

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

RAPHAEL PERES CORREIA DOS SANTOS

PRIMEIRA EXPERIÊNCIA NA SALA DE AULA EM / COM MODELAGEM
MATEMÁTICA DE PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL

DISSERTAÇÃO

LONDRINA

2020

RAPHAEL PERES CORREIA DOS SANTOS

PRIMEIRA EXPERIÊNCIA NA SALA DE AULA EM / COM MODELAGEM
MATEMÁTICA DE PROFESSORES EM FORMAÇÃO INICIAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à
obtenção do título Mestre em Ensino de
Matemática do Programa de Pós-graduação em
Ensino de Matemática, da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan

LONDRINA

2020

TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação está licenciada sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suíte 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UTFPR - Câmpus Londrina

S237p Santos, Raphael Peres Correia dos
Primeira experiência na sala de aula em / com modelagem matemática de professores em formação inicial / Raphael Peres Correia dos Santos. - Londrina, 2020.
112 f. : il.; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Londrina, 2020.
Bibliografia: 73-75.

1. Modelos matemáticos. 2. Professores - Formação. 3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Prática de ensino. I. Vertuan, Rodolfo Eduardo, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. IV. Título.

CDD: 510.7



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio / Londrina



Diretoria de Pesquisa e Pós-graduação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

TERMO DE APROVAÇÃO

Primeira experiência na sala de aula em / com Modelagem Matemática de professores em formação inicial

por

Raphael Peres Correia dos Santos

Esta Dissertação foi apresentada em **18 de fevereiro de 2020** como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho **Aprovado**.

Prof.º Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan
Orientador – UTFPR – Toledo

Prof.ª Dra. Karina Alessandra Pessôa da Silva
Membro Titular – UTFPR – Londrina

Prof.ª Dra. Andréia Büttner Ciani
Membro Titular – UNIOSTE – Cascavel

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino De Matemática.

Dedico esse trabalho à minha
família e a todos que torceram
para eu conseguir terminar
o mestrado

Agradeço...

Aos meus pais, madrinha e padrinho (em memória) por sempre apoiarem meus estudos e me mostrarem a importância da Educação.

Ao meu orientador Rodolfo Eduardo Vertuan por acreditar no potencial da minha pesquisa e não me deixar desistir um segundo.

À Professora Dra. Andréia e à professora Dra. Karina por aceitarem o desafio de avaliar esse trabalho em curto prazo e darem sempre boas sugestões para melhorarmos a pesquisa.

Aos meus amigos do Mestrado pelo apoio nas aulas e pela união desde o primeiro dia, que sem dúvida colaborou para que essa pesquisa chegasse ao fim.

À minha família e amigos que a vida me trouxe que de alguma maneira me ajudaram na construção dessa pesquisa.

Ao PIBID da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo, em especial aos 22 alunos que participaram de todo o projeto e fizeram essa pesquisa acontecer.

A República do Ballet que chegou num momento conturbado e me deu forças para não desistir dos meus sonhos e lembrar que se eu quero, eu consigo.

E a todos que de alguma forma passaram pela minha vida nos últimos anos e que por algum motivo não tenha nominado agora.

À todos, obrigado!

“Educar não é repetir palavras,
é criar ideias, é encantar”

Augusto Cury

SANTOS, Raphael Peres Correia. Primeira experiência na sala de aula em/com modelagem matemática de professores em formação inicial. 2020. 112p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2020.

Resumo

Neste trabalho apresentamos uma pesquisa cujo objetivo consiste em compreender o que manifestam estudantes da Licenciatura em Matemática quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez em uma turma regular de Educação Básica na condição de PIBIDianos, ou seja, o que emerge da fala dos participantes na preparação de uma aula e após a realização da mesma, usando a metodologia de Modelagem Matemática. Participaram da pesquisa 22 alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo, que faziam parte do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, PIBID. Para a coleta dos dados foi desenvolvido o projeto Modela-Too. Nele, os estudantes tiveram uma oficina de Modelagem Matemática, passaram por duas entrevistas, uma no início e outra ao final do projeto e vivenciaram orientações para realizarem sua primeira experiência com Modelagem Matemática como professor em uma turma regular da Educação Básica. Com o projeto finalizado, passamos a analisar as manifestações dos alunos nos momentos do planejamento das atividades de Modelagem, bem como após o momento em que realizaram as práticas, atentando para as impressões, expectativas, observações e reflexões dos estudantes acerca da primeira experiência, assistida, com Modelagem, na condição de professores. As análises sugerem que anteriormente ao desenvolvimento da atividade em sala de aula, os PIBIDianos estavam preocupados, nervosos e ansiosos, devido à insegurança que tinham com o conteúdo que foi trabalhado e pelas dúvidas que tinha em relação aos conceitos de Modelagem Matemática. Após a realização da aula, os alunos estavam contentes com a prática, se surpreenderam com a participação dos alunos, reconheceram a importância da Modelagem Matemática para as práticas no ensino de Matemática e, inclusive pela boa experiência que tiveram, os futuros professores pretendem utilizar mais vezes a metodologia. O que se desenha como nossa principal defesa, considerando os principais resultados da pesquisa, é que os estudantes precisam ter a possibilidade de vivenciar, em seus cursos de graduação, experiências em Modelagem Matemática em turmas regulares da Educação Básica, na condição de professores, assistidos por professores especialistas que possam orientar e encorajar iniciativas, bem como provocar e mediar reflexões sobre as experiências.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Ação Formativa; PIBID.

SANTOS, Raphael Peres Correia. Primera experiencia en aula en/con Modelaje Matemático de maestros en formación inicial. 2020. 112p. Disertación (Maestría Profesional en Enseñanza de Matemáticas) - Universidad Tecnológica Federal de Paraná. Londrina, 2020.

Resumen

En este trabajo presentamos una investigación cuyo objetivo es comprender lo que los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas manifiestan cuando realizan actividades de Modelaje Matemático por primera vez en una clase regular de Educación Básica en la condición de PIBIDianos, es decir, lo que emerge del discurso de los participantes en la preparación de una clase y luego, utilizando la metodología de modelado matemático. Participaron en la investigación 22 estudiantes del Grado en Matemáticas de la Universidad Tecnológica Federal de Paraná, campus Toledo, que formaron parte del subproyecto del Programa Institucional de Becas a la Iniciación de Enseñanza, PIBID. Para la recolección de datos, se desarrolló el proyecto Modela-Too. En él, los estudiantes tuvieron un aula de modelaje matemático, realizaron dos entrevistas, una al principio y otra al final del proyecto, y experimentaron pautas para llevar a cabo su primera experiencia con el modelaje matemático como docentes en una clase regular de educación básica. Con el proyecto finalizado, comenzamos a analizar las manifestaciones de los estudiantes al planificar las actividades de modelaje, así como después de que se llevaron a cabo las prácticas, prestando atención a las impresiones, expectativas, observaciones y reflexiones de los estudiantes sobre la primera experiencia, asistido, con modelado, como profesores. Los análisis sugieren que antes del desarrollo de la actividad en el aula, los PIBIDianos estaban preocupados, nerviosos y ansiosos, debido a la inseguridad que tenían con el contenido que se trabajó y las dudas que tenían en relación con los conceptos de modelado matemático. Después de la clase, los PIBIDianos estaban contentos con la práctica, se sorprendieron con la participación de los estudiantes, reconocieron la importancia del modelaje matemático para las prácticas en la enseñanza de las matemáticas e incluso por la buena experiencia que tuvieron, los futuros maestros tienen la intención de usar más a menudo la metodología. lo que está diseñado como nuestra defensa principal, teniendo en cuenta los principales resultados de la investigación, es que los PIBIDianos necesitan poder experimentar, en sus cursos de pregrado, experiencias en Modelaje Matemático en clases regulares de Educación Básica, como maestros, asistidos por docentes especializados que pueden guiar y alentar iniciativas, así como provocar y mediar reflexiones sobre experiencias.

Palavras-chave: Educación Matemáticas; Modelaje Matemático; Acción Formativa; PIBID.

SANTOS, Raphael Peres Correia. A first experience inside class with Mathematical Modeling by teachers in initial training. 2020. 112p. Dissertation (Professional Master in Mathematics Teaching) – Federal Technological University of Paraná. Londrina, 2020.

Abstract

This dissertation thesis we introduce a research that seeks to understand what express students of Mathematics graduation when realize activities of Mathematical Modeling for the first time with a regular class of Basic Education, been PIBID Projects's colleger, in other words, all that comes from participants' speech during a preparation of a class and after been held, usind methodology of Matematical Modeling. 22 undergraduate students Mathematics of Federal Technological University of Paraná, Toledo Campus, that were part of a Mathematic subproject belonging to Institutional Program of Teaching Starts Scholarship ("PIBID"). For data colect were developed the Modela-Too Project. In this Project the PIBID Projects's colleger had a workshop of Mathematical Modeling, went through two iterview, one in the beginning and another at the end of Project, and experienced guidelines to realize their own first experience with Matematical Modeling as teachers inside a regulas class oh Basic Education. At the end of the projecy, we analyze opinion of students on planning of modeling activities, as well after the moment that were performed methods, paying attention to impressions, expectantions, observations and reflactions of students about their first assisted experience, with Modeling, as teachers. The analyses suggest tha before this activities developement in class, PIBID Projects's colleger were concerned, nervours and anxious, due to the insecurity they had about the contente worked and doubts the concept of Matematical Modeling. After the class, the PIBID Projects's colleger were cheerful about the methodology, surprised with students paticipation, recognized tha importance of Matematical Modeling for teaching techniques of mathematic and also for the good experience they had, this futures teachers intend to use the methodology often. What is described as our main defense, considering the main results of the reserch, is thet students need to have possibility to live, during graduation course, Matematical Modeling experiences with regulas classes of Basic Education, as teacheres, as well as tease and mediate reflections about this experiences.

Palavras-chave: Mathematical Education; Mathematical Modeling; Formative Action; PIBID.

Sumário

INTRODUÇÃO	11
MODELAGEM MATEMÁTICA E FORMAÇÃO INICIAL	16
2.1 Modelagem Matemática.....	16
2.2 Formação docente em / com Modelagem Matemática.....	20
2.3 Programa Institucional De Bolsa De Iniciação à Docência	28
ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO.....	31
3.1 Modela Too.....	31
3.1.1 Oficina de Modelagem Matemática	34
3.2 Participantes do Modela-Too	38
3.3 Coleta de dados	40
3.4 Metodologia de análise	42
ANÁLISES ESPECÍFICAS.....	44
4.1 Grupo 1.....	44
4.2 Grupo 2.....	52
4.3 Grupo 3.....	59
REFLEXÕES SOBRE AS MANIFESTAÇÕES DE ESTUDANTES EM FORMAÇÃO INICIAL DURANTE SUA PRIMEIRA EXPERIÊNCIA EM / COM MODELAGEM EM SALA DE AULA.....	64
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	69
REFERÊNCIAS	73
APÊNDICE A	76
APÊNDICE B.....	79
APÊNDICE C	81

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos, a Modelagem Matemática vem ganhando mais espaço no meio educacional, sendo desenvolvidos diversos trabalhos com essa metodologia, tanto nas salas de aula como em pesquisas. É possível perceber essa crescente, ao reparar no desenvolvimento de eventos específicos, como a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática que, no ano de 2019, realizou sua décima primeira edição.

Dentre as discussões acerca de Modelagem Matemática, temos nos interessado pelas discussões relativas à formação inicial de professores, pois acreditamos na importância desta metodologia nas práticas de sala de aula e no quanto podem favorecer o ensino e a aprendizagem, principalmente no contexto da Educação Básica. Também acreditamos na importância das práticas com Modelagem, como alunos e, principalmente, como professores, no momento da formação inicial dos sujeitos, de modo a possibilitar a construção de entendimentos que encorajem os futuros professores ao empreendimento de práticas de Modelagem em suas carreiras.

Assim como nós, Malheiros (2016, p.1153) considera fundamental “que futuros professores de Matemática tenham vivências acerca da Modelagem em sala de aula, para que possam compreender suas possibilidades enquanto abordagem pedagógica, além de discutir sobre ela, levando em conta sua futura prática docente”.

Diante do interesse em nos aprofundar neste assunto é que surge a problemática da pesquisa: *o que manifestam estudantes da Licenciatura em Matemática quando realizam atividades de Modelagem Matemática, pela primeira vez, em uma turma regular de Educação Básica, na condição de PIBIDianos¹?*

Além das discussões do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Educação Matemática (GEPEEM), grupo do qual fazemos parte, a problemática surgiu com uma reflexão empreendida ainda no período da minha² graduação. Durante a graduação participei do subprojeto de Matemática do PIBID da Universidade Tecnológica Federal do Paraná do

¹ Termo comumente utilizado, inclusive pelos próprios sujeitos participantes da pesquisa, para se referir aos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

² Por vezes, neste texto, utilizaremos a primeira pessoa do singular, para nos referirmos às experiências pessoais do pesquisador. Nos demais momentos do texto, utilizaremos a primeira pessoa do plural, por entendermos que, quando falamos, expressamos uma ideia que não se deu de modo isolado, mas construído pelos diferentes sujeitos que compõe nossa história e nos permitem dizer da “nossa perspectiva”, do “nosso lugar” no mundo.

campus de Cornélio Procópio, espaço em que tive a possibilidade de realizar diversas práticas docentes com diferentes metodologias e que permitiu uma compreensão mais acurada das disciplinas pedagógicas do curso. Além disso, essas práticas também faziam com que os PIBIDianos terminassem o curso de licenciatura com uma experiência em sala de aula, maior do que a de outros alunos que não tiveram a oportunidade de participar do programa. Ao menos era minha impressão.

Ainda refletindo sobre minhas experiências, percebi que muitos colegas tinham dificuldade em compreender a Modelagem Matemática, mesmo durante a disciplina específica do curso que tratava da metodologia. Talvez porque, comumente, apenas desenvolvíamos a atividade com nossos colegas e discutíamos textos sobre o tema. Hoje, percebo que não era uma atividade na qual aprendíamos por meio da Modelagem e sim, aprendíamos a fazer Modelagem Matemática, ou seja, não existia um conteúdo matemático específico a ser utilizado e aprendido nas atividades desenvolvidas, tínhamos sim um problema e achávamos uma solução para ele utilizando a Modelagem Matemática, parando pra pensar até aprendíamos algo, mas não a ensinar usando a metodologia. Todavia, não analisávamos a atividade como um docente em formação que vislumbrava utilizar a metodologia em sua prática futura, porque nossa preocupação, no momento da disciplina de Modelagem Matemática, era a de encontrar respostas para o problema investigado.

Por fim, ainda parei para pensar na minha primeira experiência usando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino numa turma regular, ou seja, usando a Modelagem para ensinar algo novo e, de imediato, lembrei-me de uma atividade sobre a Dengue, que realizei durante o PIBID em Cornélio Procópio. Todavia, hoje entendo que ela não se enquadrava na metodologia, sendo assim, minha primeira experiência veio no mestrado, numa prática da disciplina de Modelagem Matemática, cujo objetivo era ensinar o estudo de Integrais utilizando o software Geogebra. Foi uma atividade curta, mas que me trouxe muito aprendizado. De início me deixou um pouco preocupado, pois como não era o professor titular da turma, não sabia como seria a turma em si, quais os conhecimentos destes alunos e as suas dificuldades.

Depois, com a aula sendo desenvolvida, fui percebendo a importância dessa experiência para diminuir meus medos, preocupações e dúvidas em relação à utilização da metodologia. Percebi que era possível realizar uma atividade e, sem grandes preocupações, sendo esse, hoje, um dos nossos objetivos com a prática dessa pesquisa, tornar a primeira experiência de futuros professores uma atividade que não crie bloqueios, traumas, percebendo que uma aula com a Modelagem Matemática pode trazer muitos benefícios aos alunos.

Neste contexto, colocamo-nos a refletir sobre o que seria a primeira experiência, o que seria a experimentação. De acordo com o dicionário de Português *online* Michaelis³, experiência significa um “ensaio prático para descobrir ou determinar um fenômeno, um fato ou uma teoria” ou um “conhecimento das coisas pela prática ou observação”.

Bondía (2002) atenta que ter muita informação sobre algo, não significa ter tido uma experiência sobre algo, para ele, na verdade, a informação muitas vezes nos afasta da experiência, é quase uma “antiexperiência”. O autor apresenta, ainda, a definição de experiência em diferentes línguas, de modo a descrever a experiência como algo que “nos acontece”.

Começarei com a palavra experiência. Poderíamos dizer, de início, que a experiência é, em espanhol, “o que nos passa”. Em português se diria que a experiência é “o que nos acontece”; em francês a experiência seria “*ce que nous arrive*”; em italiano, “*quello che nos succede*” ou “*quello che nos accade*”; em inglês, “*that what is happening to us*”; em alemão, “*was mir passiert*” (BONDÍA, 2002, p. 21)

Tomando a definição de experiência do dicionário e a ideia de Bondía (2002), consideramos experiência a busca de conhecimentos por meio de uma vivência, por meio da prática. Desse modo, a primeira experiência, no contexto dessa pesquisa, extrapola o conhecer sobre Modelagem no campo teórico, ou mesmo na condição de alunos que resolvem problemas, mas sim, no contexto de um docente em formação que utiliza a Modelagem para discutir e ensinar Matemática.

Para investigar a problemática desta pesquisa, passamos a conhecer mais sobre a Modelagem Matemática e sobre a formação inicial com Modelagem Matemática, temas que apresentamos, de forma sucinta, no capítulo sobre nossos estudos teóricos. Acreditamos que esse estudo nos ajudou a entender ainda mais a metodologia de Modelagem Matemática, além de compreender o que já vem sendo feito em relação à inserção dela na formação inicial de professores.

Apresentamos, também, um breve texto sobre o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Optamos por considerar como participantes da pesquisa, alunos do PIBID, por tomarmos como aspecto positivo o fato de a primeira experiência com Modelagem acontecer em uma turma na qual os futuros professores, estudantes da Licenciatura, já estivessem familiarizados e já acompanhassem por algum tempo. Desse

³ Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/> acesso em: 10 jan. 2020.

modo, não existiria o problema da falta de afinidade, que ocorre quando futuros professores chegam em turmas desconhecidas para desenvolver atividades.

No caso dessa pesquisa, especificamente, ainda optamos pelo subprojeto do PIBID de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, em Toledo, devido ao orientador desta pesquisa ter sido coordenador de área do respectivo subprojeto e de termos a informação de que, apesar de essa experiência ser a primeira atividade de Modelagem Matemática dos alunos deste subprojeto com as turmas, eles já costumavam realizar diversas práticas nas escolas. Além da história do orientador e do pesquisador com o programa, ainda podemos relacionar alguns objetivos do PIBID com os nossos, como

a elevação da qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação superior e educação básica; Inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem; Contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura (CAPES, 2018, p. 1)

O objetivo da pesquisa consiste em compreender o que emerge das falas dos estudantes da licenciatura no momento da preparação da aula em que utilizarão a Modelagem como metodologia de ensino, bem como o que emerge de suas falas quando relatam as primeiras experiências com Modelagem Matemática ao implementar atividades em turmas regulares nas escolas em que atuam, de modo a investigar as possíveis contribuições dessas práticas para a sua formação docente.

Para isso, desenvolvemos o projeto Modela-Too⁴, uma parceria entre os pesquisadores e o subprojeto PIBID da UTFPR de Toledo. Nele foram realizadas entrevistas, orientações e observações durante o desenvolvimento das atividades que foram aplicadas em turmas regulares, já acompanhadas pelos alunos, utilizando a Modelagem. Para a análise utilizamos os áudios, previamente autorizados, das entrevistas e orientações realizadas com esses futuros docentes.

Com vistas a entender melhor as manifestações dos PIBIDianos em relação ao fenômeno da primeira experiência em / com Modelagem, criamos duas questões auxiliares, a primeira se refere ao período antes da aula (primeira experiência) e a segunda após o desenvolvimento das aulas. São elas: “que expectativas os PIBIDianos demonstram antes da

⁴ O nome Modela-Too é uma mescla entre o nome da metodologia Modelagem Matemática e a abreviação utilizada pelos moradores da cidade de Toledo para se referir à cidade (TOO).

primeira experiência?” e “que reflexões apresentam os PIBIDianos após o desenvolvimento da aula?”. Essas questões nos ajudaram a entender melhor as manifestações dos futuros docentes antes e após a realização das práticas.

Nas próximas seções, apresentamos nossa revisão literária sobre Modelagem Matemática e formação inicial em / com Modelagem Matemática – capítulo 2 –; logo após trazemos nossos encaminhamentos metodológicos, apresentamos o projeto Modela-Too, como foi realizada a coleta dos dados e a nossa metodologia de análise, capítulo 3; com tudo definido, nos capítulos 4 e 5 podemos encontrar as análises que desenvolvemos, sendo no quatro as análises individuais, por grupos, e no cinco uma visão mais global do que foi manifestado pelos futuros docentes. Por fim, o capítulo 6 traz algumas considerações, sendo seguida das nossas referências.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM MATEMÁTICA E FORMAÇÃO INICIAL

Com vistas a investigar o que manifestam estudantes da Licenciatura em Matemática, quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez, em uma turma regular de Educação Básica, na condição de PIBIDianos, iniciamos nossos estudos sobre o que se mostrava relevante para a investigação.

No presente capítulo consideramos estudos sobre a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, sobre a formação docente em / com Modelagem Matemática e, por fim, apresentamos um pouco do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, PIBID, segundo os preceitos do programa à época da produção e coleta dos dados.

2.1 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática teve seus primeiros trabalhos na perspectiva da Educação Matemática realizados na década de 1980 e, desde então, vem se desenvolvendo como uma das principais metodologias de ensino. Bassanezi (2002, p. 16) a considera como uma metodologia que transforma “[...] situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem do mundo real”. Essa conceituação é parecida com a de Biembengut (2004, p. 1), para quem, a Modelagem Matemática é “a arte de se expressar matematicamente uma situação real”.

Barbosa (2004, p. 75) compreende que a Modelagem Matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Do mesmo modo, Rosa e Orey (2012, p. 264) descrevem que a Modelagem é

[...] um ambiente de aprendizagem, que tem como objetivo facilitar a investigação de uma situação-problema através da elaboração de atividades pedagógicas contextualizadas, que auxiliem os alunos na conversão e na utilização dos conhecimentos matemáticos tácito e explícito para a resolução de situações-problema que são propostas nesse ambiente (ROSA; OREY, 2012, p.264).

Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 15), por sua vez, discutem que

Segundo o dicionário Houaiss (2009), o termo “modelagem” significa dar forma a algo por meio de um modelo. Seguindo esse entendimento podemos dizer que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, nesse caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por essa solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15).

Silva (2007, p. 217) descreve que “a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica pode ser definida mediante o uso explícito ou implícito de três termos básicos: situação real, problematização e investigação”. A autora utiliza, para justificar essa ideia, concepções sobre Modelagem manifestadas por diferentes pesquisadores da área, como Alexandrina Monteiro, Geraldo Pompeu Jr., Lourdes Maria Werle de Almeida, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut, Otávio Roberto Jacobini, entre outros, e em todos é possível ver os três termos (situação real, problematização e investigação), diretamente ou escrito com palavras similares.

Almeida e Ferruzi (2009) descrevem que a Modelagem Matemática

implica em um conjunto de ações como a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120-121).

Do mesmo modo, Vertuan, Silva e Borssoi (2017) citam que

De modo geral, para desenvolver uma atividade de modelagem estão presentes ações como buscar informações sobre a situação inicial, identificar e selecionar variáveis, elaborar hipóteses, realizar simplificação, obter um modelo matemático, resolver o problema por meio de procedimentos adequados e analisar a solução. (VERTUAN; SILVA; BORSSOI, 2017, p. 4).

Klüber (2017) ainda identifica que a Modelagem Matemática

pode ser vista como *essencialmente investigativa e temática que acontece com matemática* e não apenas por meio dela. Isso significa que situações diversas se caracterizam como temas específicos, os quais são geradores de uma investigação sob diferentes perspectivas, e conta com o auxílio da matemática para o avanço no processo investigativo” (KLÜBER, 2017, p. 2).

Barbosa (2001) apresenta três casos em que as atividades de Modelagem Matemática podem se configurar no que diz respeito à participação de professores e alunos. No primeiro caso o professor leva à turma uma situação-problema e apresenta as informações necessárias

para a investigação dessa situação, cabendo aos alunos o processo de investigação, com a orientação do docente.

No segundo caso, o professor apresenta a situação-problema e os alunos ficam encarregados de buscar as informações necessárias para sua solução, bem como são responsáveis pelo processo de investigação como um todo.

No último caso, todo o processo passa a ser de responsabilidade dos alunos, desde a escolha do tema, até a obtenção de uma resposta para a questão suscitada por este tema. O professor é o orientador de todo o desenvolvimento da atividade e os alunos já são mais autônomos no processo de investigação.

Do primeiro ao terceiro caso, a participação do professor e dos alunos no desenvolvimento das atividades vai se modificando, de modo que os alunos passam a ser mais responsáveis pelo processo, sinalizando para um dos objetivos da Modelagem, desenvolver no aluno uma atitude mais autônoma em relação aos estudos.

Enquanto Barbosa (2001) nos mostra o papel do professor e dos alunos em diferentes momentos do desenvolvimento da Modelagem, Almeida, Silva e Vertuan (2013) nos apresentam quatro fases, não necessariamente lineares na prática, para que esse desenvolvimento se dê: inteiração; matematização; resolução; interpretação de resultados e validação.

Na inteiração, primeira fase de acordo com os autores, é quando o sujeito que investiga se inteira do tema a ser desenvolvido, é o primeiro contato com a situação-problema. Nesse momento se formula o problema, define-se as metas para sua resolução e busca-se os dados necessários para a investigação. Apesar de ser a primeira fase, ela pode ser “reutilizada” caso necessário.

Na segunda fase, matematização, todos os dados obtidos na primeira fase são “traduzidos” para uma linguagem matemática correspondente, ou seja, são apresentados em gráficos, tabelas, listas de informações, entre outras. Nessa fase também se formulam as hipóteses e selecionam as variáveis.

Com as duas primeiras fases encaminhadas, iniciasse a resolução. Como o próprio nome já diz, nessa fase resolvemos matematicamente o problema em análise por meio da construção de um modelo matemática que, representativo da situação investigada ou do fenômeno em análise, pode possibilitar reflexões, inferências ou mesmo a resolução do

problema elencado inicialmente. Tal modelo pode ser um gráfico, uma função, uma equação, algo que ajude a pensar sobre o problema e desenhar uma resposta para ele.

Por fim, a quarta fase é a interpretação de resultados e validação, na qual o estudante que realizou a atividade de Modelagem, pode analisar o resultado encontrado na etapa anterior e validar a atividade de Modelagem como um todo. Caso a validação não seja verificada, é preciso revisitar os diferentes momentos do processo de resolução e identificar o que pode ser feito diferente e que conduza a resultados mais refinados.

Vertuan e Almeida (2016, p. 1072) reforçam que “a ordem em que tais fases aparecem bem como o tempo dedicado a cada uma e os obstáculos presentes em cada uma delas dependem da dinâmica da atividade e do contexto em que a atividade é realizada”.



Outro ponto que destacamos é que “as atividades de Modelagem Matemática não possuem sempre os mesmos encaminhamentos de resolução, tendo em vista a sua proposição e o nível de envolvimento do professor e dos estudantes” (SETTI; ROCHA; VERTUAN, 2016, p. 566).

Blum e Ferri (2009) também descrevem como seria o desenvolvimento da Modelagem Matemática. Para eles,

Primeiro, a situação-problema deve ser entendida pelo solucionador de problemas, ou seja, um modelo de situação deve ser construído. Então, a situação deve ser simplificada, estruturada e tornada mais precisa, levando a um modelo real da situação. Em particular, o solucionador de problemas precisa definir aqui o que "vale a pena" [...]. A matematização transforma o modelo real em um modelo matemático que consiste aqui de certas equações. Trabalhar matematicamente (calcular, resolver equações, etc.) produz resultados matemáticos, que são interpretados no mundo real como resultados reais, [...]. Uma validação desses resultados pode mostrar que é necessário voltar passos uma segunda vez. (BLUM; FERRI, 2009, p. 46-47, tradução nossa).

Temos ciência da existência de outros entendimentos sobre Modelagem Matemática e sobre os modos de desenvolvê-la em contextos escolares. Todavia, dada a escolha da discussão teórica sobre Modelagem no espaço dessa dissertação é que tomamos, neste momento, tanto os casos de Barbosa (2001) quanto as fases de uma atividade de Modelagem Matemática, de Almeida, Silva e Vertuan (2013), para, usando de uma licença teórica, mesclar as duas abordagens em um quadro (Quadro 1). Nele, apresentamos nosso entendimento das responsabilidades de professor e alunos no desenvolvimento das diferentes fases das atividades de Modelagem Matemática em cada um dos três casos. Consideramos essas duas abordagens teóricas para a construção do quadro, devido à perspectiva de

Modelagem adotada neste trabalho se alinha às mesmas, e por entendermos não haver contradição na junção dos aspectos destacados pelos autores.

Casos de Barbosa (2001) 	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Fases de Almeida, Silva e Vertuan 			
Inteiração	Professor, com auxílio dos alunos	Professor, com auxílio dos alunos	Alunos, com orientação do professor
Matematização	Professor, com auxílio dos alunos	Alunos, com orientação do professor	Alunos, com orientação do professor
Resolução	Alunos, com orientação do professor	Alunos, com orientação do professor	Alunos, com orientação do professor
Interpretação e validação	Alunos, com orientação do professor	Alunos, com orientação do professor	Alunos, com orientação do professor

Quadro 1: Responsáveis pelas fases em cada um dos casos.

Fonte: autores

Apesar de, a partir da literatura da área, ser possível observar os apontamentos “do que cabe ao docente” realizar no contexto de aulas com Modelagem Matemática, consideramos que o “aventurar-se” com a utilização de atividades de Modelagem em sala de aula, principalmente na Educação Básica, demanda iniciativas que precisam ser estimuladas e assistidas desde a formação inicial de professores. Isso denota nosso entendimento de que aprender a “fazer” Modelagem Matemática na condição de alunos é muito diferente de aprender a “ensinar usando” a Modelagem Matemática na condição de professores, sendo a última nosso principal foco nesse trabalho.

Tomando esse entendimento como hipótese, bem como considerando nosso interesse de investigar a primeira experiência em / com Modelagem Matemática na condição de professores que a utilizam como prática pedagógica, é que empreendemos essa investigação, que alia Modelagem e Formação Docente em / com Modelagem, próximo tópico deste capítulo.

2.2 Formação docente em / com Modelagem Matemática

Para falar sobre a formação docente em / com Modelagem Matemática, precisamos, antes, apresentar nosso entendimento da expressão “em / com”. A formação docente **com** Modelagem Matemática denota o uso da Modelagem para formar professores, ou seja, temos

aqui o futuro professor aprendendo por meio da metodologia. Já a formação docente **em** Modelagem Matemática indica a formação dos professores em Modelagem, isto é, para o uso da Modelagem em suas práticas, ou seja, futuros docentes aprendendo sobre a metodologia para uso em suas futuras práticas de sala de aula.

Exemplificando a diferença anterior, a formação docente **com** Modelagem Matemática pode ser entendida quando um professor da graduação aborda algum conteúdo por meio da metodologia, um exemplo poderia ser uma professora de Cálculo ensinar integrais para seus alunos por meio uma atividade de Modelagem Matemática.

Quando citamos a formação docente **em** Modelagem Matemática, nos referimos a, por exemplo, momentos da formação em que o foco reside no aprender a utilizar a metodologia na condição de docente, atentando para os aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem por meio da Modelagem.

Bassanezi (2002, p. 43) descreve, em relação ao desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, que “o início é apenas o tema de estudo escolhido quando ainda não se tem ideia do conteúdo matemático que será utilizado”. Embora isso deponha mais a favor do que contra a Modelagem como prática de sala de aula, uma vez que entendemos que a aprendizagem (e consequentemente, o ensino) de Matemática deve se pautar na investigação e na resolução de problemas, e não na mera reprodução de procedimentos e algoritmos, esse aspecto da atividade pode soar como uma sensação da falta de direção do que pode acontecer em sala de aula. Em certa medida, de fato, o é. E isso não é ruim. Todavia, essa sensação pode ser um obstáculo no que diz respeito à implementação de atividades de Modelagem no contexto escolar. Tal fato foi percebido na pesquisa realizada por Setti, Rocha e Vertuan (2016) que descrevem

O primeiro desafio surgiu logo no início da atividade quando, ao propor o problema, os estudantes ficaram perdidos, sem saber o que fazer, que caminho seguir. [...] Talvez isso se deva ao modo como as aulas de Matemática são historicamente realizadas, com atividades em que tudo é conhecido (SETTI; ROCHA; VERTUAN, 2016, p. 572).

Setti, Rocha e Vertuan (2016) complementam que

O principal aspecto que emergiu da prática docente da professora-pesquisadora ao refletir a realização da atividade de Modelagem foi a insegurança em trabalhar com uma perspectiva diferente do que já estava acostumada, procurando meios de motivar os estudantes à investigação sem desconfigurar a atividade de Modelagem (SETTI; ROCHA; VERTUAN, 2016, p. 577).

Rosa e Kato (2014) também atentam para esse aspecto da imprevisibilidade no trajeto e dinâmica de uma atividade de Modelagem Matemática, mas apontam para as aprendizagens que os próprios docentes podem adquirir neste contexto. Segundo as autoras

Podemos dizer que o professor ao desenvolver atividades de Modelagem com seus alunos está se arriscando, pois o mesmo não possui domínio dos “caminhos” que as discussões geradas pelas atividades vão tomar, logo, as chances de “aprender” enquanto “ensina” são muito maiores do que quando se ministra uma “aula pronta”. Almeida (2006) afirma que os professores precisam ter a oportunidade de “aprender” sobre Modelagem, “aprender” por meio da Modelagem e “ensinar” usando Modelagem (ROSA; KATO, 2014, p. 591-592).

Essas inseguranças, que podem surgir no contexto da Modelagem Matemática, podem ocorrer durante o uso de qualquer outra metodologia. Por vezes, são justificadas pela não formação ou pela formação não consistente em relação à metodologia. Neste contexto, Oliveira e Barbosa (2013) fazem esse levantamento das situações que podem fazer com que professores deixem de fazer o uso da Modelagem Matemática

Apesar dos diferentes modos de uso dessas situações, professores têm apresentado resistências, apontado as seguintes justificativas: insegurança em relação à utilização do conteúdo matemático para resolver os problemas (ALMEIDA; DIAS 2004); falta de clareza sobre a organização e a condução das atividades em sala de aula; os programas pré-estabelecidos (BARBOSA, 2004); a organização da escola e suas rotinas estabelecidas e a relação com os demais pares (BARBOSA, 2002). Além disso, estudos empíricos mostram evidências de que professores têm manifestado inseguranças, dilemas, incertezas e tensões nos discursos para organizar e conduzir a modelagem nas práticas pedagógicas (OLIVEIRA; BARBOSA, 2011; OLIVEIRA, 2010; BLOMHØJ; KJELDSEN, 2006; BARBOSA, 2002) (OLIVEIRA; BARBOSA, 2013, p. 21).

Malheiros (2016) também apresenta alguns dos entraves para a concretização de práticas de Modelagem nas aulas. Segundo a autora

Os argumentos apresentados pelos professores são inúmeros, entre eles os programas curriculares, a falta de material didático sobre Modelagem, a resistência dos pais e gestores das escolas, a burocracia educacional, as avaliações em larga escala (mais recentemente) (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012). Ademais, a falta de preparo docente e a insegurança e a resistência dos alunos, que estão acostumados com uma educação bancária (FREIRE, 2005), também são evidenciados como entraves no trabalho com a Modelagem (MALHEIROS, 2016, p. 1156).

Setti, Rocha e Vertuan (2016) atentam que

O grande desafio para a prática do professor é não deixar que uma atividade de Modelagem Matemática se configure como uma aula expositiva “disfarçada”, de modo que os objetivos elencados na literatura da área para o ambiente da Modelagem Matemática não sejam concretizados (SETTI; ROCHA; VERTUAN, 2016, p. 578).

Por mais difícil que seja a superação de entraves e desafios na implementação da Modelagem em sala de aula, entendemos que é importante o professor (e toda a comunidade escolar) encabeçar iniciativas que desencadeiem mudanças significativas em sala de aula, fazendo desse espaço um espaço de diálogo, democrático, de investigação e experimentação, enfim, de exercício pleno de cidadania e rico em possibilidades de aprendizagem. Todavia, Setti (2017) comenta que essa mudança de paradigma pode gerar situações de tensão em sala de aula, principalmente nas primeiras experiências. Oliveira e Barbosa (2011) identificam as situações de tensão que Setti (2017) compara no quadro 2.

Situações de Tensão	Tensões nos discursos	Percepção dos autores (Oliveira e Barbosa)
O envolvimento dos alunos na discussão do tema.	Interação com os alunos.	O que pode ser perguntado aos alunos e como pode ser perguntado.
	Sequenciamento e ritmo na prática pedagógica.	Qual sequência utilizar, o seu ritmo e como implementá-las.
O planejamento do ambiente de Modelagem.	Escolha do tema.	Qual tema escolher e como escolher um tema que envolva os alunos.
	Interação com os alunos.	Quais perguntas fazer e fazê-las.
A organização dos alunos para realizar as atividades.	Participação dos alunos.	Como propor atividades que envolvam os alunos para que participem ativamente.
A apresentação das respostas dos alunos.	Abordagem das respostas dos alunos.	Como intervir e discutir as respostas dos alunos.

Quadro 2: Relação entre situações de tensão e tensões nos discursos

Fonte: SETTI, 2017, p. 40.

Essas tensões fazem com que “o fazer modelagem ainda incomode, de certo modo, professores, estudantes e pesquisadores, pois exige desses atores uma mudança de atitude no cenário da sala de aula” (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p.625). Porém “quando utilizam de Modelagem Matemática os professores se sentem motivados e mais seguros para manifestarem reflexões sobre sua prática, apontando caminhos para possíveis mudanças” (ROSA; KATO, 2011, p. 219).

Barbosa (2004) discute a ideia da inclusão de Modelagem Matemática no currículo, descrevendo algumas razões para isso, como “a motivação, a facilitação da aprendizagem, a preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, o desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e a compreensão do papel sociocultural da matemática” (BARBOSA, 2004, p. 2)

Biembengut e Hein (1999), Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Almeida e Dias (2003) e Silva (2007) são alguns dos pesquisadores que defendem que a Modelagem Matemática não só deve ser uma disciplina específica na formação inicial do professor que ensinará Matemática, como também deve estar presente em outras disciplinas da graduação, além de práticas em momentos como o Estágio, Projetos, entre outros.

Um fator que pode colaborar com a ideia da implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, pode ser a liberdade maior de estudo que a metodologia propicia e a possibilidade de os alunos agirem com alguma autonomia. Pereira e Burak (2008) justificam que “a liberdade de ação dos estudantes se constitui num fator essencial para criatividade e, também, pode ser potencializada nas atividades de Modelagem Matemática” (PEREIRA; BURAK, 2008, p. 34).

Malheiros (2012) reforça a ideia de que cada vez mais a metodologia de Modelagem Matemática deve ser incorporada aos cursos de Licenciatura em Matemática

Pesquisas sobre a formação do professor de Matemática, seja ela inicial ou continuada, têm sido desenvolvidas, relacionando-a com a Modelagem (BARBOSA, 2001; ALMEIDA, 2004; SILVA, 2007; OLIVEIRA 2010). Nas investigações acerca da formação inicial, os alunos reforçam a ideia de que é preciso que a Modelagem seja incorporada, na prática, aos cursos de Licenciatura em Matemática. (MALHEIROS, 2012, p. 868).

Essa incorporação nos cursos também já foi abordada por Biembengut e Faria (2009)

diversos cursos de formação de professores de matemática têm procurado inserir a grade curricular, disciplinas sobre linhas de pesquisas de Educação Matemática, em particular, sobre modelagem matemática. Por exemplo, segundo dados governamentais, há 413 cursos de formação professores de matemática no Brasil; e destes, identificados (até março/2009) que cerca de 30% têm na grade curricular a disciplina de modelagem (BIEMBENGUT; FARIA, 2009, p. 10097).

Comumente, o primeiro, e às vezes único, contato desse futuro docente com a Modelagem Matemática é, justamente, nessa disciplina durante a graduação, como cita Leite (2008, p. 122) “a modelagem matemática é apresentada aos alunos como uma estratégia de ensino e aprendizagem e, para quase a totalidade deles, esse é o primeiro contato com esta metodologia”.

Leite (2008) ainda atenta para as dificuldades que os futuros docentes encontram devido ao contato, por vezes tardio, com a metodologia. Alguns alunos da graduação, de sua pesquisa, apontam como maior dificuldade o trabalho em grupo, apesar de ser um ponto muitas vezes visto como positivo. O tempo curto e a dificuldade de encontrar conteúdos matemáticos para os temas propostos também apareceram como dificuldade.

Essa dificuldade de trabalhar em grupo é justificada devido aos alunos não terem iniciativa na aprendizagem, o que a Modelagem Matemática requer muito. Biembengut e Faria (2009) comentam isso em duas importantes categorias que foram suscitadas a partir de pesquisa realizada com professores e futuros professores de Matemática

Nessa proposta experimental [...] algumas ocorrências foram indicadoras de dificuldades para os participantes (professores e futuros professores); ocorrências que podem ser agrupadas em duas categorias: *formação dos participantes e necessidade de formação* (BIEMBENGUT; FARIA, 2009, p. 10102).

Em relação à primeira categoria, formação dos participantes, as autoras indicam que geralmente os participantes, ou seja, os professores em formação, não estão preparados para agir ativamente numa atividade. Historicamente, a educação brasileira formou alunos que recebem conteúdo e não que o buscam, sendo assim, a falta de preparação dos participantes, pode ser uma limitação da Modelagem Matemática em sala de aula e a formação docente com a metodologia deve propiciar ao docente, meios para suprir essa limitação.

Já na segunda categoria, necessidade de formação, as autoras defendem que “aprender depende do interesse e da necessidade que a pessoa tem, e mais, requer da pessoa: empenho, disciplina e perseverança” (BIEMBENGUT; FARIA, 2009, p. 10103). Sendo assim, uma limitação considerada foi a falta de interesse de alguns alunos em aprender. A Modelagem Matemática pode colaborar para que surja o interesse dos alunos nos estudos, segundo as autoras.

Apesar das dificuldades apontadas pelos alunos, em pesquisa de Leite (2008), os próprios estudantes apresentaram aspectos positivos da Modelagem Matemática. Para Leite (2008, p. 127) “fica evidente que, na visão dos alunos, a modelagem matemática é uma disciplina importante para a formação do professor e apresenta-se como uma boa alternativa para o ensino de matemática, principalmente por contextualizar os conteúdos matemáticos”.

Assis (2013) apresenta que uma das justificativas para a inclusão dessa metodologia na formação docente é a possibilidade de tornar o aluno mais participativo, podendo trabalhar com a curiosidade dos alunos, fomentando sua criatividade. Santos e Bisognin (2007, p. 100) completam

Os professores de matemática necessitam, também, refletir sobre ausência de situações de interesse, curiosidade, criatividade, motivação e buscar possibilidades de criar, em sala de aula, um ambiente que venha propiciar momentos de construção de conhecimento, de descoberta, de troca de ideias, de produção de significados e de crítica, visando, para isso, tratar de questões e assuntos do dia-a-dia, partindo, também, da realidade do aluno. (SANTOS; BISEGNIN, 2007, p. 100).

Nesse contexto, Silva Filho (2014, p. 7) afirma que

O educador fazendo uso da Modelagem Matemática pode promover situações de ensino-aprendizagem que propiciem ao educando desenvolver a habilidade de discutir a respeito de implicação da Matemática em assuntos relacionados à ciência, tecnologia e sociedade, levando-o uma postura de autonomia profissional crítica. A

Modelagem Matemática possibilita que o educando perceba que conhecer Matemática não significa apenas dominar técnicas ou suas aplicações, como também dominar a dimensão o conhecimento humano. (SILVA FILHO, 2014, p. 7).

Setti, Rocha e Vertuan (2016) atentam que “o saber docente vai muito além do conhecimento matemático que o professor ensina. O professor precisa saber o que ensinar, como ensinar, quando ensinar e de que forma ensinar. Assim, vários saberes estão envolvidos e influenciam a prática docente” (SETTI; ROCHA; VERTUAN, 2016, p. 563).

Nesse sentido, Santos e Vertuan (2017) comentam que, por vezes, parecemos ignorar o fato de que o trabalho com a Modelagem Matemática na formação inicial, no curso de Licenciatura, é realizado com “futuros professores” e que, por isso, precisa considerar aspectos da prática na condição de um professor que utilizará a Modelagem como metodologia, e não apenas considerar a Modelagem como um meio de resolver problemas, na condição de alunos. Trata-se da diferença do fazer Modelagem e do ensinar por meio da Modelagem Matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 24) complementam que “é fundamental que seja estruturada uma formação docente em Modelagem Matemática a partir da tríade ‘aprender sobre’, ‘aprender por meio’ e ‘ensinar usando’”. Dias (2005, p. 46) também traz os três pontos: “aprender sobre a Modelagem Matemática; aprender por meio da Modelagem Matemática; ensinar usando Modelagem Matemática”.

Cararo e Klüber (2017) destacam que

ao pensar a formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática, parece incipiente mostrar ao professor apenas o como proceder, ou o que é uma atividade de Modelagem. É necessário um olhar na via de mão dupla do ensinar e do aprender. Para ensinar o professor precisa aprender, mas não apenas no sentido de saber como fazer, no sentido mais amplo, o de compreender o que está ensinando, como ensina e para que ensina. (CARARO; KLÜBER, 2017, p. 6).

Silva (2007), preocupada com o conteúdo da disciplina de Modelagem Matemática, descreve algumas ações, denominadas por ela como “ações de vivência” e “ações didático-pedagógicas”, de teoria e prática que a disciplina deveria abordar. Nesse caso, ela estaria abordando a tríade já mencionada por Almeida, Silva e Vertuan (2013). Silva (2007) descreve que

ao defender ações de vivência de Modelagem e ações didático-pedagógicas de Modelagem para a formação inicial de professores, o intuito é ampliar o debate sobre a qualidade dessas ações e sobre a necessidade de que elas estejam voltadas ao desenvolvimento profissional” (SILVA, 2007, p. 229)

Em relação às ações de vivência, que seriam as práticas, Silva (2007, p. 225-226) as resume em quatro pontos: “exploração de modelos matemáticos”, nesse caso seria a recriação de modelos já existentes; “estudo de textos com diferentes olhares sobre os componentes do processo de modelagem”; “ações de modelador”, deve-se dar ao licenciando a oportunidade de ser modelador, ou seja, desenvolver uma modelagem como aluno, isso também ajuda a desenvolver a criatividade dos futuros professores; “análise das ações de vivências no contexto da formação inicial de professores”, nesse caso, os futuros docentes ficam à par e analisam a modelagem que ocorre em diferentes momentos e disciplinas do curso, esta autora ainda defende que essas ações devem “ser explicitadas e focalizadas para a relevância da Modelagem na formação e prática profissional” (SILVA, 2007, p. 226).

Quando se trata das ações didático-pedagógicas, Silva (2007, p. 227-228) elenca oito pontos:

- “leitura, discussão, análise e reflexão sobre textos com a temática da Modelagem”;
- “discussões, análise e reflexões sobre a necessidade, as aplicações e as potencialidades de mudanças curriculares via uso de estratégias inovadoras de ensino (a modelagem)”;
- “explicitação da abordagem pedagógica adotada para a Modelagem”;
- “exploração, análise e reflexão sobre atividades/projetos de Modelagem (produzidos em ações de vivência ou extraídos da literatura)”;
- “elaboração de situações didáticas de Modelagem para a Educação Básica, socialização, reelaboração mediante as discussões e reflexões”;
- “intervenção em grupos/turmas de alunos da Educação Básica para desenvolvimento de situações didáticas de Modelagem elaboradas”;
- “seminários de socialização das produções e ações de Modelagem voltadas à Educação Básica”;
- e “registros reflexivos sobre as atividades e seminários”.

As quatro últimas são referentes à Educação Básica. O foco nessa etapa da Educação, segundo o autor, é devido aos licenciados em Matemática serem formados principalmente para atuar com alunos neste nível de ensino.

Silva (2007) conclui que

as ações sugeridas podem contribuir para um papel mais ativo do licenciado na organização e execução de projetos e ações de Modelagem, constituindo um professor de matemática mais reflexivo, crítico, colaborador e investigador da prática docente” (SILVA, 2007, p. 229).

O programa PIBID é um dos espaços existentes na graduação que possibilitam ao futuro professor realizar projetos e ações de modelagem, além do mesmo colaborar para tornar o mesmo mais reflexivo, crítico, colaborador e investigador da prática docente. Sendo assim, estudamos mais sobre esse programa e trazemos um pouco sobre ele no tópico a seguir.

2.3 Programa Institucional De Bolsa De Iniciação à Docência

Em 11 de julho de 2007 a lei 11.502 foi sancionada⁵. Essa lei definia como também responsável pela formação de futuros professores a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES. Dentre as ações constava a Política Nacional de Formação de Professores, cujo objetivo é melhorar a qualidade dos cursos de formação de professores do país.

Neste contexto é que surge o PIBID, Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, criado já em 2007. A CAPES indica que o projeto tem os seguintes objetivos: “Incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica; Contribuir para a valorização do magistério; Elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre educação superior e educação básica; Inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem; Incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como conformadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério; e Contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura”.

O programa paga um bolsa auxílio que beneficia não só os licenciandos, que muitas vezes a utilizam para permanência na graduação, como também colabora com o professor supervisor, do colégio de Educação Básica parceiro, professor este que disponibiliza sua sala

⁵ Modifica as competências e a estrutura organizacional da fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, de que trata a Lei nº 8.405, de 9 de janeiro de 1992; e altera as Leis nºs 8.405, de 9 de janeiro de 1992, e 11.273, de 6 de fevereiro de 2006, que autoriza a concessão de bolsas de estudo e de pesquisa a participantes de programas de formação inicial e continuada de professores para a educação básica.

de aula para o desenvolvimento do projeto, e os coordenadores, tanto os de área como os institucionais, professores da universidade responsáveis pelas orientações dos alunos e pela gestão dos projetos em suas instituições.

O PIBID colabora para que os alunos tenham a vivência da escola, ou seja, tenham a possibilidade de experienciar práticas e refleti-las a partir de um arcabouço teórico discutido nas disciplinas da graduação, ou no âmbito do próprio programa.

No que tange às experiências com Modelagem Matemática no contexto do PIBID, alguns trabalhos apresentados por estudantes em eventos científicos, apontam suas reflexões iniciais com essa metodologia. Abadi *et al.* (2019), por exemplo, relatam a primeira experiência deles desenvolvendo uma atividade de Modelagem Matemática. Após o convite dos orientadores para realizar essa atividade, elas estudaram e conheceram melhor a metodologia e logo no início surgiu a primeira dificuldade, superada no diálogo em grupo:

Inicialmente, sentimos dificuldades em executar os comandos necessários e também compreender, com maior clareza, o que a atividade exigia, uma vez que, ao tentarmos coletar as informações de nossa pesquisa de campo em sites específicos (clima tempo, Incaper1, Agência Nacional de Águas), não identificamos elementos relevantes relacionados à investigação [...] Resolvemos, então, para suprir esse obstáculo, discutir conjuntamente sobre os possíveis motivos dos alagamentos, tais como, infraestrutura, geografia do município, questões homem-natureza, entre outros. Este momento de interação dialógica foi importante na organização das ideias, pois nos levou a perceber os caminhos a percorrer (ABADI *et al.*, 2019, p. 6).

Silva (2010), por sua vez, identificou a partir das práticas que, tanto os futuros professores quanto os alunos se sentiram mais motivados depois da atividade e eles puderam refletir sobre possibilidades de trabalhar também com as tecnologias. O autor ainda aponta uma melhora dos PIBIDianos nas disciplinas do curso.

Em relação às inseguranças já apresentadas no início desse capítulo, Scapaticci (2016) comenta que, além de sentir resistência dos alunos no início da atividade, resistência que foi mudando durante o desenvolvimento da mesma, um

Outro aspecto importante foi que, através dessa atividade de Modelagem Matemática, pude superar a insegurança de trabalhar com uma abordagem pedagógica “mais aberta” na qual o professor é mediador do processo e o papel do aluno, assim como de suas perguntas, é fundamental para o encaminhamento da atividade e por isso nem todos os passos podem ser previstos e programados. Ressalto, por fim, que esse projeto contribuiu para o exercício da minha autonomia, corroborando com Freire (2015, p.142), que evidencia “[...] a prática educativa como um exercício constante em favor da produção e do desenvolvimento da autonomia de educadores educandos” (SCAPATICCI, 2016, p. 9).

Röpke *et al.* (2014) finalizam sua primeira experiência com uma visão boa do que aconteceu:

Apesar de não termos conseguido corresponder todos os passos teóricos da modelagem matemática, ficamos muito interessados neste estilo de aula, pois notamos que os alunos não se sentiam entediados com a aula e muitos estiveram motivados a participar da aula, como não eram o costume de muitos. Isto é uma das consequências de um planejamento em que o aluno é ativo na aula (RÖPKE *et al.*, 2014, p. 1400).

No próximo capítulo apresentamos nosso encaminhamento metodológico, trazendo como foram as práticas, quem foram os PIBIDianos que participaram das atividades, entre outras informações.

CAPÍTULO 3

ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Esta pesquisa caracteriza-se como uma pesquisa de cunho qualitativo, pois, como descrito por Neves (1996), não analisaremos um fato por meio estatístico e, sim, por uma obtenção de dados descritos mediante contato direto do pesquisador com o material de pesquisa.

Segundo Lüdke e André (2013, p.12), na pesquisa qualitativa o “pesquisador tem contato direto [...] com o ambiente e a situação que está sendo investigada”. Os autores descrevem que na pesquisa qualitativa o ambiente natural “é sua fonte direta de dados e o pesquisador é seu principal instrumento” (LÜDKE; ANDRÉ, 2013, p.12).

Goldenberg (1999, p. 53) complementa definindo que a pesquisa qualitativa “[...] consiste em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 1999, p.53).

Portanto, nossa pesquisa é qualitativa, pois analisamos as manifestações de estudantes da Licenciatura em Matemática quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez em uma turma regular de Educação Básica na condição de PIBIDianos. Os pesquisadores estavam imersos no ambiente da pesquisa e com os dados dessa pesquisa temos as descrições detalhadas das orientações e das entrevistas realizadas.

A seguir descrevemos as ações do projeto Modela-Too junto ao PIBID da UTFPR de Toledo, desde o início, com uma oficina de Modelagem, até como empreendemos a análise dos dados.

3.1 Modela Too

O subprojeto de Matemática do PIBID da UTFPR de Toledo foi apelidado pelo grupo de estudantes e coordenadores de “Too no PIBID”. Sendo assim, para nomear o projeto que desenvolvemos com os bolsistas, juntamos as expressões “Modelagem Matemática” com “Too no PIBID” e criamos o **Modela-Too**, que teve como principal objetivo possibilitar a primeira experiência com Modelagem Matemática dos futuros docentes em uma turma regular da Educação Básica. Para “dar uma cara” ao projeto, desenvolvemos uma logo que foi

utilizada nos documentos oficiais do projeto, entre eles as atividades entregues para os alunos nas escolas que participaram do projeto. A logo, figura 1, é composta pelas palavras Modela e Too, nas cores da UTFPR, amarelo e preto.

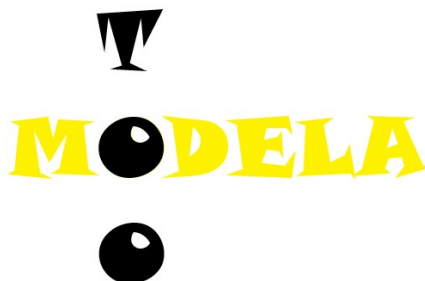


Figura 1: Logo do projeto Modela Too
Fonte: autor

Sendo assim, constituiu o projeto desde as entrevistas iniciais, a oficina de apresentação sobre Modelagem Matemática, as orientações tanto presenciais quanto via rede social, a construção de um plano de aula de uma atividade de Modelagem Matemática, a aplicação desse plano de aula em uma sala de aula e a entrevista final. Neste sentido, o projeto **Modela-Too** é toda a coleta de dados dessa pesquisa, cujos dados também constituem nosso produto educacional.

As escolas onde os alunos desenvolveram as atividades ficam na cidade de Toledo, no Paraná, e as cito aqui como forma de reconhecimento e agradecimento pelo apoio, já que o período dentro da escola ficará apenas como observação, não sendo objeto de análise desta pesquisa. Os colégios em que os alunos desenvolveram as atividades foram: Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego; Colégio Estadual Jardim Maracanã; Colégio Estadual Dario Vellozo; e Colégio Estadual Dr. João Cândido Ferreira.

As atividades foram planejadas e desenvolvidas tendo como base o primeiro caso de Barbosa (2001), no qual os professores, no caso os PIBIDianos, ficam responsáveis pela escolha do tema de investigação, buscam as informações necessárias e formulam o problema. Já a resolução, a validação e a interpretação dos resultados são realizadas pelos alunos com a orientação dos professores.

Nesse projeto participaram 22 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR de Toledo, todos cursando entre o 2º e o 6º período do curso e bolsistas do PIBID, estando no programa entre 6 meses e 2 anos. A maioria já tinha, no mínimo, 1 ano de programa. Dos 22 alunos, apenas três já tinham tido contato com a Modelagem Matemática,

sendo esse contato em minicursos, em eventos acadêmicos ou durante alguma disciplina, ou seja, nenhum PIBIDiano tinha desenvolvido uma aula com a Modelagem na condição de professor.

O projeto contou com um grupo no *Facebook*, chamado Modela Too 2017. Nele foi possível criar publicações que serviam para compartilhamento de artigos, propostas, dentre outros arquivos que ajudassem aos PIBIDianos a entender ainda mais o que era a Modelagem Matemática e como utilizá-la. Disponibilizamos, ainda, alguns textos relacionados às ideias de aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando a Modelagem Matemática.

No quadro 3, apresentamos o cronograma das atividades do projeto:

Atividade realizada	Descrição das atividades	Data de realização
Entrevista inicial	A entrevista foi realizada com os PIBIDianos em duplas ou trios e não necessariamente nos mesmos grupos em que desenvolveram as atividades nas escolas.	13 e 14 de setembro de 2017
Oficina: Modelando o Uber em Toledo	A oficina ocorreu numa das reuniões semanais do PIBID e teve como participante os licenciandos, os orientadores e os professores supervisores. A oficina foi composta pela atividade de Modelagem sobre o Uber em Toledo e por uma breve explicação sobre a metodologia.	14 de setembro de 2017
Orientação: definição dos temas e início da busca dos dados	A primeira orientação presencial foi realizada com os grupos já definidos, teve como objetivo identificar o tema que seria utilizado na aula e o início das buscas pelos dados. Nesses momentos já foram definidos os próximos passos.	20 e 21 de setembro de 2017
Orientação: fechamento dos textos base	Na segunda orientação presencial finalizamos a busca dos dados e montamos o texto base que seria entregue na atividade com os alunos.	11 de outubro de 2017
Orientação: fechamento dos planos de aula	Na última orientação presencial realizamos o fechamento do plano de aula e conversamos sobre dúvidas, posturas, entre outros pontos importantes para o desenvolvimento da atividade na sala de aula.	De 6 a 14 de novembro de 2017
Entrevistas finais	As entrevistas finais foram realizadas no dia ou no dia seguinte ao das aulas, sempre com a dupla ou trio que realizou a atividade juntos.	De 6 a 28 de novembro de 2017

Quadro 3: Cronograma das atividades em Toledo

Fonte: autores

As aulas ocorreram entre os dias 6 e 28 de novembro de 2017 e foram observadas, em sua maioria, pelo pesquisador. Porém, como as datas dependiam dos professores supervisores das escolas nas quais foram desenvolvidas as atividades, duas atividades coincidiram horário, sendo essas assistidas pelo orientador dessa pesquisa, Professor Doutor Rodolfo Eduardo Vertuan. Lembramos aqui que as aulas nas escolas não foram gravadas, apenas observadas e anotadas algumas informações em diário de campo em relação aos PIBIDianos.

3.1.1 Oficina de Modelagem Matemática⁶

No início dos estudos para a prática que seria desenvolvida na dissertação de mestrado, ficou acordado que realizaríamos uma oficina abordando entendimentos iniciais sobre Modelagem Matemática com os alunos do Programa Institucional de Bolsa a Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná do câmpus de Toledo.

Quando surgiu esse desafio, pensamos em diversas atividades para trabalhar com os futuros professores de modo a exemplificar o que é a metodologia. Porém, na época do desenvolvimento da oficina, o aplicativo de transporte privado, Uber, havia recém-chegado na cidade de Toledo e os alunos estavam interessados em saber mais sobre seu funcionamento. Foi assim que surgiu a ideia de desenvolver uma atividade sobre o Uber com os alunos.


Para isso, foi necessário que entendêssemos como funcionava o Uber, pesquisando como o aplicativo calculava o valor de cada corrida. Na época o aplicativo apresentava no visor do celular um dinâmico que influenciava o valor. De acordo com o Uber, o dinâmico funciona como um meio de chamar mais motoristas para a rua, ou seja, quando a demanda está maior do que a quantidade de carros em funcionamento no horário, o aplicativo automaticamente insere um acréscimo no valor da corrida, que seria uma porcentagem do valor da sua corrida. Esse dinâmico começa em 1, que seria o preço popular ou comum, até a necessidade do momento.

Na época da oficina, que ocorreu em setembro de 2017, o Uber tinha os seguintes preços: preço base de R\$2,00; era cobrado R\$1,00 por quilômetro percorrido; R\$0,15 por minuto que o passageiro tivesse dentro do veículo e uma taxa fixa de R\$0,75, taxa essa que era utilizada para manutenção do aplicativo.

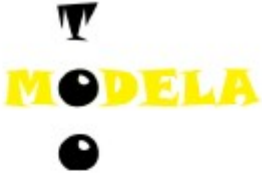
De acordo com o Uber, o preço era definido pela soma do preço base (R\$2,00), com o valor relativo à duração da viagem, ou seja, os R\$0,15 vezes o tempo em que o passageiro estivesse dentro do carro, mais o valor relativo à distância percorrida, isto é, R\$1,00 para cada quilometro percorrido pelo cliente.

⁶ Essa oficina foi apresentada no VIII Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática no artigo intitulado “Oba meu Uber chegou: modelando o Uber em Toledo – Paraná”, por isso, essa seção traz uma discussão do que já foi apresentado no evento citado. SANTOS, R. P. C.; VERTUAN, R. E. Oba meu Uber chegou: modelando o Uber em Toledo – Paraná. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel, UNIOESTE, 2018.

Com a soma realizada, multiplicamos o valor obtido anteriormente ao multiplicador do preço dinâmico e ao resultado dessa multiplicação adicionamos o custo fixo (R\$0,75). Lembramos que o multiplicador do preço dinâmico é uma taxa que varia atualizando o preço para a necessidade do momento. A partir das informações, produziu-se o seguinte texto base (figura 2) sobre o qual todos que participaram se dedicaram.




Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Toledo
Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
Projeto Modela Too
Raphael Peres Correia dos Santos



UBER EM TOLEDO

No dia 18 de agosto de 2017 o Aplicativo Uber iniciou os serviços nas cidades de Cascavel, Toledo e Paranaguá.



O valor cobrado pela corrida dependerá do valor base destinado a cidade, a distância a ser percorrida, o tempo utilizado no trajeto e o custo fixo do próprio aplicativo. De acordo com a companhia o preço é definido por: ((preço base + valor com base na duração + valor com base na distância) * multiplicador de preço dinâmico) + custo fixo.

O valor dinâmico do Uber existe, pois “quando a demanda por viagens aumenta, os preços variam para incentivar que mais motoristas parceiros se conectem ao aplicativo e assim você terá um carro sempre que precisar. Se a oferta de motoristas parceiros subir suficientemente (por conta dos maiores ganhos que os parceiros podem ter fazendo viagens nesses locais e horários), e o número de solicitações cair por conta dos preços elevados, os preços voltam ao normal” (UBER, 2014)

Sendo assim, as tarifas em Toledo foram definidas nos seguintes valores:

Informações sobre o valor cobrado pela Uber:
Preço base: R\$2,00
Distância: R\$1,00 por km
Tempo: R\$0,15 por minuto
Custo fixo: R\$0,75
Preço total mínimo: R\$5,75

Fonte: Uber

Problema:

Figura 2: Atividade entregue para os alunos

Fonte: autor

A oficina foi ofertada no dia 14 de setembro de 2017, para cerca de 30 pessoas⁷. O tempo disponível para a oficina era de 3 horas. Para começar a oficina nos apresentamos e pedimos que os participantes se dividissem em 5 grupos (denominados aqui A, B, C, D, E). Sanadas as dúvidas iniciais, os alunos começaram a se dedicar à resolução. Já de início configurava-se o primeiro desafio: como era possível resolver um problema que não existia? Depois de muito resistir à ideia de ter que desenvolver um problema, eles começaram a pensar nas possibilidades.

Com isso, começaram a emergir os primeiros problemas. Os grupos B e D consideraram como problema determinar o preço que custaria da casa de um dos integrantes até a universidade. Algo parecido foi realizado pelo grupo A, que estudou o que compensava mais, ir de Uber, dividindo o carro com as colegas que moravam no caminho, ou de ônibus para a universidade.

O grupo C tentou estudar até qual raio partindo de um determinado ponto da cidade, o Uber compensaria com o dinheiro relativo ao que 4 pessoas usam para pagar o ônibus. O grupo E optou por ver o preço do Uber até a cidade vizinha, justificando que eles iriam para uma festa que aconteceria na outra cidade no fim de semana seguinte.

Quando nos perguntavam como fazer algo na resolução, respondíamos com outras perguntas, fazendo com que os alunos pensassem ainda mais acerca de como resolver o problema que eles haviam proposto. Nesse jogo de perguntas, os alunos acabavam sanando suas próprias dúvidas, sem que nós precisássemos intervir diretamente.

Durante a resolução foi possível notar que todos estavam interessados em tentar resolver o problema, porque era um assunto que estava começando a fazer parte da vida de todos daquela sala. Ainda, durante a oficina, os alunos e professores perguntaram como pedir um carro, fizeram simulações no aplicativo, além de entender como funcionava o preço.

Em relação à resolução, todos os grupos identificaram a função que representava o preço da Uber em Toledo e começaram a encaixá-la nos seus problemas, ou seja, identificaram no texto a equação que simbolizava o preço de uma corrida e substituíram pelos valores apresentados.

Como o tempo da oficina era curto, fizemos uma pausa nas resoluções e discutimos, tomando como parâmetro a dinâmica que haviam acabado de vivenciar, entendimentos sobre

⁷ A oficina foi desenvolvida numa reunião geral que era realizada com todos os PIBIDianos, orientadores e professores supervisores.

Modelagem Matemática, sobre a diferença do fazer Modelagem e o ensinar por meio da Modelagem Matemática. Essa diferença era importante de ser discutida devido aos próximos passos do projeto.

Após as discussões, os alunos tiveram alguns minutos para terminar suas resoluções. O grupo B chegou próximo de terminar a resolução ainda na sala de aula, porém erraram várias contas durante a resolução. Nesse caso não foi problema de interpretação de texto e, sim, falta de atenção com sinais durante o processo, o que impossibilitou que eles chegassem em uma resposta aproximada ao valor que aparecia no aplicativo. Porém, conseguiram compreender o erro e ficaram de terminar a investigação após a oficina. No encaminhamento dado por eles, foi possível identificar o uso de função do primeiro grau.

O grupo C, apesar de também não terminar na aula, percebeu que seria muito difícil deles, com as ferramentas que tinham, identificar um raio em que eles poderiam andar de Uber sem que gastasse mais que o dinheiro de 4 passagens de ônibus, pois teriam que considerar vários aspectos, dentre os quais que não era possível fazer linhas retas de trajeto, já que as ruas não são linhas retas. Além disso, havia o fato de não saberem o tempo que levariam para chegar até todos os pontos do raio. Os estudantes perceberam, ainda, que se eles tomassem 3 quilômetros como uma medida padrão para o raio, a distância percorrida para um lado, não seria igual a percorrida para o outro lado, considerando um mesmo ponto de partida. Um conteúdo pertinente para abordar esse problema seria a Geometria Pombalina ou Geometria dos Taxis, uma geometria não euclidiana que tem como objetivo descobrir o menor caminho entre dois pontos que desconsidera a reta, ou seja, como se fosse um taxi a cruzar uma cidade e não o voo de um pássaro.

O grupo E chegou a concluir as contas e percebeu que não era viável viajarem de Uber para a outra cidade, já que, se fossem de ônibus convencional, sairia mais barato, pois a distância entre as cidades colocaria taxas extras para o usuário do aplicativo. Para resolver o problema, eles utilizaram a função de primeiro grau.

Os grupos A e o D concluíram o problema proposto por eles sem grandes problemas. O primeiro grupo concluiu que, para a distância a ser percorrida da casa do primeiro aluno até a universidade, não compensaria ir de Uber, pois o ônibus, apesar de levar mais tempo, sairia mais barato para todos. O segundo grupo identificou no *Google Maps*, a distância e o tempo que seria necessário para percorrer de carro da casa do aluno até a universidade e, a partir das informações, realizou os cálculos. Foi utilizada a função de primeiro grau.

Com a necessidade de finalizar a reunião do dia, ficou decidido que os grupos finalizariam o que faltava e tirariam dúvidas via rede social conforme julgassem necessário.

3.2 Participantes do Modela-Too

O projeto foi realizado com os alunos do subprojeto do Programa Institucional de Bolsa a Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), da cidade de Toledo. Os sujeitos também são alunos do curso de Licenciatura em Matemática da mesma universidade. De início eram 24 alunos que participariam das atividades, porém, por problemas pessoais de dois alunos, ficamos com 22 alunos participando da pesquisa. Escolhemos essa turma para participar da pesquisa, devido ao contato direto com o orientador dessa pesquisa, coordenador de gestão do respectivo subprojeto do PIBID.

Os alunos ficaram divididos nas duplas ou trios de PIBIDianos que já trabalham com as mesmas turmas nas escolas parceiras. Uma dessas turmas, com aprovação do professor supervisor e da escola, foi utilizada na realização das atividades desenvolvidas.

Neste texto, optamos por não utilizar os nomes dos PIBIDianos. Para isso, os identificamos por uma sequência de um número e uma letra, exemplo 1A, em que o número simboliza grupo 1 e o A o primeiro aluno do respectivo grupo. Desse modo, por exemplo, o segundo aluno do terceiro grupo seria o 3B.

Os alunos cursavam entre o 2º e o 6º período do curso de Licenciatura em Matemática. Em sua maioria ainda não haviam tido contato com a Modelagem Matemática. No quadro 4⁸ trazemos uma breve apresentação de todos os grupos e os trabalhos realizados pelos mesmos nas turmas regulares das escolas parceiras do PIBID em que atuavam.

Alunos	Datas	Temas	Breve resumo da atividade
1A, 1B, 1C	13/11	Amadurecimento da banana	Esse trabalho abordou dados em relação ao amadurecimento da banana, tanto ao natural, quanto aplicando etileno para agilizar o processo. O problema delas era descobrir a quantidade de etileno necessária para madurar um certo número de bananas.
			Conteúdo que emerge: função quadrática.

⁸ As atividades descritas no quadro 4 estão mais bem exemplificadas no produto educacional que foi formulado a partir dessa pesquisa, intitulado: Vamos Modelar? Modelagem Matemática e sala de aula.

2A, 2B	13/11	Qual a medida do calçado?	Em “Qual a medida do calçado?” foram identificados diferentes comprimentos de sapatos, tudo dependia da empresa que produzia. O problema que pedia a construção de um modelo que relacionasse o comprimento do pé com o tamanho do sapato, levando em consideração os dados apresentados.
			Conteúdo que emerge: função por partes.
3A, 3B	06/11	Consumo de água tratada	Esse grupo ensinou função exponencial e porcentagem por meio de um estudo do consumo de água na cidade de Toledo. A problemática do grupo trazia a indagação de quanto seria o gasto médio de água da população no ano de 2020.
			Conteúdo que emerge: função exponencial e porcentagem.
4A, 4B	08/11	O que é o FIES?	“O que é FIES?” trabalhou com alunos do ensino médio a possibilidade do financiamento estudantil para poderem cursar uma graduação em universidades privadas. A partir do estudo de juros, eles conseguiram entender o quanto estariam pagando de juros depois de um certo tempo de curso.
			Conteúdo que emerge: juros simples e composto.
5A, 5B	08/11	Reforma na escola	Esse grupo aproveitou que a escola estaria realizando algumas reformas e uniu a ideia com o estudo de áreas de figuras planas. Assim, o grupo trouxe dados sobre tamanho da sala, tamanho de piso, valores de piso, entre outros, para que os alunos conseguissem identificar o melhor orçamento para o colégio.
			Conteúdo que emerge: área de figuras planas.
6A, 6B, 6C	14/11	Bandeira vermelha	Chegando a época do ano em que a bandeira vermelha volta às contas de energia elétrica, o grupo resolveu estudar o funcionamento da cobrança da taxa extra nas contas.
			Conteúdo que emerge: equação de primeiro grau.
7A, 7B, 7C	14/11	Quero construir uma casa, e agora?	O grupo discutiu com os alunos o gasto para construção de uma casa, foram disponibilizados alguns orçamentos e o objetivo era aprender função afim e cálculo de áreas enquanto escolhiam o melhor orçamento.
			Conteúdo que emerge: função afim e cálculo de áreas.
8A, 8B, 8C	14/11	Piquenique	Com os alunos do sexto ano, o grupo resolveu estudar como fazer um bom piquenique para a turma, sem que eles tivessem desperdício, com isso, os alunos aprenderam de forma divertida a regra de três.
			Conteúdo que emerge: regra de três.
9A, 9B	28/11	Estudo de nicotina no narguilé	Ao perceber que muitos alunos estavam utilizando Narguilé na turma em que aplicariam a atividade, o grupo resolveu estudar os efeitos e a durabilidade da nicotina no organismo. Além de aprenderem função exponencial, os alunos puderam refletir sobre os malefícios do fumo.
			Conteúdo que emerge: função exponencial.

Quadro 4: Apresentação dos temas e conteúdos apresentados pelos alunos.

Fonte: autor

3.3 Coleta de dados

A coleta dos dados para fins desta pesquisa ocorreu em alguns momentos, sendo eles: uma entrevista inicial com os PIBIDianos, para conhecer suas histórias e primeiros entendimentos sobre Modelagem Matemática; as orientações presenciais e virtuais; observações das aplicações das atividades, nesse caso as anotações no diário de campo; e uma entrevista final, considerando todo o projeto e as impressões dos alunos sobre a experiência de docência que vivenciaram.

Desse modo, dispomos das falas dos alunos antes do momento da primeira experiência com Modelagem na condição de professores e depois da realização da atividade de Modelagem em sala de aula.

Tanto a entrevista inicial, quando a final, foram entrevistas semiestruturadas, ou ainda, de acordo com Marconi e Lakatos (1990, p. 85), as entrevistas foram não estruturadas clínicas, ou seja, “o entrevistador tem liberdade para desenvolver cada situação em qualquer direção que considere adequada. [...] Em geral, as perguntas são abertas e podem ser respondidas dentro de uma conversa informal”. Marconi e Lakatos (1990, p.85) definem, ainda, que na entrevista clínica “trata-se de estudar os motivos, os sentimentos, a conduta das pessoas. Para esse tipo de entrevista pode ser organizada uma série de perguntas específicas”.

As entrevistas foram todas realizadas presencialmente e gravadas com autorização dos futuros docentes, sempre em duplas ou trios, geralmente mantendo a configuração das equipes do PIBID que desenvolviam as atividades nas escolas. Elas ocorreram na cidade de Toledo em ambientes calmos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná da mesma cidade. Como a coleta foi em parceria com o PIBID-Too, as entrevistas acabaram sendo realizadas nos períodos em que os alunos estavam em atividade do programa.

As entrevistas iniciais ocorreram no primeiro e segundo dias do projeto, 13 e 14 de setembro de 2017, o principal objetivo era a “quebra de gelo” e a discussão inicial do projeto. Além de nos apresentarmos, também foi apresentado o objetivo dessa pesquisa e um breve resumo do que ia ocorrer meses seguintes. Tivemos uma conversa informal baseada em algumas perguntas:

- ✓ *Qual o seu nome? De qual cidade você é? Quando você entrou na faculdade? Em relação ao PIBID, quando você começou no programa? Qual a sua dupla? Quais*

turmas e colégios você acompanha? Você já teve algum contato com a Modelagem Matemática? Qual?

Essas perguntas serviram apenas de base para a conversa inicial, de modo que outros assuntos e temas foram surgindo diante da dinâmica da entrevista e dos interesses dos entrevistados.

O segundo momento constituiu-se das orientações realizadas com os grupos. As mesmas aconteceram de dois modos, sendo algumas presencialmente, gravadas com autorização dos PIBIDianos e outras via *Messenger* da rede social *Facebook*. Foi necessário realizá-las dessa maneira, pois o pesquisador morava em Londrina e os alunos em Toledo, cidades que distam 450 km entre si. As orientações via rede social não tinham horário nem data definida, acontecendo sempre que necessário. Já as orientações presenciais tiveram data e objetivo, como é possível observar no quadro 5.

Datas	Objetivo
20/09/17 e 21/09/17	Definir os temas das atividades e começar a estruturar o plano de aula
11/10/17	Sanar possíveis dúvidas sobre as aulas e discutir as últimas orientações pessoalmente
06-08;13-14 de novembro de 2017	Finalizar os planos de aula.

Quadro 5: Orientações

Fonte: Autores

Nas orientações presenciais, o objetivo principal era ajudar os alunos a “entenderem o que estava acontecendo”, discutir possíveis dificuldades que eles encontrariam ao se empreender as práticas de Modelagem nas turmas regulares, corrigir os planos de aula, entre outros. O intuito era sempre ajudar os futuros professores a vivenciarem uma primeira experiência sendo assistidos nesse processo, por acreditarmos que quando a primeira experiência é traumática tanto para o professor, quanto para os alunos, futuras atividades usando Modelagem Matemática poderão não existir.

Já nas orientações via rede social, no caso *Messenger* do *Facebook*, frequentemente lidávamos com dúvidas mais pontuais, simples e de fácil resolução. Porém, pela distância física entre os participantes do projeto e o pesquisador, por diversas vezes, essa ferramenta foi utilizada, o que facilitou o andamento dos trabalhos.

A segunda entrevista aconteceu na segunda quinzena de novembro de 2017. O objetivo dela era conhecer o que os alunos sentiram/pensaram de toda a experiência, desde a

oficina inicial até o final da aula nos colégios. Para essa entrevista também foram produzidas algumas perguntas que serviram como base:

- ✓ *Em relação ao preparo de atividade, ou seja, desde a oficina de Modelagem Matemática até o preparo do plano de aula, quais pontos vocês destacariam como de dificuldades e de contribuições?*
- ✓ *Essa regência realizada nas escolas parceiras, foi a sua primeira experiência ministrando uma aula? Se sim, como foi a experiência? Se não, como foi essa em relação às outras?*
- ✓ *Quais dificuldades vocês sentiram durante a execução da aula? Você acredita que essas dificuldades têm a ver com a modelagem matemática ou se estivéssemos utilizando outras metodologias a dificuldade também surgiria?*
- ✓ *Falando das coisas boas, o que aconteceu que vale ser destacado como ponto positivo?*
- ✓ *Em relação à Modelagem Matemática que vivenciou, o que acha interessante destacar? (Aspectos tanto negativos quanto positivos).*
- ✓ *Na sua opinião, quais contribuições o Modela TOO trouxe para sua vida acadêmica e profissional? O projeto Modela TOO, supriu suas expectativas?*

Do mesmo modo, por vezes, outros assuntos figuravam na entrevista, diante da dinâmica natural de uma conversa semiestruturada.

3.4 Metodologia de análise

Apesar de termos 9 grupos distintos, escolhemos três grupos para a análise nesse trabalho, devido à quantidade de dados produzida com cada um. Todos os grupos escolhidos têm em comum a confiança que sentiam no pesquisador, sendo assim, acabavam se abrindo com mais facilidade, manifestando suas angústias, dificuldade, ansiedades, alegrias, entre outros sentimentos.

O primeiro grupo é o grupo 1 que realizou a atividade do “amadurecimento da banana”, além do tema original, também foram PIBIDianos que expressavam o que estavam

sentindo/pensando durante todo o projeto, esse ponto também foi utilizado para a escolha dos dois outros grupos.

O segundo grupo escolhido foi o grupo 2 do quadro 4. Esse grupo realizou a atividade “Qual o tamanho do calçado?”. Durante o processo de produção da atividade o grupo demonstrou algumas dificuldades e, por isso, foi escolhido para o momento da análise desta pesquisa.

O último grupo que figurou na pesquisa, foi o grupo 9 do quadro 4. Essa dupla fez um trabalho com seus alunos sobre a nicotina dos Narguilés. Os alunos sempre expressavam seus pensamentos e sentimentos em relação a atividade, com facilidade.

Para a análise, trazemos as principais falas dos futuros professores nas entrevistas iniciais e finais, observações das aplicações e orientações. Com elas, analisamos o que manifestaram os alunos durante toda a “primeira experiência”.

Para isso, em um primeiro momento, analisaremos três grupos e suas produções, individualmente, para depois, em uma análise mais global, realizar aproximações por meio de agrupamentos entre as diferentes manifestações, buscando convergências entre o dito pelos diferentes grupos, de modo a compreender o que emerge das falar dos estudantes quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez na condição de professores.

Esses agrupamentos terão como norte duas questões auxiliares: “que expectativas os PIBIDianos demonstram antes da primeira experiência?” e “que reflexões apresentam os PIBIDianos após o desenvolvimento da aula?”, ou seja, quais reflexões os alunos apresentaram após essa primeira experiência.

Sendo assim, no capítulo 4 trazemos as análises por grupo, fazendo uma reflexão sobre o que cada grupo manifestou, para então no capítulo 5 trazer uma análise global, formalizando as ideias anteriormente apresentadas dos três grupos, fazendo uma conversa com as teorias trazidas no capítulo 2.

CAPÍTULO 4

ANÁLISES ESPECÍFICAS

Nossa intenção é investigar *o que manifestam estudantes da Licenciatura em Matemática quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez em uma turma regular de Educação Básica na condição de PIBIDianos*. Utilizamos, para isso, os áudios das entrevistas, inicial e final, os áudios das orientações, assim como as conversas escritas no *Messenger* do *Facebook* como dados da pesquisa. Para efeito desse texto da pesquisa, foram selecionados trechos que expressassem o que os futuros docentes estavam sentindo/pensando durante o processo da “primeira experiência com atividades de Modelagem na condição de professores”, entendido aqui desde o momento inicial de planejamento da atividade, até o momento de reflexão pós atividade.

Para efeito da análise, considerando nossa problemática, utilizaremos as questões auxiliares, “que expectativas os PIBIDianos demonstram antes da primeira experiência?” e “que reflexões apresentam os PIBIDianos após o desenvolvimento da aula?”, em cada um dos grupos para podemos refletir sobre tudo o que foi manifestado pelos alunos durante o projeto.

Ainda antes das análises por grupo, gostaríamos de lembrar que apresentamos o texto base usado pelos grupos junto com a análise, mas no produto educacional desta pesquisa é possível conhecer melhor essas e outras atividades que foram realizadas durante o projeto. Sendo assim, seguem as análises de cada grupo.

4.1 Grupo 1

O grupo 1 era constituído por três estudantes que até então não tinham conhecimento sobre a Modelagem Matemática, nem tinham realizado regência, ou seja, para eles foi a primeira vez que foram os “professores oficiais” de uma sala de aula. Eles já tinham realizado atividades com os alunos, mas sempre sob a orientação dos professores de sala. Foram cerca de 97 minutos de gravação, além das conversas escritas.

Esse grupo trabalhou a atividade que falava sobre o amadurecimento da banana, eles trabalharam o tema para ensinar função quadrática, abaixo podemos ver o texto base que eles entregaram aos alunos.

AMADURECIMENTO DA BANANA

O etileno é um gás responsável pela maturação de frutas, ele funciona como um hormônio, é produzido a partir das células e se faz presente em toda a estrutura do fruto, desde a casca até seu interior. Conheça as 3 reações que acontecem durante o processo de maturação de frutas:

1. Oxidação de lipídios: Essa reação é produzida pelo etileno e é responsável pelo rompimento nas fibras do fruto, tornando-o macio;
2. Quebra das ligações de amido: A doçura das frutas maduras aparece neste momento: durante a quebra das ligações do amido presente em sua composição;
3. Quebra das moléculas de clorofila: O etileno é responsável ainda por quebrar as moléculas de clorofila presente na casca do fruto, que lhe confere a cor verde. Após esta reação, dependendo do fruto, a coloração fica avermelhada ou amarelada.

DICA: Se quiser acelerar o amadurecimento da banana em sua própria casa, basta colocá-los em um recipiente fechado. Estes frutos exalam etileno quando estão maduros, abafando-os você evita que o etileno gasoso escape, fique retido no recipiente e acelere o processo de maturação das frutas verdes.

Em bananas, a concentração interna de etileno se aproxima de $0,1 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$ até 1 dia do início do aumento da respiração, onde a quantidade dobra ou triplica dependendo da temperatura. WILLS *et al.* (2001) registraram um nível mínimo de $0,1$ a $0,5 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$ de etileno para iniciar o amadurecimento de frutos de banana.

NOTA: $\mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$ significa microlitro por litro. Ex.: $0,1 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$ significa que a cada litro existe $0,1$ microlitro de substância. 1 microlitro = $0,001$ mililitro

A banana em natura, leva cerca de 16 dias para maturar sozinha.

- Se aplicado etileno artificialmente por 24 horas na concentração de $50 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$, a banana amadurece com 6 a 7 dias.
- Se aplicado etileno artificialmente por 24 horas na concentração de $100 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$, a banana amadurece com 3 a 4 dias.

Se eu tenho 25 bananas verdes, para fazer um bolo, quanto de etileno eu preciso aplicar para elas levarem 9 dias para madurar?

Na primeira parte do projeto, entrevista inicial e orientações, foi possível sentir os futuros professores nervosos e preocupados com a aula que eles ministrariam. Logo no início, a PIBIDiana 1C comenta “*Eu tenho muita ideia, mas eu não consigo direcionar*”. Essa sensação de não saber para onde direcionar a atividade é justificada pelo fato deles estarem estudando Modelagem Matemática há menos de 10 dias. Eles não se sentiam seguros em relação ao modo como desenvolveriam uma atividade com os alunos em sala de aula.

Outro ponto que os preocupava, foi o fato de eles terem que realizar um plano de aula da atividade deles, amadurecimento da banana. Como eles não tinham segurança do encaminhamento de uma atividade de Modelagem, as dúvidas surgiram, como a manifestada pela 1C: *“a gente tem que estruturar num plano de aula bonitinho, como vai ser? A gente precisa ter uma noção de quanto tempo vai demorar?”*. Essa preocupação em relação à estrutura de uma aula com Modelagem na Educação Básica se justifica, porque de um lado eles já sabiam que a atividade de Modelagem é aberta e dependente do trabalho dos alunos e, por outro, não haviam vivenciado aulas com Modelagem na condição de alunos.

Essa preocupação relacionada à atividade de modelagem ser uma atividade aberta foi vista também no comentário da 1B, que comenta em relação a parte do plano de aula que eles se preparam atentando para as possibilidades de ideias que pudessem surgir dos alunos: *“Eu acho que a nossa dificuldade maior é a questão, não só da aplicação, mas a elaboração, tipo pensando não nesse tema, mas na modelagem em si, às vezes, a gente tem dificuldade em enxergar essas possibilidades”*.

Na véspera da aplicação da atividade na escola, eles ainda não tinham conseguido finalizar toda a atividade, pois as dúvidas persistiam: *“Pesquisador (P): Para quando ficou a apresentação de vocês?; 1C: Ficou pra amanhã (risos); P: E o trabalho, pronto?; 1C: Pronto não, vamos lá, ai você dá uma olhada e uma luz pra nós”*. Mesmo com todo o nervosismo, eles estavam esperançosos que o trabalho desse certo, como é possível ver na frase da 1B: *“Espero que esse dia seja TOP pra todos ‘nós’!”*

No dia seguinte da aula, nos encontramos e conversamos, agora com o coração mais calmo e a mente tranquila, já que eles tinham terminado tudo a tempo e a atividade tinha transcorrido à contento, na perspectiva dos próprios alunos. Trata-se da entrevista da segunda etapa, após a primeira experiência com Modelagem.

Nesse momento, perguntamos a eles o que eles levavam do preparo da atividade, quais pontos eles identificavam como dificuldade ou contribuição. De início, eles ficaram um pouco sem reação, até expressaram: *“Nossa! Que pergunta difícil”*, mas logo começaram a falar.

O futuro professor 1A identifica que a Modelagem permite aos alunos estimarem uma resolução, pois eles já conseguem refletir sobre a resposta e ver se está próximo ou não do desejado: *“Uma das contribuições que eu achei interessante é, por exemplo, lá na escola, quando você vai fazer determinada conta, você, mais ou menos, já tem que estimar qual seria*

esse resultado, se esse resultado da um valor muito grande, e não condiz com a pergunta, você já vai saber que ta errado e isso eu percebi nos alunos, achei bem interessante”.

Para 1B e 1C, a maior dificuldade foi entender a Modelagem. Para 1B a dificuldade foi entender o que é fazer modelagem: *“Ah, no meu caso foi um pouco diferente, eu não sabia o que era Modelagem, então, a partir do momento que eu compreendi o que era modelagem, que é você estabelecer um modelo pra fazer as coisas, aí depois que eu entendi isso, foi embora”.*

Já 1C identificou como problema o fato de eles ainda não terem tido contato com a Modelagem antes dessa atividade, no âmbito do curso – em nenhuma das disciplinas cursadas até então, segundo o aluno. Então, eles demoraram um pouco pra compreender exatamente o que deveria ser feito: *“Pra mim, acho que a maior dificuldade foi entender a Modelagem, porque eu nunca tinha tido experiência antes, e, depois que você começa a entender um pouquinho do que que é, aí vai se tornando um pouco mais fácil, mas esse foi o nosso primeiro contato com a modelagem, então as dificuldades que a gente teve foi por conta disso também”.*

Como eles se preocupavam com essa primeira experiência, já que, embora eles já tivessem realizado atividades com os alunos, nunca o tinham feito na condição de regentes, perguntamos como foi para eles essa experiência em relação às anteriores. A principal resposta foi a participação dos alunos, eles ainda acreditam que a metodologia pode ter ajudado nesse interesse dos alunos, pois ela coloca os alunos como principais agentes na busca pelo conhecimento.

A aluna 1B comenta sobre o interesse dos alunos: *“Hoje, como os alunos precisavam pensar mais, eu achei que deles foi uma retração bem grande, mas eu fiquei bem feliz que, pelo menos, eles estavam bem empenhados em querer saber o que tava acontecendo e perguntando”.* Ela relata, ainda, a participação de um dos alunos, que também se viu perdido em relação à como proceder na atividade e buscou um recurso que talvez seja recorrente no decurso de suas aulas: *“Uma coisa que eu achei legal também, foi que uma menina falou assim: ‘mas eu nunca fiz um negócio desse’, daí eu: ‘mas como é que você nunca fez nenhum negócio desse?’, daí ela lia de novo e falava: ‘vou ver meu caderno, pode professora?’, E eu: ‘claro, pode!’, e ela folheava e dizia: ‘mas não tem nada aqui, o que eu vou enfiar aí?’ (risos) mas foi bem legal”.*

A aluna 1C também comenta sobre a participação dos alunos: *“É, eu achei interessante que eles tentaram fazer. Um medo que eu tinha era levar alguma coisa diferente e eles ficarem com receio e, às vezes, achar difícil e não querer fazer, porque ele veem um texto e já acham que é difícil e desistem, então a hora que eu vi que eles estavam tentando fazer, aí eu falei nossa que bom, deu um certo alívio”*.

Ainda em relação a participação dos alunos, 1A faz uma comparação com o primeiro contato que eles tiveram com a Modelagem, na oficina do Uber em Toledo: *“Ah eu vi que eles tiveram a mesma dificuldade, de quando você trouxe aquela atividade pra nós no começo, assim que eu tava olhando pra eles, vendo que eles estavam tentando resolver, eu até me lembrei de nós tentando várias formas”*.

1B, por sua vez, tece a seguinte observação: os alunos *“deveriam ter muito mais disso [atividades de Modelagem], porque como eles não tem, quando a gente chega, eles ficam tipo: ‘Ah não quero!’, mas se eles se acostumassem com isso, provavelmente daqui a pouco ia ser fichinha, né?”*. Tal reflexão denota, de um lado, o convencimento de 1B da importância de práticas de Modelagem em contextos escolares devido às suas possibilidades para a aprendizagem dos alunos e, de outro, a crença de que a vivência constante de atividades de Modelagem, contribuiria para que os alunos tivessem maior desenvoltura no desenvolvimento de atividades deste tipo.

Ainda em relação à aula, a insegurança com o conteúdo e com a metodologia foi considerada pelos PIBIDianos. Essa insegurança foi observada no desenvolvimento da atividade pelo pesquisador que, em seu diário de campo, escreveu: *“ao aparecer dois conteúdos matemáticos diferentes que resolviam o problema da questão, os futuros docentes se sentiram um pouco perdidos e desconfortáveis com a situação. Uma rápida conversa no canto da sala, deu ideias a eles, que conseguiram retomar as rédeas da situação”*. Porém, ainda podemos considerar essa insegurança comum por ser a primeira experiência deles.

A aluna 1B descreve esse momento de insegurança do conteúdo: *“Pra mim, [a maior dificuldade] foi dominar o conteúdo, porque eu sabia, mas eu não estava sabendo, eu sabia o que tinha que fazer, mas eu não tinha, eu não me sentia totalmente preparada pra falar la no quadro pra eles”*.

Quando perguntados se essas dificuldades são associadas à Modelagem Matemática, ou se teriam a mesma dificuldade caso fosse outra metodologia, os futuros professores responderam que tudo indica que também apareceriam, como comenta 1C: *“Eu acho que no*

meu caso, eu acho que surgiria se fosse uma outra atividade que eu não tivesse, não sei se contato, mas precisaria ter estudado muito mais do que eu estudei pra isso, pra fazer a atividade hoje, eu queria ter dominado melhor o conteúdo, tipo a parte lá no quadro principalmente, porque entre os alunos, eu já sou acostumada e a gente conversa com eles e fica mais fácil, agora o momento que eu tenho que ir lá na frente, parece que dá aquele branco, dá um gelo, aí eu não me sinto muito preparada pra isso ainda, por isso a minha dificuldade é em relação a isso, seja em qualquer atividade, então por ser uma atividade nova, dá mais ainda aquele frio na barriga de fazer coisa errada, então falar coisa errada pro alunos, que eu acho isso bem ruim”.

Falando dos pontos positivos que eles identificavam na sala de aula, eles voltam a falar da participação dos alunos durante a atividade. Além disso, atentam para a atitude do professor na sala de aula. Para 1A: *“uma coisa legal, foi não dar a resposta pra eles, foi ficar perguntando por quê?, ah o que que eu faço? Pensa ah eu vou fazer assim!; Tá, mas por que você vai fazer desse jeito? E nesse monte de porquês eles vão pensando e eles mesmos vão descobrindo a própria resposta, qual que seria o melhor jeito de responder”.* A PIBIDiana 1C complementa que em relação à *“questão da resposta, eles querem chegar no resultado certo, eles querem saber o tempo inteiro se a resposta tá certo, se tem uma resposta certa, eu falava: tem outro jeito de fazer, ou será que só esse? Aí, eles já ficavam com aquela dúvida, isso já foi bem interessante”.* Essas manifestações evidenciam o entendimento positivo da atitude que tomaram frente às dúvidas e às perguntas dos alunos. Tais estudantes consideraram positivo o modo de mediação em que, em vez de dar respostas, os professores lançam novas reflexões (na forma de questões inclusive), de modo que os próprios alunos chegassem às suas conclusões.

A PIBIDiana 1B comentou novamente sobre os alunos: *“o que eles quiseram fazer foi um passo muito grande pra mim já, porque normalmente chega lá, ele já não querem, aí é que a gente percebe que mesmo eles não querendo pensar e tudo mais, ele não deixaram de fazer, isso eu gostei bastante”.*

Porém, 1C alerta para a relação entre a participação dos alunos e eles serem PIBIDianos: *“Eu acho que isso tem um pouco por ser nós PIBIDianos aplicando, porque quando a professora, às vezes, é que a professora já está se aposentando, mas mesmo assim ela leva bastante atividades diferentes, ela pede pra nós atividade diferentes, e quando somos nós que aplicamos, eles fazem mais do que eles fazem a lista de exercício dela, eles prestam mais atenção na gente, [...] e isso faz com que a gente consiga trabalhar melhor. Porém, eu*

acho que a vantagem de ser nós, alunos em formação, eu acho que tem isso também, porque a gente não chega com aquele ar de eu sou a professora e eles acabam vendo a gente como amigo ou parceiro, então acabam se soltando mais, conversam melhor, você consegue saber a dificuldade do aluno, as vezes ele tem dificuldade num ponto e você identifica muito mais fácil, então imagino que essa seja uma vantagem até do PIBID”.

Nesse ponto é possível perceber que toda aquela preocupação de antes da “primeira experiência” foi se desfazendo diante da vivência. Neste contexto, perguntamos, de modo geral, o que eles acharam de trabalhar com Modelagem Matemática.

De modo geral, percebemos que apesar de ser uma atividade complexa de início, como comenta 1C: *“Não é uma atividade fácil!”*, depois que você compreende o passo a passo dela, entende como ela funciona, vai facilitando. 1B concorda com a 1C e complementa: *“mas agora que eu sei que você cria um modelo e agora eu sei como fazer isso, é muito animador, porque vai resolver muitos problemas agora”*.

A futura docente 1C comenta de um dos papéis da Modelagem como metodologia, que é desenvolver no aluno o lado crítico dele, fazendo-o refletir sobre a resposta na interpretação dos resultados, ela faz ainda uma comparação com o ensino tradicional: *“algo legal da Modelagem, é que você faz os alunos refletirem, faz eles pensarem por conta, não é uma lista de exercícios, que se repete o conceito, então fazer eles pensarem é muito importante, principalmente agora no cenário atual que a gente vive, fazer eles refletirem, pensar e buscar às vezes uma informação antiga, como a menina falou de buscar no caderno ou tentar criar alguma coisa nova, então isso é bem importante também”*.

Considerando tudo que foi feito no projeto Modela-Too, perguntamos se, para eles, o projeto contribuiu para formação acadêmica e profissional deles. De imediato, 1C respondeu um *“certeza!”*. Logo em seguida 1B completou: *“não tem nem dúvida disso. Não sei explicar como, mas igual eu falei, só vem Modelagem, não tem mais como dar matéria de outra forma”*. Nesse momento os PIBIDianos lembram que agora eles poderão fazer a disciplina de Modelagem Matemática (que constitui a grade curricular do curso de licenciatura em Matemática), pois eles já têm uma base sobre a metodologia na prática.

O PIBIDiano 1A reflete sobre a prática pedagógica experienciada: *“E agora a gente tem uma experiência, isso vai ajudar bastante”*. Prática essa que a 1C relata a importância: *“não é só aquela experiência de você conhecer, participou de longe, viu alguém fazendo, viu alguém contando que fez, foi você que fez, você colocou a mão na massa e fez, você sentiu*

qual que é a principal dificuldade e a principal vantagem, agora a gente está com os olhos e a mente mais aberta pra trabalhar com Modelagem, você percebe que dá certo, funciona, tem como fazer, não algo muito fora, não é impossível, pois quando a gente estuda só, a gente faz a atividade só aplicando em sala de aula daqui da universidade com os colegas, ou quando a gente só estuda, só lê a teoria, a gente tem uma ideia de como que vai ser, mas aplicando ela no real, você já tem uma noção bem boa de como vai funcionar e no nosso caso, a gente tem a vantagem porque a gente já conhecia os nossos alunos, então pro professor, depois que a gente já estiver formado e conhecendo os alunos é muito vantajoso a gente estudar com isso”. Tal reflexão denota a importância de as primeiras experiências dos licenciandos com Modelagem na condição de professores ser realizada em turmas regulares, ainda durante a formação inicial, e assistidos por especialistas com os quais possam empreender reflexões aprofundadas e localizadas.

Por fim, perguntamos em relação às expectativas, se ao iniciar o projeto eles tinham criado expectativas e se conseguimos supri-las. De início levamos um susto, pois eles disseram que não tinham expectativas! Todavia, percebemos que não foi nada em relação ao projeto, apenas ao tempo e às tarefas externas que eles tinham, a correria dos dias não permitiu aos mesmos criarem expectativas sobre o projeto. Preferimos deixar a resposta na íntegra, pois toda ela é rica e nos mostra mais das expectativas dos futuros professores.

“1B: Olha eu não esperei nada, porque como já estava tudo corrido, né? Eu não conseguia pensar, mas aí quando fala: ‘meu Deus preciso entregar o trabalho, preciso pensar no trabalho, pra achar alguma coisa pra gente fazer’. Foi graças a MARIA⁹, porque ela falou: ‘por que vocês não fazem uma coisa assim? Uma coisa diferente, tipo as bananas amadurecem, por que vocês não modelam isso?’ E eu falei ‘como assim?’, eu não tava entendendo e depois disso o desespero começou a bater ne? Daí saiu, mas eu achei que só veio pra contribuir mesmo.

1C: É, no meu caso eu também não estava esperando muita coisa, porque do jeito que está corrido, você não pára pra pensar, as vezes não tinha nem tempo pra pensar nisso, então, quando pensava, eu

⁹ Usamos aqui um nome fictício para substituir o de outra PIBIDiana que também participou do projeto.

falava: ‘ai meu Deus tem que fazer e agora?’, então, até ontem foi terrível pra mim.

P: Até ontem? (risos) [a brincadeira foi feita, pois na manhã da aplicação ainda tinham problema com a atividade]

1C: Vamos considerar ontem, (risos) então, foi bem corrido, mas não que eu não quisesse fazer, a questão é que a gente estava tão sobrecarregada das outras coisas, que a gente acaba deixando um pouco pro último minuto.

1B: E a gente tem tempo, se for ver dá pra fazer, só que a gente tem tanta coisa na nossa cabeça que a gente não consegue processar”.

Ao encerrar a entrevista, deixamos um espaço para caso algum deles quisesse deixar um último comentário, e todos, inclusive o pesquisador, só agradeceram o projeto e o quanto foi enriquecedor para todos.

Retomando as questões auxiliares, podemos perceber que antes da aula os futuros professores estavam ansiosos, nervosos e preocupados com a preparação da aula. Por não terem tido contato com a metodologia anteriormente, esse foi um dos pontos que apareceu na fala dos PIBIDianos, ainda percebemos uma insegurança neles em relação ao conteúdo apresentado na aula. Além desses pontos, ainda apareceu um comentário positivo, esperançoso, em relação a futura aula.

Em relação ao momento pós aula, percebemos os alunos tranquilos, já sabendo que a aula deu certo, eles comentam bastante da importância da aula para aprendizagem dos alunos. Sobre a Modelagem, os futuros professores ainda comentaram sobre as práticas da metodologia e o futuro deles com ela.

4.2 Grupo 2

O segundo grupo cujas manifestações foram analisadas é composto por 2 PIBIDianos. 2A estava no 3º período do curso de Licenciatura em Matemática e havia entrado no PIBID há 3 meses, e 2B estava no quarto período e há 1 ano e meio no PIBID. Nenhum dos dois tinham tido contato com Modelagem Matemática até o projeto e só haviam vivenciado regências com jogos ou revisão de conteúdo, no âmbito do PIBID. A atividade desenvolvida

por eles foi a do tamanho do calçado, no qual eles apresentaram três tabelas, cada uma de uma empresa de sapato. Nelas havia as medidas em centímetro e qual seria o tamanho do calçado correspondente. Abaixo podemos ver texto base deles:

QUAL A MEDIDA DO CALÇADO?

A primeira descrição oficial de um sistema de tamanhos para calçados foi publicada na Inglaterra em 1688 um quarto de polegada como padrão. Mais de um século depois, uma nova medida foi instituída pelos fabricantes ingleses: um terço de polegada, o equivalente a um grão de cevada, que era justamente a medida usada pelo rei Eduardo I, no século 14, como padrão para os calçados. Essa medida virou uma unidade métrica chamada ponto, que entrou no primeiro sistema de numeração para fábricas de calçados, criado em 1800, usadas até hoje nos EUA e na Inglaterra. Os fabricantes só começaram a utilizar o método em 1808, mas ele sobreviveu e dura, com pequenas variações, até hoje. Outros países, como o Brasil, adotaram sistemas diferentes, mas sempre baseados na ideia de ponto. O sistema brasileiro usa o ponto francês (dois terços de centímetro), que é mais ou menos o padrão em toda a Europa continental.

Ainda hoje pessoas recorrem a sapateiros para ter um calçado sobre medida. No entanto é comum as pessoas comprarem calçados sobre medidas padronizadas. As diferentes marcas existentes levam a diferentes medidas uma da outra.

Podemos realizar uma investigação acerca do tamanho (numeração) de calçados de umas pessoas levando em consideração suas medidas?

Dado o problema, houve necessidade de coletar informações para a resolução.

Na tabela 1 apresentamos dados obtidos na loja virtual, Naná Sports referente a medidas de calçados da marca West Coast.

Tabela 1: Número do calçado e comprimento do pé.

Comprimento do pé	23,5	23,8	24,5	25	25,5	26	26,5	27,5	28	28,5	29,5
Nº do calçado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

Fonte: www.lojananasports.com.br, outubro de 2017.

Na tabela 2 apresentamos dados obtidos na loja virtual, Nike referente a medidas de calçados da marca Nike.

Tabela 2: Número do calçado e comprimento do pé.

Comprimento do pé	22	22,5	23,5	24	25	25,5	26,5	27,5	28	29	30
Nº do calçado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

Fonte: www.nike.com.br, outubro de 2017.

Na tabela 3 apresentamos dados obtidos na loja virtual, Adidas referentes a medidas de calçados da marca Adidas.

Tabela 3: Número do calçado e comprimento do pé.

Comprimento do pé	23	23,5	24,5	25	25,5	25,75	26,5	27,5	28	28,75	29,5
Nº do calçado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

Fonte: www.teniscerto.com/tabela-de-tamanhos-adidas/, outubro de 2017.

Problema: Levando em consideração essas informações, construa uma expressão que relacione o comprimento do pé com o número do calçado.

Até por eles não terem tido contato com a metodologia antes do projeto, na primeira orientação eles ficaram com uma dúvida em relação a escolha do tema, pois, na explicação, sempre dizemos que, por trabalhar com a realidade, o tema tem que se aproximar da realidade dos alunos para que haja interesse no desenvolvimento da Modelagem e, sempre que possível, ser escolhido pelos próprios alunos. Então, ao citar um tema que não agradaria a todos na sala, 2A fez o seguinte comentário: *“Eles falam pra gente que alguns jogam, competem futebol ...; P: Dá pra se trabalhar modelagem nos esportes.; 2A: Mas daí a gente não ia conseguir alcançar a todos, né? Porque tem algumas meninas que, pelo que eu vejo, não gostam”*, após essa indagação, explicamos que nem sempre alcançaremos a totalidade dos alunos e que, neste sentido, é sempre bom variar as atividades e temas, de modo a alcançar, nos diferentes momentos, o interesse de diferentes sujeitos.

Ainda para complementar, lembramos de uma história de uma professora contada em um evento em Pelotas, no ano de 2017. Na época, ela comentou que estava com uma turma buscando temas para fazer Modelagem em grupos, quando um de seus grupos pediu para trabalhar com o tema “buraco negro”, o que, na cabeça dela, não poderia ser feito, pois nunca seria da realidade deles, do cotidiano deles, um buraco negro. Sendo assim, ela pediu aos alunos uma justificativa para o uso do tema, ao que responderam que apenas era de curiosidade deles, e, assim, ela trouxe a reflexão: nem sempre a realidade dos alunos está na vida deles, no cotidiano, a curiosidade é uma realidade dos alunos, logo, um tema que gera curiosidade também pode ser considerado da realidade dos alunos.

Ainda nesse ponto, insegurança sobre a Modelagem Matemática, além da dúvida do tema, eles também ficaram com dúvidas no passo a passo da atividade, como podemos ver nos próximos dois trechos retirados das orientações: *“P: Em relação ao primeiro encontro, sobre Modelagem, ficou alguma dúvida?; 2B: Bastante!; P: Então, vamos lá, agora é o momento, alguma pergunta que vocês já tenham pensado? Algo que vocês lembram que tenha ficado de dúvida?; 2B: Mais na parte de utilização dos dados mesmo”*. Nesse primeiro trecho a dúvida era em relação aos dados que seriam utilizados no problema, entre as dúvidas apareceram: quem teria que buscar os dados? Os são dados mais superficiais ou temos que aprofundar?

Outra dúvida foi em relação ao problema desenvolvido e os dados obtidos: *“P: Tudo certo para amanhã?; 2B: Um pouco inseguro com o problema sugerido.; P: Em que*

sentido?; 2B: É que as tabelas não têm um padrão a seguir". Essa insegurança se dava, pois o problema utilizado por eles era aberto, e poderiam surgir várias resoluções diferentes, muito embora a "função definida por partes" muito provavelmente se configurasse nas resoluções, dada a natureza dos dados, sendo que os estudantes também não se sentiam seguros em relação a esse conteúdo.

As dúvidas em relação a escolha do tema, conceitos da Modelagem e o conteúdo a ser trabalhado, também apareceram na entrevista realizada com eles após o desenvolvimento da aula, quando perguntei quais dificuldades eles sentiram durante o projeto. A PIBIDiana 2A disse que: *"No começo, eu acho que a gente teve bastante dificuldade em entender como é a Modelagem em si, até aquele momento a gente não tinha visto Modelagem e, também, pensando para um 2º ano, como trabalhar um conteúdo, né? A gente teve várias ideias que encaixava, quando a gente pensava que estava legal, a gente via que não dava, então, a gente teve um pouco de dificuldade nisso."*

O estudante 2B manifesta, ainda: *"a gente teve um pouco de dificuldade nesse primeiro contato com Modelagem, acho que a dificuldade principal foi conseguir entender os conceitos básicos, tanto que, depois que a gente compreendeu, a gente conseguiu definir um conteúdo, conseguimos bolar um tema, parece que começou a evoluir mais depois dessa compreensão mais completa, acho que a dificuldade maior mesmo foi esse primeiro contato"*.

Ainda nessa pergunta, os futuros docentes comentaram que uma luz no fim do túnel para eles foi quando foram apresentados ao livro de Almeida, Silva e Vertuan (2012), Modelagem Matemática na Educação Básica, com o livro eles puderem compreender melhor ideias de temas e como desenvolver as atividades. O trecho denota, ainda, a preparação e preocupação dos alunos no desenvolvimento do planejamento da atividade de Modelagem visando a sua utilização em uma sala de aula, uma vez que empreenderam leituras e pesquisas para dirimir dúvidas que dificultavam o desenvolvimento do plano. No trecho abaixo está a fala deles em relação ao livro:

2A: Foi legal a sua recomendação daquele livro de Modelagem [Almeida, Silva, Vertuan, 2012], a gente conseguiu entender como seria pra fazer. Foi quando o 2B teve a ideia de a gente pegar a numeração de calçados e aí, a partir disso ...

2B: Sim, foi quando você apresentou a da calça.

2A: Isso!

2B: Da camisa, só que daí não deu certo ...

2A: Daí, a gente foi adaptando, adaptando, até que deu certo. E aí, a gente teve a conversa com o Rodolfo, ele gostou da ideia que a gente tinha pensado de outra forma com a tabela que elas tinham apresentado, e aí o plano de aula foi tranquilo pra fazer, acho que só, o problema mesmo foi o tema mesmo.

Ainda em relação ao período anterior, ao da aplicação do plano, eles disseram que se sentiam inseguros, eles tinham receio que não desse certo ou que os alunos não conseguissem compreender o que era pra ser feito. Quando perguntado como a 2A se sentia antes da aula, ela respondeu: *“eu fiquei com um pouco de receio, será que vai dar certo? Será que eles vão entender o que é pra fazer? Eu fiquei um pouco ansiosa”*.

Realizada a atividade na escola parceira, perguntamos a eles quais as dificuldades que eles sentiram para a realização da aula. A principal dificuldade para eles foi a participação dos alunos na atividade, uma vez que no início se mostraram desinteressados. Como diz 2B: *“Minha dificuldade foi mais por parte dos alunos que estavam desinteressados, que demoraram para começar a atividade, até tivemos que chamar a atenção algumas vezes, mas depois que eles começaram a desenvolver a atividade foi tranquilo, como foi na primeira aula, eles ainda estavam meio dormindo, então, pra mim, essa foi uma dificuldade que eu senti na aplicação, o interesse por parte deles”*. Neste contexto, 2A complementa: *“depois que eles pegaram o jeito, que eles entenderam o que era pra ser feito, o negócio foi caminhando, eu fiquei animada por ver eles procurando como fazer, foi legal, no começo que ficou aquela situação difícil”*.

Ainda sobre a insegurança dessa primeira experiência, a PIBIDiana 2A comentou que *“foi muito bom aquele roteirinho que você [Raphael] mandou pra gente, porque eu fiquei pensando, como que a gente vai aplicar? Aí, depois que eu vi que você instruiu a gente, oh faz assim e tal. Nossa! Foi um alívio, ajudou bastante”*. Sempre na véspera da aplicação da atividade, marcávamos com os futuros docentes no *Messenger* uma última orientação. Nesse momento, discutíamos possíveis momentos que aconteceriam na aula e o que eles poderiam fazer para suprir esses obstáculos, essa conversa é o que ela chama de “roteiro”.

Apesar de eles terem apresentado algumas inseguranças e dificuldades, perguntamos o que teve de bom na aula e, para eles, foi a sensação de ver que os alunos estavam conseguindo realizar a atividade e deles terem compreendido o conteúdo que emergiu na atividade:

2B: Acho que foi mais eles terem conseguido compreender o conceito de funções por partes, a maioria compreendeu, tanto que, quando nós fomos resolver no final da aula, no quadro, nós só precisamos construir o plano cartesiano, o resto foram eles mesmo que foram fazendo. Teve, não vou dizer todos, mas teve uma grande parte que conseguiu entender o que a gente transmitiu.

2A ainda manifesta em relação a essa resolução do problema: “o conceito de função eles conhecem a função básica [no caso, a PIBIDiana se refere aqui a funções que normalmente se ensinam na Educação Básica, como função afim e quadrática], então o legal foi que, quando eles foram montar o plano cartesiano, tinha os pontos que ligavam, por exemplo, o 34 com 23 centímetros, daí eles foram montando os pontos e depois eles ligavam todos, daí, pra gente pegar e fazer eles refletirem, até um grupo terminou, beleza, tava bonitinho o plano deles, aí eu pedi: tá e como que a gente pode denominar essa função? Aí eles já começaram a pensar e chutar um monte de coisa, foi bem legal, e no final, eles arrancaram do Rodolfo¹⁰. Aí não valeu (risos).

Nesse momento da conversa com os futuros docentes, perguntamos a eles sobre a importância da Modelagem Matemática na Educação. O principal ponto que eles apresentaram foi o fato dela trabalhar com a realidade. O estudante 2B comenta que com a Modelagem é possível trabalhar alguns conceitos que dificilmente os alunos iriam ver no cotidiano da sala de aula, considerando, provavelmente, sua experiência na condição de aluno que fez a Educação Básica, como no caso a função trabalhada por eles, função definida por partes. A estudante 2A retoma aquela pergunta tão escutada pelos professores, “mas onde é que eu vou usar isso fora da escola?”.

2B: Acho que o principal conceito dela, é que ela trabalha com informações reais, coisas que eles possam pensar fora da sala de aula, acho que é a [característica] que mais me chamou atenção ao trabalhar com modelagem é isso, saber que tem alguns conteúdos que

¹⁰ Essa aula foi observada pelo Professor Rodolfo, orientador dessa dissertação, pois a experiência dessa dupla foi uma das que batia horário com a experiência de outros grupos, impossibilitando o pesquisador de presenciar a todas as aulas.

sei que dificilmente eles irão ver em sala de aula, com a modelagem você consegue passar essa mensagem diferente, saber que pode sim trabalhar, usar a Matemática lá fora, ou trazer a Matemática de lá de fora pra dentro da sala de aula, acho que esse é o ponto que mais me chamou atenção na Modelagem.

2A: O aprendizado deles em relação, até o Rodolfo comentou na sala, quando vocês forem comprar um tênis, tinham três tabelas, quando vocês forem comprar um tênis, vão pela numeração ou pelo centímetro do seu pé? Eu acho que é legal isso, igual o 2B falou da realidade, porque muitas vezes os alunos falam: nossa, onde é que eu vou usar isso?

Quando perguntados sobre o que o projeto deixa de contribuição para eles tanto na vida acadêmica como na vida profissional, um dos PIBIDianos disse que todo o aprendizado obtido durante todo o projeto foi uma contribuição, hoje ele consegue compreender a Modelagem, ele ainda lembra que esse foi o primeiro contato dele com a metodologia, entender como desenvolver uma atividade, entre outros pontos que podemos ver no comentário abaixo.

2B: Bom, na minha opinião, no caso, esse foi o primeiro contato que eu tive com a Modelagem, e eu senti a dificuldade no começo, mas depois eu consegui compreender, consegui desenvolver, foi tudo bem tranquilo, então, eu acho que o que mais me chamou atenção foi a Modelagem em si mesmo, depois que a gente conseguiu aplicar, tanto o desenvolvimento, que foi a gente correr atrás do conteúdo, preparar o tema, foi um período de muito aprendizado. Então, acho que isso já é a contribuição que eu consegui até agora, aprender desde o que é a definição por partes, como aplicar num segundo ano, os conceitos básicos de modelagem, como uma interpretação diferente, pode fazer a diferença na sala de aula, acho que esses são alguns pontos que posso levar de contribuição.

A estudante 2A comentou da importância dos desafios vividos durante o projeto e finaliza: *“Quando a gente tava formulando, acho que os desafios, quando a gente tinha uma ideia e não dava certo, aí já procurava outra coisa, tentava adaptar, ia, vai e volta, falo com você, aí você cobra a gente, eu falo com o 2B, a gente fala com o Rodolfo, todos esses*

desafios sabe, que são bons, quanto mais experiência pra gente melhor”. Acreditamos também na importância das experiências, das práticas e da reflexão sobre e a partir das experiências para uma formação ainda melhor.

Em relação as expectativas com o projeto, ambos confirmaram que elas foram supridas com o passar dos dias. No início eles não faziam ideia de como isso ia terminar e terminou com muito aprendizado e tranquilidade. Ainda comentaram que eles ficavam pensando como fazer a aula parecida com a oficina, mas que eles pensavam e não conseguiam imaginar essa transposição. Porém com as orientações e estudos foram vendo que era sim possível usar a Modelagem.

Por fim, ambos agradeceram a oportunidade e disseram que no início estavam desanimados com o projeto, mas que foi muito interessante, a 2A ainda finalizou dizendo: *“É legal ver esse resultado, né? Ver que deu certo, acho que foi isso, foi bem legal toda a experiência”*.

Retomando as questões auxiliares para esse grupo, no período pré aula percebemos, por meio dos trechos, que eles estavam com problemas na compreensão dos conceitos de Modelagem, ansiosos com a prática e inseguros tanto com o conteúdo, como com as questões relacionadas à aula.

Porém, após as práticas das aulas os PIBIDianos já falam com tranquilidade e alegria sobre a participação dos alunos, comentam sobre os pontos positivos da prática de Modelagem trabalhar com a realidade, a importância dos desafios para a formação deles, os diferentes aprendizados envolvidos em uma só atividade e a tranquilidade que sentiam por não ter se configurado uma experiência frustrante.

4.3 Grupo 3

O grupo 3 era composto por dois professores em formação. A estudante 3A estava no quarto período da Licenciatura e havia entrado no PIBID há um ano, o segundo integrante, 3B, já era do 6º período e também estava no PIBID há um ano, ambos nunca tinham realizado uma aula utilizando a Modelagem Matemática, apesar de 3B já ter cursado a disciplina

Modelagem Matemática 1¹¹, ou seja, ele já tinha tido o primeiro contato com a metodologia, porém nunca havia utilizado ela em sala de aula na condição de professor.

Na primeira entrevista, eles já escolheram o tema Narguilé para trabalhar com os alunos, apesar de ser um tema que pode ser visto com receio para discutir numa sala de aula, pois, dependendo do modo como for trabalhado, pode parecer um incentivo ao uso. Porém, independente dos riscos, tanto nós, quanto os professores e a escola gostaram do modo como a aula seria realizada e o tema foi colocado em prática. Nessa temática eles trabalharam a nicotina no organismo humano após o uso do Narguilé. O texto base utilizado por eles, pode ser lido a seguir:

ESTUDO DA NICOTINA NO NARGUILÉ

O narguilé é um dispositivo para fumar no qual o tabaco é aquecido e a fumaça gerada por um filtro de água antes de ser aspirada pelo fumante, por meio de uma mangueira. Estudos associam o uso do narguilé ao desenvolvimento de câncer de pulmão, doenças respiratórias, doenças periodontais (da gengiva), além de expor seus usuários a de nicotina em concentração que causa dependência. Após 45 minutos de sessão, o narguilé aumenta os batimentos cardíacos e a concentração de monóxido de carbono expirado. Em longo prazo, seu consumo pode causar câncer de pulmão, boca e bexiga.¹²

Como qualquer outro produto derivado do tabaco, o narguilé contém as mesmas 4.700 substâncias tóxicas do cigarro convencional, uma delas é a nicotina.¹³

A nicotina segundo o Departamento de Saúde e Serviços Humanos dos Estados Unidos, é uma droga que causa dependência, é psicoativa; é reforçadora da motivação de fumar; com a repetição do uso desenvolve-se tolerância, exigindo doses progressivamente maiores para desencadear o mesmo efeito.

Levando em consideração que um fumante consumiu numa noite aproximadamente uma caixa de essência de 50g, que contém 0,5mg de nicotina¹⁴ sabendo que a meia-vida da nicotina é de 2 horas e que ao terminar de fumar, ele absorve 70% da nicotina presente no produto. Qual será a quantidade de nicotina em seu organismo no decorrer do tempo?

¹¹ Ementa: Modelos e modelagem matemática; modelagem matemática no âmbito educacional; técnicas de modelagem; evolução de modelos; atividades de modelagem matemática voltadas à sala de aula.

¹² <http://www.inca.gov.br/wcm/dncf/2013/o-que-e-narguile.asp>

¹³ <http://www.gazetadopovo.com.br/saude/narguile-e-mais-nocivo-do-que-o-cigarro-1ok6z1feqzhqkinyi0bs33fbi>

¹⁴ <http://www.boatos.org/saude/informacao-errada-fumar-narguile-faz-mais-mal-que-o-cigarro.html>

Em relação às manifestações dos PIBIDianos durante a entrevista inicial e as orientações, os dois futuros professores não comentaram nada sobre o uso da Modelagem. Eles falaram apenas sobre o conteúdo e as dúvidas em relação à resolução.

No diálogo abaixo, o estudante 3B comenta, em tom de brincadeira, sua indignação pelas contas darem resultados exatos, o que é difícil de ocorrer em problemas matemáticos, principalmente usando dados reais.

3B: Eu acho que usar essa exponencial normal seria bem melhor pra eles.

P: Então, mas foi o que pensei, pois é mais parecido com o que eles já estão fazendo.

3B: Nossa, só que deu muito bonitinho cara. Não pode ser assim. Deu exato, não pode dar exato! Pra mim, não pode dar exato, senão não é matemática.

Em outro momento, quando perguntados sobre o andamento do plano de aula, eles demonstraram insegurança com o conteúdo novamente: “*P: Como estão as resoluções?; 3B: Estamos com um problema na resolução*”, nesse caso o problema era com parte do conteúdo teórico de Função Exponencial.

Ainda, antes da aula, os dois fizeram um último comentário sobre o conteúdo: “*3B: Nós fizemos o ajuste da curva usando o Geogebra, mas não conseguimos manualmente. E acredito que seria mais interessante ajustar manualmente, para isso, estamos tentando usar o método dos mínimos quadrados*”. Nesse momento, estudamos o que eles mais tinham dificuldade, para que, ao chegar na aula, essa insegurança com o conteúdo, que permeou durante todo o processo de preparação, não ocorresse.

Com isso, chegamos ao momento pós aula, a entrevista final, lembro aqui que nela não conversamos apenas sobre a aula, mas sim sobre o projeto todo. Sendo assim, começamos perguntando a eles qual havia sido a maior dificuldade que eles tiveram durante o projeto e, para confirmar as observações anteriores, obtive como primeira resposta: “*3B: O planejamento da aula foi dificultoso pra nós*”. Eles tiveram bastante dificuldade no momento da preparação da aula, principalmente em relação ao conteúdo que foi abordado pela atividade.

3A ainda comentou que: *“como eu nunca tinha feito Modelagem, achei dificuldade nisso”*. Em relação a essa dificuldade, a aluna ainda comentou que: *“Para mim, como nunca tinha feito nem Modelagem, nem regência, foi mais difícil [nesse ponto, ela comenta sobre o projeto todo], o 3B teve que me ajudar muito, mas em tudo, tanto em trabalhar a Modelagem, quanto na aula mesmo, saber como lidar, sabe?”*. O estudante 3B já havia feito a disciplina de Modelagem Matemática 1, então, essa foi uma dificuldade apenas dela, nesse caso. O interessante de ele já conhecer a metodologia, foi a troca de conhecimentos estabelecida entre os dois estudantes. Ainda, sobre as dificuldades, perguntamos se elas permaneceriam se fosse outra metodologia, e ambos, sem pensar duas vezes, responderam sim, que as dificuldades sempre existiriam, principalmente com algo novo.

Já pensando nas experiências, questionamos como foi, para eles, essa experiência, e, como nos outros grupos, eles também sentiram um diferencial na participação dos alunos como podemos ver abaixo:

“3A: Para mim, foi bem legal, porque os alunos se interessam na atividade de Modelagem, eles tentaram por si só fazer as coisas e a gente foi só orientando, é uma coisa que eles se envolvem mais.

3B: No meu caso, acho que foram os alunos diferentes, não trabalhei com a mesma turma, mas foi bem de boa, eu gosto de dar aula. Faço umas brincadeiras, é bem de boa.”

No que diz respeito aos pontos positivos da primeira experiência, os estudantes novamente citaram os alunos. Eles conseguiram compreender a relação do interesse do aluno na atividade e o uso da Modelagem Matemática como metodologia, o que, consideramos, também poderia ter sido presenciado se tivessem utilizado alguma outra metodologia diferenciada que, também, colocasse o aluno como protagonista na construção do conhecimento, dando autonomia para eles.

Quando conversamos sobre a Modelagem em si, o pensamento deles vem confirmando essa ideia, da importância da autonomia do aluno na construção do conhecimento. 3A comenta que: *“os alunos vão criando a matemática deles, eles vão desenvolvendo o pensamento deles, não é o professor chegar e dizer que é assim, eles desenvolvem o pensamento, então quando a gente vai fazendo pergunta que faz com que eles pensem, é muito interessante, eles se interessam muito mais e aprendem muito mais”*.

O estudante 3B complementa dizendo que gosta da Modelagem e até pretende seguir com ela em estudos futuros: *“em relação a modelagem, ela é uma metodologia que eu gosto muito, é uma área que pretendo seguir no meu mestrado, então, não vejo nenhum aspecto negativo, acho que o uso dela será sempre positivo, sempre saindo do tradicional”*.

Ainda perguntamos, na visão deles, quais as contribuições do projeto na formação deles. Ambos enxergam boas contribuições, desde a experiência de sala de aula que muito contribuiu para práticas futuras, como o conhecimento dessa metodologia, seja a teoria ou a prática, ambas ajudaram nos desafios futuros, como podemos ver no trecho abaixo:

3B: A experiência em sala de aula, a gente está sempre aprendendo a aprender mais, então, eu acho que foi divertido, foi legal.

3A: E, para mim, foi ali o primeiro contato com a Modelagem, com a regência, com essas coisas assim, acho que foi bom e será bom pras matérias que ainda irei fazer.

Em relação as expectativas, eles concordam que o projeto superou as expectativas criadas por eles. 3B até comenta que, em certo momento, pensou que não daria certo realizar essa atividade, mas que no final foi tudo tranquilo e que os alunos ainda ficaram com gostinho de quero mais: *“antes eu achava que aplicando no 2º ano não ia adiantar, mas aí supriu as expectativas, sabe? Eles participaram, eles fizeram a atividade. Eles estavam todos curiosos para saber mais”*.

Por fim, 3B manifesta o interesse em empreender novas práticas de Modelagem, dada, possivelmente, a experiência positiva que tiveram: *“bom, nós pretendermos aplicar mais atividades de Modelagem, então podemos contar com vocês de novo, né?”*.

Fazendo um breve resumo, percebemos que os PIBIDianos desse grupo estavam um pouco inseguros em relação à aula, principalmente sobre o conteúdo que seria trabalhado na aula. Apesar de não aparecer nas orientações, durante a entrevista final percebemos que existiram algumas dúvidas sobre os conceitos teóricos e sobre a prática de Modelagem Matemática, sobre isso, acreditamos que não tenha aparecido anteriormente, pois um dos integrantes já conhecia a metodologia e pode ter sanado as dúvidas antes das orientações.

Já após a aula, o grupo comentou sobre a participação dos alunos, também citaram o interesse futuro com a metodologia, além da experiência também colaborar com a vida acadêmica deles.

CAPÍTULO 5

REFLEXÕES SOBRE AS MANIFESTAÇÕES DE ESTUDANTES EM FORMAÇÃO INICIAL DURANTE SUA PRIMEIRA EXPERIÊNCIA EM / COM MODELAGEM EM SALA DE AULA

A partir das análises individuais empreendidas no capítulo anterior, passamos a olhar os dados de modo mais global e, com isso, buscamos apresentar considerações acerca do nosso objetivo que é *identificar as manifestações de estudantes da Licenciatura em Matemática quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez em uma turma regular da Educação Básica na condição de PIBIDianos*. Para isso, utilizaremos aqui as ideias levantadas pelas duas questões auxiliares, “que expectativas os PIBIDianos demonstram antes da primeira experiência?” e “que reflexões apresentam os PIBIDianos após o desenvolvimento da aula?”.

Tomando a primeira destas questões auxiliares, ou seja, o que foi manifestado pelos estudantes no período que antecedeu a primeira experiência prática, percebemos alguns pontos em comum entre os três grupos. Esses pontos podem ser agrupados em: i) a insegurança com o conteúdo; ii) a compreensão dos conceitos de Modelagem Matemática; iii) nervosismo, preocupações e ansiedade; e iv) dificuldades com o plano de aula.

No primeiro agrupamento, **insegurança com o conteúdo**, inferimos que seja devido, principalmente, ao fato de os estudantes não terem experiências da regências anteriores, ou seja, a insegurança residia no fato de ensinar algo para os alunos da escola parceira, na prática, uma vez que saber o conteúdo pra si, embora seja necessário, não garante um ensino efetivo.

Tal insegurança, embora não seja específica da atividade de Modelagem e, sim, da prática de ensino que vivenciariam, denota a importância de um acompanhamento especializado, como o realizado pelos pesquisadores, no âmbito das primeiras práticas dos estudantes na condição de professores, inclusive e principalmente, quando as primeiras práticas são de Modelagem – considerando a importância que atribuímos à implementação, cada vez mais corriqueira e efetiva, de práticas de Modelagem nos diferentes níveis de escolaridade.

Oliveira e Barbosa (2013), assim como Malheiros (2016), relatam que a insegurança com o conteúdo matemático, constitui-se, por vezes, um argumento de professores para não utilizar a Modelagem Matemática.

Essa insegurança figura nas falas dos PIBIDianos 1B, 1C, 2B e 3B, conforme trechos apresentados nas análises específicas, bem como aparece no diário de campo do pesquisador, quando escreve que *“ao aparecer dois conteúdos matemáticos diferentes que resolviam o problema da questão, os futuros docentes se sentiram um pouco perdidos e desconfortáveis com a situação. Uma rápida conversa no canto da sala, deu ideias a eles, que conseguiram retomar as rédeas da situação”*.

Consideramos que a experiência de sala de aula também é um grande aliado para sanar as inseguranças relativas a uma aula. Desse modo, quanto mais experiências refletidas com Modelagem na condição de professores um sujeito tiver, mais seguro ficará para empreender novas atividades de Modelagem. É preciso dar o primeiro passo! Nesse ponto podemos colocar também os problemas em relação **a preparação da aula**, uma vez que por mais que trabalhemos os pontos importantes de uma aula, a experiência descortina e põe à mesa outros aspectos não vislumbrados no planejamento e suscitados durante a prática, o que também se configura uma defesa para que as primeiras experiências em / com Modelagem na condição de professores, sejam assistidas por especialistas.

Outro agrupamento suscitado pela pesquisa é a **dificuldade de compreender os conceitos da (ou a ideia de uma atividade de) Modelagem Matemática**. Embora esperado, pelo fato de que quase todos os estudantes não tinham conhecimentos sobre a metodologia, essa dificuldade ficou evidente durante o planejamento da aula, como quando precisavam escolher um tema para investigação, pensar em como usar ou produzir dados, que matemática utilizar, entre outros. Destacamos a ideia de que empreender práticas de Modelagem nas salas de aula implica um planejamento que busca prever diferentes encaminhamentos de resolução, mas que ao mesmo tempo se abre às diferentes possibilidades que só se descortinam no momento da prática, pelos próprios alunos. Esse aspecto do desenvolvimento de atividades de Modelagem vai se desenhando pelos PIBIDianos, com tempo e reflexão, enquanto pensam e prepararam seus planos de aula.

Em relação ao tema, Bassanezi (2002, p. 43) descreve que *“o início é apenas o tema de estudo escolhido quando ainda não se tem ideia do conteúdo matemático que será utilizado”*. Os sujeitos dos grupos analisados conseguiam ter ideias, mas dificilmente conseguiam entender como aquele tema seria abordado em uma turma específica, de nível escolar específico. O estudante 1C comenta *“Eu tenho muita ideia, mas eu não consigo direcionar”*.

Setti (2017), se baseando em Oliveira e Barbosa (2011), identifica aspectos da Modelagem que podem levar a tensões na prática docente, dentre eles: o planejamento do

ambiente de Modelagem, cuja tensão é a escolha do tema, e a preocupação com a interação dos alunos, com a organização dos mesmos para realizar as atividades. Essa preocupação com a interação dos alunos também aparece subentendida num trecho onde uma PIBIDiana pensa no tema a ser trabalhado: “2A: *Eles falam pra gente, que alguns jogam, competem futebol ...; P: Dá pra se trabalhar modelagem nos esportes.; 2A: Mas daí a gente não ia conseguir alcançar a todos, né? Porque tem algumas meninas que pelo que eu vejo, não gostam*”.

Há também o agrupamento relativo ao fato de os estudantes se mostrarem **nervosos, ansiosos e preocupados** no momento anterior à prática em sala de aula. Esse ponto creditamos ao fato deles não estarem totalmente seguros com o conteúdo e com os conceitos da Modelagem, e para nós, apenas as experiências orientadas durante a formação inicial podem contribuir para que estes sentimentos não apareçam em momentos futuros, inclusive, depois da graduação, já dentro de uma sala de aula, muitas vezes atividade solitária. Os futuros professores 1B, 1C e 2A trazem em suas falas esse nervosismo, usando expressões como o “*frio na barriga*” ao pensar na atividade ou “*ai meu Deus do céu, o que fazer agora?*”.

Tomando agora a segunda questão auxiliar, as manifestações dos PIBIDianos após a primeira experiência prática em sala de aula com Modelagem Matemática, notamos em comum: i) a surpresa com a participação dos alunos nas aulas; ii) a Modelagem Matemática como metodologia viável; iii) o futuro deles com a metodologia; e iv) a importância da experiência.

No que diz respeito à **surpresa com a participação dos alunos nas aulas**, todos os grupos se surpreenderam positivamente com a participação dos alunos durante as atividades, seja pelo interesse com os temas, com o problema ou com o conteúdo matemática, independente das turmas e escolas em que a atividade de Modelagem era desenvolvida. A vontade de aprender que a Modelagem desencadeou nos alunos das escolas surpreendeu os PIBIDianos positivamente.

Uma das manifestações frequentes dos PIBIDianos foi em relação ao desinteresse inicial dos alunos com que trabalharam, até que os mesmos começavam a fazer algo. Setti; Rocha e Vertuan (2016) já discutem isso e lembram que os alunos não estão acostumados a serem ativos em sala de aula, então, comentários como o da 2A: “*depois que eles pegaram o jeito, que eles entenderam o que era pra ser feito, o negócio foi caminhando, eu fiquei animada por ver eles procurando como fazer, foi legal depois, no começo que ficou aquela*

situação difícil”, acabam sendo comuns em turmas que não estão acostumadas com esse tipo de atividade.

Quando os alunos entendem a proposta da atividade é que tudo anda e os futuros professores acabam se surpreendendo positivamente, como a 3A: *“Para mim, foi bem legal, porque os alunos se interessam na atividade de Modelagem, eles tentaram por si só fazer as coisas e a gente foi só orientando, é uma coisa que eles se envolvem mais”*, comparando ao esquema de aulas com os quais estão habituados a acompanhar. Algo parecido é compartilhado no trabalho de Röpke *et al.* (2014, p. 1400), onde eles dizem que notaram *“que os alunos não se sentiam entediados com a aula e muitos estiveram motivados a participar da aula, como não eram o costume de muitos. Isto é uma das consequências de um planejamento em que o aluno é ativo na aula”*.

O segundo agrupamento que destacamos é a **Modelagem como metodologia viável**. Consideramos aqui alguns aspectos destacados pelos estudantes que colocam a Modelagem como metodologia viável para o contexto das aulas de Matemática, especialmente, na Educação Básica. Entre eles, o fato dela trabalhar com fatos e informações reais, de considerar o aluno o protagonista na busca por conhecimento, de trabalhar buscando considerar os interesses dos alunos, entre outras características. Um exemplo é a fala do 2B na qual ele diz: *“acho que o principal conceito dela [Modelagem Matemática], é que ela trabalha com informações reais, coisas que eles possam pensar fora da sala de aula, acho que é a [característica] que mais me chamou atenção ao trabalhar com modelagem é isso, saber que tem alguns conteúdos que sei que dificilmente eles irão ver em sala de aula, mas com a modelagem você consegue passar essa mensagem diferente, saber que pode sim trabalhar, usar a Matemática lá fora, ou trazer a Matemática de lá de fora pra dentro da sala de aula, acho que esse é o ponto que mais me chamou atenção na Modelagem”*.

O terceiro ponto manifestado pelos grupos é o fato deles cogitarem utilizar a metodologia em suas práticas ou de reconhecerem contribuições da primeira experiência para suas formações, seja para as disciplinas específicas de Modelagem Matemática como para as outras disciplinas de formação de professores. Exemplos de falas nesse sentido são as do 3B que diz que *“em relação a modelagem, ela é uma metodologia que eu gosto muito, é uma área que pretendo seguir no meu mestrado, então, não vejo nenhum aspecto negativo, sempre acho que o uso dela será sempre positivo, sempre saindo do tradicional”* e a fala da 1B: *“não tem nem dúvida disso [contribuições da Modelagem na vida acadêmica]. Não sei explicar*

como, mas igual eu falei, só vem Modelagem, não tem mais como dar matéria de outra forma”.

Por fim, o último ponto destacado é a **importância da experiência** para eles. Manifestaram que, ao final de todo o projeto, reconheceram a experiência como algo importante para suas formações. O estudante 1A reconhece que a experiência os ajudará bastante e a 2A complementa que *“quando a gente tava formulando, acho que os desafios, quando a gente tinha uma ideia e não dava certo, aí já procurava outra coisa, tentava adaptar, ia, vai e volta, falo com você, aí você cobra a gente, eu falo com o 2B, a gente fala com o Rodolfo, todos esses desafios sabe, que são bons, **quanto mais experiência pra gente melhor”**.*

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Realizar uma pesquisa implica em reconhecer inquietações que, por algum motivo, nos coloca em movimento de investigação. Neste sentido, acabamos por revelar, ao colocar holofotes em um dado fenômeno, nossa relação com ele. É assim que aconteceu também com a pesquisa que ora concluímos, uma vez que a problemática dessa dissertação surgiu da reflexão das atividades realizadas e observadas pelo pesquisador durante sua graduação, além das discussões empreendidas no âmbito do grupo de pesquisa GEPEEM. Buscamos, neste contexto, investigar o que manifestam estudantes da Licenciatura em Matemática quando realizam atividades de Modelagem Matemática pela primeira vez em uma turma regular de Educação Básica na condição de PIBIDianos, docentes em formação.

De início, foram realizados estudos teóricos sobre Modelagem Matemática e sobre Modelagem Matemática na Formação Docente Inicial. Escolhemos o contexto de atividades com o PIBID, porque, além de serem futuros professores, eles já estariam habituados à realização de práticas com algumas turmas regulares das escolas parceiras do projeto, o que, acreditávamos, contribuiria no tocante à familiaridade dos alunos com as turmas.

Para a prática do estudo, criamos o projeto Modela-Too, projeto que foi abraçado pelo PIBID Toledo e entrou para cronograma oficial de 2017 do respectivo grupo. O Modela-Too teve como participantes 22 dos 24 participantes do programa e ocorreu de setembro a novembro de 2017. Os alunos foram divididos em 9 grupos, entre duplas e trios, e cada um produziu sua própria aula, usando Modelagem Matemática, para uma turma específica escolhida pelos professores supervisores.

Com o objetivo que os alunos empreendessem suas primeiras práticas com Modelagem nas turmas regulares em que atuavam como PIBIDianos, desenvolvemos uma oficina sobre a Modelagem Matemática; realizamos orientações, presenciais e via rede social, cujo objetivo era orientá-los na preparação da primeira experiência como professor utilizando a metodologia e realizamos, ainda, duas entrevistas, uma no início e uma ao final do projeto – mais especificamente, uma antes e outra depois da experiência desenvolvida com Modelagem na Educação Básica na condição de professores. Utilizamos na coleta de dados as gravações, todas autorizadas pelos PIBIDianos, das entrevistas e orientações, além das conversas escritas nas orientações via *Messenger* do *Facebook*.

Tivemos nove grupos participando de todas as etapas, mas, para análise, escolhemos apenas três, devido à quantidade de dados que foram produzidos. O requisito nessa escolha foi a quantidade de informações manifestadas pelos PIBIDianos quando entrevistados pelo pesquisador, o que acabava por deixar, mais evidenciado, sentimentos, reflexões e justificativas para suas ações.

Para auxiliar na análise, utilizamos duas questões auxiliares que focavam em dois momentos, um primeiro antes da aula prática nas escolas e o segundo momento imediatamente o pós-prática. As questões elaboradas foram: “que expectativas os PIBIDianos demonstram antes da primeira experiência?” e “que reflexões apresentam os PIBIDianos após o desenvolvimento da aula?”. A análise foi dividida em dois momentos, no primeiro analisamos os dados de cada grupo individualmente, nos baseando nessas duas questões e observando em que momento cada fala foi dita. Em um segundo momento, analisamos os pontos em que as análises se relacionavam, isso nos possibilitou identificar algumas convergências.

Neste contexto, pudemos concluir que, antes da primeira experiência de regência como PIBIDianos em turmas regulares da Educação Básica, esses futuros professores acabaram ficando muito preocupados, ansiosos e nervosos, sentimentos relacionados com a insegurança em relação ao conteúdo que foi trabalhado e com as dúvidas sobre os conceitos de Modelagem Matemática, já que eles haviam acabado de conhecer a metodologia.

Porém, após a prática em sala de aula em que desenvolveram as atividades com os alunos, foi possível percebê-los mais calmos e tranquilos, contentes com o interesse a participação dos alunos, mesmo que no início da atividade os alunos tenham feito “corpo mole”, como manifestado por alguns estudantes. Os PIBIDianos estavam contentes com a vontade de “quero mais” que os alunos tinham apresentado no final da aula. Consideramos que parte desse desinteresse inicial está relacionado à cultura de práticas docentes em que os estudantes têm pouco ou nenhum papel ativo em suas aprendizagens.

Ainda foi possível perceber nos PIBIDianos um reconhecimento da Modelagem Matemática como metodologia, reparando em sua importância para Educação Matemática. Acreditamos que esse reconhecimento tenha peso nos comentários dos alunos em possíveis novas práticas docentes com a Modelagem, além deles reconhecerem a importância dessa experiência orientada ainda na graduação, o que se desenha como nossa principal defesa ao final deste texto – **que os estudantes, docentes em formação, tenham a possibilidade de vivenciar experiências em Modelagem Matemática em turmas regulares da Educação**

Básica, na condição de professores, ainda na graduação, assistidos por professores especialistas, que possam orientar e encorajar iniciativas, bem como provocar e mediar reflexões sobre as experiências.

Apesar de não ser nosso objetivo, as reflexões durante essa pesquisa nos mostraram a importância dela para as discussões sobre a implementação e ementas das disciplinas de Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática. A partir dos dados, percebemos o quanto importante é, durante a formação inicial, termos uma formação em Modelagem Matemática não apenas teórica, mas também prática, considerando, aqui, a prática na condição de professor em contextos não simulados, mas de turmas regulares. Como já abordado nos estudos teóricos por Silva (2007), devemos realizar disciplinas de Modelagem Matemática que enfatizem tanto ações didático-pedagógicas quanto ações de vivência.

Podemos citar, ainda, a importância do PIBID na formação dos futuros docentes. Percebemos que possibilitar aos PIBIDianos terem essa primeira experiência orientada, os encoraja para as futuras práticas docentes. Fazendo, ainda, uma reflexão sobre meu período de PIBID e analisando sobre o que foi observado nesse projeto, chego à conclusão de que o programa possibilita uma formação ainda mais prática aos futuros docentes, fornecendo uma boa bagagem que os levará a se sentir mais confiantes e efetivos no enfrentamentos das diferentes situações de sala de aula.

Durante a escrita desta dissertação realizamos outra pesquisa com ex-PIBIDianos sobre o período de participação no programa. No total foram 11 pessoas de diferentes subprojetos e áreas que responderam aos nossos questionamentos e, independente da área de pesquisa, exatas, humanas ou biológicas, todos tiveram a mesma opinião sobre o programa. Todos acreditam na importância do programa na sua formação, que o PIBID possibilita uma reflexão sobre o dia a dia das escolas e do papel do professor, além de possibilitar fazer a reflexão da relação teoria e prática. Ademais, o programa ainda possibilitou a eles participarem de eventos acadêmicos, apresentando seus trabalhos e conhecendo o que também está sendo feito nas diferentes linhas de pesquisa e nas salas de aula, de modo geral.

Para finalizar, peço a licença para sair da primeira pessoa do plural e escrever na primeira do singular. Ao chegar ao final desta pesquisa, me vejo num déjà vu de alguns anos atrás, quando finalizava meu Trabalho de Conclusão de Curso da graduação. Quando tive que finalizar o trabalho que tanto me apeguei, não conseguia, não entendia como finalizar, até que uma professora fez uma reflexão que relembro neste momento. Ela disse: *não é preciso concluir, não é preciso por um ponto final.*

Então, sendo assim, lembro que aqui fizemos as considerações finais e não a conclusão, nossa intenção nunca foi esgotar a temática. A partir daqui, tanto eu, meu orientador e você que está lendo, somos convidados a fazer novas pesquisas e trabalhos que atentem às nossas inquietações.

Por fim, para refletirmos sobre esse “fim sem fim”, deixo dois trechos, o primeiro é do meu TCC, o segundo da TESE dessa minha professora, ambos nos mostram a importância de nunca precisarmos colocar esse tão difícil “ponto final”.

[...] não podemos chegar com uma conclusão e encerrar o assunto, afinal ainda há muitas observações para serem observadas, muitas análises para serem analisadas e muitos trabalhos para surgir, a história nunca acaba (SANTOS, 2016, p. 40).

[...] é preciso concluir, é chegada a hora de concluir. “Concluir?”, me pergunto assustada. Mas confio. Como encerrar algo que eu sei não se encerra aqui? “Só mais um pouco”, suspiro e penso: há mais possibilidades de ser e de fazer. Sempre haverá. “É possível concluir?”, continuo. Sim. Nossa intenção nunca foi esgotar as possibilidades de estudo do nosso objeto (ANDRADE, 2012, p. 272-73).

REFERÊNCIAS

- ABADI, M. B. V.; PAGUNG, N. M. D.; DUARTE, M. A.; SOUSA, S. C.; REZENDE, O. L. T.; LORENZONI, L. L. Uma atividade de Modelagem Matemática na perspectiva de professores aprendizes. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 11, 2019, Belo Horizonte. **Anais ...** Belo Horizonte, UFMG, 2019.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p.117-134, 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1 ed. São Paulo: Editora Contexto, 2012.
- ANDRADE, M. M. **Ensaio sobre o ensino em geral e o de matemática em particular, de Iacrobio**: análise de uma forma simbólica à luz do referencial metodológico da hermenêutica de profundidade. 2012. 281 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2012.
- ASSIS, L. Modelagem Matemática na formação de professores: algumas contribuições. 2013. 140f. **Dissertação**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2013.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001
- _____. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veriati**, n. 4 p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3 ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M.S. Modelagem & Etnomatemática: pontos (in)comuns. CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 2., 2004, São Paulo. **Anais...** São Paulo, USP, 2004.
- BIEMBENGUT, M. S. FARIA, T. M. B. Modelagem Matemática na formação de professores: possibilidades e limitações. CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9, 2009, Curitiba, **Anais...** Curitiba, PUC-PR, 2009.
- BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.
- BONDÍA, J. L. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**. n. 20 p. 20-28, 2002.
- CARARO, E. F. F. KLÜBER, T. E. Concepções de Modelagem Matemática na formação de professores em Modelagem Matemática. ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel, **Anais...** Cascavel, UNIOESTE, 2017.

DIAS, M. R. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores.** 2005. 199f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

KLÜBER, T. E. Formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Básica brasileira: questões emergenciais. **Educere et Educare**, Cascavel, v. 12, n. 24, p.1-11, 2017.

LEITE, M. B. F. Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 1, p. 115-135, 2008.

MALHEIROS, A. P. S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, São Paulo, v.26, n.46, p.861-882, 2012.

MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectiva da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 9, n. 20, p. 1151-1167, 2016.

NEVES, J. L. Pesquisa Qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisa em Administração**, São Paulo, n. 3, p. 1-5, 1996.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Tensões nos discursos de professores e as ações da prática pedagógica em Modelagem Matemática. **Horizontes (EDUSF)**, v. 31, n. 1, p. 21-30, 2011.

PEREIRA, E. BURAK, D. A Criatividade em aplicações de Modelagem Matemática em sala de aula. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2008, Guarapuava. **Anais...** Guarapuava, UNICENTRO, 2008.

RÖPKE, J. F.; UNFRIED, A. G.; ZANELLA, L. F. S.; CIANI, A. B. Introdução À Modelagem Matemática utilizando a construção de uma casa. SEMINÁRIO ESTADUAL PIBID DO PARANÁ. 2, 2014, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu, UNILA-UNIOESTE, 2014.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. **Contribuições da Modelagem Matemática para a prática reflexiva dos professores: algumas considerações.** In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (org.). Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Londrina: Eduel, p.201 – 225. 2011.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Modelagem Matemática: uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de Matemática. **Educere et Educare**, Cascavel, v. 9, n. especial, p. 589-603, 2014.

ROSA, M. OREY, D. C. O campo da pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. **Educação e Pesquisa**. v. 38 n. 4, p. 865-879, out./dez. 2012.

SANTOS, L. M. M; BISOGNIN, V. Experiências de ensino por meio de modelagem matemática na educação fundamental. In: BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Modelagem Matemática e Educação Matemática na Educação Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais.** Recife: SBEM, 2007.

SANTOS, R. P. C. **Etnomatemática e Modelagem Matemática: da água para o vinho?** 2016. 48 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

SANTOS, R. P. C.; VERTUAN R. E. Oba meu Uber chegou: modelando o Uber em Toledo – Paraná. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel, UNIOESTE, 2018.

SCAPATICCI, L. M. “O peso da mochila e suas consequências”: o relato de uma experiência com a Modelagem Matemática. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo, Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

SETTI, E. J. K. **Modelagem matemática no curso técnico de informática integrado ao ensino médio - um trabalho interdisciplinar**. 2017, 264 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.

SETTI, E. Z. K.; ROCHA, Z. F. D. C.; VERTUAN, R. E. Reflexões acerca da Prática Docente em uma Primeira Experiência com Modelagem Matemática. **Perspectiva da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 9, n. 20, p.561-580, 2016.

SILVA, D. K. Ações de modelagem para a formação inicial de professores de Matemática. In: BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A.D.; ARAÚJO, J.L. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais**. Recife: Sbem, 2007. p. 215-232

SILVA, S. H. Desafios e realizações do PIBID/UFCG na área de Matemática. ENCONTRO DO PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA DA UFCG, 1, 2010, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande, UFCG, 2010.

SILVA FILHO, E. L. Formação de professores de Matemática e Modelagem Matemática: mudanças na prática pedagógica e no desenvolvimento profissional. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO SUPERIOR, 7, 2014, Sorocaba. **Anais...** Sorocaba, Universidade de Sorocaba, 2014.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista brasileira de estudos de pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, 2013.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v.30, n. 56, p. 1070-1091, 2016.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P.; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática em disciplinas do Ensino Superior: o que manifestam os estudantes? **Educere et Educare**, Cascavel, v. 12, n. 24, p. 1-15, 2017.

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO

TERMO DE CONSENTIMENTO E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO LIVRE E ESCLARECIDO (Para pessoas com 18 anos ou mais)

Título do Projeto: “Formação docente em Modelagem Matemática no âmbito do PIBID: um olhar para a criatividade”

Investigador(a): Raphael Peres Correia dos Santos e Rodolfo Eduardo Vertuan.

Local da Pesquisa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Toledo

Endereço: Rua Cristo Rei, 19, Vila Becker, CEP 85902-490, Toledo-PR, Brasil.

O que significa o consentimento?

O consentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de adultos, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante da pesquisa:

a) Apresentação da pesquisa

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, cujo objetivo consiste em compreender quais aspectos de criatividade se revelam das primeiras experiências com Modelagem Matemática dos PIBIDianos ao implementarem atividades em turmas regulares nas escolas em que atuam e investigar as possíveis contribuições para a sua formação docente. Você participará, caso concorde, de orientações para a elaboração de atividades a serem aplicadas em sala de aula e respondendo a uma entrevista ao final dessa aplicação, com perguntas sobre todo o projeto desenvolvido.

b) Desconfortos, Riscos e Benefícios.

Conforme a Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012 existe a possibilidade de danos à dimensão psíquica e moral do indivíduo já que envolve questões de caráter pessoal e coletivo. O pesquisador responsável suspenderá a pesquisa imediatamente ao perceber algum risco ou dano à saúde do sujeito participante da pesquisa, conseqüente à mesma, não previsto no termo de consentimento.

O projeto de pesquisa foi elaborado pensando em contribuir com as discussões de professores sobre o tema Modelagem Matemática e Criatividade na formação docente.

c) Confidencialidade

A pesquisa não divulgará seu nome, garantindo o anonimato.

d) Critérios de inclusão e exclusão

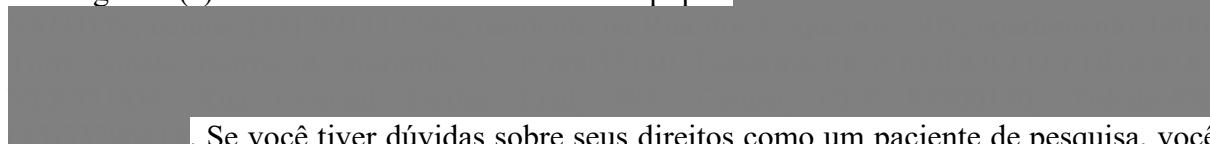
Foram selecionados para participar dessa pesquisa, os 24 alunos participantes do subprojeto de Toledo-PR do PIBID da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

e) Ressarcimento e indenização.

Estão assegurados o ressarcimento e indenização provenientes de custos ou danos gerados ao participar dessa pesquisa.

f) Contato para dúvidas

Se você ou os responsáveis por você tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o (a) investigador (a) do estudo ou membro de sua equipe:



. Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como um paciente de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O CEP é constituído por um grupo de profissionais de diversas áreas, com conhecimentos científicos e não científicos que realizam a revisão ética inicial e continuada da pesquisa para mantê-lo seguro e proteger seus direitos.

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

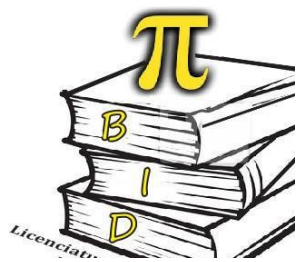
Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE CONSENTIMENTO E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste DOCUMENTO DE CONSENTIMENTO INFORMADO.

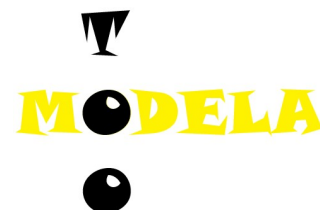
NOME ASSINATURA DATA

NOME DO INVESTIGADOR ASSINATURA DATA

APÊNDICE B
UBER EM TOLEDO



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Câmpus Toledo
 Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
 Projeto Modela Too
 Raphael Peres Correia dos Santos



UBER EM TOLEDO

No dia 18 de agosto de 2017 o Aplicativo Uber iniciou os serviços nas cidades de Cascavel, Toledo e Paranaguá.



O valor cobrado pela corrida dependerá do valor base destinado a cidade, a distância a ser percorrida, o tempo utilizado no trajeto e o custo fixo do próprio aplicativo. De acordo com a companhia o preço é definido por: ((preço base + valor com base na duração + valor com base na distância) * multiplicador de preço dinâmico) + custo fixo.

O valor dinâmico do Uber existe, pois “quando a demanda por viagens aumenta, os preços variam para incentivar que mais motoristas parceiros se conectem ao aplicativo e assim você terá um carro sempre que precisar. Se a oferta de motoristas parceiros subir suficientemente (por conta dos maiores ganhos que os parceiros podem ter fazendo viagens nesses locais e horários), e o número de solicitações cair por conta dos preços elevados, os preços voltam ao normal” (UBER, 2014).

Sendo assim, as tarifas em Toledo foram definidas nos seguintes valores:

Informações sobre o valor cobrado pela Uber:	
Preço base:	R\$2,00
Distância:	R\$1,00 por km
Tempo:	R\$0,15 por minuto
Custo fixo:	R\$0,75
Preço total mínimo:	R\$5,75

Fonte: Uber

Problema:

APÊNDICE C
PRODUTO EDUCACIONAL

VAMOS MODELAR?

Modelagem Matemática e sala de aula

RAPHAEL PERES CORREIA DOS SANTOS

VAMOS MODELAR?

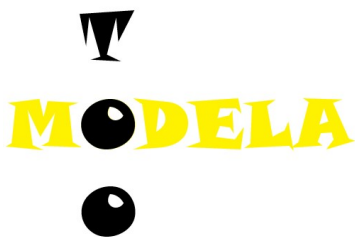
Modelagem Matemática e a sala de aula

RAPHAEL PERES CORREIA DOS SANTOS

(MESTRANDO)

RODOLFO EDUARDO VERTUAN

(ORIENTADOR)



TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação está licenciada sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



Sumário

APRESENTAÇÃO	4
MODELAGEM MATEMÁTICA	5
Modelagem Matemática: definições	5
Modelagem Matemática e a sala de aula	6
Modelagem Matemática na formação inicial.....	9
UBER EM TOLEDO	13
AMADURECIMENTO DA BANANA.....	15
QUAL A MEDIDA DO CALÇADO?.....	17
ESTUDO DA NICOTINA DO NARGUILÉ	19
O QUE É FIES?	21
PIQUENIQUE	23
REFORMA NA ESCOLA	24
CONSUMO DE ÁGUA TRATADA	26
BANDEIRA VERMELHA	28
REFERÊNCIAS	30

APRESENTAÇÃO

Olá,

Se veio até aqui, imagino que seja por interesse na metodologia Modelagem Matemática. Sendo assim, espero conseguir ajudar no que busca ou pelo menos dar uma luz para conseguir novas fontes.

Este é um produto educacional que surgiu da pesquisa de mestrado, cujo título é “Primeira experiência em sala de aula em / com Modelagem Matemática de professores em formação inicial”. Indico a leitura para aqueles que querem conhecer um pouco mais da metodologia e dos resultados da pesquisa.

Na dissertação comentamos, eu e meu orientador, o que manifestam os futuros professores em sua primeira experiência em sala de aula com a metodologia. Caso você seja um professor que irá utilizar a metodologia pela primeira vez, dê uma olhada na dissertação, às vezes, seus sentimentos podem ser os mesmos que o deles, saber que isso é normal, pode lhe tranquilizar e tornar essa experiência uma oportunidade de aprendizado, oportunizando novas possibilidades de você utilizar novamente a metodologia.

Apesar de trazer uma ajuda para os professores que irão utilizar a Modelagem Matemática num futuro, o objetivo desse livreto é trazer um auxílio para professores que formam professores. Lembro, ainda, que as atividades, apesar de virem com sugestões de conteúdo, são abertas, podem ser usadas por vocês e diferentes conteúdos serem suscitados pelos seus alunos. E isso é muito bom!

Sendo assim, nas próximas páginas fazemos uma breve apresentação do que é a Modelagem Matemática, também teremos dicas para a atuação de sala de aula, uma breve discussão sobre a importância de novos rumos para as disciplinas da metodologia nos cursos de formação de professores e, por fim, alguns exemplos de atividade de Modelagem Matemática que foram desenvolvidas pelos PIBIDianos que participaram do projeto Modela-Too no segundo semestre do 2017. Esse projeto foi criado para o estudo desenvolvido na dissertação.

Deixo aqui o meu e-mail, caso queiram entrar em contato:

rapha_1201@hotmail.com.

MODELAGEM MATEMÁTICA¹

Modelagem Matemática: definições

A Modelagem Matemática teve seus primeiros trabalhos na perspectiva da Educação Matemática realizados na década de 1980 e, desde então, vem se desenvolvendo como uma das principais metodologias de ensino. Bassanezi (2002, p. 16) a considera como uma metodologia que transforma “[...] situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem do mundo real”. Essa conceituação é parecida com a de Biembengut (2004, p. 1), para quem, a Modelagem Matemática é “a arte de se expressar matematicamente uma situação real”.

Barbosa (2004, p. 75) compreende que a Modelagem Matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Do mesmo modo, Rosa e Orey (2012, p. 264) descrevem que a Modelagem é

[...] um ambiente de aprendizagem, que tem como objetivo facilitar a investigação de uma situação-problema através da elaboração de atividades pedagógicas contextualizadas, que auxiliem os alunos na conversão e na utilização dos conhecimentos matemáticos tácito e explícito para a resolução de situações-problema que são propostas nesse ambiente (ROSA; OREY, 2012, p.264).

Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15), por sua vez, discutem que

Segundo o dicionário Houaiss (2009), o termo “modelagem” significa dar forma a algo por meio de um modelo. Seguindo esse entendimento podemos dizer que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, nesse caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por essa solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15).

Silva (2007, p. 217) descreve que “a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica pode ser definida mediante o uso explícito ou implícito de três termos básicos: situação real, problematização e investigação”. A autora utiliza, para justificar essa ideia, concepções sobre Modelagem manifestadas por diferentes pesquisadores da área, como Alexandrina Monteiro, Geraldo Pompeu Jr., Lourdes Maria Werle de Almeida, Ubiratan D’Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut,

¹ Partes desse capítulo foram retiradas da dissertação intitulada “Primeira experiência na sala de aula em / com Modelagem Matemática de professores em formação inicial” de Santos, 2020.

Otávio Roberto Jacobini, entre outros, e em todos é possível ver os três termos (situação real, problematização e investigação), diretamente ou escrito com palavras similares.

É ideal termos a ciência da existência de outros entendimentos sobre Modelagem Matemática e sobre os modos de desenvolvê-la em contextos escolares. Todavia, atento aqui que escolhi essas concepções, pois, além da proximidade do pesquisador com alguns dos autores citados, as concepções apresentadas colidem com os meus ideais de Modelagem Matemática. Sendo assim, apresento alguns pontos que acho importante sobre a Modelagem na Educação Matemática, ou seja, a metodologia na sala de aula.

Modelagem Matemática e a sala de aula

Barbosa (2001) apresenta três casos em que as atividades de Modelagem Matemática podem se configurar no que diz respeito à participação de professores e alunos. No primeiro caso o professor leva à turma uma situação-problema e apresenta as informações necessárias para a investigação dessa situação, cabendo aos alunos o processo de investigação, com a orientação do docente.

No segundo caso, o professor apresenta a situação-problema e os alunos ficam encarregados de buscar as informações necessárias para sua solução, bem como são responsáveis pelo processo de investigação como um todo.

No último caso, todo o processo passa a ser de responsabilidade dos alunos, desde a escolha do tema, até a obtenção de uma resposta para a questão suscitada por este tema. O professor é o orientador de todo o desenvolvimento da atividade e os alunos já são mais autônomos no processo de investigação.

Do primeiro ao terceiro caso, a participação do professor e dos alunos no desenvolvimento das atividades vai se modificando, de modo que os alunos passam a ser mais responsáveis pelo processo, sinalizando para um dos objetivos da Modelagem, desenvolver no aluno uma atitude mais autônoma em relação aos estudos.

Enquanto Barbosa (2001) nos mostra o papel do professor e dos alunos em diferentes momentos do desenvolvimento da Modelagem, Almeida, Silva e Vertuan (2013) nos apresentam quatro fases, não necessariamente lineares na prática, para que esse desenvolvimento se dê: inteiração; matematização; resolução; interpretação de resultados e validação.

Na inteiração, primeira fase de acordo com os autores, é quando o sujeito que investiga se inteira do tema a ser desenvolvido, é o primeiro contato com a situação-problema. Nesse momento se formula o problema, define-se as metas para sua resolução e busca-se os dados necessários para a investigação. Apesar de ser a primeira fase, ela pode ser “reutilizada” caso necessário.

Na segunda fase, matematização, todos os dados obtidos na primeira fase são “traduzidos” para uma linguagem matemática correspondente, ou seja, são apresentados em gráficos, tabelas, listas de informações, entre outras. Nessa fase também se formulam as hipóteses e selecionam as variáveis.

Com as duas primeiras fases encaminhadas, iniciasse a resolução, como o próprio nome já diz, nessa fase resolvemos matematicamente o problema em análise por meio da construção de um modelo matemática que, representativo da situação investigada ou do fenômeno em análise, pode possibilitar reflexões, inferências ou mesmo a resolução do problema elencado inicialmente. Tal modelo pode ser um gráfico, uma função, uma equação, algo que ajude a pensar sobre o problema e desenhar uma resposta para ele.

Por fim, a quarta fase é a interpretação de resultados e validação, na qual o estudante que realizou a atividade de Modelagem, pode analisar o resultado encontrado na etapa anterior e validar a atividade de Modelagem como um todo. Caso a validação não seja verificada, é preciso revisitar os diferentes momentos do processo de resolução e identificar o que pode ser feito diferente e que conduza a resultados mais refinados.

Vertuan e Almeida (2016, p. 1072) reforçam que “a ordem em que tais fases aparecem bem como o tempo dedicado a cada uma e os obstáculos presentes em cada uma delas dependem da dinâmica da atividade e do contexto em que a atividade é realizada”.

Apesar de, a partir da literatura da área, ser possível observar os apontamentos “do que cabe ao docente” realizar no contexto de aulas com Modelagem Matemática, consideramos que o “aventurar-se” com a utilização de atividades de Modelagem em sala de aula, principalmente na Educação Básica, demanda iniciativas que precisam ser estimuladas e assistidas desde a formação inicial de professores. Isso denota nosso entendimento de que aprender a “fazer” Modelagem Matemática na condição de alunos é muito diferente de aprender a “ensinar usando” a Modelagem Matemática na condição de professores.

Santos e Vertuan (2017) comentam que, por vezes, parecemos ignorar o fato de que o trabalho com a Modelagem Matemática na formação inicial, no curso de Licenciatura, é realizado com “futuros professores” e que, por isso, precisa considerar aspectos da prática na condição de um professor que utilizará a Modelagem como metodologia, e não apenas considerar a Modelagem como um meio de resolver problemas, na condição de alunos. Trata-se da diferença do fazer Modelagem e do ensinar por meio da Modelagem Matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24) complementam que “é fundamental que seja estruturada uma formação docente em Modelagem Matemática a partir da tríade ‘aprender sobre’, ‘aprender por meio’ e ‘ensinar usando’”. Dias (2005, p. 46) também traz os três pontos: "aprender sobre a Modelagem Matemática; aprender por meio da Modelagem Matemática; ensinar usando Modelagem Matemática”.

Falando nas práticas de sala de aula, trago aqui, para os que pretendem usar a metodologia em breve, alguns pontos que normalmente ocorrem numa sala de aula e que podem desmotivar um professor logo de início da aula, os participantes do Modela-Too chamaram de “roteiro”, mas prefiro apenas chamar de dicas, pois não devemos engessar uma aula de Modelagem, o caminho da aula deve ser livre para o que puder acontecer.

Primeiro ponto que trago é que Modelagem não se faz sozinho, o protagonismo do aluno na busca pelo conhecimento deve ser em grupo, o debate e a troca de informações entre os alunos é importante, sendo assim, ao iniciar a sua aula já peça para os alunos de dividirem em dupla, trios, quartetos ... do jeito que você achar que funcionará melhor.

O modo como iniciará a aula irá depender do caso de Barbosa (2001) que sua atividade se encaixa, porém, se você for o responsável pelo texto base² a ser entregue aos alunos, comece deixando que eles o leiam e tentem resolver sozinhos, os alunos estão acostumados a sempre receber as informações prontas e ao precisar correr atrás do problema o choque será imediato, porém necessário. Lembre-se que esse momento pode ser trabalhoso, os alunos farão muitas perguntas por dizerem não entender o que é para fazer, mas é “corpo mole” sabemos que na verdade eles apenas não estão acostumados com isso. Com o tempo, os alunos começarão a se adaptar a proposta e perceberão que

² Texto base é o texto que será entregue aos alunos com os dados necessários para os alunos resolverem o problema, seja esse problema pré definido por você ou definido pelos alunos após ler o texto entregue.

não é tão complicado assim, por isso, os casos são gradativos, com o passar das atividades os alunos irão ganhando mais independência e você deixa de ser o fornecedor de conhecimento e passa a ser apenas um orientador da turma.

Outra dica que deixo é que vocês “brinquem” do jogo das perguntas com os alunos, ou seja, sempre que eles fizerem uma pergunta, tentem responder com outra pergunta que façam eles refletirem sobre o que estão buscando, ou seja, perguntas que encaminhem, orientem, eles ao objetivo dele, mas sem ser direto, faça com que eles cheguem onde precisam por meio das perguntas.

Quando ensinamos por meio da Modelagem, teremos que, em algum momento da atividade, ensinar esse conteúdo, nesse momento não associe o novo conteúdo à atividade que eles estão realizando, pois assim ao terminar a explicação, eles já podem voltar a atividade e aplicar o novo conhecimento.

Essas são algumas das informações úteis que eu, na minha experiência com Modelagem, posso estar contribuindo para que a primeira experiência de vocês não seja traumática e que para aqueles já utilizam a metodologia em suas possam estar, talvez, vendo pontos novos e revendo alguns que faz e pode não estar fluindo.

Modelagem Matemática na formação inicial

Bassanezi (2002, p. 43) descreve, em relação ao desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, que “o início é apenas o tema de estudo escolhido quando ainda não se tem ideia do conteúdo matemático que será utilizado”. Entendo que a aprendizagem (e conseqüentemente, o ensino) de Matemática deve se pautar na investigação e na resolução de problemas, e não na mera reprodução de procedimentos e algoritmos, esse aspecto da atividade pode soar como uma sensação da falta de direção do que pode acontecer em sala de aula. Em certa medida, de fato, o é. E isso não é ruim. Todavia, essa sensação pode ser um obstáculo no que diz respeito à implementação de atividades de Modelagem no contexto escolar.

Rosa e Kato (2014) também atentam para esse aspecto da imprevisibilidade no trajeto e dinâmica de uma atividade de Modelagem Matemática, mas apontam para as aprendizagens que os próprios docentes podem adquirir neste contexto. Segundo as autoras

Podemos dizer que o professor ao desenvolver atividades de Modelagem com seus alunos está se arriscando, pois o mesmo não possui domínio dos “caminhos” que as discussões geradas pelas atividades vão tomar, logo, as chances de “aprender” enquanto “ensina” são muito maiores do que quando se ministra uma “aula pronta”. Almeida (2006) afirma que os professores precisam ter a oportunidade de “aprender” sobre Modelagem, “aprender” por meio da Modelagem e “ensinar” usando Modelagem (ROSA; KATO, 2014, p. 591-592).

Já Malheiros (2016) elenca alguns dos entraves para a concretização de práticas de Modelagem nas aulas. Segundo a autora

Os argumentos apresentados pelos professores são inúmeros, entre eles os programas curriculares, a falta de material didático sobre Modelagem, a resistência dos pais e gestores das escolas, a burocracia educacional, as avaliações em larga escala (mais recentemente) (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012). Ademais, a falta de preparo docente e a insegurança e a resistência dos alunos, que estão acostumados com uma educação bancária (FREIRE, 2005), também são evidenciados como entraves no trabalho com a Modelagem (MALHEIROS, 2016, p. 1156).

Por mais difícil que seja a superação de entraves e desafios na implementação da Modelagem em sala de aula, entendemos que é importante o professor (e toda a comunidade escolar) encabeçar iniciativas que desencadeiem mudanças significativas em sala de aula, fazendo desse espaço um espaço de diálogo, democrático, de investigação e experimentação, enfim, de exercício pleno de cidadania e rico em possibilidades de aprendizagem. Todavia, Setti (2017) comenta que essa mudança de paradigma pode gerar situações de tensão em sala de aula, principalmente nas primeiras experiências. Oliveira e Barbosa (2011) identificam as situações de tensão que Setti (2017) compara no quadro 1.

Situações de Tensão	Tensões nos discursos	Percepção dos autores (Oliveira e Barbosa)
O envolvimento dos alunos na discussão do tema.	Interação com os alunos.	O que pode ser perguntado aos alunos e como pode ser perguntado.
	Sequenciamento e ritmo na prática pedagógica.	Qual sequência utilizar, o seu ritmo e como implementá-las.
O planejamento do ambiente de Modelagem.	Escolha do tema.	Qual tema escolher e como escolher um tema que envolva os alunos.
	Interação com os alunos.	Quais perguntas fazer e fazê-las.
A organização dos alunos para realizar as atividades.	Participação dos alunos.	Como propor atividades que envolvam os alunos para que participem ativamente.
A apresentação das respostas dos alunos.	Abordagem das respostas dos alunos.	Como intervir e discutir as respostas dos alunos.

Quadro 1: Relação entre situações de tensão e tensões nos discursos

Fonte: SETTI, 2017, p. 40.

Pensando nesses obstáculos e desafios que podem fazer com que professores desistam da prática docente junta a Modelagem Matemática é que, assim como vários pesquisadores da área, defendo que devemos sim ter um disciplina da metodologia na formação inicial docente e que ela não seja só teórica, percebo que a primeira

experiência orientada é importante para que todos percebam a importância da Modelagem para o ensino e aprendizagem dos alunos.

Pensando esses pontos, Silva (2007), preocupada com o conteúdo da disciplina de Modelagem Matemática, descreve algumas ações, denominadas por ela como “ações de vivência” e “ações didático-pedagógicas”, de teoria e prática que a disciplina deveria abordar. Silva (2007) ainda descreve que

ao defender ações de vivência de Modelagem e ações didático-pedagógicas de Modelagem para a formação inicial de professores, o intuito é ampliar o debate sobre a qualidade dessas ações e sobre a necessidade de que elas estejam voltadas ao desenvolvimento profissional” (SILVA, 2007, p. 229)

Em relação às ações de vivência, que seriam as práticas, Silva (2007, p. 225-226) as resume em quatro pontos: “exploração de modelos matemáticos”, nesse caso seria a recriação de modelos já existentes; “estudo de textos com diferentes olhares sobre os componentes do processo de modelagem”; “ações de modelador”, deve-se dar ao licenciando a oportunidade de ser modelador, ou seja, desenvolver uma modelagem como aluno, isso também ajuda a desenvolver a criatividade dos futuros professores; “análise das ações de vivências no contexto da formação inicial de professores”, nesse caso, os futuros docentes ficam à par e analisam a modelagem que ocorre em diferentes momentos e disciplinas do curso, esta autora ainda defende que essas ações devem “ser explicitadas e focalizadas para a relevância da Modelagem na formação e prática profissional” (SILVA, 2007, p. 226).

Quando se trata das ações didático-pedagógicas, Silva (2007, p. 227-228) elenca oito pontos:

- *“leitura, discussão, análise e reflexão sobre textos com a temática da Modelagem”;*
- *“discussões, análise e reflexões sobre a necessidade, as aplicações e as potencialidades de mudanças curriculares via uso de estratégias inovadoras de ensino (a modelagem)”;*
- *“explicitação da abordagem pedagógica adotada para a Modelagem”;*
- *“exploração, análise e reflexão sobre atividades/projetos de Modelagem (produzidos em ações de vivência ou extraídos da literatura)”;*
- *“elaboração de situações didáticas de Modelagem para a Educação Básica, socialização, reelaboração mediante as discussões e reflexões”;*
- *“intervenção em grupos/turmas de alunos da Educação Básica para desenvolvimento de situações didáticas de Modelagem elaboradas”;*
- *“seminários de socialização das produções e ações de Modelagem voltadas à Educação Básica”;*
- *e “registros reflexivos sobre as atividades e seminários”.*

As quatro últimas são referentes à Educação Básica. O foco nessa etapa da Educação, segundo o autor, é devido aos licenciados em Matemática serem formados principalmente para atuar com alunos neste nível de ensino.

Silva (2007) conclui que

as ações sugeridas podem contribuir para um papel mais ativo do licenciado na organização e execução de projetos e ações de Modelagem, constituindo um professor de matemática mais reflexivo, crítico, colaborador e investigador da prática docente” (SILVA, 2007, p. 229).

Nas últimas páginas tentei apresentar e trazer uma breve discussão a cerca da Modelagem Matemática tanto na Educação Básica como na formação inicial docente. Acredito que poucas páginas não são suficientes para abordar todos os pontos da metodologia, mas são suficientes para vocês terem um embasamento teórico e consigo por si só ir atrás de mais informações. A seguir apresento algumas atividades desenvolvidas em 2017 pelos participantes do projeto Modela-Too, deixo elas como exemplos e sugestões para novas atividades.

UBER EM TOLEDO³

Em agosto de 2017 a empresa de transportes Uber chegou nos municípios de Cascavel, Paranaguá e Toledo e esse estava sendo um assunto entre os moradores das cidades na época, no caso da oficina o conteúdo ensinado não foi matemático, mesmo podendo ser, na época ensinei a eles os conceitos de Modelagem Matemática para eles.

Na aula foi entregue aos alunos o seguinte texto base:

UBER EM TOLEDO

No dia 18 de agosto de 2017 o Aplicativo Uber iniciou os serviços nas cidades de Cascavel, Toledo e Paranaguá.

O valor cobrado pela corrida dependerá do valor base destinado a cidade, a distância a ser percorrida, o tempo utilizado no trajeto e o custo fixo do próprio aplicativo. De acordo com a companhia o preço é definido por: ((preço base + valor com base na duração + valor com base na distância) * multiplicador de preço dinâmico) + custo fixo.

O valor dinâmico do Uber existe, pois “quando a demanda por viagens aumenta, os preços variam para incentivar que mais motoristas parceiros se conectem ao aplicativo e assim você terá um carro sempre que precisar. Se a oferta de motoristas parceiros subir suficientemente (por conta dos maiores ganhos que os parceiros podem ter fazendo viagens nesses locais e horários), e o número de solicitações cair por conta dos preços elevados, os preços voltam ao normal” (UBER, 2014)

Sendo assim, as tarifas em Toledo foram definidas nos seguintes valores:



Informações sobre o valor cobrado pela Uber:
Preço base: R\$2,00
Distância: R\$1,00 por km
Tempo: R\$0,15 por minuto
Custo fixo: R\$0,75
Preço total mínimo: R\$5,75

Fonte: Uber

Problema:

³ Atividade desenvolvida pelo Raphael Peres para a oficina de Modelagem Matemática com os futuros professores do PIBID da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo.

O problema foi deixado para que eles escolhessem de acordo com as informações presentes no texto base, um dos objetivos com isso era conhecer o potencial criativo dos futuros professores.

Na ocasião cada grupo desenvolveu um problema, como era novo na cidade, existiu muito a comparação do valor do Uber com o do transporte público. Entre os problemas, tivemos um grupo que queria achar um raio máximo saindo de um local específico, ou seja, qual a maior distância que poderiam percorrer de Uber com o valor das passagens de ônibus, com o tempo eles perceberam que com o conteúdo matemático que tinham não seria possível revolver e, com isso, eles sozinhos descobriram a Geometria dos Taxis, essa é a geometria que trabalha a ideia de que o caminho mais rápido entre dois pontos, não será necessariamente o caminho reto.

Outro problema foi descobrir o valor de uma corrida para outra cidade, corrida da casa deles para a universidade, entre outros problemas nesse sentido. Nesses casos a conteúdo utilizado acabou sendo uma função de primeiro grau com duas variáveis.

Na Educação Básica, essa atividade pode ser desenvolvida no Ensino Médio para o ensino de funções ou como exemplo de Geometria não-Euclidiana, a Geometria dos Taxis.

Um problema que sugiro é encontrar o valor de uma corrida entre dois pontos na cidade, ao não definir os lugares você consegue encontrar diferentes respostas, isso pode contribuir para a discussão da sala sobre o conteúdo discutido naquele dia.

AMADURECIMENTO DA BANANA⁴

Muitas vezes, ao ir à feira ou ao mercado, procuramos uma banana que esteja de um certo modo, ou mais madura ou mais verde, depende de quando ou como pretendemos comê-las. Sendo assim, é sempre normal escutar alguém falando acho que essa banana estará pronta para comer daqui uns dois dias.

Esse amadurecimento depende de alguns fatores como, por exemplo, se o ambiente em que essa banana está é quente, se é mais frio, tudo vai interferir nesse tempo.

Pensando nessa curiosidade três futuros professores desenvolveram uma atividade cujo objetivo era estudar o amadurecimento da banana. Essa foi uma atividade desenvolvida por meio do conteúdo função quadrática, abaixo o texto base.

AMADURECIMENTO DA BANANA

O etileno é um gás responsável pela maturação de frutas, ele funciona como um hormônio, é produzido a partir das células e se faz presente em toda a estrutura do fruto, desde a casca até seu interior. Conheça as 3 reações que acontecem durante o processo de maturação de frutas:

1. Oxidação de lipídios: Essa reação é produzida pelo etileno e é responsável pelo rompimento nas fibras do fruto, tornando-o macio;
2. Quebra das ligações de amido: A doçura das frutas maduras aparece neste momento: durante a quebra das ligações do amido presente em sua composição;
3. Quebra das moléculas de clorofila: O etileno é responsável ainda por quebrar as moléculas de clorofila presente na casca do fruto, que lhe confere a cor verde. Após esta reação, dependendo do fruto, a coloração fica avermelhada ou amarelada.

DICA: Se quiser acelerar o amadurecimento da banana em sua própria casa, basta colocá-los em um recipiente fechado. Estes frutos exalam etileno quando estão maduros, abafando-os você evita que o etileno gasoso escape, fique retido no recipiente e acelere o processo de maturação das frutas verdes.

Em bananas, a concentração interna de etileno se aproxima de $0,1 \mu\text{L} \cdot \text{L}^{-1}$ até 1 dia do início do aumento da respiração, onde a quantidade dobra ou triplica dependendo da temperatura. WILLS *et al.* (2001) registraram um nível mínimo de $0,1$ a $0,5 \mu\text{L} \cdot \text{L}^{-1}$ de etileno para iniciar o amadurecimento de frutos de banana.

NOTA: $\mu\text{L} \cdot \text{L}^{-1}$ significa microlitro por litro. Ex.: $0,1 \mu\text{L} \cdot \text{L}^{-1}$ significa que a cada litro existe $0,1$ microlitro de substância. $1 \text{ microlitro} = 0,001 \text{ mililitro}$

⁴ Atividade desenvolvida pelos PIBIDianos: Amilton, Daiane e Tais.

A banana em natura leva cerca de 16 dias para maturar sozinha.

- Se aplicado etileno artificialmente por 24 horas na concentração de $50 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$, a banana amadurece com 6 a 7 dias.
- Se aplicado etileno artificialmente por 24 horas na concentração de $100 \mu\text{L}\cdot\text{L}^{-1}$, a banana amadurece com 3 a 4 dias.

Se eu tenho 25 bananas verdes, para fazer um bolo, quanto de etileno eu preciso aplicar para elas levarem 9 dias para madurar?

Essa atividade já veio com o problema, problema esse que pode ser resolvido de diversos jeitos. O legal será a hora de socializar as ideias utilizadas pelos alunos. Um ponto que devemos nos atentar para criar uma atividade é para as informações contidas no texto base de modo a não entregar o passo a passo junto.

QUAL A MEDIDA DO CALÇADO?⁵

É comum quando a gente vai às lojas de calçados escutar comentários como “Olha moça meu número é 38 ou 39 depende da forma” ou ainda “Gostei desse aqui, mas tem um número menor? Acho que esse ficou grande”.

Isso acontece, pois nossos pés não têm um comprimento padrão e as lojas também não, ou seja, as vezes para uma marca o tamanho 34 serve para pés de 22cm, outra marca esse mesmo tamanho é para pés de 23,5cm.

Pensando nisso, dois futuros professores decidiram trabalhar com o Ensino Médio esse problema com os calçados. Nessa atividade foi possível discutir esses problemas de diferença de tamanhos, além de poder ensinar função por partes. Abaixo segue o texto base que foi entregue pelos alunos.

QUAL A MEDIDA DO CALÇADO?

A primeira descrição oficial de um sistema de tamanhos para calçados foi publicada na Inglaterra em 1688 um quarto de polegada como padrão. Mais de um século depois, uma nova medida foi instituída pelos fabricantes ingleses: um terço de polegada, o equivalente a um grão de cevada, que era justamente a medida usada pelo rei Eduardo I, no século 14, como padrão para os calçados. Essa medida virou uma unidade métrica chamada ponto, que entrou no primeiro sistema de numeração para fábricas de calçados, criado em 1800, usadas até hoje nos EUA e na Inglaterra. Os fabricantes só começaram a utilizar o método em 1808, mas ele sobreviveu e dura, com pequenas variações, até hoje. Outros países, como o Brasil, adotaram sistemas diferentes, mas sempre baseados na ideia de ponto. O sistema brasileiro usa o ponto francês (dois terços de centímetro), que é mais ou menos o padrão em toda a Europa continental.

Ainda hoje pessoas recorrem a sapateiros para ter um calçado sobre medida. No entanto é comum as pessoas comprarem calçados sobre medidas padronizadas. As diferentes marcas existentes levam a diferentes medidas uma da outra.

Podemos realizar uma investigação acerca do tamanho (numeração) de calçados de umas pessoas levando em consideração suas medidas?

Dado o problema, houve necessidade de coletar informações para a resolução.

Na tabela 1 apresentamos dados obtidos na loja virtual, Naná Sports referente a medidas de calçados da marca West Coast.

Tabela 1: Número do calçado e comprimento do pé.

Comprimento do pé	23,5	23,8	24,5	25	25,5	26	26,5	27,5	28	28,5	29,5
Nº do calçado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

Fonte: www.lojananasports.com.br, outubro de 2017.

⁵ Atividade foi realizada pelos professores Sthella e Luiz Henrique.

Na tabela 2 apresentamos dados obtidos na loja virtual, Nike referente a medidas de calçados da marca Nike.

Tabela 2: Número do calçado e comprimento do pé.

Comprimento do pé	22	22,5	23,5	24	25	25,5	26,5	27,5	28	29	30
Nº do calçado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

Fonte: www.nike.com.br, outubro de 2017.

Na tabela 3 apresentamos dados obtidos na loja virtual, Adidas referentes a medidas de calçados da marca Adidas.

Tabela 3: Número do calçado e comprimento do pé.

Comprimento do pé	23	23,5	24,5	25	25,5	25,75	26,5	27,5	28	28,75	29,5
Nº do calçado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44

Fonte: www.teniscerto.com/tabela-de-tamanhos-adidas/, outubro de 2017.

Problema: Levando em consideração essas informações, construa uma expressão que relacione o comprimento do pé com o número do calçado.

Perceba que o problema deixa em aberto o modo como resolver e, assim, cada grupo teria uma resposta diferente, nesse caso, o conteúdo pode ser sistematizado no momento da socialização dos resultados. Além de cada aluno ter um comprimento do pé, temos aí três marcas diferentes com a relação comprimento e tamanho do pé, o que faz com que o debate fique melhor ainda.

Essa atividade pode ser realizada também de outros modos e até mesmo alterando o conteúdo, tentando, por exemplo, identificar dentro da sala diferentes tamanhos dos pés e quanto cada um calça, fazendo então por meio dos dados da própria sala uma tabela e daí sair o conteúdo da atividade. O legal desse outro modo é que você já coloca os alunos na participação, desde a coleta dos dados.

Mas sempre atente para o tempo que você terá, as vezes podemos imaginar atividades longas e ao realizá-las percebemos que não dará tempo de concluí-las no espaço de que dispúnhamos.

ESTUDO DA NICOTINA DO NARGUILÉ⁶

O assunto Narguilé e outros tipos de fumos ou bebidas alcóolicas são sempre assuntos polêmicos para serem discutidos em sala de aula, além do consentimento da escola, devemos ter plena convicção de que nossas aulas não estimulem o consumo pelos alunos.

Essa discussão foi exatamente o que fizemos antes desse grupo desenvolver essa atividade, resolvemos falar com a direção do colégio e finalizamos toda ideia da aula e com o consentimento de todos os envolvidos começamos a discutir os dados e o problema que foi desenvolvido.

Sendo assim, essa atividade veio trazendo uma discussão sobre a Nicotina no organismo após o uso de Narguilé, com isso eles conseguiriam perceber que essa substância, dependendo do consumo, poderia demorar anos para sair do organismo, podendo assim prejudicar a saúde deles. Lembro aqui que na turma em que essa atividade foi desenvolvida existiam alunos que utilizavam o Narguilé, até como substituição ao cigarro. O conteúdo ensinado por meio dessa atividade foi a função exponencial. Segue abaixo o texto base fornecido aos alunos no dia do desenvolvimento dela.

ESTUDO DA NICOTINA NO NARGUILÉ

O narguilé é um dispositivo para fumar no qual o tabaco é aquecido e a fumaça gerada por um filtro de água antes de ser aspirada pelo fumante, por meio de uma mangueira. Estudos associam o uso do narguilé ao desenvolvimento de câncer de pulmão, doenças respiratórias, doenças periodontais (da gengiva), além de expor seus usuários a de nicotina em concentração que causa dependência. Após 45 minutos de sessão, o narguilé aumenta os batimentos cardíacos e a concentração de monóxido de carbono expirado. Em longo prazo, seu consumo pode causar câncer de pulmão, boca e bexiga.⁷

Como qualquer outro produto derivado do tabaco, o narguilé contém as mesmas 4.700 substâncias tóxicas do cigarro convencional, uma delas é a nicotina.⁸

A nicotina segundo o Departamento de Saúde e Serviços Humanos dos Estados Unidos, é uma droga que causa dependência, é psicoativa; é reforçadora da motivação de fumar; com a repetição do uso desenvolve-se tolerância, exigindo doses

⁶ Atividade desenvolvida pelos PIBIDianos Simoni e Mateus.

⁷ <http://www.inca.gov.br/wcm/dncf/2013/o-que-e-narguile.asp>

⁸ <http://www.gazetadopovo.com.br/saude/narguile-e-mais-nocivo-do-que-o-cigarro-1ok6z1feqzhqkinyi0bs33fbi>

progressivamente maiores para desencadear o mesmo efeito.

Levando em consideração que um fumante consumiu numa noite aproximadamente uma caixa de essência de 50g, que contém 0,5mg de nicotina⁹ sabendo que a meia-vida da nicotina é de 2 horas e que ao terminar de fumar, ele absorve 70% da nicotina presente no produto. Qual será a quantidade de nicotina em seu organismo no decorrer do tempo?

Observamos aqui que a pergunta deles é fechada, mas os encaminhamentos de resolução são abertos. Constitui-se uma possibilidade interessante de introduzir o conteúdo de Função Exponencial e revisar conceitos de potenciação.

⁹ <http://www.boatos.org/saude/informacao-errada-fumar-narguile-faz-mais-mal-que-o-cigarro.html>

O QUE É FIES?¹⁰

Hoje em dia, os alunos terminam o Ensino Médio e muitas vezes, sem a condição de bancar uma graduação. Por isso, acabam buscando os financiamentos estudantis. Dentre os mais conhecidos temos o Fies, Financiamento Estudantil do Governo Federal.

Percebendo o interesse dos alunos em alguns cursos disponíveis para pagamento pelo Fies, os professores responsáveis pelo desenvolvimento dessa atividade buscaram conhecer como funciona o parcelamento e o valor dos cursos para, com isso, ensinar juros simples e compostos para os alunos.

Pode-se fazer essa atividade com outras universidades, outros projetos, entre outras possibilidades que interessem os alunos e levem em consideração seus contextos. Nesse caso eram alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

Abaixo segue o texto base entregue aos alunos:

O QUE É O FIES?

O Fundo de Financiamento Estudantil (Fies) é um programa do Ministério da Educação (MEC) destinado a financiar a graduação na educação superior de estudantes matriculados em cursos superiores não gratuitas na forma da Lei 10.260/2001. Podem recorrer ao financiamento os estudantes matriculados em cursos superiores que não possuem condições financeiras para arcar com as mensalidades em uma faculdade ou universidade particular.

Fase do financiamento:

Fase de utilização: Período compreendido entre o ingresso do estudante no curso até a sua graduação. Ao longo deste período, o estudante financiado fica obrigado a pagar trimestralmente os juros incidentes sobre o financiamento, limitados a R\$150,00.

Fase de carência: Período de 18 meses compreendido após o mês subsequente ao término da fase de utilização. Durante este período, o estudante financiado fica obrigado a pagar os mesmos juros previstos na fase de utilização.

Fase de amortização: Período iniciado após a fase de carência pelo prazo de pagamento das prestações do financiamento (FIES).

Regras de financiamento:

De acordo com as novas regras estabelecidas para o FIES, os estudantes passaram a contar em seus financiamentos com taxa de juros anuais de 6,5% ao ano, prazo de carência de 18 (dezoito) meses e ainda com período de amortização de até 3 (três)

¹⁰ Atividade desenvolvida pelos PIBIDianos Maurício e Daniela

vezes o tempo de permanência na condição de financiado.

Fonte: Educação, F. N. (s.d.). *Fies - Programa de Financiamento Estudantil*. Acesso em 18 de 10 de 2017, disponível em sisfiesportal: <http://sisfiesportal.mec.gov.br/?pagina=fies>

	Administração	Direito	Engenharia Civil	Arquitetura e Urbanismo	Educação Física (Bacharelado)
Unipar (Toledo)	R\$ 878,00	R\$ 1.332,00	R\$ 1.838,00	R\$ 1.429,00	R\$ 923,00

Levando em consideração os dados acima, quanto de juros será pago após sete meses da fase de utilização do curso escolhido?

Nesse problema temos diferentes possibilidades de resposta, seria legal também observar as universidades da sua região e quais cursos os seus alunos se interessam em cursar, para eles poderem também analisar possibilidades para eles.

PIQUENIQUE¹¹

Piquenique foi uma atividade desenvolvida para o sexto ano do ensino fundamental 1. Nela é possível, além de trabalhar divisão, multiplicação e frações, por exemplo, discutir matemática financeira, ou seja, sobre os gastos que os alunos teriam para produzir um piquenique para a turma.

Com essa atividade, também podemos discutir com os alunos sobre o desperdício de alimentos, ou seja, conseguimos com uma atividade ensinar matemática e discutir o consumo consciente de alimentos.

PIQUENIQUE

Um *Piquenique*, *Picnic* ou *Convescote* é uma atividade de entretenimento que consiste na realização de uma refeição ao ar livre. Geralmente os lugares escolhidos são campos, flores e Parques. É uma prática muito difundida na América do Norte, Europa, Oceania e Japão.

O *Oxford English Dictionary* define um *Piquenique* como um evento de lazer em que cada pessoa presente contribui com uma parcela das provisões. Um lazer festivo incluindo uma excursão a um ponto, onde a refeição é consumida. É um momento de convívio associado ao lazer.

Com o intuito de realizarmos um Piquenique com a turma, quanto gastaríamos e qual a quantidade necessária para não haver desperdício?

Para ajudar, coletamos os valores e quantidades de alguns alimentos, que acreditamos podem tornar o *Piquenique* agradável.

ALIMENTO	QUANTIDADE NECESSÁRIA POR PESSOA	VALOR
Bolo de chocolate (Nega Maluca)	150 g	R\$ 21,00 kg
Refrigerante – Coca-Cola 2l	300 ml	R\$ 5,75 cada 2l
Refrigerante – Fanta 2l	300 ml	R\$ 5,19 cada 2l
Salgadinhos – Cheetos	50 g	R\$ 5,99 o pacote
Salgadinhos – Fandangos	50g	R\$ 5,99 o pacote
Pipoca – Zaeli	1 saquinho	R\$ 3,09 o pacote
Bombons (caixa) - Nestlé	1 bombom	R\$ 9,29 a caixa
Bombons (caixa) – Garoto	1 bombom	R\$ 6,49 a caixa

- A caixa de bombons tem 24 bombons.
- 1 pacote de Salgadinho é de 150g.
- 1 pacote de 500 g de pipoca é equivalente a 48 saquinhos de pipoca pronta.

¹¹ Atividade desenvolvida pelos futuros docentes Cleiton, Fernanda e Tielen

REFORMA NA ESCOLA¹²

Durante a reforma de uma das escolas parceiras, uma dupla do Modela-Too percebeu que seria interessante, junto aos alunos, discutir possibilidades financeiras para a reforma da escola, em especial a reforma da sala em que eles ficavam.

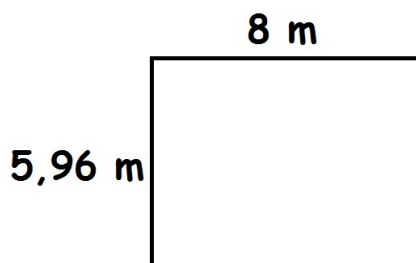
Para isso foi feito um levantamento sobre os pisos que poderiam ser colocados na sala. A intenção dessa atividade era o estudo de geometria plana, porém também há a possibilidade de estudar Matemática Financeira no que tange ao custo-benefício e os gastos da obra.

Segue o texto base:

Reforma na Escola

O Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego está em funcionamento desde o ano de 1958. Devido ao desgaste ocasionado com o tempo de funcionamento da escola, viu-se a necessidade de reformar algumas salas do prédio. Um dos objetivos da reforma é tornar o ambiente escolar mais agradável, para tanto, foi decidido a troca do assoalho, pois o mesmo está desgastado.

A sala de aula possui as seguintes dimensões:



A empresa contratada para fornecer os materiais para a reforma foi a Quero Quero, esta empresa oferece vários modelos de pisos, sendo vendido em caixas, cada caixa possui uma determinada quantidade em metros de assoalho, sendo cobrado um valor por caixa. Seguem os modelos com a descrição da venda. Sendo que o último é o preço da caixa e o valor antecessor é a quantidade de metros quadrados que vem em uma caixa.

- 1- Cerâmica DGRES 54x54 HD COTTO PETRA A HT 2,03 – Valor: 17,90.

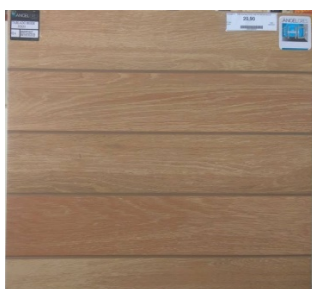
¹² Atividade desenvolvida por Andrey e Natalia



- 2- Cerâmica INCEFRA 57x57 HD57080 BRILH A3 2,6 – Valor: 20,90.



- 3- Cerâmica ANGELG 55x55 TABLADO BG HD A4 2,12 – Valor: 20,90.



Neste contexto, qual seria a cerâmica que tem o melhor custo-benefício em relação às outras? Deve ser apresentado o desperdício gerado e os custos em azulejos para a reforma desta sala.

Essa atividade pode ser alterada para uma reforma em casa, num ambiente conhecido deles ou qualquer outro lugar, desde seja possível obter as medidas reais do local a ser estudado.

CONSUMO DE ÁGUA TRATADA¹³

Apesar do Brasil ser um país com água em abundância, sabemos que todo ano algumas regiões do país passam por uma crise hídrica, por isso é sempre importante trabalhos que conscientize os estudantes a cuidar das águas do nosso país.

Assim, surge a ideia desse grupo de trabalhar com seus alunos o consumo de água tratada na cidade de Toledo por habitante. O objetivo consistia em descobrir quanto seria o gasto médio de consumo de um habitante de Toledo no ano de 2020. Para isso os alunos aprenderiam porcentagem e função exponencial.

Segue o texto base:


CONSUMO DE ÁGUA TRATADA

Embora três quartos da superfície da Terra sejam compostas de água, a maior parte não está disponível para consumo, pois 97% são de água salgada, encontrada nos oceanos e mares e 2% formam geleiras inacessíveis, sobrando apenas 1% de água doce, que pode ser utilizada para consumo do homem e animais. Sendo que, deste total, 97% estão armazenados em fontes subterrâneas.

As águas doces superficiais - lagos, rios e barragens - utilizadas para tratamento e distribuição nos sistemas de tratamento vêm sofrendo os efeitos da degradação ambiental que atinge cada vez mais intensamente os recursos hídricos em todo o mundo. A poluição destes mananciais vem tornando cada dia mais difícil e caro o tratamento da água pela SANEPAR.

O uso cada vez mais intenso dos recursos hídricos vem obrigando à adoção de medidas de regulação e modificação dos cursos d'água o que gera variações nos ecossistemas e microclimas, com prejuízos à flora e fauna.

O aumento da contaminação da água é uma das características mais importantes do uso dos recursos hídricos em todo o mundo. Nos países em desenvolvimento são poucas as cidades que contam com estações de tratamento para os esgotos domésticos, agrícolas e industriais, incluindo os agrotóxicos.





Até agora os seres humanos, a fauna e a flora vêm sobrevivendo às situações de mudança, mas se a contaminação aumentar, a capacidade de regeneração e adaptação diminuirá, acarretando a extinção de espécies e ambientes que antes constituíam em fonte de vida. Por isto é urgente um processo de planificação para prevenir e reduzir a possibilidade de ocorrerem estes danos.

¹³ Atividade desenvolvida pelos PIBIDianos Marco e Raphael.

Com a intenção de sempre estar um passo à frente para não ter a possibilidade de faltar água, a SANEPAR trabalha levando em consideração 100 anos à frente, tendo em vista que qualquer projeto dure cerca de 10 anos para implementação.

Abaixo temos os dados disponibilizados na página do Ministério das Cidades em relação ao consumo médio diário dos habitantes de Toledo.

Tabela 1: Consumo diário de água por habitante do município de Toledo

Ano	Consumo (litros/hab./dia)
2009	137,2
2010	134,2
2011	130,3
2012	133,3
2013	131,0

Fonte: Ministério das Cidades

De acordo com o IBGE, a população do município de Toledo em 2007 e 2010 era, respectivamente, de 109.857 e 119.313. O instituto ainda estima que a cada ano a população de Toledo aumente 1,85%. Sendo assim, a estimativa populacional para 2017 é de 135.538 habitantes.

Tendo em vista os dados anteriores, qual pode ser o gasto médio diário de água da população no município de Toledo em 2020?

Adaptações da atividade para o contexto dos alunos é importante para tornar a investigação justificável. Abordagens levando em consideração outras medidas, diferente do consumo de água, também são interessantes!

BANDEIRA VERMELHA¹⁴

A conta de luz tem uma taxa chamada “bandeira”, que terá uma cor diferente dependendo da situação hídrica do país na época do ano. Quando estiver verde a situação está tranquila; amarela começa a preocupar e vermelha, a crise hídrica está instalada.

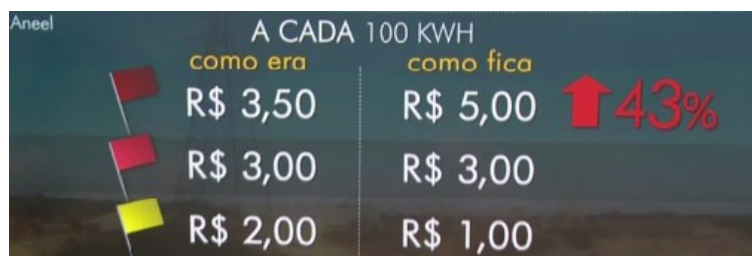
Com o interesse dos alunos de também conhecerem um pouco mais sobre esse tema, o grupo responsável por essa atividade resolveu estudar equação de primeiro grau por meio das bandeiradas da conta de luz com o Ensino Médio.

Essa atividade também pode servir para o ensino de função de primeiro grau, já que o valor da taxa extra vai depender da quantidade de energia que o consumidor utilizar no mês.

Abaixo segue o texto base dessa atividade.

BANDEIRA VERMELHA

A conta de luz vai ficar mais cara a partir do mês de novembro, o governo aumentou o valor da chamada bandeira vermelha 2, que é aquela taxa extra cobrada na seca para cobrir o custo das usinas térmicas que geram energia mais cara.



A bandeira vermelha patamar 2, teve um aumento de 43% e passou de R\$3,50 para R\$5,00 a cada 100 KWH consumido. E é a bandeira que está em vigor agora. A bandeira vermelha patamar 1, não sofreu aumento e continua custando R\$3,00. A bandeira amarela teve uma queda de R\$2,00 foi para R\$1,00.

NOTA: 1kWh = 1000Watts

Esse reajuste ajuda a reduzir o rombo das distribuidoras de energia, elas estimam que iam chegar ao final do ano com 6 bilhões de reais de prejuízo, caso não existissem as bandeiras, a energia mais cara no sistema de bandeiras também ajuda a conter o consumo.

O governo também mudou os gatilhos para que as bandeiras sejam acionadas, antes só entrava na conta a expectativa de chuva e a partir de agora a ANEEL vai levar em

¹⁴ Atividade desenvolvida pelas PIBIDianas Danieli, Tawini e Vitória.

conta também o nível dos reservatórios das hidrelétricas, para então, decidir sobre a taxa extra, ou seja, agora o risco das bandeiras amarela e vermelha aparecerem nas contas são maiores, a justificativa da ANEEL é que os valores antigos das bandeiras não estavam cobrindo os custos, principalmente nas épocas de seca.

Tendo em vista os eletrônicos e eletrodomésticos presentes em sua casa, qual o limite de tempo que eles podem ficar ligados para que não seja cobrada a bandeira?

Aparelhos	Potência (W/h)	Aparelhos	Potência (W/h)
Microondas	1000	Celular	1
Geladeira	200	Notebook	200
Geladeira duplex	500	Secador de Cabelo	1000
Lâmpada Normal	150	Rádio	50
Lâmpada fluorescente	15	Máquina de Lavar (Tanquinho)	300
Sanduicheira	1000	Máquina de lavar (faz tudo)	1000
Batedeira	100	Chuveiro	5500
Liquidificador	200	Ventilador	100
TV	150	Fogão elétrico	2000

Como em outras atividades, o interessante desse tipo de atividade é que, além de um novo conteúdo matemático, os professores podem discutir o consumo consciente da energia elétrica em meio a diferentes possibilidades de encaminhamento de resolução.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1 ed. São Paulo: Editora Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001
- _____. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veriati**, n. 4 p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3 ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M.S. Modelagem & Etnomatemática: pontos (in)comuns. CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 2., 2004, São Paulo. **Anais...** São Paulo, USP, 2004
- DIAS, M. R. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores**. 2005. 199f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectiva da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 9, n. 20, p. 1151-1167, 2016.
- OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Tensões nos discursos de professores e as ações da prática pedagógica em Modelagem Matemática. **Horizontes (EDUSF)**, v. 31, n. 1, p. 21-30, 2011.
- ROSA, C. C.; KATO, L. A. Modelagem Matemática: uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de Matemática. **Educere et Educare**, Cascavel, v. 9, n. especial, p. 589-603, 2014.
- ROSA, M. OREY, D. C. O campo da pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. **Educação e Pesquisa**. v. 38 n. 4, p. 865-879, out./dez. 2012.
- SANTOS, R. P. C.; VERTUAN R. E. Oba meu Uber chegou: modelando o Uber em Toledo – Paraná. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel, UNIOESTE, 2018.
- SETTI, E. J. K. **Modelagem matemática no curso técnico de informática integrado ao ensino médio - um trabalho interdisciplinar**. 2017, 264 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.
- SILVA, D. K. Ações de modelagem para a formação inicial de professores de Matemática. In: BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A.D.; ARAÚJO, J.L. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais**. Recife: Sbem, 2007. p. 215-232
- VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v.30, n. 56, p. 1070-1091, 2016.