

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETRÔNICA  
CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA

JORGE LUIZ DE CARVALHO

**COMPARATIVO DE DESEMPENHO POR MEIO DE SIMULAÇÃO  
ENTRE ANTENAS BASEADAS EM GEOMETRIA FRACTAL E UMA  
BASEADA NO PADRÃO DE ANTENAS FILAMENTARES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO  
2016

JORGE LUIZ DE CARVALHO

**COMPARATIVO DE DESEMPENHO POR MEIO DE SIMULAÇÃO  
ENTRE ANTENAS BASEADAS EM GEOMETRIA FRACTAL E UMA  
BASEADA NO PADRÃO DE ANTENAS FILAMENTARES**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso Superior de Engenharia Eletrônica do Departamento Acadêmico de Eletrônica – DAELN - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Jakson Paulo Bonaldo

CAMPO MOURÃO  
2016



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Campo Mourão  
Coordenação do Curso de Engenharia Eletrônica

---

**TERMO DE APROVAÇÃO**  
**DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO INTITULADO**  
**Comparativo de Desempenho por Meio de Simulação entre Antenas**  
**Baseada em Geometria Fractal e Uma Baseada no Padrão de Antenas**  
**Filamentares**  
**por**  
**Jorge Luiz de Carvalho**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no dia 23 de Junho de 2016 ao Curso Superior de Engenharia Eletrônica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão. O Candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho \_\_\_\_\_ (aprovado, aprovado com restrições ou reprovado).

---

Prof. Dr. Gilson Junior Schiavon  
(UTFPR)

---

Prof. Me. Osmar Tormena Junior  
(UTFPR)

---

Prof. Dr. Jakson Paulo Bonaldo  
(UTFPR)  
Orientador

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso

Dedico este trabalho à minha mãe que representa o esteio da minha criação.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Jakson Bonaldo, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória, bem como ao Prof. Msc. Reginaldo Nunes pela orientação no início do meu trabalho. Também agradeço aos professores Viviane Colucci e Cesar Deimling pela indicação de bibliografia e ao professor Fábio Durand por me auxiliar com o rigor da teoria de antenas.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento à minha família em especial minha mãe Jezabel Aparecida de Abreu Carvalho e minha avó Nair Xavier do Nascimento, pois acredito que sem o apoio delas seria muito difícil vencer esse desafio.

Agradeço também àqueles a quem tenho a honra de chamar de amigos, que atuaram como minha família me amparando nos momentos difíceis e comemorando nas horas de alegria.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

"Como mortal que sou, sei que nasci por um dia. Mas, quando exploro a massa dos círculos em roda das estrelas, meus pés não tocam mais a Terra, mas, ao lado do próprio Zeus, tenho minha parte de ambrosia, o alimento dos deuses." (Ptolomeu)

## RESUMO

DE CARVALHO, Jorge Luiz. **Comparativo de desempenho por meio de simulação entre antenas baseadas em geometria fractal e uma baseada no padrão de antenas filamentosas.** 2016. 49 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2016.

*Este trabalho visa verificar a melhora na eficiência e capacidade de miniaturização através da aplicação de antenas fractais em comparação com modelos regulares de antenas, no caso do presente trabalho, uma antena filamentar. Tal modelo foi escolhido por ser o mais comum em diversas aplicações de tecnologia móvel, rádio e televisão. A análise foi realizada usando um código para geração do modelo do fractal e então simulado no programa HFSS. Um importante componente dos dispositivos eletrônicos tem sido a habilidade de se conectar com outros aparelhos através de tecnologias sem fio via diferentes protocolos de comunicação. Entretanto, esse tipo de comunicação tem um problema quando analisada sua eficiência. Com a tendência de miniaturização dos equipamentos e a busca por eficiência energética, a eletrônica encontrou um obstáculo no desenvolvimento de modelos de antenas. Esta é a dificuldade, reduzir o tamanho de antenas sem perder eficiência utilizando a geometria euclidiana clássica. Então uma nova técnica se fez necessária para modelar antenas e, em meados dos anos 80, com a união de um novo tipo de geometria que descreve figuras altamente detalhadas, conhecidas como fractais e a teoria de antenas, foi então criada a eletrodinâmica fractal.*

**Palavras-chave:** Antenas, Fractais, Eficiência, Filamentar, Miniaturização.

## ABSTRACT

DE CARVALHO, Jorge Luiz. **Performance comparison through simulation between antennas based in fractal geometry and a filamentary antenna.** 2016. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2016.

This work intends to verify the improvement on efficiency and the capacity of miniaturization from the appliance of fractal antennas in comparison with regular antenna designs in this case a filamentary antenna, that design was chosen because is the most common at applications in mobile technology, television and radio. The analysis was made by using a script with the transformations to create the fractal design and then simulate the design in the software HFSS. At this time, an important part of electronic devices it is the ability to connect with other ones through Wi-Fi technologies and different protocols of communication. However, that kind of connection has a problem when analyzed his efficiency. With the tendency of miniaturization of devices and the search for energetic efficiency, electronic has found an obstacle at the antenna design. That are difficult to reduce the size of an antenna without losing efficiency using the classic Euclidian geometry. So a new technique is necessary to design the antennas, and in the 80's with the union of a new kind of geometry that describe highly detailed figures known as fractals and the antenna theory, was build the fractal electrodynamics.

**Keywords:** Antennas. Fractal, Efficiency, Filamentary, Miniaturization.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – FRACTAL POEIRA DE CANTOR.....	15
Figura 2 – CURVA DE MINKOWSKI.....	19
Figura 3 – A CURVA DE KOCH.....	21
Figura 4 – ÁREAS DE APLICAÇÃO DA GEOMETRIA FRACTAL.....	24
Figura 5 – EQUIVALENTE DE THÈVENIN.....	25
Figura 6 – ANTENA FRACTAL COM PADRÃO CILÍNDRICO.....	35
Figura 7 – ANTENA FRACTAL COM PADRÃO QUADRADO.....	36
Figura 8 – ANTENA FRACTAL BASEADA NA CURVA DE MINKOWSKI.....	37
Figura 9 – COEFICIENTE DE RETORNO DA ANTENA FRACTAL.....	37
Figura 10 – VSWR DA ANTENA FRACTAL.....	38
Figura 11 – IMPEDÂNCIA DE ENTRADA DA ANTENA FRACTAL.....	40
Figura 12 – DIPOLO FILAMENTAR.....	41
Figura 13 – COEFICIENTE DE RETORNO DO DIPOLO FILAMENTAR.....	42
Figura 14 – VSWR DO DIPOLO FILAMENTAR.....	42
Figura 15 – IMPEDÂNCIA DE ENTRADA DO DIPOLO FILAMENTAR.....	43
Figura 16 – PADRÃO DE IRRADIAÇÃO DO DIPOLO FILAMENTAR.....	44
Figura 17 – PADRÃO DE IRRADIAÇÃO DA ANTENA FRACTAL.....	45

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – VALORES DE S11 (COEFICIENTE DE REFLEXÃO) .....	38
TABELA 2 – VALORES DE VSWR.....	39
TABELA 3 – VALORES DE IMPEDÂNCIA DE ENTRADA.....	40
TABELA 4 – VALORES DE OPERAÇÃO DA ANTENA.....	43

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA.....	16
1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS.....	17
1.3 OBJETIVOS.....	17
1.3.1 Objetivo geral.....	17
1.3.2 Objetivos específicos.....	17
1.4 JUSTIFICATIVA.....	18
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>20</b>
2.1 GEOMETRIA FRACTAL.....	20
2.2 ANTENAS.....	24
2.2.1 Característica Multibanda.....	27
2.3 ELEMENTOS FINITOS.....	27
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>28</b>
3.1 MATERIAIS.....	28
3.2 DESENVOLVIMENTO.....	28
3.2.1 Antenas Escolhidas.....	28
3.2.2 Projeto da Antena Filamentar.....	28
3.2.3 Aplicação do Fractal de Minkowski ao Projeto.....	31
3.2.4 Simulação.....	32
3.2.5 Coeficiente de Reflexão e Coeficiente de Onda Estacionária (VSWR).....	34
<b>4 RESULTADOS E DISCUÇÕES.....</b>	<b>36</b>
4.1 PODER DAS PONTAS.....	36
4.2 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DAS ANTENAS ESCOLHIDAS.....	37
4.2.1 Antena Fractal.....	37
4.2.2 Antena Filamentar na Configuração de Dipolo.....	41
4.2.3 Análise do Padrão de Radiação (Região de Campo Distante Fraunhofer)..	43
<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>46</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No início dos anos 80 o matemático Benoit Mandelbrot nomeou um novo tipo de geometria como sendo geometria fractal, termo este que significa quebrado, ou fragmentos irregulares. Figuras pertencentes à essa geometria não podem ser descritas pela geometria euclidiana convencional devido a sua complexidade e a sua principal característica, a autossimilaridade. Mandelbrot notou pela primeira vez um padrão fractal aparecendo em um sistema de telecomunicações da IBM<sup>®</sup>. Esse padrão se manifestava na linha de transmissão como ruído, e Mandelbrot conseguiu delimitar o padrão do ruído utilizando o padrão fractal conhecido como Poeira de Cantor, no qual uma figura geométrica é constantemente dividida como demonstra a Figura 1:

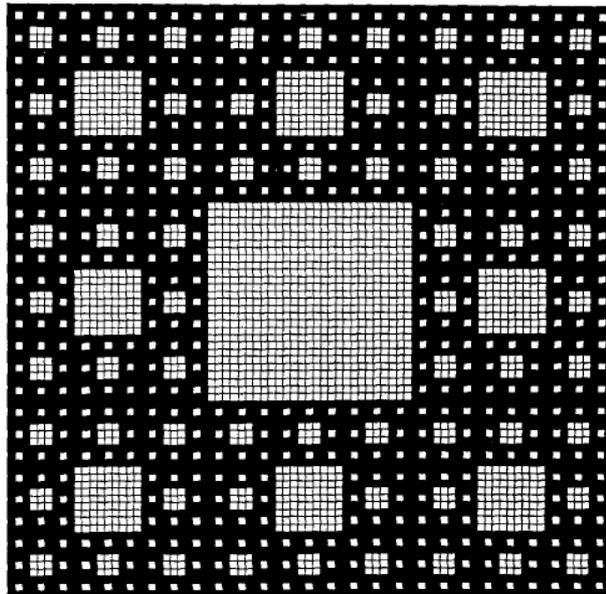


Figura 1 – Fractal Poeira de Cantor

Fonte: Werner, Haupt e Werner (1999, p.43)

O emprego dessa geometria unida à teoria eletromagnética criou um novo e amplo campo, a Eletrodinâmica Fractal, uma nova teoria que estuda uma diferente classe de problemas de radiação, propagação e espalhamento conforme afirma (WERNER, HAUPT E WERNER, 1999) e ainda segundo os mesmos esta nova seara do conhecimento revela uma grande aplicabilidade, principalmente na área de antenas e *designs* de antenas.

Um projeto típico de antenas baseia-se na geometria euclidiana para sua execução. Desde a fundamentação da geometria fractal por aquele que é chamado o pai da geometria fractal, Mandelbrot, e posteriormente da eletrodinâmica fractal por Jaggard, vem havendo um grande interesse em substituir os padrões Euclidianos por novos modelos baseados em fractais. Este interesse cada vez maior por explorar a capacidade dos modelos de antenas fractais vem sendo chamado de “engenharia de antenas fractais” conforme afirma (WERNER, HAUPT e WERNER, 1999). Dentro dessa área de engenharia dois ramos de pesquisa vêm dominando: o emprego de fractais no formato da antena e o arranjo de antenas utilizando um padrão fractal. Este trabalho tem como foco a primeira área citada, de forma a contemplar os efeitos que o uso de padrões fractais têm sobre o desempenho de uma antena.

Segundo (KIM e JAGGARD, 1986 apud WERNER, HAUPT e WERNER, 1999), a primeira utilização dessa teoria no projeto de antenas é atribuída a Kim e Jaggard, os quais introduziram um novo método de *design* de antenas baseado em fractais aleatórios. Logo novas descobertas foram surgindo, como a descrita por (LAKHTAKIA e VARADAN, 1987 apud WERNER, HAUPT E WERNER, 1999) que relata que num campo irradiado por uma tela fractal, a onda irradiada também apresenta a mesma autossimilaridade.

## 1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Desde o surgimento dos circuitos integrados existe uma busca constante pela miniaturização dos transistores para que a Lei de Moore fosse atendida. A mesma prevê que o número de transistores existentes em um chip dobraria a cada 18 meses, aumentando assim, a capacidade de processamento. Porém, a disponibilidade de serviços em termos de telefonia móvel ainda é um grande problema. As antenas sofrem com a perda de potência e largura de banda quando submetidas ao processo de miniaturização, logo têm surgido novos métodos de projeto de antenas que seja eficiente e que possam ser embarcadas em dispositivos cada vez menores (POTAPOV, 2013).

## 1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

As antenas fractais exigem um alto grau de detalhamento em suas formas mesmo quando são empregadas estruturas de ordem menor de iteração. Devido a isso, para a fabricação de tais antenas, é necessário o emprego de técnicas de fabricação de PCI's (placas de circuito impresso), onde as trilhas que compõe a antena são corroídas sobre um substrato que atua como dielétrico entre a antena e o plano de terra. O problema principal desta técnica é justamente a inserção do dielétrico produzindo franjeamentos do campo nas bordas das trilhas (MOREIRA, 2012).

A solução para a produção de tais antenas com um nível satisfatório de detalhamento recai na popularização das tecnologias de impressão 3D. O presente trabalho executou simulações utilizando antenas convencionais apenas com a aplicação das transformações fractais na antena filamentar, sem inserir dielétricos.

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo Geral

Realizar o comparativo de desempenho por meio de simulações computacionais das antenas filamentosas e das antenas que utilizam a geometria fractal de Minkowski.

### 1.3.2 Objetivo Específicos

- Avaliar um recente paradigma de construção de antenas;
- Aprender sobre uma nova área do conhecimento em ascensão;
- Atestar o modelo de antena mais eficiente;

- Mostrar qual o melhor método construtivo para o projeto de antenas.

#### 1.4 JUSTIFICATIVA

Desde o surgimento da filosofia oriental do Toyotismo, após o fim da segunda guerra mundial, o mundo tem se preocupado cada vez mais com a eficiência em diversas áreas. E desde o surgimento do primeiro circuito integrado se tornam mais necessários dispositivos que aproveitem ao máximo a energia disponível para o seu funcionamento, dado que o consumo energético e a tendência de miniaturização dos equipamentos só têm aumentado desde então.

A microeletrônica encontrou seu limite no átomo de silício, dado que, a grosso modo, átomos enfileirados compõe as junções dos transistores. Já nas telecomunicações, segundo (POTAPOV, 2013), as antenas compõe grande parte de dispositivos eletrônicos e, por conseguinte constituem um dos gargalos no processo de miniaturização. Sabendo que a integração e comunicação entre dispositivos se tornou algo indispensável, tal integração encontrou seu limite na geometria Euclidiana, que não possibilita uma redução de tamanho sem perda de desempenho.

Além de haver tal necessidade de miniaturização, existe ainda uma necessidade em obter antenas que tenham uma banda de operação cada vez maior, de forma que o modelo de projeto clássico de antenas baseadas em geometria Euclidiana torna-se obsoleto. Um dos novos e mais promissores métodos que estão sendo pesquisados e aplicados é o método que explora características iterativas dos fractais, o que pode gerar figuras de comprimento infinito dentro de um espaço finito dependendo da dimensão fractal empregada na construção do mesmo.

Resultados promissores foram obtidos no trabalho de (OLIVEIRA, MARTINS, D'ASSUNÇÃO e OLIVEIRA, 2014) o qual operando em 2,45 GHz obteve uma redução de 42 % no tamanho de uma antena utilizando o fractal de Minkowski, a Figura 2 mostra algumas curvas de Minkowski para diferentes valores de  $k$ , sendo que para um  $k = 0$  representa uma antena retangular.

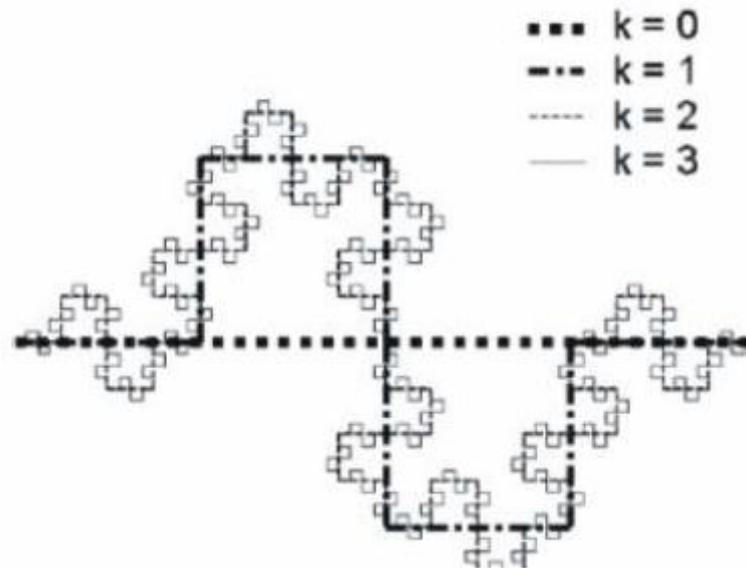


Figura 2 – A curva de Minkowski

Fonte: OLIVEIRA, et al. (2014 p.3)

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 GEOMETRIA FRACTAL

O mundo, ao contrário do pensamento recorrente não se baseia na geometria euclidiana clássica, pelo menos no que compete a estruturas naturais. Quando são observadas, tais estruturas, desde o formato da costa de continentes até estruturas microscópicas, as mesmas apresentam a forma de fractais, conforme descreve Benoit Mandelbrot, matemático polonês considerado o pai da geometria fractal, em sua célebre frase: “Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, continentes não são círculos, um latido não é contínuo e nem o raio viaja em linha reta”.

Pode-se definir um fractal como sendo uma figura. Figuras por sua vez são definidas como entidades geométricas que possuem características e propriedades inerentes a sua geometria. Ambas as figuras, sejam elas geométricas clássicas ou fractais dependem de uma resolução para serem detalhadas na forma de uma imagem precisa. Porém os fractais apresentam uma complexidade superior no que se diz respeito ao detalhamento, que se multiplica infinitamente em suas partes mais ínfimas. Salvo situações restritas, a imagem de um fractal só pode ser construída computacionalmente de forma que a imagem gerada se aproxime da definição da figura de um fractal. Conforme descrito por (CALISTO, 2013 apud FRAME; MANDELBROT, 2004), “os fractais são formas geométricas abstratas de uma beleza incrível, com padrões completos que se repetem infinitamente, mesmo limitados a uma área finita”.

Um fractal bem como objetos geométricos clássicos são definidos como um conjunto de pontos em um espaço  $n$ -dimensional. A geometria clássica atua sobre objetos como um círculo em um plano, uma esfera no espaço tridimensional, de forma a calcular distâncias, ângulos, áreas ou volumes. Já os fractais possuem certas peculiaridades que divergem das propriedades supracitadas que compõem figuras geométricas clássicas. Um bom exemplo pode ser dado através de um fractal

imaginado pelo matemático alemão Helge von Koch em 1904, a chamada curva de Koch.

“Partimos de um segmento de reta AB de comprimento unitário. Dividimos o segmento em três partes iguais e suprimimos o terço médio, colocando em seu lugar os segmentos CD e DE, cada um com um comprimento de  $1/3$ , igual ao do segmento removido. Ficamos, assim com a poligonal ACDEB, com comprimento de  $4/3$ . Vamos, a seguir, repetir com cada um dos 4 segmentos da poligonal ACDEB a mesma operação feita com o segmento original. Obtemos, desse modo, uma poligonal de 16 lados, cada qual de comprimento  $1/9$ , perfazendo um comprimento total de  $16/9$  ou  $(4/3)^2$ . E continuamos o processo indefinidamente, substituindo cada lado da última poligonal obtida por uma poligonal de 4 lados, semelhante a ACDEB”. (SERRA e KARAS,1997).

Como pôde ser constatado a partir do exemplo supracitado, fractais são gerados através de processos geométricos ou operações aleatórias recursivas, sendo definidos por conjuntos de funções iteradas. A Figura 3 mostra os 5 níveis iniciais da construção do fractal.

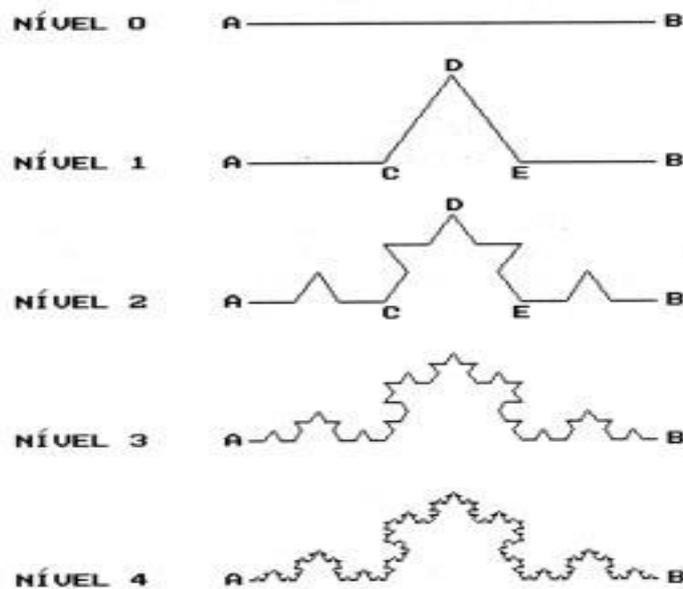


Figura 3 – A curva de Koch

Fonte: Serra (1997 p.7)

Note que o comprimento  $l$  é proporcional ao nível  $k$  pela seguinte razão:

$$l_k = \left(\frac{4}{3}\right)^k \quad (1)$$

Sendo assim através do limite:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l_k = \infty \quad (2)$$

Através da curva de Koch constata-se que em uma porção bem delimitada do plano possui um comprimento infinito. Tal curva e suas similares dão origem a uma classe de fractais denominados flocos de neve.

Todas as figuras consideradas fractais apresentam certas características tais como: autossimilaridade, escala, complexidade e dimensão. Os exemplos mais conhecidos de fractais apresentam a característica mais marcante deste grupo geométrico que é a autossimilaridade.

Seja qualquer a fração da região observada do fractal, ainda é possível visualizar o mesmo padrão do todo, de modo que podemos dividir o todo em pequenas porções e mesmo assim cada uma delas continua mostrando o mesmo formato. Pode-se identificar em fractais famosos como a poeira de Cantor, a curva de Koch e o fractal de Júlia, porém tal autossimilaridade representa apenas um tipo das possíveis em fractais.

A autossimilaridade descrita anteriormente é caracterizada como estrita. Já em outros grupos de fractais é notada a auto similaridade estocástica:

“[...] os elementos de uma certa parte da figura enquadram-se em uma certa modalidade de distribuição estatística, com uma certa média e um certo desvio padrão. Uma subparte da parte considerada tem os seus elementos enquadrados na mesma distribuição, podendo acontecer que a média e o desvio padrão sejam afetados pelo fator de redução da parte original para a subparte.” (SERRA e KARAS, 1997, p.10).

Existe ainda um outro tipo de autossimilaridade entre fractais conhecido como a auto afinidade que por sua vez trata-se de um gênero mais abrangente. Podem ser definidos como fractais afins, segundo (SERRA e KARAS, 1997), “as figuras que passam por um ou mais processos como contrações, dilatações, translações, rotações, reflexões ou uma combinação de tais transformações. ”

Todavia de acordo com (CALISTO, 2013 apud TAYLOR, 2003) apenas dois tipos de similaridades são descritos: a exata e a estatística, que anteriormente foram apresentadas como estrita e estocástica, respectivamente.

Sobre a dimensão fractal ou dimensão topológica, uma importante característica que compõe este grupo de figuras é definida como:

$$N=(1/r)^n \quad (3)$$

Em que  $r$  é o fator de contração do sistema de funções iteradas que o gera e  $N$  é o número total de contrações que constituem o sistema de funções iteradas (SANTOS, 2000, p.35). Um método aplicado para a definição da dimensão fractal é o de “*Box Counting*”. Esse método segundo (SANTOS, 2000) consiste em usar uma imagem, por exemplo a foto de uma galáxia, e transformar esta imagem em uma imagem binária, e produzir uma outra imagem contendo apenas os contornos em volta das áreas que contém nível lógico alto. Então o resultado obtido deve ser partido em diversos quadrados (*boxes*) de um determinado comprimento de lado e contamos quantos destes quadrados contém o contorno. Para determinar o número correspondente à dimensão, o processo continua conforme descrito por (SANTOS, 2000), este processo é repetido com diferentes tamanhos de lado para os quadrados, uma vez que a quantidade de quadrados que cobre a figura é proporcional ao quadrado do inverso do tamanho do lado de cada quadrado em que se dividiu a figura. Agora simplesmente, é representado utilizando os resultados das medições realizadas. E representar graficamente o logaritmo do número de quadradinhos que contém o contorno, em função do logaritmo do inverso do lado de cada quadrado.

Este trabalho contempla apenas uma diminuta área do conhecimento que pode ser produzido a partir de uma linha de pesquisas envolvendo geometria fractal e suas diversas aplicações como pode ser visualizado no diagrama da Figura 4.

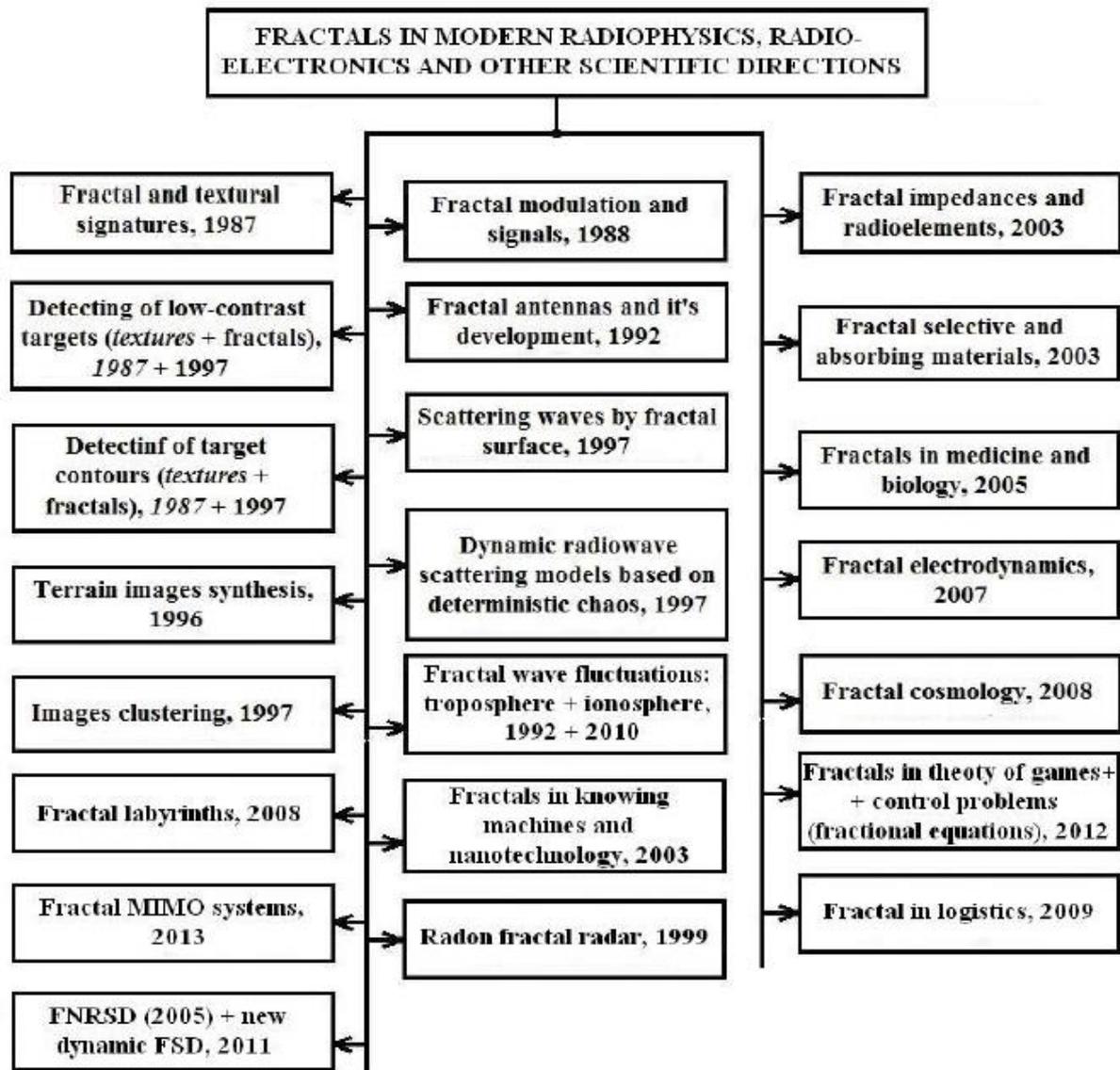


Figura 4 – Áreas de aplicação da geometria fractal

Fonte: Potapov (2013 p.64)

## 2.2 ANTENAS

Antenas são o componente básico de qualquer sistema de comunicação sem fio e de sistemas de posicionamento. Sua principal função é transmitir e receber informações através de irradiação de ondas eletromagnéticas. A base do funcionamento de antenas modernas é modelada através das equações de Maxwell.

Uma antena pode ser representada pelo seu circuito equivalente de Thèvenin, o que possibilita uma análise das relações entre o sinal aplicado e as características construtivas da estrutura irradiadora, como mostra a Figura 5.

Ainda de acordo com a Figura 5, os parâmetros associados à fonte, como o valor do sinal de tensão  $V_g$  e a impedância da fonte  $Z_g$ , nota-se também as grandezas associadas à linha de transmissão e à estrutura irradiadora, sendo que  $R_L$  representa o valor das perdas por condução e dielétricos associados à estrutura,  $R_r$  representa o valor da resistência de irradiação e  $X_A$  identifica a parte imaginária associada a impedância (reatância). Tais parâmetros serão analisados na seção dos resultados, pois são grandezas fundamentais para obter uma boa performance da antena.

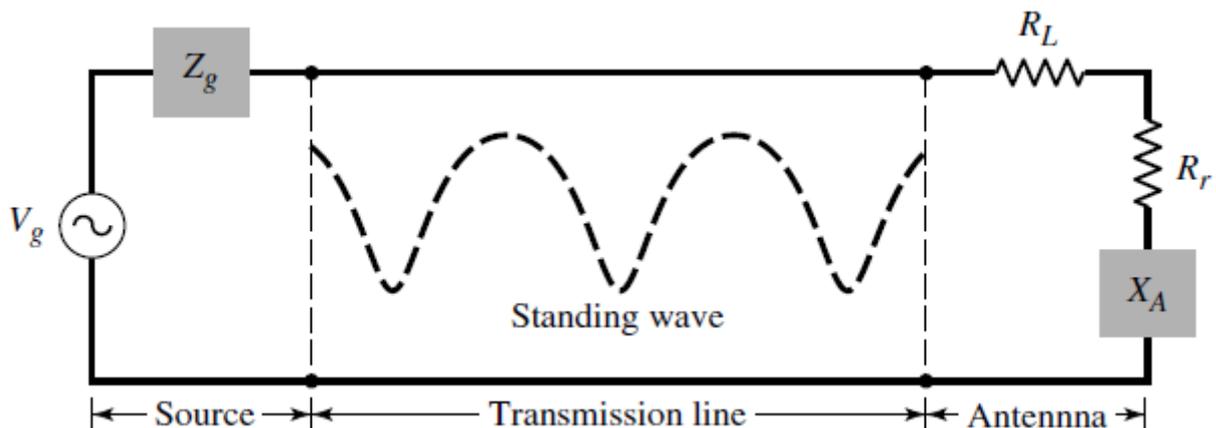


Figura 5 – Equivalente de Thèvenin

Fonte: Balanis (2005 p.3)

As antenas mais comuns e mais utilizadas no são as chamadas filamentosas (ou lineares). Porém, possuem uma baixa diretividade e têm como principal característica elétrica a banda passante estreita, isto é, possuem um conjunto estreito de frequências que podem compor o sinal. Tal tipo é aplicado em telefonia fixa e celular, rádio amador e televisão.

Para fundamentar certos parâmetros iniciais da aproximação referentes ao comportamento de uma antena filamentar, será analisada equação de densidade de cargas  $J_z$  de acordo com (Balanis, 2005):

$$J_z = q_v \cdot v_z \quad (4)$$

A distribuição de cargas será uniforme, com movimento ao longo de  $\hat{z}$  e o condutor possuirá características ideais.

$$J_z = q_s \cdot v_z \quad (5)$$

Considerando um raio de valor infinitesimal obtém-se:

$$I_z = q_l \cdot v_z \quad (6)$$

Aplicando tais considerações de condutor ideal e raio infinitesimal, a derivada torna-se:

$$\frac{dI_z}{dt} = q_l \frac{dv_z}{dt} = q_l \cdot a_z \quad (7)$$

Considerando o comprimento do filamento como  $l$ :

$$l \frac{dI_z}{dt} = l q_l \frac{dv_z}{dt} = l q_l a_z \quad (8)$$

A Equação (8) retrata a relação básica entre carga e corrente e também possibilita a conclusão da equação fundamental da radiação eletromagnética, a qual será estudada nos próximos parágrafos.

A Equação (8) demonstra que para criar radiação é necessário haver uma corrente variável com o tempo ou uma aceleração (ou desaceleração) de carga (BALANIS, 2005).

Se a carga se move com velocidade constante haverá radiação somente se o condutor for curvo, dobrado, descontínuo, finito ou truncado (BALANIS, 2005), o que corrobora o emprego de padrões fractais no projeto de antenas.

A técnica de emprego da geometria fractal no projeto de antenas vem sendo amplamente estudada desde meados dos anos 1990, quando Jaggard definiu a nova seara de conhecimento chamada eletrodinâmica fractal, unindo a geometria fractal à teoria eletromagnética, o que originou a aplicação de geometria fractal no projeto de antenas conforme descrito por (WERNER, HAUPT E WERNER, 1999).

O emprego desta geometria, descrita no tópico anterior, é capaz de proporcionar um melhor rendimento graças a principal característica do fractal, a autossimilaridade (SANTOS e RIBEIRO, 2014).

### 2.2.1 Característica Multibanda

Característica multibanda é a capacidade de uma única estrutura irradiadora (antena) poder operar em diversas faixas de frequência. Este é um recurso cada vez mais frequente no projeto de antenas para otimizar o funcionamento de dispositivos que cada vez mais precisam atuar em várias bandas. As antenas fractais conseguem operar em diversas faixas, uma vez que a estrutura é composta de diversas partes menores da estrutura principal, sendo assim, cada nível fractal pode operar em uma ou mais bandas.

## 2.3 ELEMENTOS FINITOS

Trata-se de uma técnica para resolução numérica de equações diferenciais, através da discretização das equações das leis que regem fenômenos físicos. Essa técnica é aplicada na modelagem de fenômenos físicos sobre determinadas condições de contorno. É um método de baixa ordem e relativa baixa complexidade empregado na resolução numérica de Equações Diferenciais Ordinárias lineares (EDO).

## 3 METODOLOGIA

### 3.1 MATERIAIS

Este trabalho se baseará na simulação para a comparação de desempenho entre dois tipos de antenas, utilizando o software HFSS.

### 3.2 DESENVOLVIMENTO

#### 3.2.1 Antenas Escolhidas

As antenas escolhidas para a execução deste trabalho foram:

- Uma antena filamentar na configuração de dipolo por ser uma configuração simples, de resultados conhecidos e ampla aplicação;
- Uma antena baseada no fractal de Minkowski que visa explorar a característica de ser construído apenas contendo ângulos retos, tal característica cria indutâncias no circuito, irradiando mais energia.

O projeto da antena filamentar será apresentado a seguir, de maneira simplificada apenas para delimitar o modelo adotado. As simulações apresentadas foram geradas utilizando os mesmos parâmetros e mesmo material para as antenas, o cobre.

### 3.2.2 Projeto da Antena Filamentar

Será considerada uma antena filamentar de comprimento  $L$  da ordem de grandeza do comprimento de onda  $\lambda$  de operação. Também será considerado o estudo do Dipolo Fino, em que o diâmetro do condutor é infinitesimal com relação a  $\lambda$ . Apesar desta ser uma aproximação para critérios de cálculo, os resultados obtidos se aproximam satisfatoriamente de resultados práticos. A relação entre o diâmetro e  $\lambda$  para que os cálculos sejam válidos deve ser de duas ordens de grandeza.

Para se determinar os campos magnéticos  $H$  e elétrico  $E$  de cada antena se faz necessário conhecer a distribuição espacial de corrente na estrutura condutora irradiante. Levando em consideração a segunda equação de Maxwell:

$$\nabla \times H = J \quad (9)$$

Da teoria de antenas, se pode reduzir qualquer antena em pequenos irradiadores fundamentais, no caso do dipolo filamentar será reduzido em infinitos filamentos infinitesimais dispostos em série, o Campo Magnético e o Campo Elétrico podem ser calculados utilizando uma abordagem de velocidade angular e linear respectivamente de um fluido imaginário chamado Éter em um ponto  $P(x, y, z)$  do espaço tridimensional.

Quando o dipolo é avaliado sobre o prisma das considerações descritos acima podemos concluir que o campo magnético,  $H_z$  é igual a zero uma vez que não há “vorticidade” em nenhum plano de giro perpendicular a  $z$ . Também é possível definir que como  $L \gg d$ , sendo  $d$  o diâmetro da antena, o campo magnético não varia na direção  $z$ . Logo obtêm-se o seguinte rotacional:

$$\nabla \times H = \hat{z} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (10)$$

Quando analisadas as Eqs. (9) e (10) verifica-se que só há densidade de corrente em  $z$ .

Uma vez que a tensão  $V$  inserida no elemento irradiador é,  $V(t) = V_{max} \cos(2\pi ft)$ , por conseguinte tal sinal de tensão produz uma corrente no dipolo que possui uma função no tempo  $I(t) = I_{max} \cos(2\pi ft + \varphi)$ , onde  $\varphi$  representa a fase entre a tensão  $V$  e a corrente  $I$ . Através da aplicação do sinal de corrente no conceito de fluído imaginário Éter o resultado é uma distorção do fluído na forma de onda senoidal com uma distância entre os picos no espaço tridimensional, da ordem de  $\lambda = cT$  sendo  $c$  igual a velocidade da luz no vácuo ( $3 \times 10^8$  m/s). Tal distorção no Éter produz no condutor a mesma distribuição espacial de corrente.

Analisando as dimensões teóricas do condutor e levando em consideração as conclusões supracitadas no texto, se conclui que a variação de corrente ao longo dos eixos  $x$  e  $y$  é ínfima e que, por conseguinte a variação ocorre apenas em  $z$ .

Tendo em vista o carácter diferencial linear das equações de Maxwell, e sabendo que a corrente  $I$  no dipolo é uma consequência da tensão  $V$  aplicada, logo, a relação entre  $V(t)$ ,  $I(t)$ ,  $I(z)$  pode ser descrita através de uma equação diferencial linear.

Pode-se concluir ainda que a corrente é zero para valores de comprimento da antena múltiplos de  $\lambda/2$ , fator este que culminará no uso de um dipolo  $\lambda/2$  nas simulações.

Facilmente constata-se a seguinte expressão analítica para  $I(z)$ :

$$I(z) = \begin{cases} I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2} + z\right)\right) & \text{p/ } z < 0 \\ I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{L}{2} - z\right)\right) & \text{p/ } z \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

Para executar a análise de campo distante será utilizada a fórmula para condutores infinitesimais lineares:

$$dE_\theta = 60\pi I(z) \left(\frac{dz}{s\lambda}\right) e^{j(\omega t - \beta s + \frac{\pi}{2})} \sin \theta \quad (12)$$

Executando o cálculo de integração em ambos os lados da Eq.(12), fazendo  $s \rightarrow r$  para a análise de campo distante e substituindo a Eq.(11), obtém-se a seguinte equação para análise do campo distante:

$$E_{\theta} = \frac{I_0 60}{r} e^{j(\omega t - \beta r + \frac{\pi}{2})} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{L}{\lambda} \pi \cos(\theta)\right) - \cos\frac{\pi L}{\lambda}}{\sin(\theta)} \right\} \quad (13)$$

Uma vez sabida a equação de campo distante o padrão de irradiação ( $F(\theta, \phi)$ ) é facilmente obtido:

$$F_{(\theta, \phi)} = F_{(\theta)} = \frac{\left| \frac{\cos\left(\frac{L}{\lambda} \pi \cos(\theta)\right) - \cos\frac{\pi L}{\lambda}}{\sin(\theta)} \right|}{\max \left\{ \left| \frac{\cos\left(\frac{L}{\lambda} \pi \cos(\theta)\right) - \cos\frac{\pi L}{\lambda}}{\sin(\theta)} \right| \right\}} \quad (14)$$

A partir de Eq. (14) pode-se obter os diagramas de irradiação para antenas de dipolo linear simétrico, com valores arbitrários de comprimento. Como dito anteriormente tal artigo se baseara em um dipolo de comprimento  $\lambda/2$  para a execução das simulações.

### 3.2.3 Aplicação do Fractal de Minkowski ao Projeto

Para o entendimento da geometria fractal se faz necessário o estudo da equação que o define. Uma vez que o fractal é uma estrutura não euclidiana não é possível descrevê-lo de acordo com os rigores cartesianos como uma função de coordenadas, mas sim através de um conjunto de transformações. Estas primeiras equações fornecem um conjunto de funções iteradas para a construção da curva de Minkowski. Considere a transformação:

$$q_i = \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad (15)$$

$$q_{i(x,y)} = \frac{1}{4} * \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

A Eq. (15) segue o rigor matemático para representar o domínio das transformações empregadas no fractal, claramente as transformações ocorrem em apenas duas dimensões do espaço. Tais transformações justificariam a redução de tamanho da estrutura geradora que tem seu comprimento distribuído no plano.

Já Eq. (16) representa a maneira como se dá a formação do fractal. O termo de valor um quarto é chamado de fator de compressão do fractal ele indica o quanto a estrutura geradora será reduzida a cada iteração.

As matrizes representam as transformações propriamente ditas de rotação e translação respectivamente. Ao final de sucessivas iterações o fractal é gerado pela operação de união de todos os conjuntos de iteração.

O comprimento total da estrutura é dado pela Eq. (17) onde h representa a altura da estrutura e n o número de iterações aplicadas conforme descrito em (SERRA, 1997).

Equação que descreve o comprimento do fractal relativo ao número de iterações e a altura:

$$l = h * \left(\frac{8}{4}\right)^n \quad (17)$$

Sendo que a estrutura sofre uma redução de um quarto a cada iteração o que em termos abstratos poder-se-ia conseguir um comprimento infinito dentro de uma área finita do espaço simplesmente submetendo a Eq. (17) a um cálculo de limite com a variável n tendendo ao infinito conforme a Eq. (18).

Análise do limite para valores elevados de iteração:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} l = \lim_{n \rightarrow \infty} h^* \left(\frac{5}{3}\right)^n \quad (18)$$

Essa propriedade virtual dos fractais torna-se muito interessante no projeto de antenas, uma vez que ela possibilita a miniaturização de antenas.

### 3.2.4 Simulação

A simulação executa a solução das equações de Maxwell para a estrutura utilizando o método de elementos finitos. Esse método obtém uma aproximação do comportamento real, mesmo sendo um método de relativa baixa complexidade. Devido à característica linear das equações de Maxwell na forma diferencial não há a necessidade de aplicação de métodos ordem elevada, que resultaria em uma simulação mais complexa e com maior custo computacional que não levaria a ganhos significativos de precisão.

O programa gera a malha de simulação de maneira automática sem a necessidade da discretização das equações manualmente, se faria necessária uma discretização manual caso fosse utilizado um *patch* de antena localizado sobre um dielétrico que como descrito anteriormente resulta em um franjamento do campo descrito por (MOREIRA, 2012). Tal comportamento faria necessário um refinamento da malha de simulação nas bordas da estrutura para que os erros de aproximação não resultassem em resultados espúrios.

A simulação foi realizada utilizando uma *lumped port* no programa HFSS que apresenta uma baixa complexidade de ajuste e é útil para análises de baixa ordem de iteração. Para a simulação deve ser fornecida uma linha de integração para o cálculo do campo elétrico, os parâmetros de reflexão são convertidos de acordo com o valor escolhido pelo usuário, no caso da presente simulação foi escolhido o valor padrão de 50Ω.

Tal porta apresenta certas exigências no que compete sua simulação:

- 1) Ambos os terminais devem ser conectados ao metal.

- 2) A estrutura é excitada por uma corrente fixa  $I$ . Então o campo elétrico é integrado ao longo do terminal para encontrar  $V$ . A impedância é calculada de acordo com a relação  $\frac{V}{I}$ .
- 3) As matrizes de impedância são calculadas de forma direta. Outros parâmetros são convertidos de acordo com a impedância associada pelo usuário.
- 4) O resultado do emprego dessa porta só é válido para pequenas distâncias entre os terminais, quando comparadas com o comprimento de onda do sinal.

Foi utilizado ainda para a simulação do monopólo fractal um plano infinito como plano de terra.

A simulação exige a criação de uma estrutura limitante que envolva a antena para que o cálculo de discretização tenha uma região de fronteira para a convergência do método.

### 3.2.5 Coeficiente de Reflexão e Coeficiente de Onda Estacionária (VSWR)

O coeficiente de reflexão ( $S_{11}$ ) representa a proporção do sinal aplicado que é refletido devido ao descasamento de impedâncias entre o gerador de sinal e o conector da antena, tal coeficiente está diretamente relacionado ao coeficiente de onda estacionária (VSWR) que indica a relação entre a amplitude máxima e mínima da tensão, resultante da interação das ondas aplicada e refletida.

O valor de  $S_{11}$  é calculado utilizando  $P_i$  (potência incidente) e  $P_r$  (potência refletida), e seu módulo é dado por:

$$|\rho| = \sqrt{\frac{P_r}{P_i}} \quad (19)$$

Porém sua representação é dada em termos de dB, logo:

$$S_{11}(\text{dB})=20 \log|\rho| \quad (20)$$

E o coeficiente de reflexão se relaciona com o VSWR através da equação:

$$\text{VSWR}=\frac{1+|\rho|}{1-|\rho|} \quad (21)$$

## 4 RESULTADOS E DISCUÇÕES

### 4.1 PODER DAS PONTAS

Foi adotada uma estrutura geradora no formato de um paralelepípedo retangular conforme ilustrado na Figura 7, para realizar uma comparação com a de formato cilíndrico apresentada na Figura 6, a fim de que a mesma possuísse uma série de arestas e, em especial, vértices de modo possibilitar a exploração do efeito de poder das pontas. Esta alteração é baseada no senso comum, no que concerne a fabricação de placas de circuito impresso voltadas a aplicações de alta frequência, de que se deve evitar a criação de trilhas com ângulos de  $90^\circ$  a fim de evitar perdas no sinal devido a irradiação, pois a trilha torna-se uma antena. No caso do presente artigo tal comportamento deve ser maximizado a fim de obter um ganho maior. Este efeito deve-se a uma série de fatores correlatos. O efeito de poder das pontas descreve basicamente que cargas tendem a se acumular em superfícies de raio menor (pontas) descrito por (FERREIRA, 2002). Assim, como o campo elétrico é uniforme ocorre um rompimento da rigidez dielétrica do condutor, alterando assim sua impedância. O descasamento da impedância em diversos trechos da estrutura irradiadora resulta em uma série de reflexões do sinal entre diferentes partes do condutor que compõe a antena, ocasionando o aumento da irradiação do sinal.

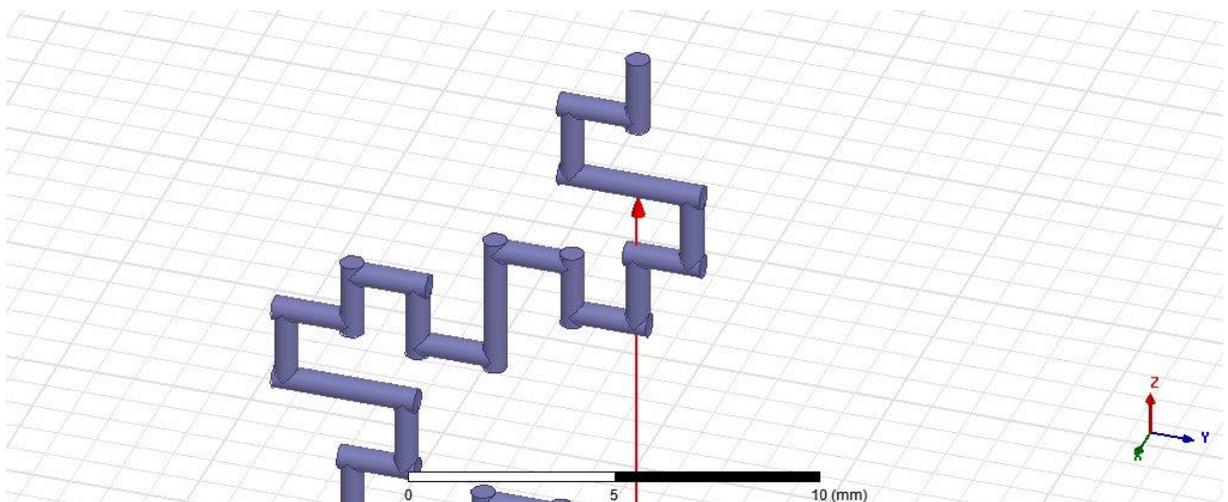


Figura 6 - Antena fractal com padrão cilíndrico.

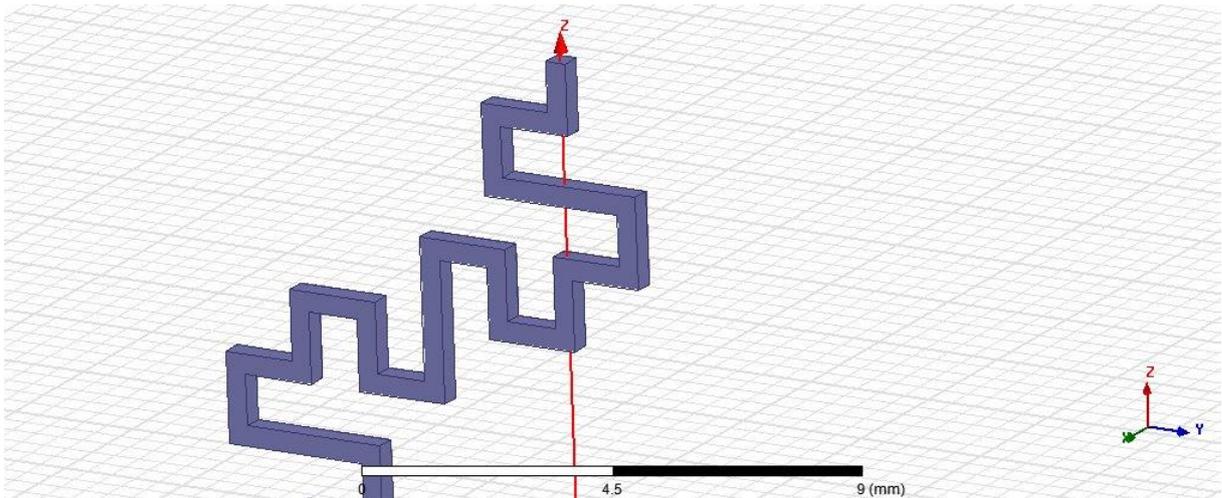


Figura 7 – Antena fractal padrão quadrado.

A antena composta pelo padrão quadrado apresentou muito mais atratividade em todos os parâmetros avaliados além de apresentar característica multibanda, característica essa amplamente explorada na literatura. A única mudança apreciável no padrão cilíndrico foi uma melhora na direcionalidade do sinal além da redução do tamanho da antena filamentar também obtido pelo padrão quadrado.

## 4.2 ANÁLISE DOS PARÂMETROS DAS ANTENAS ESCOLHIDAS

### 4.2.1 Antena Fractal

A Figura 8 mostra o *design* utilizado possuindo uma altura  $h$  de 23.04 mm, porém um comprimento total  $l=64$  mm. Esta é uma das vantagens do emprego da geometria fractal.

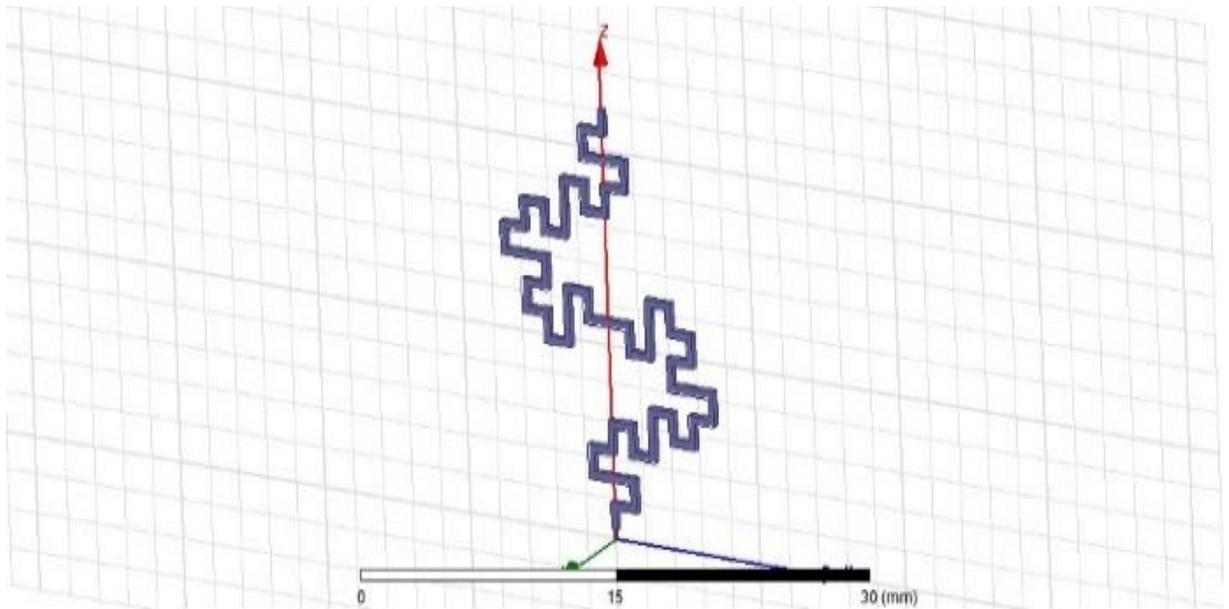


Figura 8 - Antena fractal baseada na curva de Minkowski

O gráfico mostrado na Figura 9 representa o coeficiente de reflexão da antena. O eixo das ordenadas representa os valores de  $S_{11}$  em decibéis e o eixo das abscissas contém os valores de frequência em GHz. Foram escolhidos 4 pontos de operação da antena, obtidos via simulação no software HFSS, onde os valores de operação estão elencados na Tabela I.

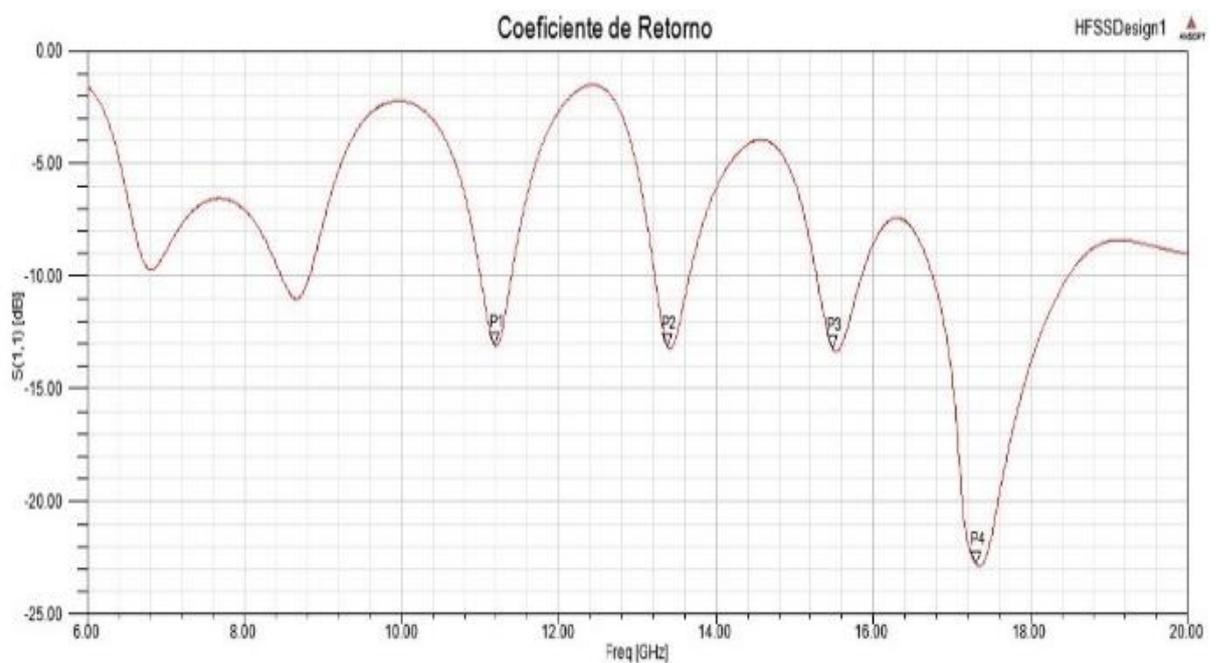


Figura 9 - Coeficiente de reflexão da Antena Fractal.

TABELA I - Valores de S11 (Coeficiente de Reflexão)

Frequência (GHz)	Coeficiente de Reflexão (dB)
11.20	-13,1110
13.40	-13,2122
15.50	-13,2900
17.32	-23,2104

Foram obtidos valores bem abaixo do mínimo de  $-9.5\text{dB}$ , o que caracterizam a faixa de largura de operação da antena e através da obtenção do VSWR verifica-se um mínimo de irradiação de 90 %, que pode ser confrontado com resultados teóricos e experimentais obtidos por (MATOS, 2012) e (LOPES, 2009). Os pontos representados na Figura 10 apresentam valores próximos da relação de (1.5:1).

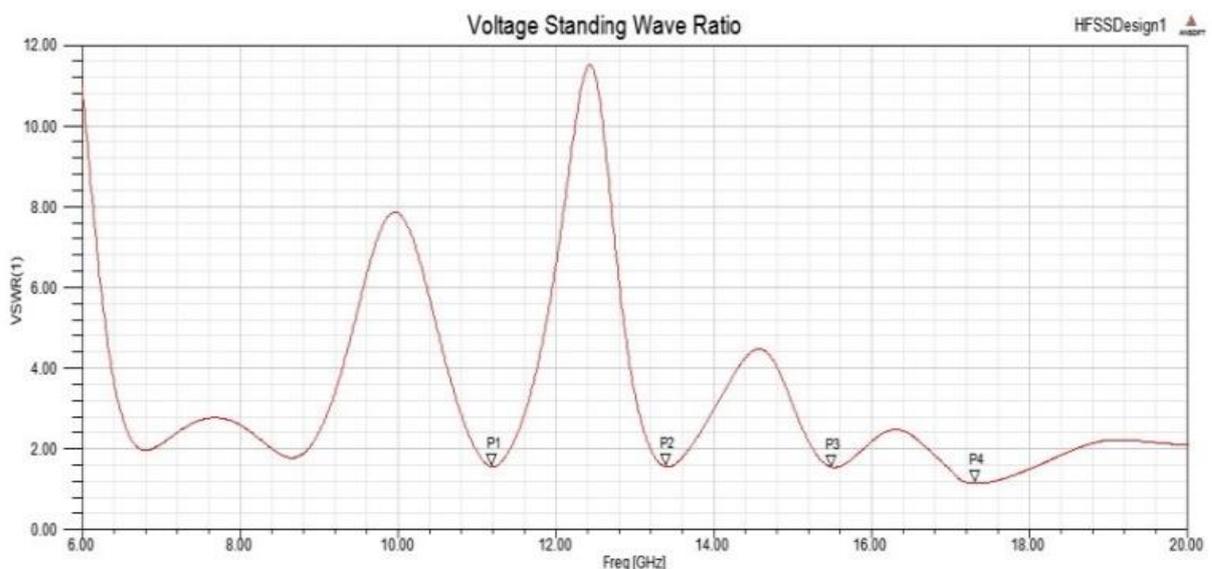


Figura 10 – VSWR da Antena Fractal.

Na frequência de 17,32 GHz o parâmetro de VSWR atinge um valor ótimo próximo à taxa ideal de (1:1), conforme se verifica na TABELA II.

TABELA II -Valores de VSWR

Frequência (GHz)	VSWR
11.20	1,5675
13.40	1,5591
15.50	1,5527
17.32	1,1558

Outro parâmetro importante para a análise da eficiência da antena é a impedância, o qual é mostrado na Figura 11, que ilustra a impedância em todo o *range* da antena.



Figura 11 – Impedância de Entrada da Antena Fractal.

A curva tracejada representa a componente imaginária da impedância ao passo que a curva contínua representa a componente real. Alguns valores de impedância em frequências de interesse são mostrados na TABELA III.

TABELA III - Valores de impedância de entrada.

Frequência (GHz)	Impedância (Ohms)
11.20	76.4899 -j 9.1676
13.40	69.1291 -j 18.0844
15.50	65.5044 -j 20.1000
17.32	56.7660 -j 2.9478

Os valores de impedância de entrada se aproximam de  $50 \Omega$  em sua parte real, o que está relacionado aos vales encontrados no gráfico de VSWR, estes valores são satisfatórios e para uma melhora na eficiência da antena, uma vez que a impedância é um parâmetro fundamental a ser analisado através do coeficiente de impedância que se relaciona a taxa de reflexão do sinal.

#### 4.2.2 Antena Filamentar na Configuração de Dipolo

Também conhecida como dipolo Hertziano, tal antena representa uma antena clássica abordada em diversos estudos iniciais sobre a teoria de antenas, apresentada na Figura 12. Deste modo foram utilizados valores que facilitassem o entendimento do comportamento da antena filamentar. Logo, foi simulado um dipolo filamentar com um comprimento de 65 mm em cada polo, o mesmo comprimento do monopólo fractal, e com um diâmetro de 0,5 mm, o material utilizado na simulação foi o cobre e o meio no qual a antena está inserida é vácuo.

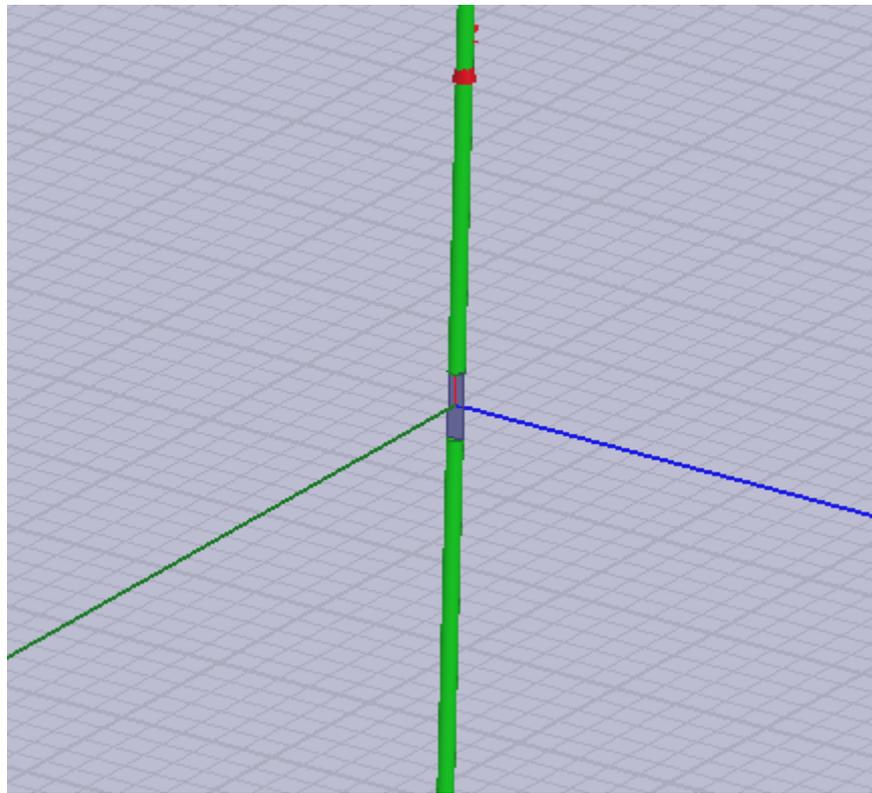


Figura 12 – Dipolo filamentar.

Esta antena apresentou uma banda de operação satisfatória bem como um coeficiente de retorno, valor de VSWR e impedância admissíveis, como apresentados nos gráficos das Figuras 13, 14 e 15 respectivamente.

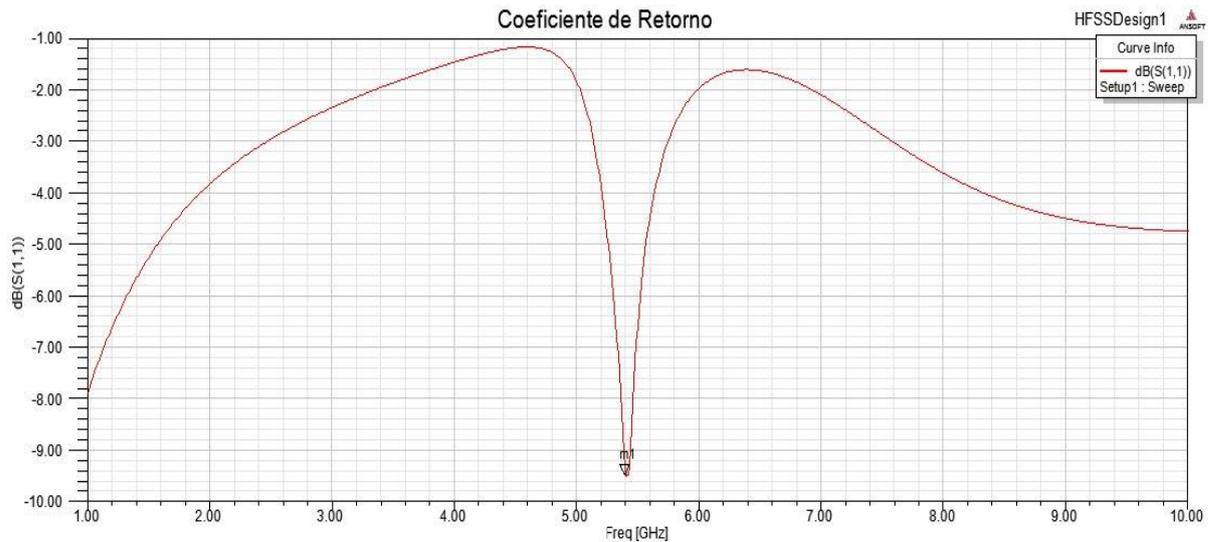


Figura 13 – Coeficiente de Reflexão do Dipolo Filamentar.

O ponto de operação da antena se localiza em 5,41 GHz exatamente sobre o limiar de largura de faixa de operação de um radiador entre os pontos de frequência nas quais as potências radiadas são metade da máxima potência radiada.

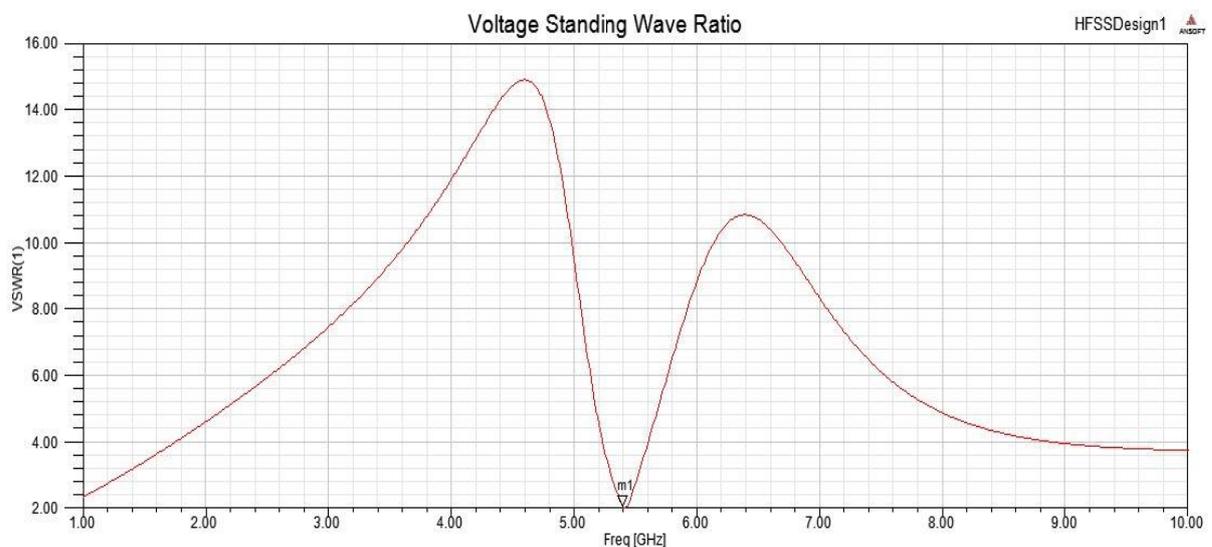


Figura 14 – VSWR do Dipolo Filamentar.

O ponto de operação escolhido pode ser observado com um fator VSWR de 2,0056 bem próximo ao ponto (2:1), o que garante que 90 % do sinal inserido está sendo irradiado.

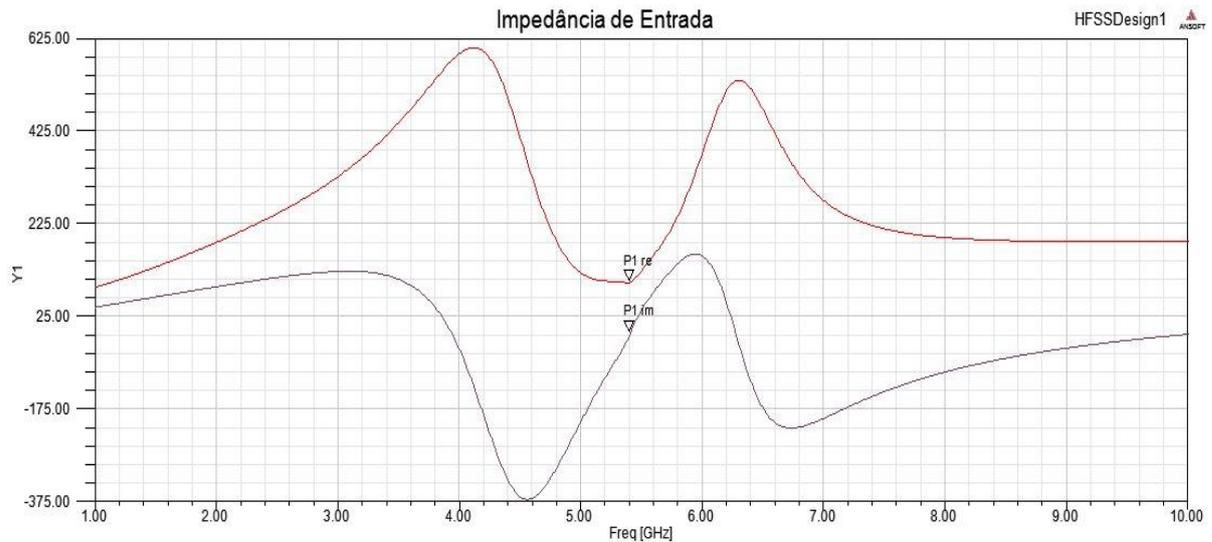


Figura 15 – Impedância de Entrada do Dipolo Filamentar.

Os valores de impedância da antena estão longe dos valores que seriam ideais com parte real longe de  $50\Omega$ , porém a porção reativa não se distancia em demasia de 0.

A TABELA IV apresenta os valores do ponto de operação da antena coletados dos gráficos.

TABELA IV – Valores de operação da antena filamentar

Frequência (GHz)	Impedância (Ohms)	VSWR	Coefficiente de Retorno ( $S_{11}$ )
5.41	99.0022-j9.7375	2.0056	-9.5099

#### 4.2.3 Análise do Padrão de Radiação (Região de Campo Distante Fraunhofer)

O padrão de radiação de uma antena é definido como uma função matemática ou representação gráfica das propriedades de radiação da antena como função de coordenadas espaciais (BALANIS, 2005). Ainda segundo (BALANIS, 2005), na maioria dos casos é utilizada a representação da região de campos distantes em função de coordenadas direcionais para análise de propriedades como fluxo de potência, intensidade de radiação, força do campo, diretividade e fase ou polarização.

O padrão de radiação compreende a distribuição da energia irradiada em um espaço de duas ou três dimensões como função de um observador ao longo de um caminho ou superfície de raio constante. A Figura 16 apresenta o padrão de radiação da região de campo distante em coordenadas esféricas pode-se verificar a região em vermelho como sendo a região de maior concentração de potência, tal padrão de radiação foi obtido via simulação, porém o mesmo está de acordo com o resultado obtido quando avaliada a Eq. (14).

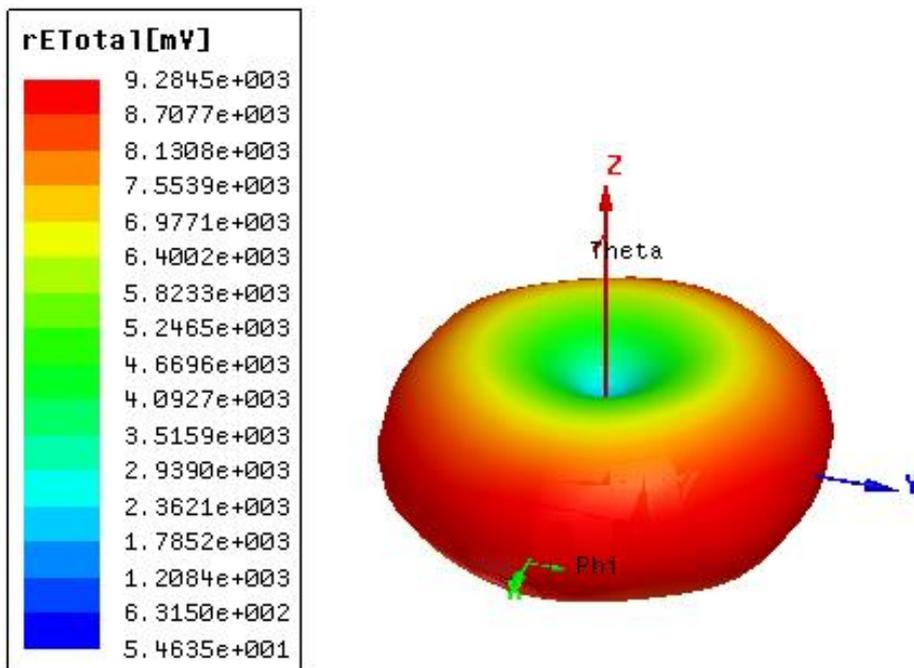


Figura 16 – Padrão de Radiação do Dipolo Filamentar.

Pode ser visto que a antena apresenta uma baixa direcionalidade quando avaliada em comparação com um irradiador isotrópico que emite o sinal de maneira uniforme em todas as direções.

Na Figura 17 é possível visualizar um aumento da potência irradiada pela antena além de um aumento na direcionalidade da mesma.

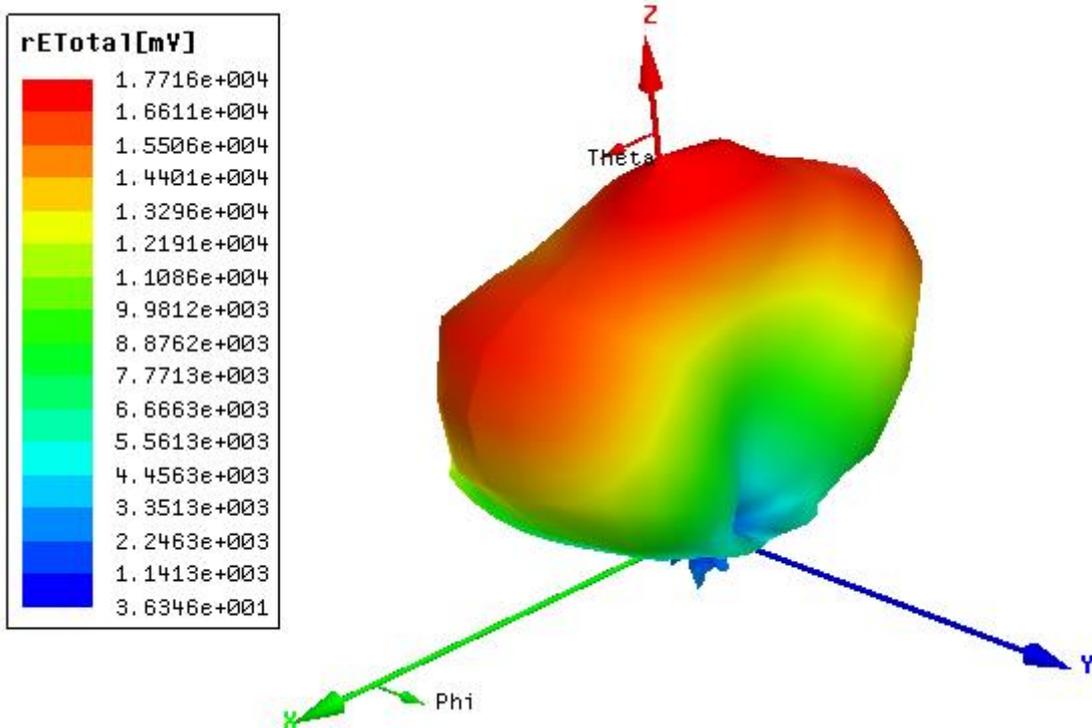


Figura 17 – Padrão de Radiação da Antena Fractal.

O padrão de radiação foi obtido sob as mesmas condições de simulação, tanto no tipo de porta empregada quanto nas condições de material utilizado.

## 5 CONCLUSÃO

Avaliando o emprego das transformações fractais de Minkowski na estrutura de uma antena filamentar pode-se constatar uma melhora significativa nos parâmetros avaliados neste trabalho, tais como direcionalidade, ganho, potência irradiada, os quais foram extraídos dos gráficos de campos distantes e dos parâmetros de coeficiente de reflexão, impedância e VSWR.

A antena fractal avaliada apresentou um caráter multibanda, podendo operar em diversas frequências UHF, efeito atribuído aos diversos irradiadores menores que compõe os níveis do fractal.

A hipótese de miniaturização foi confirmada utilizando a propriedade do fractal de virtualmente representar um comprimento infinito em um espaço finito.

Os efeitos benéficos avaliados são atribuídos a uma série de fatores ocasionados pelo efeito de poder das pontas, todavia tal efeito é pertinente a eletroestática. Para sinais UHF seus efeitos não foram estudados em detalhe mais detalhes, devido à escassez de fontes na literatura. Permanece como sugestão para trabalhos futuros a investigação matemática da modelagem de tal efeito, haja visto que são extraídas apenas equações empíricas que descrevem a situação da estrutura irradiadora baseada em geometria fractal de maneira pontual.

## REFERÊNCIAS

- A. Lakhtakia, N. S. Holter, and V. K. Varadan, "Self-similarity in Diffraction by a Self-similar Fractal Screen," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-35, 2, February 1987, pp. 236- 239.
- C. Allain and M. Cloitre, "Spatial Spectrum of a General Family of Self-similar Arrays," *Phys. Rev. A*, 36, 1987, pp. 5751-5757.
- CALISTO, Rodrigo. Geometria Fractal. 49 f. Monografia – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2013.
- C. Puente Baliarda and R. POUS " , Fractal Design of Multiband and Low Side-lobe Arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-44, 5, May 1996, pp.730-739.
- C. P. Serra, *Fractais gerados por sistemas dinâmicos complexos*, Ed. Champagnat,1997.
- D. L. Jaggard and A. D. Jaggard, "Fractal Apertures: The Effect of Lacunarity," 1997 *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and North American Radio Science Meeting URSZAbstracts*, (Montreal, Canada, July 1997), p. 728.
- D. L. Jaggard and T. Spielman, "Diffraction From Triadic Cantor Targets," *Microwave and Optical Technology Letters*, 5, 1992, pp. 460-466.
- D. L. Jaggard, "Fractal Electrodynamics: From Super Antennas to Superlattices," in J. L. Vehel, E. Lutton, and C. Tricot (eds.), *Fractals in Engineering*, New York, Springer-Verlag, 1997, pp. 204-221.
- D. L. Jaggard, T. Spielman and M. Dempsey, "Diffraction by Two-Dimensional Cantor Apertures," 1993 *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNCRJRSI National Radio Science Meeting URSI Abstracts*, (Ann Arbor, Michigan, June/July 1993), p. 314.
- D. L. Jaggard, T. Spielman and X. Sun, "Fractal Electrodynamics and Diffraction by Cantor Targets," 1991 *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and North American Radio Science Meeting URSZ Abstracts*, (London, Ontario, Canada, June 1991), p. 333.
- D. H. Werner and P. L. Werner, "Fractal Radiation Pattern Synthesis," *URSI National Radio Science Meeting Abstracts*, (Boulder, Colorado, January, 1992), p. 66.
- D. H. Werner and P. L. Werner, "Frequency-independent Features of Self-similar Fractal Antennas," *Radio Science*, 31,6, 1996, pp. 1331-1343

D. H. Werner and P. L. Werner, "On the Synthesis of Fractal Radiation Patterns," *Radio Science*, 30, 1, 1995, pp. 29-45.

D. H. Werner and R. L. Haupt, "Fractal Constructions of Linear and Planar Arrays," 1997 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Digest, Volume 3, (Montreal, Canada, July 1997), pp. 1968-1971.

F. M. Lopes, "Fractal Antennas for Wireless Communication Systems", Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Junho 2009.

G. F. L. Ferreira, "Um Cálculo Aproximado do Poder das Pontas", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, pp. 1-4, Setembro 2002.

J. M. Rius; J. M.; R. J. Gonzdlez-Arbesú.; A. Cardama.; A. Heldring.; E. Úbeda.; J. R. Mosig; E. Cabot.; R. Gomez.; A. Rubio.; M. Fernandez.; M. Giona; P. Burghignoli.; G. Bugada.; M. Riera.; J. Parrón, "Conclusions of the FractalComs Project: Exploring the Limits of Fractal Electrodynamics for the Future Telecommunication Technologies", IEEE, 2004.

M. M. Beal and N. George, "Features in the Optical Transform of Serrated Apertures and Disks," *J. Opt. Soc. Am.*, A6, 1989, pp. 1815-1826.

OLIVEIRA Elder Eldervitch C. de; MARTINS Ronaldo de A.; D'ASSUNÇÃO, Adaildo G.; OLIVEIRA, João Bosco L. de, "Antenas De Microfita Utilizando A Curva De Fractal De Minkowski", Disponível em: <<http://goo.gl/pH6ohE>>. Acesso em: 12 jun. 2014, 22:47:12.

POTAPOV, A. A., "The Base Of Fractal Antenna Theory And Applications: Utilizing In Electronic Devices" International Conference on Antenna Theory and Techniques, 2013, p. 62-67.

R. C. de O. Moreira, "Antenas Planares Integradas Com FSSs Para Aplicações em Sistemas de Comunicações Sem Fio", Universidade Federal do Rio Grande do Norte Centro de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pp. 22–26, Abril 2012.

R. de O. Matos, "Antenas Multibandas Utilizando a Geometria Fractal Utilizando a Geometria Fractal do Triângulo de Sierpinsk", Instituto Nacional de Telecomunicações, dezembro 2012.

RIUS J. M.; GONZDLEZ-ARBESÚ J. M.; ROMEU J.; CARDAMA A.; HELDRING A.; ÚBEDA E.; MOSIG J. R.; CABOT E.; GÓMEZ R.; RUBIO A.; FERNÁNDEZ M.; GIONA M.; BURGHIGNOLI P.; BUGEDA G.; RIERA M.; PARRÓN J., "Conclusions of the FractalComs Project: Exploring the Limits of Fractal Electrodynamics for the Future Telecommunication Technologies", 2004, IEEE.

R. L. Haupt and D. H. Werner, "Fast Array Factor Calculations for Fractal Arrays," *Proceedings of the 13th Annual Review of Progress in Applied Computational*

Electromagnetics (ACES), Volume I, (Naval Postgraduate School, Monterey, California, March, 1997), pp. 291-296.

R. L. Haupt and D. H. Werner, "Fractal Constructions and Decompositions of Linear and Planar Arrays," submitted to IEEE Transactions on Antennas and Propagation.

SANTOS, Célia. Fractais e Sistemas de Funções Iteradas – Seminário de matemática para o ensino, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - Departamento de Matemática, Lisboa, 2000.

SANTOS, Maira Gonçalves e RIBEIRO José Antônio Justino, "Antena de Faixa Larga Baseada no Multifractal de Cantor, " 11º Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, 2014.

SERRA, Celso Penteado. Fractais gerados por sistemas dinâmicos complexos. Curitiba: Ed. Champagnat, 1997. 190 p., 23 cm. Bibliografia: p. 185-186. ISBN 85-7292-025-0.

WERNER Douglas H., HAUP, Randy L. e WERNER, Pingjuan L., "Fractal Antenna Engineering: The Theory and Design of Fractal Antenna Arrays", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 41, No. 5., 1999.

Y. Kim, H. Grebe and D. L. Jaggard, "Diffraction by Fractally Serrated Apertures," J. Opt. Soc. Am., A8, 1991, pp. 20-26. 15. T. Spielman and D. L. Jaggard, "Diffraction by Cantor Targets: Theory and Experiments," 1992 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNCRJRSI National Radio Science Meeting URSI Abstracts, (Chicago, Illinois), p. 225.

X. Liang, W. Zhensen, and W. Wenbing, "Synthesis of Fractal Patterns From Concentric-Ring Arrays," Electronics Letters (IEE), 32,21, October 1996, pp. 1940-1941.