ ? O que vou fazer com esse  $x$ ? O que é esse valor de  $x$ ?” (ALUNO D).

Sobre como ele aprendeu equação no Ensino Superior, o Aluno D respondeu que só depois que ele começou a fazer o estágio que trabalhou o conteúdo de

equação. Para ele, abordar isso na faculdade facilitou para ele explicar para os alunos e fazê-los entenderem. Disse, que na disciplina de funções também é abordada a parte de equações.

Ao ser questionado sobre o que ele entende por equação, e o Aluno D respondeu dando um exemplo trabalhado por ele ao dar aula no Ensino Fundamental: “[...] João tem quatro balas e Maria tem  $x$  balas, somando os dois eu tenho um total de *dez* balas, aí vai ficar  $4 + x = 10$ . Aí eu explicava que se a gente isolar o  $x$ , achar o valor de  $x$ , a gente vai tá achando a quantidade de bala que Maria tem. Eu tentava explicar desse jeito...” (ALUNO D). Mas, “[...] os alunos não entendiam o que era uma variável, (...) eu costumava dar bastante exemplos, desde os exemplos mais simples até mais bem elaborados” (ALUNO D).

Também foi perguntado se ele tivesse que ensinar equação, como gostaria de abordar o tema, o Aluno D respondeu que abordaria como resolução de problemas, e aplicava o mesmo exemplo anterior. Destaca-se aqui, que o denominado por aluno de resolução de problemas refere-se à aplicação do conteúdo matemático e não do uso como metodologia de ensino.

Por fim, se ele tivesse que explicar para um aluno a diferença entre função e equação, o Aluno D relatou que tentaria explicar que a função tem a variável dependente e independente, mas que, primeiramente, ele iria trabalhar com os alunos a parte de equação. Nela, é quando tem uma variável e tentamos encontrar o valor daquela variável, já a função tem dois tipos de variáveis, a independente e a dependente. O Aluno D disse que ensinaria o que significa cada uma, a diferença entre a variável depende e variável independente, que daí “[...] no caso vai variando o valor de  $x$  e vai variando em questão do tempo, tudo... eu tentaria abordar desse jeito, bem elaborado” (ALUNO D).

#### 4.5 Entrevista com o Aluno E

O Aluno E tem 21 anos, e cursou o Ensino Fundamental II em uma Escola Pública e o Ensino Médio cursou em uma escola de tempo integral junto com o técnico em agropecuário. Escolheu cursar Licenciatura em Matemática porque no Ensino Médio tirava nota “razoável” em Matemática e achava que era bom nisso.

Sua nota do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) não foi “aquelas coisas”, segundo ele, e foi o que deu, aí veio cursar Matemática, mas agora ele gosta.

Sobre suas vivências e experiências com o conteúdo no Ensino Médio e Superior, o Aluno E relatou que do Ensino Médio não se lembrava de nada, lembrava mais na faculdade quando cursou a disciplina de funções: “[...] eu lembro que tinha tipo aquele diagrama que falava que era injetora, sobrejetora, essas coisas de relação. Função na minha cabeça é que relaciona duas variáveis no caso  $x$  e  $y$ ” (ALUNO E).

Sobre outras disciplinas que abordaram função, o Aluno E disse que não, “[...] às vezes só em algumas matérias que fala “essa função é injetora, sobrejetora”, mas não se aprofunda, só afirma que é” (ALUNO E).

Ao ser perguntado em que situações ele utiliza funções, o Aluno E comentou que no cotidiano nenhuma, e justificou que era porque a gente não prestava atenção. “(...) mas, às vezes, a gente utiliza sim para fazer algum gráfico, alguma coisa para achar o valor do  $y$  ou o valor do  $x$ , só que a gente não percebe que tá utilizando” (ALUNO E).

Sobre os diferentes tipos de representação de uma função, o Aluno E falou que só conseguia representar por meio de gráfico e algebricamente.

Se tivesse que ensinar funções, o Aluno E disse:

[...] acho um tema um pouco difícil. Eu acho que iria pegar um livro do Ensino Médio ver como que é abordado e ver vídeo-aula de metodologia diferente, porque eu acho que é um assunto (...) que é a base para as coisas, mas depende o jeito que você abordar o aluno não aprende, e o mais importante é sempre trazer coisas do cotidiano (ALUNO E).

Ao ser questionado sobre como aprendeu equação no Ensino Fundamental, o Aluno E disse que não lembrava certinho, apenas lembrava que tinha equação do primeiro grau, do segundo grau, e a que ele tinha em mente é a de segundo grau, por causa da fórmula de Bhaskara. No Ensino Superior, se lembrou de ter estudado equações na disciplina de funções e disse que “até em matéria de Educação os professores dão exemplo de situações problemas, e acaba envolvendo uma equação (...) mas a maior falha dos professores em geral é que ele considera que o aluno já sabe” (ALUNO E).

Sobre o que o participante entende por equação, ele respondeu que “[...] equação é quando a gente tem uma variável só, ou só o  $x$  ou só o  $y$  e a gente têm que achar o valor dessa variável, só entendo assim” (ALUNO E). Também afirmou que não saberia dar um exemplo. Para ele “[...] quando dá um problema pronto, ache as raízes dessa função, dessa equação, mas dizer um problema do cotidiano que utiliza equação eu não sei te dar exemplos” (ALUNO E).

O participante respondeu que não tinha uma ideia imediata de como poderia ensinar equação e disse que se ele tivesse que explicar para um aluno a diferença entre função e equação, falaria que função está relacionada com duas variáveis e equação com uma só.

#### 4.6 Entrevista com o Aluno F

O Aluno F tem 22 anos, durante a Educação Básica estudou em uma Escola Pública do estado do Paraná. A escolha pelo curso se deu porque ele sempre gostou de Matemática, sua tia é professora de Matemática, e sua mãe também é professora. Durante seis meses ele ficou sem estudar e, nesse tempo, ele conseguiu ingressar na universidade.

Sobre como ele aprendeu função no Ensino Médio, o Aluno F afirmou que não se lembrava, e disse que se recordava do modo como tinha ensinado, mas como ele aprendeu não. Ele conta que deu aula para o primeiro e segundo ano do Ensino Médio. Ao ser solicitado a dizer como desenvolveu a aula, o Aluno F disse que se lembrava de muito pouco e que “[...] função não teve nenhuma marca histórica na minha vida” (ALUNO F).

Já no Ensino Superior, o Aluno F disse que aprendeu nas disciplinas de funções e nos cálculos: “[...] em funções quando fiz, foi com uma professora que era da Educação. Então ela deu um embasamento mais na parte teórica da coisa, eu acho que ali ela deu uma base que eu deveria ter no Ensino Médio, foi um nivelamento (...)” (ALUNO F).

Sobre seu entendimento de função, o Aluno F falou: “[...] entendo que função envolve sempre uma incógnita que temos que adivinhar por meio de cálculos”, “[...]”

descobrir por meio de cálculos o valor representativo dessa incógnita/variável” (ALUNO F).

Outra pergunta foi sobre as situações em que são utilizadas funções, o Aluno F deu o exemplo:

[...] às vezes eu compro cinco balas e eu paguei dez reais, se eu comprar cinquenta balas que valor que eu pagaria? Então a minha incógnita seria o valor que eu iria pagar, no caso teria uma imagem na função que seria esse valor (ALUNO F).

Sobre os diferentes tipos de representação de uma função, o Aluno F respondeu “por meio de equação” (algebricamente) e por meio de gráficos.

Quando inquerido se ele tivesse que ensinar funções, como gostaria de abordar o tema, o Aluno F comentou que ensinaria por meio de situações problemas e resoluções de problemas, pois seria uma forma que o aluno iria compreender melhor. Completou sua resposta dizendo que seria mais atrativo, porque quando propomos algum problema que envolve algo que o aluno já conhece que ele tem um embasamento, então ele vai ter mais facilidade de desenvolver isso e vai ter mais curiosidade para resolver o exercício/problema em si.

Sobre o modo como aprendeu equação no Ensino Fundamental, o Aluno F comentou “[...] passa pra lá, passa pra cá” (ALUNO F). No Ensino Superior, o participante disse que foi apenas em Fundamentos da Matemática. Na disciplina aprendeu que “[...] soma em ambos os lados, subtrai em ambos os lados, multiplica em ambos os lados, divide em ambos os lados para resolver” (ALUNO F).

Ao ser perguntado o que ele entende por equação, o Aluno F comentou que “é uma igualdade, por exemplo, são dois pesos que devem obter o mesmo valor, sempre há uma incógnita para resolver, ou duas, depende da situação” (ALUNO F). Apresentou o mesmo exemplo dado para ilustrar uma função como sendo o de equação.

O aluno F disse que ensinaria equação por meio de situações problemas e se tivesse que explicar para um aluno a diferença entre função e equação, diria que “[...] uma equação é chegar em um valor para aquela equação. Uma função determina vários valores no  $x$  que seria o domínio para encontrar uma imagem (...) pode ser representada em forma de gráficos e de outras formas” (ALUNO F).

#### 4.7 Entrevista com o Aluno G

O Aluno G tem 26 anos, e estudou em um colégio particular durante a Educação Básica. A escolha pelo curso se deu porque ele tinha passado em Matemática, em uma universidade pública e em pedagogia, em uma faculdade particular. Diante disso, escolheu a pública.

Sobre Funções, como aprendeu função no Ensino Médio e a abordagem utilizada pelo professor, o Aluno G respondeu que não lembrava, só que o método ensinado era o tradicional. O professor “[...] passava as expressões, definição muito pouco e a gente resolvia e na prova também era só expressões, não tinha nada de resoluções problemas” (ALUNO G).

Outra pergunta foi sobre as disciplinas do Ensino Superior que envolveram função. O Aluno G falou da disciplina de funções, dizendo que “(...) tinha dificuldade de visualizar o gráfico, e só conseguia enxergar a função depois de construir o gráfico”. Outra disciplina que envolveu função, foi a disciplina de Cálculo I, e disse que fez a disciplina de Cálculo I várias vezes, pois tinha muita dificuldade.

Ao ser questionado o que ele entende por função, o Aluno G respondeu “[...] função é tipo assim,  $y = x^3$ , tem duas variáveis, não sei te dizer uma definição, acho que quando envolvem mais variáveis” (ALUNO G). No entanto, também não conseguiu apresentar situações ou exemplos do uso de funções.

Sobre os diferentes tipos de representação de uma função, o Aluno G falou que “objetos dava para representar, quantidades de alguma coisa geométrica”.

O Aluno G comentou que não sabia como gostaria de desenvolver uma aula envolvendo funções e afirmou que teria que estudar muito para conseguir elaborar, pois ele também tinha dificuldade.

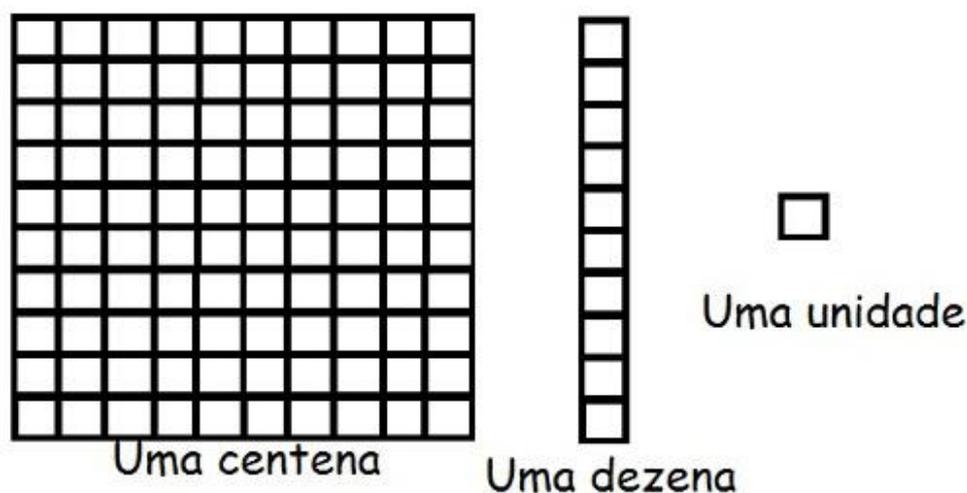
(...) Teria que estudar muito para poder ver se tem uma maneira de representar de outro jeito, para que o aluno consiga enxergar sozinho, pois se eu construísse o gráfico no quadro os alunos iriam apenas copiar, sem ao menos entender (ALUNO G).

O participante disse que não se lembrava de nada do modo como havia aprendido equações. No Ensino Superior, para ele, foi “mais tranquilo”, e disse que

viu equações em quase todas as disciplinas, como na de funções, cálculo, álgebra linear I e equações diferenciais ordinárias (EDO).

Ao ser perguntado sobre o que ele entende por equação, o Aluno G respondeu “[...] tem também as variáveis, mas acredito que seja só uma, não é duas ou mais, e tem uma igualdade, pode ser zero ou pode ser igual à incógnita” (ALUNO G).

O Aluno G disse que utiliza equações em situações-problema e que se tivesse que dar aula sobre esse conteúdo, tentaria trabalhar com objetos, situações problemas, ou uma aula mais dinâmica, utilizando material dourado. No entanto, ele não deu indicativos de como desenvolveria sua aula com esse material didático.



**Figura 4** - Exemplo do Aluno G sobre utilização de equação usando material dourado.  
 Fonte: <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/utilizando-material-dourado-na-adicao.htm>>

Se tivesse que explicar para um aluno a diferença entre função e equação, o Aluno G disse: “[...] as duas são muito parecidas, mas equação é muito mais fácil do que função, equação é uma igualdade, mais simples e a função seria um conjunto só que com mais incógnitas e também que envolva igualdade” (ALUNO G).

#### 4.8 Discussão dos resultados

Nessa seção foi utilizada a análise textual discursiva, momento em que foi realizada a categorização. Foram estabelecidas nove categorias: 1. Aprendizagem/Experiências com função; 2. Função no Ensino Superior; 3. Entendimento de função, exemplos e representações; 4. Perspectivas para ensinar função; 5. Aprendizagem/Experiências com equação; 6. Aprendizagem/Experiências no Ensino Superior com equação; 7. Entendimento de equação (conceito e exemplos); 8. Como ensinar equação; 9. Diferenças entre função e equação.

#### Função

Sobre função, a primeira categoria foi organizada em torno das experiências vividas nos Ensino Médio e Superior, conforme o Quadro 1.

<b>CATEGORIA 1</b>	<b>Aprendizagem/Experiências com função</b>
Aluno A	[...] (No Ensino Médio) a professora era muito brava, ela sempre enchia a lousa e depois explicava o que ela escreveu. Então geralmente tinha que copiar, depois enchia mais a lousa e explicava e depois era só exercício, e passava umas três, quatro aulas de exercícios. Era teoria e explicação até acabar o conteúdo, acabava o conteúdo passava um monte de exercício, e seguia o livro didático. [...] (No Ensino Superior) o professor dava um exemplo do que é função e primeiro passava um exemplo, não uma definição concreta, mas algo bem simples, algo intuitivo... um exemplo intuitivo do que é função. Aí depois ele falava “Agora vamos aprender matematicamente, uma definição do que é. Mas não se prende na definição, você tem que aprender intuitivamente...” Daí “explicava” a definição e passava alguns exercícios, ia fazendo junto e depois deixava lista de exercícios.
Aluno B	Só lembro de função do segundo grau, por conta da fórmula de Bhaskara, passou disso já não lembro de mais nada. E no Ensino Superior aprendi função na disciplina de Funções, mas não lembro como o professor ensinou.
Aluno C	[...] no Ensino Médio... não consigo recordar, parece que teve um apagão, mas depois quando começaram as regências eu vi que realmente o conteúdo é dado. [...] no Ensino Superior o professor explicava o conteúdo, mostrava como o comportamento das funções “funcionavam” e a gente aplicava isso durante as aulas ou durante a lista de exercícios, e na prova. Quando fiz pela primeira vez a disciplina de Funções eu reprovei, a professora gostava de meios diferentes de usar funções, por exemplo... através da modelagem. Quando fiz da outra vez em que passei foi bem diferente, o método era mais aplicado, e não tinha nada que envolvessem outros conteúdos, fazia os exercícios repetidos daquilo.
Aluno D	No Ensino Médio só tive aula de Matemática no primeiro ano e no final do terceiro ano, porque a professora foi afastada e não tinha professor de Matemática para substituir. Lembro que no final do terceiro ano vi função quadrática, mas só a parte de construção no gráfico e a função afim. (...) No Ensino Superior lembro que tive bastante dificuldade, por não ter visto nada no Ensino Médio. Fiz a matéria de funções três vezes e, mesmo assim, teve algumas funções que eu não consegui aprender direito e tive muita

	dificuldade, principalmente, a função logarítmica e a função exponencial.
Aluno E	Do Ensino Médio não me lembro de nada, lembro mais na faculdade quando cursei a disciplina de funções, [...] eu lembro que tinha tipo aquele diagrama que falava que era injetora, sobrejetora, essas coisas de relação. Função na minha cabeça é que relaciona duas variáveis no caso $x$ e $y$ .
Aluno F	Do Ensino Médio não lembro. (...) No Ensino Superior aprendi na disciplina de Funções, [...] em Funções quando fiz, eu fiz com uma professora que era da educação, então ela deu um embasamento um pouquinho mais na parte teórica da coisa. Eu acho que ali ela deu uma base que eu deveria ter no Ensino Médio, foi um nivelamento de função... porque o cálculo de função ou alguma coisa mais a gente não conseguiu prosseguir porque ela teve que sanar algumas dificuldades que a gente teve durante o ensino médio.
Aluno G	Do Ensino Médio não lembro... no Ensino Fundamental lembro que não conseguia fazer nada, e tinha muita dificuldade. Já no Ensino Médio eu quase não tinha dificuldade, mas não lembro, e o método ensinado era tradicional. No Ensino Superior tem a disciplina de Funções, que envolve mais gráfico, eu tinha dificuldade de visualizar o gráfico, só conseguia enxergar a função depois de construir o gráfico, não conseguia construir o gráfico se o professor passasse uma função.

**Quadro 1-** Aprendizagem/ Experiências de funções

**Fonte:** Dados da pesquisa

Pode-se perceber pelas respostas dos alunos, que alguns conseguem lembrar como aprenderam função no Ensino Médio. Sobre a forma como o professor abordou o conteúdo, alguns se lembravam e, outros, não, apresentando dificuldade para responder essa pergunta.

Algumas respostas revelam que o professor fazia com que os alunos percebessem intuitivamente o significado de funções, antes da definição, e esse método fez com que o aluno A, por exemplo, aprendesse a conceituar função e dar um exemplo. Outros alunos revelaram que aprenderam através de teoria, explicação e exercícios, sempre seguindo o mesmo método de ensino, e isso dificultou sua aprendizagem.

A segunda categoria, “função no Ensino Superior”, refere-se às disciplinas que trataram do conteúdo “funções” ao longo do curso de Licenciatura em Matemática, por meio do Quadro 2.

<b>CATEGORIA 2</b>	<b>Função no Ensino Superior</b>
Aluno A	[...] tem a disciplina de funções que já é um pré-requisito para a disciplina de cálculo.
Aluno B	A própria disciplina de funções, a disciplina de cálculo que vemos diversas funções, e em análise também vemos funções.
Aluno C	Na disciplina de funções e depois na disciplina de cálculo também vemos bastantes funções e até na disciplina de álgebra.
Aluno D	Na disciplina de funções, na disciplina de cálculo, [...] na parte de cálculo envolve bastante a parte gráfica, tem a parte do limite, integral... eu consigo ver mais, e foi a partir do cálculo que eu consegui aprender mais sobre função, o significado,

	resolver os exercícios.
Aluno E	Só na disciplina de funções [...] em algumas matérias que fala “Essa função é injetora, sobrejetora, mas não se aprofunda... só afirma que é.
Aluno F	Nas disciplinas de funções e cálculos.
Aluno G	Nas disciplinas de funções e cálculo I.

**Quadro 2-** Função no Ensino Superior

**Fonte:** Dados da pesquisa

De acordo com o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) (UTFPR, 2014)<sup>4</sup>, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Cornélio Procopio, três disciplinas trazem função na ementa. No segundo período, por exemplo, é ofertada a disciplina de Funções Reais de Uma Variável Real. No quinto período é ofertada a disciplina de Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis Reais. Já no oitavo período é ofertada a disciplina de Cálculo Numérico.

Essas são algumas das disciplinas que abordam os conteúdos de função durante o curso de Licenciatura em Matemática. Os conteúdos trabalhados nessas disciplinas proporcionam aos alunos o desenvolvimento do pensamento próprio da Matemática, dos processos axiomáticos, do raciocínio indutivo, dedutivo e abdução, que fundamentam o conhecimento matemático, ajudando o aluno a compreender os fundamentos dos conhecimentos matemáticos.

Em relação a essa pergunta, quando o Aluno C responde que o conteúdo de função foi abordado “até” na disciplina de Álgebra, nota-se que o Aluno C não associa Funções ao campo da Álgebra. Percebe-se que o Aluno tem uma grande dificuldade em compreender os procedimentos que fazem parte do estudo algébrico relacionado ao conteúdo de função. De acordo com Barreto (2008), o estudo da Álgebra envolve números e funções, que abrange o conceito de função e propõe a relação deste com a álgebra, com ênfase no conceito.

A terceira categoria revela o entendimento de função do futuro professor, apresentado por meio da definição, exemplos e representações, conforme Quadro 3.

<b>CATEGORIA 3</b>	<b>Entendimento de função (1), exemplos (2) e representações(3)</b>
Aluno A	1) Não tem uma explicação exata da definição [...] imagina que você tem uma entrada, algum número vamos dizer, porque estamos trabalhando com a matemática, e vai colocar aquele número em algum lugar e ele vai te dar outra resposta. Ele vai fazer alguma coisa com aquele número e vai te dar alguma

<sup>4</sup> O curso de Licenciatura em Matemática passou por uma reformulação, mas nesse trabalho foi considerado este PPC, pois os alunos entrevistados continuaram na grade antiga.

	<p>resposta, podemos imaginar que é uma máquina em que você coloca um número e ele te dá a saída em outro número. No caso é só você entender que função é a Matemática que faz com aquele número para te dar uma resposta, e os números vão correndo... dependendo começa no zero, um, e os números vão correndo até o infinito, cada número vai fazendo aquela mesma matemática, função é aquela Matemática que vai fazendo com todos os números, vamos dizer, uma relação que faz com cada número, você pega um número, faz a relação e ele te leva a uma outra resposta. Se for falar alguma definição, seria: pega um elemento do domínio faz uma correspondência, determina uma função e leva dentro de uma imagem. Para ser uma função tem que ter uma definição, e não pode ter mais de dois elementos na imagem.</p> <p>2) Pode-se pensar nos gastos que uma pessoa tem, e pode-se formar uma função com todos os gastos... por exemplo, [...] você pega seu salário, aí você fala “Tenho meu salário e eu tenho que gastar tantos de comer em tantos dias...”, você coloca lá uma incógnita, aí você coloca outra, aí você faz uma função, a quantidade de dias e você dá a quantidade de valor em que você vai gastar. Então, meio que para tudo você usa uma função.</p> <p>3) Considere, por exemplo, podendo chamar de <math>y</math>, pois no plano cartesiano temos o eixo <math>x</math> e o eixo <math>y</math>, assim, o <math>y</math> seria o <math>f(x)</math>, a função em relação ao elemento <math>x</math>, e podemos denotar como <math>y</math> ou <math>f(x)</math>.</p>
Aluno B	<p>1) [...] quando eu penso em função, falando sem ser a definição certinho... é tipo meio que uma regra que leva uma coisa na outra, você tem um número aplica aquela regra e leva na outra.</p> <p>2) Não sei... (Foi sugerido que o participante desse um exemplo) [...] uma situação que está diretamente ligada comigo é a questão do imposto, porque eu tenho uma empresa, e o imposto tá relacionado, quanto mais eu gasto o imposto é gerado na nota acima do valor que foi gasto na nota, então quanto mais eu gasto mais eu pago de imposto.</p> <p>3) [...] o produto que eu uso tem uma planilha onde eu trabalho, ele tem um valor <math>135x</math> que é o que eu vou “coisar” mais o valor. Tipo, eu trabalho com bateria ele tem um valor fixo que é o custo da bateria, esse <math>x</math> seria a quantidade de bateria que eu tô comprando... vamos supor duas baterias e eu tenho que pagar o casco dessa bateria, que é um valor fixo que custa \$40,00 reais. Então acho que essa é a função que eu mais uso e que vejo o dia todo, <math>f(x) = 135x + 40</math>.</p>
Aluno C	<p>1) É difícil... é um conjunto que tem várias incógnitas que se comportam de alguma forma.</p> <p>2) O tempo inteiro, por exemplo, no meu TCC eu trabalho com modelagem matemática, e meu TCC específico utiliza funções lineares.</p> <p>3) Por gráfico, algebricamente, por meio de diagramas.</p>
Aluno D	<p>1) [...] a definição básica de função que tem um elemento no domínio e ele possui uma única imagem no contradomínio, que o domínio é no <math>x</math> e o contradomínio fica no <math>y</math> e a imagem tá ali.</p> <p>2) O aumento da velocidade de um carro por km, em relação à distância [...] vai chegar em um ponto com tal velocidade, aí ele vai atingindo outras velocidades até chegar lá.</p> <p>3) Por parte de gráfico, pelo diagrama de venn, em que cada elemento do domínio a gente associa a um único elemento no contradomínio. Também tem a parte mais de cálculo algébrico.</p>
Aluno E	<p>1) [...] relaciona duas variáveis <math>x</math> e <math>y</math>, mas não sei te falar de outra forma.</p> <p>2) No cotidiano nenhum, porque a gente não presta atenção, mas às vezes a gente utiliza sim para fazer algum gráfico, alguma coisa para achar o valor do <math>y</math> ou o valor do <math>x</math>... só que a gente não percebe que tá utilizando.</p> <p>3) Por meio de gráfico e algebricamente.</p>
Aluno F	<p>1) [...] entendo que função envolve sempre uma incógnita que temos que “adivinhar” por meio de cálculos.</p> <p>2) [...] às vezes eu compro cinco balas e eu paguei dez reais. Se eu comprar cinquenta balas, que valor que eu pagaria? Então a minha incógnita seria o valor</p>

	que eu iria pagar, no caso teria uma imagem na função que seria esse valor. 3) Por meio de equação algebricamente e por meio de gráficos.
Aluno G	1) [...] função é tipo assim $y = x^3$ . Tem duas variáveis, não sei te dizer uma definição, acho que quando envolve mais variáveis. 2) Não sei. 3) Por objetos dá para representar... quantidades de alguma coisa geométrica.

**Quadro 3-** Entendimento de função

**Fonte:** Dados da pesquisa

A fala de alguns dos participantes indica dificuldade em responder o que eles entendem por função. De acordo com Tinoco (2011), são abundantes as dificuldades dos alunos para compreenderem os diferentes papéis das letras nas diversas concepções da álgebra. É importante que os alunos tenham oportunidades de vivenciar situações em que eles possam perceber esses diferentes papéis.

Também de acordo com Tinoco (2011), em relação à fala do Aluno F percebe-se que ele apresenta dificuldade para compreender os diferentes papéis das letras, ou seja, ele confunde incógnita com variável.

Percebe-se que a ideia do aluno A foi boa e que ele tem conhecimento sobre função, mas na hora de explicar, suas ideias ficaram confusas. Nota-se que o aluno faz uma comparação com o trabalho de uma máquina, representando a ideia de relação de um número que leva a uma resposta, ou seja, a ideia de um elemento do domínio e sua correspondência com um elemento da imagem.

Nota-se que o Aluno C associa função a uma incógnita o que causa confusão no entendimento de variável, ou seja, o aluno não diferencia o que é incógnita de variável, tenta associá-la a um conjunto, mas não faz uma relação correta com a definição.

Apesar de os alunos trazerem algumas dificuldades para conseguir responder essa pergunta, a maioria deles apresentou exemplos adequados em que uma função pode ser utilizada. Os exemplos, entretanto, ficaram restritos a situações envolvendo funções lineares.

Um dos participantes utiliza função em seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) e conseguiu perceber o conteúdo presente no cotidiano. Dois deles, imediatamente, responderam “não sei”, o que pode ser entendido como esquecimento ou por eles não relacionarem a Matemática ao seu cotidiano. Neste caso, estariam buscando por um exemplo mais complexo, esquecendo-se de aspectos do dia a dia.

Sobre seu entendimento de função, o Aluno F falou “[...] entendo que função envolve sempre uma incógnita que temos que adivinhar por meio de cálculos”, “[...] descobrir por meio de cálculos o valor representativo dessa incógnita/variável” (ALUNO F). Percebe-se que esse aluno se confundiu e disse que incógnita é a mesma coisa que variável. No entanto, como já afirmado, a letra assume o papel de incógnita em uma equação, quando assume um valor em especial e de variável em uma função, quando representa um conjunto de valores possíveis.

Em relação às falas dos alunos sobre os diferentes tipos de representação que uma função pode assumir, alguns deles disseram que por meio de gráficos e algebricamente e o aluno D também sugere o diagrama. De acordo com Trindade e Moretti (2000) o estudo com gráficos deve dar-se de forma distinta a fim de que o professor em formação possa visualizar padrões algébricos, além de entender que existem gráficos não definidos algebricamente.

A quarta categoria foi sobre as “Perspectivas para ensinar funções” dos futuros professores. No Quadro 4 são reveladas as preferências metodológicas e as dificuldades para explorar o tema por parte dos participantes.

CATEGORIA 4	Perspectivas para ensinar função
Aluno A	Primeiro, dar algo mais simples para o aluno conseguir enxergar, para depois explicar que isso seria uma função. [...] passar uma conta... “o número 2 você vai somar com o número 3 e multiplicar por tanto. Agora no lugar do número dois você vai colocar outro número, no lugar desse número você vai colocar outro número, aí vai mudando os números e vai fazendo os mesmos cálculos”. Depois, falar para o aluno “isso aqui é uma função, esse número que a gente foi variando chamamos de $x$ ”. Explicar para o aluno, sem dizer que isso que foi feito é uma função, tentar fazer com que ele entenda intuitivamente primeiro, para, assim, conseguir compreender o conceito de uma função.
Aluno B	Quando tive oportunidade de trabalhar na escola com o conteúdo de função, fiz exatamente esse método de explicar, fazer exercícios repetidos, e segui o livro didático.
Aluno C	[...] eu optaria por ensinar os alunos mais a aplicar funções no dia a dia deles, por exemplo, através da modelagem. Às vezes a gente tem essa ideia de função, mas não é uma fórmula, ideia matemática, às vezes fazemos funções, assim, no cotidiano, mas a gente não percebe que aquilo é uma função. Então eu acho que uma maneira interessante de trabalhar com funções é mostrar que ela é muito presente no cotidiano do aluno e a modelagem matemática é um meio de resolver, assim como resolução de problemas e algumas outras metodologias.
Aluno D	[...] se fosse para eu abordar, eu entraria com definição e daí eu tentava explicar tudo a definição para eles enxergar a partir da definição. Se isso não for possível eu aplico um exemplo básico, aí a partir desse exemplo eu desenho o gráfico para eles conseguirem enxergar no gráfico o que tá acontecendo. Acho que através do desenho do gráfico é mais fácil visualizar e enxergar do que apenas algébrico, só resolvendo conta. Resolvendo só conta acho bem mais difícil a pessoa entender realmente o que está acontecendo.
Aluno E	[...] não tenho nem ideia, porque eu acho um tema um pouco difícil. Eu acho que

	iria pegar um livro do Ensino Médio, ver como que é abordado e ver vídeo aula de metodologia diferente, porque eu acho que é um assunto importante, que é a base para as coisas. Dependendo do jeito que você abordar o aluno não aprende, e o mais importante é sempre trazer coisas do cotidiano.
Aluno F	Ensinaría por meio de situações problemas e resoluções de problemas, pois seria uma forma que o aluno iria compreender melhor, pois seria mais atrativo. Quando propomos algum problema que envolve algo que o aluno já conhece que ele tem um embasamento, então, ele vai ter mais facilidade de desenvolver isso e vai ter mais curiosidade para resolver o exercício/problema em si.
Aluno G	Não sei, eu teria que estudar muito para poder ver se tem uma maneira de representar de outro jeito, para que o aluno consiga enxergar sozinho. Se eu construísse o gráfico no quadro, os alunos iriam apenas copiar, sem ao menos entender, eu teria que estudar muito para conseguir elaborar, pois também tenho dificuldade.

**Quadro 4 - Perspectivas para ensinar funções**

**Fonte:** Dados da pesquisa

Percebe-se que os alunos entrevistados não conseguiram responder claramente essa pergunta. Alguns dos participantes, apesar de não ter uma resposta pronta, dão indicativos de que buscarão desenvolver alguma metodologia de ensino diferenciada, outros, afirmam que partiriam da definição, com o uso do livro didático. Nota-se que o uso da aula expositiva, mesmo com as experiências formativas desses participantes no Ensino Superior, ainda é uma prática comum e presente no discurso deles.

Dos sete participantes, aos alunos A, B e D disseram que adotariam as aulas tradicionais. O Aluno B comenta que, quando ensinou o conteúdo de função, ele ensinou pelo método tradicional, ou seja, pelo método de explicar, fazer exercícios repetidos, e seguiu o livro didático, em que os alunos memorizam as fórmulas e reproduzem aquilo que é ensinado. Segundo Scarlassari e Moura (2005), as abordagens veiculadas na prática pedagógica de álgebra, nos diferentes níveis de ensino, têm focado no uso de memorização e repetição de fórmulas, como modo único de aplicação dos conceitos algébricos.

O Aluno E comenta que não tinha ideia sobre como ensinar, e achava o conteúdo de função difícil. Ele afirma que “eu iria pegar um livro do Ensino Médio, ver como que é abordado e ver vídeo aula de metodologia diferente”. Nesta fala do aluno E, percebe-se que, durante a graduação, ele não refletiu sobre o ensino de funções, sobre como o desenvolveria ao ser professor. Além disso, esse aluno nem mesmo analisou como o conteúdo de função é abordado no livro didático, mesmo com as experiências vivenciadas nos estágios supervisionados.

Desse modo, considerando as falas dos alunos, é possível perceber que eles possuem dificuldades em relação sobre como ensinar funções, devido a não exploração do ponto de vista da formação do professor de questões relativas ao papel da letra no ensino de álgebra, por exemplo. Alguns participantes apresentam dificuldades em relação ao conteúdo matemática e em associar função a exemplos do dia a dia.

## Equação

Sobre equação, a categoria “Aprendizagem/ Experiências com equações”, reúne informações apresentadas no Quadro 5.

CATEGORIA 5	Aprendizagem/ Experiências com equações
Aluno A	A professora explicava que equação é uma igualdade onde temos dois lados da igualdade, e podemos imaginar como se fosse uma balança, quando a balança está equilibrada é que está igual (...) no Ensino Superior foi mais ou menos do mesmo jeito (...) não aborda tanto esse conteúdo, apenas relembra o que aprendemos no Ensino Médio.
Aluno B	[...] a equação sempre era encontrar o valor de $x$ ... tipo isola $x$ e encontra o valor de $x$ . Nem sabia por que... aqui na faculdade a gente entende que você tá isolando, porque você tá somando uma coisa de um lado e do outro. Isso eu não sabia no Ensino Médio eu fui ver isso aqui na faculdade... lá era você pode passar para o lado de lá, porque você tá querendo ficar só com $x$ e vai ficar com outro sinal porque aqui tá mais e do lado de lá vai ficar menos, mas não que você tá somando uma coisa ali para fazer ela sumir.
Aluno C	[...] eu comecei a ver acho que no oitavo ano na época e eu lembro que minha professora gostava muito de equação de segundo grau, a vida dela era Bhaskara. Então eu me recordo muito que eu trabalhei com equação de segundo grau, mas outras equações que trabalham em específico eu não consigo recordar direito (...). No Ensino Superior quando cursei a disciplina de Geometria Analítica, que trabalhava com equações, mas eu tive um pouco de dificuldade (...) pois sabia o que era para fazer, mas acabava fazendo, às vezes, errado. E essas dificuldades era conta básica, por exemplo, quando tinha duas coisas juntas, como que eu somava, eu não sabia separar os termos.
Aluno D	A parte de equação eu vi na oitava/sétima série, quando vi isso eu lembro que a professora falava “[...] isola o $x$ que você vai achar o valor dele ou então substitui os valores de $x$ e $y$ , que já no caso é um sistema de equação, você vai achar o valor final!” Era mais isso, isolar o $x$ ou jogava uma conta lá e igualava a zero e achava o $x$ (...) No ensino superior só depois que comecei a fazer o estágio que trabalhei o conteúdo de equação e como vi isso aqui na faculdade facilitou para explicar para os alunos e fazer eles entenderem.
Aluno E	Não lembro certinho, apenas lembro que tinha equação do primeiro grau, do segundo grau, e a que eu tenho em mente é a de segundo grau, por causa da fórmula de Bhaskara.
Aluno F	[...] “passa pra lá passa pra cá” na Educação Básica. E no Ensino Superior [...] soma em ambos os lados, subtrai em ambos os lados, multiplica em ambos os lados, divide em ambos os lados para resolver.
Aluno G	Não me lembro de nada na Educação Básica. No Ensino Superior equação foi mais tranquilo, vi isso em quase todas as disciplinas.

**Quadro 5-** Aprendizagem/ Experiências com equações

**Fonte:** Dados da pesquisa

A fala do Aluno B pode ser relacionada com o estudo realizado por Neto (2007), que revela que a Álgebra tem sido ensinada nas escolas por meio de uma abordagem mecânica, em que o professor aparenta não possuir conhecimentos necessários para justificar, de maneira satisfatória, o uso de regras e símbolos. Essas circunstâncias contribuem para colocar a rotina que os alunos adotam de decorar e aplicar os conceitos algébricos igualmente de maneira mecânica, com o único objetivo de busca de aprovação.

De acordo com o Aluno D percebe-se que durante a Educação Básica também apresentou dificuldade na compreensão de equação, possivelmente, o professor apenas focou-se no uso de memorização e repetição de procedimentos para ensinar equações, com isso o aluno só aprendeu a operar sem ao menos entender o porquê estava fazendo.

Sobre as disciplinas do Ensino Superior e a abordagem de equações, a sexta categoria “Aprendizagem/ Experiências no Ensino Superior com equações” é explorada no Quadro 6.

<b>CATEGORIA 6</b>	<b>Aprendizagem/ Experiências no Ensino Superior com equações</b>
Aluno A	[...] envolveu bastante equação em Fundamentos da Matemática, Álgebra Pura também envolveu equação, mas é uma equação que só tem letra. Por exemplo, em lugar de números usam letras (...)
Aluno B	Na disciplina de EDO envolveu equação, na disciplina de Cálculo Numérico, e na disciplina de Funções.
Aluno C	Na disciplina de Funções consequentemente a gente acaba vendo equações.
Aluno D	Na disciplina de Funções a gente vê a parte de equações.
Aluno E	Na disciplina de Funções, às vezes até em matéria de Educação os professores dão exemplo de situações problemas, e acaba envolvendo uma equação (...) mas a maior falha dos professores em geral é que ele considera que o aluno já sabe.
Aluno F	Apenas em Fundamentos da Matemática.
Aluno G	Vi equação em quase todas as disciplinas, como na de Funções, Cálculo, Álgebra Linear I e EDO.

**Quadro 6** - Aprendizagem/ Experiências no Ensino Superior com equações

**Fonte:** Dados da pesquisa

De acordo com o Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática (PPC), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Cornélio Procópio (UTFPR, 2014), durante o curso, no sexto período é ofertada a disciplina de equações diferenciais (EDO) que traz em sua ementa os conteúdos: equações diferenciais ordinárias de primeira ordem; equações diferenciais ordinárias lineares de segunda ordem; conceitos elementares sobre equações diferenciais

parciais. No entanto, o licenciando resolve equações em diferentes disciplinas como função, fundamentos da matemática I, cálculos, geometria analítica e álgebra linear I.

Durante a fala do Aluno E, nota-se que a um dos equívocos dos professores, em geral, é considerar que o aluno já compreende o conteúdo. No entanto, dependendo de como o conteúdo foi abordado na Educação Básica ficam as lacunas quando o conteúdo não é retomado.

A categoria sobre “Entendimento de equação” envolveu a definição (1) e os exemplos apresentados (2), de acordo com o Quadro 7.

CATEGORIA 7	Entendimento de equação
Aluno A	1) [...] equação é tudo. São duas coisas, dois resultados que são iguais, (...) envolve as expressões algébricas, envolve soma, subtração, divisão, raiz e potência, onde tem que fazer manipulações algébricas para chegar numa igualdade para achar a incógnitas, então a equação nada mais é que encontrar o valor da igualdade (...). 2) [...] eu acho que no dia a dia, o tempo inteiro (...), você tem que fazer uma divisão de algumas coisas para dividir em várias pessoas, então você fala “Mas eu não sei quantos vai para cada!”, aí você vai para a igualdade, você fala “Ah, eu quero chegar a ter 10 de tal coisa pra cada pessoa”, então você fala “dez vezes um $x$ que é igual a trezentos”, aí para quantas pessoas eu consigo dividir?” (...) tudo você vai usar uma equação, uma igualdade para chegar em um valor final.
Aluno B	1) É quando tem uma igualdade. 2) Não sei, no momento não me lembro de nada.
Aluno C	1) [...] é quase mesmo que função, é um conjunto que tem várias variáveis, mas é algo que representa igualdade. 2) Para trabalhar a situação da igualdade, por exemplo, quando trabalhamos com balança é uma forma de trabalhar equação (...) um exemplo que me vem a mente agora é $2x + 1$ é uma equação para descobrir o valor do $x$ .
Aluno D	1) [...] João tem <i>quatro</i> balas e Maria tem $x$ balas, somando os dois eu tenho um total de <i>dez</i> balas, aí vai ficar $4 + x = 10$ . Aí eu explicava que se a gente isolar o $x$ , achar o valor de $x$ , a gente vai tá achando a quantidade de bala que Maria tem. 2) (...) a gente utiliza sim para fazer algum gráfico, alguma coisa para achar o valor do $y$ ou o valor do $x$ , só que a gente não percebe que tá utilizando.
Aluno E	1) [...] equação é quando a gente tem uma variável só, ou só o $x$ ou só o $y$ e a gente têm que achar o valor dessa variável. 2) [...] dizer um problema do cotidiano que utiliza equação eu não sei...
Aluno F	1) É uma igualdade, por exemplo, são dois pesos que devem obter o mesmo valor, sempre há uma incógnita para resolver ou duas depende da situação. 2) Daria o mesmo exemplo do de função.
Aluno G	1) [...] equação é quando a gente tem uma variável só, ou só o $x$ ou só o $y$ e a gente têm que achar o valor dessa variável, só entendo assim... 2) Em situação problema.

**Quadro 7-** Entendimento de equação

**Fonte:** Dados da pesquisa

De acordo com a fala dos Alunos C, E, e G percebe-se que eles confundem o termo variável e incógnita, ou seja, os alunos não sabem diferenciar o papel das letras em cada um. Em equação, os valores desconhecidos são chamados de incógnita, o que causa confusão nas respostas dos alunos, pois eles chamam de variável. Segundo Tinoco (2011) são abundantes as dificuldades dos alunos para compreenderem os diferentes papéis das letras nas diversas concepções da álgebra.

Na entrevista, o aluno E disse que “[...] equação é quando a gente tem uma variável só, ou só o  $x$  ou só o  $y$  e a gente têm que achar o valor dessa variável” (ALUNO E). Nota-se esse aluno também se confundiu quanto ao papel da letra em uma equação, que seria o de incógnita e não o de variável.

Percebe-se que alguns alunos conseguem associar equação com o conceito que expressa uma igualdade. Quando questionados em que situações utilizam equação, a maioria disse que em situações problemas. O Aluno F apresentou o mesmo exemplo dado para ilustrar uma função como sendo o de equação, mas equação é uma relação de igualdade entre expressões algébricas, cujos números desconhecidos são chamados de incógnitas. Já nas funções os números desconhecidos são chamados de variáveis. O Aluno F demonstrou uma confusão para diferenciar função de equação e variável de incógnita.

Ao ser solicitado a dar um exemplo de equação, o Aluno C respondeu “um exemplo que me vem a mente agora é  $2x + 1$ , é uma equação para descobrir o valor do  $x$ ” (ALUNO C). Percebe-se que o aluno apresenta dificuldade para exemplificar uma equação, e acaba dando um exemplo de uma expressão algébrica, não associando a uma relação de igualdade entre dois membros.

Desse modo, considerando as falas selecionadas, é possível perceber que os participantes também fazem confusão em relação ao conceito de equação, ao relacionar equação com variável.

Na oitava categoria “Como ensinar equações”, os dados oriundos estão agrupados no Quadro 8.

CATEGORIA 8	Como ensinar equações
Aluno A	Trabalharia com situações problemas, para que os alunos entendam o que é trabalhar com a igualdade. (...) quando o exercício pede “quero 30%, quanto que é 30% de 100?” aí você fala “de 100”, você tá falando que esses 30% de tal valor

	que é igual, é igual a uma igualdade, aí faz uma regrinha de 3, o mais difícil é interpretar por problemas mesmo (...) o ideal é começar com um desafio, um problema, para ele tentar resolver sozinho, assim o aluno se interessa e percebe que, às vezes, é mais simples do que ele pensava”.
Aluno B	Ensinaría por meio de jogos, como o Dominó das Equações, para depois falar sobre o conteúdo de equação.
Aluno C	[...] Equação é um tema bastante variado e pode ser trabalhado de diversas maneiras, com várias metodologias, sem ser especificamente prazer “Isso é uma equação de primeiro grau, isso é uma equação de segundo grau, aqui tem duas incógnitas!” Eu acho isso muito vago, então trazendo para o cotidiano isso traria mais significado para os alunos, até porque antigamente não tinha equação. Então a forma como eles viam isso era através da balança, então acho que é a melhor maneira de ensinar Matemática, é utilizar ela como ela era usada antes, por exemplo. Agora a gente tem muita regrinha, mas antes não tinha matematicamente escrito isso e todo mundo entendia o que era. Na hora de uma compra e venda, por exemplo, no mercado antigo, então talvez fosse uma forma interessante de ensinar o conteúdo.
Aluno D	Abordaria como resolução de problemas, e aplicava o mesmo exemplo anterior.
Aluno E	Não sei, não me vem nada em mente.
Aluno F	Por meio de situações problemas.
Aluno G	Dava para trabalhar com objetos, situações problemas... uma aula mais dinâmica, utilizando material dourado.

**Quadro 8-** Como ensinar equações

**Fonte:** Dados da pesquisa

Percebe-se que a maioria dos entrevistados conseguiu responder essa pergunta, quase todos os alunos citaram que trabalhariam com situações problemas, mas a questão não foi abordada diretamente. Apenas o Aluno E declarou que não sabia e, a partir da sua fala, supõe-se que o aluno não conseguiu relacionar o conteúdo com um exemplo do dia a dia. De modo geral, todos os alunos mostraram que não têm clareza de como ensinariam equações, mas revelaram que buscariam formas diferentes.

Observa-se que, pelo relato do Aluno C, veja que ele faz um apelo à História da Matemática. Segundo Ribeiro e Cury (2015) na Matemática dos egípcios, por meio de muitos problemas encontrados nos papiros de Rhind e de Moscou, percebe-se a presença de problemas de origem prática, com questões sobre pão, cerveja, balanceamento de rações para o gado e ave, dentre outras. Isso pode estar relacionado quando o Aluno C comenta sobre o mercado antigo ou que antes não tinha “matematicamente escrito isso e todo mundo entendia o que era”. Segundo o autor, muitos desses problemas eram resolvidos por uma equação linear com uma incógnita, nas quais os egípcios usavam de um método que, mais tarde na Europa, ficou conhecido por regra da falsa posição.

A nona categoria “Diferenças entre função e equação” é apresentada no Quadro 9.

<b>CATEGORIA 9</b>	<b>Diferenças entre função e equação</b>
Aluno A	(...) eu acho que a diferença entre função e equação é que a função ela encontra infinitos valores para $f(x)$ , agora uma equação, ela tem um valor só (...) ou mais valores, se for equação de mais graus (...) a equação... ela determina um valor para o $x$ , agora, a função não, a função varia, no caso é uma fórmula, vamos dizer assim, função seria uma fórmula e, equação seria uma igualdade.
Aluno B	[...] função a gente não tá procurando o valor de alguma coisa, na função você tem uma variável ali que você não tá procurando (...), você não tá em busca do $x$ . Explicar certinho a definição de cada uma delas eu teria que pesquisar para saber como explicar, e na função não tem uma igualdade, você tem uma regra que te leva a alguma coisa e a equação não, a equação você tem alguma coisa que é igual dos dois lados.
Aluno C	[...] função tem algumas características, por exemplo, o domínio, imagem e a equação não, então eu acho que isso difere uma da outra. Agora, para poder explicar isso para o aluno no momento eu não saberia responder.
Aluno D	Tentaria explicar que a função tem a variável dependente e independente, mas primeiramente eu iria trabalhar com os alunos a parte de equação (...) quando tem uma variável e tentamos encontrar o valor daquela variável. Já a função tem dois tipos de variáveis, a independente e a dependente, eu ensinaria o que significa cada uma, a diferença entre a variável depende e variável independente (...)
Aluno E	Falaria que função está relacionada com duas variáveis e equação uma só. Tem a questão da forma em que você escreve, por exemplo, $f(x)$ .
Aluno F	[...] uma equação é chegar a um valor para aquela equação. Uma função determina vários valores no $x$ que seria o domínio para encontrar uma imagem (...) pode ser representada em forma de gráficos e de outras formas.
Aluno G	[...] as duas são muito parecidas, mas equação é muito mais fácil do que função, equação é uma igualdade, mais simples e a função seria um conjunto só que com mais incógnitas e também que envolva igualdade.

**Quadro 9-** Diferenças entre função e equação

**Fonte:** Dados da pesquisa

De acordo com Ball (1990), Attorps (2003), Ribeiro (2007) e Barbosa (2009), suas pesquisas revelam que diversos professores de Matemática não apresentam a compreensão conceitual de questões de Matemática elementar e acabam favorecendo em suas aulas, o desenvolvimento de habilidades algorítmicas e a memorização de regras, não dando atenção ao desenvolvimento do conhecimento conceitual.

Deste modo, percebe-se que as dificuldades enfrentadas pelos alunos corroboram com as pesquisas dos autores citados acima, pois como os professores têm focado no uso de memorização e repetição de fórmulas, como modo único de aplicação dos conceitos algébricos, não dando importância à parte conceitual, isso faz com que o aluno apresente dificuldade em relacionar ou diferenciar função de equação.

Os motivos das dificuldades dos alunos também podem estar relacionados com o papel da letra em função e equação, eles confundem incógnita com variável, não sabendo diferenciá-las.

Por fim, é possível identificar as inseguranças e incertezas dos futuros professores de Matemática ao expressar suas ideias em relação a como ensinar os conteúdos de função e equação, provavelmente, devido ao conteúdo ter sido abordado de maneira não satisfatória durante a Educação Básica, ou seja, utilizando sempre o método mecânico, em que o aluno apenas reproduz aquilo que é ensinado sem ter a compreensão conceitual, apresentando lacunas. Notou-se também a dificuldade na superação do modelo de aula expositiva, mesmo com o contato da sala de aula durante os estágios supervisionados e a recomendação para o uso de novas abordagens.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os objetivos deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foram: compreender como os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Câmpus Cornélio Procópio, entendem os conceitos de função e equação; investigar como ocorre o ensino de Álgebra com relação aos conceitos de função e equação; investigar como (e se) os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática diferenciam os conceitos de função e equação.

Para tanto, levou-se em consideração os resultados obtidos a partir das entrevistas semiestruturadas realizadas com os sete alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática, os quais demonstraram que as dificuldades na compreensão dos conceitos referentes a estes assuntos estão relacionadas à maneira como o estudo de funções e equações ocorreram em sala de aula.

Percebe-se que os alunos entrevistados não se lembravam do modo como aprenderam função e equação no Ensino Médio e, alguns, nem no Ensino Superior. Quase todos os alunos indicaram dificuldades em relação aos conceitos de função e equação em algum momento de sua escolaridade.

Também analisando as respostas dos estudantes, verifica-se que alguns apresentaram dificuldade para identificar os diferentes modos de representar uma função e dar exemplos de situações que utilizam funções. A maioria só citou as representações gráfica e algébrica, e deram exemplos por meio da utilização de resolução de problema.

De modo geral, os alunos entrevistados possuem dificuldades na compreensão dos conceitos de funções e equações, tais dificuldades estão relacionadas às experiências durante a Educação Básica que mostraram que o conteúdo foi abordado de maneira insatisfatória, ou seja, sem sentido, utilizando o método mecânico, e essas dificuldades vêm acompanhando os alunos desde o Ensino Fundamental.

O ensino de função quando realizado baseado somente na memorização de algoritmos e aplicação de fórmulas faz com que os alunos não compreendam os motivos de sua utilização e apresentem dificuldades na parte conceitual de função e

equação. Algo que poderia ser feito para reverter essa situação é o trabalho e o desenvolvimento com os alunos de todas as concepções da álgebra, utilizando situações práticas e conhecimentos prévios dos alunos, para que estabeleçam significados sobre os conteúdos.

De acordo com Barrantes e Blanco (2004) as concepções dos futuros professores sobre a Matemática e de seu processo de ensino e aprendizagem tem suas origens no decorrer do seu processo formativo, quando todas as experiências que tiveram enquanto estudantes influenciaram diretamente, de modo positivo ou negativo, seus atos como futuros docentes.

Além disso, os alunos apresentam dificuldades quanto à diferenciação do papel das letras em relação ao conteúdo de função e de equação, eles confundem o papel das letras quando representam variáveis ou incógnitas. Seria importante e necessário que o momento da formação inicial de professores de Matemática pudesse favorecer reflexões e vivências sobre conceitos básicos a serem trabalhados em sala de aula, como os de função e equação. Os dados da pesquisa indicaram que muitas disciplinas exploram equação e função, mas que os futuros professores carecem de explorá-los melhor conceitualmente do que procedimentalmente.

Pode-se ressaltar que os alunos continuam não vendo sentido na aprendizagem da álgebra por lhes ser apresentada de forma descontextualizada. A álgebra ainda não tem significado para muitos alunos, que se prendem em gerar estratégias para memorizar dados e aplicar fórmulas que serão esquecidos, sem que cheguem a desenvolver o pensamento algébrico.

Por fim, os resultados desta pesquisa e uma breve revisão teórica comprovaram a necessidade de um ensino da Matemática voltado à realidade do aluno e de sua participação na construção de seus conhecimentos. No campo da formação de professores é necessária essa construção e ressignificação no momento em que chegam ao curso de licenciatura.

Concluindo, espera-se que este trabalho possa colaborar de alguma forma, para o ensino da Matemática em especial para o ensino de funções e equações. Pretende-se favorecer um momento de reflexão aos professores da Educação Básica e do Ensino Superior sobre suas práticas pedagógicas e suas metodologias

de ensino, na busca de alternativas para melhoria do ensino-aprendizagem através da Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

- ABRANTES, A.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na Educação Básica**. Lisboa. Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica, 1999.
- ALMEIDA, F. C. de P.; SCALON, J. D. **Fatores determinantes no aprendizado de funções Matemáticas**. Belo Horizonte: Unincor, 2002.
- ARAUJO, E. A. Ensino de álgebra e a formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, pp. 331-346, 2008.
- ATTORPS, I. **Imagens dos professores sobre o conceito de "equação"**. 2003. Disponível em: <<http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/kay/sovel/vk/attorps/>>. Acesso em: 07 abr. 2018.
- BALL, D. **Conhecendo o assunto e aprendendo a ensiná-lo: examinando suposições sobre como se tornar um professor de matemática**. Relatório de Pesquisa. N.C.R.T.E: 1990.
- BARRANTES, M.; BLANCO, L. J. Estudo das recordações, expectativas e concepções dos professores em formação sobre o ensino – aprendizagem da geometria. **Educação Matemática em Revista**. Ano 11/2004. nº 17 p. 29 – 39.
- BARRETO, M. M. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio**. Disponível em: <[http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitaes\\_II/modulo\\_II/pdf/funcoes.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf)>. Acesso em: 23 abr. 2018.
- BARBOSA, Y.O. **Multisignificados de Equação**: uma investigação sobre as concepções de professores de Matemática. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1997.
- BÓSCOLO A.; CASTRUCCI, B. **Matemática Curso Moderno**. 4ª Série. 2ª ed. São Paulo: FTD, 1971.
- BOURBAKI, N. **Teoria dos conjuntos**. Paris: Masson, 1990.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CALADO, J.J.G. **Compêndio de Álgebra**. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1952.

CARAÇA, B de J. **Lições de Álgebra e Análise**. vol. II. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1954.

COSTA, A. A.; DOS Anjos, A. O. **Compêndio de matemática**. Porto Editora, 1970.

COTRET, R. S. Problemático sobre a equação de problemas escritos. In: FRANCO-ITALIANO SEMINÁRIO DE DIDÁTICOS DE ÁLGEBRA, 9., 1997. **Anais...** Nice: SFIDA, 1997, p. 23 a 37.

CUNHA, A. J. **Elementos de Álgebra**. 5. ed. Lisboa: Livraria de António Maria Pereira. 1887.

DUVAL, R. Quais semióticas para a análise de atividades e produções matemáticas? **Revista Latino-americana de Investigação em Matemática Educativa**, 9 '(Extra 1), 45-82. 2006.

DOMINGOS, A. **Compreensão de conceitos matemáticos avançados - a Matemática no início do superior**. Tese de doutoramento. Lisboa: FCTUNL. 2003.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.  
FIGUEIREDO, A. **Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de Licenciatura em Matemática**. São Paulo: PUC/SP, 2007, 290p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

GAGATSI, A., MOUSOULIDES, N. E ELIA, I. São registros de representações e processos de resolução de problemas em funções compartimentadas no pensamento dos estudantes? **Revista Latino americana de Investigação em Educação Matemática**, 9 (Extra 1), 197-224, 2006.

LIMA, R. N. **Equações algébricas no Ensino Médio**: uma jornada por diferentes mundos da Matemática. São Paulo: PUC/SP, 2007, 358p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

LIMA, L. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará. Ceará, 2008.

MANZINI, E. J. **A entrevista na pesquisa social**. Didática, São Paulo, v. 26/27, p. 149-158, 1990/1991.

MANZINI, E.J. Considerações sobre a elaboração de roteiro para entrevista semi-estruturada. In: MARQUEZINE: M. C.; ALMEIDA, M. A.; OMOTE; S. (Orgs.) **Colóquios sobre pesquisa em Educação Especial**. Londrina: Eduel, 2003. p.11-25.

MEIRA, L. Aprendizagem e ensino de Funções. In: SCHLIEMANN, A. (Org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2 ed. Ampliada. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1997.

MIGUEL, A., FIORENTINI, D.; MIORIM, A. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1, pp. 39-54. 1992.

MORAES, Roque. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela Análise Textual Discursiva. **Ciência & Educação**. v. 9. n. 2. 2003.

MORAES, R. **Da noite ao dia**: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro as pesquisas sociais. (2006). Disponível em:<<http://br.groups.yahoo.com>>. Acesso em: 07 maio 2018.

NETO, M.O.T. **Uma proposta para a aprendizagem de conceitos algébricos a partir do material dourado**. Universidade do Estado do Pará. Disponível em: <[http://www.fafibe.br/revistaonline/arquivos/060-mario\\_uepa-uma\\_proposta\\_aprend\\_conc\\_alg.pdf](http://www.fafibe.br/revistaonline/arquivos/060-mario_uepa-uma_proposta_aprend_conc_alg.pdf)>. Acesso em: 07 maio de 2018.

PAIS, S.; SARAIVA, M. J.O significado das representações da função afim para alunos do8º ano de escolaridade. **Quadrante**, Vol. XX, nº 2, pp. 17-55. Lisboa: APM, 2011.

PIRES, C. C., CURI, E, PIETROPAOLO, R. **Educação Matemática: 6ª série**. São Paulo: Atual, 2002.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC) do Ministério da Educação de Portugal, 2009.

PONTE, J. P. A história do conceito de função e algumas implicações educacionais. **A Matemática Educadora**, v. 3, n. 2, p. 3-8, 1992.

RIBEIRO, A.J. **Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática**: contribuições de um estudo epistemológico. 2007. 141p. (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2007.

RIBEIRO A. J.; CURY H. N. **Álgebra para formação do professor**: Explorando os conceitos de equação e de função. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. Coleção Tendências em Educação Matemática.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2006.

SAJKA, M. A compreensão de um estudante do ensino médio sobre o conceito de função- um estudo de caso. **Estudos Educacionais em Matemática** 53, pp. 229-254.2003.

SANGIORGI, O. **Matemática Curso Ginásial**. 3ª Série. 77ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1967.

SARAIVA, M.J.; TEIXEIRA, A.M. Compreensão da função dos alunos do ensino médio por meio de tarefas exploratórias e investigativas. **Quaderni di Ricerca em Didattica**, suplemento n ° 4 al n ° 19, pp. 74-83. Itália: Palermo. (ISSN on-line 1592-4424).2009.

SCARLASSARI, N.T.; MOURA, A.R.L. **Dificuldades em álgebra**: Tradução Literal. 2005. Disponível em:<<https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/c4.pdf>>. Acesso em: 23 mai. 2018.

TINOCO, L. A. A. (coord) – **Álgebra**: pensar, calcular, comunicar, Instituto de Matemática, UFRJ, Projeto Fundão, Rio de Janeiro, 2011.

TRINDADE, J. A. de O.; MORETTI M. T. Uma relação entre a teoria histórico cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação. **Zetetiké**, Campinas, v.8, no. 13/14, p. 29-50, 2000.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. SHULTE, Albert P. (Org.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual Editora, 1994. p. 9-22.

ZANETTE, M. S. Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil. **EDUCAR EM REVISTA**, v. 33, p. 149-166, 2017.

ZUFFI, E.M., Alguns Aspectos do Desenvolvimento Histórico do Conceito de Função. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, n. 9/10, p. 10-16, abril 2001.

**APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido****TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Eu, \_\_\_\_\_ portador(a) do RG nº \_\_\_\_\_, residente à Rua (Av.) \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_, na cidade de \_\_\_\_\_ Estado \_\_\_\_\_ concordo em participar da pesquisa cujo tema é: **Entendimento de futuros professores de matemática sobre os conceitos de função e equação**, realizada por **Amanda da Silva Ferreira**, sob a orientação do Profa. Dra. Andresa Maria Justulin. A pesquisa tem por objetivos compreender como os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática entendem os conceitos de função e equação; Investigar como ocorre o ensino de Álgebra com relação aos conceitos de função e equação; Investigar como (e se) os alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática diferenciam os conceitos de função e equação. Fui orientado (a) que os dados obtidos através dos questionários e da entrevista semiestruturada sobre álgebra serão utilizados com finalidade de pesquisa e sem identificação ou citação nominal.

Estou ciente de que minha participação é voluntária.

Cornélio Procópio, junho de 2018.

---

Assinatura do Responsável

## **APÊNDICE B – Roteiro de entrevista semiestruturada**

### **Roteiro de entrevista semiestruturada**

- Informações sobre o trabalho que está sendo realizado.
- Garantia de sigilo e anonimato ao entrevistado.
- Pedido de permissão para entrevista e para gravação da mesma.
- Assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido

#### ***Primeira etapa: Dados pessoais***

1. Idade: (Qual a sua idade?)
2. Que escola estudou durante a Educação Básica?
3. Coursou outra graduação anteriormente?
4. Como se deu a escolha pelo curso?

#### ***Segunda etapa: Álgebra***

##### **Parte 1: Funções**

- Como você aprendeu função no Ensino Médio? E no Ensino Superior?
- Conte como foram suas aulas e (se lembrar) diga em quais disciplinas.
- O que você entende por função?
- Em que situações você utiliza funções?
- Quais os diferentes tipos de representação de uma função podem ser utilizados?
- Se você tivesse que ensinar funções, como gostaria de abordar o tema?

## Parte 2: Equações

- Como você aprendeu equação no Ensino Médio? E no Ensino Superior?
- Conte como foram suas aulas e (se lembrar) diga em quais disciplinas.
- O que você entende por equação? (**Caso o entrevistado não consiga dizer, peça um exemplo**).
- Em que situações você utiliza equações? (**Caso o entrevistado não consiga dizer, sugira que ele apresente um problema**).
- Se você tivesse que ensinar equação, como gostaria de abordar o tema? (**Não indique o tipo de equação, deixe em aberto**).

## Parte Final:

- Se você tivesse que explicar para um aluno a diferença entre função e equação, como você faria?
- Agradecer pela participação.