Atividades de Modelagem Matemática

para Licenciatura em Química

PPGMAT

Thais Maya Koga
Karina Alessandra Pessoa da Silva

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

THAIS MAYA KOGA

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

PARA LICENCIATURA EM QUÍMICA

PRODUTO EDUCACIONAL

LONDRINA
2020

THAIS MAYA KOGA

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

PARA LICENCIATURA EM QUÍMICA

Produto educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Câmpus Londrina/Cornélio Procópio - PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva

LONDRINA
2020

TERMO DE LICENCIAMENTO

Thais Maya Koga
Autora

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Orientadora

Ágatha Mayumi Koga
Capa e Ilustrações

Parte integrante da pesquisa de mestrado "O fazer Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Química: análise de estratégias e ações" para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina e Cornélio Procópio.

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

PPGMAT

Carta aos Professores

Caro(a) Colega Professor(a)

Este Produto Educacional representa o resultado gerado a partir de nossa Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática do programa de pós-graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, câmpus Londrina/Cornélio Procópio. A partir da dissertação intitulada “O fazer Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Química: análise de estratégias e ações” construímos um material curricular com o objetivo de introduzir atividades de Modelagem Matemática para alunos da Licenciatura em Química, possibilitando uma reflexão sobre as atividades, parceria professor-aluno e entre alunos e utilização de Estratégias Heurísticas para a resolução mais autônoma das atividades. As atividades de Modelagem Matemática e os encaminhamentos propostos foram desenvolvidos e sugeridos por participantes da pesquisa, alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Química. Deste modo, nosso intuito é oferecer a você leitor, um material para complementar sua prática profissional que possibilita observar como alunos resolvem situações-problema fazendo uso de conhecimentos que possuem.

Bom Trabalho!

Abraços!

SUMÁRIO

SUMÁRIO

Introdução

Este caderno de atividades constitui um produto educacional decorrente de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. A sua estruturação foi pensada de maneira a relacionar o “fazer” Modelagem Matemática à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I do curso de Licenciatura em Química. Compartilhamos experiências de atividades desenvolvidas e analisadas a partir da dissertação de mestrado: “O fazer Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Química: análise de estratégias e ações”. Assim, buscamos sintetizar essas atividades para que possam ser utilizadas de imediato ou modificadas de acordo com as particularidades de cada professor, para auxiliar em suas práticas docentes e contribuir para o ensino da Matemática.

Dessa forma, organizamos este material trazendo primeiramente um pouco sobre a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, os momentos de familiarização e as Estratégias Heurísticas reveladas em atividades de Modelagem Matemática, contextualizando os aportes teóricos utilizados para construção dessas atividades para que o professor/aluno conheça e compreenda os conceitos dessa teorias. Para tanto, dividimos as atividades segundo os momentos de familiarização em que foram desenvolvidas, apresentamos as Estratégias Heurísticas evidenciadas nestes momentos, além de uma breve descrição das atividades, uma ficha técnica contendo objetivos, conteúdos abordados e sugestões; uma estrutura pronta para ser impressa; um modelo desenvolvido na pesquisa.

Modelagem Matemática como alternativa pedagógica

A Modelagem pode ser entendida como uma alternativa pedagógica que, segundo Almeida e Dias (2004), concerne na exploração de situações da vida real, na qual se aplica matemática a fim de potencializar os processos de ensino e aprendizagem, uma vez que se apresenta como uma forma de tirar o aluno da zona de conforto e despertar sua atenção para a criação de um conhecimento mais crítico em relação aos conteúdos matemáticos. Além disso, exige do professor conhecimentos matemáticos e extra matemáticos (conceitos utilizados, que vão além dos conteúdos matemáticos), já que a orientação é mais aberta e a avaliação mais complexa conforme salientam Blum et al. (2007).

Nas atividades de Modelagem Matemática são abordadas situações desafiadoras, sendo de responsabilidade do aluno, orientado pelo professor, utilizar conhecimentos anteriores, revisá-los, modificá-los, rejeitá-los, complementá-los e então redefini-los para uma situação desejada. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12) explicam que:

> [...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para situação final) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

Vale ressaltar, entretanto, conforme destacam Almeida, Silva e Vertuan (2012) , que não há procedimentos pré-definidos ou soluções conhecidas, o que exige que o aluno realize o levantamento de informações e o uso de conceitos matemáticos e extra matemáticos para a obtenção do modelo matemático que representa, prevê ou explica a solução da situação-problema estudada.

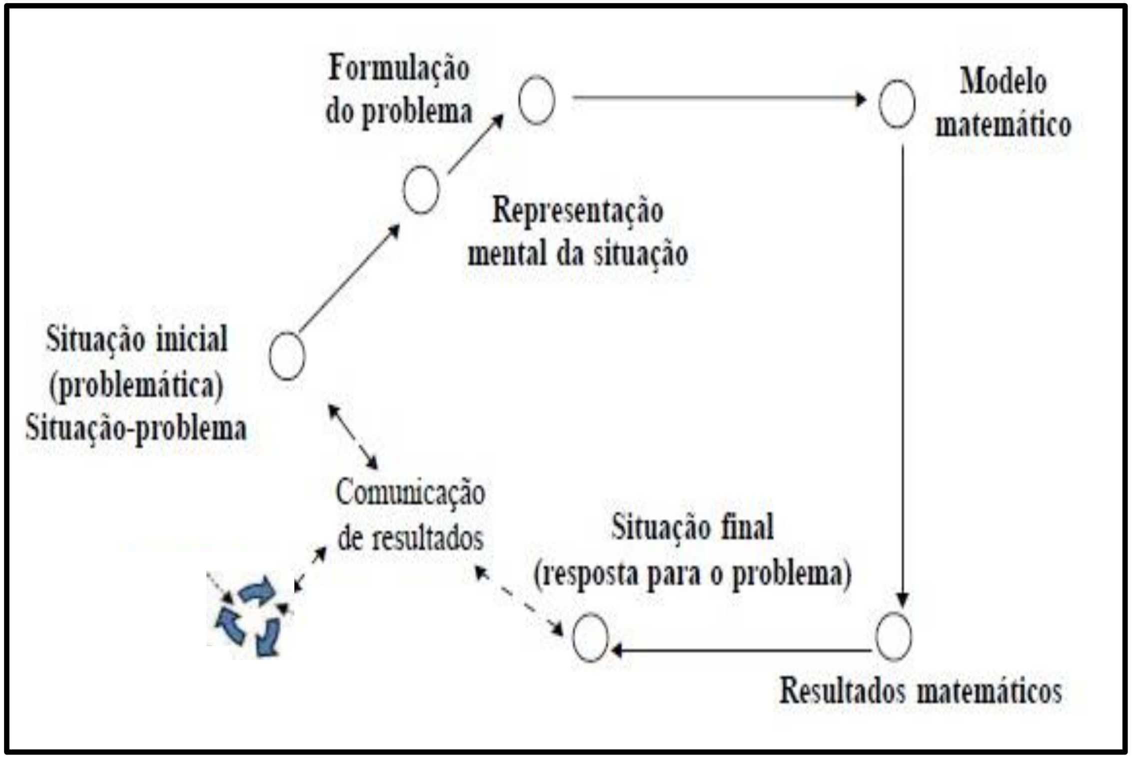
É importante ressaltar que, o modelo matemático, segundo Tortola e Almeida (2016), pode ser um gráfico, uma tabela, uma equação, ou quaisquer outras estruturas matemáticas que mantenham um nível de fidedignidade com o fenômeno sob investigação.

Para tanto, são necessários procedimentos nomeadas pelos autores como fases de Modelagem Matemática, são elas: “inteiração, matematização, resolução e interpretação dos resultados e validação”.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a fase de inteiração é entendida como o momento em que o aluno se familiariza com o assunto, que conhece e inteira-se dele, buscando compreender a situação-problema, ou seja, os alunos se cercam de informações sobre esta situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos. Já a matematização se caracteriza como o momento de transformar “a linguagem natural” em “linguagem matemática”. A partir da compreensão do problema, o aluno utiliza de conceitos e operações matemáticas para resolvê-lo, é o momento de formulação de hipóteses, seleção de variáveis seguindo informações simplificadas da fase de inteiração. Na fase da resolução é construído o modelo matemático a fim de resolver o problema. Nas fases de interpretação de resultados e validação, o aluno avalia se o modelo criado responde ao problema.

Neste sentido, levando em consideração as assertivas a respeito do desenvolvimento de atividades de modelagem de Blum e Niss (1991), além de adaptação propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), Silva e Almeida (2015, p. 571) apresentamos uma configuração (figura 1) para a atividade de Modelagem Matemática.

Figura 1: Configuração para uma atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Silva e Almeida (2015, p. 571).

Entretanto o sucesso em atividades de Modelagem Matemática envolve a capacidade de mover-se entre o mundo real e o mundo da matemática, tendo ambos em mente. O modelador precisa considerar o problema do mundo real e decidir como matematizá-lo, decidindo quais aspectos do problema são relevantes para o mundo real e quais não o são (CROUCH; HAINES, 2004, p. 199 – tradução nossa).

Neste sentido, nossa proposta é mostrar possibilidades de utilizar a Modelagem Matemática na Licenciatura em Química de forma a articular conteúdos matemáticos e químicos, uma vez que, de acordo com Cardoso e Colinvaux (2000, p. 401) o estudo da química está associado ao fato de proporcionar aos homens o "desenvolvimento de uma visão crítica do seu cotidiano, podendo analisar, compreender e utilizar este conhecimento na sua vida diária, tendo condições de perceber e interferir em situações problemas".

Levando em consideração a importância de experiência em transpor a situação real ao problema investigado nos pautamos em Almeida, Silva e Vertuan (2012) no que se refere à inserção gradativa de atividades de modelagem na sala de aula. Deste modo, há a familiarização com atividades de Modelagem em diferentes momentos, que são abordados na próxima seção.

Momentos de Familiarização

Além do seu desenvolvimento em fases, as atividades de Modelagem Matemática podem aumentar gradativamente a responsabilidade do aluno na construção do seu conhecimento. Isso se deve ao fato de que, no desenvolvimento de atividades de Modelagem, os alunos são colocados em contato com situações que, de forma geral, não são comuns à sala de aula. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 26), nomeiam como momentos de familiarização:

> Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias.
>
> Um segundo momento, uma situação é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação [...]
>
> No terceiro momento, os alunos divididos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem [...]

Os procedimentos efetuados pelos alunos no seu desenvolvimento estão associados às estratégias e às ações utilizadas para transitarem da situação inicial para a situação final. Pelo fato de que há a presença mais intensa do professor no primeiro e no segundo momento, no entanto, no terceiro momento, o aluno já possui a confiança, a independência, a autoridade para delimitar uma situação-problema e a busca, por meio da matemática, de uma solução.

Por conseguinte, a cada momento de familiarização a autonomia e responsabilidade do aluno aumentam. Considerando o fazer Modelagem Matemática que se constitui gradativamente, nos apoiamos em Stender (2018) que identificou, no desenvolvimento de atividades de Modelagem, algumas etapas para a resolução da situação-problema, denominadas de Estratégias Heurísticas.

Estratégias Heurísticas na Modelagem Matemática

O conceito de heurística, formalizado por George Pólya - Um matemático húngaro que tem como sua maior contribuição, pesquisas relacionadas à heurística da Resolução de Problemas matemáticos. – Pólya (1945, p.129), afirma que olhar para as heurísticas nos viabiliza identificar "operações mentais típicas do processo de resolução de um problema". Para Almeida (2020), a ideia central é indicar os métodos e as regras relativas a resolução da situação-problema.

Neste contexto, segundo Costa e Silva (2013, p. 10), os desdobramentos identificados ao estudar o método de resolução, possibilita ao professor conhecer as estratégias utilizadas pelos alunos:

> [...] o que aparece nas falas e atitudes do aluno são a recorrência as notações adequadas, símbolos e equacionamentos quando necessário, também o recurso às figuras no sentido de uma visualização dos dados e da compreensão da incógnita quando se trata de obter uma grandeza, tentativa e erro para certificar seu raciocínio é outra denotação de possível estratégia e por fim, identificamos poucas recorrências à aritmética como possibilidade para solucionar.

O aluno resolve o problema utilizando a estratégia de associar um conteúdo para facilitar sua compreensão e estabelecer o plano de execução. Desta forma, segundo Stender (2018), os procedimentos adotados por Pólya estão em consonância com os encaminhamentos de uma atividade de Modelagem Matemática, na qual se identifica uma situação-problema fora do ambiente escolar, mas sua resolução possa se dar mediante o uso da Matemática.

As Estratégias Heurísticas reveladas em atividades de Modelagem Matemática por Stender (2018, p. 316-317) estão organizadas em grupos:

> • organize seu material / entenda o problema: mude a representação da situação se útil, tentativa e erro, use simulações com ou sem computadores, discretize situações,
>
> • use a memória de trabalho de forma eficaz: combine itens complexos em supersignos, que representam o conceito de "pedaços", use simetria, divida seu problema em subproblemas,
>
> • pense grande: não pense dentro de limites dispensáveis, generalize a situação,
>
> • utilize o que você sabe: faça uso de analogias de outros problemas, procure a origem de novos problemas em problemas familiares, combine casos particulares para resolver casos gerais, use algoritmos quando possível,
>
> • verifique aspectos funcionais: analise casos especiais ou extremos; a fim de otimizar, você precisa variar a quantidade de estímulo, discretizar a situação,
>
> • organize o trabalho: trabalhe por todos os lados, mantenha sua abordagem – mude sua abordagem – ambas no momento certo. (STENDER, 2018, p. 316-317 – tradução nossa).

Assim, inferimos que as estratégias heurísticas utilizadas pelos alunos podem ser identificadas por registros escritos, pela fala, pelos gestos e principalmente no desenvolvimento do modelo matemático, já que os encaminhamentos acontecem de maneira autônoma, cabendo ao professor o papel de orientador.

Atividades desenvolvidas

Atividade	Momento
Vai de Gasolina ou Etanol?	1º
Resfriamento do Café	2º
Fermento Caseiro X Fermento Industrializado	3º
Estudo da Antocianina	3º
Estudo do comprimento adicional relativo à altura desejada de uma rede suspensa	3º

Neste momento, para Almeida, Silva e Vertuan (2012), as informações e a coleta de dados são trazidas pelo professor, cabendo a investigação do problema, a dedução, a análise do modelo matemático ao aluno mediado e avalizado pelo professor.

Nesta primeira atividade pudemos revelar algumas Estratégias Heurísticas utilizadas pelos alunos enquanto desenvolviam a atividade (Quadro 1).

Quadro 1: Relações entre Modelagem Matemática e Estratégias Heurísticas – 1º Momento

Modelagem Matemática	Estratégia Heurística
Inteiração	“organize seu material/ entenda o problema”
Matematização	“verifique aspectos funcionais”
Dedução do Modelo Interpretação de Resultados Validação	“organize seu material/ entenda o problema”
	“use sua memória de trabalho de forma eficaz”
	“organize seu trabalho”

Fonte: Autoras.

Atividade 1	
Vai de Gasolina ou Etanol?	**Carga Horária: 2 aulas de 50 minutos** Resolução: 2h/a.
Problemática: Identificar qual combustível é mais vantajoso utilizar, considerando o valor por litro, tipo de percurso e a autonomia do carro investigado.	
Objetivos: Analisar as variáveis envolvidas; Elencar as hipóteses de resolução.	
Conteúdos: Composição química dos combustíveis: Gasolina e Etanol; Razão e Proporção;	
Disciplina da Licenciatura em Química desenvolvida: Pré Cálculo Cálculo Diferencial e Integral I	**Observação:** Atividade apresentada no XV EPREM – acesse em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/1126/785

Atividade 1 - **Vai de gasolina ou etanol?**

Com o interesse de analisar a conveniência da escolha entre os combustíveis: gasolina e etanol de automóveis do tipo flex, desconsiderando fatores como poluição do meio ambiente e conservação do motor, uma aluna do mestrado profissional coletou os seguintes dados do veículo Ford Ka+, com motor 1.0 de 3 cilindros: o consumo médio do carro é 8,8 km/l (cidade) e 10,2 km/l (estrada), quando utiliza apenas etanol. Ao abastecer com gasolina, as médias ficam em 13,1, para trechos urbanos, e 15 km/l, ao rodar na estrada. Na Tabela 1, apresentamos três variações de preços dos combustíveis praticados em três diferentes postos em agosto de 2018.

Posto	Gasolina (R$)	Etanol (R$)
A	4,29	2,89
B	4,39	2,85
C	4,79	2,99

Problema a ser estudado:

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do Modelo:

Atividade 1 - **Vai de gasolina ou etanol?**

Problema a ser estudado:
Qual combustível escolher no posto A?

Variáveis:
Variável dependente: Preço do Etanol em R$, (Pe)
Variável independente: Preço da Gasolina em R$, (Pg)

Utilizamos Km para a constante que corresponde à distância percorrida.

Hipóteses:
Melhor escolha é o que apresenta menor custo benefício.
Considerando o percurso na cidade e o desempenho dos combustíveis, terá um determinado intervalo de preço que não compensará utilizar o etanol.

Dedução do modelo matemático:

$$\frac{Km\ Pe}{8{,}8} = \frac{Km\ Pg}{13{,}1}$$

$$Pe = \frac{8{,}8\ Pg}{13{,}1}$$

$$Pe = 0{,}67Pg$$

Assim, pelo modelo, o preço do etanol que equivale ao preço da gasolina a R$ 4,29 é $Pe = 0{,}67 . 4{,}29 = 2{,}87$, isto é, R$ 2,87. Considerando o valor cobrado no posto A pelo etanol é maior que o sugerido pelo modelo, devemos escolher a gasolina no Posto A.

Atividade 1 - **Vai de gasolina ou etanol?**

Segundo o modelo matemático $\boldsymbol{Pe = 0,67Pg}$, concluímos que:

Posto A:

$$Pe = 0{,}67.4{,}29 = 2{,}87$$

Como o preço do Etanol neste posto é R$ 2,89, devemos escolher **Gasolina** no Posto A.

Posto B:

$$Pe = 0{,}67.4{,}39 = 2{,}94$$

Como o preço do Etanol neste posto é R$ 2,85, devemos escolher **Etanol** no Posto B.

Posto C:

$$Pe = 0{,}67.4{,}79 = 3{,}21$$

Como o preço do Etanol neste posto é R$ 2,99, devemos escolher **Etanol** no Posto C.

No segundo momento, o tema é sugerido pelo professor. Em grupos, os alunos realizam a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O aluno tem maior autonomia neste momento, no que se refere à definição de procedimentos extra matemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Nesta atividade, o tema do estudo da temperatura do café foi sugerido pela professora, mas a coleta de dados e os encaminhamentos escolhidos foram realizados pelos alunos que ao desenvolverem a atividade revelaram o uso de Estratégias Heurísticas (Quadro 2).

Quadro 2: Relações entre Modelagem Matemática e Estratégias Heurísticas – 2º momento

Modelagem Matemática	Estratégia Heurística
Inteiração	"organize seu material/entenda o problema" "use a memória de trabalho de forma eficaz"
Matematização	"verifique aspectos funcionais"
Dedução do Modelo Interpretação de Resultados	"use sua memória de trabalho de forma eficaz" "use o que sabe"
Validação	"organize seu material/ entenda o problema" "use o que sabe"

Fonte: Autoras.

Ficha Técnica

Atividade 2	
Resfriamento do Café	**Carga Horária: 4 aulas de 50 minutos** Coleta de dados: 2h/a e Resolução: 2h/a.
Problemática: Analisar a influência da constituição de um recipiente, quando colocada uma amostra de café com temperatura superior a do ambiente.	
Objetivos: Analisar as variáveis envolvidas; Elencar as hipóteses de resolução; Construir e analisar gráficos de função exponencial; Escrever, a partir de pontos, a função de algébrica que descreve o fenômeno.	
Conteúdos: Condução térmica; Variação de temperatura; Equilíbrio térmico; Função exponencial.	
Disciplina da Licenciatura em Química desenvolvida: Cálculo Diferencial e Integral I	**Observação:** Atividade analisada na dissertação – acesse em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119

Atividade 2 - **Resfriamento do Café**

A propagação do calor por condução nada mais é que o estado de agitação das moléculas dos corpos, em busca do equilíbrio térmico. Isso porque o calor tende a se propagar de molécula para molécula. No Quadro ao lado é apresentada a coleta de temperatura de uma amostra de café em uma xícara de porcelana em função do tempo (em minutos) em um ambiente com temperatura de 27º C.

Porcelana	
x: Minutos	y: Celsius ºC
2	53
4	51
6	49.2
8	47.5
10	46
12	44.8
14	43.2
16	42.2
18	41.2
20	40.2
22	39.5
24	38.9
26	38
28	37.3
30	35.8

Problema a ser estudado:

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do Modelo:

Atividade 2 – **Resfriamento do Café**

Problema a ser estudado:

Em quanto tempo a amostra de café no recipiente de porcelana atingirá o equilíbrio térmico?

Variáveis:

Variável dependente: temperatura em º C, (y)
Variável independente: tempo em minutos, (x)

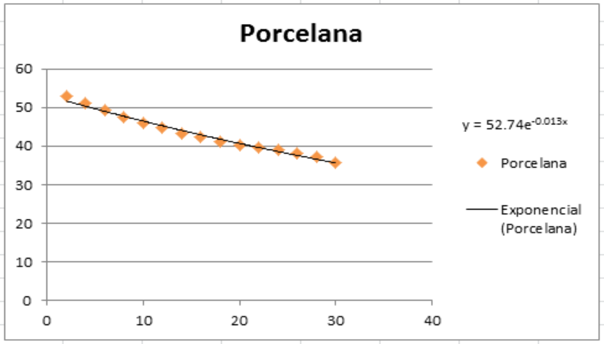
Hipóteses:

O resfriamento tem um comportamento semelhante a de uma função exponencial.
O decaimento cessa ao atingir o equilíbrio térmico.
Na porcelana o processo de condução de calor é lento.

Dedução do modelo matemático:

A partir da linha de tendência fornecida pelo *software Excel*, extraímos o modelo $y = 52{,}74e^{-0{,}013x}$.

Porcelana	
x: Minutos	y: Graus ºC
2	53
4	51
6	49.2
8	47.5
10	46
12	44.8
14	43.2
16	42.2
18	41.2
20	40.2
22	39.5
24	38.9
26	38
28	37.3
30	35.8



Atividade 2 – **Resfriamento do Café**

Segundo o modelo matemático $\boldsymbol{y = 52,74e^{-0,013x}}$. concluímos que:

Considerando o valor de $y = 27ºC$, temperatura ambiente:

$$y = (52{,}74)e^{(-0{,}013)x}$$

$$27 = (52{,}74)e^{(-0{,}013)x}$$

$$\frac{27}{52{,}74} = e^{(-0{,}013)x}$$

$$0{,}512 = e^{(-0{,}013)x}$$

$$\ln(0{,}512) = (-0{,}013)x\ln(e)$$

$$[-0{,}66954 = (-0{,}013)x\,](-1)$$

$$\frac{0{,}66954}{0{,}013} = x$$

$$x = 51{,}50\,minutos$$

Obtemos que em, aproximadamente, 51,50 minutos teremos o equilíbrio térmico quando utilizamos um recipiente de porcelana.

A identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar são ações de responsabilidade dos alunos no terceiro momento, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012).

As atividades aqui apresentadas foram desenvolvidas por três grupos diferentes de alunos, como uma Atividade Prática como Componente Curricular (APCC), visando o estreitamento entre a teoria aprendida e os conteúdos a serem ensinados na Educação Básica. No quadro 3 identificamos Estratégias Heurísticas utilizadas no planejamento, execução e comunicação das atividades.

Quadro 3: Relações entre Modelagem Matemática e Estratégias Heurísticas – 3º momento

Modelagem Matemática	Estratégia Heurística
Inteiração Matematização	“organize seu material/ entenda o problema”
	“use sua memória de trabalho de forma eficaz”
	“verifique aspectos funcionais”
Dedução do Modelo Interpretação de Resultados Validação	“organize seu material/ entenda o problema”
	“use sua memória de trabalho de forma eficaz”
	“pense grande”
	“use o que sabe”
	“verifique aspectos funcionais”
	“organize seu trabalho”

Fonte: Autoras

Ficha Técnica

Atividade 3	
Fermento Caseiro X Fermento Industrializado	**Carga Horária: 6 aulas de 50 minutos** Planejamento: 1h/a; Coleta de dados: 2h/a; Resolução: 2h/a e Apresentação: 1h/a.
Problemática: Esboçar um gráfico da fermentação dos bolos que comprove a eficiência do fermento caseiro	
Objetivos: Analisar as variáveis envolvidas; Elencar as hipóteses de resolução; Construir e analisar gráficos de função constante e quadrática; Escrever, a partir de pontos, a função algébrica que descreve o fenômeno.	
Conteúdos: Fermentação química; Reações químicas; Definição de função definida por partes; Função polinomial constante e quadrática.	
Disciplina da Licenciatura em Química desenvolvida: Cálculo Diferencial e Integral I - APCC	**Observação:** Atividade apresentada no XI CNMEM – acesse em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/846/974 e na dissertação.

Atividade 3 – **Fermento Caseiro X Fermento Industrializado**

Nas maioria das receitas de bolo, utilizamos fermento industrializado para impulsionar o seu crescimento. É importante ressaltar que o fermento ao ser aquecido, o bicarbonato de sódio sofre decomposição, conforme a equação química a seguir: **$2\ NaHCO_3 \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O + CO_2$**. A massa cresce porque levado ao forno produz o dióxido de carbono, que expande, aumentando o volume da massa.

Para preparar esse fermento natural e saudável testamos a seguinte mistura caseira:

- 4 colheres de chá de Cremor de Tártaro
- 2 colheres de chá parte de Bicarbonato de Sódio

Durante a produção de 2 bolos, um utilizando fermento caseiro e outro industrializado foram coletados os seguintes dados:

Fermento Caseiro	
Tempo	**Altura**
0	3
4	4
8	6
12	6
16	6
20	6
24	6

F. Industrilizado	
Tempo	**Altura**
0	3
4	3.5
8	3.8
12	4.9
16	4.9
20	4.9
24	4.9

Problema a ser estudado:

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do Modelo:

Atividade 3 – **Fermento Caseiro X Fermento industrializado**

Problema a ser estudado:
Esboçar um gráfico da fermentação dos bolos que comprove a eficiência do fermento caseiro.

Variáveis:
Variável dependente: altura do bolo com fermento caseiro em centímetros, cm - (f_1)
Variável dependente: altura do bolo com fermento indusrializados em centímetros, cm - (f_2)
Variável independente: tempo em minutos, m - (x)

Hipóteses:
A receita do bolo, em contato com o calor, desencadeia a fermentação química.
A mistura caseira de cremor e bicarbonato pode substituir o fermento industrializado sem alterar sabor, textura e proporcionar um crescimento igual ou maior.
Em determinado momento o fermento será consumido e o bolo para de crescer.

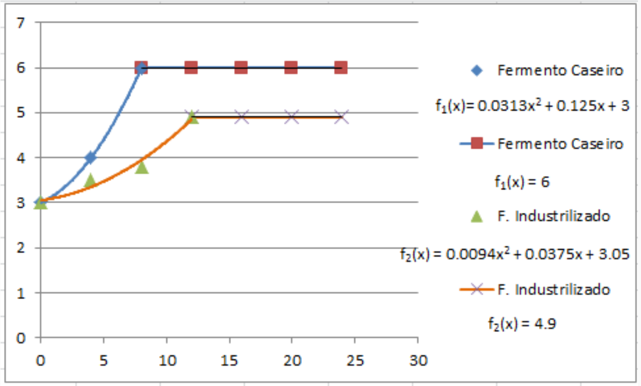
Dedução do modelo matemático:

Para o fermento caseiro - azul

$$f_1(x) = \begin{cases} 0{,}0313x^2 + 0{,}125\,x + 3, \; para\; 0 < x < 7{,}9 \\ 6, \; para\; x \geq 7{,}9. \end{cases}$$

Para o fermento industrializado - laranja

$$f_2(x) = \begin{cases} 0{,}0094x^2 + 0{,}0375x + 3,\,05\; para\; 0 < x < 12 \\ 4{,}9 \; para\; x \geq 12. \end{cases}$$



Assim, pela análise do modelo, o fermento caseiro apresenta um crescimento maior que o bolo com fermento industrializado sem alteração de sabor e textura do bolo.

Ficha Técnica

Atividade 4	
Estudo da Antocianina	**Carga Horária: 6 aulas de 50 minutos** Planejamento: 1h/a; Coleta de dados: 2h/a; Resolução: 2h/a e Apresentação: 1h/a.
Problemática: Utilizando a Antocianina extraída do repolho roxo, identificar colorações diferentes para ácido e bases e determinar o volume necessário de uma mistura ácida para que o pH de uma mistura básica neutralize.	
Objetivos: Analisar as variáveis envolvidas; Elencar as hipóteses de resolução; Construir e analisar gráficos de função quadrática; Estudar a coloração atribuída a misturas pela antocianina de acordo com pH da mistura.	
Conteúdos: Potencial hidrogeniônico; Neutralização; Ponto de Máximo; Função polinomial de segundo grau.	
Disciplina da Licenciatura em Química desenvolvida: Cálculo Diferencial e Integral I - APCC	**Observação:** Atividade apresentada na dissertação – acesse em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119

Atividade 4 – **Estudo da Antocianina**

Os indicadores ácido-base são substâncias naturais ou sintéticas que têm a propriedade de mudarem de cor em função do pH, potencial hidrogeniônico, do sistema, apresentando uma coloração em meio ácido e outro em meio básico. Sendo assim, o pH, refere-se à concentração de íons [H^+] (ou H_3O^+) em uma solução. Portanto, quanto maior a concentração de íons, mais ácida será a solução, e vice-versa, já que, quanto menor sua quantidade, menos ácida será, até a formação da hidroxila, [OH]$^-$, característica do meio básico.

Em dois recipientes foram colocados vinagre e soda cáustica, então adicionado a esses compostos a antocianina, que foi retirada da fervura do repolho roxo em água, logo, obtivemos uma mistura ácida e uma mistura básica, respectivamente. Para neutralização da mistura básica foi adicionado 0,5 mL da mistura de vinagre e aferindo o pH conforme dados coletados.

Neutralização	
x: volume em ml	y: pH
0	12
0.5	12
1	11
1.5	11
2	10
2.5	9
3	8

Problema a ser estudado:

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do Modelo:

Atividade 4 – **Estudo da Antocianina**

Problema a ser estudado:

Qual é o volume de ácido necessário para a neutralização da base?

Variáveis:

Variável dependente: pH da mistura, (y)

Variável independente: volume do ácido em ml, (x)

Hipóteses:

Ao misturar a Antocianina, a coloração de ácido, base e neutra são diferentes.

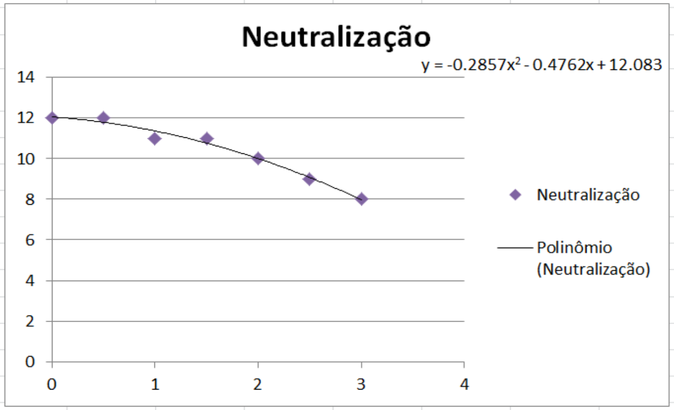
Ao misturar ácido e base se obtem uma mistura neutra.

A utilização da antocianina não agride o meio ambiente.

Dedução do modelo matemático:

Considerando o modelo obtido pela linha de tendência do software Excel: $y = -0{,}2857x^2 - 0{,}4762x + 12{,}083$.

Neutralização	
$y = -0.2857x^2 - 0.4762x + 12.083$	
x: volume em ml	**y: pH**
0	12
0.5	12
1	11
1.5	11
2	10
2.5	9
3	8



Atividade 4 – **Estudo da Antocianina**

Segundo o modelo matemático $\boldsymbol{y = -0,2857x^2 - 0,4762x + 12,083}$, concluímos que:

$$pH = -0{,}2857v^2 - 0{,}4762v + 12{,}083$$

$$7 = -0{,}2857v^2 - 0{,}4762v + 12{,}083$$

$$0 = -0{,}2857v^2 - 0{,}4762v + 5{,}083$$

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$v = \frac{0{,}4762 \pm \sqrt{(0{,}4762)^2 - 4.(-0{,}2857).(5{,}083)}}{2.(-0{,}2857)}$$

$$v = \frac{0{,}4762 \pm \sqrt{6{,}03561884}}{-0{,}5714}$$

$$v = \frac{0{,}4762 \pm 2{,}4567496494}{-0{,}5714}$$

$$v_1 = \frac{2{,}9329496494}{-0{,}5714} = -5{,}133\ (rejeitado)$$

$$v_2 = \frac{-1{,}9805496494}{-0{,}5714} = 3{,}466$$

Obtemos que com, aproximadamente, 3,46 ml de ácido adicionado à base teremos a neutralização da mistura.

Ficha Técnica

Atividade 5	
A quantidade de corda	**Carga Horária: 6 aulas de 50 minutos** Planejamento: 1h/a; Coleta de dados: 2h/a; Resolução: 2h/a e Apresentação: 1h/a.
Problemática: Calcular a quantidade de corda necessária para deixar uma rede na altura desejada.	
Objetivo: Analisar as variáveis envolvidas; Elencar as hipóteses de resolução; Construir e analisar gráficos de função quadrática; Analisar as variáveis envolvidas; Relacionar medidas necessárias para o cálculo da altura da rede.	
Conteúdo: Distância entre dois pontos; Razões e Proporções; Função polinomial de segundo grau; Teorema de Pitágoras.	
Disciplina da Licenciatura em Química desenvolvida: Cálculo Diferencial e Integral I - APCC	**Observação:** Essa atividade foi desenvolvida em aula, mas não foi analisada na dissertação. Caso utilize essa atividade compartilhe conosco a experiência em: thaismkoga@outook.com

Atividade 5 – **A quantidade de corda**

Quando fomos instalar uma rede, nos deparamos com o seguinte problema: O comprimento da rede era menor do que a distância entre os ganchos. Quanto de corda será necessário, sabendo que:

- Comprimento da rede(r): 34dm
- Distância entre os ganchos(g): 40,6dm
- Altura necessária do chão ao assento (c_a): 6dm
- Altura dos ganchos ($g=Y_A$):16,4dm

Fonte: Relatório dos alunos.

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do Modelo:

Atividade 5 – **A quantidade de corda**

Problema a ser estudado:

Qual é a quantidade de corda necessária para que se possa instalar a rede e balançar?

Variáveis:

Variável dependente: altura do centro da rede ao chão, (c_a)

Variável independente: comprimento da corda, (c_c)

Utilizamos C para representar o comprimento total, corda (c_c), mais rede (r) e g para a distância dos ganchos.

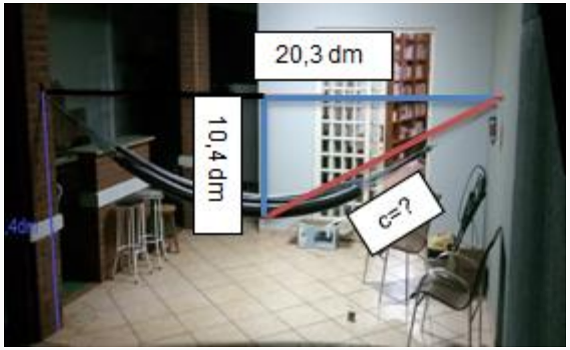
Hipóteses:

A função só é válida para o intervalo [0; 16,4[, considerando que a partir de 16,4 dm não é possível sentar na rede e que próximo a zero, o corpo tangenciará o solo.

Foram desconsiderados os coeficientes elásticos e de dilatação da corda e da rede com o intuito de facilitar os cálculos.

Dedução do modelo matemático:

A partir do teorema de Pitágoras temos:



Atividade 5 – **A quantidade de corda**

Considerando a rede paraboloide:

$$\frac{g^2}{2} + {C_a}^2 = \frac{C^2}{2}$$

$$(20{,}3)^2 + (10{,}4)^2 = \frac{C^2}{2}$$

$$412{,}09 + 108{,}16 = \frac{C^2}{2}$$

$$520{,}25 = \frac{C^2}{2}$$

$$\frac{C^2}{2} = \sqrt{520{,}25} = 22{,}8\ dm$$

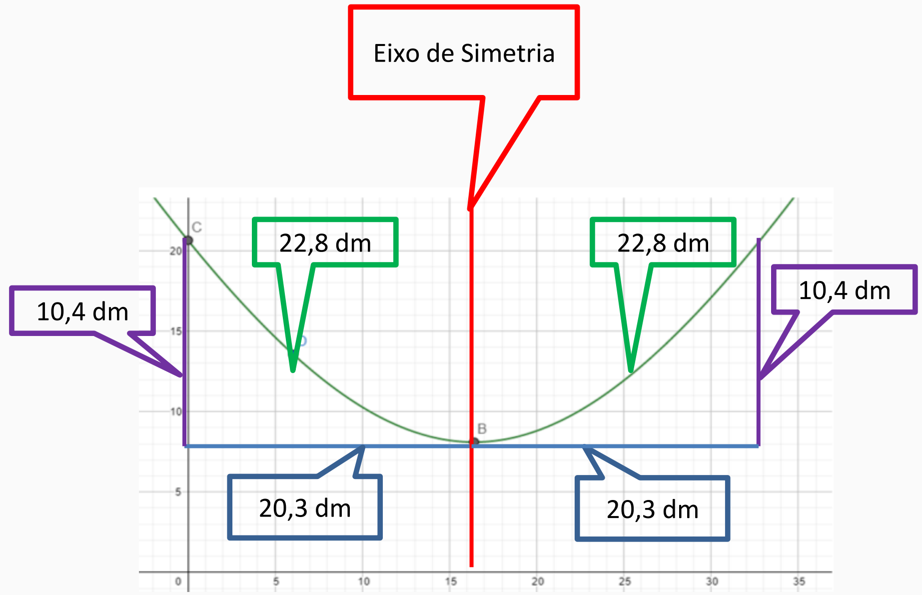
$Assim,$

$C = 45{,}6\ dm$

$C = C_c + r$

$45{,}6 = C_c + 34$

$C_c = 11{,}6\ dm$



Como nossa rede tem 34 dm, necessitamos de 11,6 dm de corda utilizável, sem considerar a amarra para que a rede fique na altura desejada.

Algumas considerações

Inferimos então, que ao longo de uma atividade de Modelagem Matemática, nos processos de idas e vindas vinculados às suas fases, a utilização de Estratégias Heurísticas, possibilita ao professor uma interpretação carregada de conceitos matemáticos e não-matemáticos e não apenas de uma representação vaga do objeto matemático, permitindo com essa interpretação verificar uma aproximação entre aquilo que o professor explica e o que o aluno compreende.

Assim, nós educadores, seguimos buscando despertar o interesse dos alunos, contribuir e complementar o processo de ensino e aprendizagem com novas metodologias que tornem o aluno o sujeito de seu aprendizado e ultrapasse os portões da escola.

Neste sentido, percebemos que ao desenvolver essas atividades de Modelagem Matemática na turma de Licenciatura em Química os alunos resgataram conhecimentos, investigaram, planejaram e resolveram de forma autônoma e cooperativa, solucionando situações-problema reais por meio da matemática.

A construção e o desenvolvimento destas atividades proporcionou momentos importantes de investigação e aprendizado. Assim desejamos, por meio deste material, aproximar a Modelagem Matemática da Licenciatura em Química e inspirar novas proposições.

Agrademos e aproveitamos para convidar a todos que nos leem para conhecer toda a pesquisa realizada e apresentada em nossa dissertação intitulada: O fazer Modelagem Matemática em um curso de licenciatura em química: análise de estratégias e ações, acessando http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119. Este repositório se configura como um espaço de armazenamento, preservação e disseminação de resultados de pesquisas dos alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGMAT.

Se tiver alguma consideração ou sugestão relacionada a essas atividades, entre em contato conosco:

Thais Maya Koga
thaismkoga@outlook.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
karinasilva@utfpr.edu.br

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. E VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. A Estratégias heurísticas como meios de ação em atividades de Modelagem Matemática. **Com a Palavra o Professor**, v. 5, n. 11, p. 220-236, 2020.

BLUM, W.; NISS, M. **Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction.** *Educational Studies in Mathematics*, n.22, p. 37-68, 1991.

BLUM, P.; GALBRAITH, PL, HENN, H.; NISS, M. (Eds.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**: O 14º Estudo ICMI. Nova York: Springer 2007.

CARDOSO, S. P.; COLINVAUX, D. **Explorando a Motivação para Estudar Química.** Química Nova. Ijuí, UNIJUÍ, v.23, n.3. p. 401-404, 2000.

COSTA, A. A; SILVA, M. A. Uma releitura do livro **"A arte de resolver problemas"** de George Polya (1978). **ENEM**, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba-PR, 2013.

CROUCH, R.; HAINES, C. **Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model.** I**nternational Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 35, n. 2, p. 197-206, 2004.

GRREFRATH, G. **Using technologies: New possibilities of teaching and learning modeling – overview**. In: KAISER, G; BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R.; SITLLMAN, G. (Eds). **Trends in leaching and learming of. Mathematical modeling.** ICTMA 14, dordreoht: Springer, p. 301-304, 2011.

PÓLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. **Caminhos do Significado em Atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os interpretantes.** Bolema, Rio Claro (SP). V. 29, n.52, p. 568-592, 2015.

STENDER, P. **The use of heuristic strategies in modelling activities.** ZDM: *The International Journal on Mathematics Education, v.* 50, n.1-2, p. 315–326, abril 2018.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. **Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática.** RPEM, Campo Mourão, Pr, v.5, n.8, p.83-105, jan.-jun. 2016.