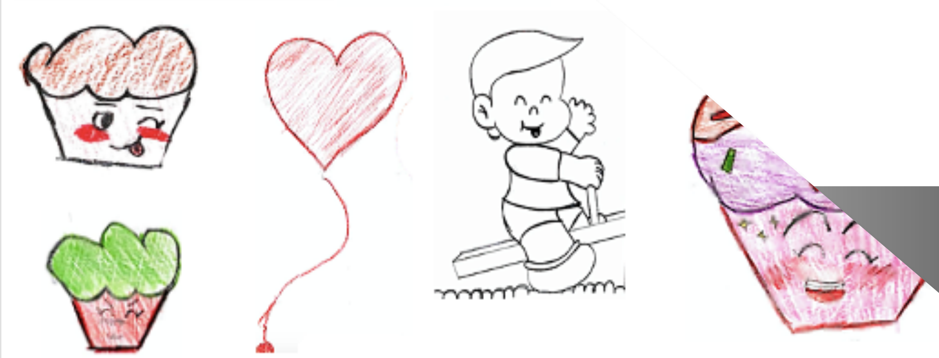
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Letícia Coutinho
Emerson Tortola

Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional

orientações para professores da Educação Infantil



PPGMAT

2020

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

LETÍCIA COUTINHO

MODELAGEM MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: ORIENTAÇÕES PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO INFANTIL

PRODUTO EDUCACIONAL

LONDRINA
2020

LETÍCIA COUTINHO

MODELAGEM MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: ORIENTAÇÕES PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO INFANTIL

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Cornélio Procópio e Londrina, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Tortola

LONDRINA
2020

Apresentação

Caro(a) Professor(a)

Este Produto Educacional foi confeccionado a partir de resultados da dissertação intitulada "Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação Infantil", apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Cornélio Procópio e Londrina.

A coleta de dados feita com alunos de 3 e 4 anos, de uma turma de Maternal III, nos forneceu um material riquíssimo a respeito de como alunos da Educação Infantil desenvolvem atividades de modelagem matemática, e de como podemos identificar a mobilização e/ou desenvolvimento do raciocínio proporcional nesse contexto. Sendo assim, destinamos este produto educacional a professores que desejam modificar suas práticas e vivenciar novas experiências no ensino de matemática na Educação Infantil.

Sendo assim, o produto educacional trata-se de um material pedagógico com atividades de Modelagem Matemática pensadas para a Educação Infantil, com orientações para promover a mobilização e/ou desenvolvimento do Raciocínio Proporcional.

As atividades foram discutidas no Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Educação Matemática (GEPEEM), do qual participamos. O objetivo desse grupo é fomentar debates e reflexões a respeito da Educação e Educação Matemática, particularmente no que diz respeito à Modelagem Matemática. Expressamos nossa gratidão para com aqueles que de alguma forma colaboraram com a produção desse material que chega até você.

Agradecemos também a você professor(a), colega de profissão, por dedicar-se em prol de uma Educação Matemática de qualidade, uma educação que libertadora e transforma.

Dessa forma, é com muito carinho que disponibilizamos esse material a você professor(a), na esperança que a Modelagem Matemática chegue às salas de aula da Educação Infantil, por meio dessas atividades ou por meio de outras pensadas por você.

Grande Abraço.

Letícia Coutinho

Emerson Tortola

Sumário

Modelagem na Educação Matemática **5**

Modelos Matemáticos **7**

Modelagem Matemática na Educação Infantil **9**

Momentos de familiarização dos Alunos com a Modelagem Matemática **10**

Raciocínio Proporcional no Contexto Escolar **11**

Aspectos do Raciocínio Proporcional **14**

Três Atividades: algumas orientações **21**

Brigadeiro, quanto maior melhor? **23**

Balançar ou Equilibrar na Gangorra? **30**

Quanto come o Cachorro? **36**

Sugestões de Atividades **44**

Bolhas de Sabão: Diversão na Certa **45**

Vamos cuidar da Alimentação? **47**

Referências **49**

Anexos **53**

Anexo A: Brigadeiros para colorir 54

Anexo B: Etiqueta para cartaz 55

Anexo C: Cachorros de médio e grande Porte 56

Anexo D: “Quebra-Cabeça” Alimentação Saudável 58

Modelagem na Educação Matemática

Na literatura nos deparamos com vários entendimentos de Modelagem Matemática e em relação ao seu uso no contexto educacional. Para o presente estudo nos fundamentamos no entendimento de Almeida, Silva e Vertuan (2012) que propõem a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica às práticas escolares, que engloba a investigação de uma situação-problema não essencialmente matemática, na qual os alunos, por meio da matemática, encontram subsídios para solucionar um problema.

> **Modelagem Matemática** é um "modo", uma "maneira" de trabalhar com atividades em aulas de matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Tem a intencionalidade de envolver os alunos com situações autênticas que eles tenham presenciado ou possam vir a presenciar em sua vida (TORTOLA; ALMEIDA, 2016).

As discussões sobre modelagem no âmbito da Educação Matemática, contemplam reflexões acerca do ensino de matemática, em defesa de uma alternativa pedagógica que oportunize aos educadores criar oportunidades de aprendizagem, potencializando habilidades que esperamos que os alunos venham a desenvolver, como resolver problemas e raciocinar matematicamente (ENGLISH, 2006; FOX, 2006; BRASIL, 2018).

Essas oportunidades podem ser discutidas por meio de situações-problema associadas a suas vivências, como atividades de modelagem propõem. Almeida, Silva e Vertuan (2012) descrevem uma atividade de modelagem matemática, cuja problemática a ser estudada consiste na situação inicial, e a solução do problema, geralmente apresentada a partir da produção de um modelo matemático, na situação final.

Atividade de Modelagem Matemática

Situação Inicial
Problemática

Situação Final
Solução

Procedimentos

Os procedimentos e conceitos que orientam a passagem da situação inicial à situação final são descritos pelos autores em quatro fases: inteiração; matematização; resolução; e interpretação de resultados e validação.

Quadro 1 – Fases e procedimentos de uma atividade de Modelagem Matemática

Inteiração	Matematização	Resolução	Interpretação de resultados e validação
Fase em que os alunos se familiarizam com o tema a ser estudado; buscam conhecer características e especificidades da situação. Nessa fase, os alunos cercam-se de informações que são obtidas por meio de coleta de dados qualitativos e quantitativos, seja por contato direto ou indireto. "A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Essa formulação está relacionada a algo que se pretende investigar, ao mesmo tempo em que requer que alguns aspectos sejam conhecidos. E mesmo que seja uma fase inicial, ela pode se estender durante toda a atividade, uma vez que novas informações podem ser necessárias.	Está relacionada ao momento em que a matemática é acionada para auxiliar na interpretação e resolução da situação-problema, ou seja, a situação que inicialmente é discutida em termos de uma linguagem natural, sob o ponto de vista do fenômeno, agora é descrita e analisada com o auxílio da linguagem matemática. Nessa transição de linguagens as descrições e análises matemáticas são realizadas por meio da identificação e seleção de variáveis, formulação de hipóteses e realização de simplificações (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).	A resolução, por sua vez, refere-se à busca por uma solução ao problema sob investigação, que geralmente se dá por meio da construção de um modelo matemático, que permite descrever a situação, analisar matematicamente aspectos importantes em relação ao problema e fornecer uma resposta. Além disso, o modelo matemático elaborado também pode ser útil em realizar previsões acerca do problema em estudo.	A fase interpretação de resultados e validação, consiste na análise, interpretação e verificação do modelo matemático e de seus resultados. Permite dizer se o modelo obtido é adequado e condizente com a situação estudada.

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Essas fases não precisam acontecer sequencialmente, pois segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) elas podem ser revisitadas a qualquer momento durante o desenvolvimento da atividade, conforme as necessidades que se apresentar.

Modelos Matemáticos

O modelo matemático é o que dá “forma” à solução para o problema, e a modelagem matemática é a atividade que viabiliza a busca por essa solução. Um modelo matemático pode ser um gráfico, uma equação, uma tabela, um quadro, um desenho, um conjunto de números e/ou relações que auxiliam o modelador a expressar a solução para a problemática.

> **Modelo matemático** é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema. Um modelo matemático é, portanto, uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

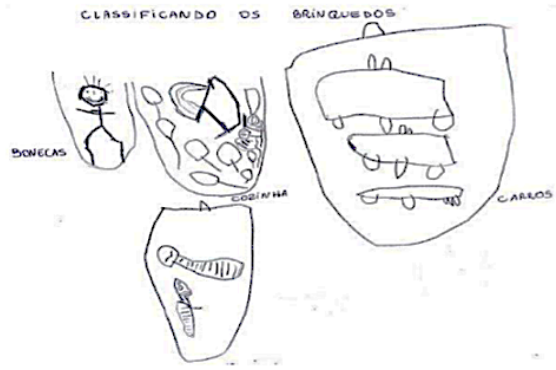
Os modelos matemáticos são elaborados com diversas finalidades. Podem, por exemplo, ser elaborados para “prever o comportamento de um fenômeno, ser demonstrativo de algo (como uma maquete), ter um fim pedagógico (auxiliar na ilustração de algum conceito), ser descritivo de algo, entre outras” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Segundo Tortola (2012, p. 30), os modelos matemáticos “nos permitem aprender, desenvolver e aplicar conceitos matemáticos relevantes, além de compreender como se dá esse entendimento”. Além disso, a produção de modelos “pode preparar o estudante para lidar com diferentes situações-problema em sua vida” (TORTOLA, 2012, p. 31).

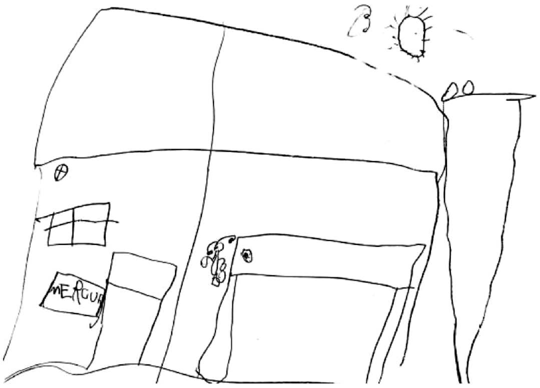
Os modelos matemáticos elaborados pelos alunos da Educação Infantil possuem suas especificidades, uma vez que nesse contexto escolar eles utilizam recursos tais como desenhos, colagens, pintura, entre outros (ANTONIAZZI, 2016; TORTOLA, 2016).

Quadro 2 – Exemplos de modelos matemáticos produzidos por alunos da Educação Infantil

Fonte: Silva (2013)



Fonte: Rezende, Coutinho e Tortola (2019)



Fonte: Zampirolli e Kato (2019)

Fonte: Rezende, Fadin e Tortola (2019)

Todavia, os modelos produzidos por eles são tão sofisticados que os produzidos por alunos em outros níveis de escolaridade (TORTOLA, 2016), pois cada um utiliza os conhecimentos e recursos que lhe estão disponíveis. A Modelagem Matemática propicia aos alunos oportunidades para trabalhar com seus conhecimentos matemáticos, sob seu ponto de vista de interpretação do problema (FOX, 2006). Não podemos, de forma alguma, compreender a Modelagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental ou na Educação Infantil como uma adaptação dos conteúdos de séries posteriores, ela deve ser orientada pelo professor de modo a abordar conteúdos condizentes com idade e série dos alunos (TORTOLA, 2016).

Modelagem Matemática na Educação Infantil

Como na Educação Infantil as aulas não são separadas por disciplinas, mas organizadas por dois eixos estruturantes, interações e brincadeiras, nos quais estão concentrados os conteúdos que devem ser ensinados aos alunos (BRASIL, 2018), as atividades de modelagem matemática desenvolvidas nesse contexto devem se alinhar a eles, isto é, devem prezar pelas interações entre os alunos e por ações investigativas que não descaracterize o brincar.

A Modelagem Matemática na Educação Infantil deve partir de temas vinculados à vida diária das crianças, tais como brincadeiras, contação de histórias, desenhos animados, cuidados com nossa saúde, etc. (SILVA, 2013; CARVALHO; OLIVEIRA; LUNA, 2012; RUIZ E ZANELLA, 2018). Sendo assim, percebemos especificidades em relação ao uso dessa alternativa pedagógica nesse contexto, que requer dos professores e alunos (re)posicionamentos nos atos de ensinar e de aprender.

Entretanto, mediante os argumentos colocados, como os educadores da Educação Infantil podem trazer atividades de modelagem matemática para a prática da sala de aula, alinhavando-as aos conteúdos previstos no plano de trabalho docente e à faixa etária dos alunos, respeitando e valorizando suas vivências?

Apresentamos neste material pedagógico algumas atividades e orientações como sugestões. Além disso, recomendamos que as atividades sejam desenvolvidas em conformidade com os momentos de familiarização dos alunos com a modelagem matemática, sugeridos por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Momentos de familiarização dos Alunos com a Modelagem Matemática

Almeida, Silva e Vertuan (2012) sugerem a inserção de atividades de modelagem matemática em sala de aula por meio de três momentos, com a intenção de promover a familiarização dos alunos com ações e procedimentos específicos da modelagem matemática.

1

Em um **primeiro momento** o professor pode propor aos alunos um tema para ser estudado e, a partir desse tema, apontar um problema, o qual deve ser investigado por eles. O professor pode fornecer os dados e informações necessários para solucionar o problema, e os alunos assumem a responsabilidade de analisar essas informações, realizar simplificações, definir hipóteses e variáveis, fazer a transição da linguagem natural do fenômeno para uma linguagem matemática e, por fim, de obter e validar um modelo matemático, que indica uma resposta para o problema proposto inicialmente.

2

Em um **segundo momento**, o professor pode escolher um tema e apresentar um problema a ser investigado pelos alunos, a responsabilidade deles é de complementar ou realizar a coleta de dados e analisar as informações necessárias para solucionar o problema. Nessas referidas atividades, os alunos são mais responsáveis pela condução e produção do modelo matemático, interpretando-o e verificando se ele é pertinente à situação inicial.

3

Em um **terceiro momento**, o professor pode deixar à cargo dos alunos escolher um tema e identificar um problema a ser investigado. Os alunos são responsáveis por todas as ações características de uma atividade de modelagem matemática, mas são orientados pelo professor sempre que necessário.

Essa inserção gradual além de promover a familiarização dos alunos com esse tipo de atividade, pode "contribuir para o desenvolvimento de uma atitude investigativa em relação às situações-problema selecionadas para estudo" (TORTOLA, 2012, p. 64-65), levando os alunos a deslocar-se "da condição de expectador passivo para 'artesão' ativo enquanto aprende fazer modelagem" (SILVA, 2017, p. 137).

Raciocínio Proporcional no Contexto Escolar

O raciocínio proporcional é abordado em vários documentos como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997, 1998) e Diretrizes Curriculares da Educação Básica para a disciplina de Matemática do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008). Esses documentos indicam a necessidade e a importância de desenvolver o raciocínio proporcional, dentro e fora do ambiente escolar.

O raciocínio proporcional está presente em diversas áreas do conhecimento, tais como ciência, música, geografia, e em várias situações e atividades cotidianas, "auxilia no cálculo das melhores compras, investimentos e análise de impostos, auxilia também ao trabalhar com desenhos e mapas, conversão de medidas ou monetárias, aumento ou redução de alguma receita ou para criar várias concentrações de misturas e soluções" (ONTARIO, 2011, p. 4).

O **raciocínio proporcional** está relacionado, portanto, à medição, a relações multiplicativas, a comparações entre quantidades ou valores, à consideração de um número em termos relativos, ao invés de termos absolutos (ONTÁRIO, 2012). É "utilizado para descrever conceitos e pensamentos requeridos para a compreensão de taxas, razões e proporções" (NORTON, 2005, p. 17), que auxiliam no entendimento da trigonometria, da álgebra e outras vertentes da matemática.

Vale pontuar que **raciocínio proporcional não é sinônimo de proporcionalidade** (LAMON, 2005), mas deve ser a condição necessária para a compreensão de contextos e aplicações baseadas nela (LAMON, 2012) e "são muitos os fenômenos da realidade que podem ser descritos por modelos de proporcionalidade e, por isso, o apelo à utilização do raciocínio proporcional é frequente no nosso dia a dia" (COSTA; PONTE, 2008, p. 65).

> A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (BRASIL, 2018, p. 266).

O raciocínio proporcional é considerado pivô na aprendizagem da Matemática escolar, uma vez que serve como base para a compreensão de ideais e conceitos matemáticos importantes, tais como a álgebra, funções e geometria (Cyrino *et al.;* 2014).

Nesse sentido, é importante que os professores oportunizem aos alunos já na Educação Infantil problemas que envolvam proporcionalidade, sob diferentes aspectos (LAMON, 2012; CYRINO *et al.*, 2014; MENDUNI-BORTOLOTI; BARBOSA, 2018), incentivando-os a elaborar e justificar estratégias, sem a preocupação ou a obrigação de usar regras ou fórmulas, isto é, sem a necessidade da memorização de mecanismos.

Assim, é interessante que desde os primeiros anos escolares os professores explorem algumas noções intuitivas que levem ao desenvolvimento desse raciocínio, ou seja, que criem e oportunizem situações e experiências nas quais os alunos possam manifestar ideias e formas de pensar que remetam ao raciocínio proporcional, fazendo com que compreendam o contexto do problema e evitem o uso de regras e algoritmos sem entender o que estão fazendo.

Silva, Cândido e Souza (2018) afirmam que situações de valor omisso e comparação entre duas razões estão presentes no cotidiano das crianças e podem ser entendidas por elas e, por isso o raciocínio proporcional pode ser inserido nas etapas iniciais de ensino. Esses autores destacam que as ilustrações podem facilitar o entendimento das crianças nas resoluções de problema que envolvem o raciocínio proporcional.

Cyrino *et al.* (2014) afirmam que faltam planejamento e estratégias para que o ensino de matemática promova a mobilização ou o desenvolvimento de aspectos subjacentes a esse raciocínio em sala de aula. De acordo com os autores, o raciocínio proporcional pode ser desenvolvido quando algumas ideias e formas de pensar são mobilizadas, sendo algumas delas associadas às frações e seus subconstrutos, porcentagem, proporcionalidade, números racionais e função.

Essas ideias e formas de pensar estão inclusas nos descritores que podem ser utilizados para identificar a manifestação e/ou desenvolvimento do raciocínio proporcional que Maranhão e Machado (2011) destacam, são eles:

- ☑ utilizar multiplicação e divisão para resolver problemas envolvendo ideias de razão e proporção;
- ☑ fazer comparações numéricas e não numéricas envolvendo os racionais;
- ☑ trabalhar com classes de equivalência de frações;
- ☑ distinguir situações proporcionais e não proporcionais;
- ☑ usar ideia de covariação;
- ☑ representar razões por meio de gráficos, tabelas, símbolos, desenhos ou diagramas;

- ☑ relacionar proporcionalidade com ideias de medidas de comprimento, superfície, volume ou massa;
- ☑ desenhar ou representar em escala;
- ☑ diferenciar grandezas diretamente proporcionais das inversamente proporcionais;
- ☑ entre outros.

Para Lamon (2012) mobilizar ou desenvolver o raciocínio proporcional implica em compreender os números racionais e os conceitos multiplicativos relacionados a eles. Na Educação Infantil, essa compreensão pode ser desenvolvida por meio de situações que desenvolvem noções informais de taxa, razão e proporção, transformação de quantidades, trabalhar com medidas, quantificar informações qualitativas (ENGLISH, 2006).

Tendo em vista essas considerações, pensamos ser a modelagem matemática uma boa alternativa para abordar aspectos do raciocínio proporcional na Educação Infantil, uma vez que atividades dessa natureza prezam pela abordagem da matemática por meio da problematização e investigação de situações provenientes e/ou inspiradas nas experiências dos alunos, valorizando suas estratégias e conhecimentos.

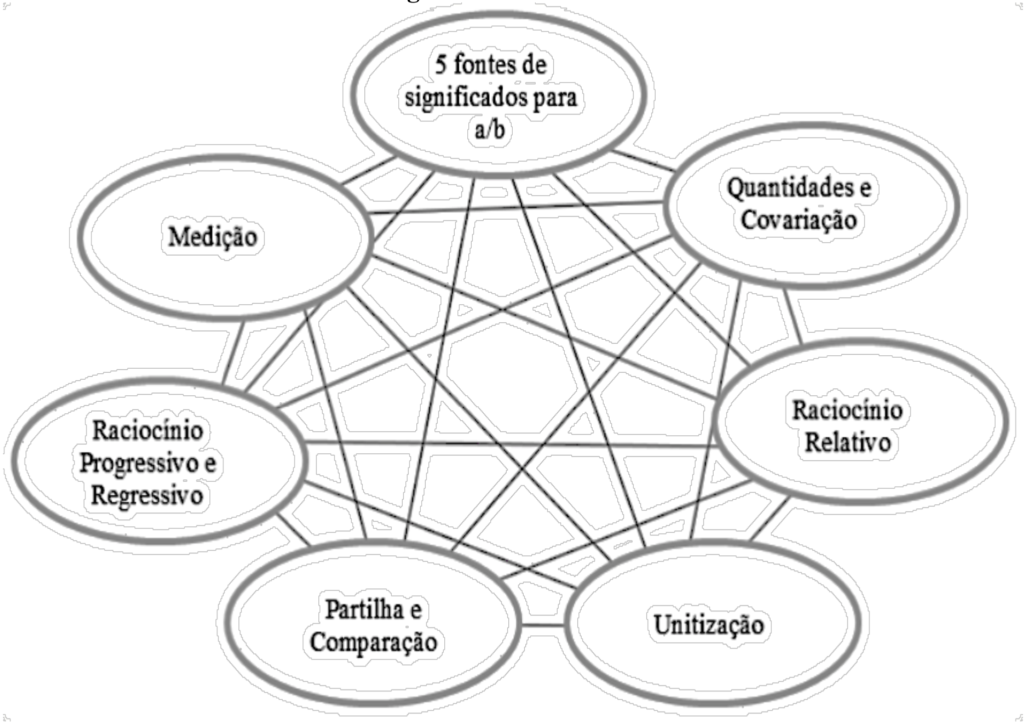
Cabe aos professores fazer a articulação de um ou mais desses aspectos nas atividades propostas para que sejam contemplados em sua prática.

Aspectos do Raciocínio Proporcional

Diante das várias possibilidades de ideias e formas de pensar que podem remeter ao raciocínio proporcional, Lamon (2012) as sistematizou em sete aspectos que podem ser interpretados como elementos necessários para a mobilização ou desenvolvimento do Raciocínio Proporcional. São eles: 5 fontes de significado para a/b, Medição, Raciocínio Progressivo e Regressivo, Partilha e Comparação, Unitização, Raciocínio Relativo, Quantidades e Covariação.

A Figura 1 apresenta esses aspectos na forma de balões, que interligados formam o que Lamon (2012) chama de uma rede e ilustram a forma como esses sete aspectos se relacionam, isto é, sinalizam que cada aspecto não é mobilizado de forma isolada ou linear, mas que devem ser estudados e discutidos durante a trajetória escolar dos estudantes, possibilitando e incentivando-os a raciocinar proporcionalmente (CYRINO *et al.*, 2014).

Figura 1 – Rede Lamon



Fonte: Lamon (2012, p. 10)

Os elementos apresentados na Figura 1, são organizados por Lamon (2012) em uma rede, constituída por sete balões, que indicam aspectos do conhecimento matemático que sinalizam a mobilização e/ou desenvolvimento do raciocínio proporcional, e por segmentos que ligam esses balões, mostrando que, embora cada balão apresente pontualmente um conceito, eles estão interligados em uma rede, representando diversas ideias e conceitos do conhecimento matemático que são constituídos pelos alunos por meio de diferentes vivências ao longo de sua trajetória escolar (CYRINO *et al.*, 2014). Esses segmentos que se entrecruzam formando “nós”, podem ser interpretados como diferentes caminhos, formas de pensar matematicamente, que levam a compreensão de conceitos e ideias associadas ao Raciocínio Proporcional.

Diante dessa interpretação, vale a pena entender cada aspecto associado à mobilização e/ou desenvolvimento do raciocínio proporcional, presente na rede de Lamon (2012).

5 fontes de significados para a/b

As 5 fontes de significados para a/b indicam a necessidade de se compreender as diferentes formas de interpretar o registro de um número racional, escrito na forma a/b, em diferentes contextos, ou seja, as frações e seus subconstrutos. Segundo Lamon (2012), esse registro pode indicar cinco fontes de significados (subconstrutos): relação parte-todo (medida), razão, taxa, quociente e operador.

- ☑ **Relação parte-todo**: mede a relação multiplicativa de uma parte com o todo ao qual ela pertence, *a/b* indica *a* partes tomadas de *b* partes, ou seja, “o número de partes iguais da unidade, considerados com relação ao total de partes iguais em que o inteiro foi dividido” (OLIVEIRA, 2014, p. 64). Como medida, esse número racional *a/b* quantifica diretamente uma qualidade, tal como comprimento ou área. Considere, por exemplo, que um intervalo de comprimento 1 esteja particionado em *b* subintervalos menores, indicados por 1/*b*, a interpretação medida para a representação fracionária *a/b* é: *a* intervalos de medida 1/*b* (LAMON, 2012).
- ☑ **Razão**: compara de forma multiplicativa duas quantidades de mesma medida, por exemplo, “em uma sala de aula que tem 20 meninas e 30 meninos, podemos dizer que a razão do número de meninas para o número de meninos é 2/3 [...]. Isso significa que para cada 2 meninas temos 3 meninos” (CYRINO *et al.*, 2014, p. 44).
- ☑ **Taxa**: pode ser entendida como uma extensão do subconstruto razão, quantifica uma relação entre duas grandezas, como a velocidade, que é a quantificação de um movimento, ou seja, de um deslocamento em relação ao tempo.
- ☑ **Quociente**: mede quanto uma pessoa recebe quando um número de objetos é dividido em um certo número de pessoas.

☑ **Operador**: define uma estrutura multiplicativa de números racionais, de modo a medir alguma mudança de uma quantidade em um estado anterior, o que nos dá a ideia de função linear, pois ao considerar $f(x) = a/b \cdot x$, com $b \neq 0$, a/b transforma o todo x, quando aplicado a um número. Em relação a grandezas contínuas, o operador tem o objetivo de "encolher" ou de "esticar", de "reduzir" ou de "ampliar" (BOTTA; ONUCHIC, 1997). Por exemplo, ao encher uma piscina retangular, observa-se que a cada 2 horas a altura da piscina coberta por água aumenta 15 centímetros. $15/2$ é o operador que deve ser utilizado para descrever a altura que a piscina está coberta por água ao longo do tempo (medido em horas), ou seja, $f(x) = 15/2 \cdot x$, sendo x o tempo (medido em horas) e $f(x)$ a altura da piscina coberta por água. Se as dimensões da piscina fossem menores, provavelmente levaria menos de 2 horas para que a altura da água atingisse 15 centímetros. Isso *reduziria* o tempo de enchimento da piscina.

De acordo com Lamon (2012), o raciocínio proporcional está intimamente ligado a essas diferentes fontes de significado para o registro *a/b* e, por isso é importante vivenciá-las em diferentes situações. Na Educação Infantil, esses diferentes significados devem estar atrelados a noções informais e intuitivas, exploradas por meio de situações cotidianas que os alunos vivenciam. Assim, os alunos terão a oportunidade de compreender os números racionais e, consequentemente, mobilizar ou desenvolver o raciocínio proporcional (CYRINO *et al.,* 2014).

Medição

"A ideia de medida, ou de medição, está presente na constituição do conhecimento da representação fracionária dos números racionais e consequentemente está na base do desenvolvimento/mobilização do Raciocínio Proporcional" (CYRINO *et al.,* 2014, p. 52).
Medir significa comparar grandezas de mesma natureza. Medir, por exemplo, a altura de uma pessoa em dois momentos distintos de seu crescimento caracteriza uma mudança, uma variação na medida. Essa variação representa a diferença entre a altura final e a altura inicial, em termos absolutos, e que "resulta em uma quantidade numérica, uma medida linear, indicada por unidades como centímetros, milímetros, metros, etc." (CYRINO *et al.,* 2014, p. 53) e "baseia-se na visualização e quantificação direta de objetos (quantidades discretas ou contínuas)" (OLIVEIRA, 2016, p.4).

Pensando nesse exemplo, poderíamos comparar essa quantidade linear (variação em dois momentos distintos) com a altura inicial da pessoa, isso resultaria em uma taxa de crescimento, ou seja, uma variação relativa.

Ao trabalhar com medições na Educação Infantil é preciso partir de medidas não padronizadas (palmo, pé, mão, passo, dedo), para que posteriormente as crianças possam perceber a necessidade das medidas padronizadas (LOPES; GRANDO, 2012).

> Cotidianamente as crianças convivem com situações em que aparecem expressões como: muito pesado, mais baixo, é grande demais, está correndo demais, está correndo muito, muito quente, é perto, etc. Essas noções antecedem o ato de medir e são fundamentais à construção do conceito de medida (LORENZATO, 2017, p. 59-60).

No exemplo dado, poderíamos usar um barbante, ou outro material similar, para mostrar a variação da altura da pessoa para as crianças e, somente depois de compreendida a ideia de medir, introduzir unidades de medida formais.

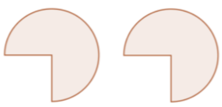
Raciocínio Progressivo e Regressivo

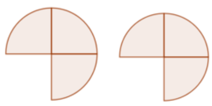
O Raciocínio Progressivo e Regressivo pode ser entendido como um:

> procedimento mental que envolve calcular de maneira progressiva, a partir de uma fração qualquer, as relações de proporcionalidade equivalentes ao inteiro (à unidade referencial) e em seguida encontrar relações proporcionais para outras frações quaisquer desse inteiro, a partir dessas relações já encontradas, ou vice-versa (OLIVEIRA, 2014, p. 62).

Na Figura 2, colocamos um exemplo para compreender como esse raciocínio acontece em uma determinação situação.

Figura 2 - Exemplo de raciocínio progressivo e regressivo

Se  representa ¾ de uma unidade, quanto será 1 ½?

Considerando  ou seja, ¾ como 6 seções, então duas dessas seções representam ¼ e 8 delas 4/4, isto é, 1 inteiro. Sendo assim 1 ½ corresponde a 12 seções.

Resumindo:

6 seções → ¾ unidade
2 seções → ¼ unidade
8 seções → 4/4 unidade
12 seções → 1 ½ unidades

Fonte: Adaptado de Soares (2016)

Outro exemplo é apresentado por Oliveira (2014, p. 128) com o enunciado: “Se 6 chocolates custam R$ 0,93, quanto custam 22 chocolates?”. Uma estratégia possível é encontrar, primeiramente, o preço de 1 chocolate (se 6 chocolates custam R$ 0,93, então 1 chocolate custa aproximadamente R$ 0,15, para ser mais exato 0,93 / 6 = 0,155). Sabendo o preço de um chocolate é possível encontrar o valor do total de chocolates solicitados, ou seja, de 22 chocolates, para isso é preciso multiplicar 0,155 (preço unitário dos chocolates) por 22 (quantia desejada de chocolates) o que resulta no valor de R$ 3,41 (0,155 x 22 = 3,41). Essa estratégia coloca em evidência o raciocínio progressivo e regressivo, uma vez que o valor de um inteiro (1 chocolate) foi calculado a partir de relações de proporcionalidade e, em seguida, relações proporcionais foram utilizadas para determinar o valor de 22 chocolates, as quais poderiam ser utilizadas para calcular o valor de quaisquer outras quantidades.

Partilha e Comparação

A partilha e comparação é outro aspecto associado ao raciocínio proporcional por Lamon (2012). A partilha, ou divisão equitativa, refere-se ao ato de dividir uma quantidade, seja ela discreta ou contínua, em seções disjuntas, finitas e iguais, ou seja, dividir de modo que as partes resultantes não se sobreponham e todas façam parte da unidade (LAMON, 2012; CYRINO *et al.,* 2014). Esse procedimento associado à comparação permite que sejam estabelecidas relações entre as partes e entre as partes e o todo, procedimentos frequentemente utilizados na escrita do registro fracionário. Essa ideia de efetuar divisões em uma unidade, podendo em seguida estabelecer comparações entre as partes resultantes está também relacionada à medição.

Uma situação que abrange esse aspecto é: Seis embalagens iguais contêm 30 pratos de papelão para doces e salgados. Quantos pratos há em cada embalagem?

Há várias formas de resolver essa situação. Pode-se pensar que se seis embalagens iguais têm 30 pratos, metade das embalagens tem metade da quantidade de pratos, ou seja, 3 embalagens têm 15 pratos. Logo, para descobrir a quantidade de pratos de uma embalagem é só dividir 15 por 3, que resulta em 5 e indica que cada embalagem tem 5 pratos.

Outra forma de pensar essa situação seria dividir 30 por 6, ou multiplicar 30 por 1/6 (inverso de 6, ou ainda, porque dentre as seis embalagens iguais, queremos saber a quantidade de pratos que tem em apenas uma). Sabendo que a unidade a ser particionada é o 30, é possível até mesmo fazer um registro como o que segue.

5	5	5	5	5	5

Cada parte corresponde a 1/6 de 30, portanto, cada embalagem tem 5 pratos.

Na Educação Infantil essa situação poderia ser abordada utilizando estruturas aditivas (SOARES, 2016), ou seja, distribuindo um prato para cada aluno, de um total de 6 alunos, depois mais um, e mais um, até completar os cinco pratos por aluno. Essa estratégia auxilia os alunos a compreender a partilha, ou divisão em partes iguais, de modo que eles entendam que eles podem distribuir, um, dois, ou cinco para cada um desde que todos recebam a mesma quantidade (divisão equitativa), o que se constituirá futuramente no uso de estruturas multiplicativas.

Unitização

A unitização pode ser compreendida como um processo de reorganizar uma unidade em subconjuntos de diferentes tamanhos (OLIVEIRA, 2014). Ou seja, é a reorganização ou (re)agrupamento de uma grandeza em subgrupos que preservam a mesma quantidade total, cujos inteiros ou unidades referenciais permanecem iguais, porém representados por formas fracionárias diferentes (CYRINO et al., 2014). Com esse entendimento a unitização está intimamente ligada ao conceito de frações equivalentes.

As frações equivalentes 12/8 e 6/4, por exemplo, indicam uma reorganização da quantidade relativa 12/8 em subunidades de tamanhos equivalentes, resultando em 6/4, compreende-se, assim, que 12/8 = 6/4 e, portanto, representam a mesma quantidade (CYRINO *et al.,* 2014).

Raciocínio Relativo

Por meio do raciocínio relativo, de acordo com Cyrino *et al.* (2014, p. 54),

> os indivíduos são capazes de mensurar quantidades mais complexas, abstratas, que não podem ser medidas diretamente com a utilização de instrumentos específicos ou contagem imediata, são quantidades resultantes de comparações/relações entre grandezas de naturezas por vezes distintas como velocidade, densidade, inclinações, concentração, etc.

Vamos retomar o exemplo de comparar a altura de uma pessoa em dois momentos distintos, dado para o aspecto medição. A diferença na altura da pessoa pode ser determinada tanto em termos absolutos, por meio de uma medida linear, indicada por unidades como centímetros, milímetros, metros, etc. (cresceu 20 cm, por exemplo), quanto em termos relativos, ao determinar uma taxa de crescimento comparando a variação da altura com a altura inicial da pessoa, indicando uma variação relativa (cresceu 13% em relação à sua inicial, por exemplo). Essa última forma de medir envolve o raciocínio relativo, pois essa taxa não é determinada diretamente por um instrumento de medida ou pela contagem.

Quantidades e Covariação

O aspecto quantidades e covariação indica a capacidade que os alunos têm em "identificar e mensurar quantidades, além de perceber de que maneira essas quantidades variam (covariam) quando relacionadas" (CYRINO *et al.*, 2014, p. 54). Por exemplo, duas pilhas, iguais, custam R$ 5,00, quanto pagaria por 6 dessas pilhas? Inicialmente os alunos podem usar estratégias aditivas, ou seja, poderiam efetuar a soma 5 + 5 + 5 = 15, mas futuramente é importante que os alunos compreendam a relação de covariação, tendo em vista que ao comprar o triplo de duas pilhas, o valor a pagar também irá triplicar. Termos como multiplicar, dobrar, triplicar, etc. implicam na compreensão de que as grandezas envolvidas nos problemas podem variar em conjunto (VIANA; MIRANDA, 2016).

Três Atividades: algumas orientações

Considerando a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que permite trabalhar com atividades que "vão além da resolução de problemas tradicionais, e servem para encorajar as crianças a desenvolver e explorar ideias matemáticas significativas do mundo real" (FOX, 2006, p. 221), abordamos nesse material pedagógico três atividades de modelagem matemática que podem ser desenvolvidas na Educação Infantil.

- ☑ Brigadeiro, quando maior melhor?
- ☑ Balançar ou equilibrar na gangorra?
- ☑ Quanto come o cachorro?

Para cada atividade apresentamos orientações que podem auxiliar em seu uso em sala de aula e na mobilização e/ou desenvolvimento do Raciocínio Proporcional. Além dessas, deixamos mais duas atividades como sugestão.

- ☑ Vamos cuidar da alimentação?
- ☑ Bolhas de Sabão: Diversão na Certa

Essas atividades foram discutidas em reuniões do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Educação Matemática (GEPEEM), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Toledo, e foram desenvolvidas em uma turma de Maternal III, com crianças de 3 e 4 anos, de um Centro Municipal de Educação Infantil, público, localizado na região Centro-Ocidental do Paraná, no âmbito de uma pesquisa de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio e Londrina.

Os resultados dessa pesquisa são relatados na dissertação[1] intitulada "Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação Infantil" e forneceram subsídios para a confecção desse material pedagógico, produto educacional da pesquisa. Dessa forma, esse material contempla orientações que são resultantes de reflexões acerca da teoria e da prática, inspiradas em estratégias e encaminhamentos de alunos da Educação Infantil para as atividades de modelagem matemática que abordamos.

Ressaltamos que não há a necessidade dessas orientações ser seguidas à risca, não se trata de um roteiro! É até interessante que não sejam encaradas dessa forma, assim professor(a)

[1] A dissertação pode ser acessada através do link: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/
Depois de clicar no link, digite o título da dissertação ou o nome da autora ao lado da lupa em: "buscar no repositório".

você pode realizar essas ações (e outras, que sentir necessidade) conforme os encaminhamentos de seus alunos.

Brigadeiro, quanto maior melhor?

Comemorar aniversários é sempre divertido, oportuniza momentos de interação entre família e amigos. Geralmente, as comemorações são realizadas na residência do aniversariante ou de algum familiar, em salão para festas e até mesmo na escola.

Inclusive, essas comemorações têm se tornado uma prática comum nas escolas, devido à aproximação e convivência diária que as crianças estabelecem com os amigos da sala de aula, e por ser um ambiente com o qual interage diariamente, onde aprende, se comunica e se diverte. O aniversariante que faz questão de estar próximo dos amigos nessa data tão especial tem a escola como uma referência para essa aproximação.

Comemorações de aniversário lembram o quê? Brigadeiro!

Para apresentar a problemática da situação, você professor pode conversar com os alunos sobre o tamanho dos brigadeiros, levando-os a perceber que existem brigadeiros de diferentes tamanhos, variando de festa para festa, mas que em uma festa eles geralmente terão tamanhos parecidos. Sendo assim, propomos para investigação a seguinte problemática:

Problema

Qual o tamanho adequado do brigadeiro para a sua turma?

Por se tratar de um doce, tão quisto nas festas, é interessante que se estabeleça uma única condição para o desenvolvimento da atividade, que todos tenham a opção de comer pelo menos um brigadeiro.

Diante disso sugerimos algumas ações para o desenvolvimento dessa atividade com brigadeiros, com base em Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Para o desenvolvimento da atividade serão necessários:

Achocolatado, manteiga, leite condensado, granulado (ingredientes para o brigadeiro), panela, colher, forminhas para colocar os brigadeiros, pratos descartáveis, imagens de brigadeiro para colorir, giz de cera, foto de cada aluno, cola e papel kraft ou cartolina.

Ações para a inteiração

A inteiração é o ponto de partida da atividade, momento para convidar os alunos a realizar a investigação. Podemos começar conversando com os alunos a respeito de aniversários, se sabem a data de seu aniversário, se já fizeram aniversário naquele ano, verificar quem são os aniversariantes do mês. Depois disso, podemos questionar sobre as festas de aniversário e seu local de realização, se já fizeram ou participaram de alguma festa de aniversário em sua escola. Por fim, podemos questionar o que há em uma festa de aniversário, discutindo caraterísticas como decoração, brincadeiras e comidas. Espera-se que os alunos citem o brigadeiro nesse contexto. A partir dessa menção é hora de apresentar e discutir o problema.

Nesse contexto, a inteiração é também um momento para os alunos se familiarizar com a situação-problema. Podemos auxiliar com alguns questionamentos: *Quem de vocês sabe fazer o brigadeiro? Quais ingredientes usar? Qual o modo de preparo? Em festas, como são os tamanhos dos brigadeiros?* A seguir apresentamos uma sugestão de receita de brigadeiro, que pode ser feita com os alunos.

Tabela 1: Receita do Brigadeiro

Ingredientes e medidas	*Modo de preparo*
✓ 3 colheres de sopa de achocolatado ✓ 1 lata de leite condensado ✓ 1 colher de margarina	Coloque todos os ingredientes em uma panela, leve ao fogo baixo e mexa bem até a massa desgrudar do fundo da panela.

Fonte: Adaptada pelos autores. Receita original disponível em: https://www.receitasnestle.com.br/receitas/brigadeiro-nescau-20.

Hora de colocar a mão na massa! Literalmente.

Ao colocar os ingredientes na panela, podemos explorar com os alunos as quantidades e unidades de medida. **Recitar o número enquanto toca os objetos** é uma ação que pode auxiliar os alunos a estabelecerem a correspondência biunívoca, o que contribui para a construção do conceito de quantidade e de número.

(quantidades e covariação)

Se existe a possibilidade, é interessante levar alunos até a cozinha da escola, para que vejam as cozinheiras colocar a massa no fogo e para que percebam a importância dessa parte do preparo ser realizada por um adulto. Podemos aproveitar o momento para discutir os perigos que advém do fogo!

Espere a massa cozinhar e esfriar, ou, leve outras massas de brigadeiros prontas e frias, para que a confecção das "bolinhas" seja iniciada, já que o cozimento e o resfriamento da massa exigem tempo.

No momento de distribuir a massa e enrolar os brigadeiros é preciso retomar o problema e reforçar a necessidade de cuidar do tamanho das bolinhas, pois todos devem ter a opção de comer, pelo menos, um brigadeiro.

Ações para a matematização

A condição de que todos devem ter a opção de comer, pelo menos, um brigadeiro, coloca os alunos frente à necessidade de se pensar matematicamente a situação-problema, ou seja, de matematizá-la, uma vez que eles devem ter o cuidado de dividir a massa de maneira que cada aluno receba uma quantidade.

Para auxiliar nessa tarefa podemos fazer questões como: *Todos pegaram uma quantidade de massa? Com a quantidade que você pegou sobrou ou sobrará massa para seus colegas? Você precisa fazer bolinhas maiores ou menores?*

É importante deixar que os alunos façam uma primeira distribuição da massa. Caso as quantidades sejam discrepantes, podemos realizar intervenções que os levem a **comparar a quantidade de massa que pegaram com o total de massa que receberam no grupo** *(relação parte-todo)* e, também, **com a quantidade de massa que cada colega pegou** *(relação parte-parte)*. Espera-se que os alunos cheguem à hipótese de que **a massa precisa ser distribuída equitativamente** *(partilha e comparação)*.

Nesse momento a mediação nos grupos é fundamental, pois se observarmos que algum aluno esteja sem massa, isso provavelmente aconteceu porque um ou mais integrantes de seu grupo pegaram muita massa. É preciso fazer com que percebam que **enquanto um tem muita massa há outros que estão com pouca ou sem**, ou ainda, que **quanto mais massa ele pegar, menos sobrará para seus colegas** *(quantidades e covariação)*.

Ações para a resolução

A resolução é o momento de testar a hipótese e realizar os devidos encaminhamentos matemáticos para obter uma solução para o problema. Nessa fase podemos fazer alguns questionamentos que além de orientar os alunos na resolução do problema, provocará reflexões em relação à matemática: ***O que acontece com o tamanho do seu brigadeiro se você usar mais massa? E se usar menos massa? Se você fizer mais brigadeiros com essa quantidade de massa, resultará em brigadeiros maiores ou menores? Ou, se você fizer brigadeiros maiores, o que acontece com a quantidade de brigadeiros?*** *(quantidades e covariação)*.

Figura 3 - Brigadeiros com diferentes tamanhos

Fonte: Dos autores

Depois de distribuída a massa equitativamente, deixe que os alunos modelem os brigadeiros, conforme o tamanho que considerar adequado. O brigadeiro apresentado como solução para o problema pode ser considerado como **modelo matemático do tamanho de brigadeiro**, de modo que cada aluno tenha a opção de comer pelo menos um.

Após a confecção dos brigadeiros, os alunos podem degustá-los!

Registre o tamanho e a quantidade de brigadeiros que cada um comeu!

Sugestões para o registro: os alunos podem fazer desenhos; pinturas, colagens, fotografar, ou, registrar na lousa. No nosso caso, optamos por confeccionar um cartaz, com pintura e colagens.

Figura 4 - Cartaz "Quantos brigadeiros cada um comeu"

Fonte: Dos autores

Para a confecção do cartaz levamos para a sala de aula algumas imagens de brigadeiro para os alunos colorir de acordo com a quantidade que cada um comeu e fotos dos alunos, para montar um gráfico de barras.

É importante nesse momento explorar a **contagem** e ressaltar que esse registro diz respeito, exclusivamente, à quantidade de brigadeiros.

Ações para a Interpretação dos resultados e Validação

Nessa fase devemos auxiliar os alunos a interpretarem seus resultados. O que dizem os registros produzidos? Além disso, é um momento para pensar se esses registros auxiliam na resolução da situação-problema, não apenas matematicamente, mas no contexto que deu origem à investigação.

Vamos tomar como exemplo o cartaz confeccionado com os alunos. Ao observar as quantidades de brigadeiro que cada aluno comeu, os alunos certamente observarão que nem todos comeram a mesma quantidade de "bolinhas". Mas será, então, que *alguns alunos comeram mais brigadeiros que outros?*

A primeira questão a se discutir é: *as bolinhas de quem comeu 5 brigadeiros são do mesmo tamanho das bolinhas de quem comeu 2 brigadeiros?* Esse é o momento de relembrar os alunos da hipótese que direcionou a solução do problema, ou seja, que houve um momento em que eles distribuíram a massa igualmente *(partilha e comparação)*. Dessa forma, eles devem perceber que **a quantidade de massa de 2 bolinhas de um aluno é equivalente à quantidade de massa de 5 bolinhas de outro** e, a partir daí, concluir que **independente do número de bolinhas que fizeram, eles comeram a mesma quantidade de brigadeiro, pois eles receberam a mesma quantidade de massa** *(unitização)*.

Além disso, podemos explorar e retomar algumas discussões e relações como: **quanto mais bolinhas de brigadeiro, menor elas seriam** ou **quanto maior a bolinha de brigadeiro, menos bolinhas seriam feitas** *(quantidades e covariação)*.

É interessante que o contexto da temática que deu origem à situação-problema, as festas de aniversário, seja retomado, levando os alunos a comparar o tamanho de seus brigadeiros com os tamanhos que observam em festas. Uma maneira de validar o modelo matemático produzido por eles.

Ao final da atividade, podemos questionar os alunos em relação ao que aprenderam, organizando e sistematizando as ideias e conhecimentos abordados no desenvolvimento da atividade.

Síntese da atividade

Inteiração: Conversa sobre festas de aniversário e brigadeiros; preparo do brigadeiro.

Matematização:
Variável dependente: quantidade de brigadeiros.
Variável Independente: tamanho dos brigadeiros.
Hipótese 1 - todos devem ter a opção de comer pelo menos um brigadeiro.
Hipótese 2 - a quantidade de massa de brigadeiro deve ser distribuída equitativamente.
Simplificação: todos devem receber pelo menos um brigadeiro e, preferencialmente, eles devem ter o mesmo tamanho.

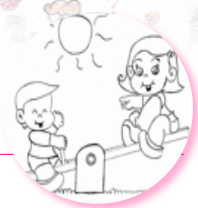
Resolução: Modelo matemático obtido para representar o tamanho adequado do brigadeiro para a sua turma.

Interpretação de resultados e validação: Comparação entre os tamanhos de brigadeiros produzidos por eles com os de festas de aniversário que já participaram e com os produzidos pelos colegas.

Conceitos matemáticos que podem ser abordados na atividade:
Correspondência biunívoca, contagem, sistema numérico decimal.

Ideias e formas de pensar características do raciocínio proporcional:
Razão parte-todo, quantidades e covariação (grandezas diretamente e inversamente proporcionais), partilha e comparação, unitização.

Balançar ou Equilibrar na Gangorra?



Brincar durante a infância é essencial não é mesmo? O brincar configura o cerne da infância, e as interações que essa atividade proporciona resultam em experiências nas quais as crianças podem construir e apropriar-se de conhecimentos. Desta forma, devemos cotidianamente, proporcionar as crianças, brincadeiras de diferentes formas, em diferentes espaços, para que possamos contribuir para o desenvolvimento integral delas. Considerando todas essas contribuições das brincadeiras, podemos inseri-las no ensino de Matemática na Educação Infantil de maneira livre, desde que possuam intencionalidade pedagógica, ou seja, é preciso um olhar atento por parte do professor para identificar situações do cotidiano do aluno que podem ser exploradas matematicamente valorizando suas potencialidades, despertando seu interesse e proporcionando o desenvolvimento de diferentes linguagens.

Uma situação comum no cotidiano dos alunos da Educação Infantil são as brincadeiras no parque e uma delas é a brincadeira na gangorra, porém o que caracteriza a diversão nesta brincadeira? Ficar parado? Balançar com adultos? Ficar nas alturas? Sendo assim, propomos para investigação a seguinte problemática:

Problema

Quais fatores são necessários para que a gangorra fique em movimento assim como os que fazem com que a gangorra fique parada ou em equilíbrio?

Diante disso sugerimos algumas ações para o desenvolvimento dessa atividade com base em Almeida, Silva e Vertuan (2012) e, ações que, não descartem a ludicidade e o brincar.

Para o desenvolvimento da atividade serão necessários:

Colchonetes, gangorras disponíveis no parque, pacote de arroz de cinco quilogramas e pacotes de feijão de um quilograma cada, papel sulfite, cola, cartolinas, lápis de cor e imagens de gangorras em movimento e em equilíbrio.

Ações para a inteiração

A inteiração é o momento de levantar informações sobre o conhecimento dos alunos acerca do tema, para isso podemos fazer uma roda de conversa com os alunos para falarmos sobre as brincadeiras, alguns questionamentos podem auxiliar na coleta dos dados: *O que vocês fazem aqui na escola? Vocês brincam? Do que brincam? Quais brincadeiras vocês mais gostam de brincar aqui na escola?* Caso as brincadeiras no parque não sejam citadas, acreditamos que dificilmente isso acontecerá, pois em geral, os alunos amam "o dia de parque". Sendo assim, podemos questionar quais e quantos brinquedos tem no parque e depois irmos até lá para averiguar e para que os alunos se familiarizem com a situação-problema.

Figura 5 – Momento da Roda de conversa

Fonte: Dos autores

Ações para a matematização

Durante a brincadeira na gangorra, podemos fazer questionamentos como: *Quantas crianças precisam ir na gangorra para que ela balance? Uma criança consegue balançar sozinha? O que é necessário para que a gangorra balance? Quando ela fica parada?*

Em relação à quantidade de crianças que precisam para brincar na gangorra, ter a percepção de que a brincadeira na gangorra precisa mais do que um amiguinho, coloca os alunos frente à necessidade de se pensar matematicamente a situação-problema, ou seja, de matematizá-la, ou seja, será necessário pensar sobre a relação entre os pesos das crianças ou pessoas que estarão na gangorra brincando, podemos usar alimentos também para ampliar a variedade de discussões.

Para isso, sugerimos que os alunos experimentem diferentes posições da gangorra como: a posição da gangorra quando um adulto e uma criança estão na gangorra, a posição de equilíbrio com duas crianças com pesos similares, a gangorra equilibrada com alimentos, altura máxima e mínima que a gangorra atinge, etc.

Sugerimos que enquanto os alunos brincam é importante fazer as mediações e intervenções quando necessárias. Nesse momento, propomos que um adulto suba em um dos lados da gangorra e uma criança do outro lado, para que os alunos percebam a funcionalidade da gangorra à proximidade entre os pesos de ambos os lados da gangorra, como os pesos de duas crianças, por exemplo, pois as crianças apresentam pesos próximos.
(partilha e comparação)

Podemos também oportunizar por meio dessa posição que os alunos façam comparações entre o peso do adulto e da criança sem que eles usem instrumentos de medida *(raciocínio relativo)*.

Desta forma, os alunos terão a percepção de que para acontecer o movimento de balanço os pesos das pessoas nos dois lados da gangorra devem ser próximos, sendo inviável, por exemplo, a brincadeira entre um adulto e uma criança, pois a diferença de pesos é muito grande.

Aproveitando essa situação podemos abordar a altura máxima da gangorra, ou seja, chamar a atenção dos alunos que existe um limite de altura que cada lado da gangorra pode atingir, para auxiliar nessa percepção, podemos questionar: **Se o adulto não pode ir mais para baixo, a criança pode ir mais para cima?** Esse questionamento chamará a atenção dos alunos para o fato de que existe uma altura máxima, assim como existe também uma altura mínima *(unitização)*.

Você sabia que ... a soma das alturas de ambos os lados da gangorra em relação ao chão, independente da posição, é constante?

Consideramos importante abordar a posição de equilíbrio na gangorra, para isso podemos questionar: *Quem está mais alto?* De modo que os alunos compreendam que nesse caso, as alturas em ambos os lados tendem a ser iguais.

Para explicar sobre o equilíbrio de outro modo, podemos usar pacotes de alimentos como os de arroz e de feijão como sugere a imagem ao lado. Para iniciar as discussões podemos colocar um pacote de arroz de um lado e um de feijão **(sem mencionar os pesos de cada um)** do outro lado para que percebam que a gangorra não fique em equilíbrio. Podem surgir sugestões como:

Coloca mais pacote de arroz e de feijão, coloca mais um feijão, tira o arroz grande, que demonstram a compreensão da necessidade de se deixar um dos lados mais pesado, no caso o lado que estava o pacote de feijão, ou de deixar o outro lado mais leve, no caso, o lado que estava o pacote de arroz (*quantidades e covariação*).

Em seguida, podemos revelar os pesos dos pacotes de alimentos, para que os alunos possam usar esses pesos como parâmetro de comparação, e compreender o porquê a posição da gangorra permanece inalterada quando é colocado apenas um pacote de feijão de um quilograma do lado mais leve da gangorra [lado que tem o pacote de feijão]. Como do outro lado tem um pacote de arroz de cinco quilogramas, pode ser possível que os alunos usem a relação aditiva (colocar mais um) para colocar os pacotes de feijão um a um até encontrar o equilíbrio, os cinco quilogramas *(medição)*.

Ações para a resolução

Resolver o problema significa elaborar um modelo que represente a situação estudada, para isso propomos que retorne para a sala e sugira aos alunos para fazer o registro de suas conclusões, ou seja, o que aprenderam sobre a atividade na gangorra. no parque por meio de um desenho. Esses desenhos podem ser entendidos como modelos matemáticos do movimento (ou das posições) da gangorra, que indicam a resolução da situação-problema.

Modelos matemáticos elaborados por alunos de 3 e 4 anos

Gangorra na posição inclinada

Gangorras em equilíbrio

Fonte: Dos autores

Ações para a Interpretação dos resultados e validação

Sugerimos a confecção de um cartaz, para isso vamos precisar de imagens de personagens e/ou pessoas brincando em gangorras, algumas delas em equilíbrio, outras não, depois os alunos deverão organizaram as imagens em dois cartazes, um com as imagens que representam o equilíbrio e o outro cartaz com imagens que podem representar posições diferentes do equilíbrio. Por meio do cartaz, os alunos podem fazer comparações dos modelos produzidos com os apresentados nas imagens fornecidas e com as gangorras do parque da escola.

Figura 6 - Interpretação da posição de equilíbrio ou não das gangorras

Fonte: Dos autores

Síntese da atividade

Inteiração: Roda de conversa sobre as brincadeiras preferidas; brincadeira no parque.

Matematização:
Variável dependente: altura da gangorra.
Variável Independente: pesos das pessoas que estão na gangorra.
Hipótese 1 - uma criança não consegue balançar sozinha na gangorra.
Hipótese 2 – tem que ser só crianças na gangorra.
Simplificação: Precisa de mais amiguinhos para que aconteça o balanço da gangorra.

Resolução: Modelo matemático obtido para representar a posição que gostam de brincar.

Interpretação de resultados e validação: Comparação entre os desenhos que produziram com os das imagens apresentadas e com as gangorras de parques.

Conceitos matemáticos que podem ser abordados na atividade:
Comparação, contagem, grandezas e medidas.

Ideias e formas de pensar características do raciocínio proporcional:
Medição, quantidades e covariação, raciocínio relativo, partilha e comparação, unitização.

A biodiversidade é algo fascinante para os alunos e, em se tratando de animais eles demonstram ter maior afinidade e curiosidade, tanto que, os alunos que participaram de nossa pesquisa decidiram por estudar esse tema. Desta forma, podemos conversar com eles para saber quais animais eles conhecem, quais eles possuem em casa, discutir o porquê alguns são tão grandes e outros são pequenos, quais as características de cada um, do que se alimentam, quais cuidados são necessários ao tê-los em sua casa, como vivem, quais os tipos de animais existem no mundo etc. Para isso, podemos propor aos alunos que faça a coleta de dados juntamente com seus familiares com o intuito de levantar informações sobre os animais que possuem em casa. É interessante também que eles levem para a escola, fotografias de seus animais de estimação, para discutirmos semelhanças, diferenças entre todos os animais apresentados.

Por meio dos dados coletados em nossa pesquisa, percebemos que o cachorro é o animal que mais convive com os alunos e suas respectivas famílias, por isso se destaca como sendo o preferido dos alunos, constatamos também que a maioria são de médio e grande porte. Nesse contexto, definimos junto aos alunos a problemática.

Problema

Qual a quantidade de ração e quantas vezes por dia seriam necessárias para alimentar um cachorro de médio e de grande porte?

Em busca da solução do problema, acreditamos ser importante comparar os tamanhos de dois cachorros que apresentam essas características, discutir com qual frequência é preciso alimentar esses cachorros, além de entender qual deles come mais e qual come menos.

Vejamos as ações que podem ser trabalhadas com essa problemática.

Para o desenvolvimento da atividade serão necessários:

Fotos dos animais que eles possuem em casa, imagens impressas de gatos, cachorros e pássaros, potes de sorvete, pote de iogurte, ração para cachorro, cartolinas, imagens de recipientes para colocar ração, cola, massinha de modelar, pratinhos de plástico, EVA picado na cor marrom.

Ações para a inteiração

Como a inteiração é o momento em que os todos os envolvidos na atividade de modelagem matemática conhecem as características e especificidades da situação-problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), sugerimos que para essa atividade os alunos façam a coleta de dados com seus familiares e tragam para a escola uma fotografia do animal que possuem em casa. Caso o aluno não tenha animal, podemos disponibilizar revistas, livros para que ele possa escolher um animal que gostaria de ter. Essa coleta de dados se refere à busca de informações sobre seus animais de estimação tais como: características físicas, tipos de alimentação, cuidados necessários, etc.

Após realizar a coleta de dados, podemos sugerir uma roda de conversa com os alunos, para que alguns aspectos se tornem conhecidos. É importante deixar que os alunos falem sobre os dados que coletaram, além disso, podemos conversar sobre a variedade de animais que se tem no mundo, como os mamíferos, conversar sobre a importância dos cuidados que se deve ter ao conviver com os animais, cuidados de higiene, consultas com profissional especializado: veterinário, além de proporcionar uma alimentação balanceada para eles.

Ao conversar sobre os animais que podemos ter em casa, podemos questionar se o elefante poderia morar conosco. Esse questionamento pode fazer com que os alunos relacionem o tamanho do elefante com a área (espaço) de uma casa ou com o tamanho dela e das pessoas com que convive, sem o uso de instrumentos específicos, ou sem realizar uma comparação direta ou contagem imediata (raciocínio relativo).

Podemos enfatizar que os animais domésticos não precisam viver necessariamente dentro de casa, para isso devem ter um lugar seguro e apropriado para ficar e para dormir, espera-se que os alunos falem da “casinha do cachorro”, já que é comum observarmos que o cachorro geralmente tem sua casa. Essa ênfase pode fazer com os alunos realizem relações entre os tamanhos dos cachorros e os tamanhos de suas “casinhas”, tais como: cachorro grande precisa ter uma casa grandona, e um cachorro pequeno precisa de uma casinha pequena (quantidades e covariação). E além disso, quanto maior o cachorro maior será a casinha deles (quantidades e covariação).

Como em sala de aula não tem a casa do cachorro e não partilhamos da ideia de levar um cachorro para a sala de aula, espera-se que os alunos façam a comparação entre essas grandezas e que possam desenvolver a capacidade de mensurar sem medir diretamente com a utilização de instrumentos específicos, ou seja, olhar a fotografia do cachorro e seu tamanho e saber indicar se ele precisa de uma casa grande ou pequena, ou maior/menor (raciocínio relativo).

Pode ser que nesse momento, algum aluno queira mostrar de alguma forma o tamanho de seus animais de estimação.

Neste caso, uma aluna quis representar o tamanho de sua cachorra.
Embora a criança não tenha utilizado um instrumento específico de medidas, seu gesto indicou que o tamanho da sua cachorra vai da sua mão posicionada embaixo até sua mão posicionada em cima, uma medida não convencional, cuja variação permite mensurar o que deseja *(medição).*

Caso algum aluno use as mãos para representar o tamanho de algum cachorro, podemos questionar **será que o cachorro cresce para sempre?** Esse questionamento tem a intencionalidade de explorar a altura máxima que cada cachorro atinge quando adulto, pois conforme o cachorro vai crescendo, a abertura das mãos da criança teria que aumentar, porém chegará um determinado momento em que o aluno não conseguirá mais abrir as mãos para representar o tamanho do cachorro, atingindo assim uma abertura máxima. Esse questionamento também pode fazer com o que os alunos percebam que cada cachorro atinge uma altura máxima quando adulto, independente da quantidade de ração que eles comem *(quantidades e covariação)*.

Ações para a matematização

A matematização prepara os alunos para a resolução do problema, desta forma para instigar os alunos podemos iniciar as discussões com base nas fotografias de cachorros de médio e grande porte. A intenção é que os alunos façam a comparação entre os tamanhos dos cachorros e comecem a pensar se eles comem a mesma quantidade de ração por dia, qual deles come mais e qual come menos além de compreender a frequência em que se alimenta cada um deles. Podemos dar exemplos com base em nossa alimentação tais como: *É saudável fazer só uma refeição por dia, comer tudo de uma só vez? Vocês comem somente uma vez por dia? Ou vocês comem várias vezes? Quais refeições fazem? Quantas são por dia?*

Essas ações caracterizam a fase matematização, cuja problemática é tratada por meio da linguagem matemática, isto é, as variáveis envolvidas na problemática são definidas (quantidade de ração e quantidade de vezes ao alimentar cachorros de médio e grande porte), hipóteses são formuladas (a ração deve ser ofertada todos os dias da semana, e, preferencialmente, mais de uma vez por dia) e simplificações realizadas (oferecer ração somente de manhã é suficiente? Quantas vezes devemos ofertar?).

Ações para a resolução

Sugerimos algumas ações que podem auxiliar os alunos na resolução do problema.

Para isso, podemos iniciar com questionamentos do tipo: *Um cachorro grande e um de médio porte comem a mesma quantidade de ração? As quantidades são iguais? É menor ou maior que a outra?*

Para que os alunos reflitam sobre os questionamentos que envolvem a quantidade de ração para cada cachorro, podemos mostrar potes de diferentes tamanhos, para que os alunos usem estratégias para decidir qual pote será para cada cachorro.

Os alunos podem decidir de acordo com as semelhanças de tamanho entre cachorro e pote, ou seja, compreender a relação entre o cachorro menor com o pote menor e o cachorro maior com o pote maior *(quantidades e covariação)*. Porém o pote pequeno também pode ser usado só teria que colocar mais vezes "e se colocar! Coloca de novo", essa fala é de uma aluna que sinalizou o entendimento de que a quantidade ofertada em um pote maior poderia ser ofertada em vários potes menores, ou seja, o total de ração seria o mesmo, porém organizado de formas diferentes *(unitização)*. Esse entendimento também remete a compreensão de que um pote maior corresponde a vários potes pequenos, ou vice e versa *(quantidades e covariação)*.

Em seguida, proponha aos seus alunos que reflitam sobre a quantidade de ração que vamos colocar dentro dos potes do cachorro de médio e grande porte. O uso das mãos no processo de quantificação e do sistema de numeração decimal usando a correspondência biunívoca *(medição)* pode ser uma estratégia usada pelos alunos. Veja só:

Uso das mãos para medir a quantidade de ração que cada cachorro precisa comer.

Sugerimos que converse sobre a escolha deles, pois se a quantidade de ração determinada é pequena devemos oferecer mais vezes, ou seja, implementar mais refeições no dia *(quantidades e covariação)*, isso significa que é preciso organizar a quantidade total de ração oferecida em um dia: comer em menor quantidade, porém comer mais vezes por dia ou comer em porções maiores, porém distribuídas em menos vezes *(unitização)*.

Quando se fala em uma quantidade de ração por refeição, sugere-se que seja feita uma distribuição da quantidade de ração que será dada ao cachorro no dia (partilha e comparação) por se aproximar de uma tentativa de realizar uma divisão equitativa.

Ainda temos que olhar para a segunda parte da problemática:

Quantas vezes por dia seriam necessárias para alimentar um cachorro de médio e grande porte?

Espera-se que os alunos compreendam que alimentar os cachorros uma vez por dia não é suficiente, pois não é saudável dar muita ração de uma vez só, mas sim organizar em várias refeições *(unitização)*. Enfim, a ideia é que os alunos compreendam que se determinaram colocar mais/menos ração terá que alimentar o cachorro menos/mais vezes no dia *(quantidades e covariação)*.

Ações para a Interpretação dos resultados e Validação

Que tal propor para os alunos que eles organizem suas ideias sobre o desenvolvimento da atividade? Aqui sugerimos a elaboração de um cartaz, usando cartolinas, recortes em E.V.A na cor marrom, para representar a ração, figuras de potes pequenos e grandes, assim como imagens impressas de cachorros de médio e de grande porte. Vejamos um possível registro sobre a alimentação do cachorro de médio e grande porte.

Figura 7 - Modelos matemáticos para a alimentação dos cachorros

Fonte: Dos autores

Após a elaboração dos modelos matemáticos, é preciso que os alunos façam a interpretação de resultados e validação. Conversas em cada grupo pode ser uma opção, seja por meio da linguagem oral ou por meio de gestos, meios que alunos da Educação Infantil usam para se comunicar (SILVA, 2013; GRANDO; MOREIRA, 2012). Incentivem os alunos que expliquem como interpretaram a relação entre o tamanho dos potes e o tamanho dos cachorros, e a relação entre o tamanho do cachorro e a quantidade de ração que deve ser ofertada, caso haja necessidade, faça questionamentos como: *por que vocês escolhem colocar mais potes de ração para o cachorro de médio porte ao invés de colocar para o cachorro de grande porte? Qual a quantidade de ração que tem nos potes do cachorro de médio e grande porte? Qual apresenta maior e menor quantidade?* Esses questionamentos podem ajudar os alunos comunicar suas interpretações e validar os modelos matemáticos.

Síntese da atividade

Inteiração: Conversa sobre os dados coletados pelos alunos via seus familiares.

Matematização:
Variável dependente: quantidade de ração.
Variável Independente: quantidade de vezes por dia que se alimenta os cachorros.
Hipótese – a ração deve ser ofertada todos os dias da semana, e, preferencialmente, mais de uma vez por dia.
Simplificação: oferecer ração somente de manhã não é suficiente e a necessidade de alimentar os cachorros todos os dias.

Resolução: Modelo matemático obtido para representar a quantidade de ração e quantidade de vezes por dia que se alimenta os cachorros.

Interpretação de resultados e validação: Compreensão da relação entre o tamanho dos potes e o tamanho dos cachorros, e a relação entre o tamanho do cachorro e a quantidade de ração que deve ser ofertada.

Conceitos matemáticos que podem ser abordados na atividade:
Contagem, sistema numérico decimal, noções de tempo e espaço, correspondência biunívoca, classificação, grandezas e medidas.

Ideias e formas de pensar características do raciocínio proporcional:
Medição, quantidades e covariação, raciocínio relativo, partilha e comparação, unitização.

Sugestões de Atividades

Professor(a), para além das atividades abordadas, deixamos duas temáticas como sugestão. Para cada uma delas apresentamos uma contextualização, algumas dicas e orientações. Todavia, a ideia é que a atividade seja planejada e desenvolvida de acordo com suas intenções, interesses, a partir do conhecimento de sua turma.

Abuse da criatividade, desenvolva a atividade junto com seus alunos e esteja aberto(a) para os encaminhamentos para os quais a atividade se direcionar.

Aventure-se também na investigação de outros temas. Há um mundo cheio de possibilidades para se explorar.

Bolhas de Sabão: Diversão na Certa

Antigamente era comum a invenção de brincadeiras e a criação de brinquedos, como: boneca de milho, telefone de latinha, bola de meia, carrinho de lata, cinco-marias (ou bugalha), passa anel, entre outros. Com um tanto de criatividade e imaginação tudo podia virar brinquedo!

Hoje, porém, muitos brinquedos são industrializados, privando as crianças dessa sensação de criar. Sendo assim, **que tal propor uma brincadeira com bolhas de sabão no ambiente escolar?**

Curiosidade

Você sabia que a brincadeira com bolhas de sabão tem referências no século XVI? Foi, inclusive, retratada por artistas em suas telas! Conheça duas delas.

Obra do artista
Édouard Manet (1867)

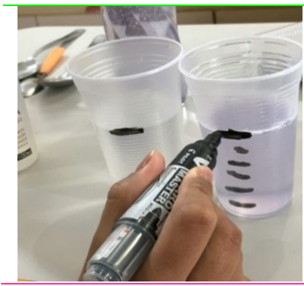
Obra do artista
Jean-Baptiste Simeon Chardin (1734)

Fonte: Disponível em https://www.arteeblog.com/2016/06/pinturas-com-bolhas-de-sabao.html.

A intenção é resgatar essa brincadeira e inseri-la na infância das crianças do século XXI. Para isso, vamos precisar de apenas três ingredientes: água, detergente e glicerina.

Além de uma diversão e tanta, a brincadeira com as bolhas de sabão possibilita o desenvolvimento da coordenação visual e motora e pode se configurar como uma ótima oportunidade para explorar e desenvolver conceitos matemáticos, particularmente associados ao raciocínio proporcional.

Essa exploração pode começar já na produção da mistura que servirá para a produção das bolhas. A seguir apresentamos uma sugestão de receita.



Dica: Coloque os ingredientes em copos transparentes separados, dessa forma é possível realizar comparações entre as quantidades e fazer a seriação.

Ingredientes da Bolha de Sabão
1 copo (200ml) transparente quase completo de água;
3 colheres de sopa de detergente concentrado;
1 colher de chá de glicerina ou glicerol vegetal.

Fonte: Adaptado pelos autores. Receita original disponível em: https://www.greenme.com.br/como-fazer/6831-como-fazer-bolha-de-sabao/.

Com os ingredientes nos copos, podemos fazer as seguintes questões aos alunos:

- ✓ *Qual copo tem mais líquido?*
- ✓ *Quanto a mais? Muito? Pouco?*
- ✓ *Se quisermos fazer duas receitas quanto de cada ingrediente vamos precisar?*

Depois basta misturar todos os ingredientes e a mistura estará pronta! Nesse momento podemos fazer o seguinte questionamento aos alunos:

- ✓ *A mistura será suficiente para todos?*

Isso os levará a pensar sobre a necessidade de fazer mais de uma receita.

Após essas explorações, chegou a hora de brincar. Distribua a mistura entre os alunos em um recipiente com um soprador e deixe que eles façam as bolhas de sabão, pode-se até promover um concurso de quem consegue fazer a maior bolha, ou outras atividades que considerar interessante, deixe a imaginação rolar.

Divirtam-se!

Vamos cuidar da Alimentação?

Uma alimentação saudável, diferentemente do que muitos pensam, não é uma alimentação cheia de restrições ou sem sabor. Uma alimentação saudável é aquela que garante os nutrientes que o nosso organismo necessita. É preciso, portanto, pensar em variedade, equilíbrio, quantidade e na segurança dos alimentos que estão sendo ingeridos.

Nesse contexto, **que tal montar com os alunos um prato saudável?**

Os alimentos são organizados por grupos: carboidratos, proteínas, verduras e legumes, grãos e leguminosas e as gorduras boas. É interessante discutir isso com os alunos.

Lembre-se, nessa etapa de escolaridade é importante explorar experiências sensoriais e motoras, da forma, sugerimos que sejam levados para a sala de aula exemplos de cada tipo de alimento.

Carboidratos: fornece energia para os nossos organismos, essa energia faz com que vocês crianças cresçam, se desenvolvam, consigam estudar e brincar. Quando nós comemos carboidratos bons (a batata, a batata doce), o açúcar que tem no sangue é liberado do nosso corpo. Contudo há também carboidratos ruins, eles são derivados

Fonte: Disponível em https://veja.abril.com.br/blog/letra-de-medico/por-que-o-carboidrato-virou-vilao/.

de farinha branca e milho (pão branco, chips e salgadinhos de milho). Esses carboidratos fazem mal à saúde. Além disso, nos chips, por exemplo, há muito sal, que aumenta a pressão e pode provocar graves doenças no rim. O excesso de carboidratos pode provocar obesidade, diabetes e problemas cardíacos na criança.

Fonte: Disponível em https://inforex.com.br/editorias/saude/proteina-e-seu-papel-no-estilo-de-vida-saudavel/.

Proteínas: são importantes para fortalecer e permitir o crescimento de ossos, músculos e tecidos (como peles, cabelos e unhas). Nos ajudam a ficar fortes e a deixar as doenças bem longe de nós.

Verduras e legumes: ajuda a fortalecer os ossos, temos que comer para não sofrer com doenças no coração. Além disso, possuem ação antioxidante, ou seja, reduzem os sinais de envelhecimento, mantendo a pele jovem e saudável por muito mais tempo.

Fonte: Disponível em https://www.significados.com.br/verduras-e-legumes/.

Fonte: Disponível em https://alimentosprocessados.com.br/ingredientes-macroingredientes-graos.php.

Grãos e leguminosas (feijão, ervilha fresca): têm muitas vitaminas e minerais, dentre os quais se destaca o ferro, que evita a anemia e ajuda na concentração. Quem não come grãos e leguminosas fica com falta de ferro no corpo e pode apresentar fraqueza, pele pálida, irritabilidade, diminuição do apetite e tonturas.

Gorduras boas (amêndoas, castanhas, nozes, pistache, manteiga): As gorduras boas ajudam o nosso organismo a ficar protegido contra as baixas temperaturas e auxiliam na prevenção de doenças.

Fonte: Disponível em https://www.vitalatman.com.br/blog/gorduras-a-boa-a-ruim-e-a-temivel/.

Com essas informações podemos explorar as porções de cada grupo alimentar nas refeições das crianças. Pode-se montar um "quebra-cabeça" circular, de modo que as crianças ao pegar as peças consigam compreender as quantidades que precisam comer de cada grupo alimentar (colocamos alguns modelos em anexo).

Abuse da criatividade!

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ANTONIAZZI, N. N. et al. Artes visuais: educação infantil. In: Encontro Científico Cultural Interinstitucional, 14., 2016, Cascavel. **Anais...** Cascavel, FAG, 2016.

BOTTA, L.; ONUCHIC, L.R. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v.5, n.3, p. 5-8, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, L. S. S.; OLIVEIRA, L. A.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática na Educação Infantil: um estudo sobre a proteção solar com crianças de três anos. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3., Fortaleza. **Anais**... Recife: SIPEMAT, 2012.

COSTA, S.; PONTE, J. P. O raciocínio proporcional dos alunos do 2.º ciclo do ensino básico. **Revista da Educação,** Lisboa, v.16, n. 2, p. 65-100, 2008.

CYRINO, M. C. C. T. *et al.* **Formação de professores em comunidades de prática**: frações e raciocínio proporcional. Londrina: UEL, 2014.

ENGLISH, L. D. Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. **Educational Studies in Mathematics**, v. 63, n. 3, p. 303-323, 2006.

FOX, J. A justification for Mathematical Modelling Experiences in the Preparatory Classroom. In: GROOTENBOER, PETER AND ZEVENBERGEN, ROBYN AND CHINNAPPAN, MOHAN (Eds.). **Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**, p. 221-228, Canberra, Australia, 2006.

GRANDO, R. C.; MOREIRA, K. G. Como crianças tão pequenas, cuja maioria não sabe ler nem escrever, podem resolver problemas de matemática? In: CARVALHO, M.; BAIRRAL, M. A. (orgs.). **Matemática e Educação Infantil**: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas. Petrópolis, Vozes, 2012. p. 121- 143.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding:** Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. New York: Routledge, 2012.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2nd edition. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2005.

LOPES, C. E.; GRANDO, R. C. Resolução de problemas na educação matemática para a infância. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais**... Campinas: SBEM, 2012.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e Percepção Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2017. (Coleção Formação de Professores).

MARANHÃO; C; MACHADO, S. Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. **Educar em Revista**, Curitiba, n. Especial 1/2011, p. 141-156, 2011.

MENDUNI-BORTOLOTI, R. D.; BARBOSA, J. C. Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 20, n. 1, p. 269-293, 2018.

NORTON, S. J. The construction of proportional reasoning. In: CHICK, H. L.; VINCENT, J. L. (Eds.). **Proceedings of 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Melbourne: PME, 2005. v. 4. p. 17-24.

OLIVEIRA, L. M. C. P. Raciocínio proporcional em um problema envolvendo relações de proporcionalidade: aspectos evidenciados na cop-paem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016.

OLIVEIRA, L. M. C. P. **Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional.** 2014. 206f. Dissertação. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

ONTARIO MINISTRY OF EDUCATION. **Paying Attention to Proportional Reasoning**: Support Document for Paying Attention to Mathematical Education. Toronto: Queen's Printer for Ontario, 2012.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica:** matemática. Curitiba: SEED, 2008.

REZENDE, M. F.; COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Depois de brincar, vamos guardar! Uma atividade de modelagem matemática na Educação Infantil. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. **Anais**... Cuiabá: SBEM, 2019.

REZENDE, M. F. FADIN, C.; TORTOLA, E. Investigando padrões em atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2019, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: UFMG, 2019.

RUIZ, C. M.; ZANELLA, M. S. Práticas de alimentação saudável na educação infantil a partir da modelagem matemática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2018, Cascavel. **Anais**... Cascavel: SBEM, 2018.

SILVA, K. A. P. Modelagem matemática em sala de aula: caracterização de um ambiente educacional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, p. 135-157, 2017.

SILVA, P. F. da. **Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos**. 172 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

SILVA, A. F. G. CÂNDIDO, A. S. SOUZA, V. H. G. Raciocínio proporcional: um estudo sobre as estratégias de estudantes de Pedagogia ao resolverem diferentes situações. **Acta Scientiae**, Canoas, v.20, n.1, p.20-35, jan./fev. 2018.

SOARES, M. A. S. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática:** uma análise de materiais que expressam fases do currículo da educação básica. 2016. 250 f. Tese (Doutorado em Educação nas Ciências). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2016.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

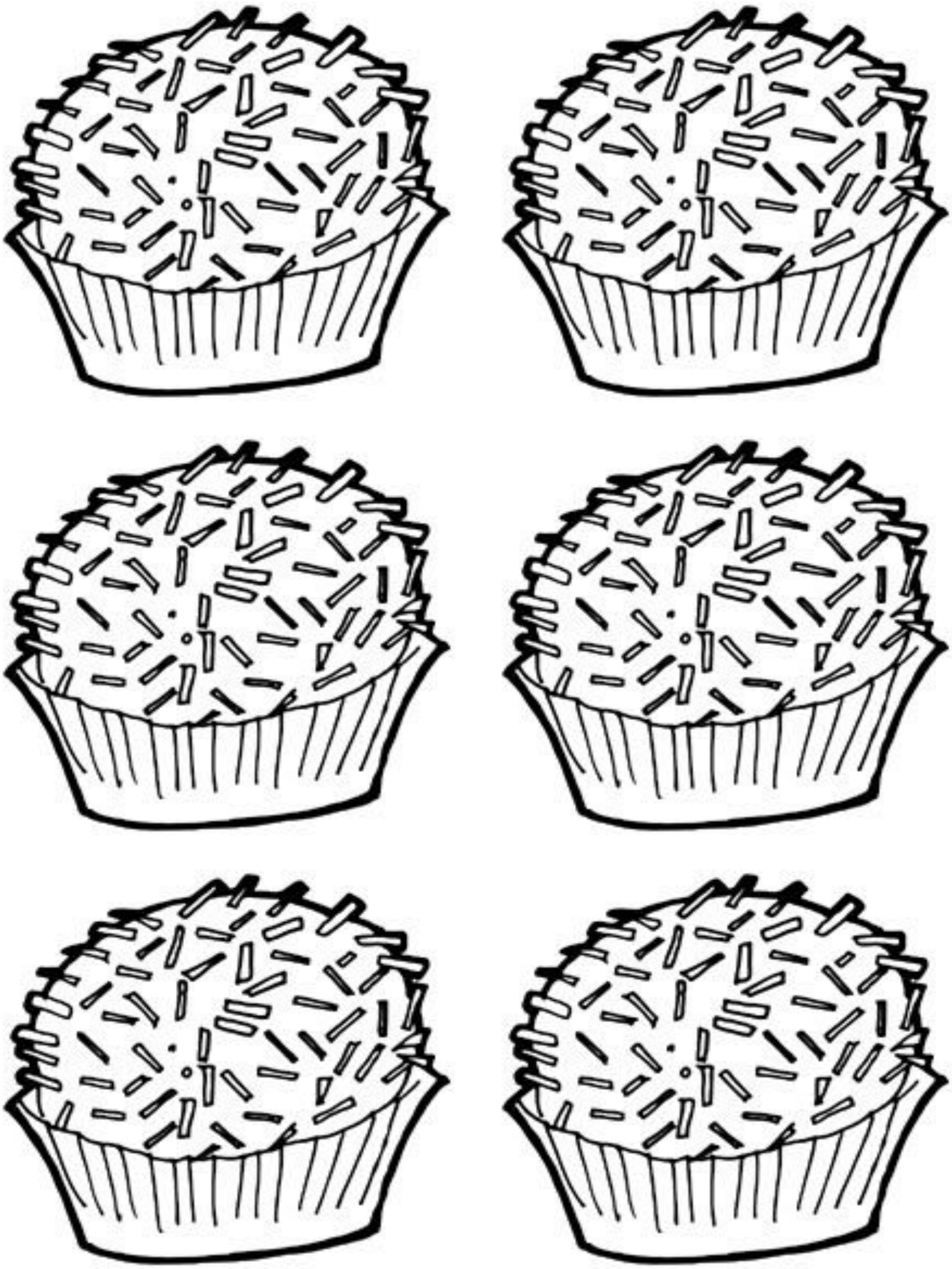
TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 5, p. 83-105, 2016.

ZAMPIROLLI, A. C.; KATO, L. A. Ensino de matemática na Educação Infantil: uma experiência por meio da modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2019, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: UFMG, 2019.

Anexos

Anexo A: Brigadeiros para colorir



Fonte: Disponível em https://colorirparacriancas.blogspot.com/2019/07/desenho-de-brigadeiro-para-colorir.html.

Anexo B: Etiqueta para cartaz

Cole aqui a imagem
do aluno

Nome do Aluno

Cole aqui a imagem
do aluno

Nome do Aluno

Cole aqui a imagem
do aluno

Nome do Aluno

Cole aqui a imagem
do aluno

Nome do Aluno

Cole aqui a imagem
do aluno

Nome do Aluno

Cole aqui a imagem
do aluno

Nome do Aluno

Anexo C: Cachorros de médio e grande Porte

Cachorros de Médio Porte

Fonte: Disponível em https://www.cachorrogato.com.br/cachorros/medio-porte/.

Fonte: Disponível em https://www.cachorrogato.com.br/cachorros/medio-porte/.

Cachorros de Médio Porte

Fonte: Disponível em https://portalmatogrosso.com.br/oito-racas-de-caes-que-fazem-o-pit-bull-se-sentir-como-um-pinscher/.

Fonte: Disponível em https://br.pinterest.com/pin/602637993857543112/.

Anexo D: "Quebra-Cabeça" Alimentação Saudável