

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

MATEUS SCALABRIN KRÜGER

**AVALIAÇÃO DO CONFORTO À VIBRAÇÃO EM LAJES PISO PRÉ-
FABRICADAS EM CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À AÇÃO DO
CAMINHAR HUMANO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO

2013

MATEUS SCALABRIN KRÜGER

AVALIAÇÃO DO CONFORTO À VIBRAÇÃO EM LAJES PISO PRÉ-FABRICADAS EM CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À AÇÃO DO CAMINHAR HUMANO

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Marcelo R. Carreira

CAMPO MOURÃO

2013



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Campo Mourão
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Coordenação de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso N° 28

**AVALIAÇÃO DO CONFORTO À VIBRAÇÃO EM LAJES PISO PRÉ-FABRICADAS EM
CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À AÇÃO DO CAMINHAR HUMANO**

por

Mateus Scalabrin Krüger

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 19 horas do dia 3 de Setembro de 2013 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira

(UTFPR)

Orientador

Prof. Dr. Leandro Waidemam

(UTFPR)

Prof. Dr. Ronaldo Rigobello

(UTFPR)

Responsável pelo TCC: **Prof. Msc. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:

Profª Dr. Marcelo Guelbert

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira, pela paciência, disponibilidade e principalmente seus conhecimentos para me orientar na realização desse trabalho.

Gostaria de agradecer à minha família pelos ensinamentos recebidos durante a vida e o apoio para realização do curso, em especial aos meus pais Luiz Roberto Krüger e Mara Rosanda Krüger.

Aos amigos que sempre estiveram comigo durante o curso me dando força ou mesmo em momentos de descontração.

Aos professores da Coordenação de Engenharia Civil (COECI), os quais colaboraram com a minha formação acadêmica e desenvolvimento pessoal.

A todos que de alguma forma estiveram presente e me ajudaram a concretizar essa graduação.

RESUMO

KRÜGER, Mateus S. **Avaliação do conforto a vibração em lajes piso pré-fabricadas em concreto armado submetidas à ação do caminhar humano**. 2013. 49 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2013.

Nos últimos anos notou-se um grande crescimento no uso de lajes pré-fabricadas no mercado brasileiro. Alguns desses elementos estruturais são fabricados com grande esbeltez, assim propiciando o aparecimento de problemas relacionados à vibração excessiva durante a vida útil da edificação, causando desconforto fisiológico aos usuários. Esse fato leva a necessidade de fazer a avaliação do comportamento dinâmico das estruturas na etapa de projeto. Nesse sentido, o trabalho tem por objetivo geral avaliar o comportamento de lajes piso pré-fabricadas compostas por nervuras em concreto armado e enchimento de lajotas cerâmicas, quando submetidas ao caminhar humano. A revisão na literatura nacional e internacional foi realizada a fim de identificar propriedades necessárias e limites normativos para poder avaliar o conforto humano frente à vibração. Para verificar o desempenho dinâmico dessas lajes foi realizada a análise de uma série de 5 lajes, variando a razão entre os vãos. O dimensionamento estrutural das lajes foi feito seguindo a norma NBR 6118 (ABNT, 2003). A análise dinâmica dessas lajes foi efetuada utilizando um programa computacional, desenvolvido pelo autor, que se baseia no Método de Newmark. Com esse programa foi possível a obtenção do histórico de deslocamento, velocidade e aceleração das lajes e compará-los com os limites normativos. Concluiu-se que a aceleração das lajes encontra-se dentro dos parâmetros de conforto propostos pela norma ISO 2631-2 (ISO, 1989). Nesse contexto, o critério de dimensionamento proposto pela NBR 6118 (ABNT, 2003) resulta em um desempenho aceitável para os vãos estudados nesse trabalho quando expostos ao caminhar.

Palavras-chave: Vibrações. Laje pré-fabricada. Concreto armado. Conforto. Análise dinâmica.

ABSTRACT

KRÜGER, Mateus S. **Comfort evaluation of vibration in precast reinforced concrete floor slabs subjected to the action of human walk**. 2013. 49 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2013.

In recent years was noticed a large development in the use of precast slabs in the Brazilian market. Some of these structural elements have been produced with big slenderness. It provides the appearance of vibration problems during the life of the building, causing physiological discomfort to users. So it's important do the dynamic analysis of structures in the design stage. The objective of this work is the evaluation of the vibration in precast reinforced concrete floor slabs due to human walk. A review of the national and international literature has been done to identify necessary properties and standard limits to classify the human comfort. To know the dynamic performance of these slabs, is analyzed a series of five slabs, varying the ratio between the spans. The structural design of the slabs was made following by the Brazilian concrete standard NBR 6118 (ABNT, 2003). Dynamic analysis of these slabs is studied using a computer program, developed by the author, based on Newmark method in order to obtain the history of displacement, velocity and acceleration of the slabs, to compare with normative parameters. After doing the analysis dynamic of these slabs was concluded that the acceleration calculated was according with the parameters of comfort proposed in standard ISO 2631-2 (ISO, 1989). In this context the proposed design criteria by NBR 6118 (ABNT, 2003) have acceptable performance for spans studied in this work when exposed to walking.

Keywords: Vibrations. Precast slab. Concrete. Comfort. Dynamic analysis.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Coeficientes dinâmico.	26
Quadro 2 - Coeficientes dinâmico.	26
Quadro 3 - Características dos movimentos.	27
Quadro 4 - Frequências críticas.	28
Quadro 5 – Valores aceitáveis do fator KB.	29
Quadro 6: Faixa de fatores de multiplicação.	33
Quadro 7 – Peso considerado dos materiais.	34
Quadro 8 – Características das lajes analisadas.	35
Quadro 9 – Dimensionamento das nervuras das lajes.	41
Quadro 10 - Propriedades das lajes.	42
Quadro 11- Acelerações (rms) e fatores de multiplicação para as lajes.	42

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Sistema de 1 GDL.....	14
Figura 2 - Diagrama de corpo livre	14
Figura 3 – Variação da amplitude dos três casos de amortecimento	19
Figura 4 - Fator de amplificação dinâmica.	21
Figura 5 - Carregamento Periódico	22
Figura 6 - Direção de propagação de vibrações no corpo humano.	30
Figura 7 - Curva base de aceleração eixos (x ,y ,z)	31
Figura 8 - Curva base de aceleração no eixo z.....	32
Figura 9 - Curva base de aceleração eixo x e y.....	32
Figura 10 – Seção T.	40

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 OBJETIVOS	10
2.1 OBJETIVO GERAL.....	10
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	10
3 JUSTIFICATIVA	11
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
4.1 ESTUDOS REALIZADOS SOBRE CONFORTO HUMANO EM EDIFICAÇÕES.....	12
4.2 ANÁLISE DINÂMICA DAS ESTRUTURAS	13
4.2.1 Sistema com um grau de liberdade.....	13
4.2.1.2 Resposta à excitação harmônica	19
4.2.1.3 Resposta à excitação periódica	21
4.2.1.4 Método de Newmark	23
4.3 EXCITAÇÃO DEVIDO AO CAMINHAR HUMANO	25
4.4 DIRETRIZES PARA AVALIAÇÃO DO CONFORTO QUANTO À VIBRAÇÃO EM LAJES PISO	27
4.4.1 NBR 6118 (2003)	27
4.4.2 DIN 4150 Parte 2 – (1975)	28
4.4.3 ISO 2631-2 – (1989).....	29
4.5 FREQUÊNCIA NATURAL MÍNIMA DE VIBRAÇÃO PARA LAJE PISO	33
5 MÉTODOS	34
5.1 DESCRIÇÃO DAS LAJES ANALISADAS	34
5.2 DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES	35
5.3 ANÁLISE DINÂMICA DAS LAJES	37
5.3.1 Critério utilizado para avaliar o conforto das lajes.....	38
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
6.1 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES	40
6.2 ANÁLISE DINÂMICA E VERIFICAÇÃO DO CONFORTO DAS LAJES	41
7 CONCLUSÕES	44
REFERÊNCIAS	45
APÊNDICE A – Fluxograma do programa.....	48
APÊNDICE B – Interface visual e código do programa	49
APÊNDICE C – Gráficos das acelerações nas lajes analisadas	57

1 INTRODUÇÃO

A informatização do processo de cálculo estrutural, aliada ao desenvolvimento de materiais estruturais com melhores propriedades mecânicas e com menor variabilidade tem resultado na obtenção de seções transversais mais econômicas para os elementos estruturais.

Como resultado observa-se que a obtenção de estruturas cada vez mais esbeltas tem levado a alguns casos à fissuração de elementos construtivos e problemas relacionados à vibrações excessivas. Tais problemas podem ser previstos e corrigidos se o comportamento dinâmico da estrutura for analisado durante a etapa de projeto

O problema de vibração excessiva pode ocorrer em estruturas excitadas por um carregamento com uma frequência próxima a uma das frequências naturais do elemento estrutural. Esse problema tem sido notado frequentemente em lajes piso, sobretudo nas pré-fabricadas.

A norma brasileira de dimensionamento de concreto armado NBR 6118 (ABNT, 2003) “Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento” estabelece valores mínimos de frequências naturais para alguns elementos estruturais, dependendo do tipo de ocupação da edificação, porém não abrange os pisos de edificações residenciais. Observa-se ainda que a norma NBR 6118 (ABNT, 2003) não define limites para a aceleração da estrutura visando o conforto. Assim sendo, sem uma análise dinâmica, é possível que uma laje corretamente dimensionada para carregamento estático apresente problema de vibração excessiva.

Nesse contexto, este trabalho tem por objetivo avaliar o dimensionamento de lajes piso pré-fabricadas de concreto armado no tocante ao Estado Limite de vibrações excessivas induzidas por atividades humanas.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar o conforto à vibração de lajes piso pré-fabricadas dimensionadas de acordo com a norma NBR 6118 (ABNT, 2003) quando submetidas à ação do caminhar de uma pessoa.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Conhecer os conceitos fundamentais da análise dinâmica de estruturas;
- Conhecer os limites normativos aceitáveis de vibração em lajes piso de edificações residenciais;
- Implementar um programa computacional para calcular deslocamentos, velocidades e acelerações das lajes pelo Método de Newmark;
- Avaliar o conforto à vibração de lajes, com diferentes relações entre os vãos, no tocante a vibração induzida pelo caminhar segundo critérios da norma ISO 2631-2 (1989).

3 JUSTIFICATIVA

O refinamento dos métodos de cálculo de esforços solicitantes por meio de modelagem numérica auxiliada por computador, aliado a produção de materiais estruturais com melhores propriedades mecânicas têm levado nos últimos anos à obtenção de seções transversais mais esbeltas para os elementos estruturais de concreto armado. Se por um lado tais avanços proporcionaram redução no custo final da estrutura, por outro, o aumento na esbeltez dos elementos estruturais tem levado ao surgimento de problemas relacionados ao conforto e à durabilidade das estruturas como vibrações e fissuração excessivas.

A versão atual da norma NBR 6118 (ABNT, 2003) define valores mínimos de frequências naturais para alguns casos de estruturas de concreto. Contudo, o texto normativo não apresenta as frequências naturais mínimas para pisos de edificações residenciais. Deve-se ressaltar ainda que a norma NBR 6118 (ABNT, 2003) também não fixa limites de aceleração para vibrações em pisos.

Assim o desenvolvimento do trabalho proposto é relevante, pois contribui para a formação acadêmica na área de estruturas e também inicia uma linha de pesquisa que pode fornecer subsídios para a definição de limites aceitáveis de frequências e acelerações em lajes de piso.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 ESTUDOS REALIZADOS SOBRE CONFORTO HUMANO EM EDIFICAÇÕES

Almeida, Nóbrega e Hanai (2005) estudaram o conforto humano em lajes pré-fabricadas, com seção duplo T e alveolar pelo fato de serem mais esbeltas, leves e consequentemente menos rígidas. A análise foi feita de uma maneira simplificada, considerando vibrações nos pisos causadas pela atividade humanas de caminhar e sincronizadas. Os autores concluíram que algumas lajes pré-fabricadas de piso vendidas comercialmente mesmo dimensionadas corretamente considerando os carregamentos estáticos, não satisfaziam os requisitos quanto a vibrações.

Mello (2005) estudou as vibrações em pisos mistos de (aço e concreto) as análises foram feitas via Método dos Elementos Finitos, variando os tipos de carregamentos e modelos estruturais analisados. Além do conforto dos usuários é também investigado a influencia da variação dos parâmetros estruturais sobre a resposta dinâmica da estrutura. O autor concluiu que os projetistas devem utilizar as normas com os devidos cuidados para que não ocorram distorções em seus projetos no que tange vibrações.

Hivoss (2007) é um estudo realizado na Europa que traz recomendações técnicas de projetos e parâmetros que oferecem conforto aos seus usuários, testados em estruturas mistas (aço e concreto). O relatório desse estudo mostra os cálculos e os parâmetros que devem ser considerados para que se obtenha um desempenho adequado das estruturas, utilizando como base a ocupação, frequência natural, massa modal e amortecimento. Assim pode-se estimar o nível de conforto proporcionado pelo elemento estrutural frente a ações dinâmicas. Ainda cita as medidas corretivas e quando devem ser utilizadas para atenuar problemas relacionados com vibração.

Silva (2008) desenvolveu uma análise sobre o desempenho estático e dinâmico de lajes nervuradas. No tocante ao desempenho dinâmico para mensurar o conforto humano proporcionado por esse sistema quando submetido à excitação dinâmica de multidão. Cita ainda que para as atividades como ginástica aeróbica, aeróbica de alto ou baixo impacto a frequência natural fundamental varia na faixa de 1,89 a 3,03 Hz. Foi concluído que o modelo de laje BRC130, com vigas de bordo 15x40 cm, e $L_x/L_y = 2,0$ apresenta acelerações de pico superiores aos limites normativos ($a_{lim}=0,5 \text{ m/s}^2$), desse modo mostrando que esse modelo de

laje apresenta problemas referentes ao conforto humano quando utilizado para atividades rítmicas.

Langer (2009) estudou o conforto humano em lajes mistas (concreto e aço) de edificações com multi-pavimentos, composto por vigas com perfil “I” e laje de concreto armado, excitado por pessoas em atividades rítmicas e não rítmicas associadas à ginástica e aeróbica e salto à vontade. A modelagem estrutural foi feita via Método dos Elementos Finitos. Calculando os picos de aceleração e confrontados com os limites propostos por normas internacionais. Nota-se que são violados os limites impostos que proporcionam o conforto humano. Assim puderam concluir que as estruturas mal dimensionadas comprometem o conforto humano. Também foi observado que essas ações afetam o conforto humano em pisos adjacentes do local onde a ação esta sendo efetivamente aplicada.

4.2 ANÁLISE DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

Na análise dinâmica estuda-se o comportamento de uma estrutura que é exposta a um carregamento dinâmico. O carregamento dinâmico é todo o carregamento no qual a intensidade, direção ou sentido variam com o tempo (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

A análise dinâmica é utilizada para realizar verificações nas estruturas que são excitadas por cargas dinâmicas, pois em certos casos essas cargas podem gerar esforços maiores que os gerados por cargas estáticas (DIÓGENES, 2010).

Nos casos em que os esforços provenientes das cargas dinâmicas são maiores que dos carregamentos estáticos, ocorrem problemas com a estrutura podendo levar até a um estado de colapso. Nesse contexto torna-se importante a consideração dos efeitos dinâmicos nas estruturas para que não ocorram problemas durante a vida útil.

4.2.1 Sistema com um grau de liberdade

O sistema com um grau de liberdade (1 GDL) é de grande importância para a análise dinâmica de estruturas. A determinação do comportamento dos sistemas com múltiplos graus de liberdade pode ser obtida por meio da composição das respostas de múltiplos sistemas com

um grau de liberdade (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Além disso, a compreensão dos conceitos envolvidos em seu comportamento permite o entendimento de estruturas mais complexas.

Esse sistema é composto de uma massa m , uma mola com rigidez k , e um amortecedor c , ambos invariantes no tempo. Embora existam outros modelos de amortecimento, por questão de simplicidade, este trabalho abordará somente o amortecimento viscoso. A Figura 1 ilustra um exemplo de sistema com 1 grau de liberdade.

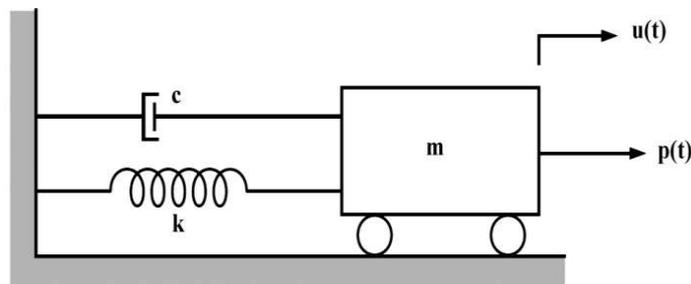


Figura 1- Sistema de 1 GDL
Fonte: Adaptado de Clough e Penzien (2003)

A Figura 2 mostra o diagrama de corpo livre da massa m mostrada na Figura 1.

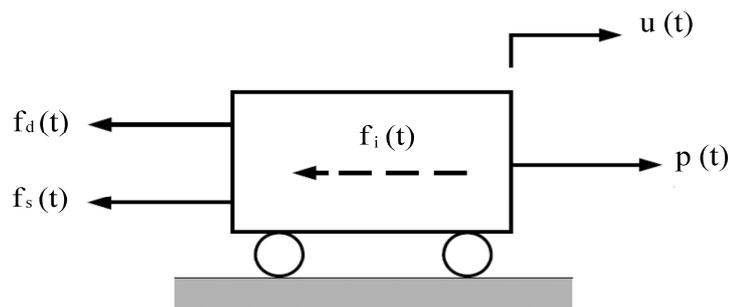


Figura 2 - Diagrama de corpo livre
Fonte: Adaptado de Clough e Penzien (2003)

O equilíbrio de forças na massa é verificado conforme a equação (1).

$$f_i(t) + f_d(t) + f_s(t) = p(t) \quad (1)$$

Sendo:

$f_i(t)$ = força de inércia;

$f_d(t)$ = força exercida pelo amortecedor;

$f_s(t)$ = força na mola;

$p(t)$ = excitação dinâmica.

Essas forças podem ser calculadas pelas equações (2 a 4)

$$f_i(t) = m\ddot{u}(t) \quad (2)$$

$$f_d(t) = c\dot{u}(t) \quad (3)$$

$$f_s(t) = ku(t) \quad (4)$$

Sendo:

m = massa (kg);

c = coeficiente de amortecimento (Ns/m);

k = constante de mola (N/m).

Logo, a equação do movimento é obtida substituindo as equações (2, 3, 4) na equação (1) assim tem-se a equação (5).

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (5)$$

Pode-se utilizar o método de Rayleigh para determinar a frequência natural do sistema (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Para chegar a essa consideração Lord Rayleigh observou o gráfico do deslocamento no tempo de um sistema de 1GDL, e percebeu que em um certo tempo a energia cinética e a energia potencial se igualavam, fazendo algumas considerações ele conseguiu chegar na equação 6 para a frequência natural de um sistema com 1 GDL.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6)$$

Sendo:

ω_n = frequência natural do sistema (rad/s);

k = rigidez da mola (N/m);

m = massa em movimento (kg).

4.2.1.1 Resposta à vibração livre

Assumindo que o sistema sofra uma perturbação inicial sem força externa alguma, pode-se dizer que $P(t)=0$ assim obtém-se a equação (7).

$$m\ddot{u}(t)+c\dot{u}(t)+ku(t)=0 \quad (7)$$

A equação diferencial homogênea mostrada na equação (7) é comum em muitos problemas de engenharia e é semelhante a equação diferencial mostrada na equação (8).

$$y''+ay'+by=0 \quad (8)$$

Sendo assim a resolução da equação (7) é a equação (9) (BOYCE; DIRPIMA, 2006).

$$u_h(t)=ae^{\beta t} \quad (9)$$

Sendo:

$u_h(t)$ = deslocamento (m);

β = constante;

a = amplitude do deslocamento (m);

As derivadas, primeira e segunda da equação (9), são respectivamente mostradas nas equações (10 e 11).

$$\dot{u}_h(t)=a\beta e^{\beta t} \quad (10)$$

$$\ddot{u}_h(t)=a\beta^2 e^{\beta t} \quad (11)$$

Substituindo as equações (10 e 11) na equação (7) obtém-se a equação (12).

$$ma\beta^2 e^{\beta t}+ca\beta e^{\beta t}+kae^{\beta t}=0 \quad (12)$$

Colocando $ae^{\beta t}$ em evidência obtém-se a equação (13).

$$ae^{\beta t}(m\beta^2+c\beta+k)=0 \quad (13)$$

Como $ae^{\beta t}$ é diferente de zero. Obtêm-se a equação (14)

$$m\beta^2 + c\beta + k = 0 \quad (14)$$

Resolvendo equação (14) obtêm-se duas raízes: β_1 e β_2 daí surgem as equações (15 e 16).

$$\beta_1 = \frac{-c + \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (15)$$

$$\beta_2 = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (16)$$

Fazendo-se uma combinação linear das raízes da equação (14) encontra-se a equação (17) cujos coeficientes A e B dependem das condições iniciais.

$$u_h(t) = Ae^{t\beta_1} + Be^{t\beta_2} \quad (17)$$

Com essa equação pode-se notar que o comportamento da estrutura depende do valor numérico dentro da raiz das equações (15 e 16). O coeficiente de amortecimento crítico (c_c) é definido pelo valor de c que faz com que o termo dentro da raiz das equações (15 e 16), seja igual a zero, assim obtendo a equação (18).

$$c_c = 2\sqrt{mk} \quad (18)$$

Dividindo a equação (18) por $2m$ e fazendo algumas simplificações obtêm-se a equação (19).

$$C_c = 2m\omega_n \quad (19)$$

Para especificar o amortecimento real de uma estrutura pode-se medir em termos do amortecimento crítico, equação (19) assim chega-se a equação (20).

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (20)$$

Multiplicando a equação (20) pela frequência natural do sistema obtém-se a equação (21).

$$\xi\omega_n = \frac{c}{2m} \quad (21)$$

Substituindo a equação (21) nas equações (15 e 16) obtemos as equações (22, 23).

$$\beta_1 = \omega(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1^2}) \quad (22)$$

$$\beta_2 = \omega(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1^2}) \quad (23)$$

O amortecimento adimensional ξ equação (20), é utilizado para classificar em qual caso de amortecimento a estrutura se encontra, sub-crítico, crítico ou super-crítico (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Sendo assim, nota-se que existem três casos diferentes para o amortecimento. Isso leva três equações de deslocamento da estrutura.

$0 < \xi < 1$ (Amortecimento sub-crítico)

$$u_h(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \Phi) \quad (24)$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{\dot{u}_0 + \xi u_0 \omega_n}{\omega_d}\right)^2 + u_0^2} \quad (25)$$

Sendo que:

A = Amplitude

Sendo, ω_d a frequência amortecida do sistema, onde se leva em consideração o amortecimento da estrutura e pode ser calculada pela equação (26).

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (26)$$

A constante de fase Φ pode ser calculada pela equação (27)

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{u_0 \omega_d}{\dot{u}_0 + \xi \omega_n u_0}\right) \quad (27)$$

No caso que $\xi = 1$ ou seja amortecimento crítico o deslocamento é calculado utilizando a equação (28).

$$u_h(t) = [u_0 + (\dot{u}_0 + \omega_n u_0)t] e^{-\omega_n t} \quad (28)$$

Quando a estrutura tem amortecimento crítico ela não vibra e volta à posição de equilíbrio no menor tempo.

Em casos que o amortecimento é supercrítico, ou seja $\xi > 1$ o deslocamento da estrutura é obtido utilizando a equação (29).

$$u_h(t) = \left(\frac{u_0 (\omega_d + \xi \omega_n) + \dot{u}_0}{2\omega_d} e^{\omega_d t} + \frac{u_0 (\omega_d - \xi \omega_n) - \dot{u}_0}{2\omega_d} e^{-\omega_d t} \right) e^{-\omega_n t} \quad (29)$$

A variação da amplitude dos três casos é apresentada na figura 3.

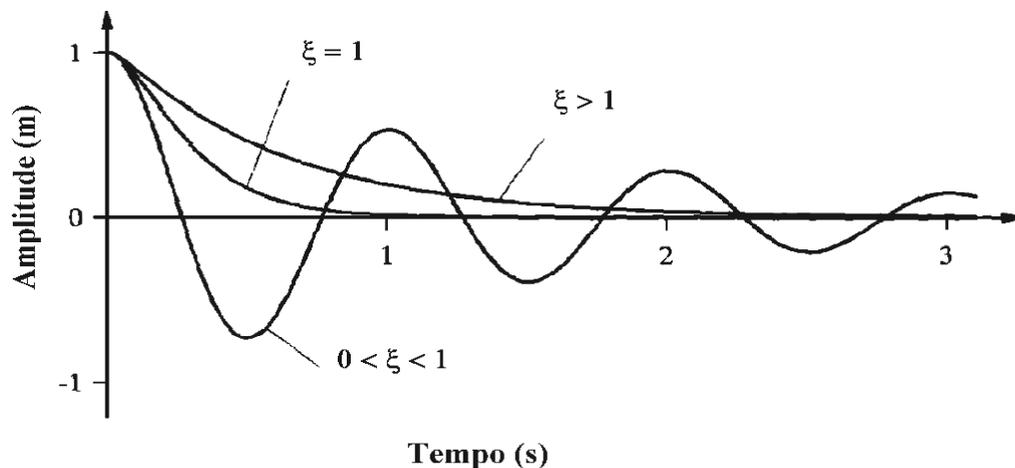


Figura 3 – Variação da amplitude dos três casos de amortecimento
Fonte : Adaptado de Chopra (1995)

4.2.1.2 Resposta à excitação harmônica

A excitação harmônica pode ser oriunda de turbinas, máquinas rotativas, etc. Segundo Diógenes (2010, p. 35) “A ação é dita harmônica quando sua variação no tempo pode ser representada pela função seno (ou cosseno)”. Utilizando uma excitação representada pela

equação (30), para um sistema com amortecimento viscoso sub-crítico, ou seja $\xi < 1$. O equilíbrio desse sistema é dado pela equação (31).

$$P(t) = p \operatorname{sen} \omega t \quad (30)$$

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p \operatorname{sen} \omega t \quad (31)$$

A solução para a equação (31) é mostrada na equação (32).

$$u(t) = e^{-\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \operatorname{sen} \omega_d t) + [C \operatorname{sen} \omega t - D \cos \omega t] \quad (32)$$

Para resolução da equação (32) utilizam-se os coeficientes A,B,C,D, apresentados respectivamente nas equações (33 a 36).

$$A = \frac{\dot{u}_0}{\omega_n} + \frac{\xi u_0}{\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{p\alpha}{k\sqrt{1-\xi^2}} \left[\frac{2\xi^2 + \alpha^2 - 1}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right] \quad (33)$$

$$B = u_0 + \frac{p}{k} \left[\frac{2\xi\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right] \quad (34)$$

$$C = \frac{p}{k} \left[\frac{1-\alpha^2}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right] \quad (35)$$

$$D = \frac{p}{k} \left[\frac{2\xi\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right] \quad (36)$$

Sendo:

p = força estática;

u_0 = deslocamento inicial;

\dot{u}_0 = velocidade inicial.

A relação entre frequências α é calculada utilizando à frequência de excitação da estrutura e a frequência natural, conforme equação (37).

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (37)$$

A Figura 4 apresenta o fator de amplificação dinâmica (FAD) das estruturas.

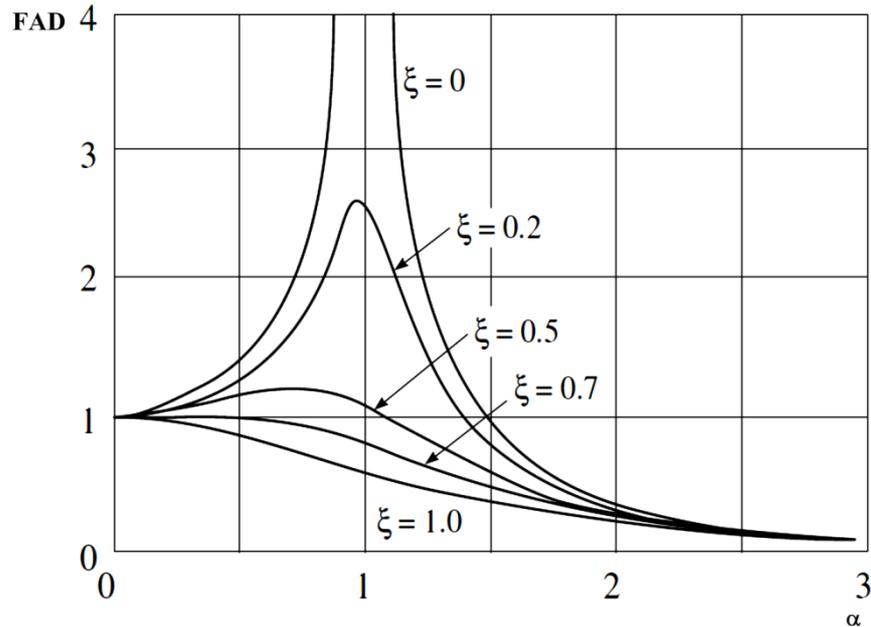


Figura 4 - Fator de amplificação dinâmica.
Fonte : Adaptado de Clough e Penzien (2003)

Com esse gráfico pode-se perceber a importância de fazer a análise dinâmica de uma estrutura, pois caso a relação entre frequências α esteja próximo de 1, obtém-se um fator de amplificação dinâmica muito grande, assim fazendo com que as solicitações geradas na estrutura pelas cargas dinâmicas, sejam muito maiores que as oriundas do carregamento estático e gerando vibração excessiva. Segundo Almeida (2005, p. 34), “Nas estruturas civis, as vibrações podem gerar desconforto às pessoas.”. Deste modo na etapa de projeto deve-se verificar o aparecimento de vibrações nas estruturas.

Quando a relação α é igual a 1, nota-se que nessa estrutura está ocorrendo o fenômeno de ressonância ou seja a frequência de excitação da estrutura é igual a frequência natural. Com isso pequenos esforços gerados por essa fonte de excitação geram um aumento progressivo no deslocamento da estrutura e assim tem-se uma amplificação excessiva.

4.2.1.3 Resposta à excitação periódica

Os carregamentos periódicos podem ser representados por uma série de termos de carregamentos harmônicos (CLOUGH; PENZIEN, 2003). Para representar um carregamento

arbitrário, como representado na Figura 5 com período de repetição T_p , é conveniente utilizar a forma de serie de Fourier.

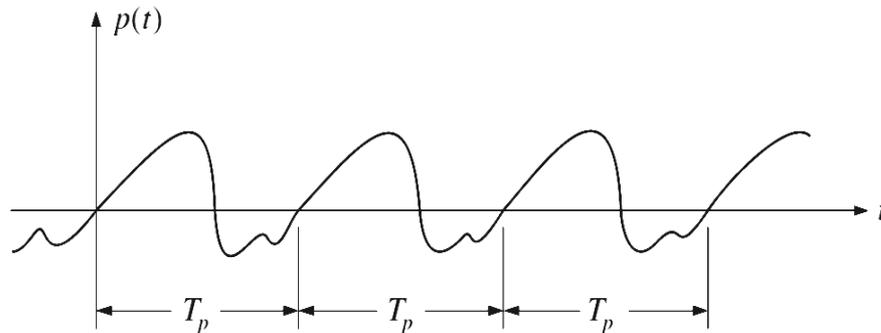


Figura 5 - Carregamento Periódico
Fonte - Clough e Penzien (2003)

Para que essa representação seja feita utiliza-se a equação (38).

$$p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \omega_n t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \omega_n t \quad (38)$$

Os coeficientes a_0 , a_n e b_n utilizados na equação (38) são calculados utilizando a equação (39, 40 e 41).

$$a_0 = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) dt \quad (39)$$

$$a_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) \cos \omega_n t dt \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (40)$$

$$b_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) \sin \omega_n t dt \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (41)$$

Utilizando as equações (38, 39, 40 e 41) pode-se representar um carregamento periódico genérico. Segundo Junges (2010, p. 67) considerando que a força gerada pelas duas pernas de uma pessoa seja igual, a excitação do caminhar pode ser modelada por uma função seno, apresentado pela equação (42).

$$F_p(t) = G_p + \sum_{i=1}^n G_p \alpha_i \text{sen}(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (42)$$

Onde:

$F_p(t)$ = carregamento resultante;

t = instante de tempo;

G_p = peso da pessoa;

α_i = coeficiente dinâmico do i -ésimo harmônico;

f_p = frequência fundamental do passo do caminhar;

ϕ_i = diferença de fase entre o harmônico i e o primeiro;

i = número do i -ésimo harmônico;

n = número de harmônicos considerados.

Essa função pode ser usada para modelar o caminhar lento e rápido ou até correndo de uma pessoa.

4.2.1.4 Método de Newmark

Esse método consiste em uma integração numérica passo a passo variando em um intervalo de tempo Δt . É classificado como um método explícito ou aberto, assim o próximo passo é calculado com os dados do passo atual. A instabilidade do método é devido à amplificação do erro durante os cálculos de um passo para os passos seguintes, essa instabilidade diminui quando o intervalo Δt é diminuído aumentando assim o número de iterações.

O método de Newmark pode ser utilizado para calcular o comportamento de uma estrutura na qual o carregamento varia no tempo. Segundo Newmark (1959), esse método utiliza uma integral temporal e é capaz de resolver inúmeras situações de carregamentos dinâmicos em que as estruturas estão sujeitas.

Esse método pode ser expresso para um sistema de 1 GDL utilizando uma sequência de cálculos e no caso da aceleração linear deve ser seguindo a condição do intervalo de tempo expresso na equação (43).

$$\Delta t \leq 0.55T_n \quad (43)$$

Onde T_n é calculado com a equação (44).

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (44)$$

Tendo essas condições atendidas resolvem-se os cálculos iniciais, pois esses parâmetros serão utilizados nas próximas iterações. A aceleração em $t=0$, a rigidez \bar{k} e os fatores a e b , são mostrados nas equações (45 a 48).

$$\ddot{u} = \frac{P_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad (45)$$

$$\bar{k} = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c + \frac{1}{\beta\Delta t^2} m \quad (46)$$

$$a = \frac{1}{\beta\Delta t} m + \frac{\gamma}{\beta} c \quad (47)$$

$$b = \frac{1}{2\beta} m + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \quad (48)$$

Com esses valores calculados têm-se condições para iniciar as iterações nas quais deve-se calcular os incrementos de deslocamento, velocidade e aceleração que serão somados ao passo seguinte conforme equações (49 a 53).

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (49)$$

$$\Delta \bar{p}_i = \Delta p_i + a\dot{u}_i + b\ddot{u}_i \quad (50)$$

$$\Delta u_i = \frac{\Delta \bar{p}_i}{\bar{k}} \quad (51)$$

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_i + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{u}_i \Delta t \quad (52)$$

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta\Delta t^2} \Delta u_i - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{u}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_i \quad (53)$$

Efetuada essas operações obtêm-se os resultados que serão somados ao próximo passo da iteração como mostrado nas equações (54 a 56).

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i \quad (54)$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta \dot{u}_i \quad (55)$$

$$\ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta \ddot{u}_i \quad (56)$$

Com esses passos é completado um ciclo de iteração, esse ciclo começa com $i=0$ e segue com esses processos até que seja atingido o número de iterações. Os valores de u_0 e \dot{u}_0 são obtidos das condições iniciais do problema a ser resolvido. De acordo com Clough & Penzien (2003, p. 122) utilizando o método de aceleração média constante pode-se adotar $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$.

4.3 EXCITAÇÃO DEVIDO AO CAMINHAR HUMANO

O caminhar humano é uma forma de excitação que as edificações estão sujeitas durante praticante toda a sua vida útil. Segundo Pereira (2005), um pedestre caminhando regularmente aplica uma força repetida periodicamente ao piso, podendo provocar um pico em sua resposta estrutural. Dessa maneira, há a necessidade de considerar em projeto essa ação dinâmica na estrutura, para que o elemento estrutural proporcione conforto para seus usuários. Nos picos de deslocamento, velocidade ou aceleração a estrutura pode violar os limites propostos nas normas, com isso não tendo um desempenho mínimo necessário.

A força devido ao caminhar humano pode ser modelada de várias formas, pois dependendo do autor é sugerido diferentes harmônicos. Bachmann e Ammann (1987, p.21), utilizam uma série de Fourier com 5 harmônicos. A equação 57 mostra a fórmula utilizada para descrever o passo.

$$F(t) = P \left(1 + \sum \alpha_i \cos(2\pi f_p t + \phi_i) \right) \quad (57)$$

Onde:

$F(t)$ = carregamento Resultante.

t = instante de tempo.

P = peso da pessoa.

α_i = coeficiente dinâmico para a força harmônica.

f_p = frequência do passo.

ϕ_i = ângulo de fase do harmônico.

i = múltiplos do harmônico (1, 2, 3, etc.).

Para essa formulação são propostos os coeficientes dinâmico transversal vertical e ângulos de fase descritos no quadro 1.

Harmônico (i).	Coefficiente dinâmico (α_i).	Angulo de fase (ϕ_i)
1	0,37	0
2	0,10	$\pi/2$
3	0,12	$\pi/2$
4	0,04	$\pi/2$
5	0,08	$\pi/2$

Quadro 1 – Coeficientes dinâmico.

Fonte – Bachmann e Ammann (1987).

No modelo de Murray, Allen, Ungar (2003), utiliza-se a mesma formulação proposta por Bachmann e Ammann, equação 57. Porém a serie é feita com apenas 4 harmônicos. Os coeficientes dinâmicos e ângulos de fase utilizados são apresentados no Quadro 2.

Harmônico i .	Coefficientes dinâmicos	Ângulo de fase ϕ_i
1	0,50	0
2	0,20	$\pi/2$
3	0,10	π
4	0,05	$3\pi/2$

Quadro 2 - Coeficientes dinâmico.

Fonte - Murray, Allen, Ungar (2003).

A frequência, velocidade e comprimento do passo, variam de acordo com o biotipo de cada individuo. Os valores aproximados por testes são apresentados no quadro 3 (BACHAMANN; AMMANN, 1987).

Tipo de atividade	Fp (Hz)	Vs (m/s)	Ls (m)
Andar devagar	1,7	1,1	0,6
Andar normal	2	1,5	0,75
Andar rápido	2,3	2,2	1
Correr devagar	2,5	3,3	1,3
Correr rápido	>3,2	5,5	1,75

Quadro 3 - Características dos movimentos.

Fonte - Bachmann e Ammann (1987).

4.4 DIRETRIZES PARA AVALIAÇÃO DO CONFORTO QUANTO À VIBRAÇÃO EM LAJES PISO

Existem normas e estudos que definem critérios de projeto visando o conforto de usuários expostos a vibração. Esses critérios levam em conta o tipo de edificação, utilização e tempo de exposição do usuário. Ao fazer o uso desses critérios os projetos alcançam desempenho ligado ao conforto dos ocupantes do ambiente. Segundo Lima (2007, p.48) os limites de vibrações podem ser dados em termos de quantidades físicas como: amplitude do deslocamento, velocidade, aceleração ou quantidades derivadas empiricamente.

4.4.1 NBR 6118 (2003)

A NBR 6118 (ABNT, 2003) “Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento” traz em seu escopo indicações de projeto para evitar problemas durante a vida útil da edificação. Nesta norma observa-se que deve manter a frequência natural do elemento estrutural 20% maior que a frequência crítica de excitação como mostra a equação (58).

$$f_n > 1,2f_{crítica} \quad (58)$$

Sendo:

f_n = frequência natural da estrutura;

$f_{crítica}$ = frequência crítica de excitação.

A norma apresenta o Quadro 4 que possui algumas situações de frequências críticas em apenas alguns lugares, porém não contempla lajes piso de edificações residenciais.

Caso	f_{crit} (Hz)
Ginásio de esportes	8,0
Sala de danças ou de concertos sem cadeiras fixas	7,0
Escritórios	3,0 a 4,0
Salas de concertos com cadeiras fixas	3,4
Passarela de pedestres ou ciclistas	1,6 a 4,5

Quadro 4 - Frequências críticas.
Fonte: ABNT (2003).

A norma ainda diz que para as situações em que não estão dispostas no Quadro 4 deve-se realizar uma análise dinâmica. Porém não especifica nenhum parâmetro, norma, procedimento ou ensaio que deve ser utilizado para realizar essa análise, para obter a frequência crítica. A norma cita que devem ser utilizados parâmetros internacionais para o desempenho estrutural.

4.4.2 DIN 4150 Parte 2 – (1975)

De acordo com Bachmann (1987, p. 75) a norma alemã, trata as frequências naturais das edificações residenciais, dentro da faixa de 1 a 80 Hz, e para a verificação do comportamento da estrutura com o critério de vibração utiliza um fator KB que deve ser calculado utilizando a equação (59).

$$KB = d \frac{0.8f^2}{\sqrt{1+0.032f^2}} \quad (59)$$

Sendo que:

KB= coeficiente para avaliação de conforto (mm/s);

f = frequência de vibração (Hz);

d = amplitude máxima do deslocamento em (mm).

A amplitude do deslocamento d , pode ser calculada utilizando a velocidade ou aceleração para calcular a amplitude do deslocamento como mostra a equação (60).

$$d = \frac{v}{2\pi f} = \frac{a}{4\pi^2 f^2} \quad (60)$$

Sendo que:

v = velocidade, (mm/s);

a = aceleração, (mm/s²).

Deve-se comparar o valor de KB encontrado com os limites aceitáveis pela norma. O fator varia de acordo com: tipo de uso da edificação, frequência de ocorrência, duração dos efeitos e período do dia em que ocorre. O Quadro 5 mostra a intensidade aceitável de KB.

Zona da edificação	Período do dia	Intensidade aceitável de KB (mm/s)	
		Contínuo ou repetitivo	Esporádico
Rural, Residencial ou Pousadas	Dia	0,20 (0,15*)	4,00
	Noite	0,15 (0,10*)	0,15
Pequenas cidades, uso misto	Dia	0,30 (0,20*)	8,00
	Noite	0,20	0,20
Escritórios, salas comerciais	Dia	0,40	12,00
	Noite	0,30	0,30
Industrial	Dia	0,6	12
	Noite	0,4	0,4
Áreas excepcionais	Dia	0,1 ÷ 0,6	4 ÷ 12
	Noite	0,1 ÷ 0,4	0,15 ÷ 0,4

(*). Esses valores devem ser cumpridos somente se o edifício for excitado horizontalmente por frequências menores que 5 Hz.

Quadro 5 – Valores aceitáveis do fator KB.

Fonte: Adaptado de DIN 4150-2 1975 (apud Bachmann, 1987, p. 76)

4.4.3 ISO 2631-2 – (1989)

Segundo Langer (2009, p. 38) essa norma trata sobre o conforto de humanos expostos a vibrações que estão na faixa frequência de 1 até 80 Hz. Assim trazendo um critério de

aceitabilidade de vibrações, pois a exposição a vibrações excessivas pode acarretar várias consequências aos seres humanos, como por exemplo, a perda de concentração e em casos extremos enjôo e náusea.

Os limites de exposição são estabelecidos em função do tempo de exposição, tipo de ocupação da edificação, a maneira como o ser humano está exposto à vibração, frequência e o comportamento da onda ao longo do tempo, se é contínua, intermitente ou transitória. Essa norma ainda menciona que a percepção das vibrações é alterada com a maneira em que o indivíduo se encontra por esse motivo são definidos eixos no corpo humano como mostra a Figura 6.

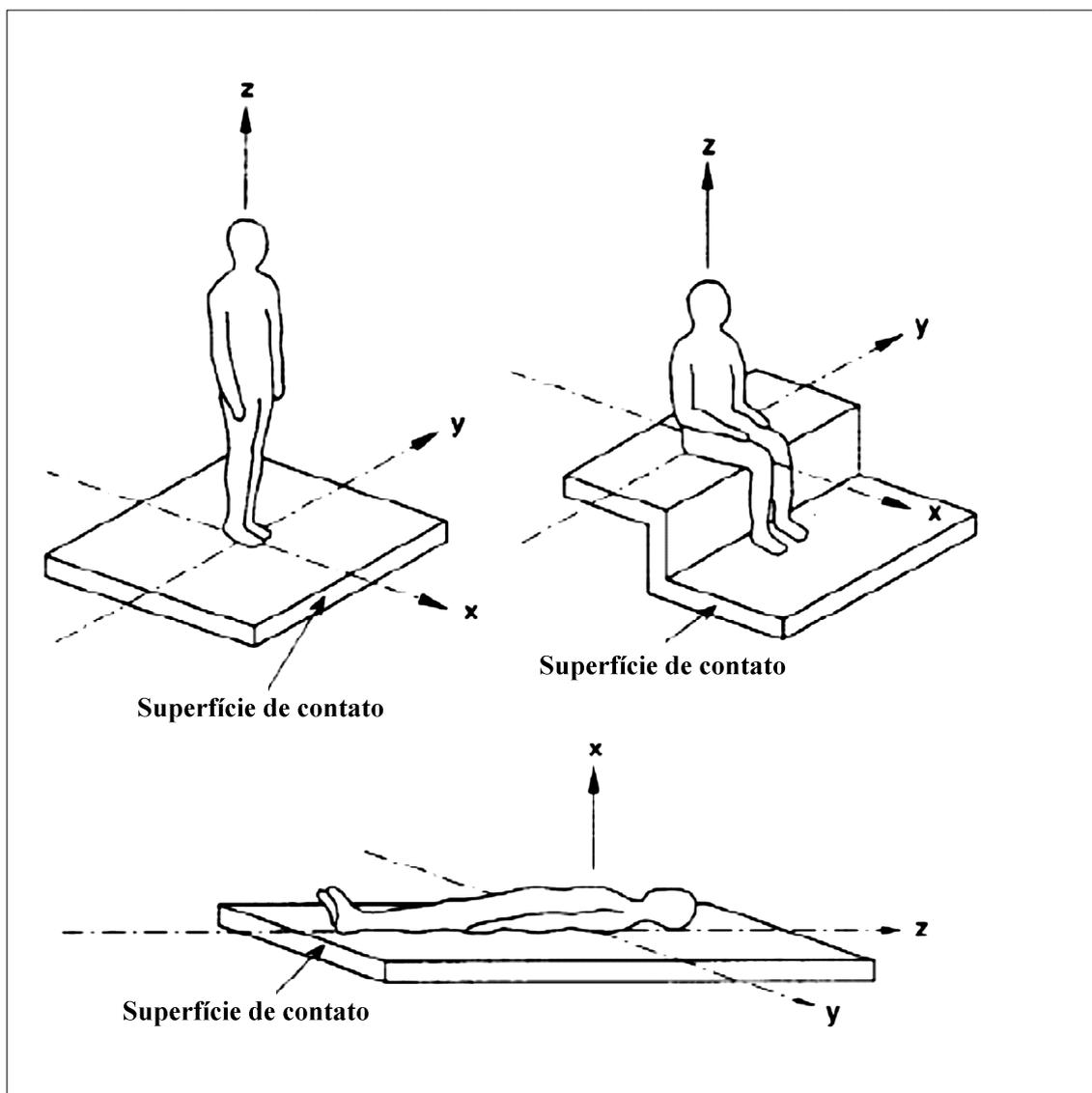


Figura 6 - Direção de propagação de vibrações no corpo humano.
Fonte : ISO 2631-2 (1989)

A partir desses referenciais de eixos no corpo humano, são modeladas as curvas base de aceleração da estrutura. Assim caso seja seguido essa especificação obtém-se uma estrutura que proporcione conforto para os seus usuários. A Figura 7, apresenta o nível aceitável de aceleração em rms (*root mean square*), de uma maneira combinada, ou seja utilizam-se as direções (x, y, z).

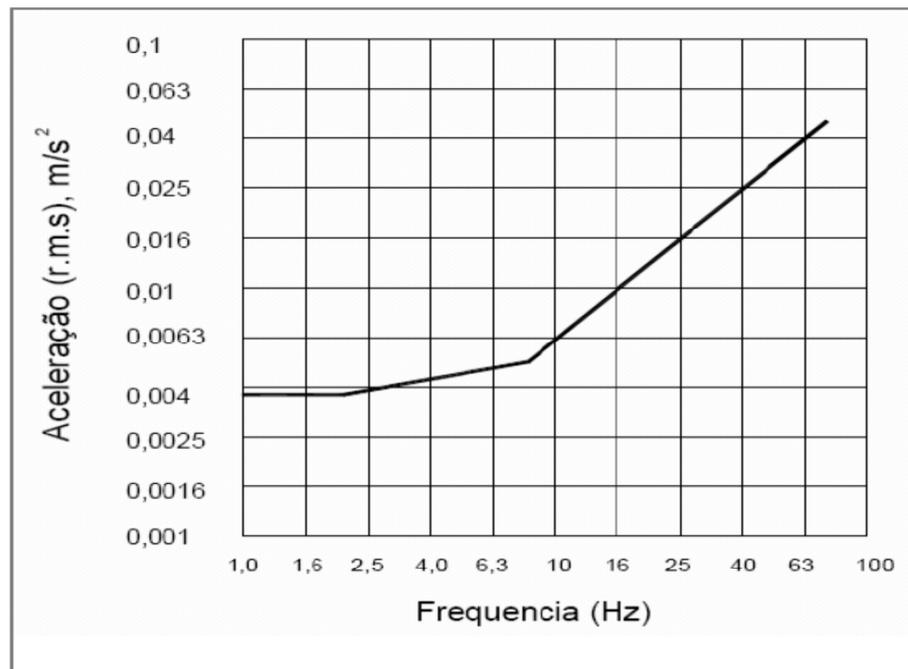


Figura 7 - Curva base de aceleração eixos (x,y,z)
Fonte: ISO 2631-2 (1989)

A norma especifica também as curvas no eixo Z conforme a Figura 8, e também no eixo X e Y ilustrados na Figura 9.

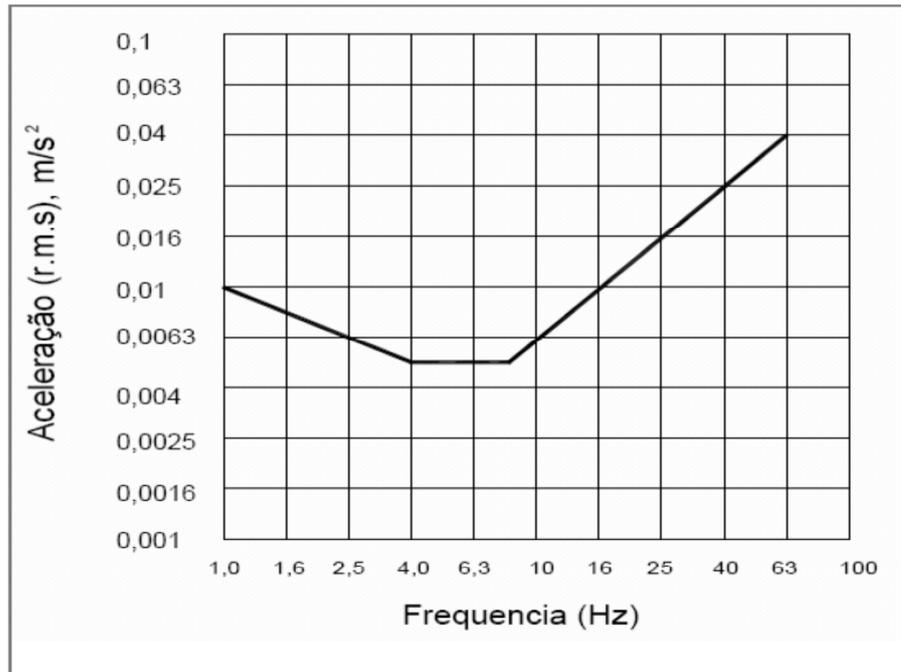


Figura 8 - Curva base de aceleração no eixo z
Fonte: ISO 2631-2 (1989)

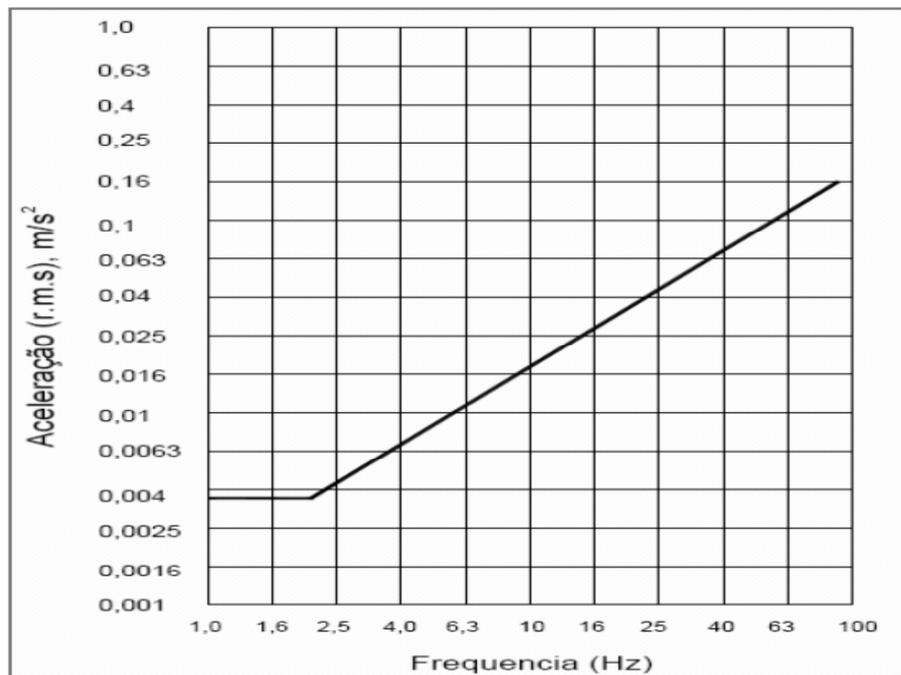


Figura 9 - Curva base de aceleração eixo x e y.
Fonte: ISO 2631-2 (1989)

O Quadro 6 contém os fatores de multiplicação das curvas base que a norma ISO 2631-2 (ISO, 1989) traz em seu escopo. Esses fatores dependem do período do dia e do tipo da ocorrência da vibração.

Local	Tempo	Vibrações contínuas ou intermitentes	Vibrações transientes (excitações com várias ocorrências por dia)
Áreas de trabalho críticas (ex.: salas de operação em hospitais, laboratórios de alta precisão, etc...)	Dia e noite	1	1
Residências	Dia	2 a 4	30 a 90
	Noite	1,4	1,4 a 20
Escritórios	Dia e noite	4	60 a 128
Salas de conferências	Dia e noite	8	90 a 128

Quadro 6: Faixa de fatores de multiplicação.
Fonte: ISO 2631-2 (1989)

4.5 FREQUÊNCIA NATURAL MÍNIMA DE VIBRAÇÃO PARA LAJE PISO

De acordo com (BACHMANN et. al, 1995), a frequência natural da estrutura deve ser maior que o terceiro harmônico do carregamento. Para o caso de um caminhar normal no qual a frequência de excitação é considerada igual a 2 Hz deve se obter uma frequência crítica de 6 Hz.

Segundo o conceito da NBR 6118 (ABNT, 2003) segundo o qual a frequência natural seja 20% maior que a frequência crítica chega-se a um valor mínimo de 7,2 Hz para as lajes piso residenciais.

Assim sendo, evita-se que as lajes entrem em ressonância com o terceiro harmônico da frequência do caminhar.

5 MÉTODOS

Para analisar o desempenho das lajes pré-moldadas expostas ao carregamento do caminhar humano, foi testada uma série de 5 lajes dimensionadas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2003).

5.1 DESCRIÇÃO DAS LAJES ANALISADAS

Foram avaliadas lajes pré-fabricadas, compostas de vigotas de concreto armado e lajota cerâmica, nas nervuras. O peso do concreto armado utilizado foi prescrito pela NBR 6120 (ABNT, 1980) igual a 25 kN/m³, para todas as lajes foi considerada a seguinte composição de revestimentos: piso cerâmico, camada de regularização e emboço na parte inferior. O Quadro 7 apresenta os valores utilizados.

Revestimentos	Carga kN/m ²)
Contra piso (h = 3cm)	0,63
Reboco inferior (h = 2cm)	0,38
Piso cerâmico	0,29
Lajotas cerâmicas	Carga kN/m ²)
h = 7 cm	0,29
h = 12 cm	0,38
h = 16 cm	0,48
h = 20 cm	0,60

Quadro 7 – Peso considerado dos materiais

Os vãos utilizados para a análise foram escolhidos seguindo a razão entre o maior comprimento (L_y) dividido pelo menor comprimento (L_x) de modo que λ variasse de 1 a 2 com incremento de 0,25. Para o número de nervuras das lajes foi adotado 11 assim utilizando a largura da mesa (B_f) de 40 cm resulta em um vão máximo das lajes de 4,4 m.

O Quadro 8 apresenta as características das lajes analisadas e ações atuantes nas nervuras.

Laje	L1	L2	L3	L4	L5
Lx	2,20	2,51	2,93	3,52	4,40
Ly	4,40	4,40	4,40	4,40	4,40
λ	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00
Combinação última (kN/m)	2,68	2,75	2,75	2,95	3,16
Combinação rara (kN/m)	1,90	1,96	1,96	2,1	2,25
Combinação quase permanente (kN/m)	1,49	1,54	1,54	1,68	1,83

Quadro 8 – Características das lajes analisadas.

5.2 DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES

O dimensionamento das lajes pré-fabricadas foi feito conforme os critérios da norma NBR 6118 (ABNT, 2003), atendendo os Estados Limites de Serviço (ELS) utilizando o parâmetro da flecha máxima menor que $Lx/350$ e abertura de fissuras inferior a 0,3 mm e Estados Limites Últimos (ELU).

Com as lajes descritas no Quadro 8, foi feito o dimensionamento adotando concreto com $f_{ck} = 25$ MPa e aço com $f_{yk} = 500$ MPa. Levou-se em consideração as cargas de peso próprio da laje e uma sobrecarga de utilização prescrita na NBR 6120 (ABNT, 1980) igual a 1,5 kN/m².

O cálculo do módulo de elasticidade E_{cs} do concreto foi feito com a equação 61.

$$E_{cs} = 4760 \sqrt[2]{f_{ck}} \quad (61)$$

Para realizar o cálculo da rigidez utilizam-se conceitos de resistência dos materiais. A lei de Hooke equação (62) e a equação para calcular a flecha máxima em uma viga bi-apoiada equação (63).

$$F = Kx \quad (62)$$

Onde :

F = força (N);
 K = rigidez (N/m);
 x = deslocamento (m).

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{FL^3}{48E_c I_{\text{eq}}} \quad (63)$$

Onde :

$\delta_{\text{máx}}$ = flecha máxima (m);
 F = força (N);
 L = vão (m);
 E_c = módulo de elasticidade (Pa);
 I_{eq} = momento de inércia equivalente (m^4).

Igualando o deslocamento (x) com a flecha máxima ($\delta_{\text{máx}}$) obtém a equação (64) que possibilita calcular a rigidez (K) de uma viga bi-apoiada.

$$K = \frac{48E_c I_{\text{eq}}}{L^3} \quad (64)$$

Nos casos em que o concreto se encontra no estágio I o momento de inércia efetiva (I_{eq}) é calculado utilizando os princípios da resistência dos materiais, ou seja, é o momento de inércia da seção bruta de concreto I_c . Nos casos em que o concreto está fissurado, estágio II o método utilizado para calcular a inércia efetiva I_{eq} é proposto pela norma NBR 6118 (ABNT, 2003), apresentado pela equação (65).

$$I_{\text{eq}} = \left(\frac{m_f}{m_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{m_f}{m_a}\right)^3\right] I_{\text{ii}} \quad (65)$$

Sendo :

I_{eq} = inércia efetiva (m^4);
 m_f = momento de fissuração do elemento estrutural (N.m);
 m_a = momento fletor na seção crítica (N.m);
 I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto (m^4);

I_{ii} = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II (m^4).

Considerando um entreixo (Bf) da seção T das lajes igual a 40 cm, e o maior vão (l_y) igual a 4,4 m pode-se calcular o número de nervuras necessárias para que seja coberto o plano, assim nos casos estudados verifica-se a necessidade de 11 nervuras. Como a laje é dimensionada considerando uma faixa de viga com largura (Bf) para obter a massa e a rigidez de toda a laje calculam-se essas propriedades para uma nervura (viga com largura Bf) e multiplica-se pelo número de nervuras.

5.3 ANÁLISE DINÂMICA DAS LAJES

A resposta dinâmica das lajes frente a ação do caminhar humano foi obtida por meio do método numérico de Newmark conforme item 4.2.1.4. Para tanto, foi desenvolvido um programa na linguagem Pascal, utilizando a IDE “*Integrated Development Environment*” Lazarus. O fluxograma, interface visual do programa e o código são apresentados respectivamente no Apêndice A, B e C.

A função do carregamento humano utilizado para análise da resposta do elemento é dada na equação 57. Os ângulos de fase e coeficientes dinâmicos estão ilustrados no Quadro 2. Essa análise foi feita considerando uma pessoa com uma massa de 80 Kg. O Gráfico 1 apresenta a variação da força do caminhar normal de um pedestre com massa de 80 kg.

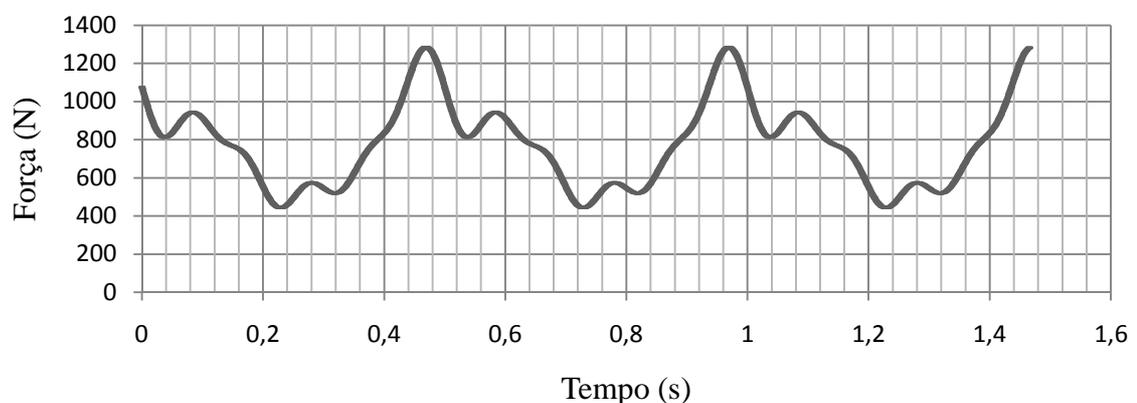


Gráfico 1 – Carregamento dinâmico do caminhar

Para avaliar os efeitos da caminhada humana sobre a laje foi escolhido o tipo de andar normal. Conforme dados do quadro 3. Foi utilizado o modelo II de carregamento conforme Mello (2005) considerando até o 4º harmônico da caminhada. Assim sendo, a carga foi considerada aplicada no ponto de maior amplitude modal, ou seja, no meio do vão da laje. Com o processo de Newmark pode-se obter o histórico da resposta do sistema devido a essa excitação.

Bachmann e Ammann (1987, p.165), mostram que para concreto armado pode-se utilizar o amortecimento adimensional γ variando de 2% até 6% sendo assim nesse trabalho utilizou-se um γ médio, ou seja, $\gamma = 4\%$. O passo de tempo da integração numérica de Newmark utilizado foi de $\Delta t = 0,001$ s.

O tempo total considerado no processo iterativo de Newmark corresponde ao tempo necessário para o indivíduo atravessar a laje na menor direção, pelo fato dessa ser a situação mais desfavorável para o conforto aos usuários pois ainda possui grandes acelerações devido à vibração livre da estrutura, assim levando a um aumento da aceleração rms.

Para realizar os cálculos dinâmicos da laje deve-se utilizar o módulo de elasticidade dinâmico dado por $E_{din} = 1,2 E_c$ (MAST, 2001).

5.3.1 Critério utilizado para avaliar o conforto das lajes

A avaliação do conforto proporcionado pelos elementos estruturais foi feita utilizando os critérios da norma ISO 2631-2 (ISO, 1989). Optou-se por utilizar essa norma pelo fato de ser mais atual ao considerar a aceleração rms e não a de pico.

A análise foi feita considerando o indivíduo em pé e, para tanto, foi utilizada a curva base para o eixo z (Figura 10).

O conforto foi avaliado verificando se a aceleração rms da laje resulta em um fator multiplicador dentro dos limites da norma ISO 2631-2 (ISO, 1989).

Conforme já mencionado anteriormente, essa norma utiliza o conceito de aceleração rms da estrutura para a avaliação do conforto frente à vibração. Pois, com a aceleração rms tem-se a média da energia do movimento vibratório assim gerando uma análise mais realista ao levar em conta o tempo de exposição. Para obter os valores da aceleração rms de uma onda em função do tempo utiliza-se a equação (66).

$$a_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^{t=n-1} a_t^2}{n}} \quad (66)$$

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os itens a seguir mostram os resultados obtidos em cada etapa do trabalho.

6.1 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES

A indicação das propriedades da seção T empregada nas lajes é ilustrada pela figura 10.

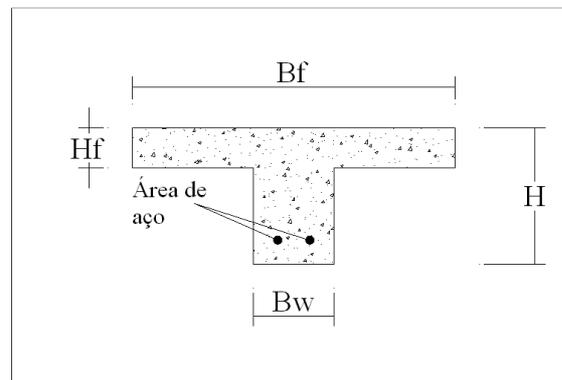


Figura 10 – Seção T.

O quadro 9 apresenta os resultados do dimensionamento das nervuras das lajes segundo os métodos já descritos. Todos os dados descritos nesse quadro são referentes a apenas uma nervura.

	Lajes				
	L1	L2	L3	L4	L5
Nº Barras	2	2	2	2	2
Φ (mm)	6,30	6,30	8,00	8,00	12,50
Área Aço (cm ²)	0,62	0,62	1,00	1,00	2,45
I_{eq} (cm ⁴)	847,38	3.445,56	2.152,53	4.059,17	8.826,50
Estádio	2	2	2	2	2
Massa (Kg)	420,16	493,96	574,00	742,00	993,50
Lx (m)	2,20	2,51	2,93	3,52	4,40
H (cm)	12	16	16	20	24
Bf (cm)	40	40	40	40	40
Bw (cm)	10	10	10	10	10
Hf (cm)	5	4	4	4	5

Quadro 9 – Dimensionamento das nervuras das lajes.

É importante destacar que, no processo de dimensionamento dessas lajes partiu-se inicialmente de uma seção transversal obtida em um catálogo de uma empresa fabricante de lajes. Porém, no dimensionamento foi necessário aumentar a seção transversal, pois as mesmas apresentavam flecha diferida maior do que o limite de $Lx/350$ conforme recomenda a norma NBR 6118 (ABNT, 2003).

6.2 ANÁLISE DINÂMICA E VERIFICAÇÃO DO CONFORTO DAS LAJES

O Quadro 10 apresenta as propriedades de toda a laje, considerando a massa relativa vibrante e o módulo de elasticidade dinâmico.

Laje	I_{eq} (cm ⁴)	Massa (kg)	Rigidez (N/m)	Frequência Natural (Hz)
L1	9321	4622	12000582	8,11
L2	37901	5434	32857217	12,37
L3	23678	6314	12904420	7,20
L4	44650	8162	14034643	6,60
L5	97091	10928	15625093	6,02

Quadro 10 - Propriedades das lajes.

Para realizar a análise utilizando a norma ISO 2631-2 (1989) é preciso obter o histórico de aceleração do elemento estrutural para calcular a aceleração rms utilizando a equação (66). O Apêndice C mostra os gráficos (2 a 6) com o histórico de aceleração das lajes analisadas.

O quadro 11 apresenta as acelerações calculadas e os fatores de multiplicação limites da ISO 2631-2 (1989) bem como os calculados.

Laje	Frequência natural (Hz)	a_{rms} (m/s ²)	a (m/s ²) ISO 2631-2 (1989)	Fator de multiplicação	Fatores de multiplicação (ISO)		Situação
				a_{rms} / a_{base} ISO	Dia	Noite	
L1	8,11	0,065	0,0051	13	30 a 90	1,4 a 20	Ok
L2	12,37	0,045	0,0078	6	30 a 90	1,4 a 20	OK
L3	7,20	0,052	0,0051	10	30 a 90	1,4 a 20	Ok
L4	6,60	0,048	0,0051	9	30 a 90	1,4 a 20	Ok
L5	6,02	0,058	0,0051	11	30 a 90	1,4 a 20	Ok

Quadro 11- Acelerações (rms) e fatores de multiplicação para as lajes.

Observando o quadro 11 pode-se notar que, para a ordem de grandeza dos vãos e carregamentos considerados todas as lajes analisadas apresentam desempenho aceitável, pois os seus fatores multiplicação são inferiores ao limite mais restritivo, ou seja, 20 no período noturno.

Deve-se ressaltar que embora as lajes L4 e L5 tenham apresentado frequência natural inferior à mínima de 7,2 Hz ambas atenderam aos critérios de conforto à vibração segundo a norma ISO 2631-2 (ISO, 1989). Assim sendo, observou-se que, para a ordem de grandeza dos vãos considerados e para a função passo adotada, as lajes piso com frequência natural

próximas ao 3º harmônico do caminhar (6 Hz) não apresentaram problemas de vibração excessiva segundo critérios da norma ISO 2631-2 (ISO, 1989) quando modeladas como um sistema de um grau de liberdade.

7 CONCLUSÕES

Com base na revisão de literatura pode-se concluir que o comportamento dinâmico das edificações deve ser avaliado na etapa de projeto para evitar problemas relacionados à ressonância como vibrações excessivas e até mesmo o colapso da estrutura.

Nesse sentido, caso o comportamento dinâmico da laje não seja avaliado na etapa de projeto pode ser construída uma laje que não atenda os requisitos de conforto à vibração.

O aparecimento de vibração excessiva devido ao caminhar humano tem sido frequentemente detectado em muitas lajes pré-fabricadas da ordem de grandeza dos vãos analisados neste trabalho. Contudo, observou-se que procedendo o dimensionamento correto dessas lajes conforme recomenda a norma NBR 6118 (ABNT, 2003) as mesmas apresentaram conforto à vibração quando excitadas pelo caminhar humano.

A norma ISO 2631-2 (ISO, 1989), tem o foco em analisar como o indivíduo se sente estando sobre a laje. Desse modo propõe as curvas de percepção mostradas no desenvolvimento do trabalho. A análise dessas curvas é feita utilizando como base a aceleração rms, essa que leva em consideração a energia do movimento vibratório permitindo uma noção mais precisa sobre os efeitos no corpo humano dessa vibração.

O aparecimento de vibração excessiva devido ao caminhar humano tem sido frequentemente detectado em muitas lajes pré-fabricadas da ordem de grandeza dos vãos analisados neste trabalho.

Contudo, observou-se que efetuando o dimensionamento correto dessas lajes conforme recomenda a norma NBR 6118 (ABNT, 2003) as mesmas apresentaram conforto à vibração quando excitadas pelo caminhar humano, pois a aceleração obtida nas lajes durante o caminhar está dentro dos limites da norma ISO 2631-2 (ISO, 1989).

Nesse contexto, conclui-se que, para a ordem de grandeza dos vãos considerados neste trabalho, as lajes dimensionadas respeitando-se o limite de flecha diferida de $Lx/350$ devem atender aos requisitos de conforto à vibração para o caminhar normal.

Observou-se ainda que, utilizando o modelo de função passo com os coeficientes dinâmicos adotados nesse trabalho, mesmo aquelas lajes com frequência natural próxima ao 3º harmônico do caminhar atendem aos requisitos de conforto à vibração.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Sandra F. de. **Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura**. 2005. 165 f. Dissertação de (Mestrado em engenharia de estruturas) - Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

ALMEIDA, S.F.; NÓBREGA, P.G.B.; HANAI, J.B. Critérios de Vibração para Estruturas de Piso de Concreto Pré-moldado. In: 1 ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 11. 2005, São Carlos. Disponível em: < http://www.set.eesc.usp.br/1enpppcpm/cd/conteudo/trab_pdf/148.pdf>. Acesso em 20 Maio. 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

BACHMANN et al (1995). *Vibration Problems in Structures*. Birkhäuser. Boston. ISBN 0-8176-5148-9.

BACHMANN, Hugo. : AMMANN, Walter. *Vibration in structures induced by man and machine*. 3. ed. Zurique: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.

BOYCE, William E.: DIPRIMA, Richard C. *Elementary differential equations and boundary value problems*. 3. ed. Nova York: John Wiley and Sons, INC. 2001.

CARREIRA, M. R. (2011). **Análise Dinâmica de Estruturas-AD380**. Notas de aula. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão.

CHOPRA, Anil K. **Dynamic of structures theory and applications to earthquake engineering**. Berkeley : University of California, 1995.

CLOUGH, Ray W.: PENZIEN, Joseph. **Dynamic of structures**. Berkeley: University Ave, 2003.

DIÓGENES, H. J. F. **Análise tipológica de elementos e sistemas construtivos pré moldados de concreto do ponto de vista de sensibilidade a vibração em serviço.** 2010. 210 f. Dissertação de (Mestrado) – Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

JUNGES, Paulo. **Análise de vibrações de uma laje mista de concreto e perfis de prfv induzidas por atividades humanas.** 2010. 312 f. Dissertação de (Mestrado em engenharia civil) – Universidade federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

LANGER, Natália A. S. **Estudo do conforto humano em pisos mistos (Aço-concreto) submetidos à ações humanas rítmicas.** 2009. 134 f. Dissertação de (mestrado) – Faculdade de Engenharia, Universidade do estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

LIMA, Daniel V. F. **Controle de vibrações induzidas em uma laje de academia de ginástica com a utilização de amortecedores de massa sintonizados.** 2007. 148 f. Dissertação de (Mestrado em estruturas e construção civil) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

MAST, Robert F. (2001). *Vibration of precast prestressed concrete floors.* **PCI Journal**, Washington, nov/dec. p.76-86.

MELLO, Antônio Vicente de Almeida. **Vibrações em pisos de edificações induzidas por atividades humanas.** 2005. 189 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia, Universidade do estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

MURRAY, T.M., Allen, D.E., Ungar, E.E. *Floor vibrations due to human activity, Steel Design Guide Series, American Institute of Steel Construction, AISC,* Chicago, USA, 2003.

NEWMARK, Nathan M. *A method of computation for structural dynamics.* **Journal of the Proceedings of the American society of engineers.** Nova York, Julho. 1959. *Engineering mechanics division*, p. 67.

PEREIRA, Cristiano C. G. **Curvas de percepção e conforto humano para vibrações verticais.** 2005. 149 f. Dissertação de (Mestrado em estruturas metálicas) – Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2005.

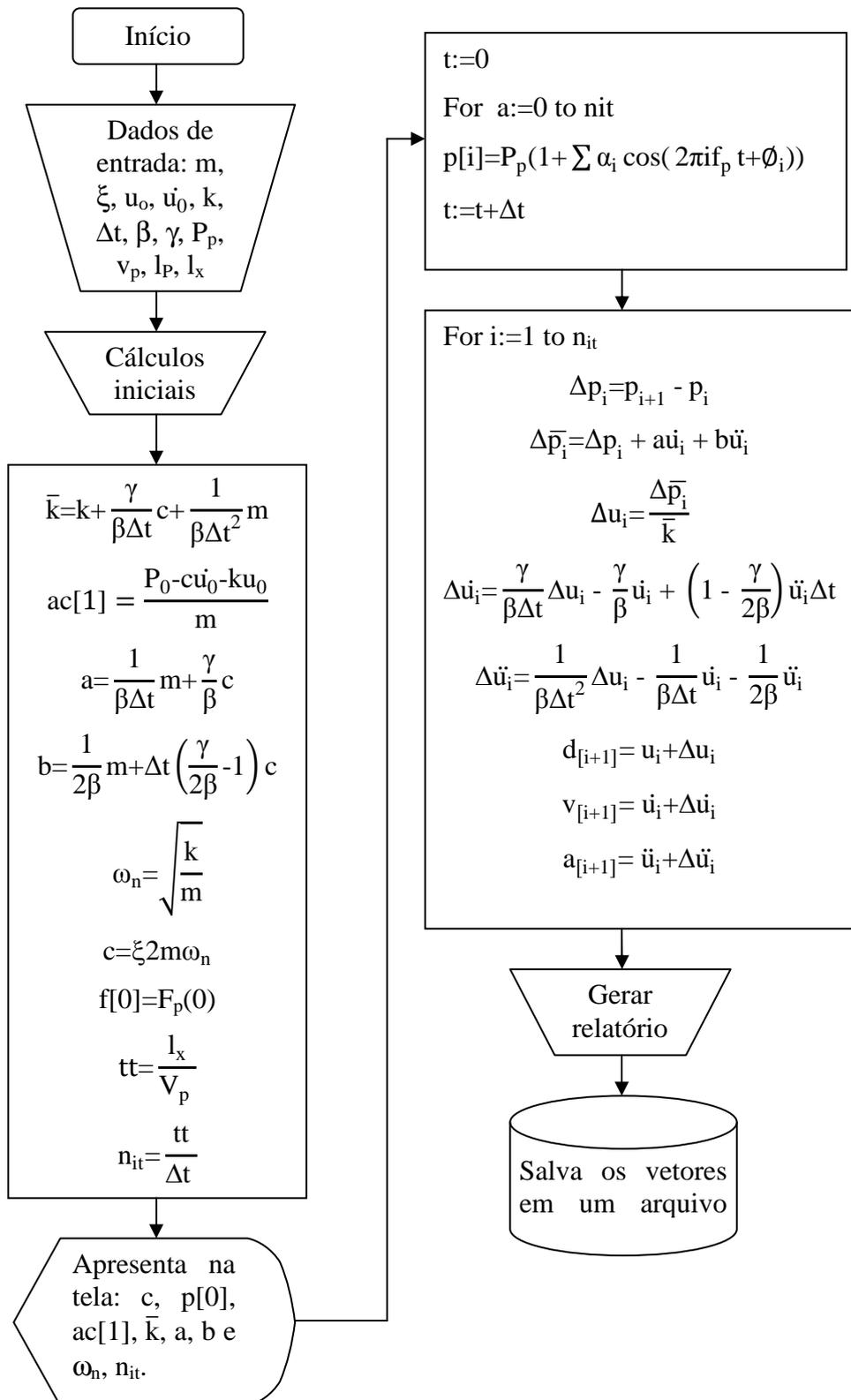
RESEARCH FUND FOR COAL & STEEL. **HIVOSS:** vibrações em pavimentos recomendações técnicas. Disponível em:

<http://www.stb.rwth-aachen.de/projekte/2007/HIVOSS/download.php>

Acesso em: 12 Ago. 2013.

SILVA, Nuno M. T. F. **Análise Estática e Dinâmica de Lajes Nervuradas de Concreto Armado**. Rio de Janeiro, 2008. 182f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2008.

APÊNDICE A – Fluxograma do programa



APÊNDICE B – Interface visual e código do programa

Figura 11 - Interface visual

No código do programa os botões são descritos como: Cálculos iniciais Button1, Iterar Button2 e Gerar Relatório Button3.

Segue o código implementado para o desenvolvimento dos cálculos de Newmark.

```
unit newmark;
```

```
{ $mode objfpc } { $H+ }
```

```
interface
```

```
uses
```

```
Classes, SysUtils, BufDataset, FileUtil, PrintersDlgs, Forms, Controls,  
Graphics, Dialogs, ExtCtrls, StdCtrls, ValEdit, Buttons, Menus, LResources,  
EditBtn ;
```

```
type
```

```
{ TForm1 }
```

```
TForm1 = class(TForm)
```

Button1: TButton;
Button2: TButton;
Button3: TButton;
Edit1: TEdit;
Edit10: TEdit;
Edit11: TEdit;
Edit12: TEdit;
Edit13: TEdit;
Edit14: TEdit;
Edit15: TEdit;
Edit16: TEdit;
Edit17: TEdit;
Edit18: TEdit;
Edit19: TEdit;
Edit2: TEdit;
Edit20: TEdit;
Edit21: TEdit;
Edit3: TEdit;
Edit4: TEdit;
Edit5: TEdit;
Edit6: TEdit;
Edit7: TEdit;
Edit8: TEdit;
Edit9: TEdit;
Label1: TLabel;
Label10: TLabel;
Label11: TLabel;
Label12: TLabel;
Label13: TLabel;
Label14: TLabel;
Label15: TLabel;
Label16: TLabel;
Label17: TLabel;
Label18: TLabel;

```
Label19: TLabel;
Label2: TLabel;
Label20: TLabel;
Label21: TLabel;
Label22: TLabel;
Label23: TLabel;
Label24: TLabel;
Label25: TLabel;
Label26: TLabel;
Label3: TLabel;
Label4: TLabel;
Label5: TLabel;
Label6: TLabel;
Label7: TLabel;
Label8: TLabel;
Label9: TLabel;
Panel1: TPanel;
Panel2: TPanel;
Panel3: TPanel;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
procedure Button2Click(Sender: TObject);
procedure Button3Click(Sender: TObject);
procedure FormCreate(Sender: TObject);
procedure Label25Click(Sender: TObject);
private
  { private declarations }
end;
const
  alfa : array [1..4] of double = (0.5, 0.2, 0.1, 0.05);
  fi : array [1..4] of double = (0, PI/2, PI, 3*PI/2, PI/2);
  max = 1000000;
var
  Form1: TForm1;
  cont1 : integer;
```

```

t, f, dp, id, iv, iac, d, dpl, ac, v : array [1..max] of double ;
passo : array [1..max] of integer ;
i, ki, j : integer ;
forcap, tempo, z : double ;
p0, somaz, amora, deltat, lx, a, fp, pp, m, tttotal, fp0, nit, soma, b, a0, k1, c, tn, forca0,
deltatlim, omega, u0, k, v0, beta, gama, vpasso, lpasso : double ;
implementation
{$R *.lfm}
{ TForm1 }
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var
zi : integer;
begin
m:=StrToFloat(Edit1.text);
amora:=StrToFloat(Edit18.text);
d[1]:=StrToFloat(Edit3.text);
k:=StrToFloat(Edit4.text);
deltat:=StrToFloat(Edit5.text);
v[1]:=StrToFloat(Edit6.text);
beta:=StrToFloat(Edit7.text);
gama:=StrToFloat(Edit8.text);
vpasso:=StrToFloat(Edit9.text);
lpasso:=StrToFloat(Edit10.text);
pp:=StrToFloat(Edit11.text);
fp:=StrToFloat(Edit20.text);
lx:=StrToFloat(Edit21.text);
tttotal:=(lx/vpasso);
omega:=sqrt(k/m);
tn:=((2*PI)/(omega));
deltatlim:=0.55*tn;
nit:=tttotal/deltat;
c:=((amora*2*m*omega)/100);
edit2.text:=FloatToStr(c);
soma:=0;

```

```

for zi:=1 to 4 do
begin
  forca0:=(alfa[zi])*cos(fi[zi]);
  soma:=soma+forca0;
  end;
fp0:=soma+1;
p0:=pp*fp0;
edit13.text:=FloatToStr(p0);
ac[1]:=((p0-c*v[1]-k*d[1])/m);
k1:=(k+((gama/(beta*deltat))*c)+((1/(beta*deltat*deltat))*m));
a:=(((1/(beta*deltat))*m)+((gama/beta)*c));
b:=(((1/(2*beta))*m)+deltat*c*((gama/(2*beta))-1));
edit13.text:=FloatToStr(p0);
edit14.text:=FloatToStr(ac[1]);
edit15.text:=FloatToStr(k1);
edit16.text:=FloatToStr(a);
edit17.text:=FloatToStr(b);
edit12.text:=FloatToStr(omega);
cont1:=1+Trunc(nit);
edit19.text:=FloatToStr(cont1);
end;
end;
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
  tempo:=0;
  for i:=1 to cont1 do
  begin
    iac[i]:=0;
    passo[i]:=i;
    t[i]:=tempo;
    somaz:=0;
    z:=0;
    forcap:=0;
    for ki:=1 to 4 do

```

```

begin
  z:=alfa[ki]*cos(2*PI*fp*ki*t[i]+fi[ki]);
  somaz:=somaz+z;
end;
forcap:=((1+somaz)*pp);
tempo:=tempo+deltat;
f[i]:=forcap;
end;
for i:=1 to cont1 do
  begin
    dp[i]:=f[i+1]-f[i];
    dpl[i]:=dp[i]+a*v[i]+b*ac[i];
    id[i]:=dpl[i]/k1);
    iv[i]:=((gama/(beta*deltat)*id[i])-((gama/beta)*v[i])+((1-
(gama/(2*beta)))*ac[i]*deltat));
    iac[i]:((((1/(beta*deltat*deltat))*(id[i])))-(1/(beta*deltat))*(v[i]))-
((1/(2*beta))*(ac[i]))));
    d[i+1]:=d[i]+id[i];
    v[i+1]:=v[i]+iv[i];
    ac[i+1]:=ac[i]+iac[i];
  end;
end;
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var
  arq:tstringlist;
begin
  arq:=tstringlist.create ;
  if not fileexists ('C:\Documents and Settings\KRUGER\Desktop\teste1.csv') then
  begin
    showmessage('teste1.csv, não existe !');
  end;
  if fileexists('C:\Documents and Settings\KRUGER\Desktop\teste1.csv') then
  begin
    arq.loadfromfile('C:\Documents and Settings\KRUGER\Desktop\teste1.csv');

```

```

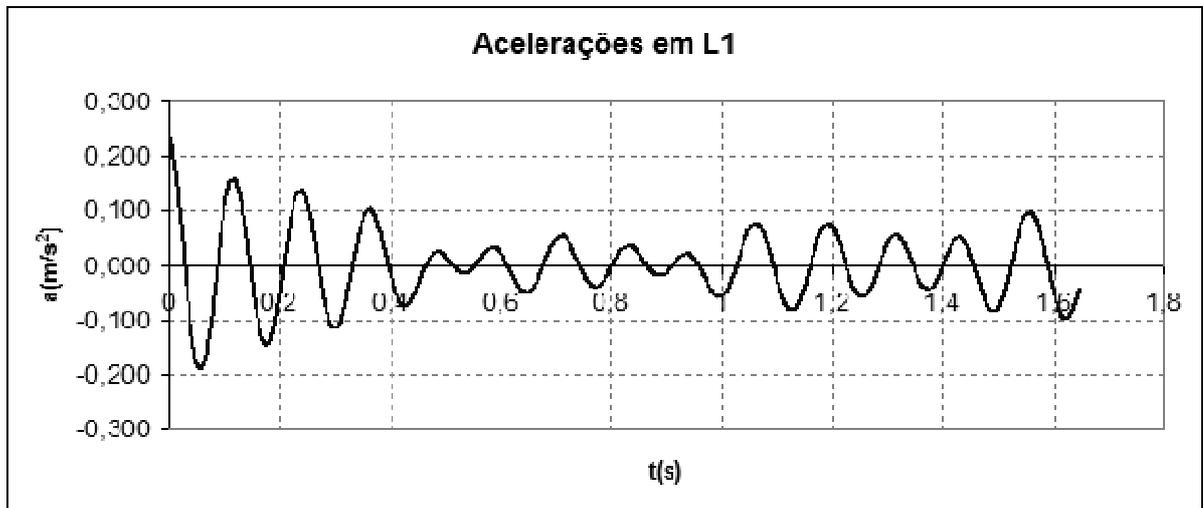
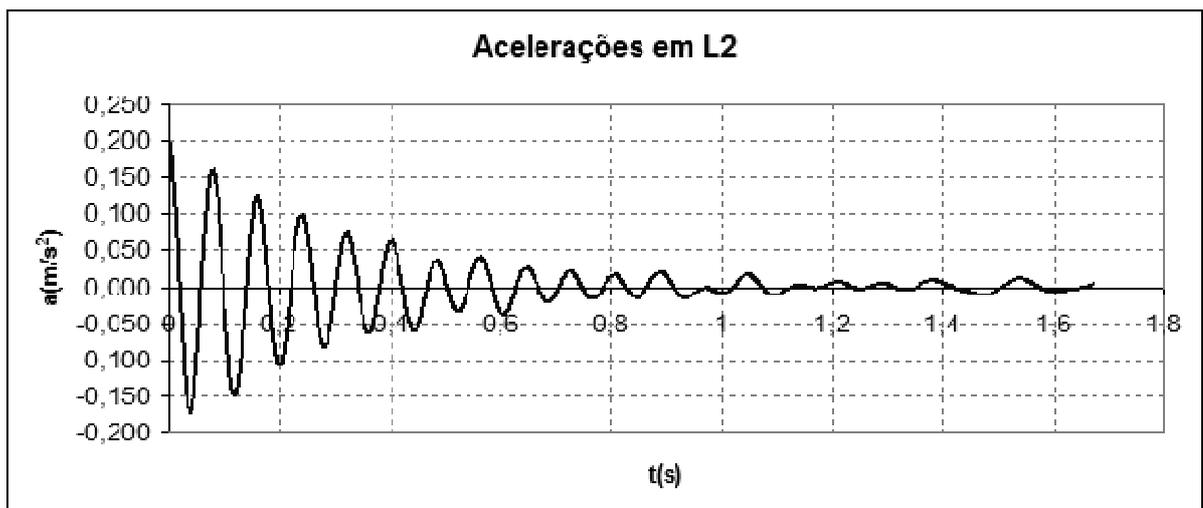
    arq.add('Dados Iniciais Da Estrutura');
    arq.add('Massa(Kg). C (Ns/m). K (N/m). ');
    arq.add(FloatToStr(m)+ ' ' + (FloatToStr(c)) + ' ' + (FloatToStr(k)));
    arq.add('..');
    arq.add('Condições Iniciais');
    arq.add('u0 (m). v0 (m/s). a0 (ms/s) . ');
    arq.add((FloatToStr(d[1])+ ' ' + (FloatToStr(v[1])) + ' ' + (FloatToStr(ac[1]))));
    arq.add('..');
    arq.add('Parâmetros De Newmark');
    arq.add('Beta. Gama. Passo De Tempo (s).');
    arq.add((FloatToStr(beta))+ ' ' + (FloatToStr(gama))+ ' ' + (FloatToStr(deltat)));
    arq.add('Propriedades Do Carregamento');
    arq.add('Peso Pessoa (N). VP m/s). DP(m). FP Hz)');
    arq.add((FloatToStr(pp))+ ' ' + (FloatToStr(vpasso)) + ' ' + (FloatToStr(lpasso))+ ' ' +
    (FloatToStr(fp)));
    arq.add('Dados Dos Cálculos Iniciais');
    arq.add('Força Ini (N). KI (N/m). a. b. Wn (rad/s). Número de iterações. ');
    arq.add((FloatToStr(f[1]))+ ' ' + (FloatToStr(k1))+ ' ' + (FloatToStr(a)) + ' ' +
    (FloatToStr(b))+ ' ' + (FloatToStr(omega)) + ' ' + (FloatToStr(cont1)));
    arq.add('..');
    arq.add('Resultados Das Iterações');
    arq.add('Passo. Tempo (s). Força (N). u (m). v(m/s). DPi (N). Dpl (N). Id (M). Iv (m/s). Ia
    (m/ss).a (ms/s). ');

for i:=1 to cont1 do
    begin
    arq.add(FloatToStr(passo[i]) + ' ' + (FloatToStr(t[i])) + ' ' + (FloatToStr(f[i])) + ' ' +
    (FloatToStr(d[i])) + ' ' + (FloatToStr(v[i])) + ' ' + (FloatToStr(dp[i])) + ' ' +
    (FloatToStr(dpl[i])) + ' ' + (FloatToStr(id[i])) + ' ' + (FloatToStr(iv[i])) + ' ' +
    (FloatToStr(iac[i]))+ ' ' + (FloatToStr(ac[i])));

    end;
arq.savetofile('C:\Documents and Settings\KRUGER\Desktop\teste1.csv');
end;

```

```
end;  
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);  
begin  
end;  
procedure TForm1.Label25Click(Sender: TObject);  
begin  
end;  
end.
```

APÊNDICE C – Gráficos das acelerações nas lajes analisadas.**Gráfico 2 - Histórico de aceleração na laje L1****Gráfico 3 - Histórico de aceleração na laje L2**

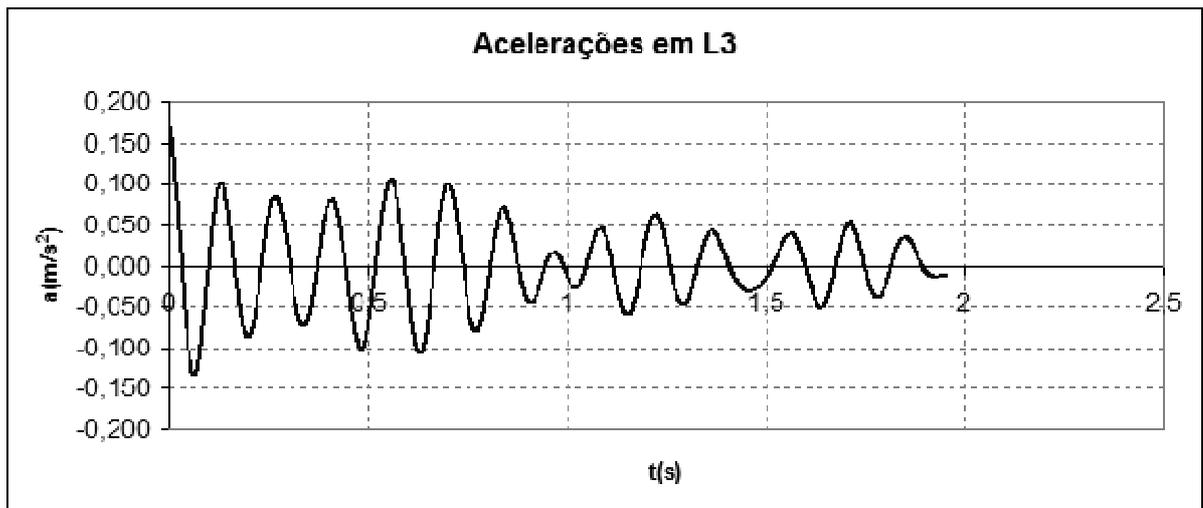


Gráfico 4 - Histórico de aceleração na laje L3

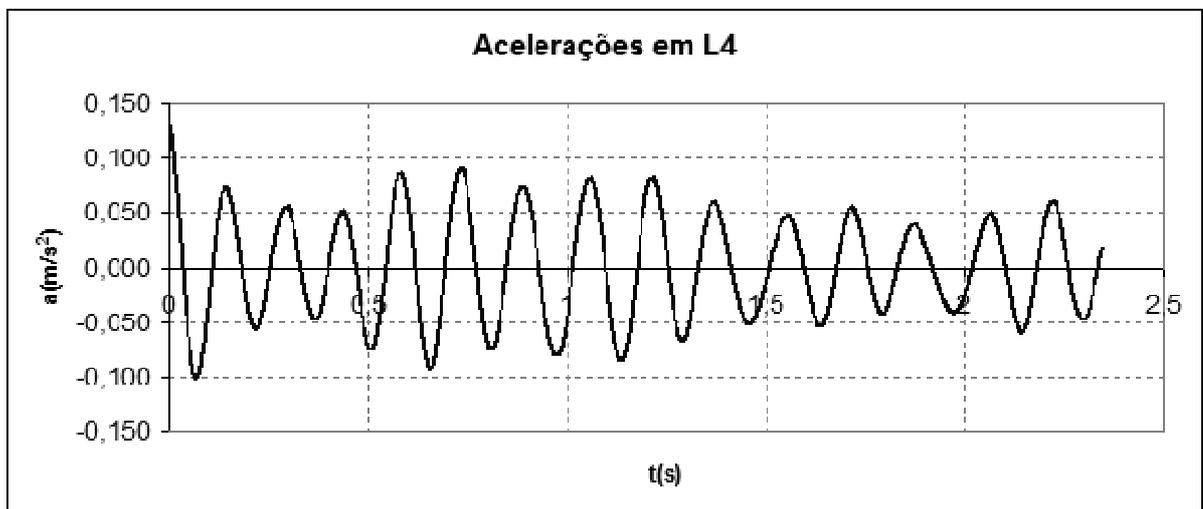


Gráfico 5 - Histórico de aceleração na laje L4

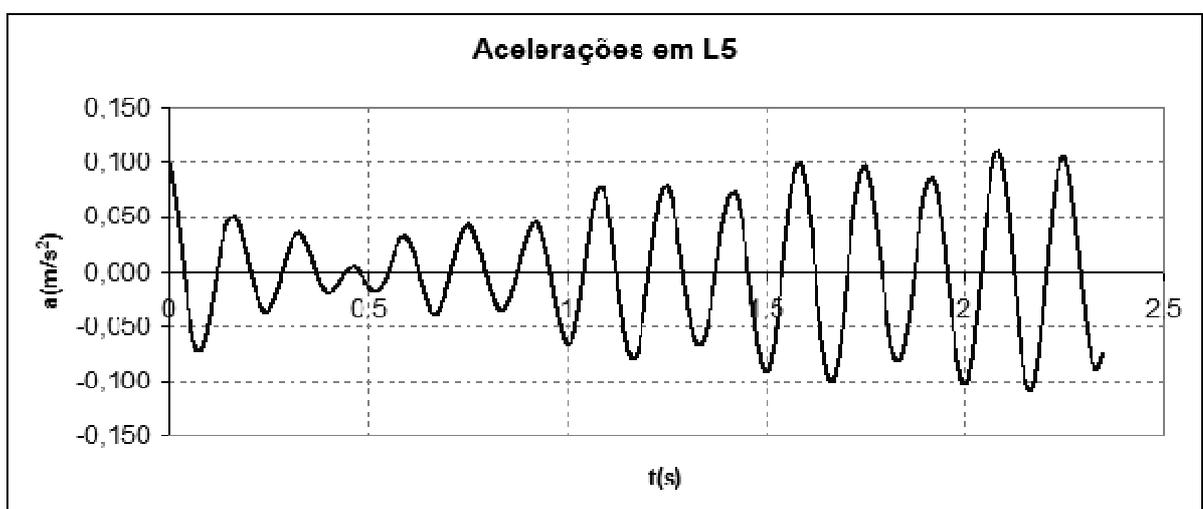


Gráfico 6 - Histórico de aceleração na laje L5