

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TYAGO FYLIPE VIEIRA PROENÇA

**ANÁLISE DO DESEMPENHO CINEMÁTICO DE UM MECANISMO
PLANAR PARALELO SUJEITO A INCERTEZAS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019

TYAGO FYLIPE VIEIRA PROENÇA

**ANÁLISE DO DESEMPENHO CINEMÁTICO DE UM MECANISMO
PLANAR PARALELO SUJEITO A INCERTEZAS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procópio, como requisito para obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Fabian Andres Lara
Molina

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

P964 Proença, Tyago Fylipe Vieira

Análise do desempenho cinemático de um mecanismo planar paralelo sujeito a incertezas / Tyago Fylipe Vieira Proença. – 2019.
58 p. : il. color. ; 31 cm.

Orientador: Fabian Andres Lara Molina.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Cornélio Procópio, 2019.
Bibliografia: p. 54-58.

1. Movimentos mecânicos. 2. Cinemática. 3. Variáveis aleatórias. 4. Engenharia Mecânica – Dissertações. I. Molina, Fabian Andres Lara, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD (22. ed.) 620.1

Biblioteca da UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio

Bibliotecário/Documentalista responsável:
Romeu Righetti de Araujo – CRB-9/1676



Título da Dissertação Nº 036:

“Análise Do Desempenho Cinemático De Um Mecanismo Planar Paralelo Sujeito A Incertezas”.

por

Tyago Fylipe Vieira Proença

Orientador: Prof. Dr. **Fabian Andres Lara Molina**

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA** – Área de Concentração: **Ciências Mecânicas**, linha de pesquisa: **Sistemas Dinâmicos**, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – PPGEM – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Câmpus Cornélio Procópio, às 14h00 do dia 02 de DEZEMBRO de 2019. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos professores:

Prof. Dr. Fabian Andres Lara Molina
(Orientador – UTFPR-CP)

Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi
(UTFPR-CP)

Prof. Dr. Israel Jorge Cárdenas Nuñez
(UFTM)

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, pela dádiva da vida e por me ajudar nessa caminhada até aqui.

Aos professores do PPGEM, em especial o professor Dr. Fabian pelo apoio e ensinamentos irrestritos para realização deste trabalho.

Aos meus pais e demais familiares por todo o apoio, e a minha companheira Thaís por todo carinho e paciência demonstrado a mim.

RESUMO

Mecanismos paralelos estão inevitavelmente sujeitos a incertezas. Essas incertezas produzem pequenas variações nos comprimentos dos elos e erros na posição articular das juntas. Portanto, esta contribuição visa analisar o efeito dessas incertezas sobre o desempenho cinemático do mecanismo. Inicialmente, o modelo cinemático completo do mecanismo é formulado considerando as incertezas que são modeladas como variáveis aleatórias. Em seguida, são analisados os Atlas de desempenho cinemático com base no tamanho do espaço de trabalho e da destreza cinemática, incluindo as incertezas. Finalmente, a precisão cinemática é avaliada para várias poses dentro do espaço de trabalho mostrando a relação correspondente com os atos de desempenho cinemático.

Palavras-chaves: Mecanismo Paralelo, Cinemática, Incertezas, Variáveis Aleatórias.

ABSTRACT

Parallel mechanisms are unavoidably subjected to uncertainties. These uncertainties produce a small variation of link lengths and joint position. Therefore, this contribution aims at analyzing the effect of these uncertainties on the kinematic performance of the mechanism. Initially, the complete kinematic model of the mechanism is formulated by considering the uncertainties that are modeled as random variables. Then, the kinematic performance atlases based on workspace size and kinematic dexterity are analyzed including the uncertainties. Finally, the kinematic accuracy is evaluated for several poses within the workspace showing the correspondent relationship with the kinematic performance atlases.

Key-words: Parallel Mechanism, Kinematics, Uncertainties, Random Variables.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Mecanismo paralelo.	12
Figura 2	– Fatores de que influenciam o detrimento de precisão segundo Pritschow (2002)	14
Figura 3	– Aplicação na área médica. Fonte: A Voz da Indústria.....	17
Figura 4	– Aplicação na indústria de máquina-ferramenta. Fonte: A Voz da Indústria	18
Figura 5	– Aplicação na área alimentícia. Fonte: A Voz da Indústria.....	18
Figura 6	– Manipulador paralelo planar 5R desenvolvido por (BOLZON; LARA-MOLINA, 2018).	19
Figura 7	– Mecanismo paralelo simétrico 5R. Fonte: Elaborada pelo autor.	21
Figura 8	– Espaço de trabalho: espaço de trabalho útil, MIW e configurações singulares (C_{sl}).	27
Figura 9	– Espaço de trabalho útil e MIW	28
Figura 10	– Espaço de projeto do mecanismo.	39
Figura 11	– Atlas do raio do MIC : $mean(r_{MIC})$	43
Figura 12	– Atlas do r_{MIW} : incertezas no comprimento dos elos e nas juntas ativas.	44
Figura 13	– Atlas do GCI : $mean(GCI)$	45
Figura 14	– Atlas do GCI : (a) $\delta(GCI)$, (b) zoom do $\delta(GCI)$	46
Figura 15	– Atlas do MCI : $mean(MCI)$	46
Figura 16	– Atlas do MCI : (a) $\delta(MCI)$, (b) zoom do $\delta(MCI)$	47
Figura 17	– Soluções da Cinemática Direta com parâmetros incertos: (a) todos os casos, (b) Zoom do caso a	48
Figura 18	– Índices de sensibilidade da Cinemática Direta com incertezas	49
Figura 19	– Útil e Máximo Espaço de Trabalho inscrito com incertezas	50
Figura 20	– Índices de sensibilidade do Espaço de Trabalho com incertezas ...	51
Figura 21	– Índices de sensibilidade do GCI com incertezas	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Parâmetros dos elos incertos e dos erros na juntas.....	32
Tabela 2	–	Parâmetros incertos do mecanismo	47
Tabela 3	–	Cinemática Direta com incertezas	48
Tabela 4	–	Espaço de Trabalho Máximo inscrito com Incertezas	51

LISTA DE SÍMBOLOS

- A_i Localização das juntas ativas
- θ_i Posição angular das juntas ativas
- B_i Localização das juntas passivas
- P Ponto de localização do efetuador final
- O Ponto de referência fixo
- \bar{r}_i Comprimento dos elos
- r_i Comprimentos não dimensionais dos elos
- $\delta\theta_i$ Erros nas juntas ativas
- J Matriz Jacobiana
- C_{io} Círculo externo
- C_{ii} Círculo interno
- r_{MIC} Raio do Círculo Inscrito Máximo
- y_{MIC} Coordenada do centro do Círculo Inscrito Máximo
- r_{MIW} Raio do Espaço de trabalho máximo Inscrito
- y_{MIW} Coordenada do Espaço de trabalho máximo Inscrito
- μ Média de uma variável
- a_0 Média (valor nominal) da variável
- δ_a Nível de dispersão
- $\xi(\Omega)$ Variável aleatória unitária
- N Número de amostras
- N_{MAX} Número máximo de amostras
- X Vetor posição do sistema
- Y Vetor resposta do sistema
- f Modelo numérico do sistema a ser avaliado
- \bar{r}_i Comprimento nominal
- δ_r Máximo desvio percentual em torno do valor nominal para o comprimento dos elos
- $\xi(\Omega)$ Variável aleatória normal com media e variância de zero e um
- Ω é o processo aleatório
- $D(\Omega)$ Comprimentos dos elos incertos adimensionalizados
- δ_{θ_j} (for $j = 1, 2$) Dispersão máxima do erro de posição
- $\xi(\Omega)$ Processo aleatório

σ_{max} Valor singular máximo da matriz Jacobiana

σ_{min} Valor mínimo da matriz Jacobiana

s Coordenada ortogonal do Espaço de Projeto

t Coordenada ortogonal do Espaço de Projeto

K Propriedades cinemáticas sujeitas a incertezas

$mean(K)$ Media de todas as amostras

n_s Número total de amostras da simulação de Monte Carlo Monte Carlo

$\delta(K)$ Variação das propriedades cinemáticas produzidas pelas incertezas.

σ Desvio padrão

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

GCI *Índice de condicionamento Global*

LCI *Índice de Condicionamento Local*

MCI *Índice de Condicionamento Mínimo*

MIC *Círculo Inscrito Máximo*

MIW *Espaço de trabalho máximo Inscrito*

r_{MIW} *Espaço de trabalho Inscrito Máximo*

SCARA *Selective Compliance Arm for Robotic Assembly*

SUMÁRIO

Lista de ilustrações	5
Lista de tabelas	6
Sumário	10
1 INTRODUÇÃO	12
1.1 POSICIONAMENTO DO PROBLEMA	14
1.2 IMPLICAÇÕES EXPERIMENTAIS DO PROBLEMA DE PESQUISA	17
1.3 OBJETIVOS	19
1.3.1 Objetivo Geral	19
1.3.2 Objetivos Específicos	19
1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	20
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1 MECANISMO PLANAR PARALELO 5R	21
2.2 MODELAGEM CINEMÁTICA	22
2.2.1 Cinemática Inversa	23
2.2.2 Cinemática Direta	24
2.2.3 Matriz Jacobiana	25
2.2.4 Espaço de Trabalho	25
2.3 ANÁLISE DE INCERTEZAS	27
2.3.1 Varáveis aleatórias	28
2.3.2 Simulação de Monte Carlo	29
3 METODOLOGIA	30
3.1 MODELO DOS PARÂMETROS INCERTOS	30
3.2 MODELO CINEMÁTICO SUJEITO A INCERTEZAS	32
3.2.1 Cinemática Inversa	33
3.2.2 Cinemática Direta	34
3.2.3 Matrix Jacobiana	35
3.2.4 Espaço de trabalho	36
3.2.5 Índice de Condicionamento Global	37
3.2.6 O Espaço de Projeto	38
3.2.7 Teoria da Análise de Sensibilidade	39
4 RESULTADOS NUMÉRICOS E ANÁLISES	42
4.1 ATLAS E DESEMPENHO	42
4.1.1 Atlas do Espaço de Trabalho Máximo Inscrito	43
4.1.2 Atlas do Índice de Condicionamento Global	44
4.1.3 Atlas do Índice de Condicionamento Mínimo	45
4.2 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE	47
4.2.1 Cinemática direta	47

4.2.2 Espaço de trabalho	50
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	53

1 INTRODUÇÃO

Atualmente o estudo de mecanismos paralelos continua atraindo o interesse de diversos pesquisadores devido à necessidade de encontrar soluções robustas para os problemas próprios desta classe de mecanismos (ARORA; AGGARWAL, 2014).

Os mecanismos paralelos são compostos por várias cadeias cinemáticas, que por sua vez, têm elos conectados por juntas passivas. As juntas ativas estão associadas aos atuadores que proveem a potência mecânica para realizar os movimentos. As juntas passivas não são atuadas (ver Fig. 1).



Figura 1 – Mecanismo paralelo.

Os mecanismos paralelos apresentam algumas vantagens potenciais em relação aos mecanismos de cinemática serial por causa da estrutura mecânica. Dentre suas vantagens tem-se:

- i Maior rigidez e relação carga / peso.
- ii Maior exatidão considerando que o erro nos atuadores não é acumulativo no mecanismo.
- iii Melhor desempenho dinâmico devido às baixas inércias nos atuadores, implica assim em maiores velocidades e acelerações de operação.

Contudo, algumas desvantagens apresentam-se, o volume de trabalho é menor e a complexidade da modelagem cinemática e dinâmica do mecanismo é maior

em relação aos mecanismos seriais.

Os mecanismos paralelos têm sido usados em diversas aplicações; dentre as principais aplicações podem-se destacar:

- Dispositivos robóticos de manufatura e sistemas de máquinas ferramentas (WECK; STAIMER, 2002).
- Sistemas de posicionamento de alto desempenho tais como micro-posicionamento (LI; XU, 2010) e sistemas de locomoção (PARK; RYU, 2010), (SUGAHARA et al., 2007).
- Sistemas ultrarrápidos de “pick and place” (BRIOT; BONEV, 2010) e (HUANG; LI; LI, 2004).
- Aplicações médicas, sendo utilizado em cirurgias que requerem grande exatidão de posicionamento (ZOPPIA et al., 2010) e (WAPLER et al., 2003)
- Dispositivos Hápticos (CHEUNG; HUNG, 2009), (YOU et al., 2008), (PIERROT et al., 2008) e (CHABLAT; WENGER, 2006).

Os mecanismos paralelos têm vantagens sobre os mecanismos seriais se o potencial dinâmico destes for aproveitado completamente; especificamente, vantagens apresentadas em aplicações relacionadas à produção industrial. Contudo, apresentam-se limitações nas aplicações experimentais que impedem explorar as vantagens teóricas desta classe de mecanismos (ABDELLATIF; HEIMANN, 2010).

Pritschow (2002) apresenta uma série de fatores que deterioram o desempenho dos mecanismos paralelos em termos da precisão de posicionamento, estes fatores ilustram-se na figura 2. Dentre os principais fatores que têm sido objeto de estudo em diversas contribuições, podem-se destacar:

- a) Erros cinemáticos no modelo produzidos por folgas e erros na fabricação e montagem: estes problemas ocorrem principalmente nas juntas passivas (WANG; MASORY, 1993). Por outro lado, a modelagem cinemática em alguns casos

é simplificada o que implica um detrimento na exatidão (BARON; ANGELES, 2008).

- b) Erros de posicionamento nos atuadores: os atuadores não aplicam o torque ou força no mesmo sentido do movimento dos eixos do efetuador final (DASGUPTA; MRUTHYUNJAYA, 2000). Isto produz uma redução na rigidez do mecanismo em configurações específicas, e também aumenta os erros de posição no rastreamento de trajetórias (DASGUPTA; MRUTHYUNJAYA, 1998).

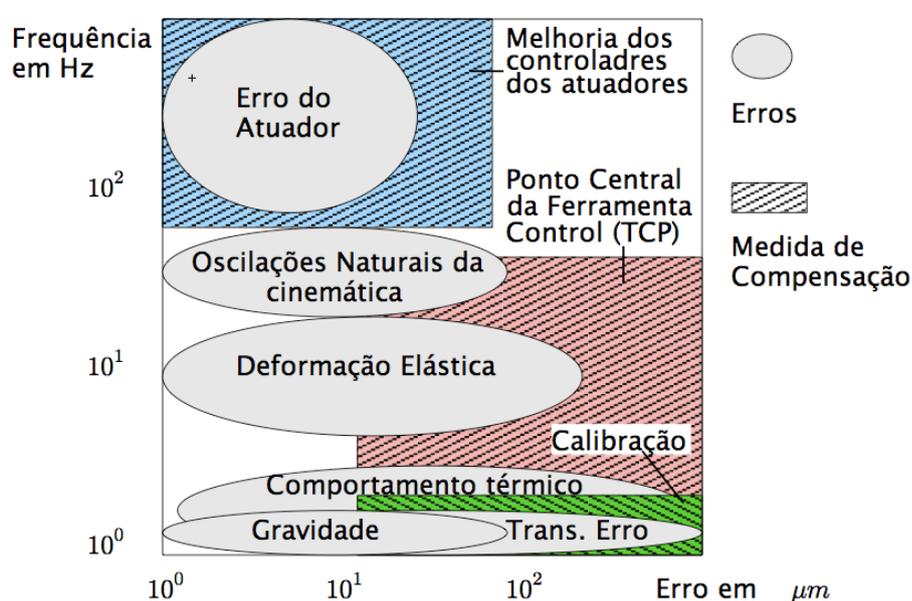


Figura 2 – Fatores de que influenciam o detrimento de precisão segundo Pritschow (2002)

1.1 POSICIONAMENTO DO PROBLEMA

Na maioria dos casos, as juntas estão sujeitas a folgas e erros de posição que deterioram o desempenho global do mecanismo. Adicionalmente, erros de fabricação e manufatura introduzem variações na geometria dos elos que também produzem erros de posicionamento. Para lidar com este problema, é necessário quantificar os efeitos destas incertezas no desempenho cinemático do mecanismo e realizar uma análise de como estas incertezas afetam o desempenho cinemático do mecanismo.

Vários trabalhos têm estudado este problema considerando diferentes metodologias que têm sido aplicadas na análise de diversos mecanismos. Consequentemente, a teoria das probabilidades tem sido previamente utilizada para estudar o efeito dos parâmetros incertos no desempenho dos manipuladores seriais. Consequentemente, as incertezas têm sido modeladas como variáveis aleatórias (RAO; BHATTI, 2001; LARA-MOLINA et al., 2015; LEÓN; ARZOLA; TOVAR, 2015; SUN; CHEN, 2016; LARA-MOLINA; KOROISHI; BOLZON, 2016). Adicionalmente à teoria das probabilidades, a teoria de polinômio de Caos tem sido aplicada para estudar o efeito das incertezas nos parâmetros inerciais em um robô SCARA (do inglês *Selective Compliance Arm for Robotic Assembly*)(VOGLEWEDE; SMITH; MONTI, 2009). Como uma alternativa à teoria das probabilidades, a teoria *fuzzy* tem sido aplicada para analisar a dinâmica dos manipuladores robóticos com parâmetros incertos (WALZ; HANSS, 2013; LARA-MOLINA; KOROISHI; STEFFEN, 2014). Semelhantemente, a análise intervalar tem sido usada para analisar os manipuladores com incertezas (WU; RAO, 2007).

Por outro lado, diferentes metodologias têm sido introduzidas e aplicadas acompanhadas da modelagem de mecanismos com a finalidade de analisar o efeito dos erros no desempenho cinemático e dinâmico. A teoria de coeficientes diferenciais completos tem sido utilizada para quantificar os erros originais de um manipulador paralelo (CHENG; GE; YONG, 2007). O erro na precisão de um mecanismo planar paralelo 5R tem sido analisado mediante a avaliação da função de transferência dos erros dimensionais (DUAN et al., 2016). A influência do tamanho das folgas e dos coeficientes de atrito na resposta dinâmica de mecanismos multicorpos tem sido analisada numericamente mediante simulação computacional (FLORES et al., 2006; FLORES et al., 2007; EBRAHIMI; SALAHSHOOR; MORADI, 2017). Finalmente, um método de otimização para o projeto dinâmico de mecanismos planares com folgas tem sido estudado (FENG; MORITA; TORII, 2002).

A cinemática e espaço de trabalho dos mecanismos paralelos têm sido amplamente estudada (MERLET, 2006b; GOGU, 2008). Especificamente, o mecanismo planar paralelo 5R tem sido estudado considerando o espaço de trabalho (CERVANTES-

SÁNCHEZ; HERNÁNDEZ-RODRÍGUEZ; RENDÓN-SÁNCHEZ, 2000; LIU; WANG; GAO, 2000), as singularidades cinemáticas (CERVANTES-SÁNCHEZ; HERNÁNDEZ-RODRÍGUEZ; ANGELES, 2001) e os critérios de desempenho (GAO; LIU; GRUVER, 1998; LIU; WANG; PRITSCHOW, 2006b). Por outro lado, a teoria de análise de incertezas tem sido utilizada no estudo de mecanismos paralelos. Jokie et al. (2001) usou a propagação das incertezas na calibração de máquinas ferramentas com mecanismos paralelos. Chen et al. (2013) estudou o mecanismo planar paralelo considerando as incertezas nas entradas e as folgas nas juntas usando a teoria de envelopes. Altuzarra et al. (2011) apresentou uma metodologia para analisar a localização das descontinuidades produzidas por folgas no mecanismo planar paralelo 5R. Hu e Li (2011) desenvolveram o projeto ótimo de mecanismos paralelos considerando incertezas. Lara-Molina et al. (2016) desenvolveram um estudo sobre o mecanismo planar paralelo simétrico 5R considerando as incertezas no comprimento dos elos. Adicionalmente, Erkaya (2012) estudou o efeito das folgas nas juntas em manipuladores aplicados em solda robótica com o objetivo de analisar a degradação do desempenho cinemático e dinâmico.

A revisão da literatura está, em sua maioria, focada em técnicas de avaliação das incertezas e métodos de análise dos erros em mecanismos paralelos. No entanto, a análise cinemática dos mecanismos paralelos considerando incertezas não tem sido suficientemente estudada, e especificamente, a análise do efeito inevitável das incertezas dos parâmetros geométricos no desempenho cinemático.

Esta dissertação de mestrado tem como objetivo estudar a cinemática do mecanismo paralelo planar 5R sujeito a incertezas nos elos e incertezas no erro de posicionamento das juntas ativas associadas aos atuadores. De acordo com isto, a modelagem cinemática direta e inversa, juntamente com a formulação do espaço de trabalho como função dos parâmetros incertos deverá ser completamente formulada. Adicionalmente, as principais propriedades que desencravem o desempenho cinemático do mecanismo tais como a destreza cinemática e o tamanho do espaço de trabalho são avaliadas como função do comprimento dos elos. Os parâmetros incertos também deverão ser introduzidos na modelagem da cinemática e deverão ser adequadamente modelados mediante variáveis aleatórias. A simulação de Monte Carlo

será o método computacional utilizado para avaliar a resposta do modelo cinemático na presença das incertezas. Os resultados obtidos pelas simulações numéricas serão devidamente analisados para avaliar o desempenho cinemático total do mecanismo.

1.2 IMPLICAÇÕES EXPERIMENTAIS DO PROBLEMA DE PESQUISA

Atualmente os mecanismos paralelos são utilizados em vários ramos industriais e do conhecimento. Na área médica, entre outras aplicações, destaca-se o ISIS/SurgiScope (Figura 3), na qual um robô delta sustenta um pesado microscópio.



Figura 3 – Aplicação na área médica. Fonte: A Voz da Indústria

A indústria de máquina-ferramenta é outra área na qual os mecanismos paralelos são utilizados conforme mostra Figura 4, nesta aplicação em particular apresenta-se um mecanismo paralelo de cinco graus de liberdade para usinagem.

Adicionalmente, os mecanismos paralelos são amplamente utilizados na indústria de alimentos para operações de separação de produtos e embalagem conforme apresentado na Figura 6 pela leveza da sua estrutura mecânica, velocidade e precisão nos movimentos.

Outras aplicações bastante conhecidas dos mecanismos paralelos são: simuladores de vôo e automóveis; alinhamento de estruturas ópticas; montagens de cir-

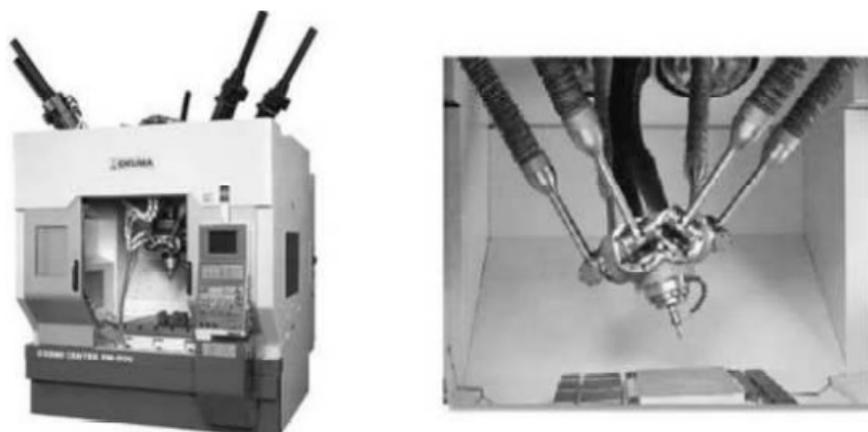


Figura 4 – Aplicação na indústria de máquina-ferramenta. Fonte: A Voz da Indústria

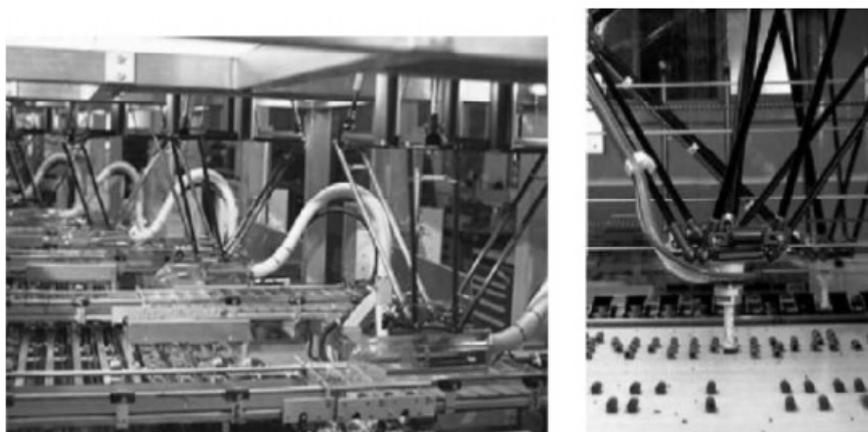


Figura 5 – Aplicação na área alimentícia. Fonte: A Voz da Indústria

cuito impresso; micromanipuladores na extremidade de manipuladores lineares; processos de fresagem de alta velocidade e precisão, entre outras.

Conseqüentemente, é necessário desenvolver métodos numéricos para quantificar o efeito das incertezas nos parâmetros geométricos ou folgas nas juntas dos mecanismos com a finalidade que os mecanismos paralelos possam realizar as tarefas para as quais foram projetados com um desempenho adequado.

Esta dissertação visa analisar o desempenho cinemático do manipulador plano paralelo 5R desenvolvido previamente por (BOLZON; LARA-MOLINA, 2018). Neste estudo a diferença dos trabalhos anteriores, as incertezas nos parâmetros geométricos e erros nas juntas do manipulador serão estudados para analisar o desempenho

cinemático sujeito a incertezas. As análises apresentadas nesta dissertação servirão como ferramentas adicionais no projeto do mecanismo paralelo 5R.

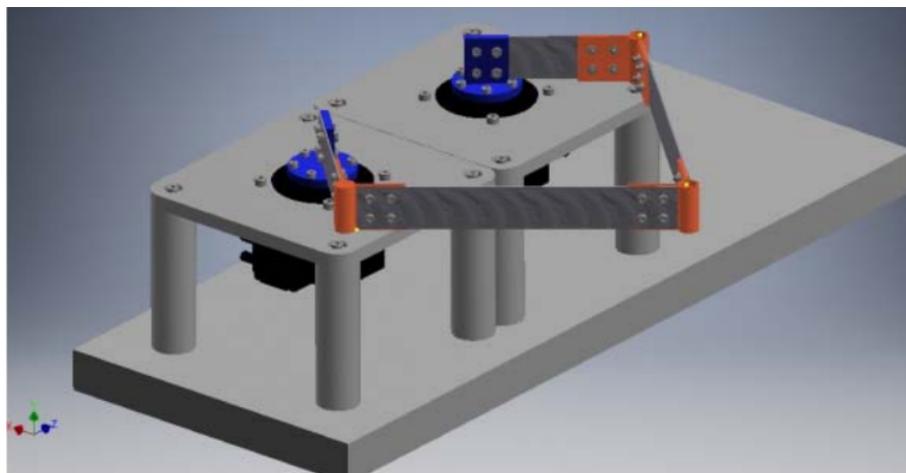


Figura 6 – Manipulador paralelo planar 5R desenvolvido por (BOLZON; LARA-MOLINA, 2018).

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar e estudar a cinemática do mecanismo paralelo planar 5R sujeito a incertezas. As incertezas serão introduzidas no comprimento dos elos e incertezas no erro de posicionamento das juntas ativas associadas aos atuadores.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Apresentar uma revisão bibliográfica sobre mecanismos paralelos e causas dos erros de posicionamento.
- Apresentar a modelagem cinemática do mecanismo paralelo 5R mostrando a cinemática direta, inversa, matriz Jacobiana e espaço de trabalho.
- Apresentar o modelo cinemático do mecanismo com os comprimentos dos elos incertos e com os erros de posicionamento nas juntas ativas.

- Analisar o desempenho cinemático do mecanismo sujeito a incertezas mediante a avaliação da destreza cinemática e do tamanho do espaço de trabalho.
- Analisar a sensibilidade dos parâmetros incertos no desempenho cinemático do mecanismo paralelo.
- Analisar o efeito sob o efeito das incertezas na precisão cinemática do mecanismo.

1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Inicialmente, apresenta-se a fundamentação teórica, a qual mostra o mecanismo planar paralelo 5R, a modelagem cinemática inversa e direta e suas respectivas equações, a definição de matriz Jacobiana e o espaço de Trabalho. Finalmente, uma breve revisão bibliográfica é feita sobre análise de incertezas em mecanismos aplicados em manipuladores robóticos. Em seguida a metodologia utilizada no trabalho é apresentada. Os tópicos correspondentes à metodologia são: modelos dos parâmetros incertos e modelagem cinemática sujeita a incertezas. Seguido disto, os resultados obtidos são apresentados e também a discussão dos mesmos. Por fim, a última seção traz as considerações finais a respeito deste trabalho, mencionado a metodologia e os procedimentos aplicados, e também os resultados finais obtidos neste trabalho de dissertação.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentam-se os fundamentos teóricos utilizados no desenvolvimento deste trabalho que correspondem à modelagem cinemática do mecanismo paralelo 5R, modelagem das variáveis aleatórias e a simulação de Monte Carlo que é o método numérico considerado para realizar as simulações numéricas e obter os resultados posteriormente.

2.1 MECANISMO PLANAR PARALELO 5R

O mecanismo planar paralelo 5R simétrico tem duas cadeias cinemáticas idênticas. Cada cadeia cinemática tem uma junta ativa atuada, uma junta passiva e dois elos. A geometria do mecanismo paralelo simétrico 5R é definida de acordo com a Figura 7.

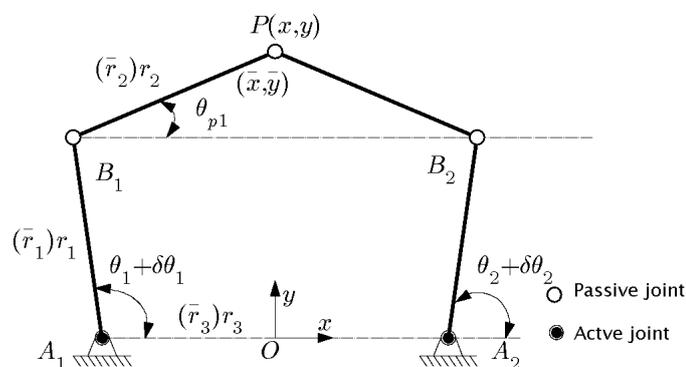


Figura 7 – Mecanismo paralelo simétrico 5R. Fonte: Elaborada pelo autor.

As juntas ativas estão localizadas nos pontos A_i e a posição angular correspondente é definida como θ_i (para $i = 1, 2$). As juntas passivas estão localizadas na extremidade do elo que é solidário à junta ativa no ponto B_i . O efetador final do mecanismo está localizado no ponto P que é definido pelas coordenadas cartesianas x e y . Adicionalmente, o sistema de referência fixa O é definido no meio dos pontos A_1A_2 , portanto, a simetria do mecanismo é completamente definida por $OA_1 = OA_2$, $A_1B_1 = A_2B_2$ e $B_1P = B_2P$. A geometria do mecanismo 5R simétrico pode ser definida

por três parâmetros geométricos: $OA_i = \bar{r}_3(r_3)$, $A_iB_i = \bar{r}_1(r_1)$ e $B_iP = \bar{r}_2(r_2)$.

O comprimento dos elos é definido por \bar{r}_1 , \bar{r}_2 e \bar{r}_3 (ver a figura 7). O comprimento dos elos pode ser definido entre zero e infinito. Contudo, o comprimento dos elos é adimensionalizado com a finalidade de estabelecer um valor normalizado dos elos para realizar uma análise geométrica e cinemática. A adimensionalização foi previamente definida por (GAO; LIU; CHEN, 2001). De acordo com a notação proposta previamente, define-se a variável auxiliar $D = (\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3)/3$, assim, os três comprimentos não dimensionais dos elos são definidos por r_i , para $i = 1, 2, 3$, onde:

$$r_1 = \bar{r}_1/D \quad r_2 = \bar{r}_2/D \quad r_3 = \bar{r}_3/D \quad (2.1)$$

Portanto:

$$r_1 + r_2 + r_3 = 3 \quad (2.2)$$

Adicionalmente, as coordenadas cartesianas do efetuador final também são adimensionalizadas de forma mostrada a seguir:

$$x = \bar{x}/D \quad y = \bar{y}/D \quad (2.3)$$

Como complemento, $\delta\theta_1$ e $\delta\theta_2$ são definidos como os erros nas juntas ativas, estes erros são produzidos pelos erros de posicionamento dos atuadores associados as juntas ativas correspondentes.

2.2 MODELAGEM CINEMÁTICA

O modelo cinemático completo deste mecanismo foi previamente definido por (LIU; WANG; PRITSCHOW, 2006a). A seguir apresentam-se as equações correspondentes ao modelo cinemático que compreendem a cinemática direta, cinemática inversa, matriz Jacobiana e descrição do espaço de trabalho.

2.2.1 Cinemática Inversa

O modelo da cinemática inversa define a posição angular das juntas ativas θ_i como função da posição do efetuador-final P . A posição, P , do efetuador-final em relação ao sistema de referência fixo O é definido pelo vetor Cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)^T$.

Adicionalmente, a posição dos pontos B_i (for $i = 1, 2$) em relação ao sistema de referência fixo O define-se pelo vetor $\mathbf{b}_1 = (r_1 \cos(\theta_1) - r_3, r_1 \sin(\theta_1))^T$ e $\mathbf{b}_2 = (r_1 \cos(\theta_2) + r_3, r_1 \sin(\theta_2))^T$, respectivamente. A cinemática inversa é solucionada mediante a restrição cinemático $|\mathbf{b}_i \mathbf{p}| = r_2$, portanto:

$$(x - r_1 \cos(\theta_1) - r_3)^2 + (y - r_1 \sin(\theta_1))^2 = r_2^2 \quad (2.4)$$

$$(x - r_1 \cos(\theta_2) + r_3)^2 + (y - r_1 \sin(\theta_2))^2 = r_2^2 \quad (2.5)$$

solucionando as equações (2.4) e (2.5) e considerando que \mathbf{p} é conhecido, θ_i pode ser determinado usando a expressão a seguir:

$$\theta_i = \arctan(z_i) \quad (2.6)$$

onde

$$z_i = \frac{-b_i + \sigma_i \sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}}{2a_i} \quad (2.7)$$

com:

$$\sigma_i = \pm 1$$

$$a_1 = r_1^2 + y^2 + (x + r_3)^2 - r_2^2 + 2(x + r_3)r_1$$

$$b_1 = -4yr_1$$

$$c_1 = r_1^2 + y^2 + (x + r_3)^2 - r_2^2 - 2(x + r_3)r_1$$

$$a_2 = r_1^2 + y^2 + (x - r_3)^2 - r_2^2 + 2(x - r_3)r_1$$

$$b_2 = b_1 = -4yr_1$$

$$c_2 = r_1^2 + y^2 + (x - r_3)^2 - r_2^2 - 2(x - r_3)r_1$$

Como apresentado na equação (2.7), a cinemática inversa tem quatro soluções diferentes que dependem do sinal adotado por σ_i . A solução adotada neste trabalho considera $\sigma_1 = 1$ e $\sigma_2 = -1$. Com base nas equações (2.6) e (2.7), a cinemática

inversa pode ser escrita da forma a seguir:

$$(\theta_1, \theta_2)^T = f(x, y, r_1, r_2, r_3) \quad (2.8)$$

2.2.2 Cinemática Direta

O modelo da cinemática direta estabelece a posição do efetuador final P em função da posição angular das juntas ativas θ_i . A cinemática direta obtém-se das equações (2.4) e (2.5), assim:

$$x^2 + y^2 - 2(r_1 \cos(\theta_1) - r_3)x - 2r_1 \sin(\theta_1)y - 2r_1 r_3 \cos(\theta_1) + r_3^2 + r_1^2 - r_2^2 = 0 \quad (2.9)$$

$$x^2 + y^2 - 2(r_1 \cos(\theta_2) + r_3)x - 2r_1 \sin(\theta_2)y + 2r_1 r_3 \cos(\theta_2) + r_3^2 + r_1^2 - r_2^2 = 0 \quad (2.10)$$

das equações (2.9) e (2.10) obtém-se:

$$x = ey + f \quad (2.11)$$

com $e = \frac{r_1(\cos(\theta_1) - \sin(\theta_1))}{2r_3 + r_1 \cos(\theta_2) - r_1 \cos(\theta_1)}$ e $f = \frac{r_1 r_3(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2))}{2r_3 + r_1 \cos(\theta_2) - r_1 \cos(\theta_1)}$. Substituindo a equação (2.11) na equação (2.9), obtém-se:

$$dy^2 + gy + h = 0 \quad (2.12)$$

com

$$d = 1 + e^2$$

$$g = 2(ef - er_1 \cos(\theta_1) + er_3 - r_1 \sin(\theta_1))$$

$$h = f^2 - 2f(r_1 \cos(\theta_1) - r_3) - 2r_1 r_3 \cos(\theta_1) + r_3^2 + r_1^2 - r_2^2$$

Considerando a equação 2.12, y se estabelece a expressão a seguir:

$$y = \frac{-g + \sigma \sqrt{g^2 - 4dh}}{2d} \quad (2.13)$$

Da equação (2.13) observa-se que a cinemática direta tem duas soluções $\sigma = 1$ ou $\sigma = -1$. Com base nas equações (2.11) e (2.13), a formulação da cinemática direta pode ser resumida na expressão apresentada a seguir:

$$(x, y)^T = f^{-1}(\theta_1, \theta_2, r_1, r_2, r_3) \quad (2.14)$$

2.2.3 Matriz Jacobiana

A matriz Jacobiana é uma transformação linear que relaciona a velocidade nas juntas passivas com a velocidade Cartesiana no efetuador-final P . Esta matriz é útil para estabelecer critérios de desempenho que quantificam o desempenho cinemático do mecanismo como será mostrado posteriormente.

As equações (2.4) e (2.5) são derivadas em relação ao tempo com a finalidade de obter a matriz Jacobiana do mecanismo, assim:

$$r_1(y \cos(\theta_1) - (x + r_3) \sin(\theta_1))\dot{\theta}_1 = (x + r_3 - r_1 \cos(\theta_1))\dot{x} + (y - r_1 \sin(\theta_1))\dot{y} \quad (2.15)$$

$$r_1(y \cos(\theta_2) + (r_3 - x) \sin(\theta_2))\dot{\theta}_2 = (x - r_3 - r_1 \cos(\theta_2))\dot{x} + (y - r_1 \sin(\theta_2))\dot{y} \quad (2.16)$$

as equações (2.15) e (2.16) são escritas da forma matricial, assim:

$$\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{p}} \quad (2.17)$$

onde $\dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} \end{bmatrix}^T$, $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T$ e as matrizes \mathbf{A} and \mathbf{B} são de 2×2 , assim:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} y \cos(\theta_1) - (x + r_3) \sin(\theta_1) & 0 \\ 0 & y \cos(\theta_2) + (r_3 - x) \sin(\theta_2) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x + r_3 - r_1 \cos(\theta_1) & y - r_1 \sin(\theta_1) \\ x - r_3 - r_1 \cos(\theta_2) & y - r_1 \sin(\theta_2) \end{bmatrix}$$

Finalmente, a matriz Jacobiana é escrita da forma a seguir:

$$\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (2.18)$$

2.2.4 Espaço de Trabalho

O espaço de trabalho teórico é definido como a região do espaço Cartesiano que o efetuador final pode alcançar considerando uma variação das juntas ativas θ_i entre 0 e 2π . Na definição do espaço de trabalho teórico não se consideram a colisão entre os elos e as singularidades cinemáticas. As singularidades cinemáticas referem-se as posições do efetuador-final para as quais a matriz Jacobiana não é invertível. O

espaço de trabalho teórico é limitado pelos círculos externos e interno para a primeira cadeia cinemática, assim:

$$C_{1o} : (x + r_3)^2 + y^2 = (r_1 + r_2)^2 \quad (2.19)$$

$$C_{1i} : (x + r_3)^2 + y^2 = (r_1 - r_2)^2 \quad (2.20)$$

Para a segunda cadeia cinemática, os limites do espaço de trabalho são definidos por:

$$C_{2o} : (x + r_3)^2 + y^2 = (r_1 + r_2)^2 \quad (2.21)$$

$$C_{2i} : (x + r_3)^2 + y^2 = (r_1 - r_2)^2 \quad (2.22)$$

O espaço de trabalho teórico é definido pela interseção dos círculos definidos nas equações (2.19), (2.20), (2.21) e (2.22).

O espaço de trabalho útil é especificado como espaço Cartesiano máximo contínuo que não contem configurações singulares. No procedimento de projeto, o Circulo Inscrito Máximo (*MIC*) é um índice útil para avaliar a largura do espaço de trabalho útil, o *MIC* é um círculo inscrito dentro do espaço de trabalho útil e é tangente ao limite das configurações singulares (LIU; WANG; PRITSCHOW, 2006a). O *Espaço de trabalho máximo Inscrito (MIW)* é definido como o espaço Cartesiano limitado pelo *MIC*. Adicionalmente, o *MIC* é caracterizado pelas expressões:

$$x^2 + (y - y_{MIC})^2 = r_{MIC}^2 \quad (2.23)$$

onde r_{MIC} é o raio e $(0, y_{MIC})$ é o centro. Para estes casos quando $r_1 + r_3 < r_2$, o *MIC* é definido por:

$$r_{MIC} = (r_1 + r_2 - |r_1 - r_2|)/2 \quad \text{and} \quad y_{MIC} = \sqrt{(r_1 + r_2 + |r_1 - r_2|)^2/4 - r_3^2} \quad (2.24)$$

Para os casos nos quais $r_1 + r_3 > r_2$, o raio e o centro do *MIC* são definidos por:

$$r_{MIC} = |y_{MIC}| - y_{col} \quad \text{and} \quad y_{MIC} = \frac{(r_1 + r_2 + y_{col})^2 - r_3^2}{2(r_1 + r_2 + y_{col})} \quad (2.25)$$

com $y_{col} = \sqrt{r_1^2 - (r_2 - r_3)^2}$. Com base nas equações (2.23), (2.24) e (2.25), o *MIW* pode ser caracterizado mediante a expressão a seguir:

$$\begin{bmatrix} r_{MIW} & y_{MIW} \end{bmatrix} = g(r_1, r_2, r_3) \quad (2.26)$$

onde g é uma função que computa r_{MIW} e y_{MIW} com base em r_1 , r_2 e r_3 .

O espaço de trabalho é completamente ilustrado na figura 8 de acordo com a formulação apresentada anteriormente para os comprimentos dos elos: $r_1=1.2$, $r_2=1.0$, $r_3=0.8$.

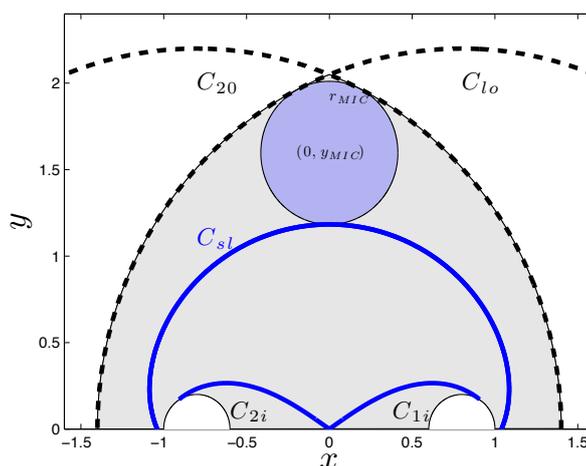


Figura 8 – Espaço de trabalho: espaço de trabalho útil, MIW e configurações singulares (C_{sl}).

Adicionalmente, o espaço de trabalho útil e o MIW também são obtidos para os comprimentos dos elos que consideram os três casos enunciados a seguir (ver figura 9):

- caso (a) $r_1 = 1,2$, $r_2 = 1,0$, $r_3 = 0,8$, ver figura 9(a);
- caso (b) $r_1 = 1,7$, $r_2 = 0,5$, $r_3 = 0,8$, ver figura 9(b);
- caso (c) $r_1 = 0,5$, $r_2 = 1,5$, $r_3 = 1,5$, ver figura 9(c).

2.3 ANÁLISE DE INCERTEZAS

No estudo da análise de incertezas tem-se como definição que uma grandeza física experimental deve ser determinada a partir de medição e o resultado é sempre uma aproximação para o valor verdadeiro da grandeza. Assim, é possível obter um melhor valor possível para a grandeza, que comparando ao valor verdadeiro, deve ser o mais próximo possível. Na engenharia tais incertezas se propagam nos sistemas,

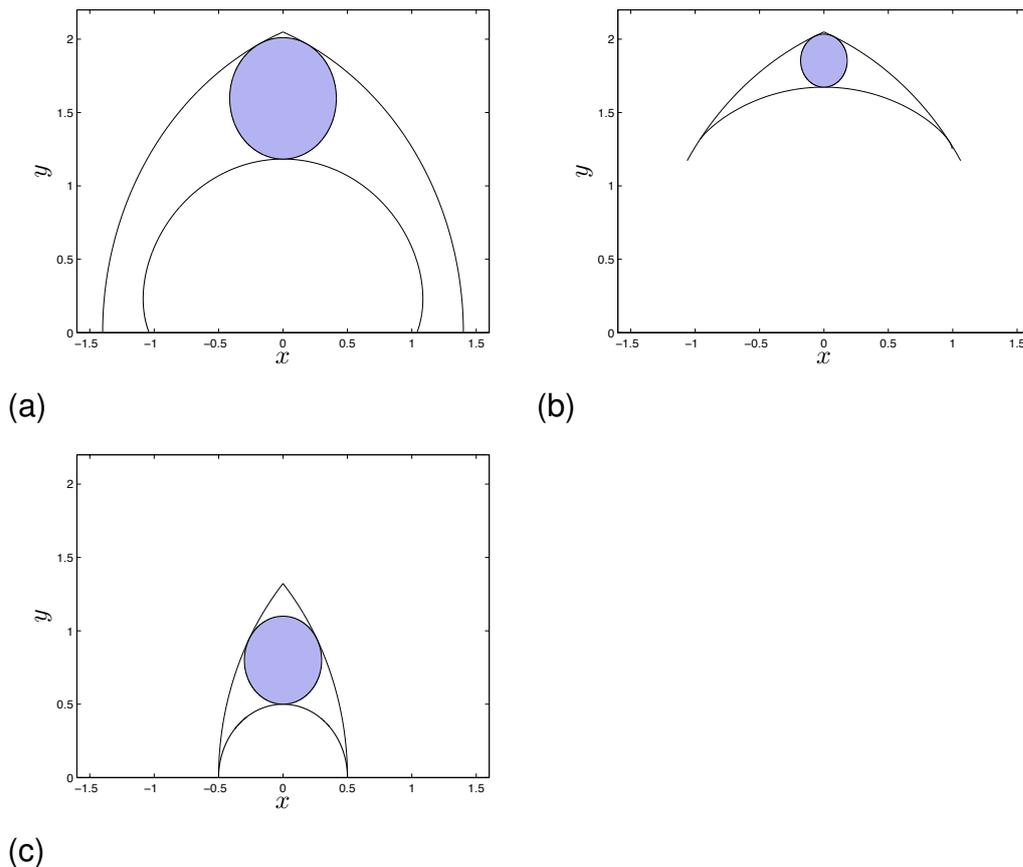


Figura 9 – Espaço de trabalho útil e MIW .

proporcionando respostas variáveis. Diante disso, a teoria do erro é fundamental para analisar o efeito desses erros de sistemas.

2.3.1 Varáveis aleatórias

Várias situações em análises estatísticas, é mais interessante resumir o resultado de um experimento aleatório através de um simples número. Por essa razão, uma variável aleatória associa um número a um resultado de um experimento aleatório. Matematicamente, a variável aleatória é modelada mediante um intervalo de números reais onde a aleatoriedade da variável é caracterizada por sua média (μ), seu desvio padrão e sua função densidade de probabilidade. As incertezas podem ser representadas conforme a seguinte expressão:

$$a(\Omega) = a_0 + a_0 \delta_a \xi(\Omega) \quad (2.27)$$

Onde, a_0 representa a média (valor nominal) da variável, δ_a é o nível de dispersão e $\xi(\Omega)$ é chamada de variável aleatória unitária com Ω representando que se trata de um processo randômico.

2.3.2 Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é uma metodologia estatística que se baseia em uma grande quantidade de amostragens aleatórias para se chegar em resultados próximos de resultados reais. Possui uma vasta utilização nas mais diversas áreas que se utilizam de métodos estatísticos, tais como Engenharia, Finanças, Computação Gráfica, Geologia, Gestão de Projetos, etc. Basicamente, tem-se os seguintes passos para modelar um problema com algum nível de incerteza através da metodologia de Monte Carlo: *i)* Modelar o problema; *ii)* Gerar valores aleatórios para as incertezas do problema, *iii)* Substituir as incertezas por valores para calcular o resultado, *iv)* Obter uma estimativa para a solução do problema.

Computacionalmente, o algoritmo para implementação do método de Monte Carlo mediante a linguagem de um pseudocódigo pode ser feito atribuindo as variáveis N , N_{MAX} , X , Y que representam o número de amostras, o número máximo de amostras, o vetor posição do sistema e a resposta do sistema respectivamente. A letra f representa o modelo numérico do sistema a ser avaliado. Assim, as respostas do sistema são calculadas para o máximo, a média e o mínimo encontrado a fim de representar com mais clareza o envelope de resposta incerta.

3 METODOLOGIA

Este trabalho aborda o modelo cinemático considerando as incertezas no comprimento dos elos e no erro de posicionamento das juntas ativas como uma extensão do modelo determinístico apresentado previamente por (LIU; WANG; PRITSCHOW, 2006a). Para isto, os parâmetros incertos modelados como variáveis aleatórias e o modelo cinemático é apresentado considerando estas incertezas.

3.1 MODELO DOS PARÂMETROS INCERTOS

Os parâmetros do mecanismo estão associados com as tolerâncias na manufatura e erros de posicionamento dos atuadores (CHEN; WANG; LIN, 2013). Estas incertezas consistem em pequenas variações dos parâmetros em torno de seus valores nominais, ditas variações produzem variações no desempenho cinemático.

Os parâmetros incertos dos mecanismos tem sido modelados utilizando várias aproximações diferentes. A teoria das probabilidades modela os parâmetros concentrados como variáveis aleatórias (PANDEY; ZHANG, 2012); adicionalmente, a simulação de Monte Carlo (RAO; BHATTI, 2001) e o polinômio de Caos (VOGLEWEDE; SMITH; MONTI, 2009) têm sido usados com a finalidade de computar numericamente a resposta incerta dos mecanismos. Por outro lado, os métodos baseados na teoria *fuzzy* tem sido aplicados como uma alternativa de análise aos métodos probabilísticos (LARA-MOLINA; KOROISHI; STEFFEN, 2014). Para isto, a análise dinâmica *fuzzy* (LARA-MOLINA; KOROISHI; STEFFEN, 2014) e a análise aritmética *fuzzy* (WALZ; HANSS, 2013) têm sido usadas para calcular a resposta incerta *fuzzy*. Finalmente, a análise intervalar também tem sido utilizada para estudar o comportamento dos mecanismos com parâmetros incertos (WU; RAO, 2007; MERLET, 2009).

Neste trabalho, as incertezas são introduzidas nos parâmetros geométricos que afetam o desempenho cinemático do mecanismo: o comprimento dos elos r_i e no erro de posição das juntas ativas $\delta\theta_j$, para $j = 1, 2$. Os parâmetros incertos são mo-

delados como variáveis aleatória devido a que este formalismo que permitem modelar pequenas variações em torno de dos valores nominais dos parâmetros. As incertezas nos comprimentos dos elos são modelados da forma a seguir:

$$\bar{r}_i(\Omega) = \bar{r}_i + \bar{r}_i \delta_r \xi(\Omega) \quad (3.1)$$

onde \bar{r}_i é o comprimento nominal, δ_r é o máxima desvio percentual em torno do valor nominal para o comprimento dos elos e $\xi(\Omega)$ é a variável aleatória normal com média e variância de zero a um, respectivamente, e Ω é o processo aleatório. A variável aleatória normal é governada por uma função de probabilidade normal; esta função de probabilidade foi selecionada com o objetivo de avaliar o efeito dos parâmetros incertos.

Os comprimentos dos elos incertos são adimensionalizados de acordo com a expressão $D(\Omega) = (\bar{r}_1(\Omega) + \bar{r}_2(\Omega) + \bar{r}_3(\Omega))/3$. Portanto, os parâmetros adimensionais incertos dos comprimentos dos elos são definidos como: $r_i(\Omega) = \bar{r}_i(\Omega)/D(\Omega)$ para $i = 1, 2, 3$.

Por outro lado, as incertezas no erro de posição das juntas ativas é definida como:

$$\delta\theta_j(\Omega) = \delta_{\theta_j} \xi(\Omega) \quad (3.2)$$

onde, δ_{θ_j} (para $j = 1, 2$) é a dispersão máxima do erro de posição e $\xi(\Omega)$ o processo aleatório definido previamente na equação (3.1).

Os parâmetros que definem a incerteza no comprimento dos elos e o erro de posição das juntas ativas foram determinados com base em contribuições que tem estudado experimentalmente a incertezas dos mecanismos paralelos. Os efeitos combinados produzidos pela deformação dos elos e fatores térmicos introduzem uma incerteza no comprimento dos elos. Conseqüentemente, a máxima dispersão destas incertezas foi quantificada como 0,004% do comprimento dos elos, tal como foi estabelecido por (JOKIEL; ZIEGERT; BIEG, 2001). Adicionalmente, erros de posicionamento dos atuadores e a resolução dos sensores também introduz erros nas juntas ativas. Os parâmetros incertos para as juntas e para os erros são definidos na

Tabela 1 – Parâmetros dos elos incertos e dos erros na juntas.

Parâmetro	$\bar{r}_1(\Omega)$	$\bar{r}_2(\Omega)$	$\bar{r}_3(\Omega)$	$\delta\theta_1(\Omega)$	$\delta\theta_2(\Omega)$
\bar{r}_i	r_1	r_2	r_3	-	-
δ_r	0.004%	0.004%	0.004%	-	-
$\delta_\theta [^\circ]$	-	-	-	0.05	0.05

tabela 1.

Na definição do comprimento incerto dos elos conforme a definição da equação (2.1), $D = 1$ ao definir $\bar{r}_i = r_i$. No entanto, vários comprimentos dos elos podem ser considerados a fim de avaliar diferentes dimensões do mecanismo.

A simulação de Monte Carlo juntamente com a amostragem do Hipercubo Latino (FLORIAN, 1992) é utilizada para simular a cinemática do mecanismo considerando as incertezas aleatórias. A simulação de Monte Carlo combinada com a amostragem do Hipercubo Latino permite avaliar a resposta demandando menos esforço computacional que utilizando simplesmente a simulação de Monte Carlo. Detalhes adicionais sobre esta metodologia podem ser encontrados em (FLORIAN, 1992).

3.2 MODELO CINEMÁTICO SUJEITO A INCERTEZAS

A cinemática do mecanismo paralelo planar 5R considerando incertezas é apresentada neste trabalho como uma extensão da modelagem cinemática previamente estudada em outras contribuições (ALICI, 2002; CERVANTES-SÁNCHEZ; HERNÁNDEZ-RODRÍGUEZ; ANGELES, 2001; LIU; WANG; PRITSCHOW, 2006a).

A seguir apresenta-se o equacionamento para mostrar a forma em que as incertezas foram introduzidas no equacionamento correspondente à cinemática do mecanismo. No entanto, detalhes adicionais sobre a modelagem cinemática podem ser encontrados em (LIU; WANG; GAO, 2000).

3.2.1 Cinemática Inversa

O modelo cinemático inverso que define as juntas ativas θ_i em função da posição do efetuador-final P . A posição, P , do efetuador-final em relação ao sistema de referência fixo O define-se pelo vetor Cartesiano $\mathbf{p} = (x, y)^T$. Adicionalmente, a posição dos pontos B_i (for $i = 1, 2$) em relação ao sistema de referência O define-se pelos vetores $\mathbf{b}_1 = (r_1(\Omega) \cos(\theta_1) - r_3(\Omega), r_1(\Omega) \sin(\theta_1))^T$ e $\mathbf{b}_2 = (r_1(\Omega) \cos(\theta_2) + r_3(\Omega), r_1(\Omega) \sin(\theta_2))^T$, respectivamente. A cinemática inversa é solucionada usando a restrição cinemática $|\mathbf{b}_i \mathbf{p}| = r_2$, portanto:

$$(x - r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) - r_3(\Omega))^2 + (y - r_1(\Omega) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)))^2 = r_2(\Omega)^2 \quad (3.3)$$

$$(x - r_1(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) + r_3(\Omega))^2 + (y - r_1(\Omega) \sin(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)))^2 = r_2(\Omega)^2 \quad (3.4)$$

solicionando as equações (3.3) e (3.4) para o caso em que a posição do efetuador-final é conhecida e definida pela posição do ponto P , θ_i pode ser determinado mediante a expressão mostrada a seguir:

$$\theta_i = \arctan(z_i) \quad (3.5)$$

onde

$$z_i = \frac{-b_i + \sigma_i \sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}}{2a_i} \quad (3.6)$$

com

$$\sigma_i = \pm 1$$

$$a_1 = r_1(\Omega)^2 + y^2 + (x + r_3(\Omega))^2 - r_2(\Omega)^2 + 2(x + r_3(\Omega))r_1(\Omega)$$

$$b_1 = -4yr_1(\Omega)$$

$$c_1 = r_1(\Omega)^2 + y^2 + (x + r_3(\Omega))^2 - r_2(\Omega)^2 - 2(x + r_3(\Omega))r_1(\Omega)$$

$$a_2 = r_1(\Omega)^2 + y^2 + (x - r_3(\Omega))^2 - r_2(\Omega)^2 + 2(x - r_3(\Omega))r_1(\Omega)$$

$$b_2 = b_1 = -4yr_1(\Omega)$$

$$c_2 = r_1(\Omega)^2 + y^2 + (x - r_3(\Omega))^2 - r_2(\Omega)^2 - 2(x - r_3(\Omega))r_1(\Omega)$$

Como mostrado na equação (3.6), a cinemática inversa tem quatro soluções diferentes que dependem do sinal adotado para σ_i . A solução adotada em este trabalho considera $\sigma_1 = 1$ e $\sigma_2 = -1$.

3.2.2 Cinemática Direta

O modelo da cinemática direta define a posição do efetuador-final localizado no ponto P como função da posição angular das juntas ativas θ_i . Adicionalmente, o erro de posicionamento nas juntas também é considerado no modelo. Das equações (3.3) e (3.4) obtém-se:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2(r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) - r_3(\Omega))x - 2r_1(\Omega) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega))y - \dots \\ 2r_1(\Omega)r_3(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) + r_3(\Omega)^2 + r_1(\Omega)^2 - r_2(\Omega)^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2(r_1(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) + r_3(\Omega))x - 2r_1(\Omega) \sin(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega))y + \dots \\ 2r_1(\Omega)r_3(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) + r_3(\Omega)^2 + r_1(\Omega)^2 - r_2(\Omega)^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Das equações (3.7) e (3.8) resulta a expressão apresentada a seguir:

$$x = ey + f \quad (3.9)$$

com:

$$\begin{aligned} e &= \frac{r_1(\Omega)(\cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) - \sin(\theta_1 + \delta\theta_2(\Omega)))}{2r_3(\Omega) + r_1(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) - r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega))} \\ f &= \frac{r_1(\Omega)r_3(\Omega)(\cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) + \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)))}{2r_3(\Omega) + r_1(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) - r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega))} \end{aligned}$$

Consequentemente, substituindo a equação (3.9) na equação (3.7), obtém-se:

$$dy^2 + gy + h = 0 \quad (3.10)$$

com

$$d = 1 + e^2$$

$$g = 2(ef - er_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) + er_3(\Omega) - r_1(\Omega) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)))$$

$$h = f^2 - 2f(r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) - r_3(\Omega)) - 2r_1(\Omega)r_3(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) \\ + r_3(\Omega)^2 + r_1(\Omega)^2 - r_2(\Omega)^2$$

Considerando a equação (3.10), a coordenada Cartesiana y define-se como:

$$y = \frac{-g + \sigma \sqrt{g^2 - 4dh}}{2d} \quad (3.11)$$

Da equação (3.11), percebe-se que a cinemática direta tem duas soluções possíveis correspondentes a $\sigma = 1$ ou $\sigma = -1$. Em este trabalho, adopta-se a solução correspondente para $\sigma = 1$.

3.2.3 Matrix Jacobiana

As equações (3.3) e (3.4) são derivadas em relação ao tempo para obter calcular a matriz Jacobiana do mecanismo, assim:

$$r_1(\Omega)(y \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) - (x + r_3(\Omega)) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)))\dot{\theta}_1 = \\ (x + r_3(\Omega) - r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)))\dot{x} + (y - r_1(\Omega) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)))\dot{y} \quad (3.12)$$

$$r_1(\Omega)(y \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) + (r_3(\Omega) - x) \sin(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)))\dot{\theta}_2 = \\ (x - r_3(\Omega) - r_1(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)))\dot{x} + (y - r_1(\Omega) \sin(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)))\dot{y} \quad (3.13)$$

As equações (3.12) e (3.13) são escritas novamente na forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{A}(\Omega)\dot{\theta} = \mathbf{B}(\Omega)\dot{\mathbf{p}} \quad (3.14)$$

onde $\dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} \end{bmatrix}^T$, $\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T$ e as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são definidas como se mostra a seguir:

$$\mathbf{A}(\Omega) = \begin{bmatrix} y \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) - (x + r_3(\Omega)) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) & \dots \\ & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \\ \dots & y \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) + (r_3(\Omega) - x) \sin(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) & \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(\Omega) = \begin{bmatrix} x + r_3(\Omega) - r_1(\Omega) \cos(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) & y - r_1(\Omega) \sin(\theta_1 + \delta\theta_1(\Omega)) \\ x - r_3(\Omega) - r_1(\Omega) \cos(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) & y - r_1(\Omega) \sin(\theta_2 + \delta\theta_2(\Omega)) \end{bmatrix}$$

A matriz Jacobiana com os parâmetros incertos é representada mediante a expressão:

$$\mathbf{J}(\Omega) = \mathbf{A}^{-1}(\Omega)\mathbf{B}(\Omega) \quad (3.15)$$

3.2.4 Espaço de trabalho

Como apresentado anteriormente, o espaço de trabalho teórico é definido nos seu contorno pelos círculos internos e externos para cada uma das cadeias cinemáticas. Para a primeira cadeia cinemática:

$$C_{1o} : (x + r_3(\Omega))^2 + y^2 = (r_1(\Omega) + r_2(\Omega))^2 \quad (3.16)$$

$$C_{1i} : (x + r_3(\Omega))^2 + y^2 = (r_1(\Omega) - r_2(\Omega))^2 \quad (3.17)$$

Para a segunda cadeia cinemática:

$$C_{2o} : (x + r_3(\Omega))^2 + y^2 = (r_1(\Omega) + r_2(\Omega))^2 \quad (3.18)$$

$$C_{2i} : (x + r_3(\Omega))^2 + y^2 = (r_1(\Omega) - r_2(\Omega))^2 \quad (3.19)$$

O espaço de trabalho teórico é definido pela área Cartesiana limitada no seus contornos pela intercessão dos círculos apresentados nas equações (3.16), (3.17), (3.18) e (3.19).

Adicionalmente, o *Circulo Inscrito Máximo (MIC)* é definido também em função dos parâmetros incertos, assim o *MIC* é definido como:

$$x^2 + (y - y_{MIC})^2 = r_{MIC}^2 \quad (3.20)$$

onde r_{MIC} é o raio e $(0, y_{MIC})$ é o centro do *MIC*. Para os casos correspondentes a $r_1(\Omega) + r_3(\Omega) < r_2(\Omega)$, o *MIC* é definido por:

$$\begin{aligned} r_{MIC} &= (r_1(\Omega) + r_2(\Omega) - |r_1(\Omega) - r_2(\Omega)|)/2 \quad \text{e} \\ y_{MIC} &= \sqrt{(r_1(\Omega) + r_2(\Omega) + |r_1(\Omega) - r_2(\Omega)|)^2/4 - r_3(\Omega)^2} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Para os casos correspondentes a $r_1(\Omega) + r_3(\Omega) > r_2(\Omega)$, o raio correspondente ao centro do *MIC* é definido por:

$$\begin{aligned} r_{MIC} &= |y_{MIC}| - y_{col} \quad \text{and} \\ y_{MIC} &= \frac{(r_1(\Omega) + r_2(\Omega) + y_{col})^2 - r_3(\Omega)^2}{2(r_1(\Omega) + r_2(\Omega) + y_{col})} \end{aligned} \quad (3.22)$$

com $y_{col} = \sqrt{r_1(\Omega)^2 - (r_2(\Omega) - r_3(\Omega))^2}$.

3.2.5 Índice de Condicionamento Global

A destreza cinemática é uma propriedade importante que é utilizada para descrever o desempenho cinemático dos mecanismos paralelos. A destreza cinemática é definida como a habilidade de posicionamento com precisão. Esta propriedade cinemática é quantificada com base na matriz Jacobiana por causa do sentido físico que esta contém do mecanismo, é dizer que a matriz Jacobiana relaciona as variáveis das juntas com a posição diferencial do efetuador final.

A destreza cinemática avalia-se utilizando o conceito do *Índice de Condicionamento Local (LCI)* que é baseado no número de condição da matriz Jacobiana $\mathbf{J}(\Omega)$, previamente definida na equação (2.18). O *LCI* é usado para descrever a destreza cinemática e a posição do mecanismo em uma determinada posição do seu efetuador-final. Adicionalmente, o *LCI* expressa quão perto se encontra o mecanismo de uma configuração singular. O *LCI* define-se da seguinte forma:

$$LCI = 1/k(\mathbf{J}(\Omega)) = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (3.23)$$

onde σ_{mx} e σ_{min} são os valores singulares máximo e mínimo da matriz Jacobiana. Também pode-se observar que esta medida depende da posição do mecanismo e do comprimento dos elos, isto é o *LCI* é um índice de desempenho local. Uma condição isotrópica para o mecanismo que corresponde à condição ideal de desempenho corresponde a $1/k(\mathbf{J}(\Omega)) = 1$ e a condição singular obtém-se quando $1/k(\mathbf{J}(\Omega)) = 0$. O *Índice de Condicionamento Global* (*GCI*) é um critério comumente utilizado para avaliar a destreza cinemática levando em consideração uma região do espaço de trabalho, portanto este índice de desempenho expressa uma medida global da destreza cinemática (GOSSELIN; ANGELES, 1991). Neste trabalho, o *GCI* considera a destreza cinemática dentro do *MIW* e define-se mediante a expressão a seguir:

$$GCI = \frac{\int_{MIW} 1/k(\mathbf{J}(\Omega))dw}{\int_{MIW} dw} \quad (3.24)$$

Como um índice de desempenho adicional tem-se o *Índice de Condicionamento Mínimo* (*MCI*) que é avaliado com a finalidade de quantificar o mínimo *LCI* dentro do *MIW*, assim:

$$MCI = \min_{w \in MIW} LCI \quad (3.25)$$

MCI permite avaliar a destreza cinemática local mínima que serve para indicar o menor desempenho dentro do *MIC*.

3.2.6 O Espaço de Projeto

Anteriormente foi estabelecido que o desempenho cinemático do mecanismo paralelo depende da posição do efetuador-final e das dimensões dos elos. Ao considerar unicamente os elos como as variáveis de interesse para a avaliação do desempenho cinemático, o desempenho cinemático dependerá do comprimento dos elos. O espaço de projeto tem como objetivo estabelecer uma representação gráfica entre o critério de desempenho avaliado e as variáveis de projeto, neste caso específico, o comprimento dos elos. Portanto, o espaço de projeto permite avaliar todas as possíveis combinações dos comprimentos dos elos para computar um determinado critério de desempenho (LIU; WANG; PRITSCHOW, 2006b). Teoricamente, $0 < r_i < 3$ para

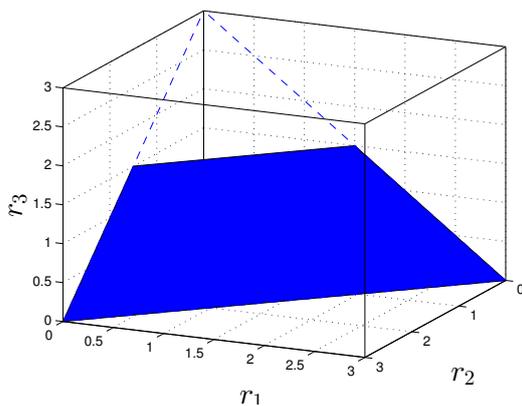
$i = 1, 2, 3$, no entanto, restrições adicionais são definidas em cada parâmetro com a finalidade de assegurar a definição geométrica do mecanismo, assim:

$$0 < r_1, r_2 < 3 \quad \text{e} \quad 0 \leq r_3 \leq 1.5 \quad (3.26)$$

Baseado nas equações (2.2), o espaço de projeto é definido como um trapézio mostrado na figura 10(a). Adicionalmente, uma configuração planar também é definida com base em duas coordenadas ortogonais s e t (ver a figura 10(b)), assim:

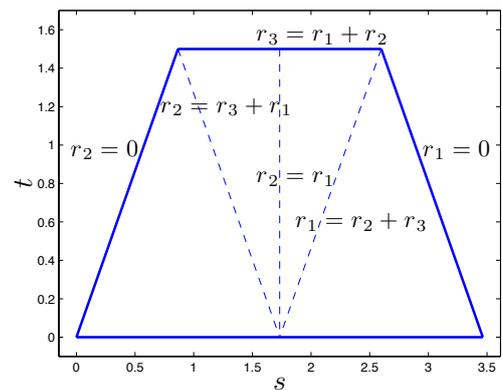
$$s = 2r_1/\sqrt{3} + r_3/\sqrt{3} \quad (3.27)$$

$$t = r_3 \quad (3.28)$$



(a)

Figura 10 – Espaço de projeto do mecanismo.



(b)

O espaço de projeto pode ser dividido em várias regiões, como apresentado na figura 10(b); estas regiões são contornadas por linhas onde r_1 , r_2 e r_3 . Portanto, r_2 é igual a zero no contorno esquerdo do trapézio, $r_3 = r_1 + r_2$ no topo, $r_1 = r_2$ no meio e $r_2 = r_3 + r_1$ na parte esquerda. Conseqüentemente, o espaço de projeto pode ser analisado com ajuda destas linhas.

3.2.7 Teoria da Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade visa determinar a influência de cada parâmetro incerto na cinemática do mecanismo, especificamente em termos da variação da precisão da posição do mecanismo. Conseqüentemente, esta análise permite indicar o

grau de influência de cada parâmetro incerto na variação da precisão da posição do mecanismo.

Entre os vários métodos utilizados para analisar a sensibilidade, a análise de sensibilidade baseada na variância decompõe a variância da saída do modelo em frações que estão associadas à variação de cada parâmetro. Este método permite quantificar o efeito da variação de um parâmetro individual sobre a resposta dinâmica do robô, por meio de uma estrutura probabilística baseado no método de simulação de Monte Carlo. Além disso, este método lida com modelos não lineares, o que é adequado para quantificar a sensibilidade do robô paralelo.

Considerando o modelo sob a forma $y = f(w)$, onde y é uma saída escalar e $w = [w_1 \dots w_k]^T$ é um vetor de k parâmetros. Estes parâmetros são considerados como distribuídos independente e uniformemente no hipercubo unitário, isto é, $w_i \in [0, 1]$ para $i = 1, \dots, k$. $f(w)$ é decomposto:

$$y = f(w) = f_0 + \sum_{i=1}^k f_i(w_i) + \sum_{i<j}^k f_{ij}(w_i, w_j) + \dots + f_{12\dots,k} \quad (3.29)$$

A decomposição da expressão de variância é:

$$V(y) = \sum_{i=1}^k V_i + \sum_{i<j}^k V_{ij} + \dots + V_{12\dots,k} \quad (3.30)$$

onde $V_i = V_{w_i}(E_{w_i}(y|w_i))$, $V_{ij} = V_{w_{ij}}(E_{w_{ij}}(y|w_{ij}))$ e assim por diante. Um efeito de primeira ordem baseado em variância para um parâmetro genérico de projeto w_i é:

$$V_{w_i}(E_{w_i}(y|w_i)) \quad (3.31)$$

onde w_i é o i -ésimo parâmetro e w_i denota a matriz de todos os parâmetros exceto w_i . O significado da operação de expectativa interna é que a média de y é assumida sobre todos os valores possíveis enquanto mantém o w_i fixo. A medida de sensibilidade associada denominada índice de sensibilidade de primeira ordem é definida como:

$$s_i = \frac{V_{w_i}(E_{w_i}(y|w_i))}{(V(y))} \quad (3.32)$$

) s_i afirma o efeito da variação de w_i apenas, porém dividido pela variação em outros parâmetros. No entanto, o índice de efeito total s_{Ti} mede a contribuição para a variância de saída de w_i , incluindo todos os efeitos de suas interações com qualquer outro parâmetro de entrada.

$$s_{Ti} = \frac{E_{w_i} V_{w_i}(y|w_i)}{V(y)} = 1 - \frac{V_{w_i}(E_{w_i}(y|w_i))}{V(y)} \quad (3.33)$$

A Simulação de Monte Carlo combinada com a amostragem de Hipercubo Latino é usada para calcular os índices de efeito total. O número total de avaliações de modelos para calcular o índice de sensibilidade total é $N = n_s (k + 1)$, onde n_s é o número de amostras de Monte Carlo.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS E ANÁLISES

Neste capítulo são apresentados os resultados preliminares obtidos do trabalho proposto. Primeiramente, o atlas de desempenho e as formulações matemáticas envolvidas são apresentadas. Na sequência são apresentados os atlas do Espaço de Trabalho Máximo Inscrito, atlas do Índice de Condicionamento Global acompanhado de as ilustrações correspondentes.

4.1 ATLAS E DESEMPENHO

O conceito de atlas de desempenho é definido com base na definição de espaço de projeto. O atlas de desempenho descreve o desempenho do comportamento de um critério de desempenho específico como função do espaço de projeto com o objetivo de avaliar uma propriedade específica do mecanismo. Portanto, mediante o atlas de desempenho é possível determinar os comprimentos dos elos que otimizam uma propriedade específica do mecanismo. O atlas de desempenho do mecanismo planar paralelo simétrico 5R adotado neste trabalho foi previamente formulado por (GAO; LIU; GRUVER, 1998) e tem sido usado por (LIU; WANG; ZHENG, 2006; LIU; BONEV, 2008).

Conseqüentemente, diversos critérios de desempenho têm sido formulados para avaliar o desempenho cinemático dos mecanismos paralelos (MERLET, 2006a). Geralmente, índices de desempenho baseados no tamanho do espaço de trabalho e na destreza cinemática são aplicados para avaliar o desempenho cinemático dos mecanismos paralelos. Portanto, dois índices de desempenho são analisados baseados no tamanho do espaço de trabalho e na destreza cinemática.

O desempenho cinemático é analisado considerando as incertezas. Desta forma, o *Espaço de trabalho Inscrito Máximo* (r_{MIW}), o *Índice de Condicionamento Global* (GCI) e o *Índice de Condicionamento Mínimo* (MCI) são aplicados para avaliar o desempenho cinemático sujeito a incertezas. Para isto, os atlas de desempenho são

avaliados usando a simulação de Monte Carlo combinada com o método do Hipercubo Latino como mostrado a seguir:

$$mean(K) = \sum_{i=1}^{n_s} K_i/n_s \quad (4.1)$$

$$\delta(K) = \max(K) - \min(K) \quad (4.2)$$

onde K representa as propriedades cinemáticas sujeitas a incertezas que estão sendo analisadas no atlas (r_{MIC} , GCI , ou MCI), $mean(K)$ é a media de todas as amostras K_i , $n_s = 500$ é o número total de amostras da simulação de Monte Carlo, $\max(K)$ e $\min(K)$ são os valores máximos e mínimos de K_i , respectivamente. Finalmente, $\delta(K)$ representa a variação das propriedades cinemáticas produzidas pelas incertezas.

4.1.1 Atlas do Espaço de Trabalho Máximo Inscrito

O atlas de raio do MIC , r_{MIC} , é computado baseado na formulação do espaço de trabalho como apresentado anteriormente na seção 2.2.4. O atlas do MIW indica como o r_{MIC} varia sobre o espaço de projeto considerando as incertezas nos comprimentos dos elos. As figuras 11 e 12 mostram os atlas do raio do MIC , r_{MIC} .

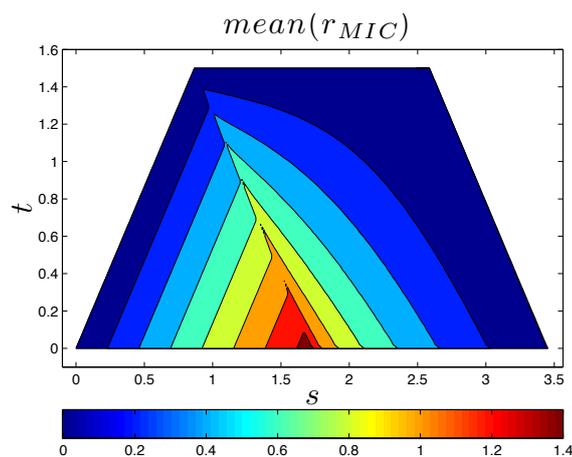


Figura 11 – Atlas do raio do MIC : $mean(r_{MIC})$.

A figura 11 mostra o comportamento da média do r_{MIC} . Assim, $mean(r_{MIC})$ mostra uma descontinuidade na linha $r_2 = r_1 + r_3$ que divide o espaço de projeto em duas regiões principais. Adicionalmente, r_{MIC} atinge seu valor máximo para $r_3 = 0$ e

especificamente nas regiões próximas de $r_1 = r_2$, i.e., para este conjunto de comprimentos dos elos é maximizado o espaço de trabalho útil. Por outro lado, uma variação do r_{MIC} é observada para os limites do espaço de projeto onde $r_1 = 0$, $r_2 = 0$, e $r_3 = r_1 + r_2$.

Adicionalmente, a figura 12 mostra as variações do r_{MIC} produzidas pelas incertezas dos comprimentos dos elos sobre o espaço de projeto. Pode-se observar que as incertezas produzem uma variação expressiva em r_{MIW} em regiões próximas as descontinuidades do r_{MIW} (ver a Figura 12(a)). As incertezas produzem uma variação considerável no r_{MIC} para valores de $r_3 = 1.5$, é dizer, quando r_3 alcança seu valor máximo (ver a figura 12(b)). No entanto, para este caso o *Espaço de trabalho máximo inscrito* é próximo de zero como mostrado pela figura 11. Em outras regiões do atlas não há variações significativas do r_{MIC} .

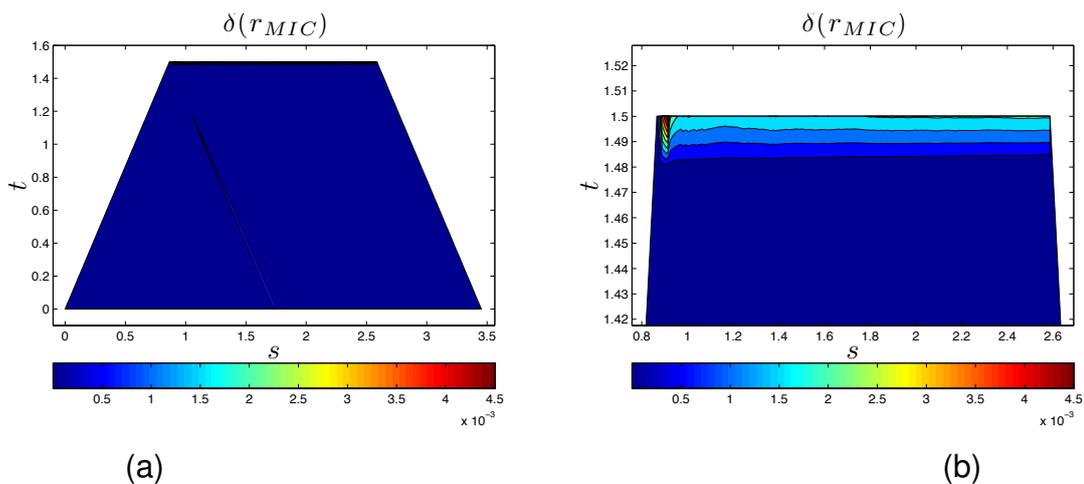


Figura 12 – Atlas do r_{MIW} : incertezas no comprimento dos elos e nas juntas ativas.

4.1.2 Atlas do Índice de Condicionamento Global

A figura 13 mostra o atlas correspondente para $mean(GCI)$. Os valores máximos para GCI indicam maior destreza cinemática sobre o MIW . O GCI expressa a destreza global medida sobre o MIW . No entanto, em vários casos ocorre uma grande variação do LCI sobre o MIW . Conseqüentemente, o LCI deve ser examinado dentro do espaço de trabalho útil a fim de obter detalhes adicionais sobre o comportamento do mecanismo para verificar a destreza cinemática.

O GCI é avaliado com base na expressão apresentada na equação (3.24), onde o GCI depende das incertezas do comprimento dos elos e dos erros de posicionamento nas juntas ativas. Adicionalmente, o GCI é computado dentro do MIW .

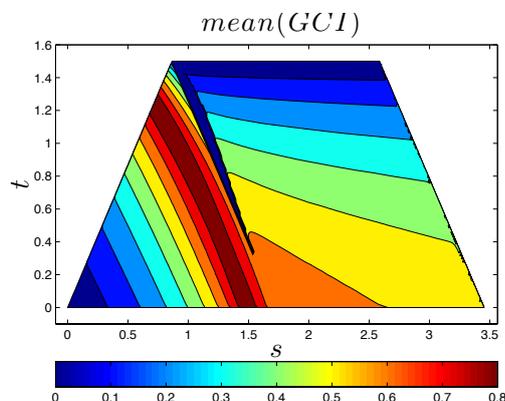
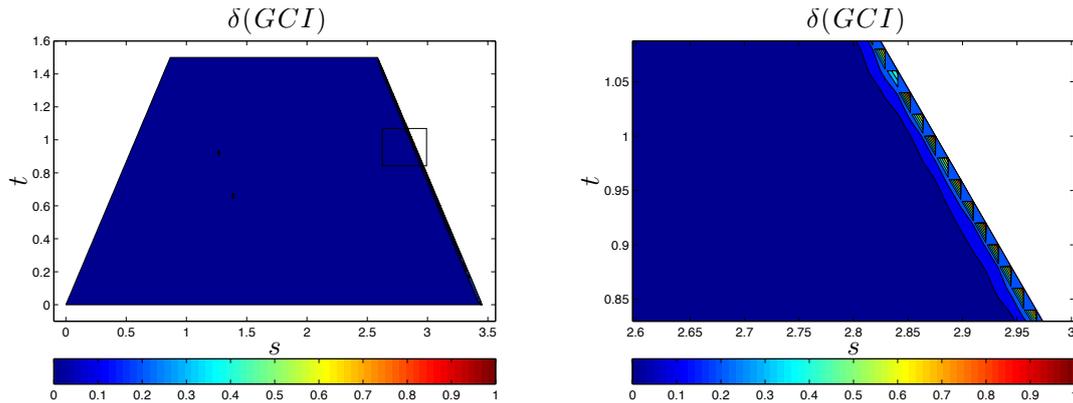


Figura 13 – Atlas do GCI: $mean(GCI)$.

A figura 14 mostra o atlas da variação do GCI que é quantificado por $\delta(GCI)$. Uma pequena variação do GCI é observada próxima da região onde $r_2 = r_3 + r_1$. Nesta região há também uma descontinuidade no GCI como indicado na figura 14. A variação do GCI é produzida pela combinação dos efeitos das incertezas no erros de posicionamento das juntas e no comprimento dos elos como mostrado pela equação dos valores singulares da matriz Jacobiana da equação (3.23). Isto implica que as incertezas produzem uma grande variação nas regiões do atlas que correspondem a configurações singulares em virtude do comprimento dos elos, a máxima variação do GCI é $\delta(GCI) = 1$. É importante mencionar que estas configurações singulares correspondem a valores pequenos de r_1 nos quais o primeiro elo é próximo de zero (ver a Figura 14(b)). Este caso corresponde a uma implementação da geometria do mecanismo que não é fisicamente possível. Finalmente, nas outras regiões o atlas de variações do GCI é desprezível.

4.1.3 Atlas do Índice de Condicionamento Mínimo

A figura 15 mostra o atlas do MCI computado com base na expressão apresentada na equação (3.25). O atlas do MCI é também dividido em duas regiões princi-



(a) (b)
Figura 14 – Atlas do GCI: (a) $\delta(GCI)$, (b) zoom do $\delta(GCI)$.

país de acordo com os valores do *MIC*. Pode-se observar que os limites destas regiões correspondem a uma descontinuidade introduzida pela linha $r_2 = r_1 + r_3$ do espaço de projeto. É observado que o *MCI* é menor nas regiões da direita do atlas em comparação as regiões da esquerda; isto indica que o mecanismo com os comprimentos dos elos correspondentes à região direita do atlas apresentaram um desempenho com menor destreza cinemática dentro do *MIW*, ou seja, mecanismos com desempenho que exibem menor destreza cinemática local *LCI*.

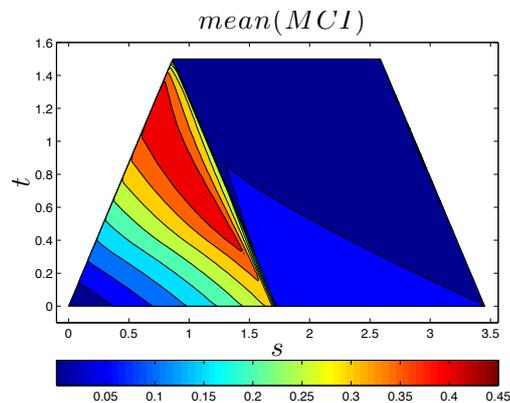


Figura 15 – Atlas do MCI: $mean(MCI)$.

A variação do *MCI* é apresentada na figura 16. Como observado, $\delta(MCI)$ apresenta o mesmo desempenho de $\delta(GCI)$. As configurações que exibem as variações máximas do *MCI*, onde $\delta(GCI) = 0.9$, correspondem a pequenas variações de r_1 (ver figura 16(b)). Este caso também implica que a implementação do mecanismo não é implementável em uma aplicação prática. Finalmente as variações do *GCI* em outras regiões do atlas são desprezíveis.

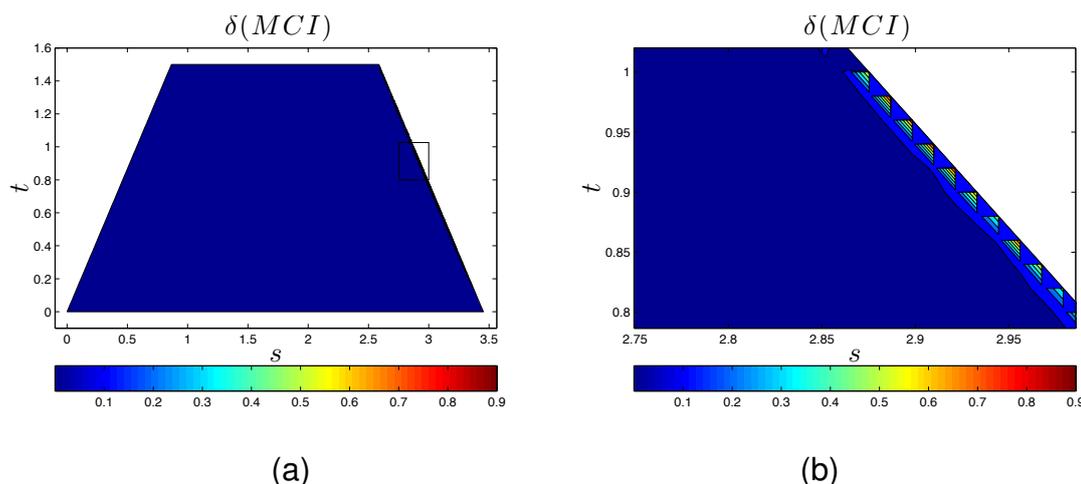


Figura 16 – Atlas do MCI: (a) $\delta(MCI)$, (b) zoom do $\delta(MCI)$.

4.2 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Os parâmetros incertos do mecanismo paralelo para a cinemática inversa e direta e para o espaço de trabalho são considerados como variáveis aleatórias. Os parâmetros do plano não dimensional o comprimento dos elos (r_1, r_2 e r_3) e as folgas das articulações ativas ($\delta\theta_1, \delta\theta_2$) são definidos na tabela 2. Portanto, as juntas ativas são definidas com as incertezas como $\theta_i(\Theta) = \theta_i + \delta\theta_i(\Theta)$.

Tabela 2 – Parâmetros incertos do mecanismo

Parâmetros	$r_1(\Theta)$	$r_2(\Theta)$	$r_3(\Theta)$	$\delta\theta_1(\Theta)$	$\delta\theta_2(\Theta)$
a_0	1.2	1.0	0.8	0.25°	0.25°
δ_a	1%	1%	1%	100%	100%

Os parâmetros incertos do mecanismo são mapeados no modelo cinemático usando a Simulação de Monte Carlo a fim de avaliar a cinemática do mecanismo na presença de incertezas. Para isso, $n_s = 150$ amostras são usadas para calcular a simulação de Monte Carlo.

4.2.1 Cinemática direta

Esta análise tem como objetivo avaliar a cinemática direta do mecanismo considerando as incertezas dimensionais nos comprimentos dos elos e as folgas das articulações ativas que foram previamente descritas na Tabela 1. Conseqüentemente, as

incertezas foram introduzidas no modelo cinemático direto baseado na seguinte equação:

$$[x,y]^T = f^{-1}(\theta_1 + \delta\theta_1(\Theta), \theta_2 + \delta\theta_2(\Theta), \theta_3 + \delta\theta_3(\Theta), r_1(\Theta), r_2(\Theta), r_3(\Theta)) \quad (4.3)$$

A cinemática direta com os parâmetros incertos foi avaliada para várias posições θ_i dentro do espaço de trabalho como apresentado na Figura 17. Além disso, a figura 17(a) mostra o espaço de trabalho utilizável e o MIW para $r_1 = 1,2$, $r_2 = 1,0$ e $r_3 = 0,8$.

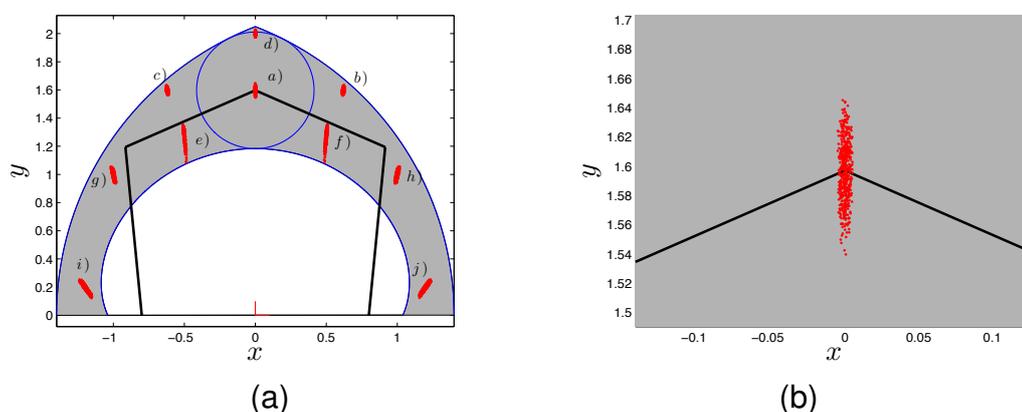


Figura 17 – Soluções da Cinemática Direta com parâmetros incertos: (a) todos os casos, (b) Zoom do caso a

Além disso, a Figura 17(b) apresenta os resultados da cinemática direta que são a média e o desvio padrão da posição cartesiana do efetuador final no eixo x e y , \bar{x} , \bar{y} , $\sigma(x)$, $\sigma(y)$ respectivamente.

Tabela 3 – Cinemática Direta com incertezas

Caso	θ_1	θ_2	\bar{x}	\bar{y}	$\sigma(x)$	$\sigma(y)$
a)	95.51	84.48	3.5586e-08	1.5966	0.0020	0.0193
b)	60.88	58.03	0.6200	1.5969	0.0040	0.0138
c)	121.96	119.11	-0.6200	1.5969	0.0040	0.0139
d)	78.89	101.10	-6.3229e-07	2.0000	0.0013	0.0110
e)	123.53	104.77	-0.4996	1.2648	0.0046	0.0439
f)	75.22	56.46	0.4996	1.2648	0.0048	0.0439
g)	154.10	132.20	-0.9998	0.9990	0.0071	0.0247
h)	47.79	25.89	0.9998	0.9990	0.0072	0.0245
i)	27.47	-26.83	1.1988	0.1982	0.0179	0.0260
j)	-153.16	152.52	-1.1988	0.1982	0.0177	0.0259

Os resultados indicam que as incertezas nos comprimentos não dimensionais das ligações e as folgas das juntas ativas introduzem uma variabilidade na posição cartesiana do efetuador final do mecanismo, p , para todos os casos considerados nesta análise, essa variabilidade é quantificado pelo desvio padrão $\sigma(x)$ e $\sigma(y)$ de cada posição singular. A variabilidade em p é especialmente maior para as configurações fechadas para as singularidades dos locais singulares (casos: e), f), i) e j). Além disso, observa-se que as posições fechadas aos limites do espaço de trabalho utilizável apresentam moderada variabilidade em relação aos casos anteriores (casos: b), c), g) e h). No entanto, para as posições dentro do MIW, a cinemática progressiva exibe uma variabilidade menor (casos: a) e d)).

A análise de sensibilidade foi realizada para o caso a) da Tabela 3, porém qualquer outra posição poderia ser considerada. Os índices de efeito total dos parâmetros incertos da tabela 1 são calculados usando a análise de sensibilidade baseada na variância.

Os índices de efeito total para a cinemática direta são mostrados na Figura 18. Como visto, a precisão da posição é mais sensível ao comprimento dos elos. Isso é esperado, uma vez que o comprimento dos elos é proporcional ao posicionamento do efetuador do mecanismo. No entanto, entre os parâmetros incertos, as folgas das juntas ativas exibem uma sensibilidade significativa.

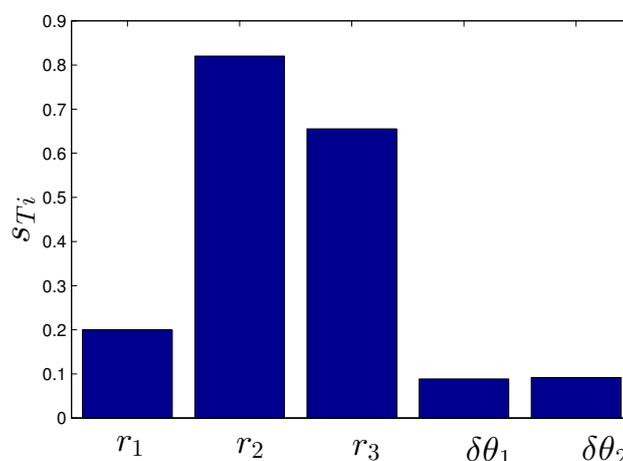


Figura 18 – Índices de sensibilidade da Cinemática Direta com incertezas

4.2.2 Espaço de trabalho

O espaço de trabalho utilizável e o MIW também são determinados em função dos comprimentos não-dimensionais incertos dos enlaces $r_1(\Omega)$, $r_2(\Omega)$, $r_3(\Omega)$ apresentados na Tabela 1. O MIW com os parâmetros incertos pode ser obtido usando a seguinte expressão:

$$[r_{MIW}(\Omega), y_{MIW}(\Omega)] = g(r_1(\Omega), r_2(\Omega), r_3(\Omega)) \quad (4.4)$$

Como apresentado na Figura 19, as incertezas nos comprimentos não-dimensionais introduzem uma pequena variabilidade na forma do espaço de trabalho utilizável e no MIW.

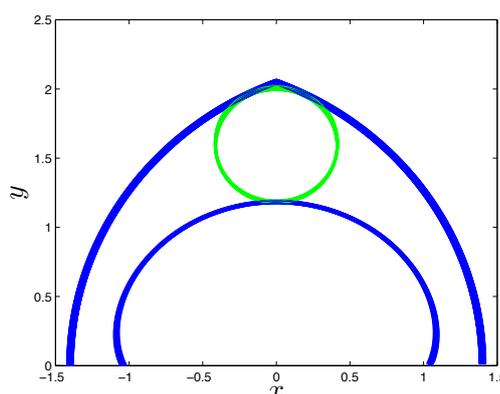


Figura 19 – Útil e Máximo Espaço de Trabalho inscrito com incertezas

A variabilidade do MIW é apresentada na Figura 19. Observa-se também que os parâmetros incertos introduzem uma variabilidade no centro e no raio da MIC, o que poderia produzir também uma variabilidade no desempenho cinemático do mecanismo simétrico 5R, especificamente no Índice de Condição Global avaliado sobre o MIW apresentado previamente na equação (3.24).

A tabela 4 mostra a variação dos centro \bar{y}_{MIW} e raio \bar{r}_{MIW} que definem o MIW considerando as incertezas paramétricas.

Além disso, os índices de efeito total para o MIW são mostrados na Figura 20. O modelo MIW foi previamente definido em função do comprimento dos elos, especificamente, a sensibilidade do raio do MIW r_{MIW} foi avaliada. Os índices de

Tabela 4 – Espaço de Trabalho Máximo inscrito com Incertezas

\bar{r}_{MIW}	\bar{y}_{MIW}	$\sigma_{(rMIW)}$	$\sigma_{(yMIW)}$
0.4138	1.5970	0.0041	0.0085

efeito total indicam que r_2 é o parâmetro mais sensível. No entanto, r_3 também mostra uma sensibilidade notável.

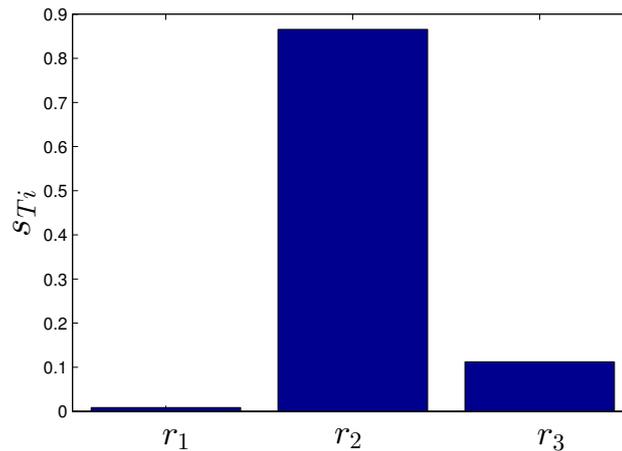


Figura 20 – Índices de sensibilidade do Espaço de Trabalho com incertezas

Índice de condicionamento global

O GCI também é determinado em função dos comprimentos não-dimensionais incertos dos elos $r_1(\Omega)$, $r_2(\Omega)$ e $r_3(\Omega)$ e as folgas das juntas ativas $\delta\theta_1(\Omega)$ e $\delta\theta_2(\Omega)$ apresentadas na tabela. 1. O GCI (apresentado na equação (3.24)) com os parâmetros incertos pode ser considerada como uma função dos parâmetros incertos usando a seguinte expressão:

$$GCI(\Omega) = f(r_1(\Omega), r_2(\Omega), r_3(\Omega), \delta\theta_1(\Omega), \delta\theta_2(\Omega))$$

Os índices de efeito total para o GCI são mostrados na Figura 21. Para este conjunto específico do comprimento dos elos, o GCI é altamente sensível ao comprimento dos elos. As folgas das juntas ativas mostram uma sensibilidade considerável, levando em conta o fato de que esses parâmetros introduzem pequenos erros de posição no jacobiano que são usados para calcular o GCI.

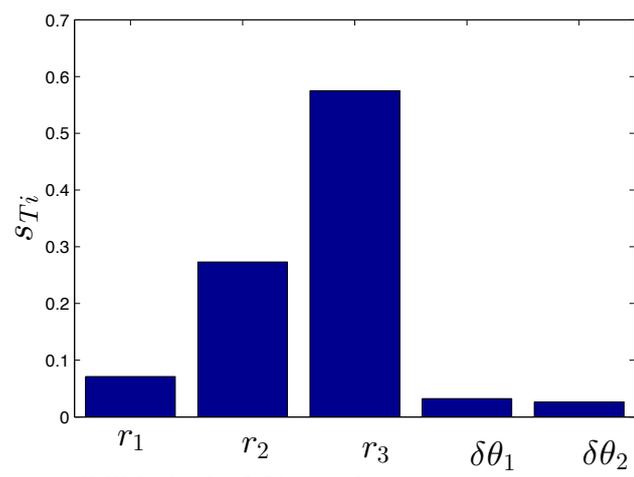


Figura 21 – Índices de sensibilidade do GCI com incertezas

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho o desempenho cinemático do mecanismo planar paralelo 5R com incertezas no comprimento dos elos e erros de posicionamento nas juntas ativas foi analisado. Conseqüentemente, o modelo cinemático foi equacionado como função dos parâmetros incertos; o modelo cinemático completo abrange a análise dos atlas de desempenho dos critérios de desempenho cinemático baseado no tamanho do espaço de trabalho e na destreza cinemática global. Os parâmetros incertos foram modelados e simulados computacionalmente com base na teoria das probabilidades, para isto foi essencial a modelagem cinemática completa do mecanismo.

Os atlas de desempenho sujeitos a incertezas foram completamente descritos para o *Máximo Espaço de Trabalho Inscrito*, o *Índice de Condicionamento Global* e o *Mínimo Índice de Condicionamento Global*. Estes atlas de desempenho são úteis para o projeto ótimo cinemático que visa determinar o comprimento dos elos baseado na otimização dos critérios de desempenho e na minimização da influência das incertezas sobre estes.

Os atlas de desempenho cinemático permitiram prever o desempenho cinemático de um determinado mecanismo com um comprimento de elos específico.

Para finalizar os resultados numéricos apresentados têm-se mostrado satisfatórios porque permitem analisar de uma forma direta as propriedades cinemáticas e os efeitos produzidos pelas incertezas mediante resultados gráficos denominados atlas de desempenho.

Trabalhos futuros podem utilizar os modelos e métodos numéricos considerados para desenvolver métodos de projeto ótimo de mecanismos levando em conta as incertezas nos parâmetros geométricos.

REFERÊNCIAS

- ABDELLATIF, H.; HEIMANN, B. Advanced model-based control of a 6-dof hexapod robot: A case study. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 15, n. 2, p. 269–279, 2010.
- ALICI, G. An inverse position analysis of five-bar planar parallel manipulators. **Robotica**, Cambridge Univ Press, v. 20, n. 2, p. 195–201, 2002.
- ALTUZARRA, O. et al. Workspace analysis of positioning discontinuities due to clearances in parallel manipulators. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 46, n. 5, p. 577–592, 2011.
- ARORA, A.; AGGARWAL, A. A review: Parallel robot in robot assisted surgery. **International Conference of Advance Research and Innovation (ICARI-2014)**, 2014.
- BARON, L.; ANGELES, J. The kinematic decoupling of parallel manipulators using joint-sensor data. In: **IEEE Transactions on Robotics and Automation**. [S.l.: s.n.], 2008. v. 16, n. 6, p. 644 – 651.
- BOLZON, V. R.; LARA-MOLINA, F. A. Optimal kinematic and elastodynamic design of planar parallel robot with flexible joints. **IEEE Latin America Transactions**, IEEE, v. 16, n. 5, p. 1343–1352, 2018.
- BRIOT, S.; BONEV, I. A. Pantopteron-4: A new 3t1r decoupled parallel manipulator for pick-and-place applications. **Mechanism and Machine Theory**, v. 45, n. 5, p. 707–721, 2010.
- CERVANTES-SÁNCHEZ, J. J.; HERNÁNDEZ-RODRÍGUEZ, J. C.; ANGELES, J. On the kinematic design of the 5R planar, symmetric manipulator. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 36, n. 11, p. 1301–1313, 2001.
- CERVANTES-SÁNCHEZ, J. J.; HERNÁNDEZ-RODRÍGUEZ, J. C.; RENDÓN-SÁNCHEZ, J. G. On the workspace, assembly configurations and singularity curves of the RRRRR-type planar manipulator. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 35, n. 8, p. 1117–1139, 2000.
- CHABLAT, D.; WENGER, P. A six degree-of-freedom haptic device based on the orthoglide and a hybrid agile eye. In: **Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference**. [S.l.: s.n.], 2006. v. 2006.
- CHEN, G.; WANG, H.; LIN, Z. A unified approach to the accuracy analysis of planar parallel manipulators both with input uncertainties and joint clearance. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 64, p. 1–17, 2013.
- CHENG, G.; GE, S.-r.; YONG, W. Error analysis of three degree-of-freedom changeable parallel measuring mechanism. **Journal of China University of Mining and Technology**, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 101–104, 2007.
- CHEUNG, J. W.; HUNG, Y. S. Development of a six DOF haptic master for teleoperation of a mobile manipulator. **Mechatronics**, v. 19, n. 1, p. 42–55, 2009.

DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. Singularity-free path planning for the Stewart platform manipulator. **Mechanism and Machine Theory**, v. 33, n. 6, p. 711–725, 1998.

DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. S. The Stewart platform manipulator: a review. **Mechanism and Machine Theory**, v. 35, n. 1, p. 15 – 40, 2000.

DUAN, Q. et al. Error analysis and experimental study of a bi-planar parallel mechanism in a pedicle screw robot system. **Sensors**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 16, n. 12, p. 2022, 2016.

EBRAHIMI, S.; SALAHSHOOR, E.; MORADI, S. Vibration performance evaluation of planar flexible multibody systems with joint clearance. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer, v. 39, n. 12, p. 4895–4909, 2017.

ERKAYA, S. Investigation of joint clearance effects on welding robot manipulators. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, Elsevier, v. 28, n. 4, p. 449–457, 2012.

FENG, B.; MORITA, N.; TORII, T. A new optimization method for dynamic design of planar linkage with clearances at joints—optimizing the mass distribution of links to reduce the change of joint forces. **Journal of Mechanical Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 124, n. 1, p. 68–73, 2002.

FLORES, P. et al. A study on dynamics of mechanical systems including joints with clearance and lubrication. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 41, n. 3, p. 247–261, 2006.

_____. Dynamic behaviour of planar rigid multi-body systems including revolute joints with clearance. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 221, n. 2, p. 161–174, 2007.

FLORIAN, A. An efficient sampling scheme: updated latin hypercube sampling. **Probabilistic engineering mechanics**, Elsevier, v. 7, n. 2, p. 123–130, 1992.

GAO, F.; LIU, X.; GRUVER, W. A. Performance evaluation of two-degree-of-freedom planar parallel robots. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 33, n. 6, p. 661–668, 1998.

GAO, F.; LIU, X.-J.; CHEN, X. The relationships between the shapes of the workspaces and the link lengths of 3-dof symmetrical planar parallel manipulators. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 36, n. 2, p. 205–220, 2001.

GOGU, G. **Structural synthesis of parallel robots**. [S.l.]: Springer, 2008.

GOSSELIN, C.; ANGELES, J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. **Journal of Mechanical Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 113, n. 3, p. 220–226, 1991.

HU, Y.; LI, B. Robust design and analysis of 4PUS–1RPU parallel mechanism for a 5-degree-of-freedom hybrid kinematics machine. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture**, Sage Publications, v. 225, n. 5, p. 685–698, 2011.

HUANG, T.; LI, Z.; LI, M. Conceptual design and dimensional synthesis of a novel 2-dof translational parallel robot for pick-and-place operations. **Journal of Mechanical Design**, v. 126, n. 3, p. 449 (7p), 2004.

JOKIEL, B.; ZIEGERT, J. C.; BIEG, L. Uncertainty propagation in calibration of parallel kinematic machines. **Precision Engineering**, Elsevier, v. 25, n. 1, p. 48–55, 2001.

LARA-MOLINA, F. et al. Stochastic analysis of a 6-DOF fully parallel robot under uncertain parameters. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 48, n. 19, p. 214–219, 2015.

LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H.; BOLZON, V. Stochastic analysis of the kinematic performance of a planar 5R symmetrical parallel mechanism. In: **Transdisciplinary Engineering: Crossing Boundaries**. [S.l.: s.n.], 2016. (Advances in Transdisciplinary Engineering, v. 4), p. 563–572.

LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H.; STEFFEN, V. Uncertainty analysis of a two-link robot manipulator under fuzzy parameters. In: **Robotics: SBR-LARS Robotics Symposium and Robocontrol (SBR LARS Robocontrol), 2014 Joint Conference on**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.

LEÓN, D.; ARZOLA, N.; TOVAR, A. Statistical analysis of the influence of tooth geometry in the performance of a harmonic drive. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer, v. 37, n. 2, p. 723–735, 2015.

LI, Y.; XU, Q. Development and assessment of a novel decoupled xy parallel micropositioning platform. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 15, n. 1, p. 125–135, 2010.

LIU, X.-J.; BONEV, I. A. Orientation capability, error analysis, and dimensional optimization of two articulated tool heads with parallel kinematics. **Journal of Manufacturing Science and Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 130, n. 1, p. 011015, 2008.

LIU, X.-J.; WANG, J.; GAO, F. Performance atlases of the workspace for planar 3-DOF parallel manipulators. **Robotica**, Cambridge Univ Press, v. 18, n. 05, p. 563–568, 2000.

LIU, X.-J.; WANG, J.; PRITSCHOW, G. Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 41, n. 2, p. 145–169, 2006.

_____. Performance atlases and optimum design of planar 5R symmetrical parallel mechanisms. **Mechanism and machine theory**, Elsevier, v. 41, n. 2, p. 119–144, 2006.

LIU, X.-J.; WANG, J.; ZHENG, H.-J. Optimum design of the 5R symmetrical parallel manipulator with a surrounded and good-condition workspace. **Robotics and Autonomous Systems**, Elsevier, v. 54, n. 3, p. 221–233, 2006.

MERLET, J.-P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots. **Journal of Mechanical Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 128, n. 1, p. 199–206, 2006.

_____. **Parallel robots**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. v. 128.

_____. Interval analysis and reliability in robotics. **International Journal of Reliability and Safety**, Inderscience Publishers, v. 3, n. 1-3, p. 104–130, 2009.

PANDEY, M. D.; ZHANG, X. System reliability analysis of the robotic manipulator with random joint clearances. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 58, p. 137–152, 2012.

PARK, J.; RYU, J. A planar symmetric walking cancellation algorithm for a foot—platform locomotion interface. **The International Journal of Robotics Research**, v. 29, n. 1, p. 39–59, 2010.

PIERROT, F. et al. Optimal design of a 4-dof parallel manipulator: From academia to industry. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 25, n. 2, p. 213 – 224, 2008.

PRITSCHOW, G. Influence of the dynamic stiffness on the accuracy of pkm. In: 313-333 (Ed.). **Proceedings of the Chemnitz Parallel Kinematic Seminar Chemnitz, Germany**. [S.l.: s.n.], 2002.

RAO, S.; BHATTI, P. Probabilistic approach to manipulator kinematics and dynamics. **Reliability Engineering & System Safety**, Elsevier, v. 72, n. 1, p. 47–58, 2001.

SUGAHARA, Y. C. et al. Experimental stiffness measurement of WL-16RII Biped Walking Vehicle During Walking Operation. **Journal of Robotic Systems and Mechatronics**, v. 19, n. 3, p. 272–280, 2007.

SUN, D.; CHEN, G. Kinematic accuracy analysis of planar mechanisms with clearance involving random and epistemic uncertainty. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, Elsevier, v. 58, p. 256–261, 2016.

VOGLEWEDE, P.; SMITH, A. H. C.; MONTI, A. Dynamic performance of a scara robot manipulator with uncertainty using polynomial chaos theory. **IEEE Transactions on Robotics**, v. 25, n. 1, p. 206–210, Feb 2009. ISSN 1552-3098.

WALZ, N.-P.; HANSS, M. Fuzzy arithmetical analysis of multibody systems with uncertainties. **Archive of Mechanical Engineering**, v. 60, n. 1, p. 109–125, 2013.

WANG, J.; MASORY, O. On the accuracy of a stewart platform. i. the effect of manufacturing tolerances. In: **IEEE International Conference on Robotics and Automation**. [S.l.: s.n.], 1993. v. 1, p. 114–120.

WAPLER, M. et al. A Stewart platform for precision surgery. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, v. 25, n. 4, p. 329–334, 2003.

WECK, M.; STAIMER, D. Parallel kinematic machine tools – current state and future potentials. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, v. 51, n. 2, p. 671–683, 2002.

WU, W.; RAO, S. Uncertainty analysis and allocation of joint tolerances in robot manipulators based on interval analysis. **Reliability Engineering & System Safety**, Elsevier, v. 92, n. 1, p. 54–64, 2007.

YOU, W. et al. High efficient inverse dynamic calculation approach for a haptic device with pantograph parallel platform. **Multibody System Dynamics**, v. 21, n. 3, p. 233–247, 2008.

ZOPPIA, M. et al. Toward lean minimally invasive robotic surgery. **Robotica**, v. 28, n. 2, p. 185–197, 2010.