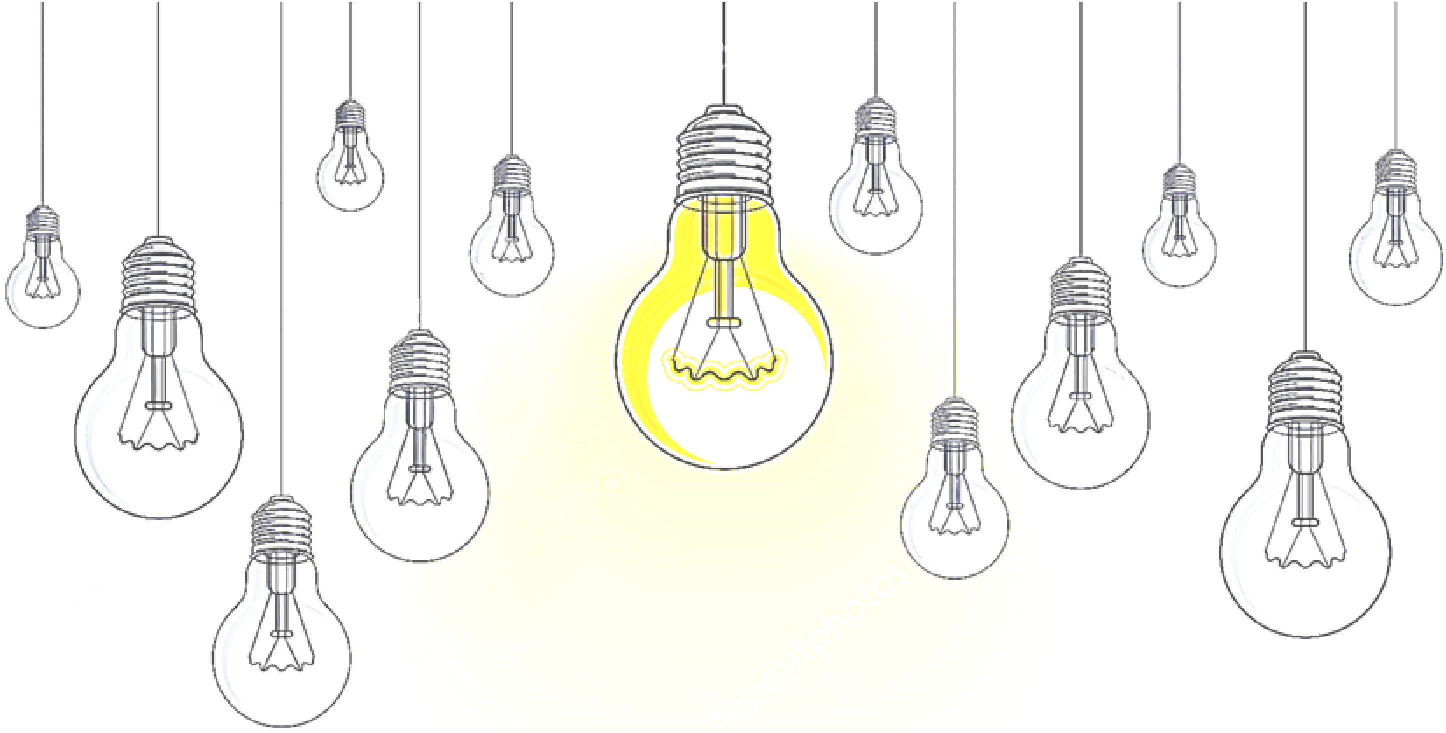


# Ensinando "Potenciação e Radiciação" através da Resolução de Problemas

*uma metodologia ativa na sala de aula*

MARCELA CAMILA PICIN DE MELO
ANDRESA MARIA JUSTULIN

Londrina
2020

# ILUSTRAÇÕES

As imagens utilizadas nas páginas deste Produto Educacional estão disponíveis na internet e são de uso livre.

As imagens utilizadas nos Problemas deste Produto Educacional foram obtidas no site *Canva* e estão disponíveis no link: https://www.canva.com/.

*A educação encontra-se parada no tempo como uma velha casa abandonada que a cada chuva e dia de sol apodrece um pouco mais. Enquanto isso, o estudante tem em sua realidade o videogame, o celular, a internet e as comunidades virtuais. Tecnologias e mídias que domina como ninguém, mas tem de ir à escola de má vontade olhar para um quadro negro, escrever num caderno assuntos que não interagem com sua realidade. Os meninos e meninas sentem-se desestimulados, como se abandonássemos nossos confortáveis carros e voltássemos a andar de carroça.*
*Davi Roballo.*

# NESTE E-BOOK

# NESTE *E-BOOK*: PROBLEMAS

# Introdução

Diante do impasse pelo qual a educação vem passando em função das diversas mudanças na sociedade, algumas reflexões se fazem pertinentes, “como evoluir para tornar-se relevante e conseguir que todos aprendam de forma competente a conhecer, a construir seus projetos de vida e a conviver com os demais” (MORAN, 2015, p. 15)?. Desse modo, faz-se necessário que as metodologias de ensino, os tempos, as avaliações e os espaços sejam revistos.

Os métodos tradicionais de ensino, que privilegiam a transmissão de conhecimentos pelo professor, faziam sentido quando o acesso à informação era difícil. A educação atual, em um de seus maiores desafios, almeja promover mudanças, com vistas a romper com as estruturas rígidas de ensino. Nesse sentido, o documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta uma adequação nos conceitos matemáticos, onde fica estabelecido que o ensino deve proporcionar o desenvolvimento de competências, enquanto “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8).

Alinhando-se a esses pressupostos, a Educação Matemática tem exigido uma postura de seus profissionais, com alternativas de práticas pedagógicas e novas abordagens na tentativa de acompanhar o dinamismo da sociedade atual (ALLEVATO, 2014). A Matemática, enquanto ciência, “é um instrumento na resolução de vários tipos de problemas, visto que seu papel consiste na formação de habilidades intelectuais, estruturação do pensamento e agilização do raciocínio dedutivo” a partir da aplicação na vida cotidiana, bem como no apoio às outras áreas curriculares, a fim de que haja construção de conhecimento (COUCEIRO, 2015, p. 41).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) afirmam que o desenvolvimento da educação trouxe consigo a necessidade de que os estudantes tenham a capacidade de solucionar problemas, requerendo uma postura diferenciada na tomada de decisões e na interpretação das mais variadas situações, bem como em aperfeiçoar os valores sociais e de trabalho em equipe. Desse modo, para o que será discutido neste texto, apresentamos nossa concordância com a ideia de que um problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (ONUCHIC, 1999, p. 215).

As metodologias precisam acompanhar os objetivos almejados. Se queremos alunos ativos, precisamos adotar metodologias que os envolvam nas atividades, em que seja necessário tomar decisões e avaliar os resultados, com o apoio de instrumentos relevantes.

Se queremos alunos criativos, é necessário proporcionar a experimentação de situações em que eles possam mostrar a iniciativa (MORAN, 2015). Nessa direção, o ensino através da resolução de problemas se apresenta como uma opção desejável, uma vez que coloca o aluno no centro do processo de ensino-aprendizagem.

Uma vez que as Metodologias Ativas são caminhos para avançar a um currículo mais flexível, mais centrado no aluno, nas suas necessidades e expectativas, cuja aprendizagem se dá por meio de problemas e situações reais (MORAN, 2015), acreditamos que a referida metodologia de ensino pode ser considerada uma metodologia ativa. Essas características de alguma forma as aproximam e apresentam possibilidades para avançar no ensino de conceitos matemáticos.

Nosso entendimento sobre a Resolução de Problemas no ensino, apoiadas em Allevato e Onuchic (2014), considera que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas designa uma abordagem em que a construção do conhecimento se faz a partir de problemas geradores, propostos como ponto de partida e orientação para o ensino de conceitos e conteúdos matemáticos. O principal objetivo é expressar uma concepção, "em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devam ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43).

É nesse cenário que se situam nossas investigações, cujo objetivo é apresentar possibilidades para o desenvolvimento da Resolução de Problemas enquanto Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para tanto, neste e-*book*, apresentamos, inicialmente, nosso entendimento acerca da Resolução de Problemas no Ensino e sua aproximação com as metodologias ativas e expomos o roteiro de etapas para a implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula. Em seguida, trazemos nove problemas geradores como possibilidade para o ensino da potenciação e da radiciação que estão organizados para os alunos e professores. Na sessão para professores, trazemos exemplos de resoluções e estratégias utilizadas pelos alunos de 6.°, 7.°, 8.° e 9.° ano ao resolverem os problemas. Seguem, por fim, as considerações finais.

Este Produto Educacional foi produzido a partir da Dissertação intitulada: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA METODOLOGIA ATIVA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DOS CONTEÚDOS DE "POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO" COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL. E pode ser acessada no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT) através do link: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119.

**O layout desta obra foi inspirado no livro**
*Problem-Driven Math* **de Krulik e Rudnick**
**(1980).**

# Sobre este e-*book*

Este *e-book* é destinado a professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental que desejam ensinar através da Resolução de Problemas. Os problemas geradores estão organizados em dois capítulos:

- ***Capítulo 2: Para os alunos***
- ***Capítulo 3: Para os professores***

No Capítulo 2, trazem-se os problemas geradores estruturados para serem implementados, basta imprimi-los, por isso diz-se: para os alunos. Alguns deles têm adaptações e/ou ampliações, assim foram intitulados seguindo o número do problema e a letra A.

No Capítulo 3, descreve-se cada um dos problemas e são apresentadas sugestões para auxiliar o processo de implementação:

**Conceitos e habilidades matemáticas**:

Neste tópico, destaca-se o conteúdo que será construído a partir da resolução do problema; o objetivo que se deseja alcançar com a resolução; outros conceitos que estejam relacionados com a resolução; as habilidades que podem ser desenvolvidas segundo o que é apresentado pela BNCC (BRASIL, 2017) e algumas ideias de possíveis estratégias que os alunos podem utilizar para resolver o problema.

**Contexto do problema:**

Neste tópico, apresentam-se algumas ideias iniciais que o professor pode utilizar antes de aplicar o problema a seus alunos. Um vídeo, uma conversa informal, uma discussão são alguns dos recursos expostos para que se possa conhecer melhor os alunos que resolverão o problema.

**Sobre o problema:**

Traz-se a justificativa para a escolha do conteúdo; os materiais que podem ser utilizados para auxiliar a pensar sobre o problema; as turmas em que é possível aplicá-lo; a quantidade de aulas necessárias para sua implementação e alguns possíveis problemas secundários.

**Possíveis estratégias de resolução:**

Apresenta-se a resolução do problema utilizando possíveis estratégias que os alunos podem aplicar para chegar à solução.

# Sobre este e-*book* (continuação)

**Como os alunos fizeram:**

Destacam-se algumas das estratégias de resolução que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental utilizaram ao resolverem os problemas apresentados, quando estes foram implementados pela professora-pesquisadora. Trazemos imagens das resoluções.

**Plenária:**

Neste tópico, são sugeridos alguns encaminhamentos para a discussão do problema a partir do painel de soluções, construído pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

**Formalização do conteúdo:**

Explicita-se a definição e a estrutura matemática que devem ser apresentadas aos alunos nesta etapa.

**Possíveis extensões para o problema:**

São sugestões de ajustes no problema para que possa ser utilizado em outras turmas.

**Extensão do problema:**

Em alguns problemas, foi realizada uma extensão específica, neste caso, troxe a ideia.

**Retomando o que foi estudado**

A ideia de propor novos problemas relacionados com o conteúdo estudado não deve ser algo para repetir o mesmo tipo de problema, a intenção é trabalhar as ideias matemáticas dos alunos. Desse modo, propõe-se a utilização do jogo Dorminhoco de potenciação e radiciação. Para a confecção deste jogo, foram utilizadas as potenciações e radiciações já estudadas e, ainda, ele foi ampliado com algumas que pertencem ao conjunto dos Números Racionais, incorporadas para os alunos do 8.° ano e 9.° ano.

# Capítulo 1

# Resolução de Problemas:

## uma metodologia ativa no ensino da Matemática

Desde o nascimento, e ao longo da vida, toda pessoa aprende ativamente e enfrenta desafios complexos em todos os campos (pessoal, profissional e social) que ampliam a percepção, o conhecimento e as competências que levam a escolhas mais libertadoras e realizadoras. Desse modo, "a vida é um processo de aprendizagem ativa, de enfrentamento de desafios cada vez mais complexos" (MORAN, 2018, p. 2).

A aprendizagem também ocorre quando alguém mais experiente fala, mas também no envolvimento em situações que promovam a reflexão, o questionamento e a experimentação. Atualmente, as metodologias presentes no ensino ainda privilegiam o professor. Primeiro, ele transmite a teoria e depois o aluno deve aplicá-la em situações mais específicas, que muitas vezes não fazem sentido. Assim, Moran (2018, p. 2) afirma que "a aprendizagem por meio da transmissão é importante, mas a aprendizagem por questionamento e experimentação é mais relevante para uma compreensão mais ampla e profunda".

É importante destacar que "o processo de aprendizagem é diferente para cada ser humano, cada pessoa aprende o que é mais relevante e o que faz sentido para si" (MORAN, 2018, p. 2). Nesse sentido, nos últimos anos, tem havido uma ênfase em combinar as chamadas metodologias ativas e a sala de aula, na tentativa de inverter a ordem tradicional, onde o professor transmite informações ao aluno e, oportunizar uma aprendizagem com mais significado.

Valente (2018, p. 28) elucida que as metodologias voltadas para a aprendizagem apresentam uma série de técnicas e procedimentos utilizados pelos professores durante suas aulas, de modo a auxiliar a aprendizagem dos alunos. O fato de elas serem ativas "está relacionado com a realização de práticas pedagógicas para envolver os alunos, engajá-los em atividades práticas, nas quais eles sejam protagonistas de sua aprendizagem" (VALENTE, 2018, p. 28).

As metodologias ativas constituem-se "alternativas pedagógicas que colocam o foco do processo de ensino e aprendizagem no aprendiz, envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas" (VALENTE, 2018, p. 27). Essas metodologias contrastam com os modelos de ensino rígidos e o ensino tradicional, pois dão ênfase ao papel protagonista do aluno e o professor passa a ser um mentor e orientador.

Enfim, metodologias ativas "são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível e interligada" (MORAN, 2018, p.4). É importante destacar, conforme considera o autor, que as metodologias ativas apresentam muitas possíveis combinações e sua aproximação com modelos flexíveis "traz contribuições importantes para o desenho de soluções atuais para os aprendizes de hoje" (MORAN, 2018, p.4).

Para o ensino de Matemática em especial, nossa aproximação com as metodologias ativas está na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em que por meio de problemas geradores é oportunizado ao aluno a construção de um conceito/conteúdo que ele ainda não conhece. O Quadro 1 apresenta algumas aproximações entre as metodologias, o que nos faz considerá-la uma metodologia ativa.

**Quadro 1** – Relação entre metodologias ativas e Resolução de Problemas

| | **Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas** | **Metodologias ativas** |
|---|---|---|
| **Definição** | Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os **alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos** (ONUCHIC; ALLEVATO, 2001, p. 81). | As metodologias ativas constituem alternativas pedagógicas que colocam o **foco do processo de ensino e de aprendizagem no aprendiz**, envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas e, com isso, cria oportunidades para a construção de conhecimento (VALENTE, 2018, p. 26-27) |
| **O aluno** | [...] cabendo ao **aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento** matemático (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 40). | As metodologias ativas dão ênfase ao **papel protagonista do aluno**, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor (MORAN, 2018, p. 4). |
| **O professor** | **O professor, agora como mediador** dos processos de ensino, deve disponibilizar uma diversidade de recursos (materiais e processuais) que respeitem as diferentes condições e estilos de aprendizagem de seus alunos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 40). | O seu **papel é ajudar** os alunos a irem além de onde conseguiriam ir sozinhos, motivando, questionando, orientando (MORAN, 2018, p. 4). |

Fonte: as autoras (grifo nosso)

Além disso, a Metodologia apresenta uma concepção mais atual sobre avaliação, em que ela é realizada durante toda a resolução de problemas, "integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula quando necessário" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139).

Allevato e Onuchic (2009) defendem que, ao adotar essa metodologia de ensino, o professor oportuniza ao aluno os problemas antes de iniciar o conteúdo necessário para a sua resolução; assim, “o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 142).

Nesse sentido, é possível compreendermos que a Resolução de Problemas vai além da prática de apenas resolver problemas em aulas de Matemática, “pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades” de modo que se possa promover uma aprendizagem com maior significado (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 17).

É importante salientar que, ao considerar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas uma metodologia ativa, pretende-se que, “enquanto o professor ensina, o aluno, como participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81). Desse modo, é oportunizado a ele elaborar justificativas e dar sentido ao que faz, enquanto o professor avalia o que está acontecendo (a todo momento) com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, sempre que necessário.

# Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Apesar de não haver formas rígidas de se colocar em prática a Metodologia, Allevato e Onuchic (2014) sugerem que a aula através da Resolução de Problemas seja organizadas em dez etapas.

**(1) Proposição do Problema**

O Professor deve selecionar ou elaborar um problema, chamado Problema Gerador, pois irá construir um conceito ainda não estudado.

**(2) leitura Individual**

Em seguida, os alunos fazem uma leitura individual do problema, de modo que estabeleçam uma compreensão própria do que lhes foi apresentado.

**(3) Leitura em Conjunto**

PROBLEMAS SECUNDÁRIOS

Os alunos reúnem-se em grupos e fazem uma nova leitura e uma possível discussão, para que cada integrante possa expressar seu entendimento a partir do problema proposto. Nesse momento, o professor pode auxiliar, esclarecendo algum ponto que os alunos não tenham compreendido.

**(4) Resolução do Problema**

Após a leitura, os alunos partem para a resolução do problema, utilizando seus conhecimentos prévios e, sem critérios estabelecidos, contam com a colaboração e cooperação de seus colegas de grupo, de modo que possam estabelecer relações entre conteúdos estudados e os novos conteúdos que irão emergir.

**(5) Proposição do Problema**

O professor age observando o trabalho dos alunos, incentivando, questionando e sanando possíveis dúvidas que venham a surgir. O professor aqui, não age mais como transmissor do conhecimento, mas como mediador, incentivando os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios, na resolução do problema.

**(6) Registro das resoluções na lousa**

Após a resolução, um dos representantes do grupo é convidado a colocar na lousa o modo como resolveram o problema, da maneira como fizeram, sem medo de erros ou julgamentos, constituindo o Painel de Soluções.

**(7) Plenária**

Nesse momento, todos os alunos são convidados a exporem seus pensamentos, explicarem suas resoluções e defenderem seus pontos de vista com relação ao problema que foi resolvido.

**(8) Busca por consenso**

Após as discussões, os alunos, em conjunto com o professor, tentam consentir sobre a solução, na busca pela construção do conhecimento que desejam alcançar.

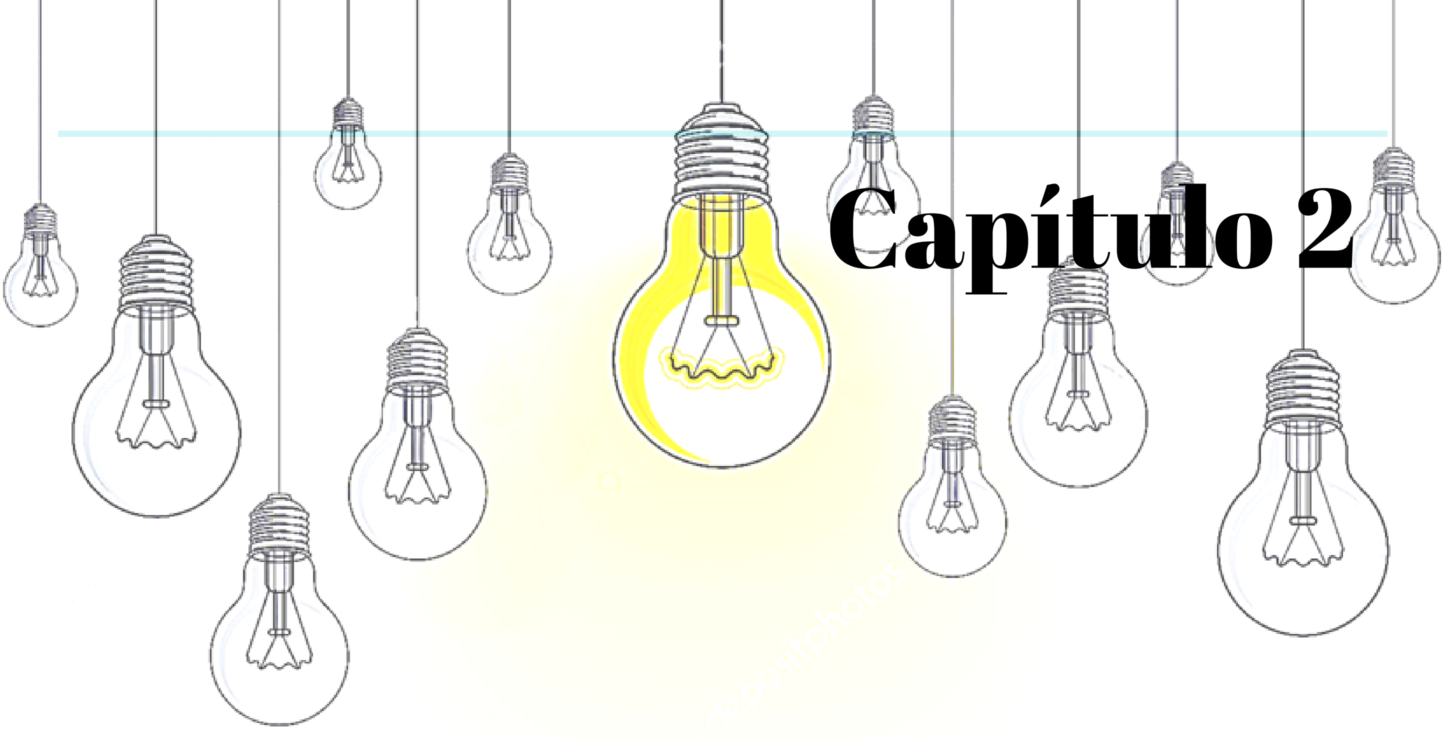
**(9) Formalização do Conteúdo**

Em concordância com as discussões, o professor formaliza o conteúdo, apresentando aos alunos a padronização do conceito, as diferentes técnicas e demonstrações, se necessário.

**(10) Proposição de novos problemas**

Para a consolidação do processo, faz-se necessário que o professor proponha a seus alunos a resolução de novos problemas, sobre o mesmo conceito que foi estudado.

Considerando o problema como premissa e orientação para a aprendizagem da Matemática, é válido ressaltar que a Metodologia apresentada não esgota as outras possibilidades do uso da resolução de problemas para o ensino. Pelo contrário, quando o professor trabalha com os alunos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, é propiciado a eles aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprender Matemática para resolver novos problemas. Há a construção de um contexto propício à construção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula, sem se esquecer do essencial papel do professor, enquanto mediador e organizador no decorrer dessas atividades (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

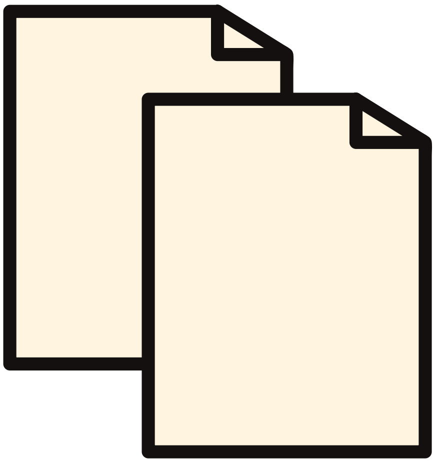


# Capítulo 2

## Para os alunos

# 1 Na dobradura também tem Matemática

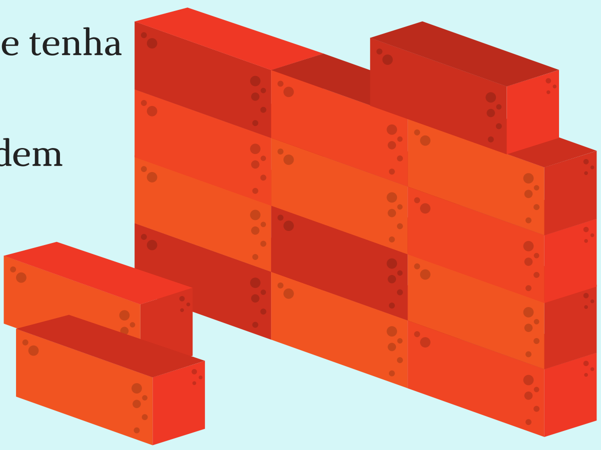
Ao dobrar cinco vezes ao meio, uma folha de papel retangular, em quantos retângulos a folha ficará dividida? Façam observações sobre cada dobra feita e sobre a quantidade de retângulos que foi sendo produzida.



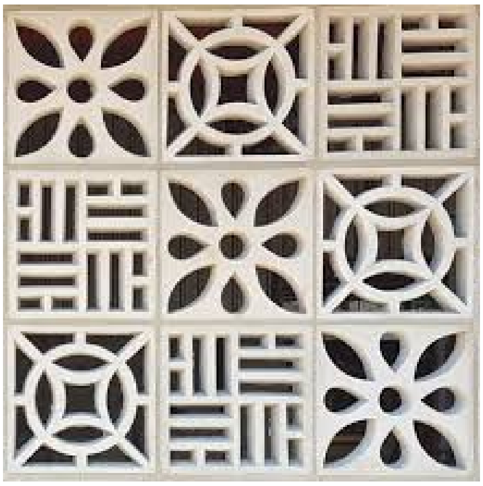
# 2 Vocês são os construtores

Sejam os construtores de seu próprio muro! Quantos tijolos são necessários para a construção de um muro quadrado, que tenha como alicerce, a quantidade de tijolos pedidos? Quais observações vocês podem fazer com base nessas construções?

- Base de 2 tijolos.
- Base de 3 tijolos.
- Base com 4 tijolos.
- Base com 6 tijolos.



## 2A Vocês são os construtores



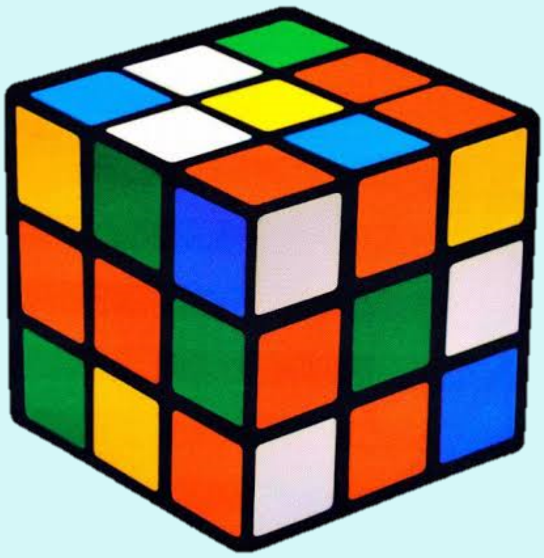
Sejam os construtores da sua própria parede de tijolos vazados!

Quantos tijolos quadrados são necessários para a construção de uma parede quadrada cuja base (alicerce) tenha a quantidade de tijolos indicada?
Quais observações matemáticas são possíveis a partir das suas construções?

- Base de 2 tijolos.
- Base de 3 tijolos.
- Base com 4 tijolos.
- Base com 6 tijolos.

## 3 Quantos cubinhos são necessários?

Observando o cubo mágico, quantos cubinhos são necessários para a construção do cubo mágico grande? Expliquem o raciocínio utilizado para chegar a este resultado.



# 4 Sorteio nas redes sociais

Vocês estão navegando pelas redes sociais, quando veem o seguinte anúncio:


Atenção para as condições de participação! Uma delas diz que, para estar concorrendo, é necessário compartilhar a publicação e marcar três amigos.

Ao saber da promoção, uma pessoa compartilhou com três amigos. Estes três também a compartilharam, cada um com mais três amigos. E esses novos amigos também a compartilharam, cada um com mais três amigos. Após esses compartilhamentos, quantas pessoas estarão sabendo da promoção? Façam uma representação para a situação, em seguida expliquem as estratégias que utilizaram.

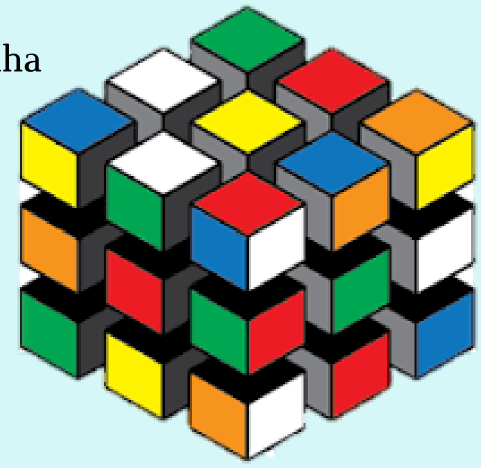
## 5 A construção e a desconstrução

Vocês são profissionais da construção. Uma pessoa contrata seu serviço, porém diz apenas a quantidade total de tijolos quadrados, e  deseja um muro quadrado. Qual a quantidade de tijolos necessária no alicerce (base) de um muro quadrado que tenha 25, 38, 49 e 64 tijolos no total? Escrevam as conclusões a que vocês chegaram.

## 6 Desconstruindo o cubo

Quantos cubinhos devo colocar em cada dimensão do cubo grande, para que ele tenha o total de cubinhos pedidos?

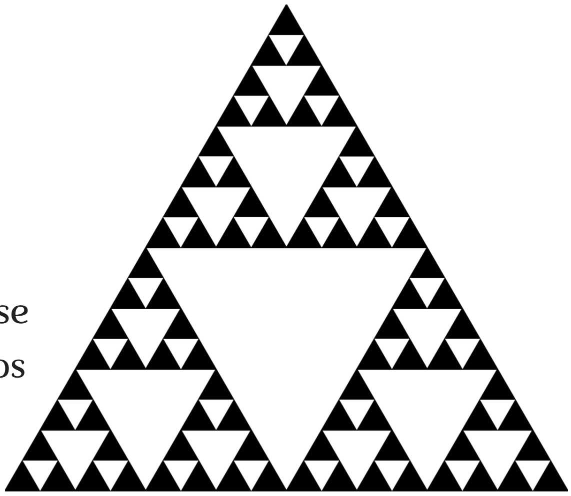
- 8 cubinhos no total
- 64 cubinhos no total
- 125 cubinhos no total
- 216 cubinhos no total



Expliquem as estratégias que utilizaram.

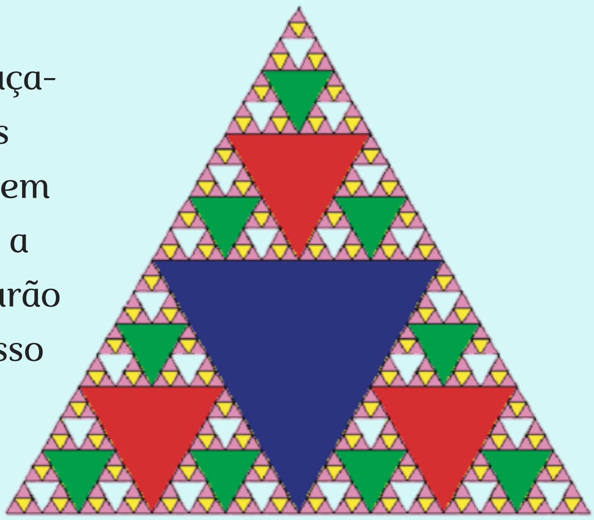
# 7 Matemática e estruturas geométricas

A partir de um triângulo equilátero, traçam-se segmentos unindo os pontos médios de cada um de seus lados dividindo-o em quatro partes iguais, das quais retira-se a parte central. Quantos triângulos restarão em seu interior? Ao se repetir o processo infinitas, vezes quantos triângulos vão sendo formados no interior, em cada divisão? Matematicamente, o que é possível destacar a partir de cada divisão?



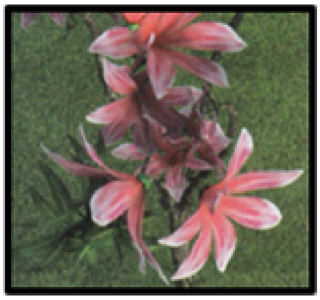
# 7A Matemática e estruturas geométricas

A partir de um triângulo equilátero traça-se segmentos unindo os pontos médios em cada um de seus lados dividindo-o em quatro partes iguais das quais se retira a parte central. Quantos triângulos restarão em seu interior? Ao se repetir o processo por três vezes, quantos triângulos vão sendo formados no interior, em cada divisão? Matematicamente, o que é possível destacar a partir de cada divisão?



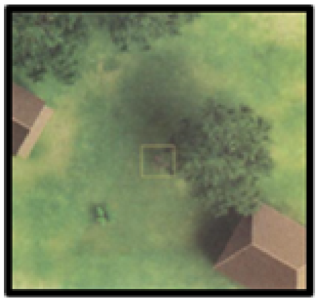
# 8 Tudo depende do ponto de vista

Estas sequências de imagens representam pontos de vista da Terra por meio de diferentes distâncias que se ampliam gradativamente. Observando essas distâncias, como é possível escrevê-las utilizando um padrão e com a menor quantidade possível de algarismos?



1 metro

10 metros



100 metros

1 000 metros

10 000 metros

100 000 metros

1 000 000 metros

10 000 000 metros

100 000 000 metros

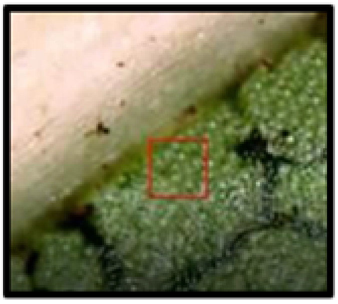
# 8A Do macro ao micro

Estas sequências de imagens representam pontos de vista da Terra por meio de diferentes distâncias que se reduzem gradativamente. Observando essas distâncias, como é possível escrevê-las utilizando um padrão e com a menor quantidade possível de algarismos?

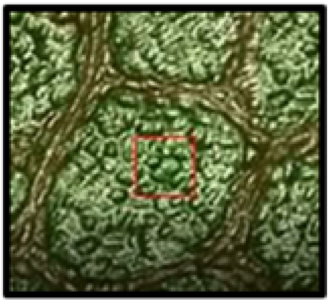
1 metro

1 decímetro

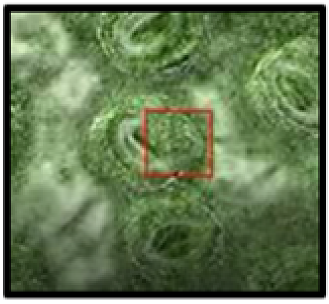
1 centímetro



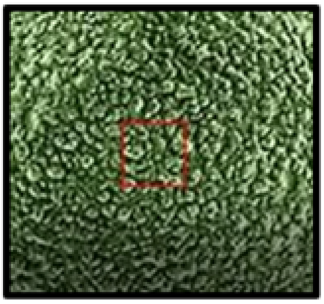
1 milímetro



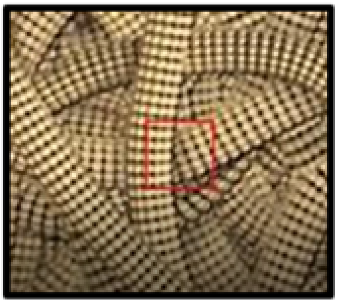
100 mícrons



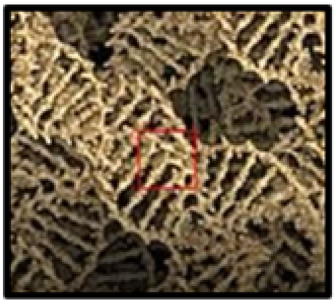
10 mícrons



1 mícron



1 000 Angstrons

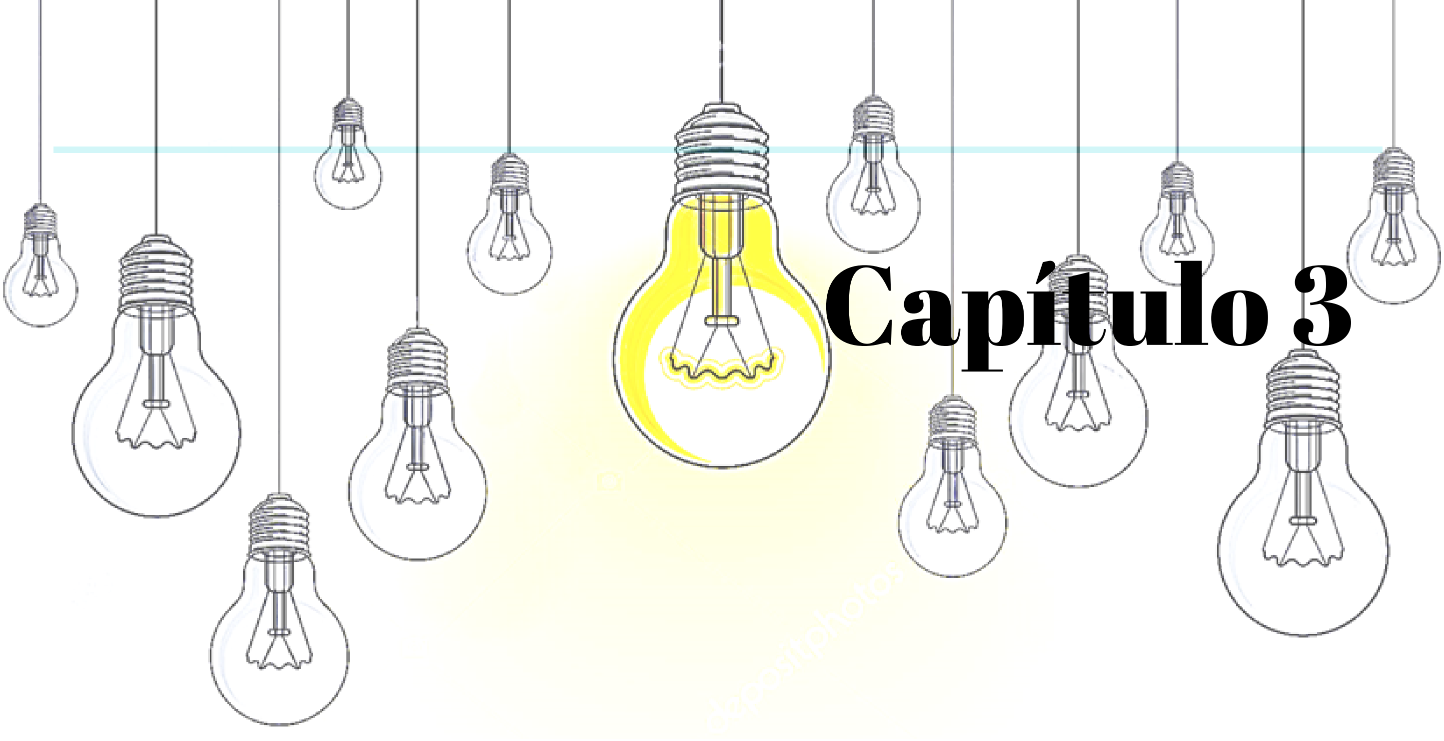


1 00 Angstrons

# 9 A fortuna de Jeff Bezos

Em primeiro lugar, o homem mais rico do mundo, Jeff Bezos, acumulou uma fortuna de:

Esse valor, na reportagem, está escrito com algarismos e palavras. Como vocês fariam para escrever esse valor da menor maneira possível, apenas com algarismos, sem utilizar palavras? Expliquem o porquê de representar assim.



# Capítulo 3

# Para os professores

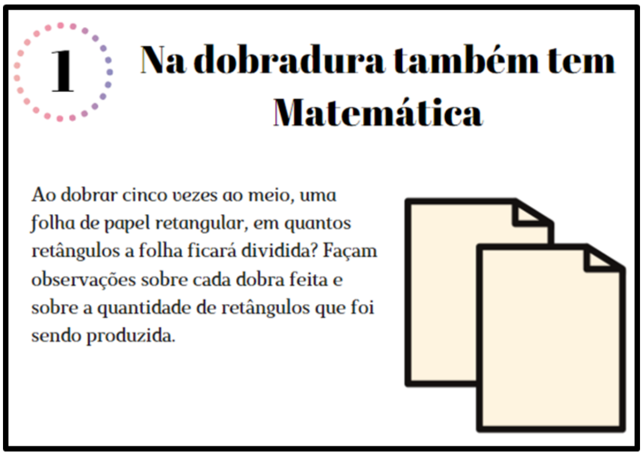
# 1 Na dobradura também tem Matemática

**Conceitos e habilidades matemáticas**

- **Conteúdo:** Potenciação de base 2
- **Objetivos:** Construir o conceito de potenciação de base dois com diferentes expoentes e associar o expoente zero ao resultado 1.
- **Conceitos relacionados:** operações fundamentais
- **Habilidades:** EF06MA03; EF07MA04; EF06MA23

**Possíveis estratégias de resolução**

- Tabela
- Lista organizada
- Operação de multiplicação




## Contexto do problema

Para este problema, serão necessárias folhas de papel, que podem ser retangulares e coloridas. Pode-se disponibilizar uma folha de sulfite A4 antes de propor o problema e pedir que os alunos a dividam em quatro partes iguais. Essa dinâmica pode auxiliar a ver como os alunos se portam diante do fato de dobrar.

## Sobre o problema

**Justificativa:** A potenciação pode ter diferentes expoentes e com a dobradura o aluno consegue visualizar o que acontece com o papel cada vez que o dobra ao meio e relacionar os expoentes à multiplicação de fatores iguais.

**Materiais:** Folhas de papel retangular

**Turma:** A partir do 6.° ano

**Aulas:** Uma aula de 50 minutos

**Possíveis problemas secundários:**
Pode haver dúvidas no fato de dobrar ao meio, dobrar cinco vezes ao meio ou mesmo ao fazer relação com a quantidade de dobras e a quantidade de retângulos restantes na folha após cada dobra.

## Possíveis estratégias de resolução

- **Fazer uma tabela:**

Conforme os alunos vão realizando as dobras, eles podem construir uma tabela para organizar os resultados que vão surgindo:

| Dobras no papel | Total de retângulos |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 8 |
| 4 | 16 |
| 5 | 32 |

- **Uma lista organizada:**

*nenhuma dobra* → 1 *retângulo*
*uma dobra* → 2 *retângulos*
*duas dobras* → 4 *retângulos*
*três dobras* → 8 *retângulos*
*quatro dobras* → 16 *retângulos*
*cinco dobras* → 32 *retângulos*

- **Operação de multiplicação:**

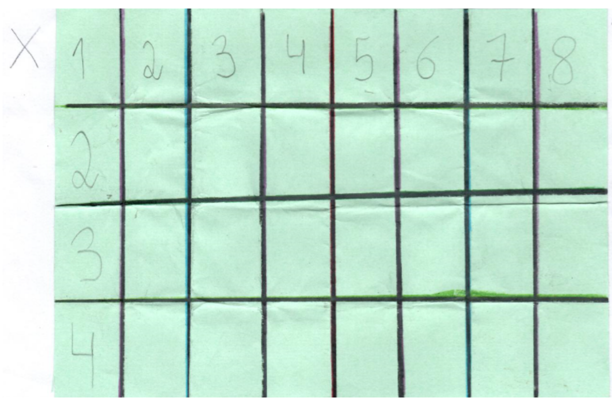
Nenhum
2 x 1 = 2
2 x 2 = 4
2 x 4 = 8 ou 2x2x2 = 8
2 x 8 = 16 ou 2x2x2x2 = 16
2 x 16 = 32 ou 2x2x2x2x2 = 32

A quantidade de retângulos formadas após cada dobra é sempre o dobro da quantidade anterior.

Em geral, os alunos não fazem como multiplicação sucessiva de fatores iguais, pois utilizam o valor anterior para continuar a resolução.

## Como os alunos do 7.° ano fizeram

- **Utilizaram a folha dobrada para representar o total de retângulos obtidos.**




- **Fizeram uma lista, relacionando dobras e quantidade de retângulos.**

Na primeiro dobradura obtemos 2 partes ✓
na segunda dobradura obtemos 4 partes ✓
na terceiro dobradura obtemos 8 partes ✓
Na quarto dobradura obtemos 16 partes ✓
Na quinto dobraduro obtemos 32 partes

- **Utilizaram a multiplicação:** e ainda relacionaram com a medida da área do retângulo que estava dividido em outros retângulos menores.

2 x 2 = 4
2 x 4 = 8
2 x 8 = 16
16 x 2 = 32

Alguns grupos contaram os retângulos na horizontal e na vertical e depois multiplicaram.

8 x 4 = 32

## Plenária

Espera-se que os alunos apresentem diferentes estratégias de resolução, fazendo suas **representações na lousa** e consigam compará-las com a dos outros grupos de modo a chegar a um **consenso** sobre a resposta do problema.

## Formalização do Conteúdo

Findada a plenária e a busca pelo consenso, a *potenciação* é definida como **multiplicação sucessiva de fatores iguais**, representada por meio de uma base, um expoente e uma potência:

4 é o EXPOENTE

16 é a POTÊNCIA

$$2^4 = 2.2.2.2 = 16$$

2 é a BASE

Leitura: **DOIS ELEVADO À QUARTA**

A **base** 2 representa o fator de "produção" dos retângulos a partir de cada dobra; o **expoente** representa a quantidade de dobras; a **potência** o total de retângulos obtidos após cada dobra.

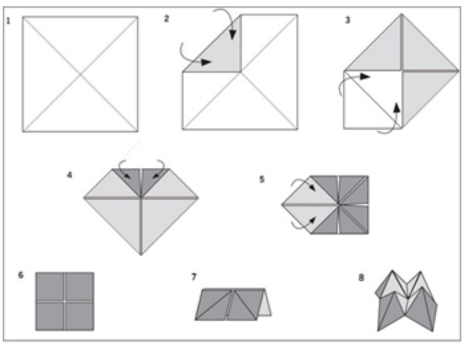
## Possíveis extensões para o problema

Dependendo da turma em que será aplicado o problema, pode-se pedir para dobrar mais vezes ou menos, pode-se utilizar papel quadrado em vez de retangular.

## Extensão do problema

Como a atividade é relacionada à dobradura, pode-se propor a confecção de um ABRE E FECHA de potências de base 2, que pode ser utilizado como um meio divertido de exercitar as potenciações que foram estudadas.

## Abre e Fecha


Como dobrar?

# 2 Vocês são os construtores

### Conceitos e habilidades matemáticas

- **Conteúdo:** Potenciação quadrada
- **Objetivo:** Construir o conceito de potenciação quadrada, a partir da construção de um muro quadrado
- **Conceitos relacionados:** medida da área do quadrado
- **Habilidades:** EF06MA03; EF07MA04; EF07MA29; EF07MA32;

### Possíveis estratégias de resolução

- Representação geométrica
- Operação de multiplicação


### Contexto do problema

Para o desenvolvimento deste problema, deve-se iniciar uma conversa informal sobre como os pedreiros fazem a construção de um muro. Os alunos apresentam suas ideias e, possivelmente, relatarão momentos que já tenham vivenciado como: fazer um buraco no chão, fazer vigas de ferro, não colocar os tijolos uns sobre o outros, fazer uma base com cimento, dentre outras. É importante destacar o fato de ser necessário fazer uma base (alicerce ou fundação), que será o início do muro. Em seguida, o pedreiro coloca tijolos em cima dessa base, de modo a construir o muro desejado. Se algum aluno se atentar para o fato de que os tijolos não são dispostos alinhados um sobre o outro, levantar discussões sobre o fato: mas por que eles fazem assim? Em seguida, disponibilizar o problema, com base nas discussões realizadas e propor: Vamos construir um muro? Ele será quadrado e um tijolo deve estar alinhado sobre o outro.

### Sobre o problema

**Justificativa:** A potenciação quadrada é uma das mais utilizadas em todas as séries da Educação Básica a partir do 6.° ano e se faz importante a representação geométrica dessa potenciação e a associação com a construção de um quadrado, pois é daí que vem o seu nome, associando ao conceito de bidimensional.

**Materiais:** Folha de papel quadriculado, material dourado ou material construído a partir de quadradinhos de papel.

**Turma:** A partir do 6.° ano

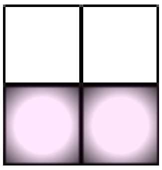
**Aulas:** Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** Os alunos podem ficar com dúvidas sobre a disposição dos tijolos. Peça para que considerem alinhados um sobre o outro, diferente de como o pedreiro faz realmente. Outra dúvida que pode aparecer é sobre a base, se ela tem que estar dentro da terra (no buraco) ou sobre ela, se serão colocados tijolos nessa base ou se ela será de cimento.

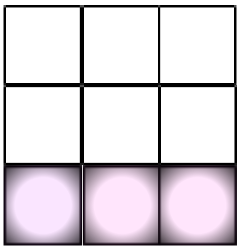
## Possíveis estratégias de resolução

- **Representação geométrica**

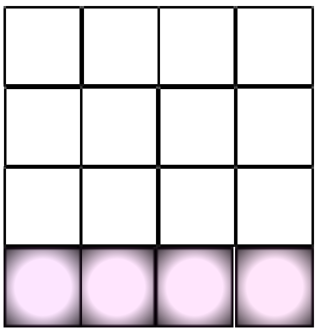
Os alunos podem optar por fazer uma representação da situação por meio de desenho, ou se lhes for disponibilizado algum material, poderão utilizá-lo. Caso tenham papel quadriculado, uma possibilidade feita seria:



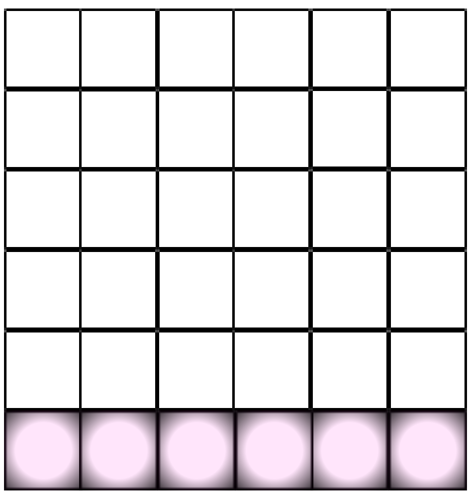
*base de 2 tijolos → são necessários 4 tijolos*



*base de 3 tijolos → são necessários 9 tijolos*



*base de 4 tijolos → são necessários 16 tijolos*



*base de 6 tijolos → são necessários 36 tijolos*

- **Operação de multiplicação**

Os alunos podem relacionar o total de tijolos com a área do quadrado. Nesse caso, como tem quatro lados iguais, os alunos multiplicariam a base pela altura.

2 x 2 = 4

São necessários 4 tijolos

3 x 3 = 9

São necessários 9 tijolos

4 x 4 = 16

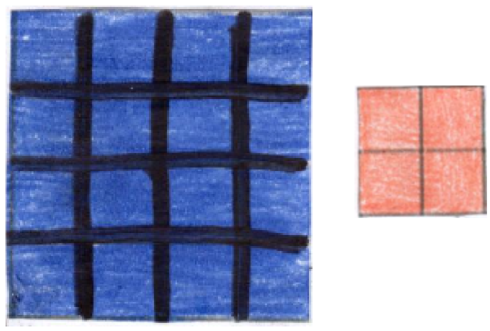
São necessários 16 tijolos

6 x 6 = 36

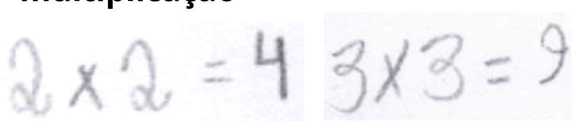
São necessários 36 tijolos

## Como os alunos do 7.° ano fizeram

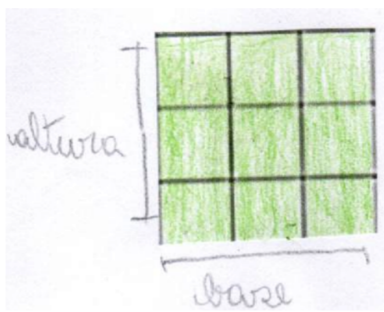
- **Utilizaram o papel quadriculado para representar o total de tijolos pedidos:**



- **Utilizaram a operação de multiplicação**




- **Relacionaram com o cálculo da medida da área do quadrado**



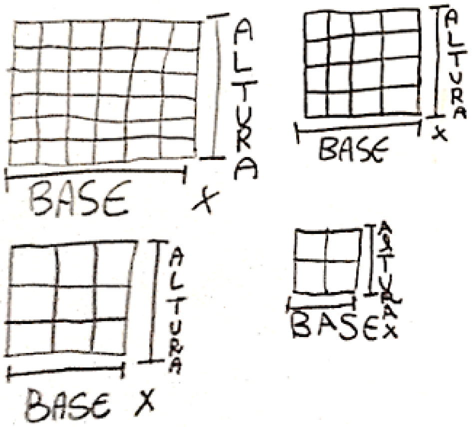

Base x Altura é igual a medida da área do quadrado

## Como os alunos do 7.º ano fizeram

### Painel de soluções

Estratégia: nossa equipe decidiu que iriamos fazer BASE x ALTURA que iria dar a área do quadrado

2x2=4
3x3=9
4x4=16
6x6=36




*"Ao multiplicar a base pela altura, teremos a quantidade de tijolos quadrados para um muro quadrado. A base e a altura têm a mesma quantidade de tijolos" (explicação do grupo).*

### Plenária

Durante a plenária, espera-se que os alunos apresentem suas estratégias e resoluções, ouçam os outros grupos e entrem em consenso a respeito da resposta para o problema.

### Formalização do conteúdo

A potenciação quadrada é a multiplicação de dois fatores iguais. A base pode ter diferentes valores, enquanto o expoente é sempre 2.

2 é o EXPOENTE

25 é a POTÊNCIA

$$5^2 = 5 \,.\, 5 = 25$$

5 é a BASE

Leitura: **CINCO AO QUADRADO.**

A **base** é a quantidade de tijolos no alicerce do muro; o **expoente** é a quantidade de dimensões (base e altura); a **potência** é a quantidade total de tijolos para a construção do muro quadrado.

A potenciação quadrada está relacionada à medida da área do quadrado.

### Possíveis extensões para o problema

Há a possibilidade, que a quantidade de tijolos na base do muro seja alterada, dependendo da turma em que o problema será trabalhado.

Visto que tijolos para muro são retangulares, talvez seja questionada, pelos alunos, a construção de um muro com tijolos quadrados. Assim, há a possibilidade de utilizar tijolos quadrados e construir uma parede. Desse modo, apresentamos como opção o Problema 2A.


Sugere-se a utilização dos mesmos procedimentos trabalhados ao se explorar o problema 2A.

# 3

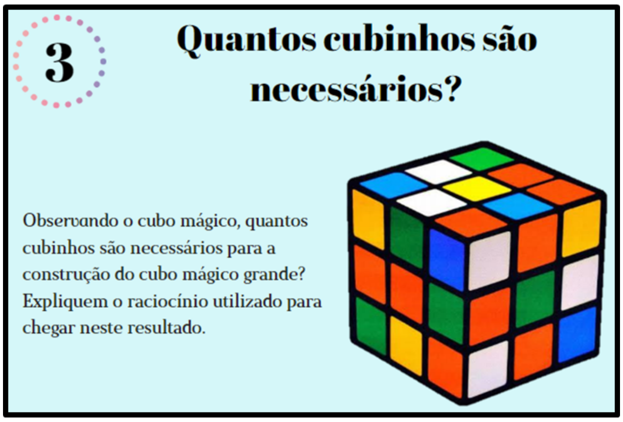
# Quantos cubinhos são necessários?

### Conceitos e habilidades matemáticas

- **Conteúdo:** Potenciação cúbica
- **Objetivo:** Construir o conceito de potenciação cúbica a partir da observação de como um cubo mágico é construído.
- **Conceitos relacionados:** Volume e operação de multiplicação.
- **Habilidades:** EF06MA03; EF07MA04; EF07MA29; EF07MA30

**Possíveis estratégias de resolução**

- Estabelecer relação com a medida do volume




### Contexto do problema

Para o desenvolvimento deste problema é interessante disponibilizar o cubo mágico e permitir um tempo para os alunos conhecê-lo e manuseá-lo.

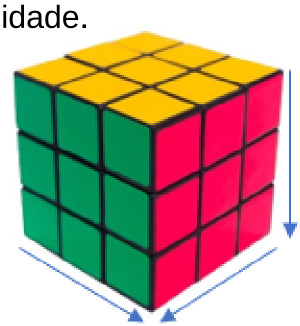
### Sobre o problema

**Justificativa:** A potenciação cúbica deve estar relacionada à construção de um cubo, associada ao termo tridimensional.
**Materiais:** Cubo mágico ou aplicativo Cubo Mágico 3D (Cubo de Rubik).
**Turma:** A partir do 6.° ano.
**Aulas**: Uma aula de 50 minutos.
**Possíveis problemas secundários:** Podem aparecer dúvidas sobre os cubinhos pequenos.

### Possíveis estratégias de resolução

Para esta atividade uma boa estratégia seria manipular o cubo e conhecer suas dimensões, desconsiderando as cores, pois é comum essa confusão.

Dessa maneira, pensar que a quantidade total de cubinhos necessária pode ser obtida por meio da multiplicação das dimensões: base, altura e profundidade.



- **Operação de multiplicação a partir da relação com o volume**

Base: 3 cubinhos
Altura: 3 cubinhos
Profundidade: 3 cubinhos

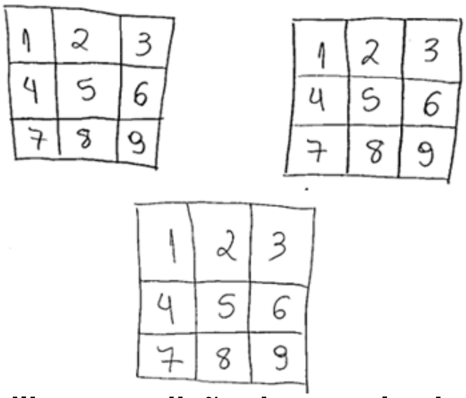
**Assim: 3 x 3 x 3 = 27 cubinhos**

Ao analisar que o cubo tem três dimensões, os alunos poderão relacionar ao conceito de volume, caso já o tenham estudado.

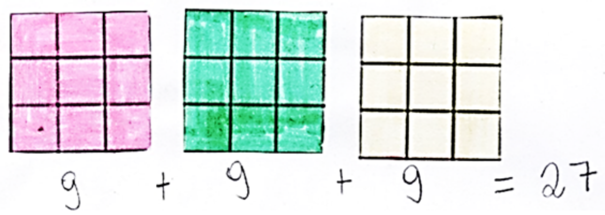
### Como os alunos do 7.º ano fizeram

- **Dividiram o cubo em camadas**

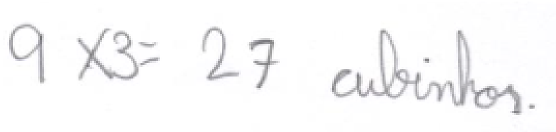
A estratégia criada pelos grupos foi dividir o cubo em camadas, em seguida calcular o total de cubinhos nas camadas. Ao encontrar o resultado, realizaram a multiplicação ou adição de partes iguais.



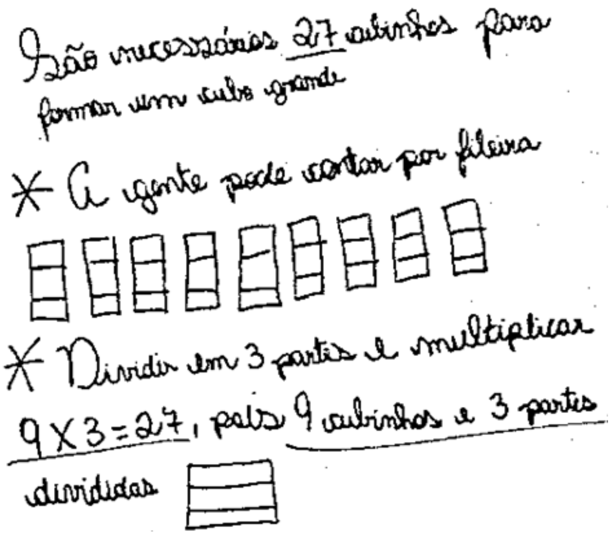

- **Utilizaram adição de parcelas iguais**




- **Utilizaram a operação de multiplicação**




### Como os alunos do 7.º ano fizeram
### Painel de soluções




### Plenária

Nesta etapa, os alunos apresentam aos demais colegas aquilo que foi construído por seus grupos e discutem, a fim de chegar a um consenso.

### Formalização do conteúdo

A potenciação cúbica é a multiplicação de três fatores iguais. Enquanto a base pode ter diferentes valores, o expoente é sempre o três.

3 é o EXPOENTE

27 é a POTÊNCIA

$$3^3 = 3.3.3 = 27$$

3 é a BASE

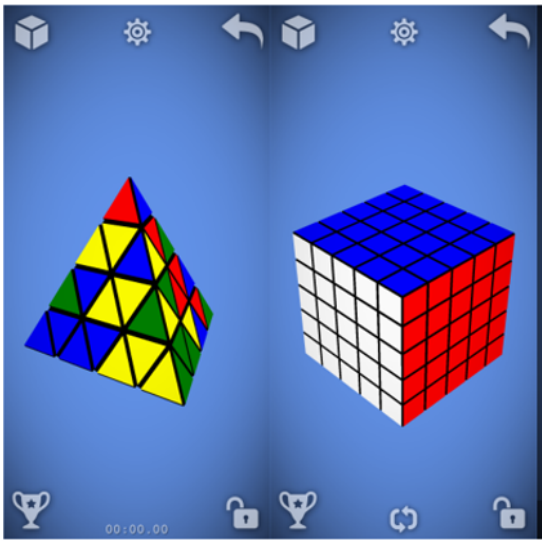
Leitura: **TRÊS AO CUBO**

A **base** é a quantidade de cubinhos em cada dimensão (base, altura e profundidade); o **expoente** é a quantidade de dimensões do cubo (base, altura e profundidade); a **potência** é a quantidade de cubinhos necessários para a construção do cubo mágico grande.

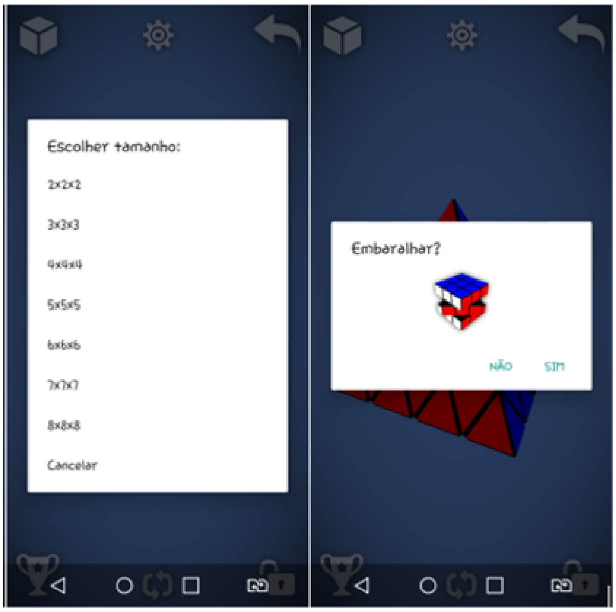
A potenciação cúbica está relacionada à construção de um cubo, portanto, lemos três "ao cubo". É possível, ainda, relacioná-la com à medida do volume de um cubo.

**Possíveis extensões para o problema**

Em vez de utilizar apenas o cubo mágico, pode-se sugerir o uso do aplicativo CUBO DE RUBIK. Nele, é possível escolher o tamanho e diferentes modelos do cubo mágico.



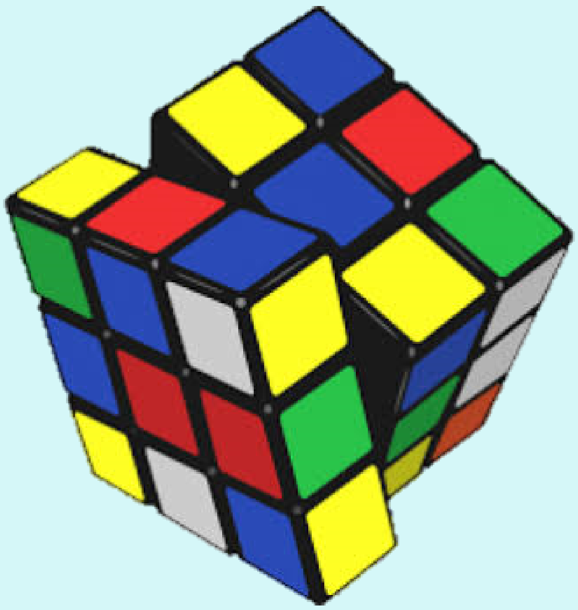
O App tem diversas funções, que podem ser ajustadas de acordo com a necessidade do usuário.




O aplicativo pode ser baixado gratuitamente na Play Store.


# 3A A Matemática presente no cubo mágico

Ao iniciar o aplicativo CUBO DE RUBIK, é possível escolher o tamanho do cubo mágico que se deseja montar. Quantos cubinhos pequenos são necessários para a montagem do cubo grande que tem 2, 4, 7 e 8 cubinhos na base? Comentem sobre as estratégias na resolução.



# 4 Sorteio nas Redes Sociais

4 Sorteio nas redes sociais

Vocês estão navegando pelas redes sociais, quando veem o seguinte anúncio:



Atenção para as condições de participação! Uma delas diz que, para estar concorrendo é necessário compartilhar a publicação e marcar três amigos.

Ao saber da promoção, uma pessoa compartilhou com três amigos. Estes três, também compartilharam, cada um com mais três amigos. E esses novos amigos, também compartilharam, cada um com mais três amigos. Após estes compartilhamentos, quantas pessoas estarão sabendo da promoção? Façam uma representação para a situação, em seguida expliquem as estratégias que utilizaram.



### Conceitos e habilidades matemáticas

- **Conteúdo:** Potenciação de base três.
- **Objetivo:** Construir o conceito de potenciação de base três com diferentes expoentes desde o expoente zero.
- **Conceitos relacionados:** operações fundamentais.
- **Habilidades**: EF06MA03; EF07MA04

### Possíveis estratégias de resolução

- Desenho
- Lista organizada
- Operação Matemática

### Contexto do problema

Este problema está diretamente relacionado ao conjunto de informações recebidas pelos estudantes no ambiente em que, de fato, eles passam grande parte do dia. Navegam pelas redes sociais, esperam curtidas, comentários e fazem compartilhamentos. Com o intuito de apresentar a Matemática presente neste cenário que este problema foi criado. Para iniciá-lo, é importante fazer uma discussão com os alunos a respeito das redes sociais e de como eles as utilizam, como usá-las bem, o cuidado que devem ter ao inserir informações pessoais, entre outras.

### Sobre o problema

**Justificativa:** A potenciação pode ter diferentes expoentes e, com o desenvolvimento desta atividade, os alunos irão reconhecê-los, inclusive o expoente zero.

**Materiais:** Nenhum.

**Turma:** A partir do 6.° ano.

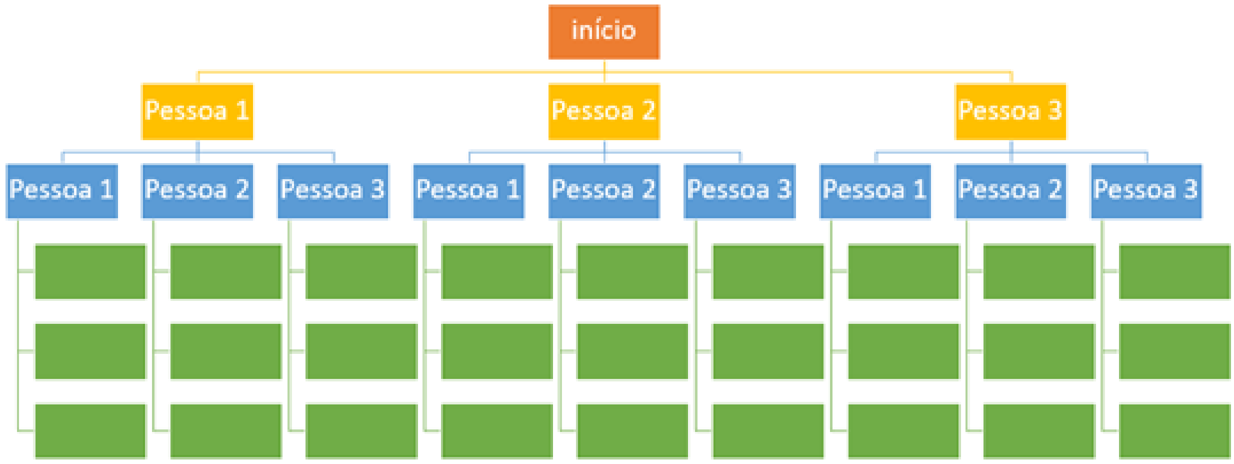
**Aulas**: Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** Entender o que é um compartilhamento e que cada novo amigo compartilhou com mais três amigos. Eles podem ter dificuldade também para saber se é necessário somar o número de amigos ao final.

### Possíveis estratégias de resolução

- **Desenho dos compartilhamentos**

É provável que os alunos façam um desenho da situação para ajudar a pensar o problema e, em seguida, indiquem em linguagem matemática ou linguagem escrita.




- **Lista organizada**

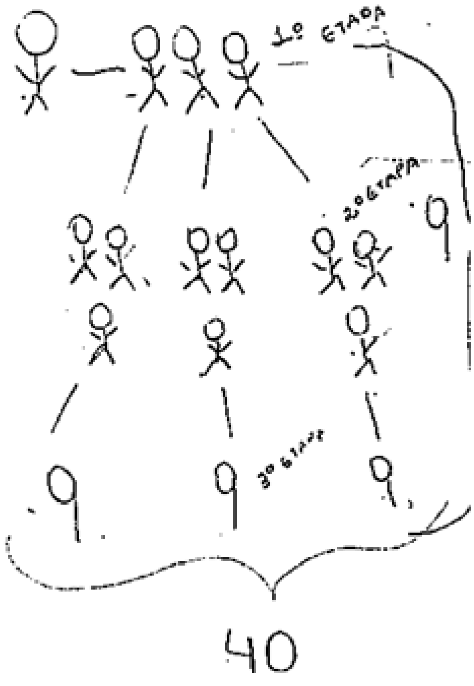
$$\begin{gathered} início \ \rightarrow 1 \ amigo \\ 1 \ compartilhamento \ \rightarrow 3 \ amigos \\ 2 \ compartilhamentos \ \rightarrow 9 \ amigos \\ 3 \ compartilhamentos \ \rightarrow 27 \ amigos \\ Total \ \rightarrow 1 + 3 + 9 + 27 = 40 \ amigos \end{gathered}$$

- **Operação matemática**

$$\begin{gathered} início \ \rightarrow 1 \ amigo \\ 1 \ compartilhamento \ \rightarrow 3x1 = 3 \ amigos \\ 2 \ compartilhamentos \ \rightarrow 3x3 = 9 \ amigos \\ 3 \ compartilhamentos \ \rightarrow 3x3x3 = 27 \ amigos \\ Total \ \rightarrow 1 + 3 + 9 + 27 = 40 \ amigos \end{gathered}$$

**Como os alunos do 7.º ano fizeram**

- **Representação com desenho**




- **Cálculo matemático**

$3 \times 3 = 9$

$9 + 3 = 12$

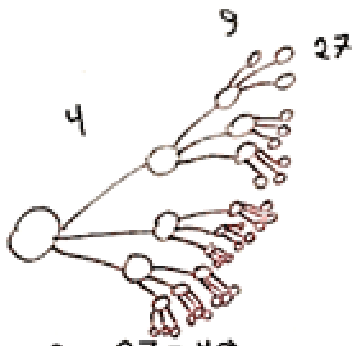
$12 + 12 + 12 = 36$

$36 + 4 = 40$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 27 \\ \hline 40 \end{array}$$

**Como os alunos do 7.º ano fizeram**

**Painel de soluções**




$4 + 9 + 27 = 40$

R: Somamos os quatro primeiros e multiplicamos eles três vezes e depois multiplicamos o resultado anterior três vezes também e somamos os resultados.

**Plenária**

Neste momento, os alunos apresentam suas estratégias de resolução, em um painel de informações, havendo discussão sobre a solução do problema e a busca por consenso.

## Formalização do conteúdo

A potenciação de base três é a multiplicação do fator três quantas vezes o expoente indicar. Desse modo, o expoente indica quantas vezes se deve repetir a base em uma multiplicação de mesmo fator.

1 é o EXPOENTE

27 é a POTÊNCIA

$$3^1 = 3 = 3$$

3 é a BASE

3 é o FATOR

Leitura: **TRÊS ELEVADO À PRIMEIRA**

A **base** representa a quantidade de pessoas novas que saberão da promoção a partir de outra pessoa; o **expoente** é a quantidade de compartilhamentos a partir daquele que começou e a **potência** a quantidade de pessoas ao final de cada compartilhamento.

$$3^0 = 1$$

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

*Três elevado a zero;*
*Três elevado à primeira;*
*Três elevado ao quadrado ou três ao quadrado;*
*Três elevado ao cubo ou três ao cubo.*

Este problema pode auxiliar a compreensão da leitura das potenciações, bem como entender por que todo número elevado a zero é igual a um.

Uma vez que, se não houver compartilhamento, apenas uma pessoa saberá da promoção. Representando de forma padronizada, utilizamos, neste caso, a base 3 e o expoente 0.

## Possíveis extensões para o problema

Pode-se adaptar o problema para trabalhar com potenciação de outras bases: dois, quatro, cinco, dependendo da quantidade de pessoas que se deseja compartilhar.

# 5 A construção e a desconstrução

**Conceitos e habilidades matemáticas**

- **Conteúdo:** Radiciação quadrada
- **Objetivo:** Construir o conceito de radiciação quadrada enquanto operação inversa da potenciação quadrada, por meio da desconstrução do muro. Compreender que, como não é possível construir um quadrado com todos os números, estes não têm uma raiz quadrada exata.
- **Conceitos relacionados:** Área.
- **Habilidades:** EF06MA03; EF07MA04; EF07MA12; EF07MA29; EF07MA32; EF08MA02; EF09MA03

**Possíveis estratégias de resolução**

- Operação Matemática.
- Desenho


## Contexto do problema

Para o desenvolvimento deste problema, os alunos deverão relembrar como fizeram a construção de um muro quadrado. Nesse sentido, vale a pena retomar o que foi desenvolvido ou, até mesmo, revisitar o problema, se for do interesse dos alunos.

## Sobre o problema

**Justificativa:** A radiciação deve ser trabalhada enquanto operação inversa da potenciação e, assim, ao fazer a desconstrução do muro quadrado, esse conceito será explorado.

**Materiais**: Nenhum.

**Turma**: A partir do 6.° ano.

**Aulas**: Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** A operação matemática que devem utilizar e a diferença entre o que se pede nesta atividade em relação à outra já realizada. Outro problema secundário poderia ser o aluno ficar confuso sobre ter que calcular perímetro ou área.

## Possíveis estratégias de resolução

Espera-se que os alunos relacionem o problema com a atividade de construção do muro quadrado e percebam que se busca a operação inversa. Assim, para obter a quantidade de tijolos necessária na base do muro, basta determinar um número que vezes ele mesmo dê o resultado pedido, já que o quadrado tem todos os lados com a mesma medida.

- **Operação matemática de multiplicação**

Ao compreender que o quadrado tem lados com a mesma medida, a quantidade total de tijolos seria dada pela multiplicação entre os tijolos da base e da altura. Desse modo, devem procurar um número que vezes ele mesmo resulte no total de tijolos pedido:

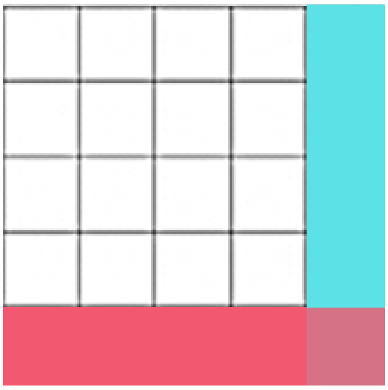
5 x 5 = 25, 5 tijolos na base

38, não tem resposta cujo número seja inteiro

7 x 7 = 49, 7 tijolos na base

8 x 8 = 64, 8 tijolos na base

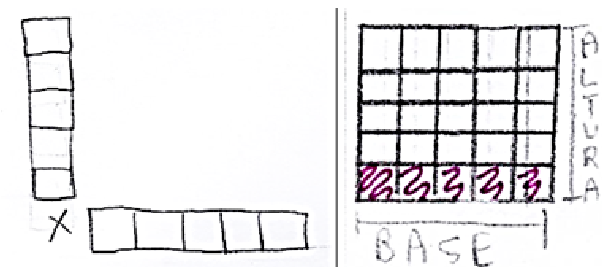
- **Desenho com quadriculado**



Base x altura

## Como os alunos do 7.º ano fizeram

**Representação com desenho, utilizando a ideia de área**



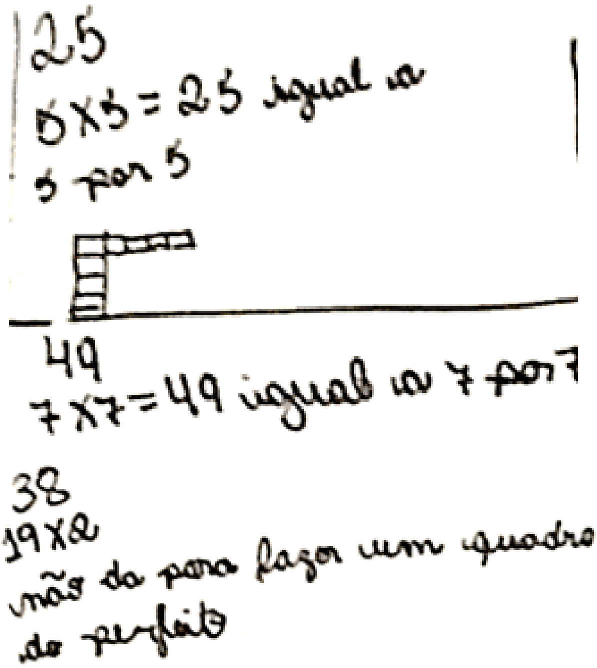

- **Utilizaram a operação matemática**

a base vai ser de 7 tijolos pois 7 X 7 = 49

- **Relacionaram com raiz quadrada**

Concluimos que 38 não possui uma raiz quadrada, ou seja 38 não dá como um quadrado perfeito, pois todos os quadrados perfeito tem os lados do mesmo tamanho.

## Como os alunos do 7.º ano fizeram
## Painel de soluções




*"Os quadrados têm duas dimensões e, se multiplicarmos um número por ele mesmo, chegamos ao resultado" (explicação do grupo)*

## Plenária

Nesta etapa, os grupos apresentam aquilo que foi produzido, explicam as estratégias que utilizaram para chegar ao resultado encontrado e discutem as diferentes representações a fim de chegar a um consenso.

### Formalização do conteúdo

A radiciação é a operação inversa da potenciação, uma vez que, dado um radicando (potência) e um índice (expoente), deseja-se descobrir a raiz (base). A radiciação quadrada, é a operação inversa da potenciação quadrada.

2 é o índice

Este símbolo é o radical

$$\sqrt[2]{64} = 8$$

8 é a raiz

64 é o radicando

Leitura: **RAIZ QUADRADA DE SESSENTA E QUATRO**

O radicando representa a quantidade total de tijolos no muro que se deseja construir; o índice indica quantas vezes o número (raiz) será multiplicado por ele mesmo; a raiz indica a medida das dimensões do quadrado. Todo número que tem uma raiz quadrada exata é chamado de QUADRADO PERFEITO.

### Possíveis extensões para o problema

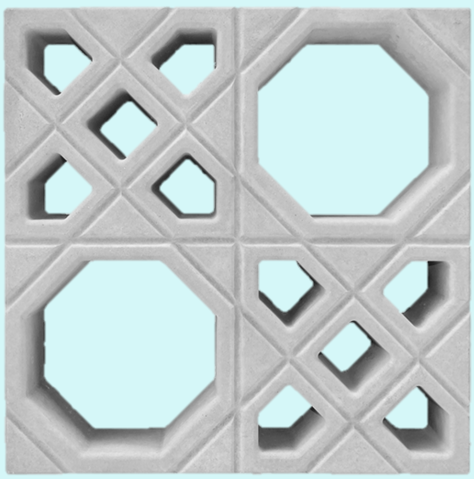
Dependendo da série estudada é possível colocar outras quantidades totais de tijolos, valores mais altos que exigem maior raciocínio, pois é fundamental que o aluno continue a explorar as situações de contagem, "de ordenação, de codificação em que tenha oportunidade de realizar a leitura e escrita de números grandes" (BRASIL, 2017, p. 67).

Outro ponto interessante, na extensão do problema, é propor números que não têm raiz quadrada exata, pois gera excelentes discussões.

É possível, ainda, adaptar o problema seguindo a ideia apresentada no problema 2A: em vez de construir um muro quadrado, pode-se fazer a parede de tijolos vazados. Desse modo, reconfiguramos o problema da seguinte maneira:

## 5A A construção e a desconstrução

Vocês são profissionais da construção. Uma pessoa contrata seu serviço, porém diz apenas a quantidade total de tijolos quadrados, e deseja uma parede quadrada com tijolos vazados. Qual a quantidade de tijolos necessária no alicerce (base) de uma parede quadrada com 25, 38, 49 e 64 tijolos vazados no total? Escrevam as conclusões a que chegaram.



# 6 Desconstruindo o cubo

**Conceitos e habilidades matemáticas**

- **Conteúdo:** Radiciação cúbica
- **Objetivo:** Construir o conceito de radiciação cúbica enquanto operação inversa da potenciação cúbica, por meio da desconstrução do cubo, de modo que relacionem as dimensões do cubo com o resultado procurado.
- **Conceitos relacionados:** Volume e tridimensionalidade.
- **Habilidades:** EF06MA03; EF07MA04; EF09MA03; EF07MA29; EF07MA30

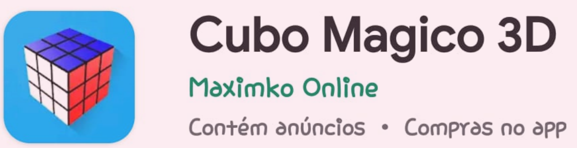
**Possíveis estratégias de resolução**

- Operações elementares.


## Contexto do problema

Este problema explora a operação inversa da potenciação cúbica, que é a radiciação cúbica. Para o seu desenvolvimento, é necessário que os estudantes entendam as dimensões que o cubo têm e relacionem com a construção do cubo que realizaram. É possível que os alunos tenham novamente em mãos o cubo mágico e ainda utilizem o aplicativo CUBO MÁGICO 3D ou CUBO DE RUBIK.

O aplicativo pode ser baixado gratuitamente na Play Store




## Sobre o problema

**Justificativa**: A radiciação deve ser trabalhada enquanto operação inversa da potenciação e, nesse sentido, ao fazer a desconstrução do cubo, esse conceito será explorado.

**Materiais:** Cubo mágico e/ou aplicativo CUBO DE RUBIK.

**Turma:** A partir do 7.° ano.

**Aulas:** Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** Conhecer o que é uma dimensão; conseguir relacionar as dimensões do cubo com o 3D; perceber que a multiplicação das dimensões resulta no total de cubinhos.

## Possíveis estratégias de resolução

Espera-se que os alunos relacionem o problema com a atividade de construção do cubo mágico e entendam que estão fazendo a operação inversa.

- **Operação matemática de multiplicação**

Para obter a quantidade de cubinhos em cada dimensão, basta determinar um número que, ao ser multiplicado por ele mesmo três vezes, dê o resultado pedido, já que o cubo tem todas as dimensões com a mesma medida.

2 x 2 x 2 = 8, 2 cubinhos em cada dimensão
4 x 4 x 4 = 64, 4 cubinhos em cada dimensão
5 x 5 x 5 = 125, 5 cubinhos em cada dimensão
6 x 6 x 6 = 216, 6 cubinhos em cada dimensão

Os alunos podem, ainda, relacionar a situação com a ideia de volume, que já foi utilizada no problema do cubo mágico. Podem, inclusive, revisitar a atividade se for oportuno.

**Como os alunos do 7.º ano fizeram**

- **Desenhos do cubo, representando as dimensões, o que remete à ideia de volume**


Altura : 4 x
Largura : 4
BASE : 4 x

- **Utilizaram a operação de multiplicação**

6x6x6 = 216

4x4x4 = 64

multiplicamos 5x5x5 o que deu resultado de 125

**Como os alunos do 7.º ano fizeram**

**Painel de soluções**

8 cubinhos:
Altura : 2
Largura : 2
Base : 2
2x2x2=8 cubinhos

64 cubinhos
Altura: 4
Larguro: 4
Base: 4
4x4x4=64

125 cubinhos
Altura: 5
Larguro: 5
Base: 5
5x5x5=125

216 cubinhos
Altura: 6
Larguro: 6
Base: 6
6x6x6=216

**Plenária**

É o momento em que os alunos apresentam suas estratégias de resolução, bem como a resposta obtida para o problema.

## Formalização do conteúdo

A radiciação cúbica está diretamente relacionada à desconstrução de um cubo, na qual dado um radicando (potência), um índice três (expoente), determina-se a raiz cúbica (base da potência cúbica). Na radiciação cúbica, deve-se determinar um número que, multiplicado por ele mesmo três vezes, resulta no valor do radicando.

3 é o índice

Este símbolo é o radical

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

216 é o radicando

6 é a raiz

Leitura: **RAIZ CÚBICA DE DUZENTOS E DEZESSEIS**

O **índice** três representa as dimensões do cubo (base, largura e profundidade); o **radicando** indica o total de cubinhos necessário para construir um cubo; e a **raiz** cúbica é o número que, multiplicado por ele mesmo três vezes, resulta no radicando. Todo número que tem uma raiz cúbica exata é chamado de CUBO PERFEITO.

## Possíveis extensões para o problema

Dependendo da série é possível colocar outras quantidades totais de cubinhos; valores mais altos exigem que os alunos pensem "além" e criem diferentes estratégias, para o desenvolvimento da resolução do problema.

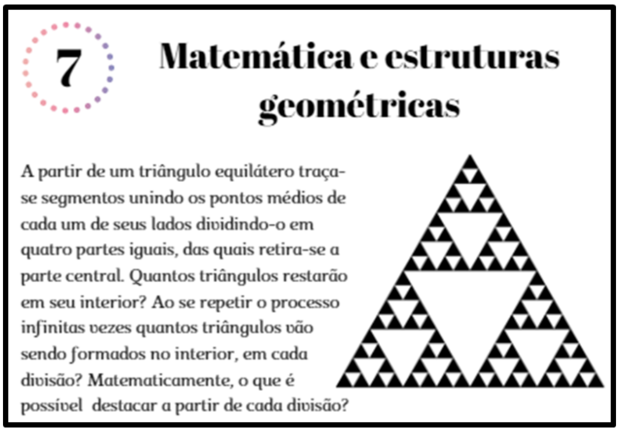
# 7 Matemática e estruturas geométricas

**Conceitos e habilidades matemáticas**

- **Conteúdo:** Potenciação de base 3
- **Objetivo:** Construir o conceito de potenciação de base três com diferentes expoentes a partir da construção de um fractal.
- **Conceitos relacionados:** Formas geométricas (planas e espaciais), Estruturas geométricas: Fractais.
- **Habilidades:** EF06MA03; EF06MA22; EF07MA04; EF07MA29; EF08MA10; EF08MA11; EF08MA17; EF09MA15.

**Possíveis estratégias de resolução**

- Construir o triângulo.
- Construir uma tabela.
- Operação matemática.




## Contexto do problema

Para o desenvolvimento deste problema, deve-se iniciar uma conversa informal sobre as formas geométricas presentes nas coisas do cotidiano e pedir aos alunos que as nomeiem. Após relacioná-las, o professor pode apresentar formas como os brócolis, a pinha, o raio, a vitória-régia, dentre outras, que têm essas características. Essa apresentação pode ser por meio de imagens ou levando alguns objetos. Ao questionar os alunos sobre como essas estruturas são nomeadas dentro da Matemática, provavelmente eles não saberão. Deve-se propor, então, que façam a construção de uma delas, explicando que podem estar presentes na natureza, serem construídas por computador ou por meio de formas geométricas.

Após propor o problema é provável que os alunos queiram saber como realizar esse procedimento, que pode ser feito com compasso e transferidor, ou utilizando o *software* Geogebra. Se optar pelo uso do *software*, será necessária uma aula explicativa sobre as ferramentas disponíveis.

## Como fazer o triângulo de Sierpinski?

Essa construção pode ser acompanhada com detalhes no vídeo: **TRIÂNGULO DE SIERPINSKI**, disponível em: https://youtu.be/X_D4BXramdc. (acesso em abril de 2020).

## Sobre o problema

**Justificativa:** A potenciação pode ter diferentes expoentes e com o desenvolvimento desta atividade os alunos irão reconhecê-los, inclusive o expoente zero.

**Materiais:** *Software* Geogebra ou compasso, transferidor e régua.

**Turma:** A partir do 6.° ano.

**Aulas:** Duas aulas de 50 minutos.

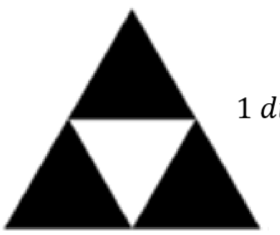
**Possíveis problemas secundários**: A utilização de compasso e transferidor para realizar as divisões necessárias e/ou conhecimento do *software* Geogebra e de como saber realizar as divisões necessárias. Compreensão da linguagem matemática.

## Possíveis estratégias de resolução

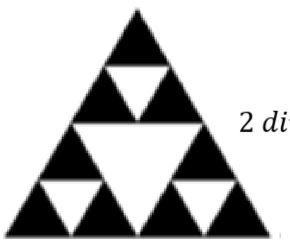
- **Desenho com Geogebra ou com ferramentas de desenho**

Na tentativa de auxiliar a pensar o problema, é interessante que os alunos possam representar com desenho o que foi descrito no enunciado.

$início \ \rightarrow 1 \ triângulo$



$1 \ divisão \ \rightarrow 3 \ triângulos$



$2 \ divisões \rightarrow 9 \ triângulos$

- **Tabela**

Com base no desenho, é possível organizar as divisões em uma tabela:

| QUANTIDADE DE DIVISÕES EM PARTES IGUAIS | QUANTIDADE DE TRIÂNGULOS OBTIDOS |
|---|---|
| NENHUMA | 1 TRIÂNGULO |
| UMA | 3 TRIÂNGULOS |
| DUAS | 9 TRIÂNGULOS |
| TRÊS | 27 TRIÂNGULOS |

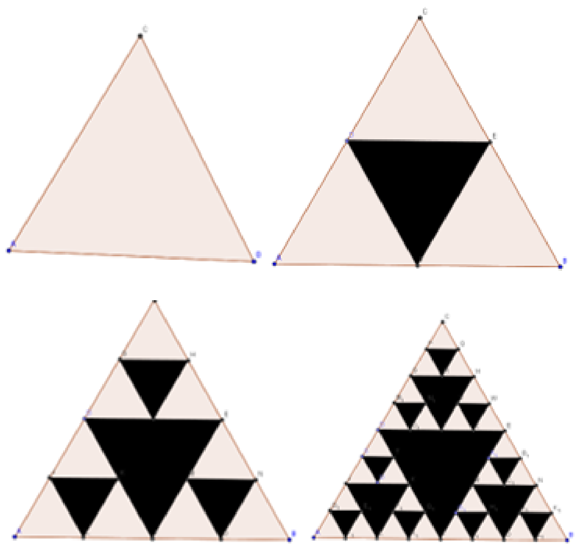
- **Operação matemática**

$$\begin{aligned} início \ &\rightarrow 1 \ triângulo \\ 1 \ divisão \ &\rightarrow 3x1 = 3 \ triângulos \\ 2 \ divisões \ &\rightarrow 3x3 = 9 \ triângulos \\ 3 \ divisões \ &\rightarrow 3x3x3 = \ 27 \ amigos \end{aligned}$$

O processo segue infinitamente até que se deseje realizar as divisões em partes iguais. A cada nova divisão, o número de triângulos anterior é multiplicado por três.

## Como os alunos do 9.° ano fizeram

- **Realizaram as divisões com auxílio do *software* Geogebra**



- **Utilizaram a linguagem escrita para representar a quantidade de triângulos em cada divisão**

*Após repetir o processo 4 vezes obtemos 81 triângulos*
*O primeiro desenho é composto por apenas 1 triângulo*
*O segundo desenho é composto por 3 triângulos*
*O terceiro desenho é composto por 9 triângulos*
*O quarto desenho é composto por 27 triângulos*
*E o último é composto por 81 triângulos*

- **Utilizaram a operação matemática de multiplicação**

1x3=3
3x3=9
3x9=27
3x27=81

Cada grupo fica livre para realizar quantas divisões em partes iguais desejar, até que seja possível analisar o comportamento matemático do padrão presente neste problema.

## Plenária

Nesse momento, o professor pode definir ou formalizar que a estrutura geométrica criada por eles se refere a um fractal, assim é possível explorar suas características e analisar o comportamento matemático.

## Como os alunos do 9.° ano fizeram

## Painel de soluções

Este problema foi resolvido pelos alunos do 9.° ano utilizando o *software* Geogebra e a ferramenta de texto Word. Ao realizar as divisões em partes iguais eles faziam a captura da tela do Geogebra e a salvavam no Word. Na fase de representação das soluções no quadro, optamos por projetar na tela aquilo que foi produzido pelos grupos. Desse modo, não fizemos um painel de soluções na lousa. O painel foi digital.

## Formalização do conteúdo

A potenciação de base três é a multiplicação de fatores três quantas vezes o expoente indicar. Desse modo, o expoente indica quantas vezes se deve repetir a base em uma multiplicação de mesmo fator.

9 é a Potência

2 é o Expoente

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

3 é a Base

Leitura: **TRÊS ELEVADO AO QUADRADO**

A **base** três representa a quantidade de triângulos obtida a cada divisão de um triângulo equilátero em partes iguais; o **expoente** indica a quantidade de divisões que foi realizada; a **potência** indica a quantidade de triângulos que restaram após retirar o triângulo central em cada divisão.

## Possíveis extensões para o problema

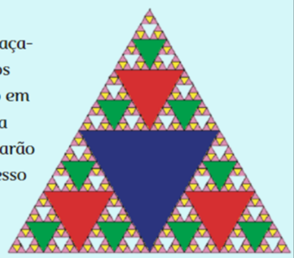
Pode-se adaptar o problema para trabalhar com a série desejada. Por exemplo, para sexto ano, talvez, seja necessário definir a quantidade de divisões em partes iguais.

Pode ser também necessário ensinar os alunos a utilizar compasso e transferidor ou mesmo o *Geogebra.*

Deixamos como sugestão a adaptação segundo o problema 7A, apresentado na página 21.

**7A** **Matemática e estruturas geométricas**

A partir de um triângulo equilátero traça-se segmentos unindo os pontos médios em cada um de seus lados dividindo-o em quatro partes iguais da qual retira-se a parte central. Quantos triângulos restarão em seu interior? Ao se repetir o processo por três vezes quantos triângulos vão sendo formados no interior, em cada divisão? Matematicamente, o que é possível destacar a partir de cada divisão?

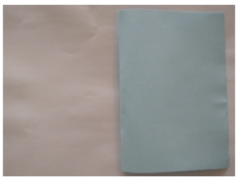
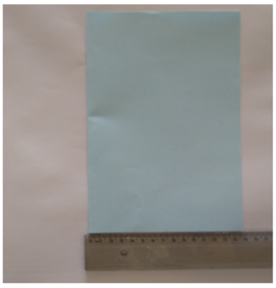
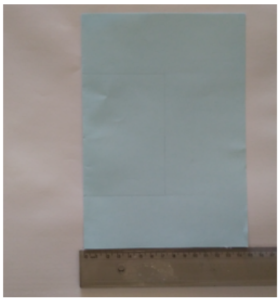
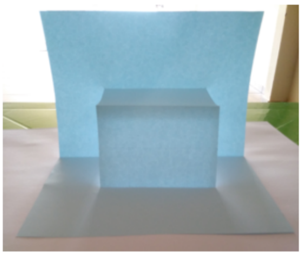
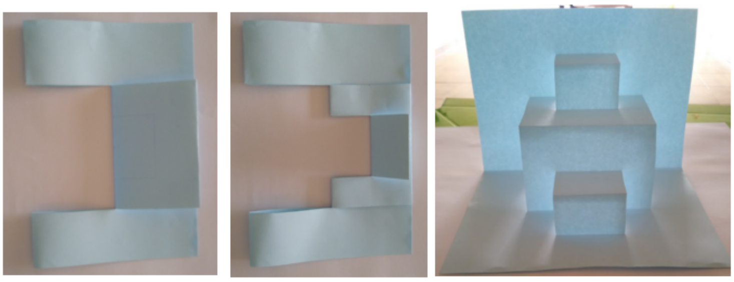
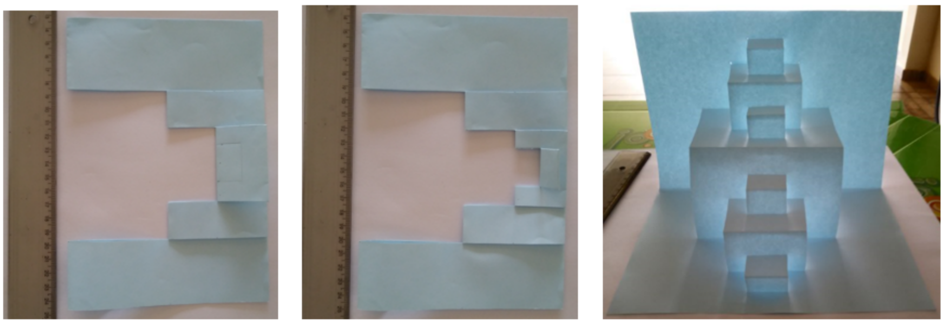


## Extensão do Problema

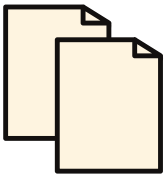
Depois de finalizada a construção do fractal geométrico no formato 2D, propor a construção de um cartão fractal no formato 3D, conforme sugestão a seguir:

# MÃO NA MASSA – CARTÃO FRACTAL

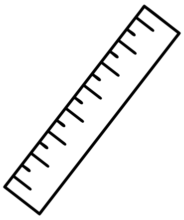
Vamos construir um CARTÃO FRACTAL e investigar a Matemática presente nele.

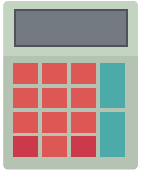
<table>
<tr>
<td>1.°: Pegue uma folha de papel retangular.<br><br>Largura<br>Comprimento</td>
<td>2.°: Dobre a folha ao meio, no sentido do comprimento.<br></td>
<td>3.°: Meça a largura e a divida em quatro partes, faça marcações com lápis.<br></td>
</tr>
<tr>
<td>4.°: Meça o comprimento e o divida em duas partes, faça marcações com lápis.<br></td>
<td>5.°: Faça um segmento à ¼ da largura em ambos os lados, até a marcação (1/2) do comprimento.<br></td>
<td>6.°: Recorte sobre os segmentos criados.<br></td>
</tr>
<tr>
<td>7.°: Dobre onde foi recortado, transformando em uma “escada”.<br></td>
<td colspan="2">8.°: Repita o processo.<br></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">9.°: Continuando a construção. Repertir os passos de 2 a 6.<br></td>
</tr>
</table>

Com a construção do cartão fractal, é possível trabalhar a potenciação de base dois, analisar a construção do cartão e o comportamento matemático. É necessária pelo menos uma aula para o desenvolvimento deste cartão e os materiais a seguir:

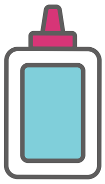

Sulfite


Tesoura


Régua


Calculadora

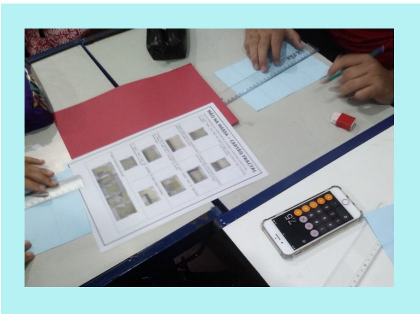

Lápis

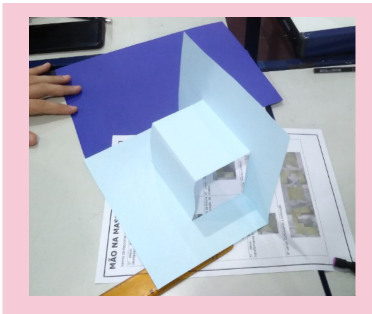

Cola

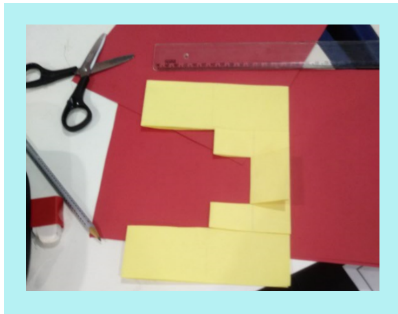
Sugere-se colar o cartão feito com folha de sulfite A4 em um papel mais duro, como papel cartão.

## Como os alunos do 9.° ano fizeram?

# MÃO NA MASSA





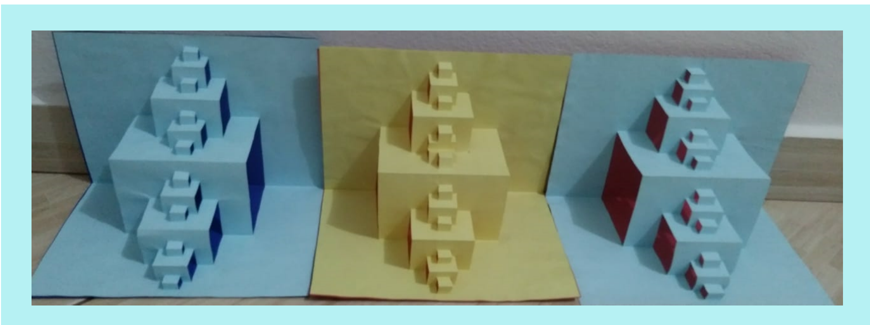


Realizaram cálculos e utilizaram instrumentos de medida.

Fizeram dobras e recortes. Construíram um cartão com paralelepípedos semelhantes.

Finalizaram colando em um papel duro,deixando no formato do cartão fractal. Durante e após a construção,=s alunos puderam vivenciar a Matemática presente na construção.

$$2^0 \rightarrow 1\, paralelepípedo$$
$$2^1 \rightarrow 2x1 = 2\, paralelepípedos$$
$$2^2 \rightarrow 2x2 = 4\, paralelepípedos$$
$$2^3 \rightarrow 2x2x2 = \ 8\, paralelepípedos$$



Investigaram a Matemática presente no cartão e construíram a potenciação de base dois.

# 8 Tudo depende do ponto de vista

### Conceitos e habilidades matemáticas

- **Conteúdo:** Potenciação de base 10
- **Objetivo:** Construir o conceito de potenciação de base 10 a partir da ampliação de figuras: um ponto no universo
- **Conceitos Relacionados:** O metro: seus múltiplos e submúltiplos.
- **Habilidades**: EF06MA03; EF06MA12; EF06MA11; EF07MA04; EF07MA12; EF07MA29; EF09MA04

### Possíveis estratégias de resolução

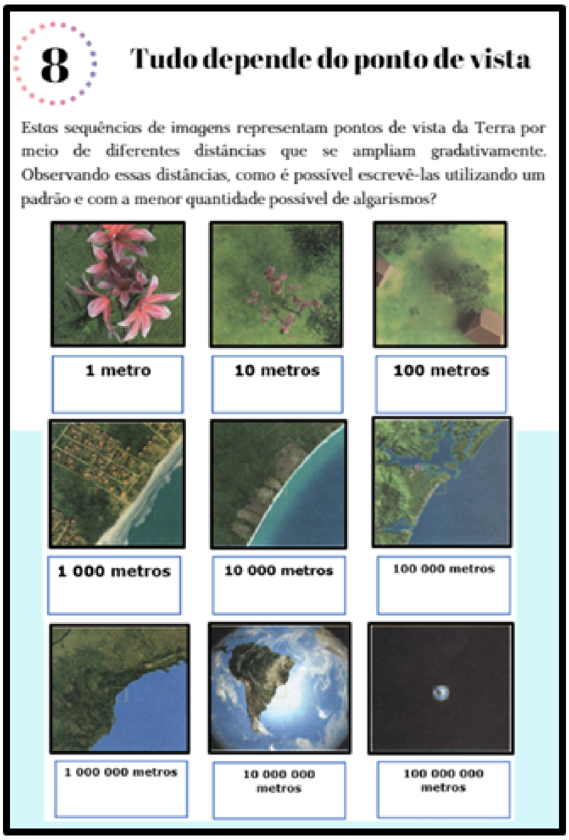
- Operação de multiplicação.

### Contexto do problema

Ao iniciar esta atividade propor aos alunos que assistam ao vídeo: **"Do macro ao microcosmo: a escala do universo",** disponível em**:** https://youtu.be/4bCYUP7ssJ0. (acesso em abril de 2020)*.*


Após assisti-lo, é interessante comentar sobre as estruturas apresentadas, a fim de verificar a compreensão.

Há duas possibilidades para este problema: A parte I: "Tudo depende do ponto de vista" pode ser trabalhada a partir do 6° ano como potenciação de base dez, mesmo que o vídeo apresente o macro e o micro.




A parte II: "Do macro ao micro", pode ser utilizada a partir do 8° ano, pois trabalha a potenciação com expoente negativo. O professor pode, então, trabalhar as duas partes juntas ou separadamente.

### Sobre o problema

**Justificativa:** A potenciação de base dez é bastante utilizada pelos alunos, inclusive como conhecimento prévio para outras disciplinas e é importante que entendam a relação existente entre o expoente e a quantidade de zeros presente no número.

**Materiais:** Vídeo.

**Turma:** A partir do 6.° ano

**Aulas:** Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** Conhecer a unidade de medida, o metro, seus múltiplos e submúltiplos.

### Possíveis estratégias de resolução

- **Representar em multiplicação**

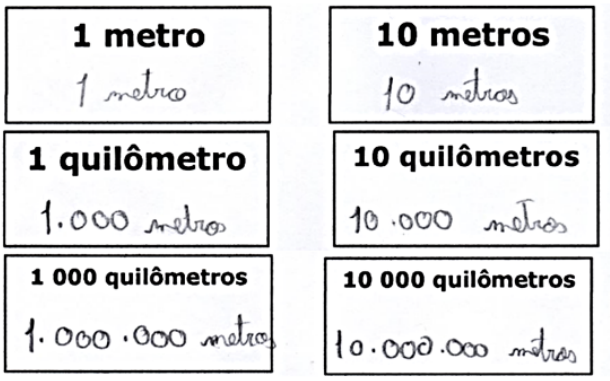
Espera-se que os alunos consigam relacionar a quantidade de zeros com a representação em potenciação,

$$1 = 10^0$$
$$10 = 10^1$$
$$100 = 10x10 = 10^2$$
$$1000 = 10x10x10 = 10^3$$
$$10\ 000 = 10x10x10x10 = 10^4$$
$$100\ 000 = 10x10x10x10x10 = 10^5$$
...

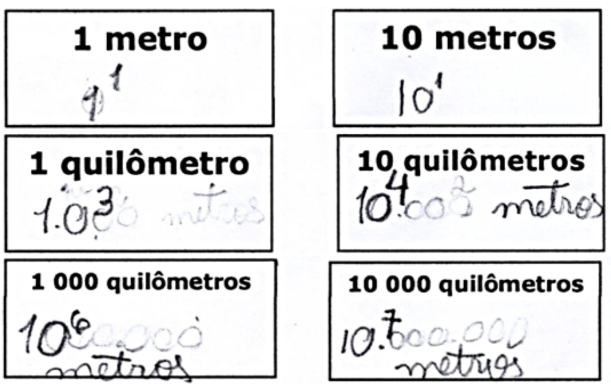
e, desse modo, escrevam os números como potência de base 10.

### Como os alunos do 8.º ano fizeram

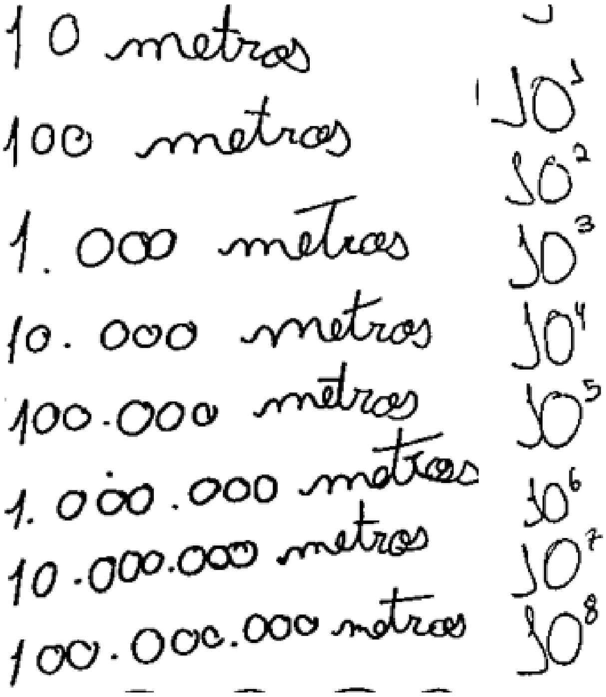
- **Representaram com a quantidade total de zeros, transformando em metro.**




- **Representaram com potência de base 10.**




### Como os alunos do 8.º ano fizeram
### Painel de soluções




### Plenária

Nesta etapa, os alunos apresentam suas estratégias de resolução para o problema, indicam a resposta e discutem a fim de chegar a um consenso.

### Formalização do conteúdo

A potência de base 10 é utilizada para simplificar a escrita de números grandes, que são múltiplos de 10.

4 é o Expoente

10 000 é a Potência

$$10^4 = 10.10.10.10 = 10\ 000$$

10 é a Base

O **expoente** indica o número de vezes que se deve repetir a **base** dez na multiplicação. Na potência de base 10 com expoente natural é possível identificar que o expoente indica, ainda, a quantidade de zeros presente na potência

# 8A Do macro ao micro

### Conceitos e habilidades matemáticas

- **Conteúdo:** Potenciação com o expoente negativo.
- **Objetivo:** Construir o conceito de potenciação com expoente negativo a partir da redução de figuras: um ponto no Universo
- **Conceitos relacionados:** O metro, seus múltiplos e submúltiplos.
- **Habilidades:** EF06MA03; EF06MA12; EF06MA11; EF07MA04; EF07MA12; EF07MA29; EF09MA04

### Possíveis estratégias de resolução

- Transformar os valores em submúltiplos do metro, em forma de fração e em seguida escrever como potência.

### Contexto do problema

Essa atividade pode ser dada em conjunto com o problema 8, porém ela é adequada aos alunos de 8.° ano e 9.° ano, pois é nesta série que se insere o estudo das potências com expoente negativo.

Se ela for dada em conjunto, não é necessário mostrar novamente o vídeo: "Do macro ao microcosmo - a escala do universo", contudo, se for dada separada, pode-se utilizar o vídeo, ou não.

### Sobre o problema

**Justificativa**: A potência com expoente negativo deve ser entendida a partir da fração do todo e relacionada com números decimais.

**Materiais**: Pode-se utilizar o vídeo.

8A Do macro ao micro

Estas sequências de imagens representam pontos de vista da Terra por meio de diferentes distâncias que se reduzem gradativamente. Observando essas distâncias, como é possível escrevê-las utilizando um padrão e com a menor quantidade possível de algarismos?



**Turma:** a partir do 8.° ano.

**Aulas:** Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** Conhecer as unidades de medida, o metro, seus múltiplos e submúltiplos e as unidades de medida utilizadas para seres microscópicos.

### Possíveis estratégias de Resolução

Espera-se que os alunos consigam relacionar os submúltiplos do metro a frações decimais ou a números racionais na representação decimal e, desse modo, consigam escrever os denominadores como potência de base 10, para, em seguida, transformá-los em expoente negativo.

- **Transformar os valores em frações**

$$1 = 10^0$$

$$0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$$

$$0{,}01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$0{,}0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

$$0{,}00001 = \frac{1}{100000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$

## Como os alunos do 8.° ano fizeram

- **Transformaram as distâncias em fração e número racional na representação decimal**

| | |
|---|---|
| 1 decímetro $\frac{1}{10}$ metros | 1 centímetro $\frac{1}{100}$ metro |
| 100 mícrons $\frac{1}{10.000}$ metros | 10 mícrons $\frac{1}{100.000}$ metros |
| 1 000 Angstrons $\frac{1}{10.000.000}$ metros | 1 00 Angstrons $\frac{1}{100.000.000}$ metros |

0,1 m
0,01 m
0,001 m
0,001 m
0,0001 m =
0,00001 m =
0,000001 m =
0,0000001 m

## Plenária

Neste momento em que os alunos apresentam suas resoluções, estratégias e dificuldades, o professor pode aproveitar para apresentar exemplos de estruturas microscópicas, ilustrando, assim, o que foi aprendido.

## Formalização do conteúdo

A potência de base 10 com expoente negativo é utilizada para representar valores submúltiplos de 10 e representa o inverso da mesma potência com expoente positivo. Utilizada para representar o universo micro: os seres microscópicos.

$\frac{1}{100}$ ou 0,001 é a Potência

-2 é o Expoente

$$\mathbf{10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01}$$

10 é a Base

Leitura: **DEZ ELEVADO A MENOS DOIS**

A **base** 10 representa o quanto a imagem foi reduzida; o **expoente** -2 significa que a base 10 foi multiplicada pelo seu inverso duas vezes; a **potência** é o resultado dessa multiplicação.

## Possíveis extensões para o problema

Dependendo da série em que se deseja trabalhar, e isso vale também para os problema 8 e 8A, o modo como são apresentados os múltiplos e submúltiplos do metro pode ser diferente. As unidades de medida para seres microscópicos podem ser explicadas antes de aplicar o problema.

# 9 A fortuna de Jeff Bezos

**Conceitos e habilidades matemáticas**

- **Conteúdo:** Potenciação de base 10 e notação científica
- **Objetivo:** Construir o conceito de notação científica a partir da transformação de números grandes em potência de base dez e, posteriormente, na transformação de decimais multiplicados por potências de base dez.
- **Conceitos relacionados:** Representação decimal para números racionais; transformação de linguagem escrita para numérica.
- **Habilidades:** EF06MA03; EF06MA12; EF08MA01; EF09MA04

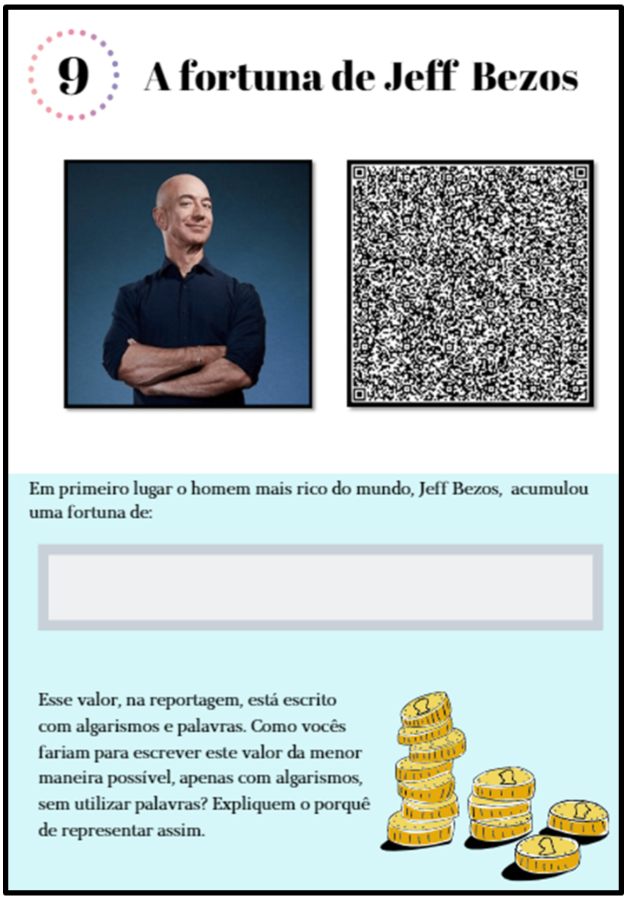
**Possíveis estratégias de resolução**

- Operação Matemática

## Contexto do problema

Para o desenvolvimento deste problema, será necessário que os alunos utilizem o leitor de QR CODE, um aplicativo (app) que pode ser instalado no celular. Esse problema apresenta informações sobre o homem considerado mais rico do mundo em 2018, Jeffrey Preston Jorgensen (Jeff Bezos). A fim de apresentar algo diferenciado aos alunos, essas informações estarão no formato QR CODE. Desse modo, o professor deve entregar aos alunos o CARD de leitura de QR CODE e, em seguida propor o problema.

*O leitor de QR CODE pode ser baixado gratuitamente na Play Store. Alguns Smartphones já vêm com este app disponível.*




## Sobre o problema

**Justificativa**: A notação científica é muito utilizada para representar números grandes de forma simplificada, e bastante utilizada em outras ciências como a Física, que estuda objetos para cujas medidas essa representação se torna essencial.

**Materiais**: Leitor de QR CODE.

**Turma:** 8.° ano e 9.° ano.

**Aulas:** Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários**: Podem aparecer dúvidas sobre a quantidade de zeros no número um bilhão. Outro problema seria o entendimento do que seria a "menor quantidade possível de algarismos", solicitada no enunciado.

### Possíveis estratégias de resolução

- **Operação matemática**

Espera-se que os alunos consigam escrever o valor da fortuna apresentada em formato numérico, e representá-la em multiplicação com potência de base 10 (conteúdo que já pode ter sido trabalhado com os problemas 8 e 8A).

131 bilhões = 131 000 000 000

131 000 000 000 = 131 x 1 000 000 000

131 000 000 000 = 131 x $10^9$

131 000 000 000 = 1,31 x 100 x $10^9$

131 000 000 000 = 1,31 x $10^2$ x $10^9$

131 000 000 000 = 1,31 x $10^{11}$

### Como os alunos do 9.º ano fizeram

- **Escreveram a fortuna em forma numérica e representaram com notação científica**

112 000 000,

*Faltou 3 zeros

$1,12 \cdot 10^8$

*O valor de 112 bilhões era a fortuna apresentada no ano de 2018, o valor atualizado para o ano de 2020 é de 131 bilhões.*

- **Fizeram a explicação da resposta para o problema**

Fizemos por notação científica, andando com a vírgula e elevando 10 à 8 para chegar à quantidade de 0 certa para os bilhões.

### Plenária

Nesse momento, a turma pode conversar sobre quem é Jeff Bezos e se já sabiam que ele era o homem mais rico do mundo. Em seguida, os alunos devem apresentar as estratégias utilizadas para responder o problema.

### Formalização do conteúdo

A notação científica é a representação simplificada para números grandes ou microscópicos. Essa notação é utilizada por profissionais que trabalham com esses tipos de números.

Esse tipo de notação é composto por uma parte numérica, geralmente um número com casas decimais, multiplicado por uma potência de base 10.

$$\underbrace{1{,}31}_{\text{NÚMERO COM CASAS DECIMAIS}} \times \underbrace{10^{11}}_{\text{POTÊNCIA DE BASE 10}}$$

Há algumas regras que são específicas da notação científica:

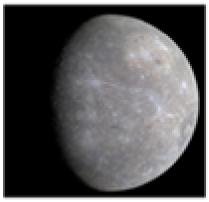
- Sempre representar um número multiplicado por uma potência de base 10;
- Esse número não pode ser maior que 10 e nem menor do que 1 (caso contrário não terá sido simplificado ao máximo).
- O expoente indica a quantidade de casas deslocadas para a esquerda ou direita e não a quantidade de zeros.

O número 1,31 representa a fortuna sem os zeros; a base 10 representa os múltiplos de 10 (os zeros) e o expoente representa a quantidade de casas que foram deslocadas para a esquerda.

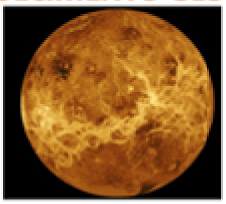
## Extensão do problema

Propor aos alunos que escrevam outros números no formato de notação científica. Sugere-se utilizar as informações sobre os planetas do Sistema Solar, conforme constam nos *cards* de leitura a seguir:

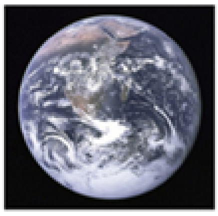
**MERCÚRIO**
**O MENOR DOS PLANETAS**



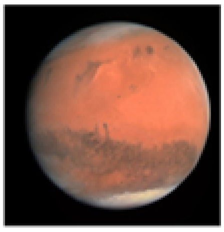
**VÊNUS**
**UMA CATÁSTROFE DO AQUECIMENTO GLOBAL**



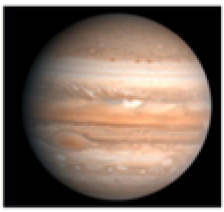
**TERRA**
**O NOSSO LAR**



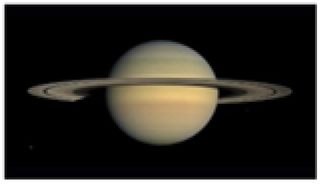
**MARTE**
**O PLANETA VERMELHO**



**JÚPTER**
**O REI DO SISTEMA SOLAR**

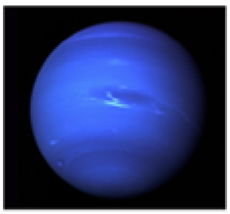


**SATURNO**
**O PLANETA ANELADO**



**URANO**
**O PLANETA QUE GIRA EM OUTRO EIXO**

**NETUNO**
**O PLANETA AZUL**



**SOL**
**O ASTRO REI**

# Retomando o que foi estudado

Para explorar e aplicar os conceitos de Potenciação e Radiciação estudados, sugere-se a proposta do jogo:

## DORMINHOCO DE "POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO"

**Conteúdo:** Potenciação e radiciação.

**Objetivo**: Retomar as potenciações e radiciações já estudadas.

**Justificativa:** Ao propor um jogo com os conteúdos estudados, os alunos sentem que a Matemática pode ser divertida. Além do mais, eles podem jogar cooperativamente, um ajudando o outro na montagem dos pares de cartas.

**Materiais:** Baralho.

**Turma**: A partir do 6.° ano.

**Aulas:** Uma aula de 50 minutos.

**Possíveis problemas secundários:** Entender as regras do jogo e sobre como resolver as potenciações e radiciações.

**Extensões**: Dependendo da série algumas cartas podem ser retiradas: no 6.° ano, utilizam-se apenas as raízes quadradas e as potenciações com números naturais; para o 7.°, 8.° e 9.° anos, pode-se incluir potenciações com números inteiros e racionais.

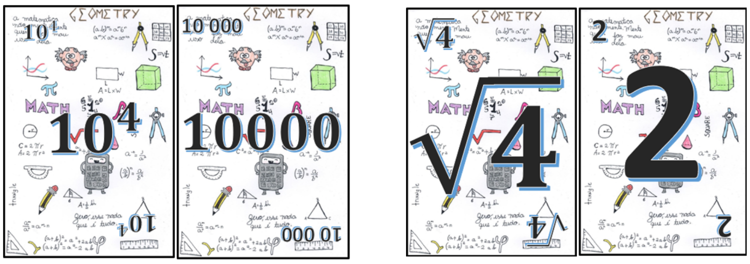
# DORMINHOCO

## Como jogar?

1 Os alunos são divididos em grupos de, no máximo, cinco alunos.

2 Cada aluno recebe até oito cartas. De acordo com a quantidade de cartas e de alunos no grupo, faz-se a escolha.

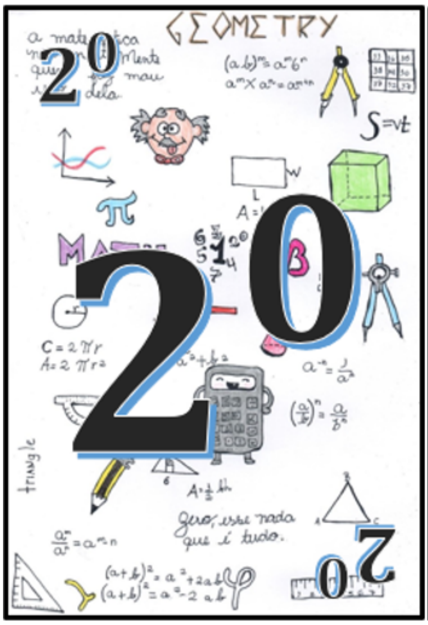
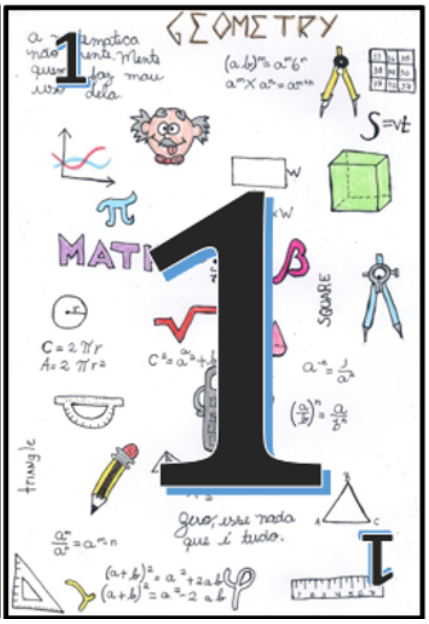
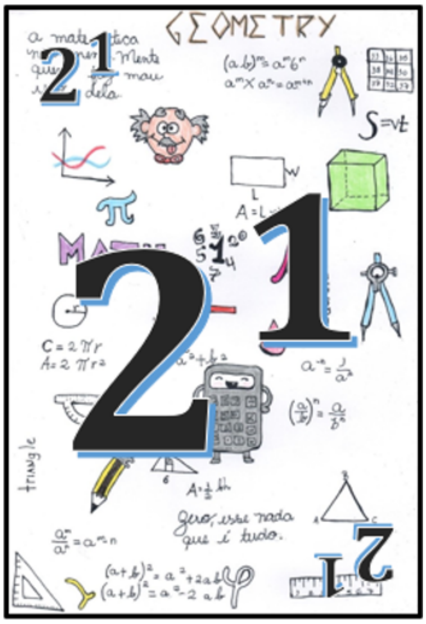
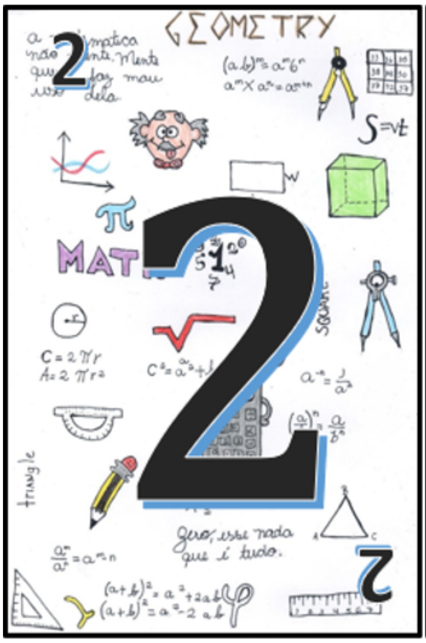
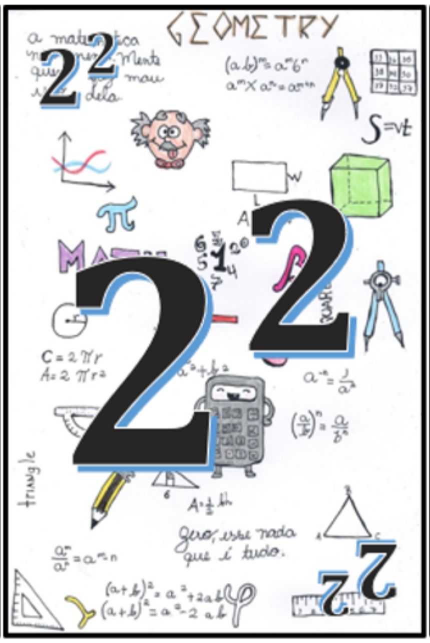
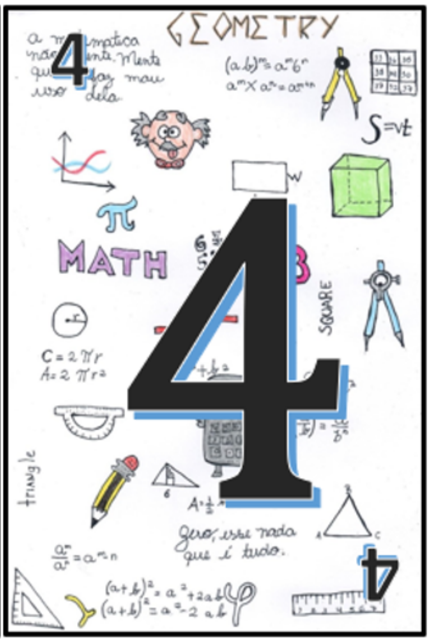
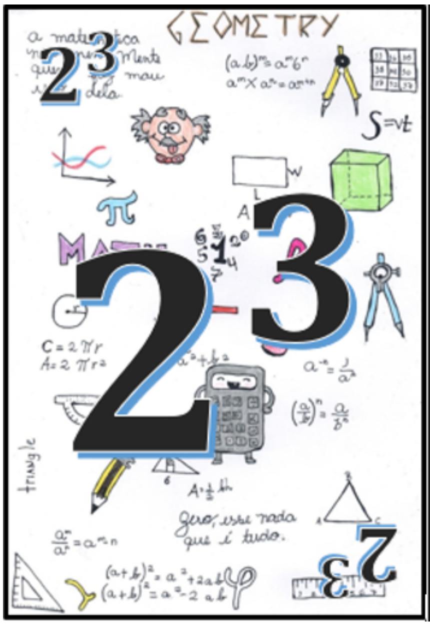
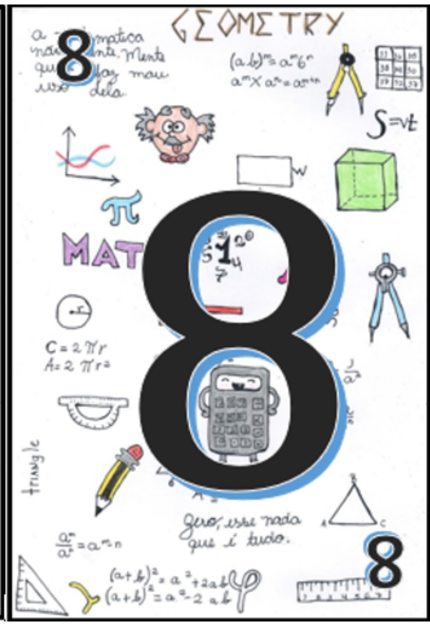
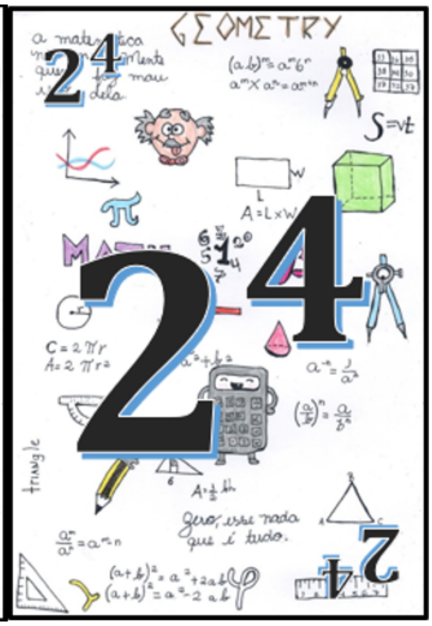
3 As demais cartas ficam sobre a mesa para que sejam “compradas”. Cada aluno, na sua vez, resgata uma carta que está sobre a mesa e tenta formar um par, de acordo com a operação e sua resposta. Se a carta não servir, deve ser descartada e, se servir, deverá descartar outra que já estava em sua mão.

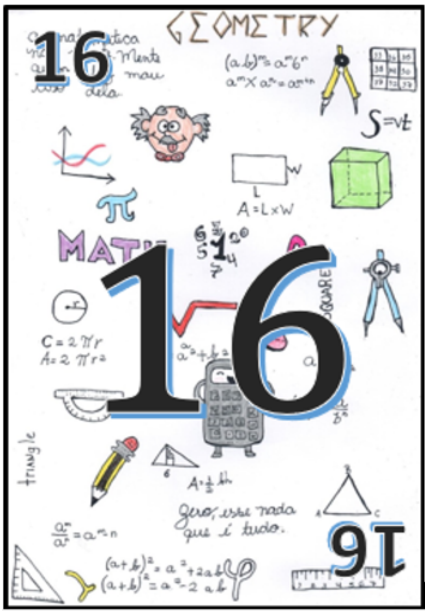


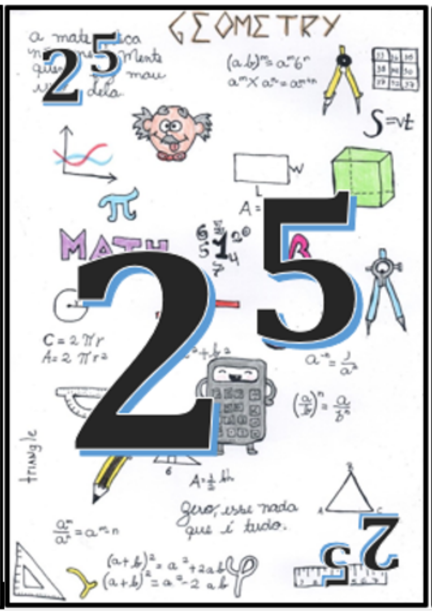

4 Assim que alguém fizer todos os pares, abaixa as cartas silenciosamente, sem que seja percebido. Este será o vencedor .

5 Porém os outros, ao verem que ele abaixou as cartas, também devem fazê-lo. Será o dorminhoco aquele que for o último a abaixar as cartas.

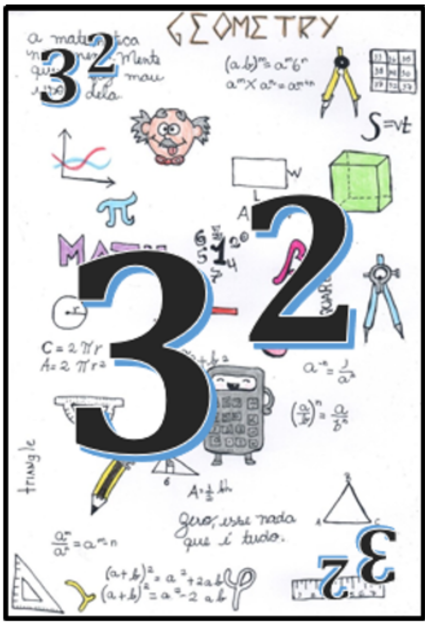
Os alunos podem determinar se o "dorminhoco" será eliminado da próxima partida, ou não. A quantidade de rodadas, também pode ser determinada pelos alunos.

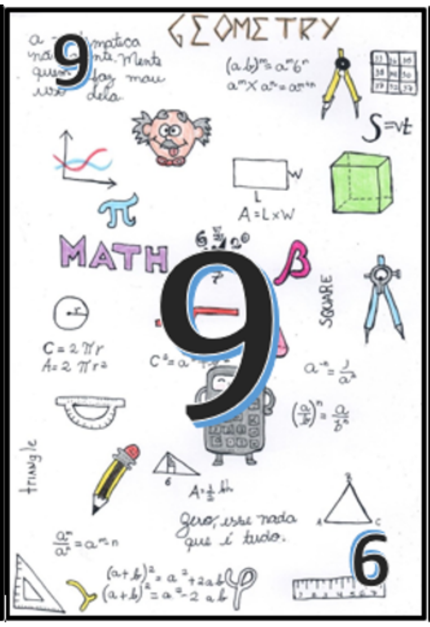

$2^0$

1

$2^1$

2

$2^2$

4

$2^3$

8

$2^4$

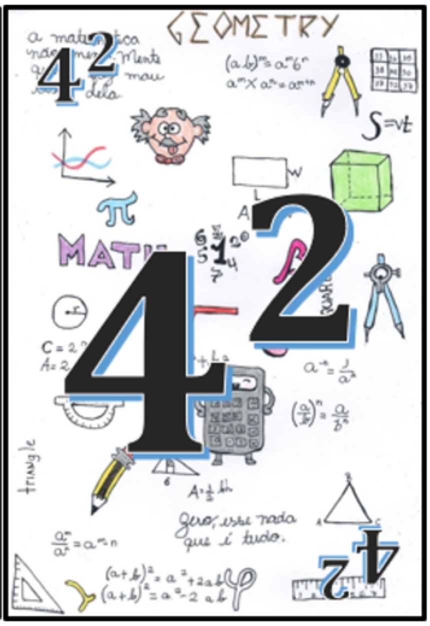

16
GEOMETRY

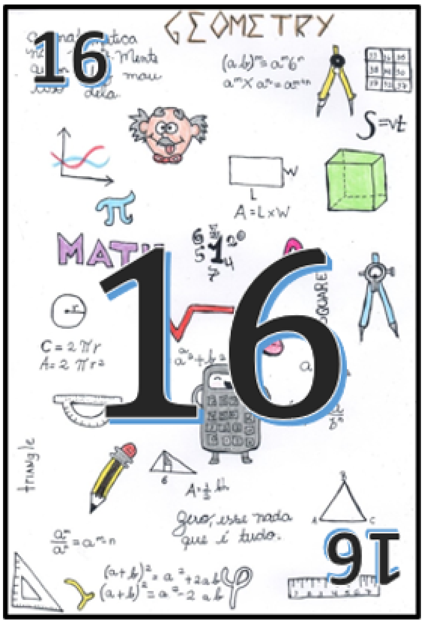

$2^5$
GEOMETRY

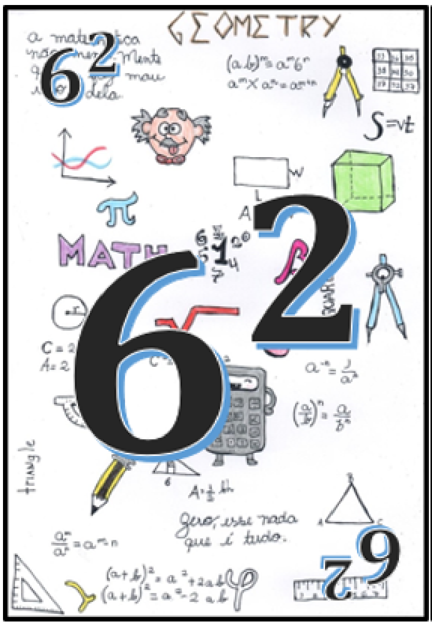

32
GEOMETRY

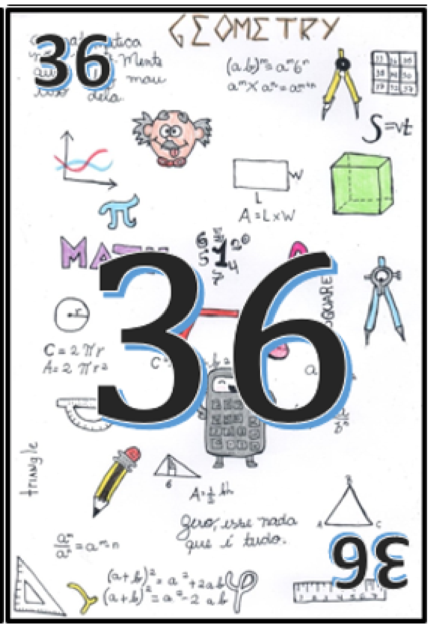

$3^2$
GEOMETRY

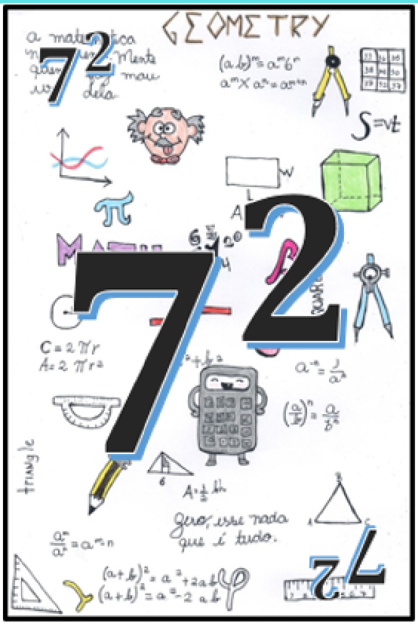
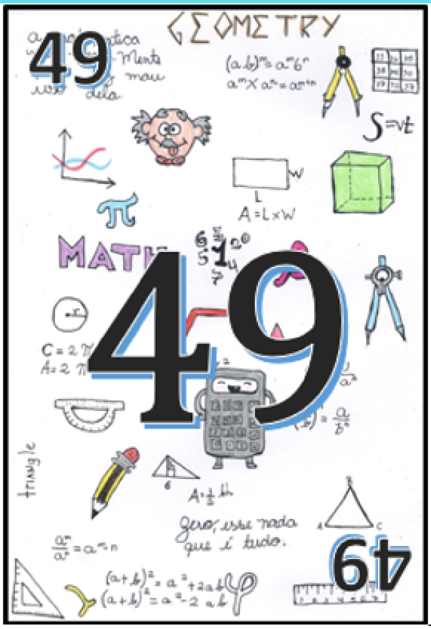
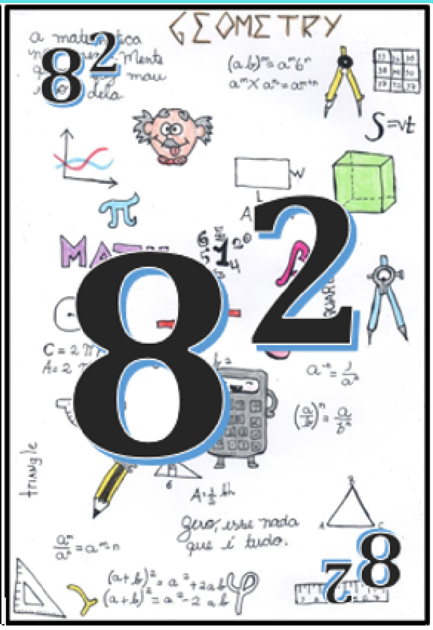
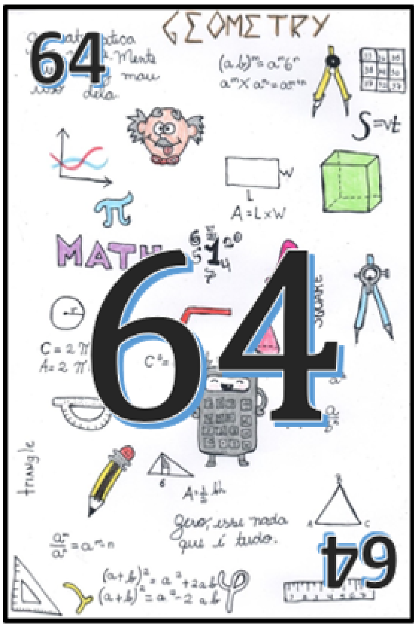
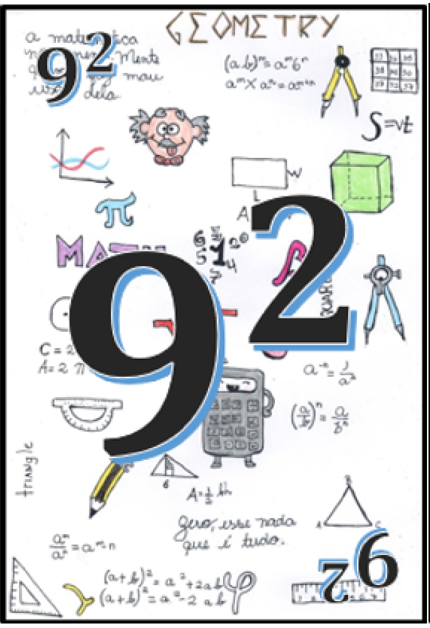
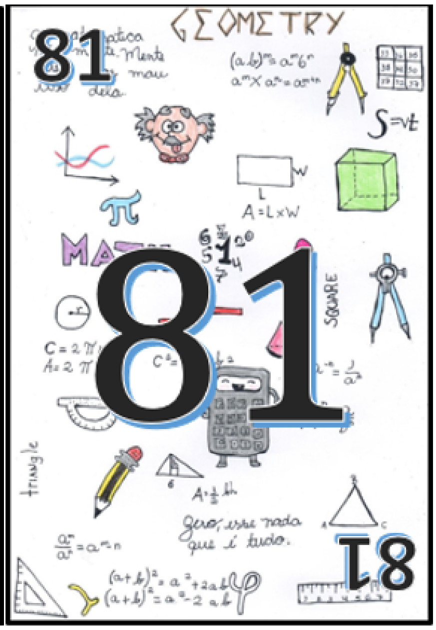
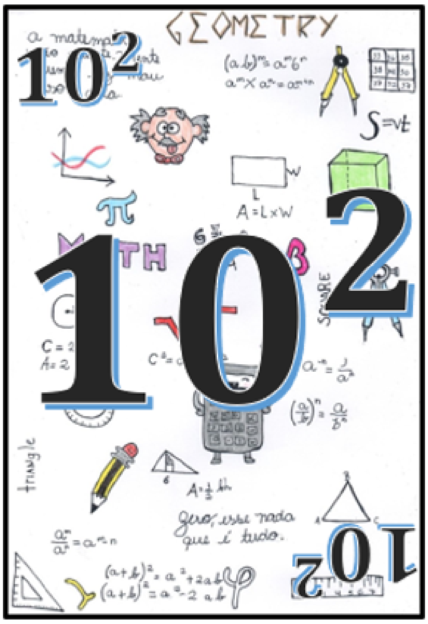
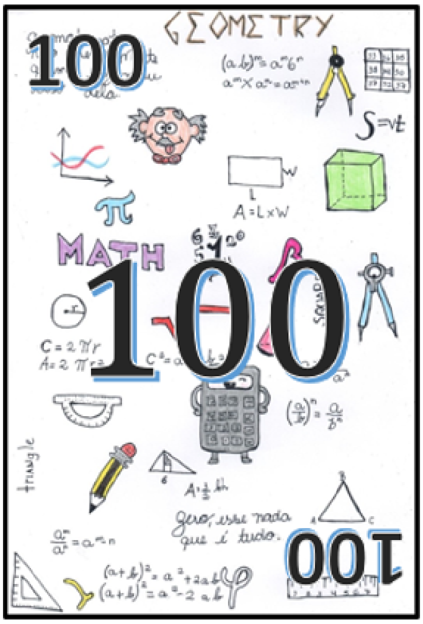
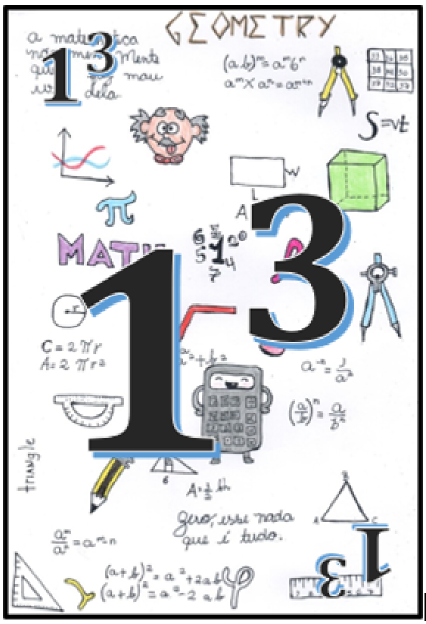

9
GEOMETRY

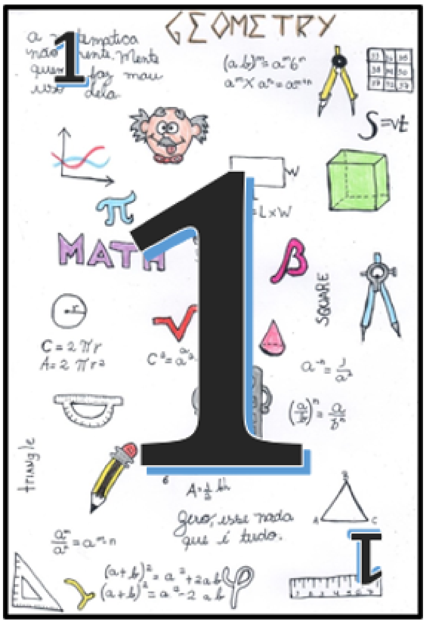
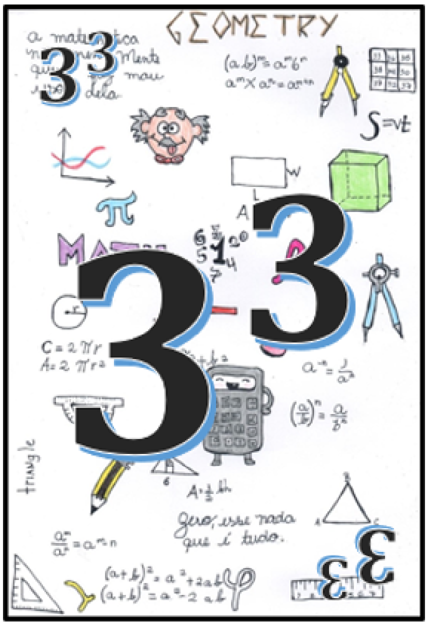
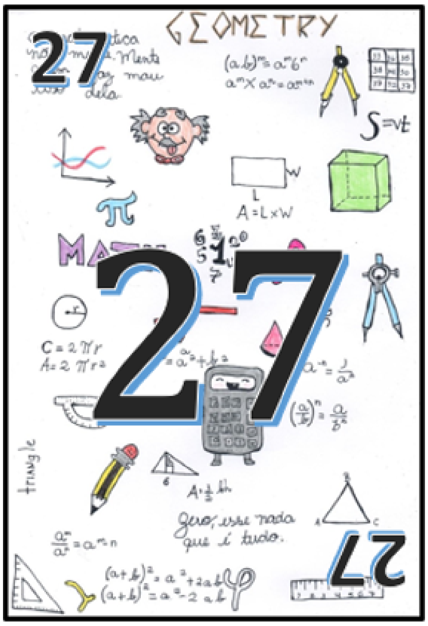
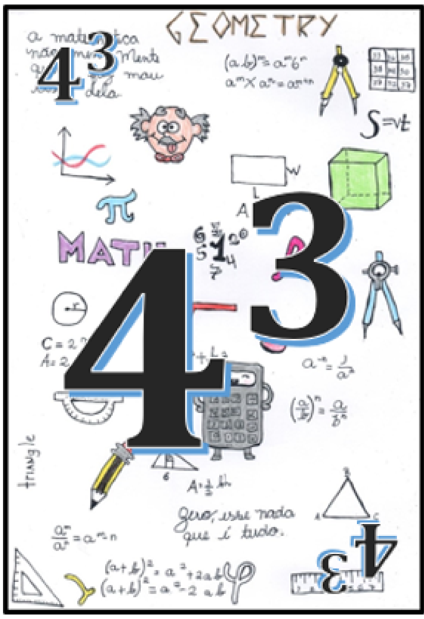

$4^2$
GEOMETRY

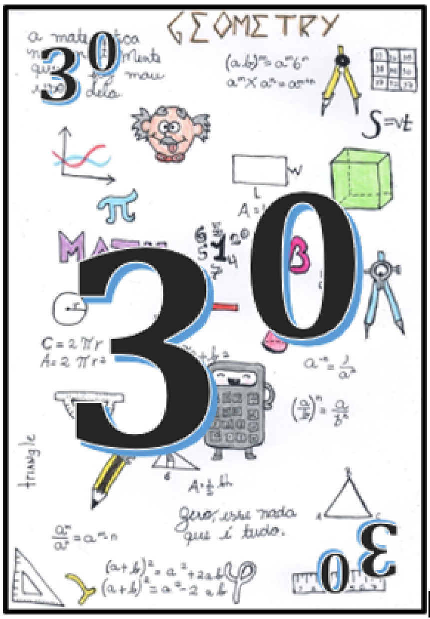
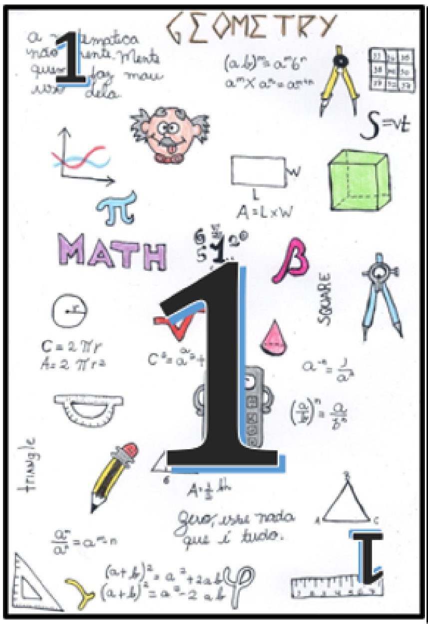
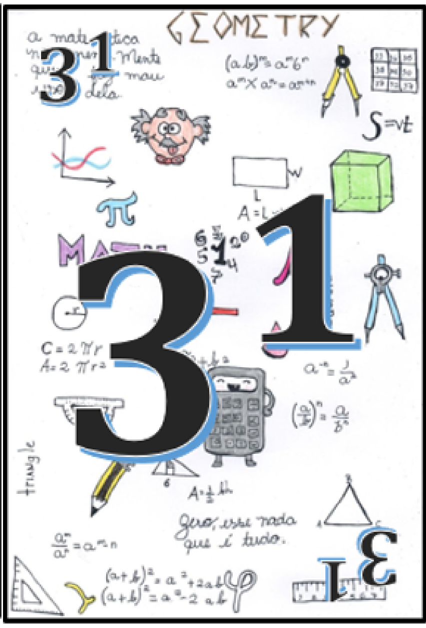
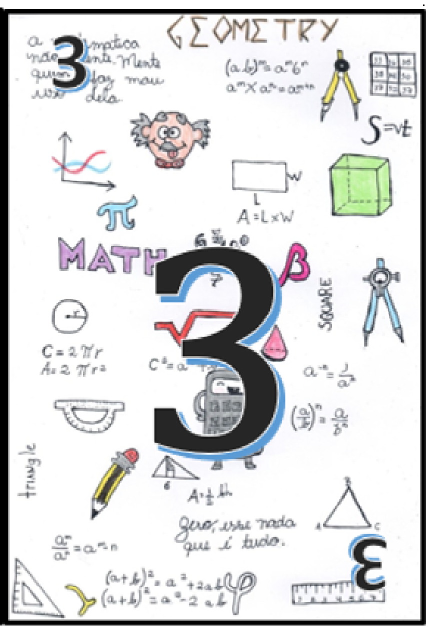

16
GEOMETRY

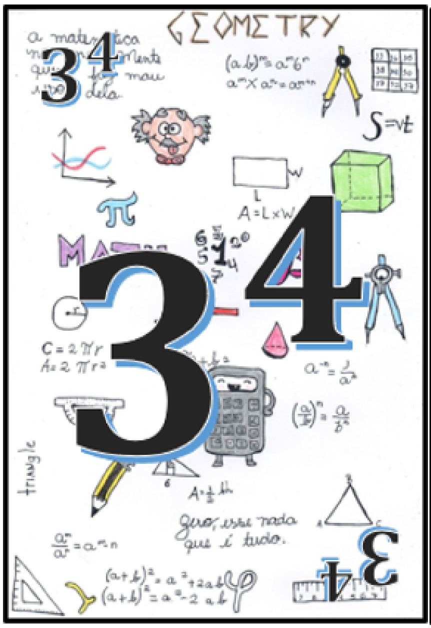

$6^2$
GEOMETRY

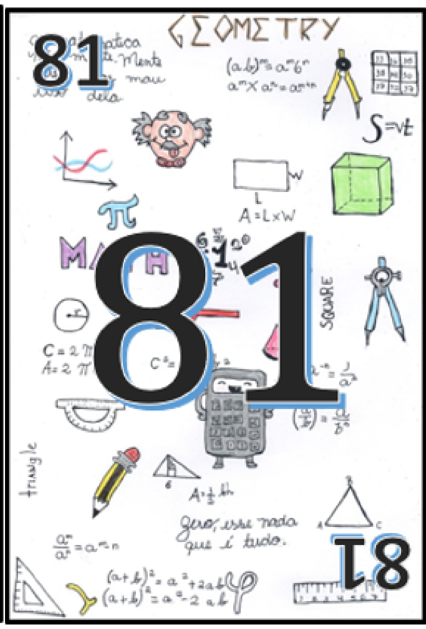

36
GEOMETRY

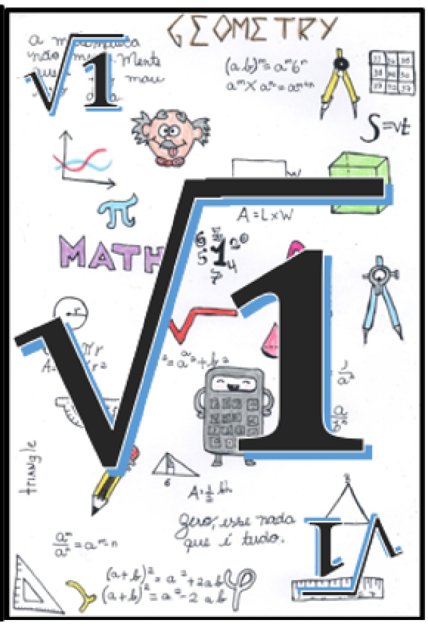

$7^2$

49

$8^2$

64

$9^2$

81

$10^2$

100

$1^3$

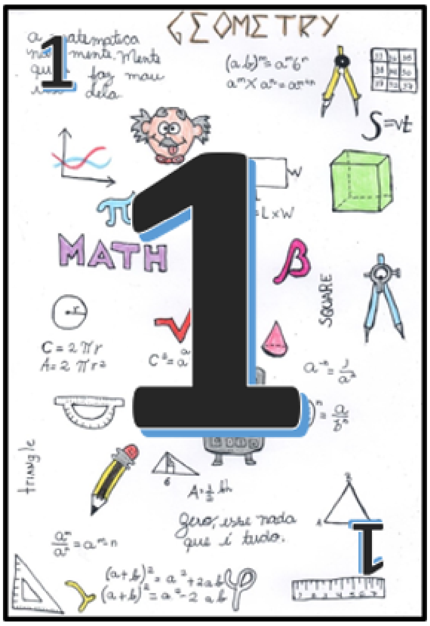

GEOMETRY
1

GEOMETRY
$3^3$

GEOMETRY
27

GEOMETRY
$4^3$

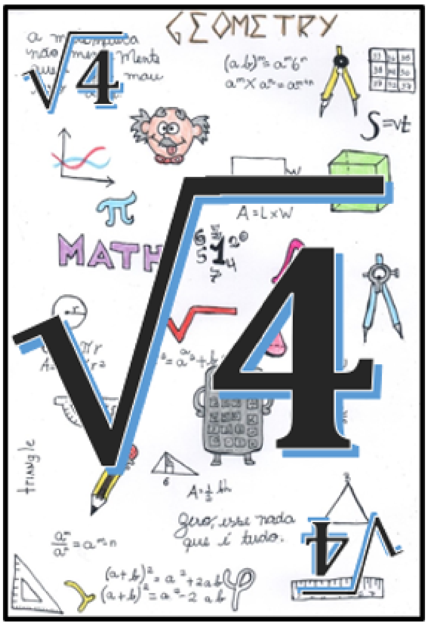
GEOMETRY
64

GEOMETRY
$3^0$

GEOMETRY
1

GEOMETRY
$3^1$

GEOMETRY
3

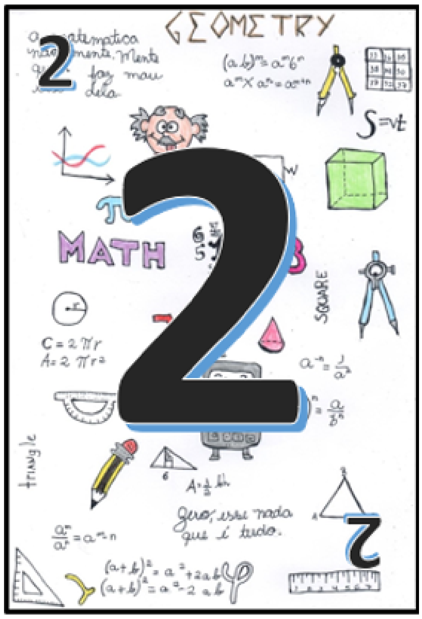

$3^4$

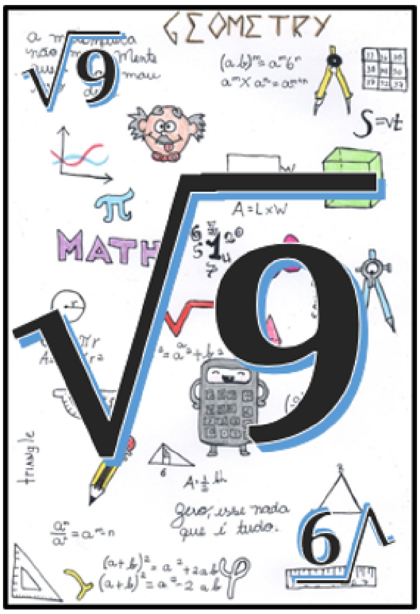

81

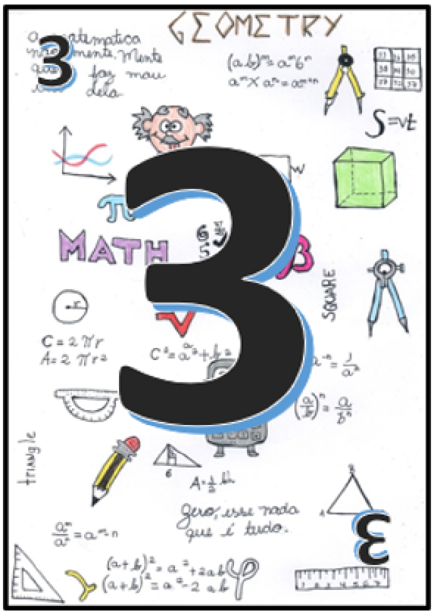

$\sqrt{1}$

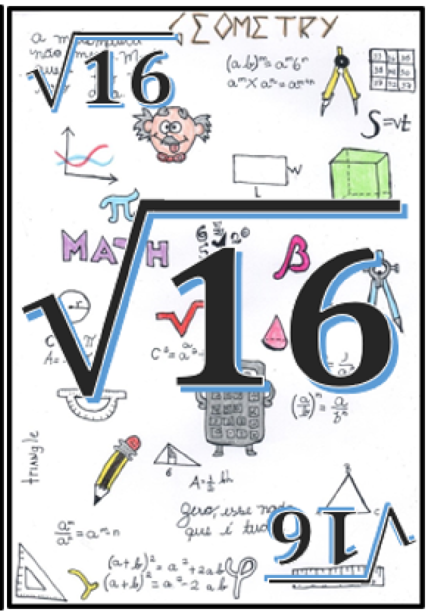

1

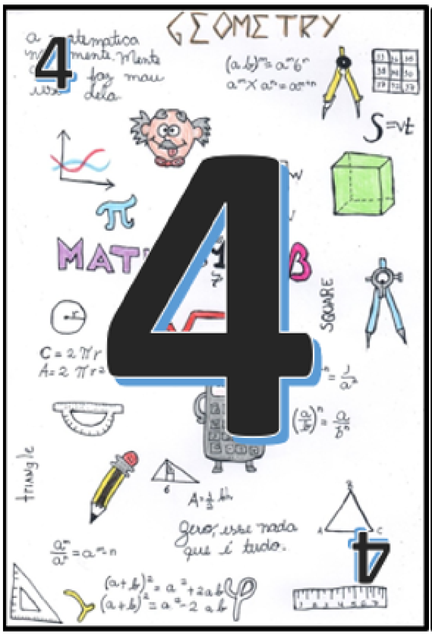

$\sqrt{4}$

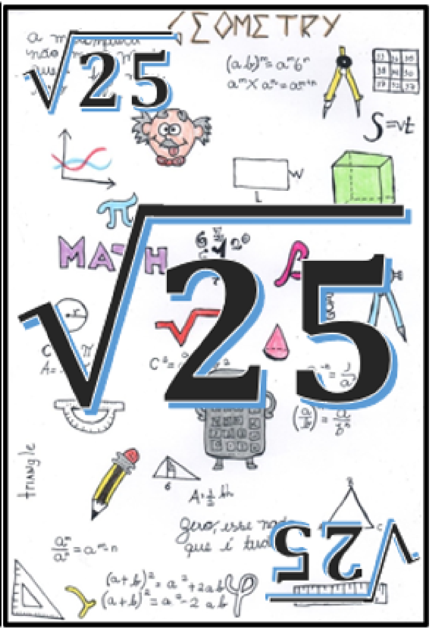

2


$\sqrt{9}$

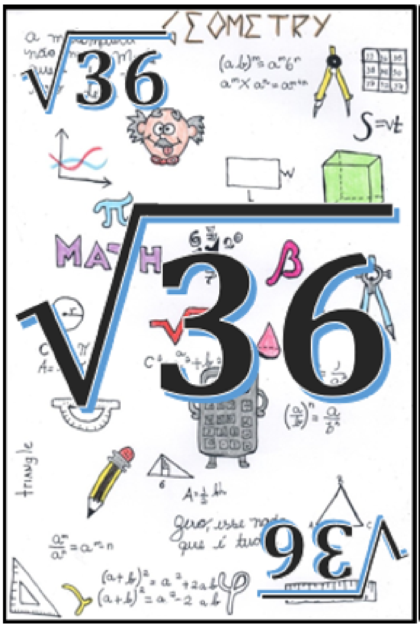

3


$\sqrt{16}$

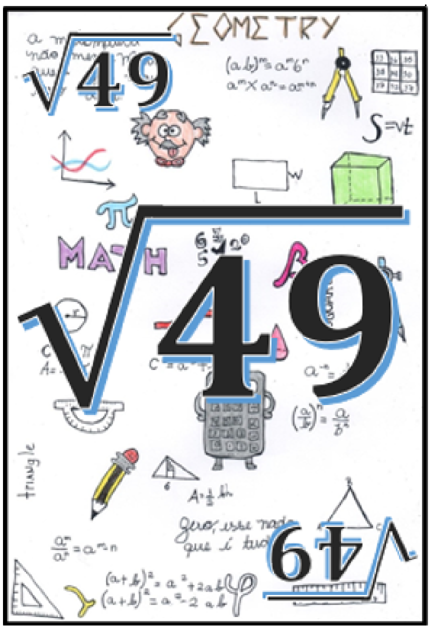

4
GEOMETRY
MATH
4
4

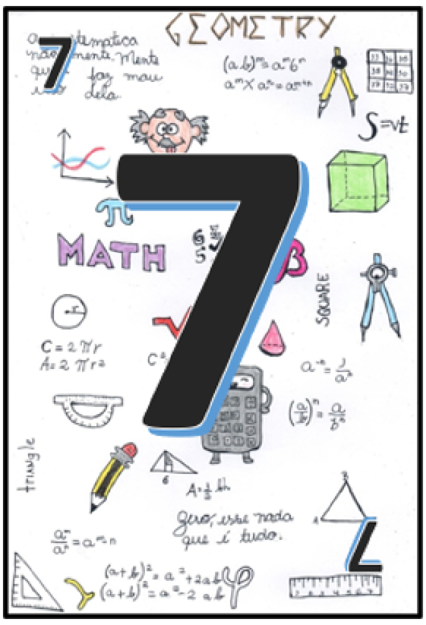

√25
GEOMETRY
MATH
√25
√25

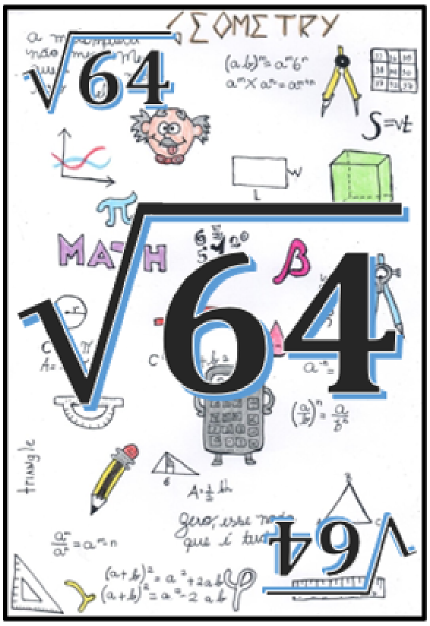

5
GEOMETRY
MATH
5
5

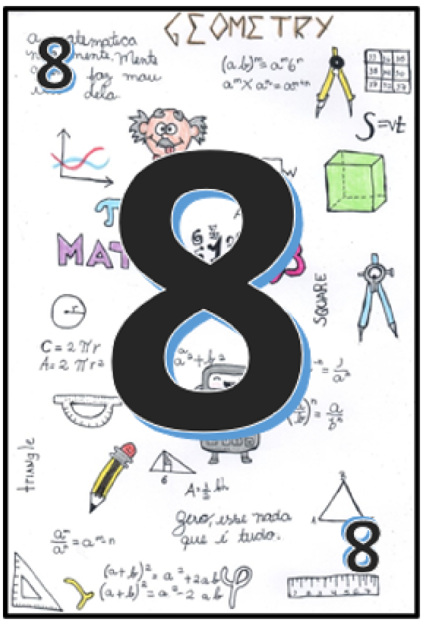

√36
GEOMETRY
MATH
√36
√36

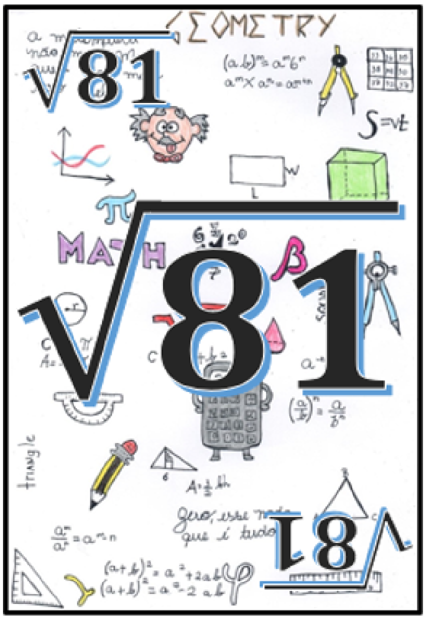
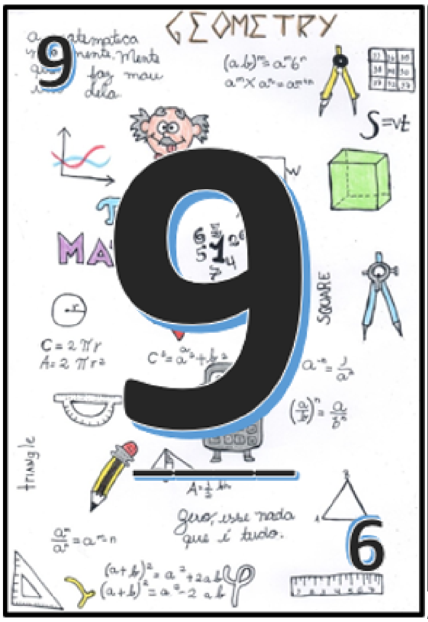
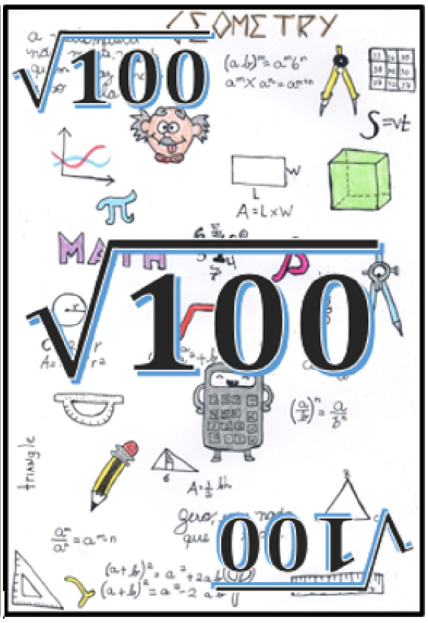
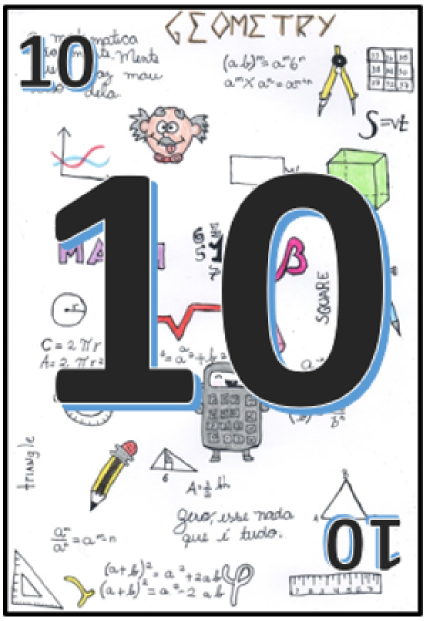
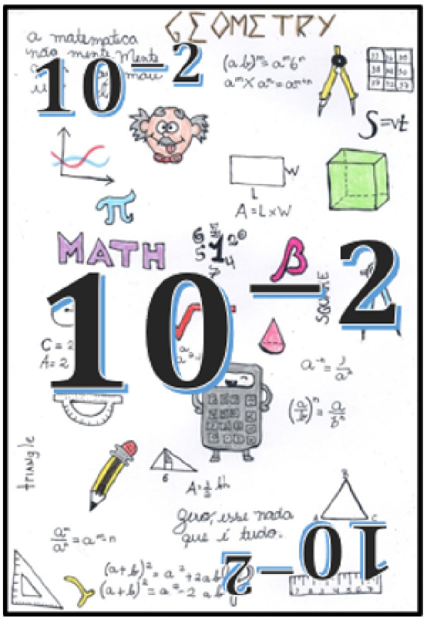
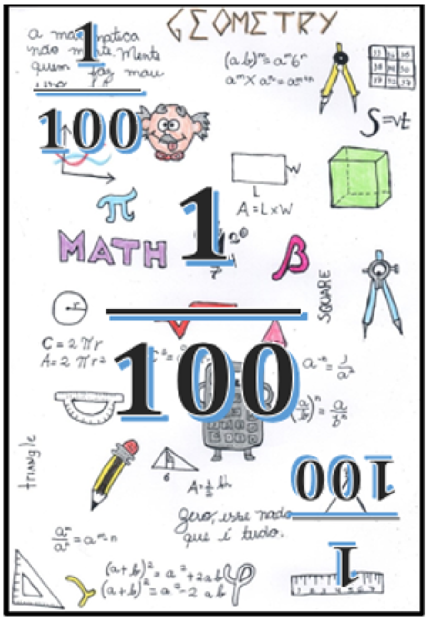
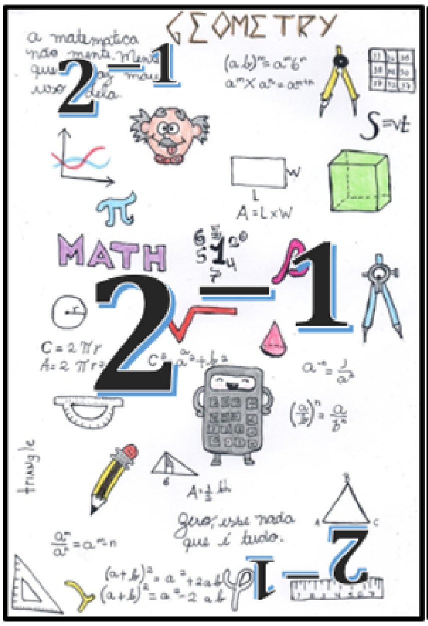
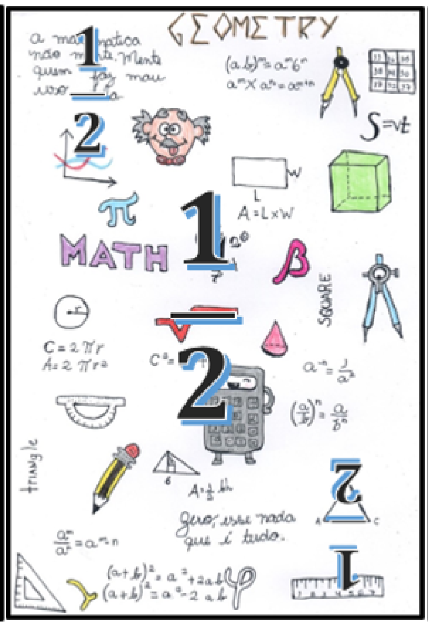
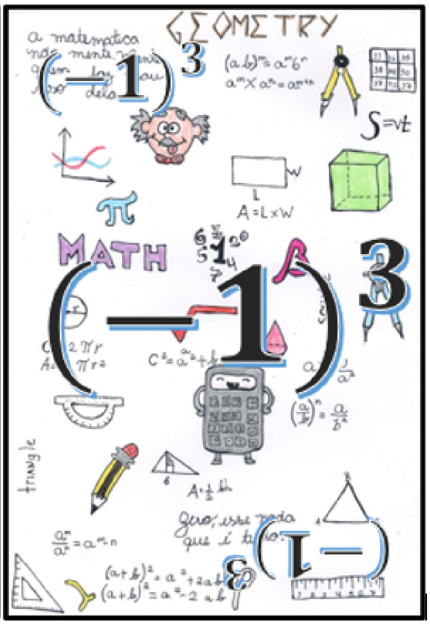

6
GEOMETRY
MATH
6
6

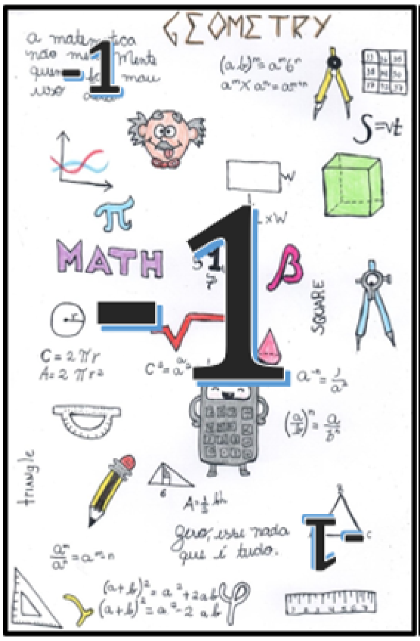

√49
GEOMETRY
MATH
√49
√49

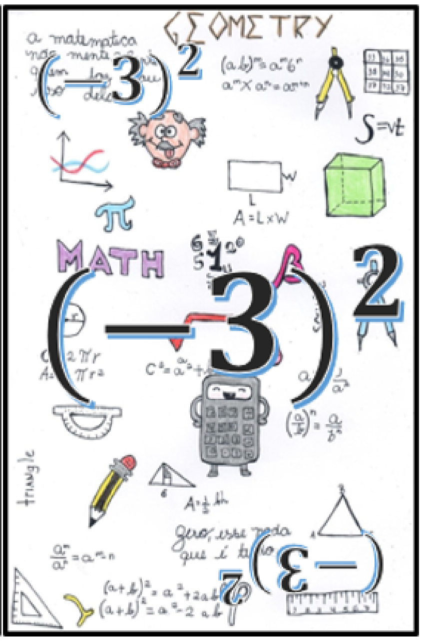

7
GEOMETRY
MATH
7
7


√64
GEOMETRY
MATH
√64
√64

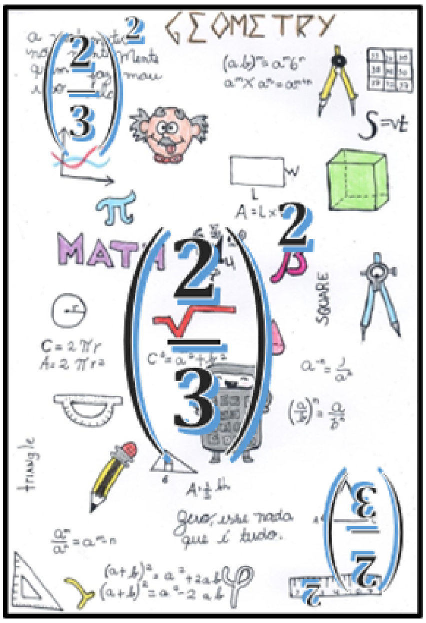

8
GEOMETRY
MATH
8
8

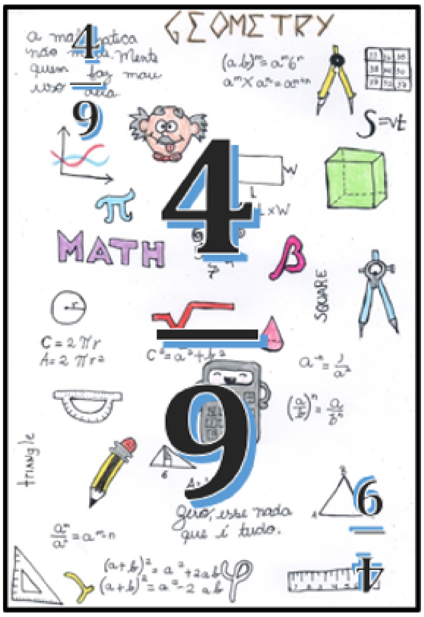

$\sqrt{81}$

9

$\sqrt{100}$

10

$10^{-2}$

$\frac{1}{100}$

$2^{-1}$

$\frac{1}{2}$

$(-1)^3$

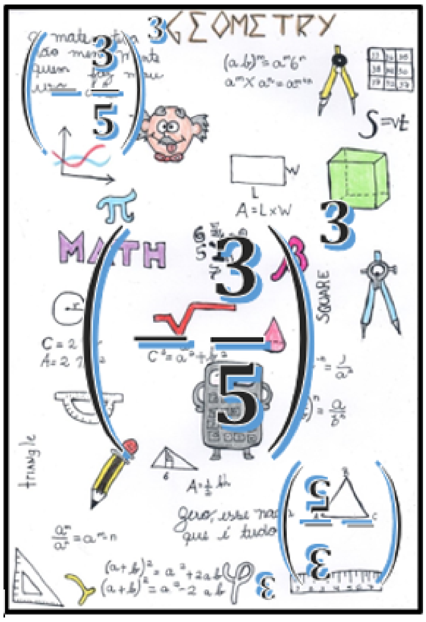

$-1$

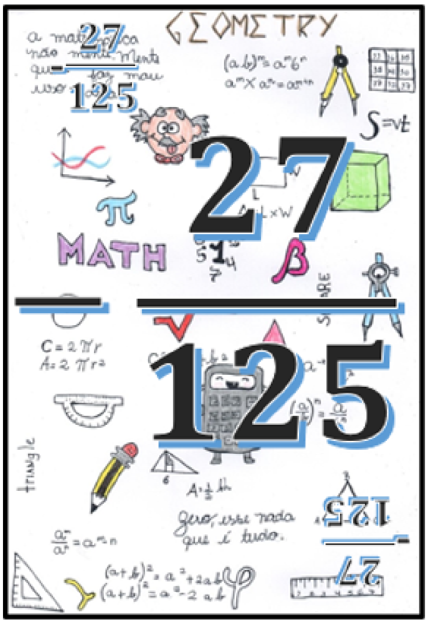

$(-3)^2$

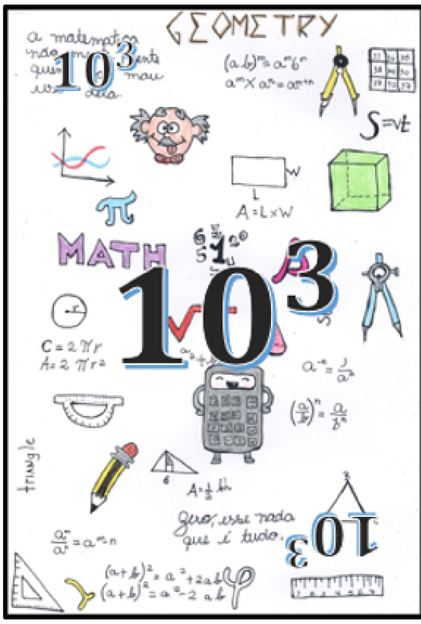

$9$

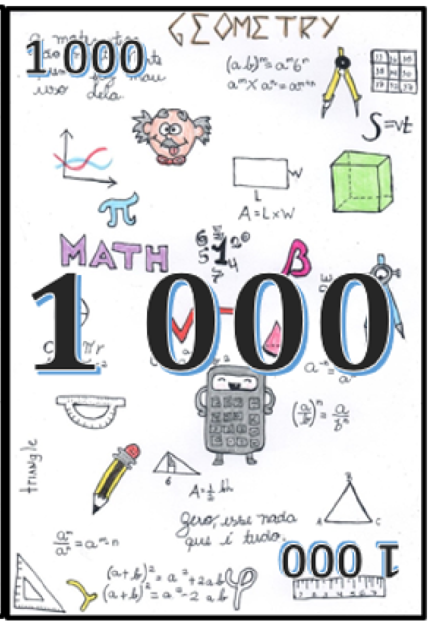

$\left(\frac{2}{3}\right)^2$

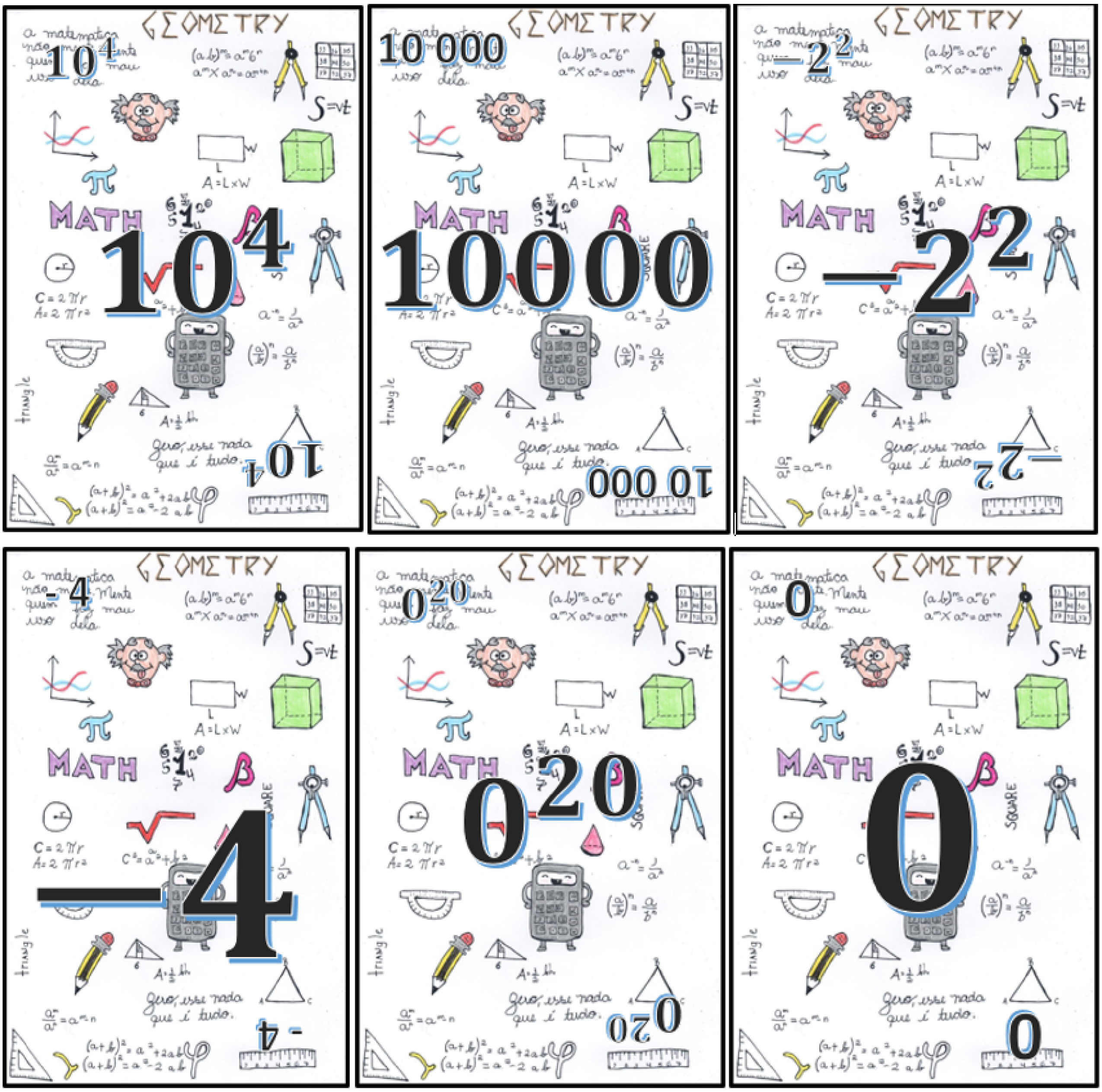

$\frac{4}{9}$


$\left(-\frac{3}{5}\right)^3$


$-\frac{27}{125}$


$10^3$


$1\,000$




O jogo "Dorminhoco de Potenciação e Radiciação" pode ser aplicado em todas as séries dos anos finais do Ensino Fundamental, basta que as cartas sejam organizadas seguindo os Conjuntos Numéricos e sejam utilizadas, apenas, aquelas que forem conhecidas pelos alunos.

# Considerações finais

Carteiras enfileiradas, giz, silêncio e lista de exercícios. Esta é a realidade que ainda está impregnada em escolas e no pensamento de alguns professores. Porém, se de um lado a realidade é essa, de outro, há profissionais que estão com a cabeça fervilhando de ideias e com disposição para buscar novas alternativas.

Diante de tantos desafios interpostos à educação, de distintos níveis, modalidades e contextos, é premente retomar o significado, o sentido e as possibilidades de desenvolvimento de práticas pedagógicas que oportunizem uma aprendizagem ativa. “A ênfase na palavra “ativa”, precisa sempre estar relacionada à aprendizagem reflexiva, para tornar visíveis os processos, os conhecimentos e as competências do que estamos aprendendo em cada atividade” (MORAN, 2018, p. 3).

O ensino de Matemática, deveras, apresenta-se impregnado de tradicionalidade, pois ainda hoje o professor encontra dificuldade em oportunizar a construção de conceitos. Para Allevato e Onuchic (2014, p. 40), é preciso “(...) superar práticas ultrapassadas de transmissão de conhecimentos e transferir para o aluno grande parte da responsabilidade por sua própria aprendizagem, colocando-o como protagonista de seu processo de construção de conhecimento”.

Nesta direção, este *e-book* apresenta uma possibilidade de promover uma aprendizagem ativa, proporcionando ao aluno a oportunidade de ser construtor do próprio conhecimento através de problemas geradores. Ao fazer uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma metodologia ativa, pode-se oportunizar aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, a construção do conteúdo de potenciação e radiciação.

Ao se delimitar o tema “potenciação e radiciação”, a intenção foi a de apresentar algo que, geralmente, não se encontra em livros tradicionais. Assim, trazem-se problemas relacionados a fatos corriqueiros, podendo auxiliar a construir maior significado ao conteúdo estudado.

Os problemas aqui apresentados foram desenvolvidos com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e, visto que o trabalho foi satisfatório, nós os disponibilizamos e apresentamos ideias para sua implementação. Desse modo, deixa-se uma possibilidade para o ensino da Matemática e deseja-se que os professores possam utilizar esses problemas em suas aulas.

# Referências


ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. VIDYA, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun., 2014 - Santa Maria, 2014. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/26>. Acesso em: 30 Jun. 2018.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19. 2009. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/SEER/index.php/gepem/ article/view/54/87>. Acesso em: 26 jun.2018.

ALLEVATO, N. S. G., ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

BRASIL Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2018.

COUCEIRO, K. C. U. S. **Metodologia do Ensino da Matemática**. Curitiba: Fael, 2015.

KRULIK, S; RUDNICK, J.A. Problem-Driven Math. Chicago: Wright Group, 1980.

MELO,M. C. P. **A Resolução de Problemas: uma metodologia ativa no ensino da Matemática para a construção dos conteúdos de “Potenciação e Radiciação” com alunos do Ensino Fundamental**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, L. et al. **Metodologias ativas**: para uma educação inovadora. Porto Alegre: Penso, 2018.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: Carlos, A. S. Ofelia, E. T. M. et al **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania**: aproximações jovens. PG: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015. Disponível em http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf.

MORAIS, R. S., ONUCHIC, L. R. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. pp.199-220. Disponível em <http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes_Onuchic_Resol_Problemas.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2018.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**. Boletim de Educação Matemática. UNESP. Rio Claro, v.25, p.73-98, 2011. Disponível em: http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2018.

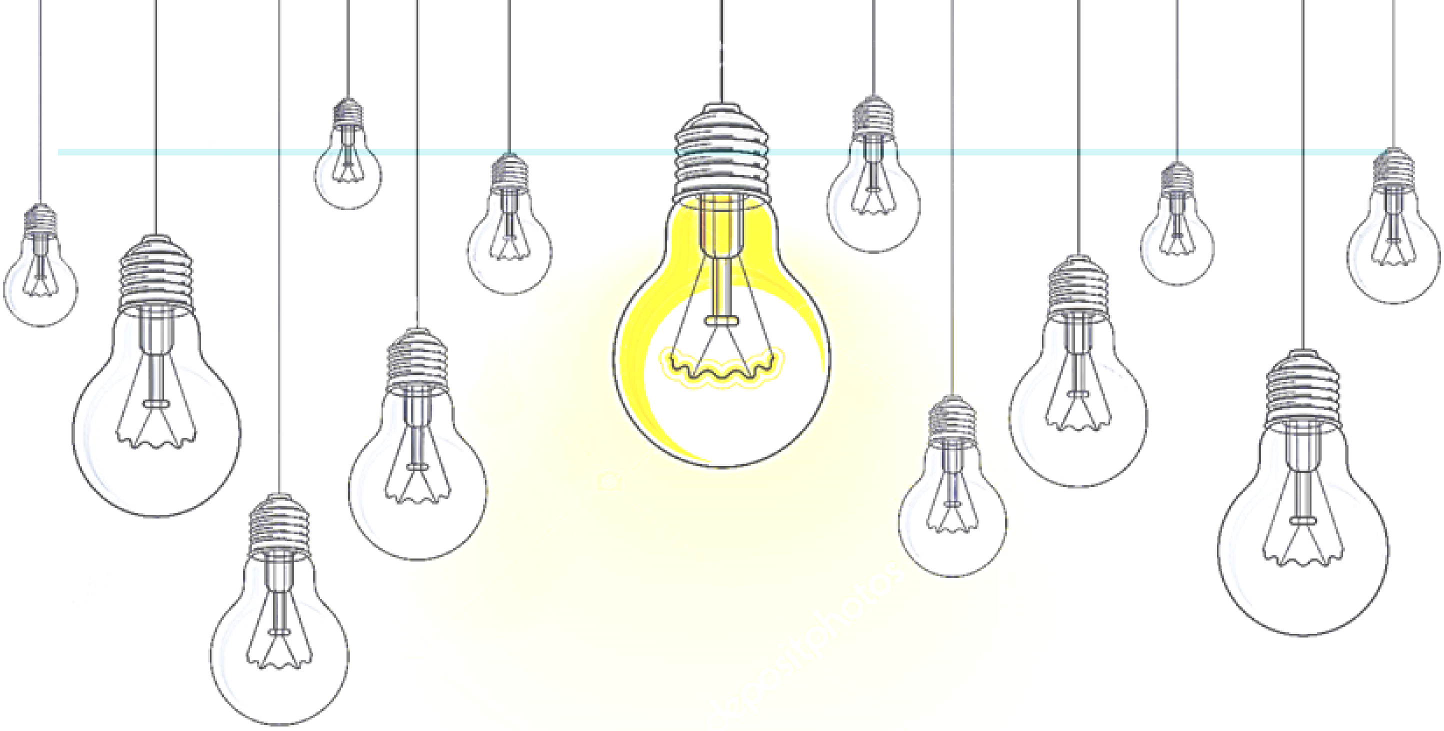
VALENTE, J. A. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. In: BACICH, L. Et al. **Metodologias ativas**: para uma educação inovadora. Porto Alegre: Penso, 2018.

**ANEXO 1 – Habilidades previstas para o Ensino Fundamental**

Objetos de Conhecimento e Habilidades que podem ser desenvolvidos a partir da resolução dos problemas, conforme apresentado.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais | | | **(EF06MA11)** Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. |
| Aproximação de números para múltiplos de potências de 10 | | | **(EF06MA12)** Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima. |
| Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares* | | | **(EF06MA22)** Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.<br>**(EF06MA23)** Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.). |
| Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações | | | **(EF07MA03)** Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.<br>**(EF07MA04)** Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros. |
| Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações | | | **(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.<br>**(EF07MA11)** Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.<br>**(EF07MA12)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais. |
| Problemas envolvendo medições | | | **(EF07MA29)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. |
| Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais | | | **(EF07MA30)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico). |
| Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros | | | **(EF07MA31)** Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.<br>**(EF07MA32)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. |
| Notação científica | | | **(EF08MA01)** Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica. |
| Potenciação e radiciação | | | **(EF08MA02)** Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. |
| Sequências recursivas e não recursivas | | | **(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.<br>**(EF08MA11)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. |
| Potências com expoentes negativos e fracionários | | | **(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. |

Fonte: Recorte da BNCC (BRASIL, 2017, p. 299-317)



Melo e Justulin, autoras do *E-book*: "Ensinando Potenciação e Radiciação através da Resolução de Problemas", trazem uma possibilidade para o ensino destes conteúdos através de problemas geradores. Ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma metodologia ativa, é oportunizado ao aluno a construção de um conceito que ele ainda não conhece. A intenção das autoras é trazer "possibilidades", para que professores dos anos finais do Ensino Fundamental possam conhecer e aplicar a Metodologia e, ainda, transformar as suas aulas em verdadeiros ambientes de troca de conhecimento e aprendizagem ativa.

Acesse a dissertação: Contate-as via email:

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA - PPGMAT
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR