

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANGELO CAMPANA NETO  
GABRIEL AGUIAR DE CASTRO

**ANÁLISE DE MECANISMO PARALELO PLANO COM JUNTAS  
FLEXÍVEIS PARA PROJETO ÓTIMO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2017

ANGELO CAMPANA NETO  
GABRIEL AGUIAR DE CASTRO

**ANÁLISE DE MECANISMO PARALELO PLANO COM JUNTAS  
FLEXÍVEIS PARA PROJETO ÓTIMO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

Orientador: Prof. Dr. Fabian Andres Lara-Molina

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2017

# **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Angelo Campana Neto**

**Análise de mecanismo paralelo plano com juntas flexíveis para projeto ótimo**

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 13:30hs do dia 02/06/2017, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi

---

Prof. Dr. Adriano Silva Borges

---

Prof. Me. José Aparecido Júnior

Dedicamos este trabalho às nossas famílias e aos nossos amigos que nos incentivaram e apoiaram em todos os momentos da graduação, aos nossos professores que sempre estiveram dispostos a ensinar e transmitir conhecimento.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos aos nossos familiares por todo o apoio e incentivo que nos foi dado no período de graduação, aos nossos amigos e colegas de classe, que estiveram presentes nos momentos marcantes, participando e colaborando para o nosso crescimento. Agradecemos também ao nosso orientador Prof. Dr. Fabian Andres Lara-Molina, que nos deu a oportunidade de pesquisar a fundo sobre o nosso tema e que sempre esteve disposto a nos auxiliar. Agradecemos também aos nossos professores da graduação, que transmitiram seus conhecimentos e fizeram parte de todo o nosso aprendizado.

“Eu acredito demais na sorte, e tenho constatado que, quanto mais duro eu trabalho, mais sorte eu tenho”.

(Coleman Cox)

## RESUMO

CAMPANA NETO, A.; CASTRO, G. A. Análise de mecanismo paralelo plano com juntas flexíveis para projeto ótimo. 2017. 36 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

Neste trabalho propõe-se a análise de um mecanismo paralelo plano com juntas flexíveis para projeto ótimo. Especificamente, será analisado um mecanismo de 5 barras e 2 Graus de Liberdade através da análise de critérios de projeto e desempenho, bem como a modelagem dinâmica e cinemática, e índices de performances dinâmica e elastodinâmica. Para essa análise, será realizada a modelagem matemática do mecanismo, e então, um modelo computacional será utilizado para obter os índices de desempenho. Por fim, obteve-se as melhores combinações de posições e comprimentos adimensionais para as barras de maneira a ter um maior desempenho do mecanismo, esses resultados foram considerados satisfatórios, comprovando a necessidade do estudo sobre os índices abordados nesse trabalho.

**Palavras-chave:** Mecanismo paralelo plano. Critérios de projeto. Modelagem cinemática e dinâmica. Modelagem computacional. Índices de desempenho.

## ABSTRACT

CAMPANA NETO, A.; CASTRO, G. A. Analysis of a planar parallel mechanism with flexible joints for an optimum design. 2017. 36 f. Final Paper (Bachelor of Mechanical Engineering) – Federal Technological University of Parana. Cornélio Procópio, 2017.

This work proposes an analysis of a planar parallel mechanism with flexible joints for an optimum design. Therefore, it will be used a parallel mechanism with 5 links and 2 degrees of freedom. The analysis will consider the kinematic, dynamic and workspace model of the mechanism to simulate and achieve a performance index (considering dynamic performance and elastodynamic performance) for several design variables. For this analysis, will be fulfilled the mathematical modeling of the mechanism, thus, a computational model will be made to evaluate the performance indexes. At last, it will be verified the parameters to obtain the best performances possible of the mechanism, those results were considered satisfactory proving the need to study the indexes evaluated in this work.

**Keywords:** Planar parallel mechanism. Design Criterias. Kinematic and Dynamic modeling. Computational Modeling. Performance indexes.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1: Modelo do Mecanismo Paralelo de Cinco Barras .....          | 10 |
| Figura 2: Mecanismo Paralelo Plano.....                               | 15 |
| Figura 3: Espaço de Trabalho Utilizável.....                          | 18 |
| Figura 4: Espaço de Projeto Utilizável.....                           | 19 |
| Figura 5: Corte Virtual para Análise Dinâmica.....                    | 21 |
| Figura 6: Análise de Desempenho Dinâmico .....                        | 30 |
| Figura 7: Espaço de Projeto e Atlas de Destreza Dinâmica Global ..... | 31 |
| Figura 8: Análise de Desempenho Elastodinâmico .....                  | 32 |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....   | <b>9</b>  |
| 1.1 Objetivos.....  | 11        |
| <b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....                                | <b>12</b> |
| 2.1 Mecanismos.....   | 12        |
| 2.2 Análise cinemática e dinâmica .....                             | 13        |
| 2.3 Espaço de trabalho .....  | 13        |
| 2.4 Projeto Ótimo de um Mecanismo .....                             | 14        |
| 2.5 Índices de Desempenho .....                                     | 14        |
| <b>3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO MANIPULADOR</b> .....                  | <b>15</b> |
| 3.1 Modelo Cinemático .....   | 16        |
| 3.2 Espaço de Trabalho .....  | 17        |
| 3.3 Espaço de Projeto.....  | 18        |
| 3.4 Modelo Dinâmico .....   | 19        |
| 3.5 Dinâmica da Cadeia Cinemática .....                             | 20        |
| <b>4 ÍNDICES DE DESEMPENHO</b> .....                                | <b>24</b> |
| 4.1 O processo do projeto do mecanismo.....                         | 24        |
| 4.2 Análise de índice de desempenho local baseado na dinâmica ..... | 27        |
| 4.3 Índices de desempenho elastodinâmicos .....                     | 28        |
| 4.4 Atlas de índices de desempenho.....                             | 29        |
| <b>5 RESULTADOS</b> .....   | <b>30</b> |
| 5.1 Desempenho dinâmico .....                                       | 30        |
| 5.2 Desempenho elastodinâmico.....                                  | 32        |
| <b>6 CONCLUSÃO</b> .....  | <b>34</b> |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....  | <b>35</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Durante a Revolução Industrial, mecanismos para a conversão de movimento rotativo em movimento linear foram amplamente adotados em aplicações industriais e de mineração, locomotivas e dispositivos de medição. Tais dispositivos tinham de combinar mecanismos simples com um alto grau de precisão e a capacidade de operar em alta velocidade por longos períodos de tempo (GIBSON, 1998). O mecanismo de quatro barras de Watt, inventado pelo engenheiro escocês James Watt, em 1784, foi um dos pioneiros nesse ramo. Seu mecanismo é utilizado no eixo traseiro da suspensão de alguns veículos para impedir movimento lateral relativo entre o eixo e o chassi do carro.

O estudo de mecanismos está se tornando cada dia mais comum devido às inúmeras formas e aplicações em que podem ser utilizados, como robôs humanoides, robôs de uso médico, posicionadores de ferramentas ou peças em centros de usinagem não convencionais, por exemplo. Além disso, os mecanismos paralelos também são empregados como simuladores de vôo para treinamento de pilotos ou entretenimento em centros de lazer (CORRÊA JR, 2003).

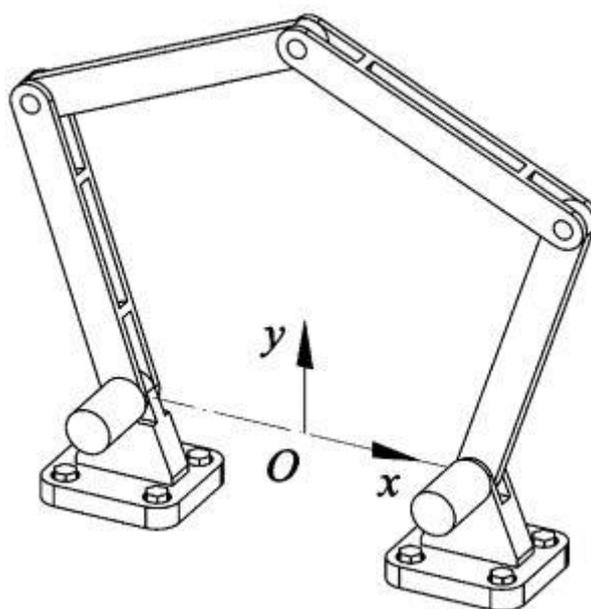
Quando utilizados em manipuladores e máquinas ferramentas, os mecanismos de cinemática paralela apresentam desempenho superior aos mecanismos de cinemática serial, como os utilizados braços robóticos, pois os de cinemática serial apresentam deficiências com relação à rigidez estrutural, capacidade de carga e precisão de posicionamento, enquanto que os mecanismos paralelos são mais rígidos, precisos e com maiores capacidades de carga, possibilitando a construção de máquinas mais leves. Além disso, quando utilizados como posicionadores em máquinas-ferramenta, são capazes de produzir peças com geometrias altamente complexas, as quais seriam de difícil produção em máquinas convencionais ou CNC.

Quando se fala em mecanismos paralelos, para cada mecanismo têm-se várias barras, sendo que o comprimento das barras pode variar de zero a infinito, assim, têm-se infinitas possíveis combinações de barras e seus comprimentos. Para aplicar um mecanismo específico em prática, é comum que os comprimentos das barras sejam determinados com relação à aplicação desejada ao mecanismo, assim, pode-se chamar esta definição de projeto ótimo (LIU, 2006). Além disso, um estudo de critérios de desempenho e análise de vibrações é interessante para alcançar uma

modelagem com melhor índice de desempenho global, a fim de obter um mecanismo atendendo às necessidades de projeto, assim, esse trabalho tem o objetivo de identificar o desempenho para variados critérios, como por exemplo, cada possível tamanho de barra, criando ao final um índice (ou atlas) que mostraria as diferenças quando utiliza-se diferentes tamanhos.

O mecanismo de cinco barras é um mecanismo paralelo com dois graus de liberdade, que pode ser usado para posicionar um ponto em uma região de um plano que é conhecido como o espaço de trabalho (LIU, 2006). As barras são ligadas de extremidade a extremidade por cinco articulações de rotação, duas das quais ligadas à base são acionadas. O modelo desse mecanismo pode ser visto na figura a seguir.

**Figura 1: Modelo do Mecanismo Paralelo de Cinco Barras**



**Fonte: Adaptado de Liu (2006, p. 148).**

Tal mecanismo com uma estrutura simétrica atraiu muitos pesquisadores, que investigaram a sua análise de posição, espaço de trabalho, modos de montagem, singularidade, atlas de desempenho e projeto cinemático. Além disso, o mecanismo simétrico tem sido aplicado no desenvolvimento do mecanismo MELFA série RP na Mitsubishi Electric Corporation.

Primeiramente deve-se entender e formular um modelo dinâmico do mecanismo paralelo plano de cinco barras e juntas flexíveis. Ao obter-se a formulação matemática do modelo dinâmico será elaborado um modelo

computacional para simulações e avaliação dos critérios de desempenho dinâmico e elastodinâmico do mecanismo. Os dados simulados serão então analisados em função das variáveis do projeto, ou seja, os comprimentos das barras, e nosso torque de entrada que alterará os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , e com a variação dessas, será possível analisar qual a melhor configuração possível para o projeto.

Assim, esse trabalho será dividido da seguinte maneira: através de uma revisão bibliográfica de trabalhos relacionados ao tema será realizada uma fundamentação teórica, em seguida, será feito a modelagem matemática do mecanismo paralelo plano com juntas flexíveis, para depois utilizar esse modelo para simulações computacionais com o objetivo de analisar índices de desempenhos dinâmicos, elastodinâmicos e espaço de projeto. Finalmente, será feita uma análise com base nos resultados obtidos nas simulações, a fim de otimizar o mecanismo nos critérios desses índices.

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo geral**

Esse trabalho tem como objetivo geral apresentar um estudo de um mecanismo paralelo plano com juntas flexíveis para projeto ótimo com base na simulação computacional.

### **1.1.2 Objetivos específicos**

Como objetivo específico, esse trabalho pretende:

- Formular a modelagem matemática do mecanismo que abrange o modelo cinemático, dinâmico, espaço de projeto e espaço de trabalho.
- Implementar no software Matlab a simulação dos modelos e suas restrições para obter um índice de desempenho de acordo com as variáveis de projeto
- Analisar os resultados obtidos com a simulação, sendo estes os índices de desempenho dinâmico e elastodinâmico.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Mecanismos

Mecanismos podem ser definidos como uma combinação de corpos rígidos conectados de modo que se movam um em relação ao outro com movimento relativo definido (REULEAUX, 1875). Eles foram inventados para realizar trabalhos repetitivos, com maior precisão, força e velocidade do que o trabalho manual realizado pelo homem.

Mecanismos podem ser classificados em dois tipos, são eles o mecanismo serial e o paralelo. O mecanismo serial é aquele que possui uma cadeia cinemática aberta com início e fim, com uma extremidade fixa em uma base e a outra com uma ferramenta para realizar o trabalho. Diferente do mecanismo paralelo, que possui uma cadeia cinemática fechada, ou, várias cadeias cinemáticas conectadas a um ponto comum.

Merlet (2000) define a estrutura cinemática paralela como um mecanismo de cadeia fechada em que o órgão terminal encontra-se conectada a uma base fixa por, pelo menos, duas cadeias cinemáticas independentes.

Liu (2006) apresenta em seu trabalho a análise de mecanismos paralelos planos, onde uma análise realizada da maneira correta pode ajudar a fornecer um modelo com maior precisão e parâmetros bem dimensionados, e dessa forma, é realizado um estudo sobre alguns parâmetros de projeto de um mecanismo, como cinemática, singularidades, destrezas, precisão e rigidez, aplicados em um mecanismo paralelo plano 5R.

Dung Le (2012) em seu artigo analisa os modos de controle de um mecanismo paralelo plano deslizante de dois graus de liberdade para um modo de controle onde não haja trepidação. Para isso, ele faz uma modelagem dinâmica do mecanismo, além de análises de incertezas da modelagem, incertezas de fricção e distúrbios externos.

Angeles (2008) analisa em seu capítulo os critérios de projeto e análise de desempenho de mecanismos, desde critérios de espaço de trabalho, índices dinâmicos e outros medidores de desempenho, tais como desempenho elastoestático e elastodinâmico.

Lara Molina, Koroishi & Bolzon (2016) fazem uma análise estocástica do mecanismo, ou seja, como a incerteza de alguns parâmetros podem influenciar o desempenho de um mecanismo paralelo plano, assim, são modelados os parâmetros de incertezas como variáveis randômicas que são aplicadas ao modelo cinemático do mecanismo, onde, para a obtenção da resposta do modelo matemático, é utilizada a simulação de Monte Carlo, e por fim, é feito a análise desse mecanismo.

## **2.2 Análise cinemática e dinâmica**

A análise cinemática é importante porque avalia os deslocamentos e as velocidades do mecanismo. A análise cinemática pode ser direta ou inversa. Na cinemática direta as coordenadas das juntas ativas são conhecidas e propõe-se determinar as coordenadas da junta terminal. Na cinemática inversa acontece o contrário, a posição da junta terminal é conhecida e propõe-se determinar as coordenadas das juntas ativas.

Na cinemática inversa verifica-se que as equações são não-lineares e independentes, enquanto que na cinemática direta as equações são não-lineares e dependentes, o que torna a cinemática direta mais complexa de se encontrar a solução para os mecanismos paralelos. (Coelho, 2005).

Em um mecanismo existem forças e momentos atuantes, como por exemplo, a força gravitacional, as forças e torques dos atuadores, o momento de inércia, o comprimento das barras, o atrito e as vibrações.

A finalidade da análise dinâmica é calcular as forças e momentos internos do mecanismo, para que se possa dimensionar as suas peças adequadamente, tendo como conhecidas as forças e os momentos aplicados no mecanismo.

## **2.3 Espaço de trabalho**

O espaço de trabalho basicamente é o espaço no qual o órgão terminal do mecanismo pode alcançar (TSAI, 1999). O espaço de trabalho teórico é a região que o ponto efetor de saída pode atingir quando  $\theta_i$  varia de 0 a  $2\pi$  sem considerar

as interferências entre as barras e as singularidades que podem ocorrer nesse espaço.

Para uma análise aproximada a um modelo real é definido um espaço de trabalho usável, que é definido pelo máximo espaço de trabalho contínuo que não contém singularidades, ou seja, os limites do espaço de trabalho usável serão as singularidades mais próximas. Dessa forma, nos limites do espaço de trabalho usável, não seria possível em um mecanismo real, mas para todos os outros espaços dentro desse limite, o mecanismo especificado pode se mover livremente (LIU, 2006).

## **2.4 Projeto Ótimo de um Mecanismo**

Como definido anteriormente, um mecanismo paralelo plano pode ter o seu desempenho analisado não apenas com relação ao posicionamento de cada barra, como também com o comprimento das barras. Dessa forma, em um mecanismo podemos ter tamanhos variando de zero a infinito, assim como também podemos ter mecanismos com diversas barras, adquirindo assim infinitas possibilidades. Para um projeto, primeiramente devemos definir o tamanho das barras de acordo com a aplicação desejada pelo mecanismo, chamando assim, de projeto ótimo (LIU, 2006).

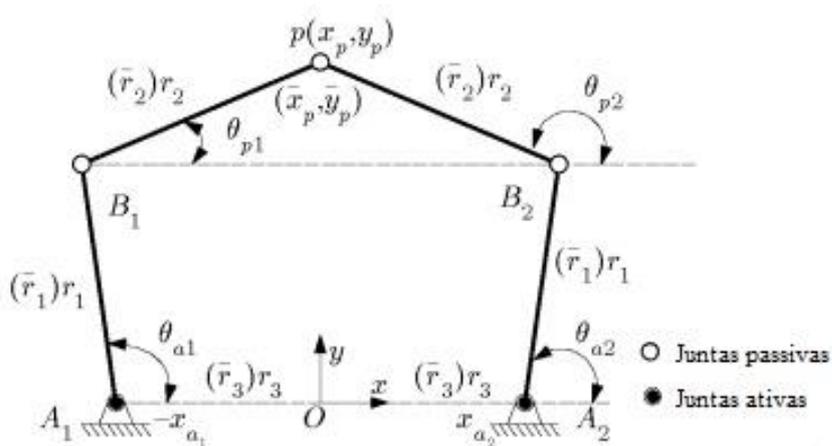
## **2.5 Índices de Desempenho**

Tendo em vista as aplicações citadas anteriormente, para um mecanismo prático eficiente e de boa utilização, devemos ter o melhor projeto possível, dessa forma, alguns fatores podem ser utilizados para alcançar um desempenho desejado (Angeles & Park, 2008). Nesse trabalho, serão definidos índices de desempenho para analisar os mecanismos, sendo estes baseados nos desempenhos dinâmico e elastodinâmico do mecanismo.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO MANIPULADOR

Para a modelagem matemática do sistema, deve-se analisar o modelo cinemático e dinâmico do mecanismo. Para isso, é preciso considerar o mecanismo paralelo plano com 2 Graus de Liberdade (GdL) com duas cadeias cinemáticas. Para cada cadeia há 1 junta ativa e 1 passiva, chamadas respectivamente por  $A_i$  e  $B_i$ , para  $i=1; 2$ , e duas barras rígidas, com a geometria definida na Figura 2. Define-se pela imagem as posições nas coordenadas cartesianas das juntas ativas, passivas e o atuador (ponto de saída).

Figura 2: Mecanismo Paralelo Plano



Fonte: Adaptado de Liu (2006, p. 148).

As juntas ativas são rotacionais e estão localizadas nas coordenadas cartesianas  $(X_{ai}; 0)^T$ , para  $i = 1; 2$ , e nelas considera-se a flexibilidade, que é modelada mediante uma mola de torção elástica  $k_i$  que acopla os rotores do motor com as barras.

Definido que o mecanismo é simétrico, e considerando que a gravidade atua perpendicularmente ao plano  $xy$ , o comprimento das barras é definido por  $\bar{r}_1$ ,  $\bar{r}_2$  e  $\bar{r}_3$ , sendo que os mesmos estão entre 0 e infinito, e o comprimento dimensional é eliminado para estabelecer o espaço de projeto. Nesse mecanismo podemos ter infinitos tamanhos e posições das barras, dessa forma, nosso espaço de projeto é definido de acordo com as necessidades de nossa aplicação. Assim sendo, o espaço de projeto contempla todas as possibilidades de tamanho das barras, então plota-se um gráfico para analisar o desempenho desejado.

Devido à dificuldade de analisar infinitos tamanhos, deve-se eliminar o tamanho físico das barras, tendo assim:

$$D = (\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3)/3 \quad (1)$$

$$r_1 = \bar{r}_1/D \quad r_2 = \bar{r}_2/D \quad r_3 = \bar{r}_3/D \quad (2)$$

Logo,

$$r_1 + r_2 + r_3 = 3 \quad (3)$$

E para o atuador, teremos as coordenadas adimensionais como:

$$x_p = \bar{x}_p/D \quad y_p = \bar{y}_p/D \quad (4)$$

### 3.1 Modelo Cinemático

Para definir o modelo cinemático (LIU, 2006), utiliza-se o plano cartesiano definido na Figura 2. Têm-se que a posição do atuador é  $p = [x_p \ y_p]^T$ , e a posição das juntas  $B_i$  é respectivamente,  $b_1 = [r_1 \cos(\theta_{a1}) - r_3 \quad r_1 \sin(\theta_{a1})]^T$  e  $b_2 = [r_1 \cos(\theta_{a2}) + r_3 \quad r_1 \sin(\theta_{a2})]^T$ . A cinemática inversa é resolvida com a equação de restrição  $|b_i p| = r_2$ , assim:

$$(x_p - r_1 \cos(\theta_{a1}) + r_3)^2 + (y_p - r_1 \sin(\theta_{a1}))^2 = r_2^2 \quad (5)$$

$$(x_p - r_1 \cos(\theta_{a2}) - r_3)^2 + (y_p - r_1 \sin(\theta_{a2}))^2 = r_2^2 \quad (6)$$

Derivando as equações (5) e (6) em função do tempo e as escrevendo na forma de uma matriz  $\mathbf{A}\dot{\theta} = \mathbf{B}\dot{p}$ , onde  $\dot{p} = [\dot{x}_p \ \dot{y}_p]^T$ ,  $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_{a1} \ \dot{\theta}_{a2}]^T$  e as matrizes  $2 \times 2$   $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ , onde  $c = \cos$  e  $s = \sin$ , com  $i=1,2$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} y_p c_{a1} - (x_p + r_3) s_{a1} & 0 \\ 0 & y_p c_{a2} - (r_3 + x_p) s_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_p + r_3 - r_1 c_{a1} & y_p - r_1 s_{a1} \\ x_p - r_3 - r_1 c_{a2} & y_p - r_1 s_{a2} \end{bmatrix}$$

Podemos expressar a matriz Jacobiana como:

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (7)$$

### 3.2 Espaço de Trabalho

Para definir o modelo cinemático, deve-se analisar o espaço de trabalho do mecanismo. No projeto do mecanismo paralelo plano, o Círculo Máximo Inscrito (MIC) é um parâmetro de projeto muito útil para avaliar o espaço de trabalho que será utilizado. A máxima área de trabalho inscrita (MIW) é tida como uma área delimitada pelo MIC.

Como analisado em demais trabalhos (LIU, 2006), o espaço de trabalho real é diferente do espaço de trabalho teórico, devido à presença de singularidades. Por isso, o espaço de trabalho real será definido através do tamanho das barras do projeto, onde  $r_1$  e  $r_3$  influenciam no MIC.

A MIC é caracterizada pela expressão:

$$x^2 + (y - y_{MIC})^2 = r_{MIC}^2 \quad (8)$$

Onde  $r_{MIC}$  é o raio e  $(0, y_{MIC})$  é o centro. Para os casos onde  $r_1 + r_3 < r_2$ , o MIC é definido por:

$$r_{MIC} = (r_1 + r_2 - |r_1 - r_2|)/2 \quad (9)$$

$$y_{MIC} = \sqrt{(r_1 + r_2 - |r_1 - r_2|)^2/4 - r_3^2} \quad (10)$$

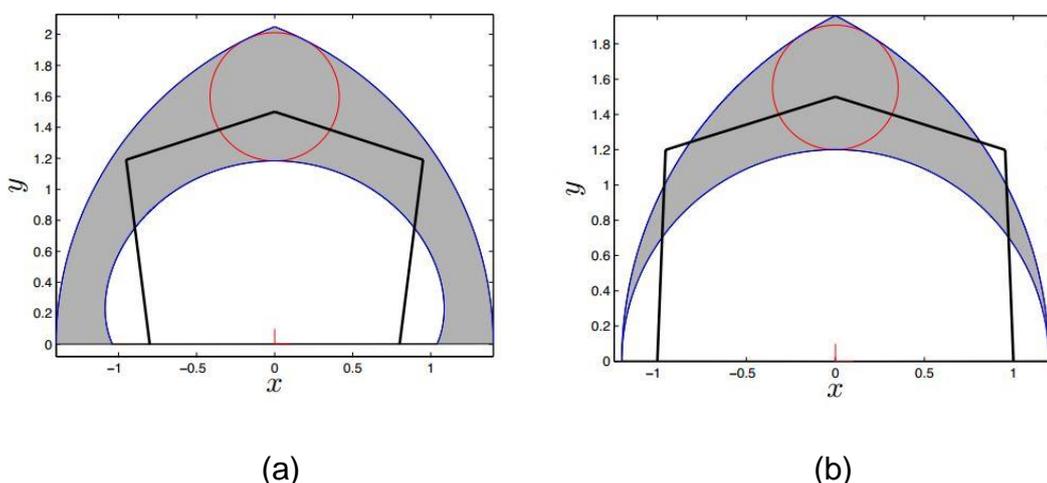
Para os casos onde  $r_1 + r_3 > r_2$ , o raio e o centro do MIC é definido por:

$$r_{MIC} = |y_{MIC}| - y_{col} \quad (11)$$

$$y_{MIC} = \frac{(r_1 + r_2 + y_{col})^2 - r_3^2}{2(r_1 + r_2 + y_{col})} \quad (12)$$

Com  $y_{col} = \sqrt{r_1^2 - (r_2 - r_3)^2}$ . A figura 3 mostra a área de trabalho para dois conjuntos diferentes de comprimentos não dimensionais da ligação do mecanismo. Fig. 3 (a) apresenta o espaço de trabalho utilizável e MIW para  $r_1 = 1,2$ ,  $r_2 = 1$  e  $r_3 = 0,8$  e a Fig. 3 (b) apresenta o espaço de trabalho utilizável e MIW para  $r_1 = 1,2$ ,  $r_2 = 0,8$  e  $r_3 = 1$ . Pode-se observar nesses dois casos que a MIW depende da definição do comprimento das barras.

**Figura 3: Espaço de Trabalho Utilizável**



Fonte: Adaptado de Lara-Molina (2016).

### 3.3 Espaço de Projeto

Para um projeto ótimo de um mecanismo paralelo plano, é necessária a análise para cada possível comprimento de barra para o seu desempenho. O espaço de projeto abrange todas as possíveis combinações das dimensões das barras e os índices de desempenho correspondentes.

O comprimento não dimensional das barras foi anteriormente descrito pelas equações (1) e (2).

Teoricamente,  $0 < r_i < 3$ , mesmo assim, o comprimento não dimensional das barras está restrito para evitar uma falha na montagem do mecanismo após uma análise no espaço de trabalho e nas singularidades (Liu, 2006), então:

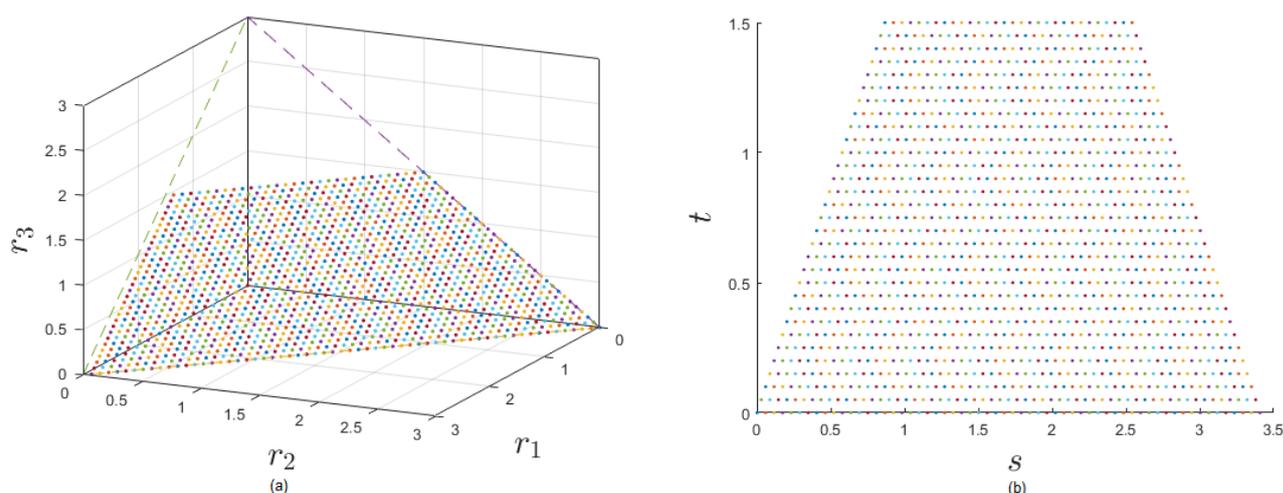
$$0 < r_1, r_2 < 3 \text{ e } 0 \leq r_3 \leq 1,5 \quad (13)$$

Com base na equação (2) e nas restrições da equação (13), o espaço de projeto é definido como um trapézio mostrado na figura 4(a). Adicionalmente, uma configuração planar (figura 4(b)) é definida com base em duas coordenadas ortogonais  $s$  e  $t$ , com:

$$s = \frac{2r_1}{\sqrt{3}} + \frac{r_3}{\sqrt{3}} \quad (14)$$

$$t = r_3 \quad (15)$$

**Figura 4: Espaço de Projeto Utilizável**



Fonte: Autoria própria.

### 3.4 Modelo Dinâmico

A fim de formular o modelo dinâmico completo do mecanismo, é analisada a dinâmica de cada cadeia cinemática e a flexibilidade da articulação ativa separadamente. Para essa análise, considera-se como duas cadeias cinemáticas em série, e que todas as juntas passivas são virtualmente atuadas. Então, é aplicado as restrições do mecanismo à dinâmica de ambas as cadeias cinemáticas para obter a dinâmica total do mecanismo.

Considerando os parâmetros utilizados, a massa das barras e a rigidez das articulações são definidas como parâmetros adimensionais a fim de avaliar o desempenho dinâmico e elastodinâmico. Portanto, nota-se que:

$$m_t = (\bar{m}_{1i} + \bar{m}_{2i})/2 \text{ e } k_t = (\bar{k}_1 + \bar{k}_2)/2 \quad (16)$$

Assim, as massas e rigidezes adimensionais são:

$$m_{1i} = \bar{m}_{1i}/m_t \quad m_{2i} = \bar{m}_{2i}/m_t \quad m_{1i} + m_{2i} = 2 \quad (17)$$

$$k_1 = \frac{\bar{k}_{1i}}{k_t} \quad k_2 = \frac{\bar{k}_{2i}}{k_t} \quad k_1 + k_2 = 2 \quad (18)$$

E o momento de inércia e o centro de massa das barras são definidos em função desses valores adimensionais:

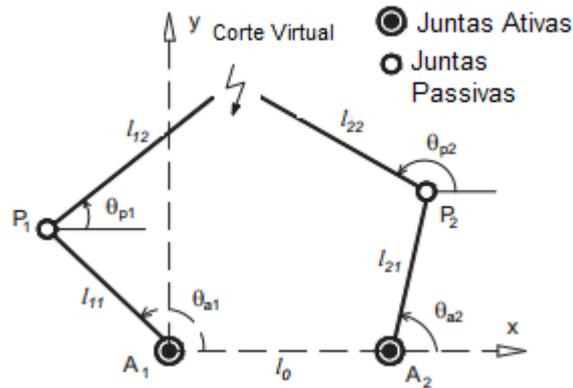
$$d_{1i} = r_1/2 \quad d_{2i} = r_2/2 \quad (19)$$

$$I_{z1i} = \frac{1}{12} m_1 r_1^2 \quad I_{z2i} = \frac{1}{12} m_2 r_2^2 \quad (20)$$

### 3.5 Dinâmica da Cadeia Cinemática

A equação dinâmica de mecanismos pode ser obtida de diversas maneiras, neste trabalho utilizaremos a formulação de Lagrange, apresentada na Eq. (21), que será aplicada ao mecanismo descrito acima, considerando duas cadeias cinemáticas seriais, como na Figura 5. Esta abordagem toma em conta as energias cinéticas e potenciais do mecanismo (LE, 2013).

Figura 5: Corte Virtual para Análise Dinâmica



Fonte: Adaptado de Dung Le (2012).

Assim, temos:

$$\tau_i - f_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_i}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L_i}{\partial \theta_i} \quad (21)$$

onde  $\tau_i = (\tau_{ai}, \tau_{pi})^T$  é o vetor do torque da junta,  $f_i = (f_{ai}, f_{pi})^T$  é o vetor do atrito das juntas ativas e passivas,  $\theta_i = (\theta_{ai}, \theta_{pi})^T$  é o vetor das juntas para cada  $i$ -th cadeia cinemática. Além disso,  $L_i$  é a formulação de Lagrange definida por:

$$L_i = K_i + P_i \quad (22)$$

com  $K_i$  e  $P_i$  sendo a energia cinemática e potencial, respectivamente. À medida que a gravidade atua na direção do eixo -z, a energia potencial leva em conta a energia potencial elástica da articulação ativa, assim:

$$P_i = \frac{1}{2} k_i (\theta_{ai} - \theta_{mi})^2 \quad (23)$$

A energia cinética total é  $K_i = K_{1i} + K_{2i}$ , onde  $K_{1i}$  e  $K_{2i}$  representam a energia cinética da primeira e da segunda barra da  $i$ -n cadeia cinemática, respectivamente assim:

$$K_{1i} = \frac{1}{2}I_{z1i}\dot{\theta}_{ai}^2 + \frac{1}{2}m_{1i}(\dot{x}_{c1i}^2 + \dot{y}_{c1i}^2) \quad (24)$$

$$K_{2i} = \frac{1}{2}I_{z2i}\dot{\theta}_{pi}^2 + \frac{1}{2}m_{2i}(\dot{x}_{c2i}^2 + \dot{y}_{c2i}^2) \quad (25)$$

$m_{1i}$  e  $m_{2i}$  são as massas,  $I_{z1i}$  e  $I_{z2i}$  são os momentos de inércia das barras para cada  $i - n$  cadeia cinemática.

Adicionalmente,  $(x_{c1i}, y_{c1i})^T$  e  $(x_{c2i}, y_{c2i})^T$  são as posições cartesianas do centro de massa de cada barra que são definidos por:

$$\begin{aligned} x_{c1i} &= d_{1i}\cos\theta_{ai} & y_{c1i} &= d_{1i}\sen\theta_{ai} \\ x_{c2i} &= r_1\cos\theta_{ai} + d_{2i}\cos\theta_{pi} & y_{c2i} &= r_1\sen\theta_{ai} + d_{2i}\sen\theta_{pi} \end{aligned} \quad (26)$$

Substituindo as relações anteriores na eq. de Lagrange obtém-se:

$$L_i = \frac{1}{2}\dot{\theta}_{ai}^2\alpha_i + \frac{1}{2}\dot{\theta}_{pi}^2\beta_i + \gamma_i\dot{\theta}_{ai}\dot{\theta}_{pi}\cos(\theta_{pi} - \theta_{ai}) - \dots - \frac{1}{2}k_i(\theta_{ai} - \theta_{mi})^2 \quad (27)$$

onde  $\alpha_i = I_{z1i} + m_{1i}d_{1i}^2 + m_{2i}r_1^2$ ,  $\beta_i = I_{z2i} + m_{2i}d_{2i}^2$  e  $\gamma_i = m_{2i}r_1d_{2i}$ .

A dinâmica de cada  $i - n$  cadeia cinemática é obtida substituindo a eq. acima para a formulação de Lagrange da eq. (21), assim:

$$\boldsymbol{\tau}_i - \mathbf{f}_i = \mathbf{M}_i(\boldsymbol{\theta}_i)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_i + \mathbf{C}_i(\boldsymbol{\theta}_i, \dot{\boldsymbol{\theta}}_i)\dot{\boldsymbol{\theta}}_i + \mathbf{f}_{ki} \quad (28)$$

Onde

$$\mathbf{M}_i(\boldsymbol{\theta}_i) = \begin{bmatrix} \alpha_i & \gamma_i\cos(\theta_{ai} - \theta_{pi}) \\ \gamma_i\cos(\theta_{ai} - \theta_{pi}) & \beta_i \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{C}_i(\boldsymbol{\theta}_i, \dot{\boldsymbol{\theta}}_i) = \begin{bmatrix} 0 & \gamma_i\dot{\theta}_{pi}\sen(\theta_{ai} - \theta_{pi}) \\ -\gamma_i\dot{\theta}_{ai}\sen(\theta_{ai} - \theta_{pi}) & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{f}_{ki} = [k_i(\theta_{ai} - \theta_{mi}) \quad 0]^T \quad (31)$$

Finalmente, o modelo dinâmico completo das duas cadeias cinemáticas é formulado combinando o modelo das duas cadeias cinemáticas das eqs. (24) e (25), assim:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{f} + \mathbf{f}_k = \boldsymbol{\tau} \quad (32)$$

com  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_a^T, \theta_p^T)^T$ ,  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = (\dot{\theta}_a^T, \dot{\theta}_p^T)^T$ ,  $\mathbf{f} = (f_a^T, f_p^T)^T$  e  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_a^T, \tau_p^T)^T$ . Além disso,  $\theta_p = (\theta_{p1}, \theta_{p2})^T$  é o vetor das posições angulares das juntas ativas.  $\tau_a = (\tau_{a1}, \tau_{a2})^T$  é o vetor do torque de entrada nas juntas ativas,  $\tau_p = (\tau_{p1}, \tau_{p2})^T$  é o vetor do torque nas juntas passivas.  $f_a = (f_{a1}, f_{a2})^T$  é o vetor de atrito nas juntas ativas,  $f_p = (f_{p1}, f_{p2})^T$  é o vetor de atrito nas juntas passivas.  $f_k = (f_{ka}^T, f_{kp}^T)^T$  é o torque elástico nas juntas ativas e passivas, respectivamente. O torque elástico é introduzido nas juntas ativas pela transmissão elástica do motor, portanto  $f_{ka} = (k_1(\theta_{a1} - \theta_{m1}), k_2(\theta_{a2} - \theta_{m2}))^T$ .

## 4 ÍNDICES DE DESEMPENHO

Para melhorar o desempenho do mecanismo é necessário realizar a análise de vários critérios a partir da definição do sistema dinâmico e cinemático.

Primeiramente será definido o atlas dos índices de desempenho, isto é, o índice de desempenho para cada um dos tamanhos que podem ter as barras adimensionais, de maneira a ser calculada no espaço de projeto, para então ser realizado uma análise com base nos índices de desempenho dinâmicos e elastodinâmicos.

A concepção do mecanismo de 5 barras e 2 graus de liberdade difere da concepção de maquinaria de um grau de liberdade pelo fato de esta última ser destinada a uma tarefa específica, por exemplo, pegar uma peça de trabalho a partir de um transportador de correia e colocá-la num carregador. Além disso, o transportador é sincronizado com a máquina de manipulação e o carregador está parado, com posições bem definidas onde cada peça de trabalho deve ser colocada. Por outro lado, os mecanismos de manipulação não se destinam a uma tarefa específica, mas sim a um conjunto de tarefas que se enquadram numa classe de movimentos da peça de trabalho, por exemplo, movimentos em planos, esferas, translações ou movimentos produzidos por sistemas do braço robótico de montagem de conformidade seletiva (SCARA, do inglês: Selective Compliance Assembly Robot Army), também conhecido como deslocamentos de Schönflies (BOTTEMA, ROTH, 1990).

### 4.1 O processo do projeto do mecanismo

Dado um conjunto de tarefas que constituem os requisitos funcionais no processo do projeto, o mecanismo deve cumprir todos os requisitos e especificações. Os vários estágios no trabalho de projeto do mecanismo são:

1. Determinar a topologia da cadeia cinemática subjacente à estrutura mecânica. Sob este item considera-se primeiro o tipo de mecanismo: serial, paralelo ou híbrido. Em seguida, deve-se tomar uma decisão sobre o layout das várias subcadeias em termos do tipo de juntas, mais comumente, revoluta e prismática. Recentemente, reconheceu-se que um tipo adicional é igualmente útil, a articulação  $\Pi$ , acoplando dois elos sob translação relativa

por meio de outros dois elos que sofrem deslocamentos angulares idênticos, embora sobre diferentes eixos paralelos. As quatro ligações formam um paralelogramo de quatro barras de ligação (ANGELES, 2004);

2. Determinar as dimensões geométricas dos vários links que definem a arquitetura do mecanismo, conforme necessário para preencher uma tabela de parâmetros de (DENAVID, HARTENBERG, 1995) de modo a satisfazer os requisitos de espaço de trabalho. Embora esses parâmetros sejam geralmente entendidos como incluindo as variáveis de articulação, essas variáveis não afetam a arquitetura do mecanismo; Elas determinam, em vez disso, a postura dele;
3. Determinar o dimensionamento estrutural das barras e juntas, conforme necessário para satisfazer os requisitos de carga estática, onde a carga inclui forças e momentos sob as condições de operação mais exigentes ou mais prováveis, dependendo da filosofia de projeto adotada no início;
4. Determinar o dimensionamento estrutural das barras e juntas, conforme necessário para atender aos requisitos de carga dinâmica, onde as cargas são efeitos de inércia das barras e objetos manipulados;
5. Determinar o dimensionamento elastodinâmico da estrutura mecânica global, incluindo a dinâmica do atuador, para evitar um espectro específico de frequências de excitação sob as condições de operação mais exigentes ou mais prováveis;
6. Selecionar os atuadores e suas transmissões mecânicas para as condições de operação adotadas no início para lidar com a incerteza da tarefa.

Mesmo que um ciclo de projeto possa ser completado como descrito acima, deve-se incorporar no modelo elastodinâmico os dados estruturais e inerciais fornecidos pelo fabricante do motor. Isso requer um retorno ao estágio 5 e uma nova análise elastodinâmica. Portanto, é evidente que o processo de projeto do mecanismo tem um elemento em comum com o projeto de engenharia em geral: ambos são iterativos e abertos (PAHL, BEITZ, 2007). No entanto, notavelmente, os vários itens que dirigem cada fase de concepção são, em larga medida, independentes uns dos outros, por exemplo, a topologia e a geometria podem ser determinadas independentemente da seleção do motor. Obviamente, todas as questões interagem no processo de projeto global, mas, dentro de certas

especificações de projeto, os vários itens não contradizem uns aos outros, como para justificar uma abordagem de projeto com múltiplos objetivos. Isto é, o projeto ótimo de mecanismos em série pode ser feito por meio de uma sequência de trabalhos de otimização de objetivo único. Novamente, os resultados da última etapa, a seleção do motor, devem ser integrados em um modelo matemático geral para testar o desempenho global. Uma referência que aborda questões de otimização prática no projeto conceitual de mecanismos industriais é a de Petterson (2004).

Somente quando os limites físicos dos componentes tiverem sido esgotados pode ser necessário um redesenho radical que requeira o retorno à fase 1. É o caso dos sistemas SCARA. As topologias industriais atuais destes mecanismos são geralmente do tipo serial, com algumas exceções, como os mecanismos da série König e Hartman RP-AH (2007) com arquitetura paralela, que apresentam dois sistemas SCARA série que compartilham um efector final comum. A busca de tempos de ciclo mais curtos, como para um ciclo de testes, levou a indústria a procurar alternativas às arquiteturas seriais. É assim que a ABB Robotics comercializa atualmente um mecanismo paralelo, o FlexPicker, construído sobre o robô Delta de Clavel (1990), ao qual um quarto eixo foi adicionado em série com os três primeiros. Estes últimos são dispostos em uma arquitetura paralela simétrica que permite à Delta produzir traduções puras de sua plataforma móvel. O tempo de ciclo mais curto relatado pela tecnologia Adept é de 420 ms para uma carga útil de 2 kg (com o Adept Cobra s600, um robô serial), mas outros fabricantes afirmam tempos ainda mais curtos.

Observando que a seleção de topologias e o dimensionamento geométrico estão fortemente acoplados no processo de projeto cinemático, começamos primeiro com um exame de critérios de espaço de trabalho: revisamos métodos para determinar a topologia da cadeia cinemática, seguidas das dimensões geométricas para satisfazer requisitos de espaço de trabalho. Em seguida, revisamos em detalhes os vários critérios desenvolvidos para caracterizar a capacidade de manipulação de um mecanismo, enfocando noções quantitativas de destreza com base em modelos cinemáticos e dinâmicos. Em seguida, examinamos métodos para dimensionamento estrutural das ligações e juntas de modo a satisfazer as exigências de carga estática e dinâmica. Por fim, discutimos o dimensionamento elastodinâmico e o dimensionamento do atuador e das

engrenagens, levando em consideração propriedades como a frequência natural do mecanismo e os requisitos de força e capacidade de aceleração.

## 4.2 Análise de índice de desempenho local baseado na dinâmica

Para o cálculo de índices de desempenho devemos levar em conta as propriedades de inércia do mecanismo, tendo em vista que os movimentos são causados por forças e torques atuando em um corpo rígido. Asada (1983) define a inércia geral elipsoide (GIE) como a elipsoide definida pelo produto  $G = J^{-T}MJ^{-1}$ , onde  $M$  é a matriz de inércia do mecanismo. Também podemos analisar o desempenho de acordo com Yoshikawa (1985), que define a dinâmica correspondente do mecanismo como  $\det[JM^{-1}(JM^{-1})^T]$ . Fisicamente falando, temos dois fenômenos distintos, supondo-se que o manipulador é um mecanismo entrada-saída, onde, dado um torque na junta, produzimos uma aceleração no efector final, dessa maneira, Yoshikawa mede a uniformidade dessa relação entre torque e aceleração, enquanto a inércia geral de elipsoide do Asada caracteriza o inverso desse ganho, ou seja, se um operador tentasse mover o efector final, a inércia geral seria a resistência do mecanismo a esse movimento.

Outras referências como Voglewede & Ebert-Uphoff (2004) e Bowling & Khatib (2005) também utilizam medidas para tentar capturar a performance e função dinâmica do mecanismo. Voglewede e Ebert-Uphoff propõem a análise baseado na rigidez das juntas e inércia das barras, enquanto Bowling e Khatib analisam com base na velocidade e aceleração do efector final, levando em conta fatores como torque e a velocidade limite dos atuadores.

Essas análises acima são consideradas medidas locais, em vista que caracterizam a destreza do mecanismo dada uma posição. Para critérios de projeto uma medida global pode ser melhor aplicada. De maneira direta, um modo de estender a medida local para a global é integrar o espaço em que a junta pode ser utilizada. Gosselin e Angeles (1988) integram o número de condições Jacobianas em cima do espaço de trabalho para definir uma medida global. Para casos mais simples de posicionamento plano e manipuladores esféricos, a condição global costuma coincidir com a local.

### 4.3 Índices de desempenho elastodinâmicos

Para um projeto geral do mecanismo, é necessário não apenas a análise cinemática, mas também uma análise elastodinâmica. Por isso, assume-se como no tópico sobre desempenho elastoestático (ANGELES, 2004), adicionando condições em que a massa e momento de inércia das barras são levados em consideração.

O desempenho elastodinâmico é analisado a uma postura específica do mecanismo que é originada por elementos flexíveis da estrutura (Angeles & Park, 2008). Para essa contribuição, as juntas ativas do mecanismo paralelo são consideradas com flexibilidade. Em ordem para analisar o desempenho elastodinâmico, a dinâmica completa do mecanismo, previamente definida na equação (32), é assumida a uma posição fixa e sem amortecimento, i.e.,  $\dot{z} = (0,0,0,0)^T$  e  $f_t = (0,0,0,0)^T$ , desse modo, essas considerações nos levam a:

$$M_T(\theta)\ddot{z} + K_T z = u \quad (33)$$

O desempenho elastodinâmico depende da posição do mecanismo, pois a matriz inercial total do mecanismo ( $M_T(\theta)$ ) também é uma dependente da posição. Frequências e modos naturais são obtidos por meio da resolução do problema de autovalor associado quando a dinâmica da equação (33) é calculada para movimentos produzidos por condições iniciais de não equilíbrio e não excitação, i.e.,  $u = (0,0,0,0)^T$ , então  $(K_T - \lambda_T^2 M_T(\theta))z = 0$ . Note que  $\lambda_T = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  e  $\phi_T = (\phi_1, \dots, \phi_n)$  são o conjunto de autovalores e autovetores respectivamente. É desejado que o mecanismo opere abaixo do menor modo de vibração, de modo que evite vibrações indesejadas durante o movimento. Por essa razão, o desempenho elastodinâmico é definido calculando o menor autovalor do MIW, então:

$$\lambda_e = \min_{MIW}(\lambda_T(r_1, r_2, r_3)) \quad (34)$$

O desempenho elastodinâmico é otimizado maximizando o menor autovalor em função do comprimento não dimensional das barras.

#### 4.4 Atlas de índices de desempenho

Primeiramente, para definirmos o atlas de índice de desempenho, isto é, o índice de desempenho para cada um dos possíveis comprimentos não dimensionais das barras, precisamos avaliar o mecanismo a partir do seu espaço de projeto.

O desempenho dinâmico determina a destreza dinâmica, i.e., a capacidade da junta final (ponto de saída) de acelerar em cada uma das direções do espaço de trabalho. O desempenho dinâmico é calculado utilizando a Generalized-Inertia-Ellipsoid (GIE) proposto por Asada (1983). Esse método permite quantificar as propriedades de inércia do mecanismo. Com esse propósito a matriz de inercia  $M_t$  das barras, previamente definidos na equação (32), é usado para calcular a destreza dinâmica baseado no número de condições da matriz de inércia no espaço de trabalho ( $M_\omega(\theta) = J^{-T} M_t(\theta) J^{-1}$ ) que mede a taxa de aceleração isotrópica ao longo dos eixos, então:

$$\frac{1}{k(M_\omega(\theta))} = \frac{\sigma_{min}(M_\omega(\theta))}{\sigma_{max}(M_\omega(\theta))} \quad (35)$$

onde  $\sigma_{max}(M_\omega(\theta))$  e  $\sigma_{min}(M_\omega(\theta))$  são os valores singulares máximo e mínimo do espaço da matriz inercial de espaço de trabalho. Observa-se que essa medida depende da postura do mecanismo, i.e., a destreza dinâmica é um índice de desempenho local e o desempenho isotrópico desejado é obtido quando  $1/k(M_\omega(\theta)) = 1$ . A destreza dinâmica global considera a destreza dentro do máximo espaço de trabalho inscrito (MIW) usando a seguinte expressão:

$$\frac{\int_{MIW} \frac{1}{k(M_\omega(\theta))} d\omega}{\int_{MIW} d\omega} \quad (36)$$

Maximizando a destreza global nos leva ao desempenho dinâmico ótimo.

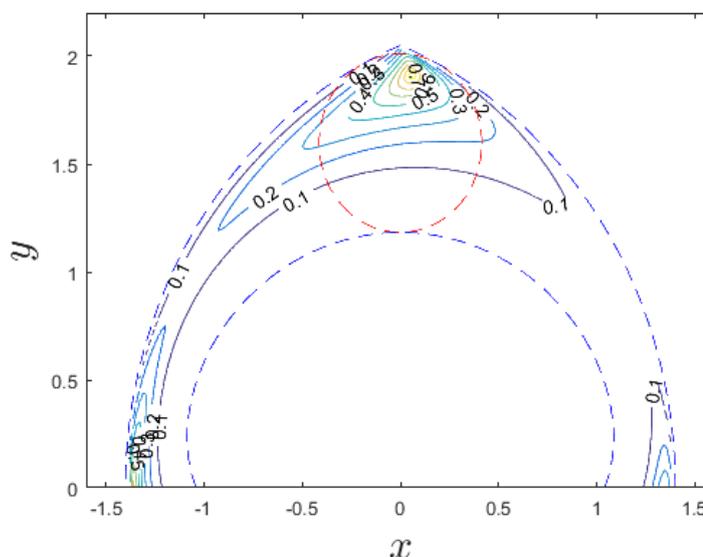
## 5 RESULTADOS

Os parâmetros adimensionais adotados nesse trabalho foram:  $m_{1i} = 1,2$  e  $m_{2i} = 0,8$ . Isso implica que a massa da primeira barra é 20% maior que a massa da segunda barra. Além disso,  $k_{1i} = 1$  e  $k_{2i} = 1$ , isso significa que a rigidez das juntas ativas é igual. Adicionalmente, uma relação entre a massa adimensional da primeira barra e a massa do rotor foi estabelecido com base nos parâmetros de trabalhos anteriores, como:  $j_i = 0,5m_1$ .

### 5.1 Desempenho dinâmico

Inicialmente, o desempenho de destreza dinâmica é calculado a cada posição, considerando o conjunto específico de tamanhos adimensionais das barras  $r_1 = 1,2$ ,  $r_2 = 1,0$  e  $r_3 = 0,8$ . A Figura 6 mostra a destreza dinâmica local  $1/k(M_\omega(\theta))$  para cada posição dentro do espaço de trabalho usável. É observado que os valores máximos e mínimos da destreza dinâmica local ( $\max(1/k(M_\omega(\theta)))$ ) e ( $\min(1/k(M_\omega(\theta)))$ ) são localizados dentro do espaço de trabalho máximo inscrito, i.e., a taxa máxima de aceleração do efetor final é obtido próxima ao centro do círculo máximo inscrito.

Figura 6: Análise de Desempenho Dinâmico

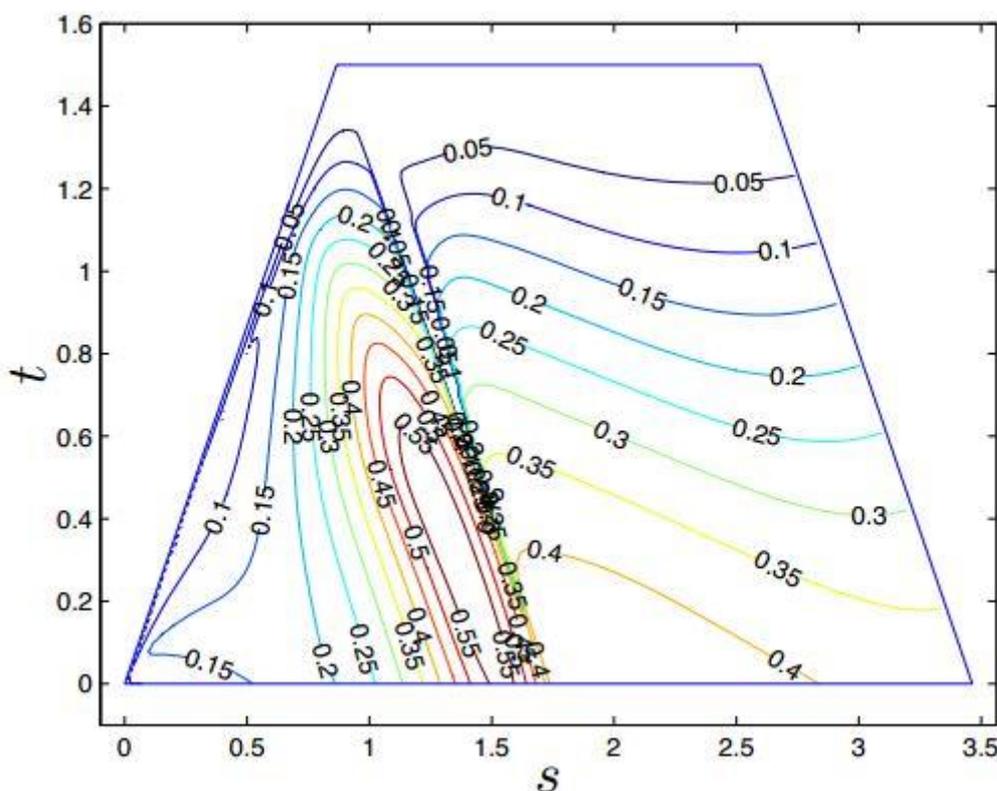


Fonte: Autoria própria.

Assim, têm-se um melhor desempenho dinâmico quando o mecanismo opera dentro do espaço de trabalho máximo inscrito, pois assim o mecanismo atuará numa área que apresenta melhor índice de desempenho dinâmico, ou seja, a taxa de aceleração que relaciona é maior do que quando operando em outra área do mecanismo.

Como um resultado adicional, a destreza dinâmica global é calculada a partir do espaço de projeto usando a expressão da equação (36). A Figura 7 mostra o espaço de projeto e o atlas da destreza dinâmica global. É observado a descontinuidade da destreza dinâmica global para  $r_2 = r_1 + r_3$ , a descontinuidade segue a mesma reta apresentada pelo critério de desempenho cinemático apresentado em trabalhos anteriores que dependem da matriz Jacobiana (Liu, 2006). O atlas da figura indica que com a diminuição de  $r_3$  a destreza máxima global aumenta, desde que  $t = r_3$  (barra fixa).

**Figura 7: Espaço de Projeto e Atlas de Destreza Dinâmica Global**



Fonte: Autoria própria.

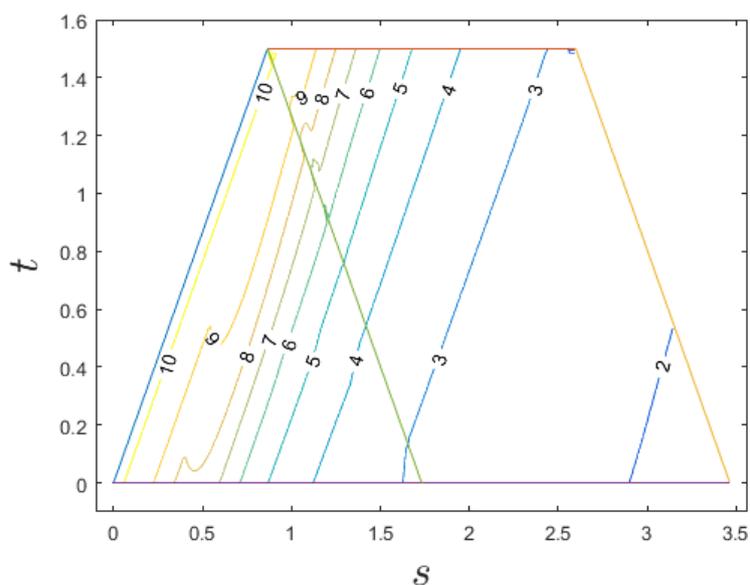
Assim, na figura 7, pode-se ver a análise do índice de desempenho dinâmico para cada combinação dentro do nosso espaço de projeto, isto é o atlas de

desempenho dinâmico global. Assim, têm-se um melhor índice com  $s$  próximo a 1,5 e  $t$  inferior a 0,8, onde também observa-se pouca relação desse parâmetro com a variável  $t$ , o que indica que há uma maior relação entre as barras  $r_1$  e  $r_2$  com o índice de desempenho dinâmico.

## 5.2 Desempenho elastodinâmico

A Figura 8 mostra o atlas do desempenho elastodinâmico que foi computadorizado usando a expressão da equação (34). O atlas indica que o desempenho elastodinâmico depende principalmente de  $s$ . Além disso, é observado no atlas da Figura 8 que a desempenho elastodinâmico mostra uma pequena dependência de  $t = r_3$ . Conseqüentemente, o desempenho elastodinâmico depende de  $r_1$  e  $r_2$  desde que o comprimento da barra seja diretamente proporcional a matriz de inercia total do mecanismo  $M_T$  definido na equação (33). Então, baseado nas definições das equações (14) e (15), o menor autovalor maximizado selecionando barras de tamanhos que seguem a relação  $r_1 \leq r_2$ , essa região está localizada na borda esquerda do espaço de projeto mostrado na Figura 8.

**Figura 8: Atlas de Desempenho Elastodinâmico**



**Fonte: Autoria própria.**

Para esse índice observa-se se a importância de evitar que o mecanismo opere dentro de frequências que possam atingir alguma frequência natural, assim,

evitando com que ocorra ressonância do sistema, que resultaria em um aumento da vibração causando a perda de precisão, ou até mesmo a falha do mecanismo. Com a análise dos resultados obtidos na figura 8, observa-se que existe uma maior dependência de  $s$ , assim, observa-se que para esse índice o fator  $t$  que representa a barra  $r_3$  não influencia nesse resultado.

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou critérios de projeto baseados nos modelos dinâmico e elastodinâmico do mecanismo paralelo plano de cinco barras com juntas flexíveis para um projeto ótimo. O desempenho dinâmico foi avaliado utilizando a destreza dinâmica global e o desempenho elastodinâmico foi avaliado utilizando os índices de desempenho elastodinâmicos, que é obtido através da resolução de problemas de autovalores, identificando assim as frequências naturais do sistema, com esses valores, pode-se dizer que o mecanismo deve atuar abaixo da menor frequência natural, de maneira a evitar que ocorra ressonância, que causaria perda de precisão ou até mesmo danos ao mecanismo.

A destreza dinâmica global e os índices de desempenho do mecanismo foram encontrados utilizando o espaço de projeto, conseqüentemente, foram estabelecidos os atlas de desempenho do projeto, afim de analisar esses índices de desempenho para todo o espaço de projeto do mecanismo.

Esse trabalho é uma pesquisa inicial sobre o projeto ótimo de um mecanismo paralelo plano com juntas flexíveis. Tendo em vista a importância do estudo de alguns critérios que influenciam no desempenho de um mecanismo, trabalhos futuros relacionados a esse tema ou utilizando outros critérios de desempenho podem ter como base os critérios de projeto apresentados nesse trabalho.

## REFERÊNCIAS

ANGELES, J.; PARK, F. C. **Springer Handbook of Robotics** (Springer, Germany, 2008), Chap. 10, p. 229.

ASADA, H. **A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design**, Journal of dynamic systems, measurement, and control, vol. 105, no. 3, pp. 131–142, 1983.

BOTTEMA, O.; ROTH, B. **Theoretical Kinematics** (North-Holland, Amsterdam 1979), Also available by Dover Publishing, New York 1990.

BOWLING, A.; KHATIB, O. **The dynamic capability equations: a new tool for analyzing robotic manipulator performance**, IEEE Trans. Robot. 21(1), 115–123, 2005.

CLAVEL, R. **Device for the movement and positioning of an element in space**, Patent 4976582 (1990)

DENAVIT, J.; HARTENBERG, R. S. **A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices**, ASME J. Appl. Mech. 77, 215–221 (1955).

GIBSON, C. G. **Elementary Geometry of Algebraic Curves**, pp 12, 13, Cambridge University Press, 1998.

GOSSELIN, C. M.; ANGELES, J. **A new performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators**, Proc. 20th ASME Mech. Conf. (Kissimmee 1988) pp. 441–447.

HESS-COELHO, T. A. **Topologia, síntese e análise de uma estrutura cinemática paralela**. 2005. 63 f. Tese (Livre Docência) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

KONING & HARTMAN, Amsterdam, The Netherlands, [http://www.koningshartman.com/nl/producten/aandrijven\\_en\\_besturen/robots/ir\\_rp\\_ah/](http://www.koningshartman.com/nl/producten/aandrijven_en_besturen/robots/ir_rp_ah/) (November 23, 2007)

LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H.; BOLZON, V. **Stochastic Analysis of the Kinematic Performance of a Planar 5R Symmetrical Parallel Mechanism**.

Federal University of Technology - Paraná, Department of Mechanical Engineering. Cornélio Procopio-PR, Brazil, 2016.

LE, T. D.; KANG, H.-J.; SUH, Y.-S. **Chattering-Free Neuro-Sliding Mode Control of 2-DOF Planar Parallel Manipulators**. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013.

LIU, X.-J.; WANG, J.; PRITSCHOW, G. **Kinematics, singularity and workspace of planar 5r symmetrical parallel mechanisms**, Mechanism and Machine Theory, vol. 41, no. 2, pp. 145–169, 2006.

MERLET, J. P. **Parallel Robots**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000, 355p.

PAHL, G.; BEITZ, W. **Engineering Design. A Systematic Approach**, 3rd edn. (Springer, London 2007), Translated from the original Sixth Edition in German.

PETTERSON, M.; ANDERSON, J.; KRUS, P.; FENG, X.; WAPPLING, D. **Industrial Robot Design Optimization in the Conceptual Design Phase**, Proc. Mechatron. Robot., Vol. 2, ed. by P. Drews (APS-European Centre for Mechatronics, Aachen 2004) pp. 125–130.

REULEAUX, F. **Theoretische Kinematik**, Friedrich Vieweg und Sohn, Brunswick, Germany, 1875. Translation by A. B. W. Kennedy, “Reuleaux, Kinematics of Machinery”, Macmillan, London, 1876. Reprinted by Dover Publications, New York, 1963.

TSAI, L.-W. **Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators**. New York: John Wiley & Sons, 1999. 505p.

VOGLEWEDE, P. A.; EBERT-UPHOFF, I. **Measuring closeness to singularities for parallel manipulators**, Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (New Orleans 2004) pp. 4539–4544.

YOSHIKAWA, T. **Dynamic manipulability of robot manipulators**, Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (1985) pp. 1033–1038