

Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Medianeira
Programa de Pós-graduação Mestrado Nacional Profissional em
Ensino de Física

Julio Cesar Norbiato

ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE
ONDAS ESTACIONÁRIAS

Medianeira - Paraná

2019

ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE ONDA ESTACIONÁRIA

Julio Cesar Norbiato

Dissertação de mestrado, apresentada ao Programa de Pós-graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física pelo UTFPR Medianeira, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:

Professor Dr. Leandro Herculano da Silva

Medianeira - Paraná

2019

Ficha Catalográfica

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

N822a	<p>Norbiato, Julio Cesar</p> <p>Atividade experimental para o ensino de ondas estacionárias. / Julio Cesar Norbiato. - 2019. 60 f.: il.; 30 cm.</p> <p>Texto em português com resumo em inglês</p> <p>Orientador: Leandro Herculano da Silva.</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Medianeira, 2019.</p> <p>Inclui bibliografias.</p> <p>1. Ondas Estacionárias. 2. Física - Experiências. 3. Ensino de Física - Dissertações. I. Silva, Leandro Herculano da, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. Título</p> <p>CDD: 530.07</p>
-------	---

Biblioteca Câmpus Medianeira

Fernanda Cristina Gazolla Bem dos Santos CRB:9/1735

Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Medianeira
Programa de Pós-graduação Mestrado Nacional Profissional em
Ensino de Física

TERMO DE APROVAÇÃO

ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE ONDAS
ESTACIONÁRIAS

Por

Julio Cesar Norbiato

Essa dissertação foi apresentada às 14 horas, do dia 23 de maio de 2019, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física, Linha de Pesquisa 2: Física no Ensino Médio, no Programa de Pós-graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, do polo Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela banca examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a banca examinadora considerou o trabalho aprovado¹

Professor Doutor Leandro Herculano da Silva
(Orientador - UTFPR Câmpus Medianeira)

Professor Doutor Jaziel Goulart Coelho
(Membro interno - UTFPR Câmpus Medianeira)

Professora Doutora Edinéia Santos de Oliveira Lourenço
(Membro externo - Centro Universitário Dinâmica das Cataratas)

¹A folha de aprovação assinada encontra-se na coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física.

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho a minha esposa Patrícia, meu pai Arnaldo (in memoriam), minha mãe Nair e aos meus filhos Eduardo e Maria Júlia.

AGRADECIMENTOS

À Sociedade Brasileira de Física (SBF) pela iniciativa de criar e coordenar o Programa de Pós-graduação Mestrado Nacional em Ensino de Física (MNPEF).

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Câmpus Medianeira.

Ao meu orientador Prof. Dr. Leandro Herculano pelo alto profissionalismo e sabedoria com que conduziu esse trabalho.

Ao corpo docente do MNPEF polo Medianeira.

Aos colegas de turma do MNPEF pela parceria e amizade compartilhada nesses dois anos encontros semanais.

Ao Colégio Dinâmica de Foz do Iguaçu por ceder sua estrutura para a aplicação do produto educacional.

Ao Prof. Marcos Galdino pelo apoio e incentivo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).

Aos alunos do Curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica da UTFPR Câmpus Medianeira, senhores Caio Cezar dos Santos Pereira e André Anderson da Luz da Costa, pela colaboração na confecção do produto educacional.

Resumo

Este trabalho propõe um produto educacional fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Ele é baseado na construção e aplicação de um conjunto experimental para o ensino de ondas estacionárias em cordas vibrantes, assim como a sugestão de uma sequência didática para uma aprendizagem significativa. Como o experimento é aplicado no início da sequência ele tem caráter investigativo. É fornecida uma revisão teórica sobre ondas mecânicas, ondas estacionárias em cordas e formação de harmônicos. Em seguida, é apresentado uma lista de materiais utilizados na confecção do experimento, com sua descrição, onde adquirir e, um roteiro para a montagem do kit experimental. Após a realização do experimento e coleta de dados, os alunos confeccionam os gráficos e fazem o ajuste para obter a relação entre a frequência, densidade linear, tração e comprimento, para a interferência de ondas mecânicas em uma corda. O conjunto experimental foi aplicado na própria sala de aula, em uma turma do segundo ano do ensino médio de um colégio particular na cidade de Foz do Iguaçu, no qual os alunos envolvidos aprovaram e elogiaram a forma com a qual o conteúdo foi abordado. Conclui-se então que o produto educacional por ser de fácil construção, ter baixo custo e por não necessitar de um laboratório específico de física para sua aplicação é viável e pode ser aplicado de forma a contribuir na aprendizagem significativa dos alunos.

Palavra chave: Aprendizagem significativa; atividades experimentais; ondas estacionárias.

ABSTRACT

This work proposes an educational product based on David Ausubel's Significant Learning Theory. It is based on the construction and application of an experimental set for the teaching of stationary waves in vibrating strings, as well as the suggestion of a didactic sequence for meaningful learning. As the experiment is applied at the beginning of the sequence, it has an investigative character. It is provided a theoretical review about mechanical waves, standing waves in strings and harmonic formation. Then, it is presented a list of materials used for the preparation of the experiment, with its description, where to acquire, and a script for the mounting of the experimental kit. After the experiment and data collection, the students make the graphs and the adjustment to obtain the relation between the frequency, linear density, traction force and length, for the interference of mechanical waves in a string. The experimental set was applied in the same classroom, of a Junior year high school class in a private school at Foz do Iguaçu city, in which the students involved approved and praised the way in which the content was approached. It is concluded that the educational product, due to its easy to construct, low cost and does not require a specific physics laboratory for its application, is feasible and can be applied in a way that contributes to meaningful student learning.

Key word: Meaningful learning; experimental activities; standing waves.

Lista de Figuras

1.1	Representação dos quatro primeiro harmônicos em uma corda e sua relação entre o comprimento de onda λ e o comprimento da corda L	5
3.1	Pulso se propagando em uma corda.	15
3.2	Diagrama de forças aplicadas em um ponto da corda, mostrando as componentes horizontal e vertical dos vetores Tensão.	16
3.3	Perfil espacial de propagação de uma onda harmônica unidimensional, indicando a amplitude $A = 1$ e o comprimento de onda $\lambda = 2\pi$	22
3.4	Perfil temporal de propagação de uma onda harmônica unidimensional, indicando a amplitude $A = 1$ e o período de oscilação $T = \pi$	22
3.5	Representação do fenômeno de ondas estacionárias, mostrando a função de onda y em função da posição x , para diferentes intervalos de tempo (t_1, t_2, t_3)	23
3.6	Corda homogênea, com densidade μ , de comprimento L e com as extremidades fixas.	24
3.7	Representação dos três primeiros modos harmônicos ($n = 1, n = 2$ e $n = 3$) que surgem devido as ondas estacionárias em um corda de comprimento L	27
3.8	Frequência do primeiro harmônico em função do comprimento da corda (linha preta), tração na corda (linha vermelha) e densidade da corda (linha azul).	28
4.1	Ilustração das dimensões e furação da chapa de MDF, utilizada como base para montagem do experimento.	30
4.2	Unidade geradora de vibração com motor (interno), pinos banana fêmea para conexão com o gerador de funções e pinos banana macho para conexão do sistema de perturbação com a base de MDF.	31

4.3	Representação do conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária. . .	31
4.4	Conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária: (a) gerador de funções, (b) unidade geradora de funções, (c) roldana plástica e (d) gancho (feito com raio de bicicleta) com chumbos de pesca.	32
4.5	Ilustração da observação dos harmônicos gerados pelas ondas estacionárias. . . .	33
5.1	Frequência dos harmônicos em função do comprimento da linha. As linhas pontilhadas são apenas um guia visual.	37
5.2	Frequência dos harmônicos em função do comprimento da linha e curvas de ajuste obtidas com a Equação (5.2).	38
5.3	Frequência dos harmônicos em função da tração na linha. As linhas tracejadas são apenas um guia visual.	40
5.4	Frequência dos harmônicos em função da tração na linha e curva de ajuste (linhas vermelhas).	41
5.5	Frequência dos harmônicos em função da densidade linear da linha. As linhas tracejadas são apenas um guia visual.	43
5.6	Frequência dos harmônicos em função da densidade da linha e curva de ajuste (linhas vermelhas).	44

Lista de Tabelas

5.1	Frequências dos harmônicos para diferentes valores de massa suspensa. Fonte: Autoria própria.	36
5.2	Frequências dos harmônicos, normalizadas pela frequência do primeiro harmônico, para diferentes valores de massa suspensa. Fonte: Autoria própria.	36
5.3	Frequências dos harmônicos para diferentes valores de comprimento da linha. Fonte: Autoria própria.	37
5.4	Resultados do ajuste dos dados apresentados nos gráficos da Figura (5.2), utilizando a Equação (5.2). Fonte: Autoria própria.	38
5.5	Resultados do ajuste dos dados apresentados nos gráficos da figura (5.4), utilizando a equação (5.5). Fonte: Autoria própria.	41
5.6	Frequências dos harmônicos para diferentes valores de densidade da linha. Fonte: Autoria própria.	42
5.7	Resultados do ajuste dos dados apresentados nos gráficos da Figura (5.6), utilizando a Equação (5.8). Fonte: Autoria própria.	44
5.8	Valores para a constante K calculados com os dados da Tabela (5.3), por meio da Equação (5.16). Para este cálculo foram utilizados os valores de $T = 0,28N$ e $\mu = 8,73 \times 10^{-5}kg/m$. Fonte: Autoria própria.	45

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Ondas estacionárias apresentadas nos livros didáticos	4
1.2	Justificativa e objetivo	7
2	Referencial de ensino	9
2.1	Aprendizagem significativa	9
2.2	Atividades experimentais no ensino	12
2.3	Sequência didática	13
3	Referencial teórico	15
3.1	Ondas em uma corda	15
3.2	Ondas harmônicas	19
3.2.1	Comprimento de onda	19
3.2.2	Frequência	20
3.3	Ondas estacionárias	22
3.4	Ondas estacionárias em uma corda	23
4	Confecção do produto educacional	29
4.1	Materiais	29
4.2	Montagem	30
4.3	Funcionamento	32

5	Resultados	35
5.1	Quantização das frequências dos harmônicos	35
5.2	Relação entre a frequência e o comprimento	36
5.3	Relação entre a frequência e a tração	39
5.4	Relação entre a frequência e a densidade	42
6	Sequência didática	47
6.0.1	Apresentação do fenômeno	47
6.0.2	Execução do experimento	48
6.0.3	Análise dos resultados	49
7	Relato da aplicação do produto educacional	52
8	Conclusão	55
8	Referências Bibliográficas	57

Capítulo 1

Introdução

A Física desempenha papel de importância fundamental para o desenvolvimento da humanidade. Ela deve ser entendida de maneira que possa explicar vários fenômenos que acontecem em nosso cotidiano. Para isso, se faz necessário encontrar caminhos de compreensão mais próximos da realidade dos alunos, situando a disciplina não apenas como mero requisito curricular, com vistas à obtenção de um título escolar mas, sobretudo, como uma área ligada à natureza.

Muitos alunos demonstram pouco interesse para o estudo da Física. Dentre os principais motivos para essa aversão, destaca-se o formato utilizado por muitas instituições de ensino e professores, que priorizam uma apresentação expositiva de conceitos, leis, fórmulas e resoluções de exercícios, de maneira desarticulada e longe do cotidiano do aluno, com aplicação de fórmulas em exercícios recorrentes, conduzindo o aprendizado para a automatização e memorização e não pela idealização do conhecimento através das competências adquiridas [1].

Muitos pesquisadores do ensino de Física afirmam que esse ensino está em crise. A carga horária que chegou a seis horas-aula por semana, hoje em muitas escolas é de apenas duas. As aulas de laboratório ou com o uso de um kit experimental de física praticamente não existem. Faltam professores de Física nas escolas e os que existem treinam seus alunos para responder as questões que aparecerão nas avaliações, ao invés de ensinar Física [2].

As posições ocupadas pela educação brasileira, nos rankings internacionais, é uma consequência direta dessa relação meramente burocrática do aluno com a Ciência, na qual o Brasil se apresenta em 63º colocado em Ciências dentre 70 países que participaram do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), no ano de 2015 [3], o que demonstra a falta de alinhamento do ensino de Física (e outras Ciências) ao modelo utilizado nos países desenvolvidos, onde o uso de novas estratégias de ensino são empregadas mais frequentemente.

Uma contribuição para a reversão deste quadro, pode ser alcançado na inclusão de aulas práticas no ensino de Física. Esta alternativa, atua como um instrumento no processo de ensino e aprendizagem colaborando na construção do conhecimento. Uma vez que, as atividades experimentais incentivam o interesse dos alunos e o comprometimento em atividades posteriores. A atividade experimental constitui um dos pontos chaves do processo de ensino-aprendizagem de Ciências, ajustando a conexão entre motivação e aprendizagem, tornando o envolvimento do aluno mais acentuado [4].

As aulas com atividades experimentais proporcionam diálogo entre professor e os próprios alunos. Este diálogo, colabora para o ensino e aprendizagem de conceitos de Física, evidencia a importância do método científico com a estimulação do pensamento investigativo e promove as relações sociais entre os estudantes, quando estas atividades são realizadas em equipes.

Embora sejam bem conhecidas as vantagens da aplicação de atividades experimentais, no ensino de Física, muitas escolas não dispõem de infraestrutura física e humana necessárias para tal aplicação. Os fatores que influenciam diretamente nestes problemas são a falta de recursos financeiros e a falta de capacitação continuada para professores. De acordo com os dados do censo escolar do Brasil, realizado no ano de 2016, apenas 51% das instituições de ensino médio possuem infraestrutura mínima para o ensino de Ciências [5].

Diante destes problemas, uma das alternativas identificadas é a realização de experimentos de baixo custo, sendo que as atividades podem ser praticadas em laboratórios ou salas de aula. O experimento de baixo custo é aquele cujo material pode ser obtido prontamente no mercado e seu custo é relativamente baixo, quando confrontado com o valor do custo dos equipamentos que geralmente seriam utilizados em um laboratório tradicional [6].

Todavia, algumas aulas experimentais de Física têm sido aplicadas de forma puramente ilustrativa, como apresentado em vários livros didáticos ou em apostilas de aulas experimentais, para validar conceitos discutidos previamente, com pouca problematização e debate dos resultados obtidos. O laboratório de Física tem sido utilizado como meio para aproximar o aluno do ambiente científico pelo fato de fugir do campo das “linguagens”, contudo o seu uso de maneira tradicional tem se apresentado pouco efetivo, uma vez que os experimentos se limitam a um simples manuseio repetitivo de equipamentos, no qual o aluno desempenha atividades práticas abrangendo apenas observações e medidas sobre fenômenos anteriormente explorados pelo professor [7]. Desse modo, as aulas práticas tornam-se pouco eficientes no entendimento dos conceitos científicos, quando não se utilizam metodologia práticas que priorizam o debate e a exploração das ideias [8].

As aplicações de atividades experimentais devem possibilitar ao aluno um aprendizado significativo, a partir da concepção de experimentação investigativa. Essa metodologia consegue ser uma estratégia para inserir conteúdos a partir de uma situação problema, na qual o aluno deve ter a autonomia de propor hipóteses, argumentar, testar, reformular ou reprovar, sempre sob a orientação do professor [9]. Nessa perspectiva, a atividade experimental propiciará a geração de um processo pelo qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto relevante da estrutura do conhecimento do indivíduo e ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições preexistentes, conhecido como aprendizagem significativa [10].

De maneira geral, a aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem com algum conceito ou proposição que já lhe é significativo e adequado para interagir com a nova informação [11], logo recomenda-se uma mudança na postura dos professores no que se diz respeito à utilização de atividades experimentais, proporcionando maior participação dos alunos, deixando de serem apenas expectadores para tornarem-se parte principal do processo de ensino aprendizagem [12].

O produto educacional, que será a base deste trabalho, tem um caráter interdisciplinar, envolvendo as disciplinas de Física e Matemática. Em Física será estudado o conteúdo de ondas estacionárias em cordas vibrantes e em Matemática será analisado a construção e análise de gráficos, assim como a proporção entre grandezas.

Além disso, o produto educacional enfatizará experimentação investigativa, onde deve-se partir de uma situação problema para que os alunos possam participar da investigação, procurando informações, propondo hipóteses e ideias iniciais, reunindo e analisando dados para alcançar possíveis soluções, tornando o ambiente de aprendizagem mais propício para a aquisição de novas experiências que conduzem o aluno à novas possibilidades investigativas. Assim, a aula com experimentos investigativos, propicia aos alunos um papel ativo, sendo o professor apenas orientador do processo, tendo como papel principal de incentivar os alunos, fornecer informações, questionar os encaminhamentos e auxiliá-los na análise dos dados [13].

Este trabalho teve como motivação principal a disciplina de Atividades Experimentais para O Ensino Médio e Fundamental. Nesta disciplina, foram realizados vários experimentos acompanhados de suas descrições teóricas. Esta estratégia, evidenciou a importância de conciliar a descrição teórica com atividades práticas, propiciando um aprendizado significativo e consequentemente um aumento do interesse pela disciplina e sua importância para a formação docente.

1.1 Ondas estacionárias apresentadas nos livros didáticos

Seja com o intuito de realizar o ensino-aprendizagem de conceitos de Física, ou de facilitar o trabalho no ensino médio, professores e alunos utilizam os livros didáticos (LD), configurando na maioria dos casos, o recurso didático mais, ou único, utilizado em sala de aula. Dada a sua frequência de utilização, a literatura sobre ensino, apresenta diversos trabalhos que analisam a importância, vantagens e desvantagens da utilização deste recurso. [14–20].

A descrição teórica, empregada no tratamento das ondas estacionárias em alguns livros didáticos [21–25], inicia-se, solicitando que o aluno “conclua” que a velocidade de propagação v de uma onda em uma corda, depende da densidade da corda μ e da tração \vec{T} exercida sobre a corda.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (1.1)$$

Geralmente, a inserção da Equação (1.1) é realizada das seguintes maneiras

- A equação é apresentada sem nenhuma justificativa. Esta abordagem é comum em apostilas preparatórias e edições compactas de livros didáticos [22, 26].
- Apresenta-se uma argumentação teórica, da abstração de uma observação, sobre a influência da densidade e da tração na velocidade de propagação, que justifique a relação matemática entre as grandezas [21].
- A equação é “demonstrada” por meio de um processo de análise dimensional [24].

Muito mais do que analisar os efeitos que culminam no surgimento das ondas estacionárias, muitos LD abordam o fenômeno das ondas estacionárias, apresentando uma representação dos harmônicos e sua relação com o comprimento da corda L e o comprimento de onda λ , conforme mostrado na Figura (1.1).

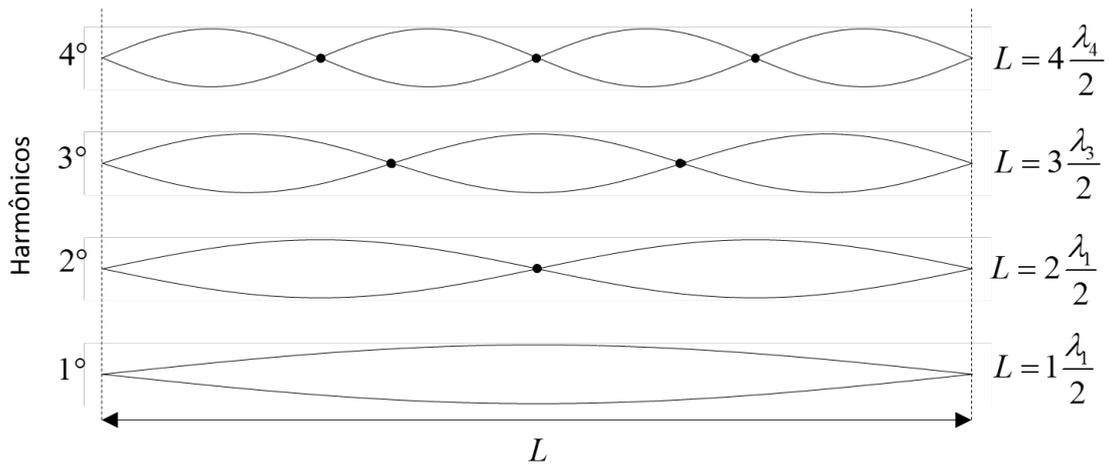


Figura 1.1: Representação dos quatro primeiros harmônicos em uma corda e sua relação entre o comprimento de onda λ e o comprimento da corda L .

Fonte: Autoria própria.

Com este processo de ilustração do harmônico, propõe-se que o aluno conclua a cada diferente harmônico teremos $\lambda/2$ comprimentos de onda no comprimento L da corda. Assim, o aluno deve generalizar esta constatação para n harmônicos e obter

$$L = n \frac{\lambda}{2}. \quad (1.2)$$

Continuando a tarefa de “obter” uma equação que descreve o fenômeno estudado, alguns LD utilizam a cinemática de um pulso, que se propaga na corda, a expressão $v = \Delta s / \Delta t$ e a definição de frequência $f = 1/T$, para apresentar a relação de dispersão

$$v = \lambda f. \quad (1.3)$$

Combinando as Equações (1.2) e (1.3), o aluno concluirá que

$$f = \frac{nv}{2L}. \quad (1.4)$$

Finalmente, comparando as Equações (1.1) e (1.4), obtém-se a relação entre a frequência das ondas estacionárias, o comprimento da corda, a tração e a densidade.

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (1.5)$$

Embora, algumas abordagens descrevam sistemas ou situações em que se faz presente o fenômeno

das ondas estacionárias, em sua grande maioria, o processo de ensino e aprendizagem é avaliado apenas por meio da resolução de listas de exercícios. Nos LD pesquisados neste trabalho, não foram encontradas sugestões de atividades experimentais ou a utilização de simulações computacionais.

Em geral, a maioria dos LD apresentam descrição teórica similar entre si, pouca ou nenhuma atividade experimental ou de simulação é proposta, condensam toda a informação poucas páginas e direcionam toda a análise da aprendizagem em questões teóricas, muitas vezes extraídas de processos vestibulares [21–25]. Dessa forma, a abordagem encontrada em alguns LD, induzem o professor a realizar uma aula expositiva, com pouca liberdade para que os alunos debatam os conceitos apresentados e sua conexão com a observação experimental.

A intenção não é criticar a maneira como os LD, pesquisados para este trabalho, apresentam os conceitos que envolvem a descrição experimental das ondas estacionárias, mas sim evidenciar a importância de se utilizá-los com equilíbrio. Utilizado com equilíbrio, os LD são uma ferramenta didática que economiza tempo e organiza as atividades em sala. Por outro lado, sua utilização como único recurso pedagógico pode comprometer a autonomia da atividade docente [20].

Evitando as propostas tradicionais, encontradas nos LD disponíveis, neste trabalho realizaremos o processo de ensino-aprendizagem, do fenômeno das ondas estacionárias, iniciando o mesmo pela observação experimental do fenômeno. Desta forma, orientados pelo professor, ao final da atividade, os alunos terão observado o fenômeno e analisado as relações entre as grandezas físicas que influenciam no surgimento das ondas estacionárias, obtendo “empiricamente” a descrição teórica entre as grandezas.

1.2 Justificativa e objetivo

A literatura, voltada para o ensino de Física de maneira experimental, apresenta poucos trabalhos que abordam o conceito de ondas com atividades práticas. Embora a quantidade seja reduzida, existem exemplos que possuem evidente qualidade. Dentre os quais destacamos, o trabalho de Cavalcante e colaboradores [27], o qual utiliza a saída de áudio de um computador e a análise gráfica com o software Tracker, para determinação de velocidade de propagação da onda em uma corda. Silveira e colaboradores [28], propõem alternativas para o ensino do conceito de ondas para alunos com deficiência auditiva ou visual. Um excelente exemplo de atividade experimental qualitativa, pode ser encontrado no trabalho de Toneguzzo e colaboradores [29], no qual apresenta uma maneira experimental de demonstrar a geração de ondas estacionárias.

O produto educacional (PE), proposto neste trabalho, é voltado ao estudo experimental do conceito de ondas mecânicas, especificamente voltado à investigação do fenômeno conhecido como ondas estacionárias. Este PE diferencia-se dos existentes nas literaturas, propondo a aplicação de atividades experimentais associados a conhecimentos básicos de oscilações, para que o aluno possa realizar a “obtenção experimental” da relação entre a frequência, densidade linear, tração e comprimento, para a interferência de ondas mecânicas em uma corda, gerando o fenômeno das ondas estacionárias.

Dentre os motivos que nos levaram a escolher este conceito e esta metodologia, destacamos o reduzido número de materiais disponíveis na literatura voltada ao ensino médio, o que dificulta a relação deste fenômeno físico com as equações matemáticas que o representa na forma de problematização e o alto custo dos conjuntos experimentais que são utilizados na realização de atividades experimentais que abordam ondas estacionárias.

Embora muitos LD abordem teoricamente o fenômeno de ondas estacionárias, em geral, a formulação matemática do problema exige um maior esforço dos alunos para a abstração, quando comparado com outros conceitos descritos pela Física.

Nosso objetivo geral, foi desenvolver e construir um produto educacional voltado para a realização de atividades experimentais com aprendizagem significativa do fenômeno de ondas estacionárias.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Construir um conjunto experimental para medidas quantitativas direcionado ao ensino de ondas estacionárias;

- Desenvolver uma sequência didática para facilitar a aplicação do conjunto experimental proposto.

Capítulo 2

Referencial de ensino

2.1 Aprendizagem significativa

Uma teoria de aprendizagem é uma construção humana para interpretar a área do conhecimento chamada de aprendizagem, sendo assim, um modelo que visa explicar o processo de aprendizagem do indivíduo [30].

A teoria de aprendizagem que será aplicada neste trabalho se baseia na aprendizagem significativa (AS) desenvolvida por David P. Ausubel. Ausubel nasceu no Brooklyn, Nova Iorque, em 1918, concentrou seus estudos em uma educação fundamentada na estrutura cognitiva ao invés da aprendizagem mecânica, foi professor, atuando em diversas universidades americanas, europeias e brasileiras [31].

Segundo Ausubel, para que a aprendizagem seja significativa deve existir uma relação lógica e clara entre a nova ideia e algumas outras já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica existente na estrutura cognitiva de quem aprende [32], sendo assim, tudo o que o aluno já conhece, que é chamado de conhecimento prévio, influencia diretamente no seu aprendizado.

Nesse sentido, a teoria de Ausubel pretende descrever o processo de aprendizagem onde ela seja significativa, na qual os conhecimentos prévios são fatores que influenciam diretamente no aprendizado do aluno, eles devem se relacionar com um ponto expressivo do conhecimento já adquirido pelo estudante [11]. O conhecimento prévio (conceitos, proposições, princípios, fatos, ideias, leis, equações, imagens, símbolos), é um componente essencial para a AS, é fator determinante do processo de aprendizagem, sendo assim, a base para a transformação dos sig-

nificados lógicos dos materiais de aprendizagem, potencialmente significativos, em significados psicológicos [33]. O aluno pode aprender a equação da velocidade de propagação de uma onda, onde a velocidade é proporcional ao comprimento de onda e a sua frequência. Entretanto, essa equação não terá significado se o aluno não souber inicialmente o conceito de velocidade, o que é o comprimento de onda, a sua frequência de oscilação, além do significado de grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Algumas condições para que ocorra a AS são [33]:

- A existência de conhecimentos prévios na estrutura cognitiva do aluno, servindo como ideia-âncora para uma nova informação;
- O aluno deve apresentar uma disposição para conectar as novas informações com sua estrutura cognitiva, ou seja, ele deve estar disposto a aprender novos conteúdos. Essa predisposição pode ser influenciada pelos conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do aluno, pois quanto mais ele domina um campo do conhecimento, maior será seu empenho para buscar novas aprendizagens. Por exemplo, quando o aluno tem bom domínio sobre o conteúdo conservação da energia mecânica, este poderá ser usado como ideia-âncora para outro novo conhecimento como a conservação da quantidade de movimento.

Ideia-âncora ou subsunçor, é um conhecimento específico, relevante à nova aprendizagem, pode ser por exemplo, um símbolo já significativo, um conceito, uma equação, um modelo mental ou até mesmo uma figura [11]. O professor pode associar o campo elétrico formado por uma carga elétrica, que é um conceito bastante abstrato na Física, ao campo gravitacional terrestre. Assim, o domínio do conceito de campo gravitacional servirá como subsunçor para o aprendizado do conceito de campo elétrico.

Nesse sentido, existem duas maneiras, psicologicamente distintas, de forma de aprendizagem [11]:

1. Aprendizagem Significativa: na AS existe a agregação do novo conhecimento junto a estrutura cognitiva do aluno que é ancorado por uma ideia já existente;
2. Aprendizagem Mecânica: o novo conhecimento é agregado de maneira arbitrária, onde o aluno muitas vezes “aprende” sem assimilar o significado do conteúdo. As novas informações pouco interagem com os conceitos da estrutura cognitiva do aluno, existindo pouca ou nenhuma relação com os subsunçores.

É importante ressaltar que a Aprendizagem Mecânica, muitas vezes, torna-se imprescindível no caso de conteúdos totalmente novos, passando a ser um conhecimento prévio para a fixação de novos conceitos.

A AS apresenta três formas distintas quanto a sua natureza [33]:

1. Aprendizagem subordinada: a maior ocorrência de aprendizagem significativa é da forma subordinada, onde o novo conceito assimilado está subordinado a um conceito já adquirido;
2. Aprendizagem superordenada: acontece quando a nova informação é mais geral, muito ampla para absorver os subsunçores. A aprendizagem será superordenada quando o aluno aprende uma nova proposição que condicionará a chegada de novas ideias, ocorrendo no curso do raciocínio ou quando o material apresentado é organizado indutivamente ou envolve a síntese de ideias compostas;
3. Aprendizagem combinatória: quando a aprendizagem de novos conteúdos não apresentam relação subordinada nem superordenada com os conhecimentos prévios, ela é denominada aprendizagem combinatória. Nessa forma de aprendizagem, os conhecimentos já existentes não estão relacionados hierarquicamente com as novas ideias, porém se encontram no mesmo nível.

Portanto, a teoria da AS aplicada no processo de ensino aprendizagem, pode ser uma importante ferramenta para conseguir mediar esse novo conhecimento, visto que o aluno, a partir de uma situação problema e de uma metodologia potencialmente significativa pode desenvolver o pensamento investigativo, compreendendo a diferença entre a nova ideia e o que ele já sabe, tornando a aprendizagem significativa [34].

A proposta deste produto educacional tem a AS como teoria de aprendizagem. O uso de experimentos como prática educacional é sem dúvida uma forte ferramenta no ensino de Física, neste caso, sendo aplicado dentro do conteúdo de Ondas Estacionárias em Cordas Vibrantes, como auxílio no processo de ensino aprendizagem.

Neste trabalho os alunos deverão possuir alguns conhecimentos prévios, como noção de velocidade, tração em cordas, densidade linear e relação de proporcionalidade entre grandezas, conhecimentos esses, que servirão como âncoras para o novo conhecimento que é a relação entre a frequência de oscilação de uma onda em cordas vibrantes, com a tração, comprimento e a densidade linear da corda.

2.2 Atividades experimentais no ensino

Nos últimos anos, a experimentação no ensino de Ciências vem sendo intensamente debatida entre pesquisadores da área de educação em Ciências e geralmente apontada como um importante recurso no desenvolvimento de saberes conceituais, procedimentais e atitudinais [?]. Especialistas no ensino de Ciências incentivam a inserção de atividades experimentais como estratégia de ensino [13].

Nesse sentido, a linguagem somente verbal ou escrita não é suficiente para comunicar o conhecimento científico, sendo necessário assim, a integração de outras formas de linguagem, introduzindo os alunos nos diferentes modos de comunicação para a construção do seu conhecimento [35].

As atividades experimentais (AE) podem ser classificadas de acordo com o grau de direcionamento das atividades. Elas podem apresentar um caráter de demonstração, verificação ou investigação [36].

As atividades de demonstração têm como principal característica a possibilidade de ilustrar alguns aspectos dos fenômenos físicos abordados, são aquelas em que o professor realiza o experimento enquanto os alunos observam e associam aos conteúdos estudados nas aulas teóricas, tornando assim, os conceitos menos abstratos [36].

Durante as aulas experimentais com o caráter de verificação as atividades são conduzidas buscando-se a validade de alguma lei física, ou mesmo de seus limites, promovendo uma maior participação dos alunos durante a execução da aula prática. Essas atividades por necessitarem de conhecimento prévios, devem ser aplicadas após as aulas teóricas sobre o conteúdo abordado no experimento [36].

Nesse sentido, as AE investigativas são preparadas a partir de uma situação problema, a fim de que o aluno se motive e veja a necessidade de aprender o conteúdo. As aulas em laboratório de Ciências que abrangem as atividades investigativas podem contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades como: formular hipóteses, elaborar procedimentos, conduzir investigações, formular explicações, além de defender argumentos científicos [37].

Dessa mesma forma, as AE devem ser contextualizadas por meio de fatos e/ou fenômenos que deem significado ao tema, é imprescindível que tenha uma fase pré-experimental, onde sejam identificados os conhecimentos prévios, sejam apresentadas as variáveis envolvidas e levantadas as hipóteses iniciais para a solução do problema [38].

A AE investigativa não deve conter roteiros prontos e fechados, como nas aulas de laboratório tradicionais, em que os estudantes, executam todas as etapas pré-definidas, seguindo roteiros, sem ao menos ter a oportunidade de questionar, ou mesmo compreender o processo desenvolvido [39].

A aplicação de aulas experimentais sem a análise e discussões dos conceitos físicos presentes na experimentação, não garantem a concretização da aprendizagem do conteúdo abordado, assim, a metodologia empregada pelo professor será fundamental para a apropriação do conteúdo pelo aluno, pois é por meio dela que o aluno passará do conhecimento empírico para o teórico científico [12].

É importante ressaltar que as aulas práticas devem proporcionar discussões, interpretações e se conciliem com os conteúdos abordados em sala. Não devem, portanto, ser apenas momento de comprovação de leis e teorias ou meras ilustrações das aulas teóricas [40].

Nesse contexto, o conjunto experimental que compõe a sequência didática deste trabalho propõe aos alunos que percebam os fenômenos da natureza, sejam capazes de trabalhar em grupos, elaborem testes e hipóteses, respeitem a opinião do grupo, manipulem objetos e equipamentos, analisem os resultados, construam a linguagem científica, relacionem o conteúdo aprendido com o mundo que vivem e proponham soluções para o problema inicial proposto pelo professor [35]. Ao usar esta metodologia, o aluno tem um papel mais ativo no processo de ensino aprendizagem, enquanto o professor atua como o mediador, sendo responsável pela elaboração do problema a ser proposto e administrar as situações adversas durante a realização do experimento e a análise dos dados [12].

2.3 Sequência didática

Uma sequência didática (SD) representa um conjunto de atividades programadas e conectadas para o ensino de um conteúdo. Ela pode ser preparada em algumas etapas, com o objetivo de tornar a aprendizagem dos alunos mais eficiente. A SD é equivalente a um curso em miniatura e pode ser modificada para melhor atender a realidade dos estudantes [41].

Nesse sentido, uma SD representa um conjunto de atividades ordenadas, articuladas que têm um princípio e um fim conhecidos pelos professores e pelos estudantes [42]. Toda SD organizada deve ser aplicada para atingir um objetivo que atenda as necessidades do estudante. O professor deve criar uma estratégia de passo a passo para facilitar o processo de ensino aprendizagem,

como se fosse um mini curso sobre o conteúdo a ser estudado [43].

Dessa forma, ainda que as unidades didáticas se apresentem em níveis separados, têm maior capacidade de uso e de compreensão quanto mais relacionados estejam entre si [42].

Uma SD deve ser construída de forma que possa modificar a visão do aluno para um determinado conteúdo. Um exemplo de uma sequência didática, pode ser a aplicação de um determinado conteúdo usando a experimentação como atividade principal. Se o experimento for colocado no início da sequência, provavelmente terá característica investigativa, pois os alunos ainda não conhecem o conteúdo [43].

A SD que compõe este produto educacional tem como ferramenta principal a aplicação de um conjunto experimental envolvendo ondas estacionária em cordas vibrantes, no qual é aplicado no início da SD. Os alunos terão o seguinte problema: encontrar uma equação que relacione as grandezas analisadas no experimento. A SD será composta seguintes etapas:

1. O professor apresentará o kit experimental aos alunos e mostrará como ocorrem a formação dos harmônicos nas ondas estacionárias;
2. Nesta etapa será realizado o experimento, no qual os alunos coletarão os dados para a confecção dos gráficos;
3. Por último, os alunos farão a confecção e análise dos gráficos utilizando um programa computacional para obter a equação que relaciona as grandezas estudadas. Nesta etapa também será realizada uma avaliação.

A teoria na SD será apresentada após a realização da atividade prática e a confecção e análise dos gráficos. A SD que compõe este produto educacional será detalhada no capítulo 6 deste trabalho.

Capítulo 3

Referencial teórico

O objetivo deste produto educacional é desenvolver uma sequência didática para o ensino de ondas estacionárias. Para isso, será necessário apresentar ao professor, que utilizará este produto, um referencial teórico (matemático) que possibilite e compreensão nos diferentes níveis de ensino. Para isso, utilizaremos as abordagens descritas por diversos autores, tais como: Nussenneig [44], Tipler [45], Zemanzki [46], Halliday [47], Young [48] e Serway [49].

3.1 Ondas em uma corda

Considere um pulso que se propaga em uma corda com densidade linear constante, conforme mostrado na Figura (3.1).

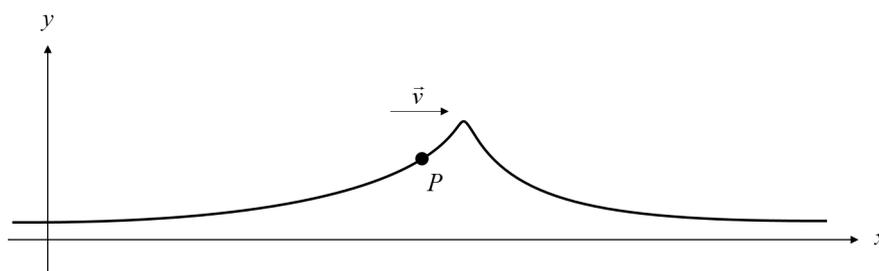


Figura 3.1: Pulso se propagando em uma corda.
Fonte: Autoria própria.

A análise das forças que agem no ponto P é apresentada na Figura (3.2)

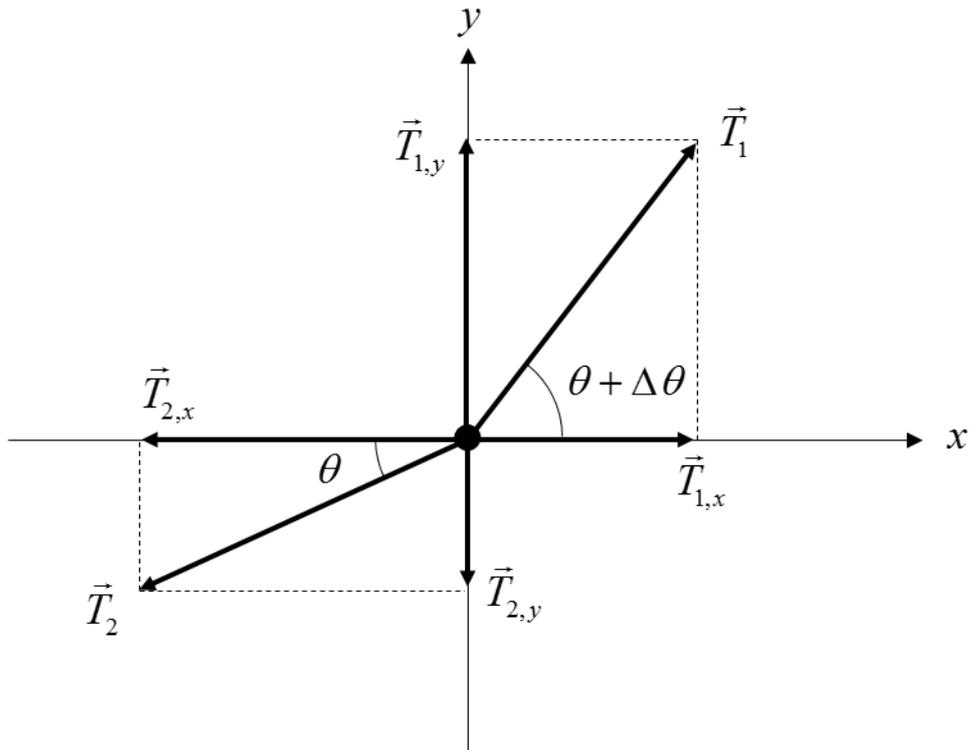


Figura 3.2: Diagrama de forças aplicadas em um ponto da corda, mostrando as componentes horizontal e vertical dos vetores Tensão.

Fonte: Autoria própria.

Aplicando a segunda lei de Newton para as componentes y e x do diagrama mostrado na Figura (3.2), temos:

$$\sum F_y = \Delta m \cdot a_y. \quad (3.1)$$

Na qual Δm é a massa de um pedaço da corda com comprimento Δx , cuja corda possui uma densidade linear constante μ . A análise das forças na direção y nos fornece a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= T_{1,y} - T_{2,y} \\ \sum F_y &= T_1 \text{sen}(\theta + \Delta\theta) - T_2 \text{sen}(\theta). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Sabendo que $T_1 = T_2 = T$, temos que:

$$\sum F_y = T [\text{sen}(\theta + \Delta\theta) - \text{sen}(\theta)]. \quad (3.3)$$

Substituindo a Equação (3.3) na Equação (3.2), temos:

$$T [\text{sen}(\theta + \Delta\theta) - \text{sen}(\theta)] = \Delta m \cdot a_y. \quad (3.4)$$

Podemos expressar a quantidade de massa Δm em termos da densidade linear μ e o comprimento Δx de um pedaço da corda. Ou seja,

$$\Delta m = \mu \Delta x. \quad (3.5)$$

Substituindo a Equação (3.5) na Equação (3.3), temos:

$$T [\text{sen}(\theta + \Delta\theta) - \text{sen}(\theta)] = \mu \Delta x \cdot a_y. \quad (3.6)$$

Dividindo a Equação (3.6) por $\cos(\theta)$

$$a_y \frac{\Delta x}{\cos(\theta)} \frac{\mu}{T} = \frac{\text{sen}(\theta + \Delta\theta)}{\cos(\theta)} - \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta)}. \quad (3.7)$$

Fazendo uma análise das forças que agem na direção x , temos que:

$$\sum F_x = \Delta m \cdot a_x \quad (3.8)$$

Para que a velocidade de propagação da onda seja constante, temos que a a aceleração na direção de propagação, ou seja, na direção x deve ser nula, logo,

$$\sum F_x = 0. \quad (3.9)$$

As forças que agem na direção x é dada por

$$\sum F_x = T_{1,x} - T_{2,x} = 0 \quad (3.10)$$

$$T_{1,x} = T_{2,x} \quad (3.11)$$

$$T_1 \cos(\theta + \Delta\theta) = T_2 \cos(\theta). \quad (3.12)$$

Sabendo que $T_1 = T_2 = T$, temos que:

$$\cos(\theta + \Delta\theta) = \cos(\theta). \quad (3.13)$$

Substituindo a Equação (3.13) na Equação (3.7)

$$a_y \frac{\Delta x}{\cos(\theta)} \frac{\mu}{T} = \frac{\text{sen}(\theta + \Delta\theta)}{\cos(\theta + \Delta\theta)} - \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta)} \quad (3.14)$$

$$a_y \frac{\Delta x}{\cos(\theta)} \frac{\mu}{T} = \text{tg}(\theta + \Delta\theta) - \text{tg}(\theta). \quad (3.15)$$

Sabendo que a tangente está relacionada com a derivada de uma função, temos que:

$$\text{tg}(\theta) = \frac{\partial}{\partial x} y(x, t). \quad (3.16)$$

Podemos reescrever a Equação (3.15) como:

$$a_y \frac{1}{\cos(\theta)} \frac{\mu}{T} = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\partial}{\partial x} y(x + \Delta x, t) - \frac{\partial}{\partial x} y(x, t) \right]. \quad (3.17)$$

Tomando o limite

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{\partial}{\partial x} y(x + \Delta x, t) - \frac{\partial}{\partial x} y(x, t) \right] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t). \quad (3.18)$$

Substituindo a Equação (3.16) na Equação (3.18), obtemos:

$$a_y \frac{1}{\cos(\theta)} \frac{\mu}{T} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t). \quad (3.19)$$

A aceleração na direção y é dada pela derivada segunda da função de onda em relação ao tempo, ou seja:

$$a_y = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t). \quad (3.20)$$

Substituindo a Equação (3.20) na Equação (3.19), temos que:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \frac{1}{\cos(\theta)} \frac{\mu}{T} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \frac{1}{\cos(\theta)} = \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t). \quad (3.22)$$

Para valores do ângulo θ , tal que podemos tomar a aproximação $\cos(\theta) \approx 1$, temos:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}y(x, t) = \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x, t) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x, t) = \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2}{\partial t^2}y(x, t). \quad (3.24)$$

A Equação (3.24) é uma equação diferencial de onda, cuja solução fornece a dinâmica de uma onda se propagando em uma corda (unidimensional) com velocidade constante, dada por

$$v^2 = \frac{T}{\mu}. \quad (3.25)$$

Ou seja:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}y(x, t). \quad (3.26)$$

3.2 Ondas harmônicas

Uma solução para a Equação (3.26) é a solução do tipo harmônica, conhecida como ondas harmônicas,

$$y(x, t) = A \cos [k(x - vt) + \phi]. \quad (3.27)$$

Na qual, k é o número de onda, v é a velocidade, t é a variável temporal, x a variável espacial e ϕ é a constante de fase. O parâmetro A , que multiplica a função oscilante na Equação (3.27), é chamado de amplitude de oscilação ou simplesmente amplitude. Como sabemos, a função cosseno oscila entre o valor de -1 a 1 . Dessa forma, para $\phi = 0$, a função de onda oscilará entre valores de $-A$ à A .

3.2.1 Comprimento de onda

Uma onda harmônica é periódica, ou seja, os valores da amplitude da onda se repetem no tempo e no espaço. A distância na qual o valor de uma onda harmônica se repete é chamado de comprimento de onda λ . Logo,

$$y(0, 0) = y(\lambda, 0). \quad (3.28)$$

Tomando $\phi = 0$ na Equação (3.27) e substituindo-a na Equação (3.28), temos

$$A = A \cos [k\lambda] \quad (3.29)$$

$$1 = \cos(k\lambda). \quad (3.30)$$

A igualdade na Equação (3.30) é verificada se:

$$k\lambda = 2\pi \quad (3.31)$$

Assim,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (3.32)$$

A Equação (3.32) fornece a relação entre o número de onda e o comprimento de onda.

3.2.2 Frequência

A onda harmônica deve ser periódica no tempo, ou seja, um dado valor de amplitude deve se repetir a cada intervalo de tempo T . Esse intervalo de tempo no qual um dado valor de amplitude da onda se repete é chamado de período de oscilação, ou simplesmente período.

Logo,

$$y(0, 0) = y(0, T). \quad (3.33)$$

Substituindo a Equação (3.33), na Equação (3.27), temos que

$$A = A \cos [k(-vT) + \phi]. \quad (3.34)$$

Tomando $\phi = 0$,

$$A = A \cos(-kvT) \quad (3.35)$$

$$1 = \cos(kvT). \quad (3.36)$$

A igualdade da Equação (3.36) é verificada quando a Equação (3.38) é satisfeita, ou seja

$$kvT = 2\pi \quad (3.37)$$

$$kv = \frac{2\pi}{T}. \quad (3.38)$$

Dos estudo do fenômeno de oscilações, sabemos que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (3.39)$$

Logo, substituindo a Equação (3.39) na Equação (3.38), obtemos:

$$kv = \omega. \quad (3.40)$$

Ou seja, a frequência angular ω é dada pelo produto entre o número de onda k e a velocidade de propagação da onda v . Por outro lado, temos que:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (3.41)$$

Substituindo a Equação (3.41) na Equação (3.40), temos

$$\frac{2\pi}{\lambda}v = \frac{2\pi}{T} \quad (3.42)$$

$$v = \frac{\lambda}{T}. \quad (3.43)$$

. Definindo a frequência¹ como:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (3.44)$$

A frequência f é medida em unidades de Hz (hertz).

Substituindo a Equação (3.44) na Equação (3.43), temos

$$v = \lambda f. \quad (3.45)$$

A Equação (3.45) relaciona a velocidade de propagação da onda v com o comprimento de onda λ e a frequência f . Essa equação é chamada de relação de dispersão.

¹Não confundir com a frequência angular ω .

Substituindo as Equações (3.38) e (3.41), na Equação (3.27) obtemos a equação de onda harmônica em termos do comprimento de onda e período de oscilação.

$$y(x, t) = A \cos [kx - kvt + \phi] = A \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \phi \right]. \quad (3.46)$$

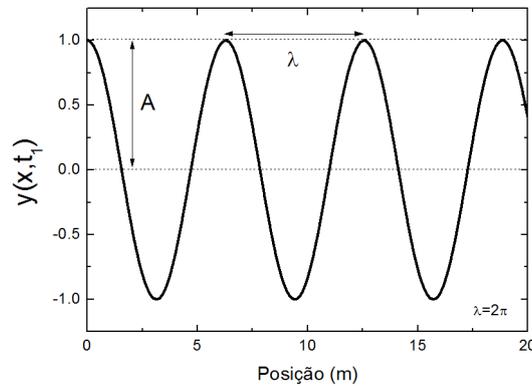


Figura 3.3: Perfil espacial de propagação de uma onda harmônica unidimensional, indicando a amplitude $A = 1$ e o comprimento de onda $\lambda = 2\pi$.

Fonte: Autoria própria.

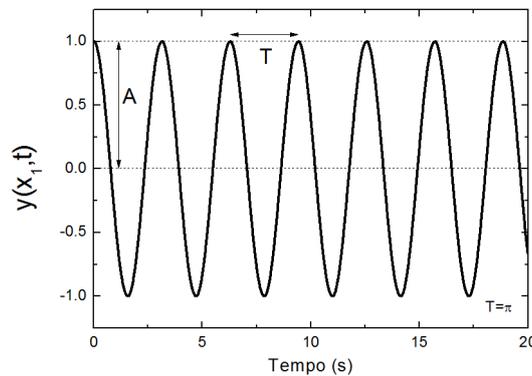


Figura 3.4: Perfil temporal de propagação de uma onda harmônica unidimensional, indicando a amplitude $A = 1$ e o período de oscilação $T = \pi$.

Fonte: Autoria própria.

3.3 Ondas estacionárias

O fenômeno chamados de ondas estacionárias, ocorre quando duas ou mais ondas, que se propagam em um mesmo meio, interferem-se entre si. A descrição matemática pode ser obtida, considerando duas ondas harmônicas, que possuem amplitudes e frequências iguais, mas se

propagam em sentidos contrários.

$$y_1(x, t) = A \cos(kx - \omega t). \quad (3.47)$$

$$y_2(x, t) = A \cos(kx + \omega t). \quad (3.48)$$

A interferência dessas duas ondas é dada por

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \quad (3.49)$$

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) + A \cos(kx + \omega t) \quad (3.50)$$

$$y(x, t) = A [\cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t)] \quad (3.51)$$

$$y(x, t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t). \quad (3.52)$$

Para n ondas se interferindo, a Equação (3.52) pode ser generalizada

$$y_n(x, t) = \sum_{i=1}^n A_n(x) \cos(\omega_n t). \quad (3.53)$$

A Figura (3.5) apresenta o gráfico da função de onda, descrita pela Equação (3.53), em função da posição, para diferentes intervalos de tempo. Este fenômeno é conhecido como ondas estacionárias.

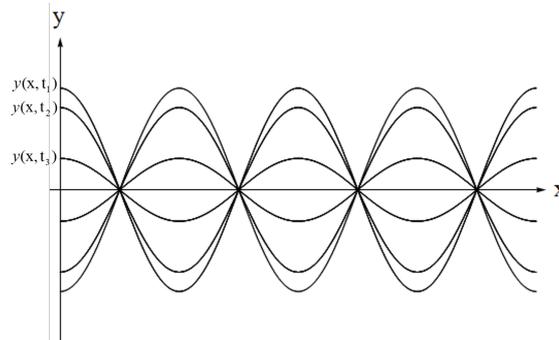


Figura 3.5: Representação do fenômeno de ondas estacionárias, mostrando a função de onda y em função da posição x , para diferentes intervalos de tempo (t_1, t_2, t_3).

Fonte: Autoria própria.

3.4 Ondas estacionárias em uma corda

Seja em um instrumento musical ou em uma linha esticada, todos podemos ter a oportunidade de tanger um corda ou linha que possui suas extremidades fixas e que está sujeita a uma tensão.

Por tanger, queremos dizer que em um certo instante de tempo, aplicamos uma força sobre a corda perpendicularmente a direção na qual a mesma está esticada.

No momento em que a corda é tangida, um pulso se propaga na corda, reflete na extremidade fixa e retorna. Essa sequência de propagação e reflexão se repete até que a energia seja dissipada. Em resumo, nesse sistema, temos a presença de ondas que se propagam em diferentes sentidos, refletindo e interferindo e formando regiões de máxima e mínima amplitude na corda, ou seja, teremos o surgimento de ondas estacionárias nesta corda.

Para obtermos uma descrição matemática, das ondas estacionárias em um corda e caracterizar quais parâmetro influenciam neste fenômeno, vamos considerar uma corda homogênea com densidade μ , de comprimento L , com suas duas extremidades fixadas a um suporte rígido. Conforme mostrado na Figura (3.6).

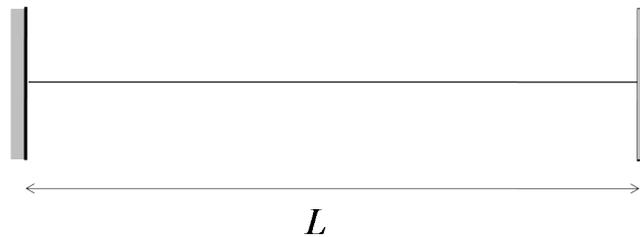


Figura 3.6: Corda homogênea, com densidade μ , de comprimento L e com as extremidades fixas.

Fonte: Autoria própria.

Se uma pequena força for aplicada em um intervalo de tempo muito pequeno, movendo a corda perpendicularmente a direção na qual a corda está esticada, ondas estacionárias surgirão e podem ser descrita como

$$y(x, t) = A(x) \cos(\omega t). \quad (3.54)$$

A Equação (3.54) deve satisfazer a equação de onda, ou seja,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t). \quad (3.55)$$

Para verificar isso, vamos substituir a Equação (3.54) na Equação (3.55).

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [A(x) \cos(\omega t)] = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [A(x) \cos(\omega t)] \quad (3.56)$$

$$\cos(\omega t) \frac{d^2}{dx^2} A(x) = \frac{A(x)}{v^2} \frac{d^2}{dt^2} \cos(\omega t) \quad (3.57)$$

$$\cos(\omega t) \frac{d^2}{dx^2} A(x) = -\frac{\omega^2}{v^2} A(x) \cos(\omega t) \quad (3.58)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A(x) = -\frac{\omega^2}{v^2} A(x) \quad (3.59)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} A(x) = -k^2 A(x). \quad (3.60)$$

Na qual,

$$k = \frac{\omega}{v}. \quad (3.61)$$

A solução da Equação (3.60), é dada por:

$$A(x) = a \cos(kx) + b \sin(kx). \quad (3.62)$$

Na qual, a e b são parâmetros a serem determinados, de acordo com o tipo e sistema que estaremos estudando e k é o número de onda.

O fato da corda possuir as extremidades fixas, nos mostra que nesses pontos a corda não pode oscilar, ou seja:

$$A(0) = 0 \quad (3.63)$$

$$A(L) = 0 \quad (3.64)$$

As Equações (3.63) e (3.64) são chamadas de condições de contorno. Pois relacionam o valor que a função $A(x)$ deve assumir nos pontos onde a corda é fixada. Impondo a condição de contorno, dada pela Equação (3.63), na Equação (3.62) obtemos

$$A(0) = 0 \quad (3.65)$$

$$a \cos(k \cdot 0) + b \sin(k \cdot 0) = 0. \quad (3.66)$$

Logo, a Equação (3.66) é satisfeita se e somente se $a = 0$. Assim, a Equação (3.62) deve ser

reescrita de forma a se adequar à condição de contorno, portanto

$$A(x) = b \operatorname{sen}(kx). \quad (3.67)$$

Agora, impondo a condição de contorno (3.64) na Equação (3.67), temos

$$A(L) = 0 \quad (3.68)$$

$$b \operatorname{sen}(kL) = 0. \quad (3.69)$$

A Equação (3.67) será satisfeita se e somente se

$$\operatorname{sen}(kL) = 0. \quad (3.70)$$

A Equação (3.70) é satisfeita se

$$kL = n\pi. \quad (3.71)$$

Na qual, $n = 1, 2, 3, \dots$, ou seja n é um número inteiro, positivo e diferente de zero. Podemos reescrever o número de onda, em termos do índice n e do comprimento L da corda.

$$k_n = \frac{n\pi}{L}. \quad (3.72)$$

Substituindo a Equação (3.32) na Equação (3.72), obtemos

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\pi}{L}. \quad (3.73)$$

Logo,

$$L = n \frac{\lambda}{2}. \quad (3.74)$$

A Equação (3.74) nos mostra que em um comprimento L estarão presente n semicomprimentos de onda λ . Cada valor de n define o que chamamos de “modos de vibração” ou modos harmônicos. A Figura (3.7) representa os 3 primeiros modos de vibração em uma corda.

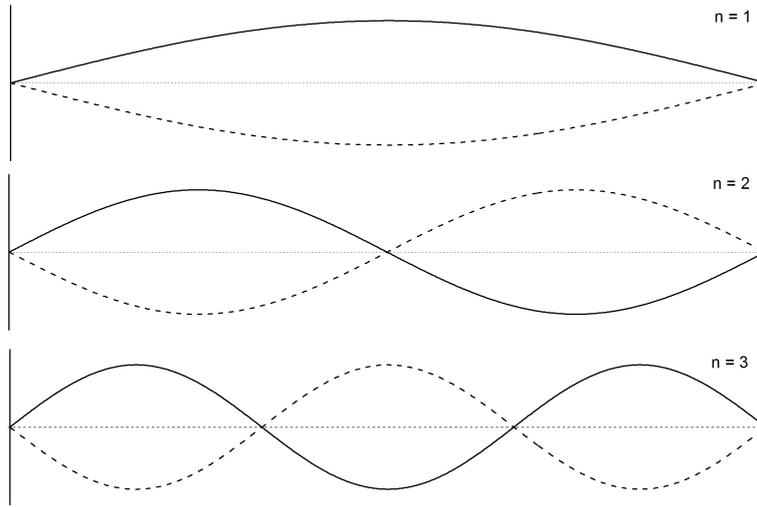


Figura 3.7: Representação dos três primeiros modos harmônicos ($n = 1$, $n = 2$ e $n = 3$) que surgem devido as ondas estacionárias em um corda de comprimento L .

Fonte: Autoria própria.

Por outro lado, definimos na Equação (3.40) a relação entre o número de onda e a frequência angular, ou seja,

$$k = \frac{\omega}{v} \quad (3.75)$$

Substituindo a Equação (3.72) na Equação (3.40), temos

$$\frac{n\pi}{L} = \frac{\omega_n}{v} \quad (3.76)$$

$$\omega_n = n \frac{\pi v}{L} \quad (3.77)$$

$$\omega_n = n \frac{\pi v}{L}. \quad (3.78)$$

A Equação (3.78) mostra que as frequências angulares de oscilação que estarão presente na corda de comprimento L , dependem da velocidade de propagação das ondas na corda e possuem valores discretos dados pelo número n . Substituindo a definição do período de oscilação T na Equação (3.78), temos:

$$\frac{2\pi}{T} = n \frac{\pi v}{L} \quad (3.79)$$

$$\frac{1}{T} = n \frac{v}{2L}. \quad (3.80)$$

Por outro lado, substituindo a definição da frequência f , na Equação (3.80), temos que:

$$\frac{1}{T} = n \frac{v}{2L} \quad (3.81)$$

$$f_n = n \frac{v}{2L}. \quad (3.82)$$

A Equação (3.82) mostra que os valores de frequência das ondas na corda são proporcionais à velocidade de propagação das ondas, e inversamente proporcionais ao comprimento da corda (cordas mais curtas produzem frequências mais altas!) e além disso, possuem valores discretos dados pelo número inteiro n .

Substituindo a Equação (3.25) na Equação (3.82), obtemos a relação entre a frequência dos harmônicos, da onda estacionária, a tração T , a densidade μ e o comprimento da corda L ,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (3.83)$$

A Figura (3.8) apresenta a dependência da frequência do primeiro harmônico em função do comprimento da corda L , da tração T e da densidade μ .

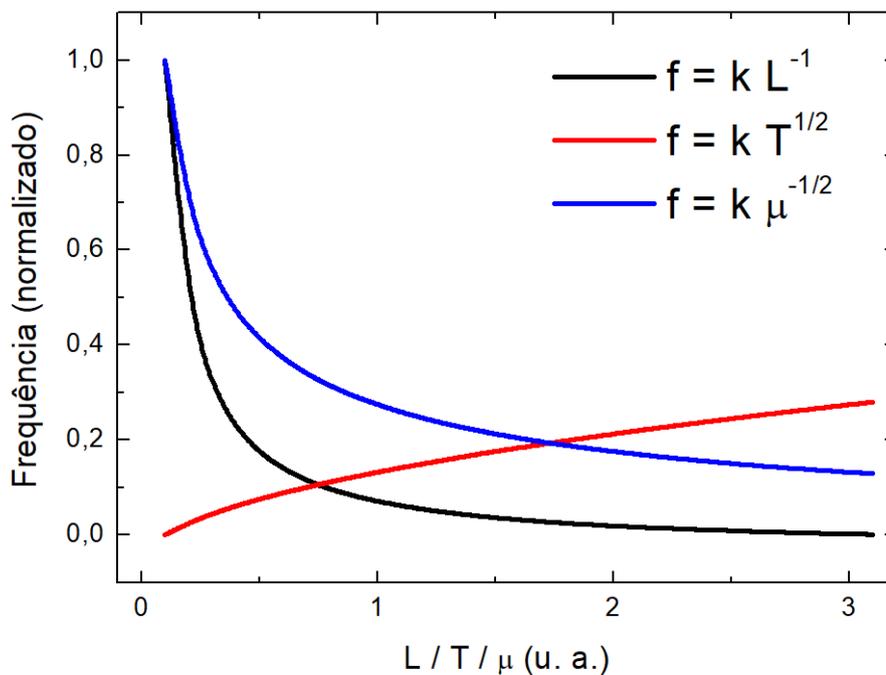


Figura 3.8: Frequência do primeiro harmônico em função do comprimento da corda (linha preta), tração na corda (linha vermelha) e densidade da corda (linha azul).

Fonte: Autoria própria

Capítulo 4

Confecção do produto educacional

Neste capítulo, relatamos todas as etapas de confecção do produto educacional proposto. Como dito anteriormente, o PE é composto por um conjunto experimental qualitativo sobre ondas estacionárias e um sequência didática que trata como aplicar o referido conjunto experimental.

4.1 Materiais

Para confecção do conjunto experimental, que é parte integrante do PE proposto, foram utilizados os seguintes materiais:

1. Chapa de MDF com espessura de 1,5 cm.
2. Motor 12 VDC.
3. Roldana plástica, com diâmetro de 3,0 cm e acoplamento aparafusável.
4. Linha de poliamida (linha de pesca) com diferentes diâmetros.
5. Chumbos de pesca com massa aproximada de 10g.
6. Balança digital.
7. Conector pino banana macho.
8. Conector pino banana fêmea.
9. Caixa plástica para prototipagem.
10. Cabo elétrico de PVC flexível 0,75 mm e 750 V.

11. Raios de bicicleta ($300,00 \times 2,56$) mm.
12. Gerador de funções.

4.2 Montagem

A chapa de MDF foi cortada de modo a ficar com as dimensões de ($100,0 \times 10,0 \times 1,5$) cm. Uma vez cortada, foram feitos furos de 0,5 cm de diâmetro, espaçados a cada 5,0 cm ao longo do centro da barra. Conforme representado na Figura (4.1).

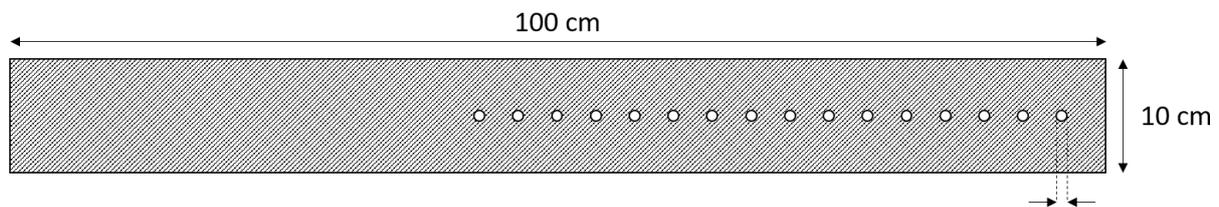


Figura 4.1: Ilustração das dimensões e furação da chapa de MDF, utilizada como base para montagem do experimento.

Fonte: Autoria própria.

A função desta chapa é servir de base para a montagem do experimento. Além disso os furos, igualmente espaçados, servirão para conectar o sistema de vibração da corda e alterar o comprimento da mesma.

Em uma das extremidades da base é colocado a roldana aparafusável, de modo que uma das extremidades da roldana esteja livre para deixar que a linha de poliamida possa ficar pendurada.

Para gerar as ondas estacionárias, é necessário que a linha possua um gerador de perturbações periódicas. Para isso, confeccionamos uma unidade geradora de vibração, utilizamos um motor de 12 VCD conectado a um gerador de funções. A função do gerador é produzir uma corrente alternada, que muda periodicamente o sentido de rotação do motor. Desta forma, conectando o eixo do motor à linha, produzimos perturbações periódicas que originam as ondas estacionárias.

Com o intuito de proteger as conexões elétrica entre o gerador e o motor e facilitar o acoplamento deste sistema de perturbação com a base de MDF, o motor foi colocado dentro de um caixa plástica de prototipagem. Esta caixa, apresenta dois pinos banana fêmea, aos quais são conetados o gerador de funções e dois pinos banana machos, que são utilizados para conectar a caixa plástica com a base de MDF. Esta caixa com o motor (dentro) e os pinos banana, são mostrados na Figura (4.2).

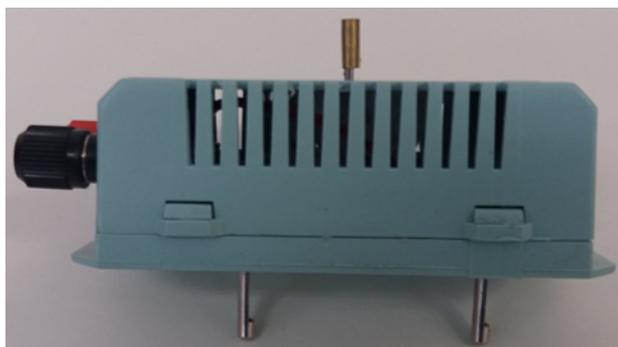


Figura 4.2: Unidade geradora de vibração com motor (interno), pinos banana fêmea para conexão com o gerador de funções e pinos banana macho para conexão do sistema de perturbação com a base de MDF.

Fonte: Autoria própria.

A unidade geradora de vibração é conectada nos furos da base de MDF. Alterando a posição da conexão, é possível alterar o comprimento “útil” da linha.

Para finalizar a configuração do experimento, basta conectar uma das extremidades da linha ao eixo do motor e a outra extremidade a um gancho (feito com os raios da bicicleta). A função do gancho é servir como suporte para se adicionar diferentes quantidade de massa. Essa variação de massa é realizada pela adição/retirada de diferentes quantidades de chumbo de pesca. A função dessas massas é de produzir uma tração na linha. A Figura (4.3) mostra a representação esquemática do conjunto experimental proposto.

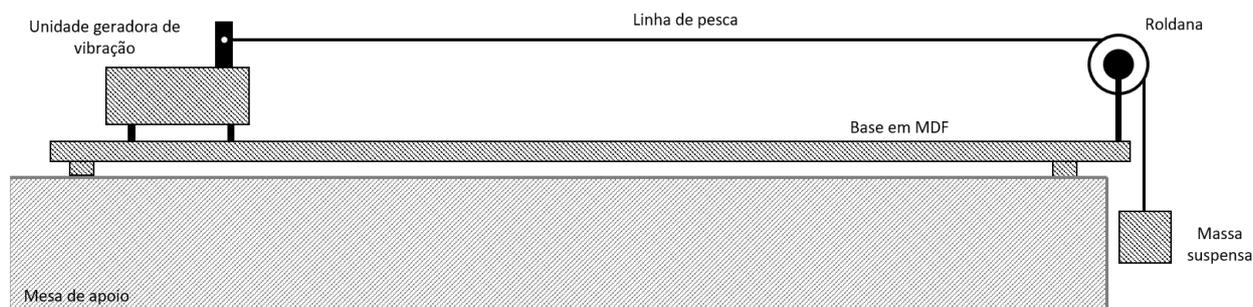


Figura 4.3: Representação do conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária.
Fonte: Autoria própria.

O gerador de funções é o equipamento que apresenta maior custo. Para contornar isso, é possível utilizar um aparelhos celular, com aplicativo gerador de funções, conectado a um amplificador de áudio ou geradores de funções de baixo custo, que são conectados à plataforma Arduino.

A Figura (4.4) mostra a montagem experimental utilizada para este trabalho.

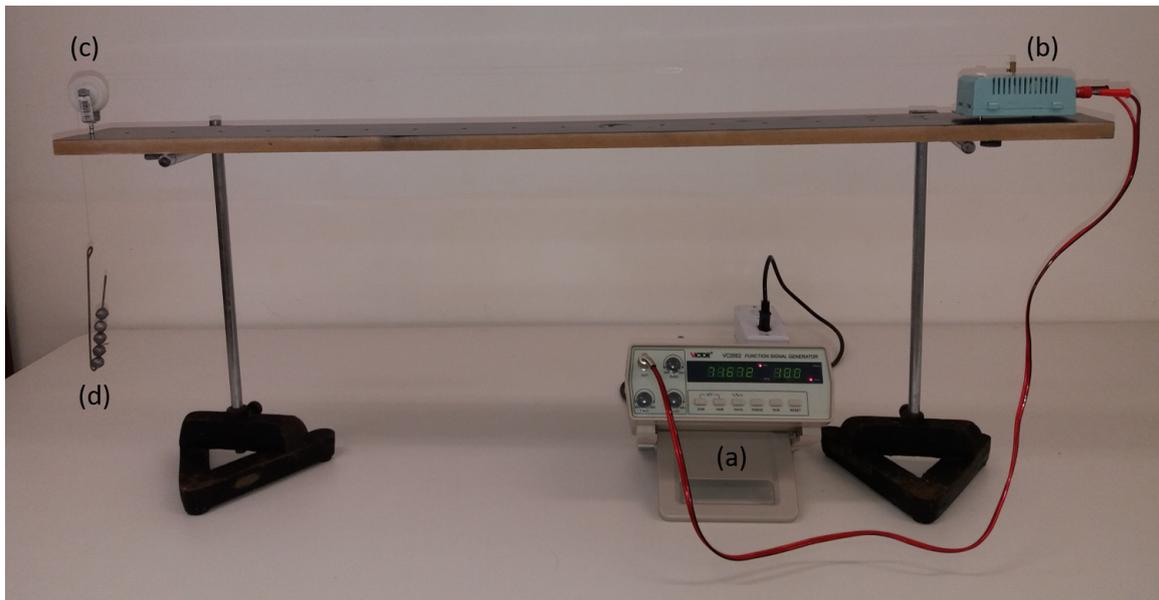


Figura 4.4: Conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária: (a) gerador de funções, (b) unidade geradora de funções, (c) roldana plástica e (d) gancho (feito com raio de bicicleta) com chumbos de pesca.

Fonte: Autoria própria.

4.3 Funcionamento

Para o correto funcionamento do conjunto experimental, é necessário que seja seguidos a seguinte rotina:

1. Conecte o gerador de funções na rede elétrica, certificando-se que seja conectado na tensão recomendada pelo fabricante. Em nosso caso, $127V$.
2. Conecte a unidade geradora de vibração à base de MDF.
3. Use o cabo BNC-banana, para conectar o gerador de funções à unidade geradora de vibração.
4. Ligue o gerador de funções mantendo o valor de amplitude (tensão de saída) igual a zero.
5. Fixe uma das extremidade da linha de poliamida ao eixo do motor e a outra ao gancho. É necessário que a linha passe sobre a roldana, ficando livre, conforme mostrado na Figura (4.4).
6. Coloque o chumbo de pesca no gancho.
7. Escolha uma frequência de saída no gerador de funções.

8. Aumente a tensão de saída do gerador de funções (amplitude).

Na medida que a frequência no gerador de funções é alterada é possível verificar que, para alguns valores de frequência, surgem ondas estacionárias, conforme ilustrada pela Figura (4.5).

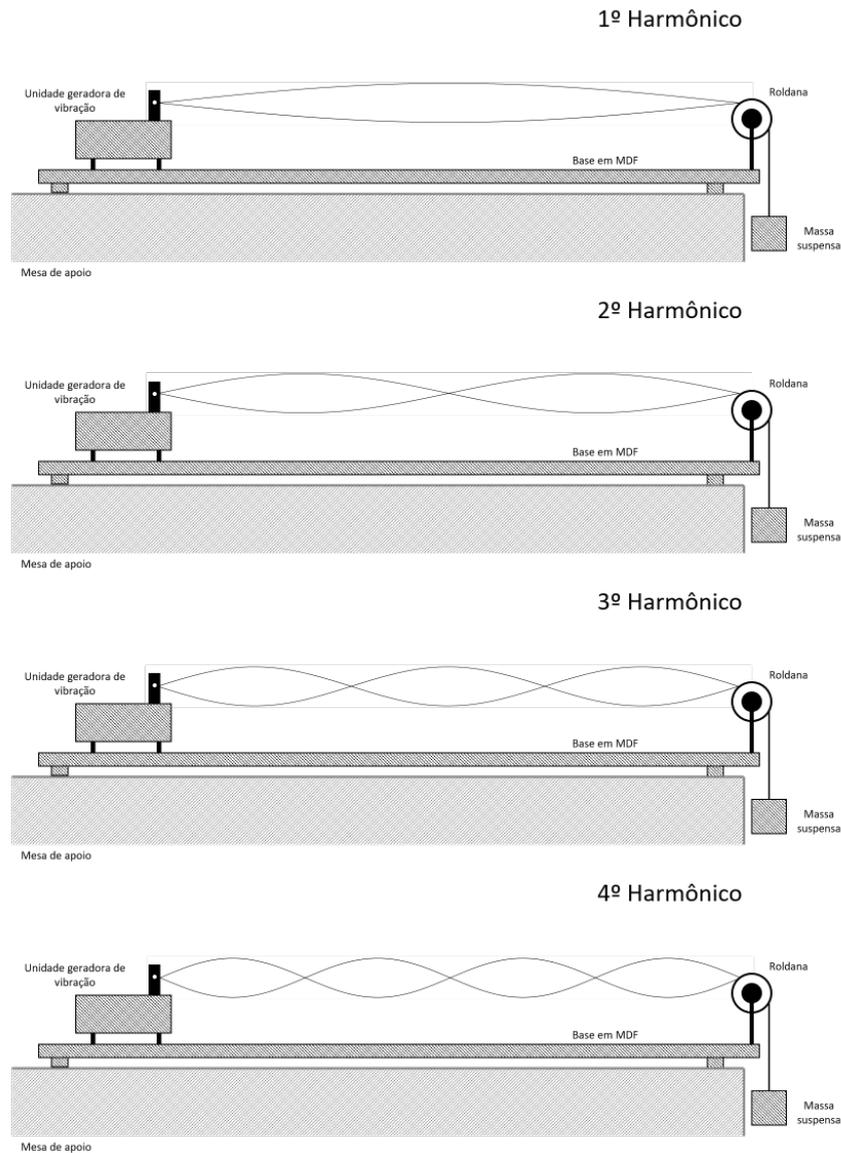


Figura 4.5: Ilustração da observação dos harmônicos gerados pelas ondas estacionárias.
Fonte: Autoria própria.

Este conjunto experimental é voltado para que os alunos possam observar o fenômeno das ondas estacionárias em cordas (linha) e analisar qualitativamente e quantitativamente os seguintes aspectos:

- Verificar que as frequências dos harmônicos são múltiplas da frequência fundamental ($n = 1$)
- Determinar a relação entre as frequências dos harmônicos e o comprimento da linha.

- Determinar a relação entre as frequências dos harmônicos e a tração na linha.
- Determinar a relação entre as frequências dos harmônicos e densidade da linha.

Os aspectos que podem ser observados, com o uso do conjunto experimental proposto, permitem que o aluno possa obter “experimentalmente” a relação para a frequência dos harmônicos,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (4.1)$$

A maneira como o professor pode conduzir o experimento será descrita no capítulo 6 com a sugestão de como aplicar a sequência didática.

Capítulo 5

Resultados

Para fazer uma verificação do conjunto experimental, proposto no produto educacional desenvolvido neste trabalho, realizamos um série de experimentos, no intuito de verificarmos e determinarmos os seguintes aspectos, associados ao fenômeno das ondas estacionárias em cordas.

1. Quantização das frequências dos harmônicos.
2. Relação entre a frequência e o comprimento.
3. Relação entre a frequência e a tração.
4. Relação entre a frequência e a densidade.

5.1 Quantização das frequências dos harmônicos

Com a finalidade de observar para quais valores de frequência é possível obter um harmônico, ou seja, determinar as frequências dos harmônicos, utilizamos como “corda” a linha de poliamida com diâmetro de 0,20 mm e comprimento “útil” de $L = 0,91m$. Nesse experimento, foram obtidas as frequências de cada harmônico, para diferentes valores de massa. Conforme os dados apresentados na Tabela (5.1).

Tabela 5.1: Frequências dos harmônicos para diferentes valores de massa suspensa. Fonte: Autoria própria.

Massa (g)	Frequência (Hz)			
-	1°	2°	3°	4°
17,8	23,9	46,8	70,4	94,6
28,4	31,0	60,7	91,6	121,0
41,1	36,9	72,7	109,0	144,0
53,1	42,1	83,3	125,0	166,0

Com os dados obtidos e apresentados na Tabela (5.1) foi possível verificar a relação entre as frequências dos harmônicos (f_n) e a frequência do primeiro harmônico (f_1). Para isso, os valores obtidos para as f_n foram normalizadas pelo valor obtido para a frequência do primeiro harmônico. Esse resultado é apresentado na Tabela (5.2).

Tabela 5.2: Frequências dos harmônicos, normalizadas pela frequência do primeiro harmônico, para diferentes valores de massa suspensa. Fonte: Autoria própria.

Massa (g)	Frequência (Hz)			
-	1°/1°	2°/1°	3°/1°	4°/1°
17,8	1,00	1,96	2,95	3,96
28,4	1,00	1,96	2,95	3,90
41,1	1,00	1,97	2,95	3,90
53,1	1,00	1,98	2,97	3,94

Considerando um valor satisfatório, o resultado apresentado na Tabela (5.2) permite observar que os valores das frequências dos harmônicos (f_n) são múltiplas do valor da frequência do primeiro harmônico f_1 . Ou seja

$$f_n \propto n f_1. \quad (5.1)$$

5.2 Relação entre a frequência e o comprimento

Para verificar a relação entre a frequência dos harmônicos e o comprimento da linha. Foram realizados uma série de experimentos nos quais foram determinados os valores das frequências para diferentes valores de comprimento “útil” da linha. Nestes experimentos, utilizou-se a linha de 0,20 mm e a massa de 28,4 g. A Tabela (5.3) apresenta os resultados obtidos.

Tabela 5.3: Frequências dos harmônicos para diferentes valores de comprimento da linha. Fonte: Autoria própria.

Comprimento (m)	Frequência (Hz)			
	1°	2°	3°	4°
-				
0,81	35,3	70,7	107,0	142,0
0,71	40,8	81,6	122,0	162,0
0,61	46,2	92,5	139,0	184,0
0,51	55,7	112,0	166,0	222,0

A Figura (5.1) apresenta o gráfico dos valores para frequência dos harmônicos, em função do comprimento da linha.

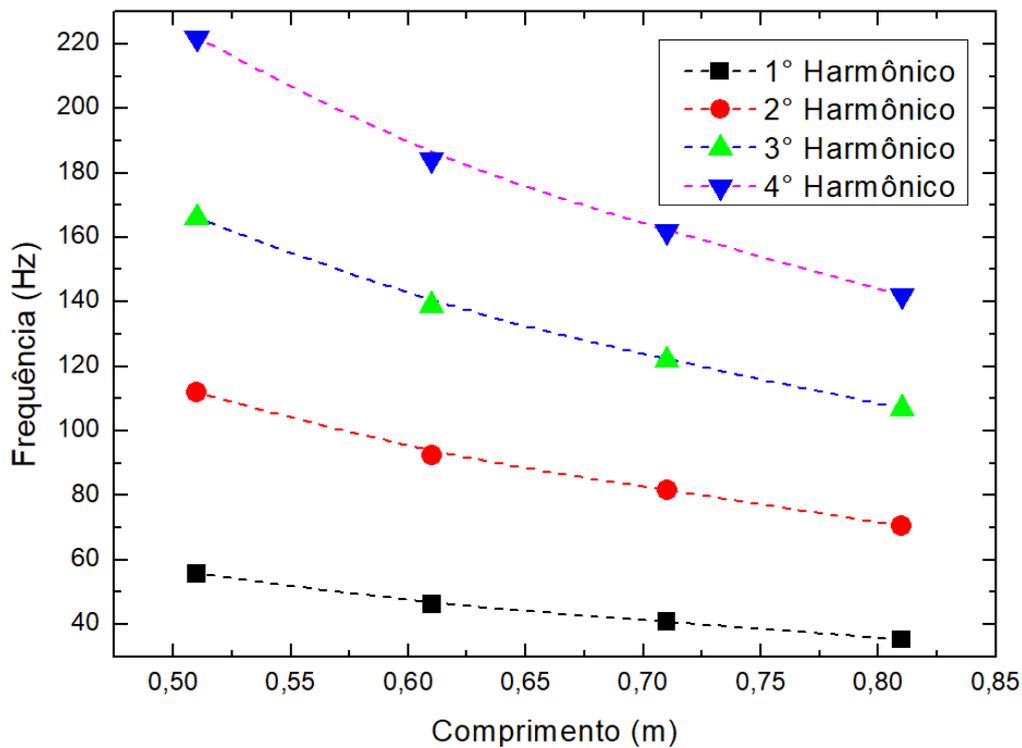


Figura 5.1: Frequência dos harmônicos em função do comprimento da linha. As linhas pontilhadas são apenas um guia visual.

Fonte: Autoria própria.

Observando os dados apresentados na Figura (5.1) é possível notar que, ao aumentar o comprimento da linha (L) os valores das frequências, para qual ocorrem os harmônicos, diminuem. Assim, podemos supor que $f_n \propto L^a$. Para obter o expoente que descreve a relação entre f_n e

L , utilizamos um programa de análise de gráficos (SciDaVis) e a Equação (5.2), para realizar o ajuste teórico dos dados e obter o valor de α .

$$f_n = aL^\alpha. \quad (5.2)$$

A Figura (5.2) apresenta os dados experimentais e a curva de ajuste.

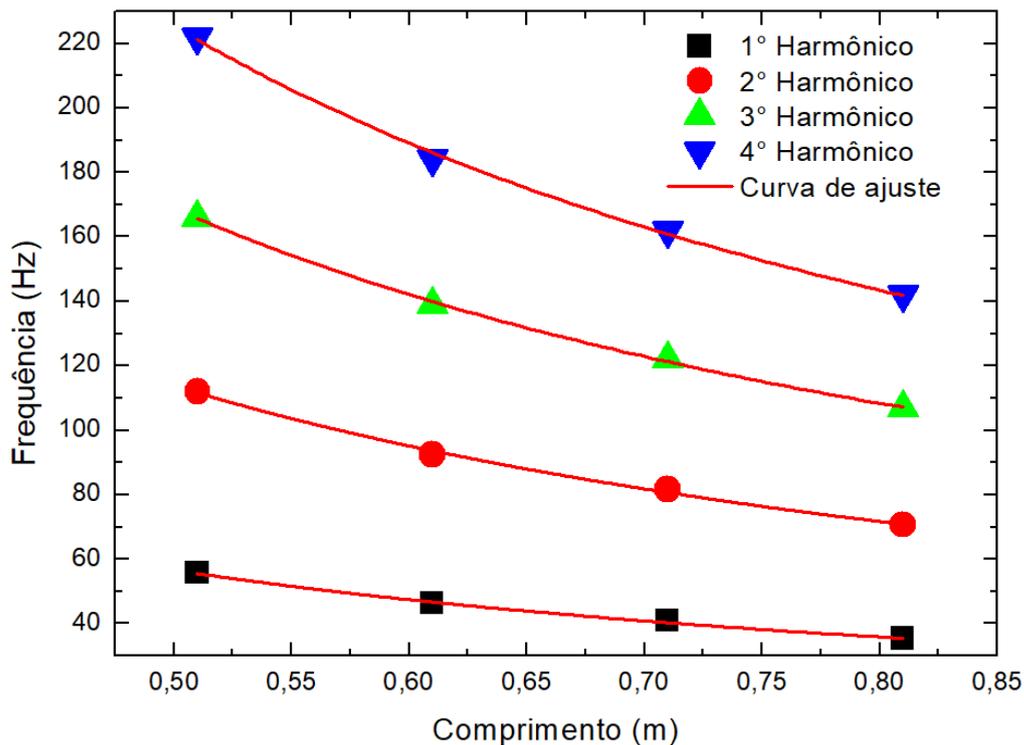


Figura 5.2: Frequência dos harmônicos em função do comprimento da linha e curvas de ajuste obtidas com a Equação (5.2).

Fonte: Autoria própria.

O resultados, obtidos para os parâmetros a e α são apresentados na Tabela (5.4).

Tabela 5.4: Resultados do ajuste dos dados apresentados nos gráficos da Figura (5.2), utilizando a Equação (5.2). Fonte: Autoria própria.

Harmônico	Parâmetro a (Hz)	Parâmetro α
1°	$28,9 \pm 0,5$	$-(0,97 \pm 0,03)$
2°	58 ± 1	$-(0,98 \pm 0,03)$
3°	$87,8 \pm 0,8$	$-(0,94 \pm 0,02)$
4°	116 ± 2	$-(0,96 \pm 0,03)$

Os resultados apresentados na Tabela (5.4) mostram que o parâmetro α é negativo e, é aproximadamente igual a 1 (um) para qualquer valor de harmônico. Logo, podemos supor que a dependência da frequência dos harmônicos em relação a o comprimento da linha é dada por:

$$f_n \propto L^{-1}. \quad (5.3)$$

O resultado obtido experimentalmente para a relação da frequência com o comprimento da linha consiste com a previsão teórica mostrado na Figura 3.8.

5.3 Relação entre a frequência e a tração

Utilizando os dados apresentados na Tabela (5.1) é possível confeccionar os gráficos das frequências dos harmônicos em função da tração. Para isso, note que a massa está suspensa e sujeita a ação gravitacional, ou seja, a tração na corda é, em módulo, igual a força peso que atua nas massas,

$$T = m \cdot g. \quad (5.4)$$

Na qual, g é a aceleração gravitacional local. Assumindo o valor de $g = 9,79m/s^2$ foi utilizado para calcular a força peso, e conseqüentemente, a tração que a linha estava sujeita. Os valores da frequência em função da tração são apresentados nos gráficos da Figura (5.3).

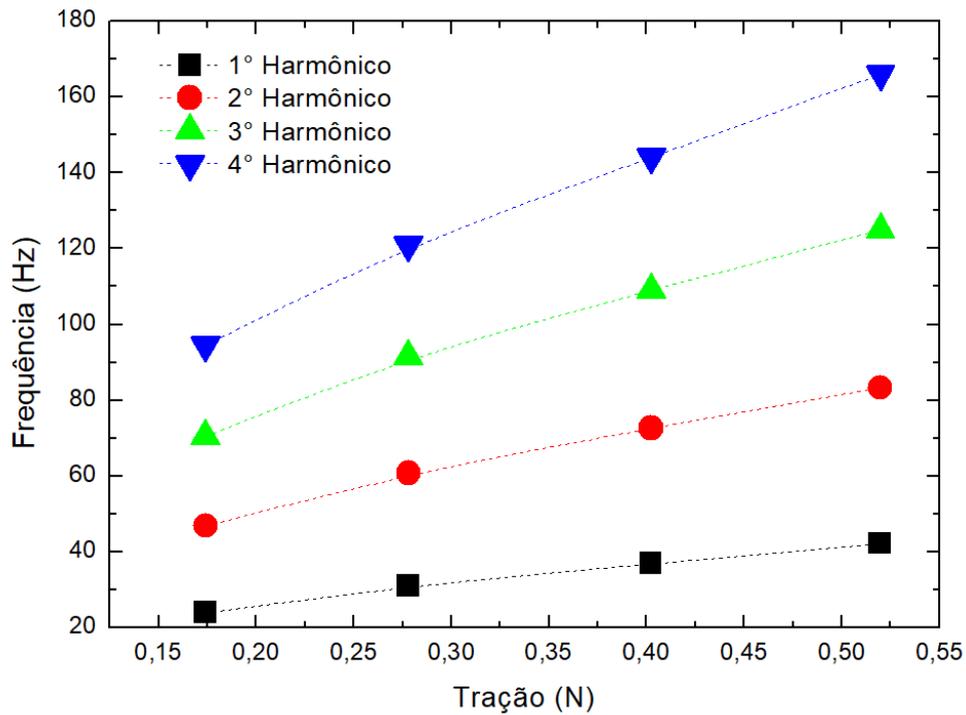


Figura 5.3: Frequência dos harmônicos em função da tração na linha. As linhas tracejadas são apenas um guia visual.

Fonte: Autoria própria.

Observando os dados apresentados na Figura (5.3) é possível notar que, ao aumentar o a tração na linha (\vec{T}) os valores das frequências, para qual ocorrem os harmônicos, aumentam. Assim, podemos supor que $f_n \propto T^\beta$. Para obter o expoente β , que descreve a relação entre f_n e T , utilizamos um programa de análise de gráficos (SciDaVis) e a Equação (5.5), para realizar o ajuste teórico dos dados e obter o valor de β .

$$f_n = bT^\beta. \quad (5.5)$$

A Figura (5.4) apresenta os dados experimentais, da frequência dos harmônicos em função da tração na linha e a curva de ajuste teórica.

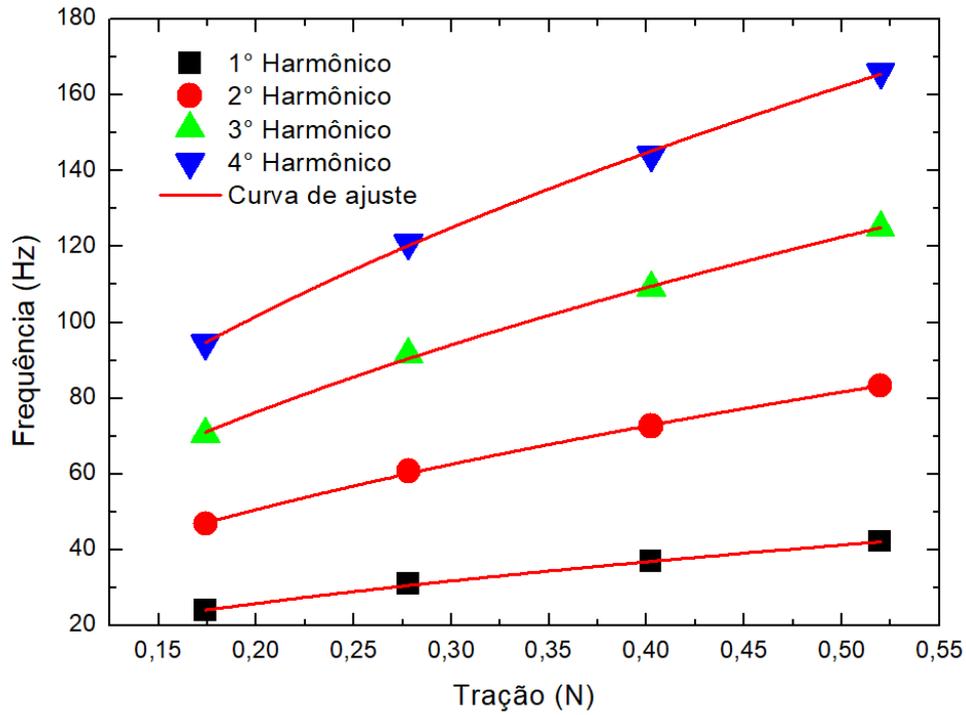


Figura 5.4: Frequência dos harmônicos em função da tração na linha e curva de ajuste (linhas vermelhas).

Fonte: Autoria própria.

O resultados, obtidos para os parâmetros b e β são apresentados na Tabela (5.5).

Tabela 5.5: Resultados do ajuste dos dados apresentados nos gráficos da figura (5.4), utilizando a equação (5.5). Fonte: Autoria própria.

Harmônico	Parâmetro b (Hz)	Parâmetro β
1°	59 ± 1	$0,51 \pm 0,01$
2°	117 ± 1	$0,52 \pm 0,01$
3°	175 ± 2	$0,52 \pm 0,01$
4°	231 ± 3	$0,51 \pm 0,01$

Os resultados apresentados na Tabela (5.5) mostram que o parâmetro β é positivo e aproximadamente igual a $1/2$, para qualquer valor de harmônico. Logo, podemos dizer que a dependência da frequência dos harmônicos em relação à tração linha é dada por:

$$f_n \propto T^{1/2} \quad (5.6)$$

$$f_n \propto \sqrt{T}. \quad (5.7)$$

O resultado obtido experimentalmente para a relação da frequência com a tensão da linha consiste com a previsão teórica mostrado na Figura 3.8.

5.4 Relação entre a frequência e a densidade

Por fim, para verificar a relação entre as frequências dos harmônicos e a densidade da linha¹. Realizamos uma série de experimentos, nos quais as frequências do harmônicos foram determinadas para diferentes valores de densidade da linha. Para isso, a massa e comprimento foram mantidos constantes e iguais a 28,4 g e 0,91 m, respectivamente. A Tabela (5.6) apresenta os resultados obtidos para esta série de experimentos.

Tabela 5.6: Frequências dos harmônicos para diferentes valores de densidade da linha. Fonte: Autoria própria.

Densidade ($10^{-5}kg/m$)	Frequência (Hz)			
	1°	2°	3°	4°
-				
8,7	31,0	60,7	91,6	121,0
9,1	30,4	60,4	90,6	120,0
13,4	25,0	49,4	73,9	98,0
35,4	15,4	32,3	48,3	64,3

Novamente, para facilitar a análise dos resultados, foi confeccionado o gráfico da frequência do harmônicos em função da densidade da linha. Estes gráficos podem ser observados na Figura (5.5).

¹A palavra densidade foi utilizada para representar a densidade linear, ou seja, a densidade em unidade de kg/m .

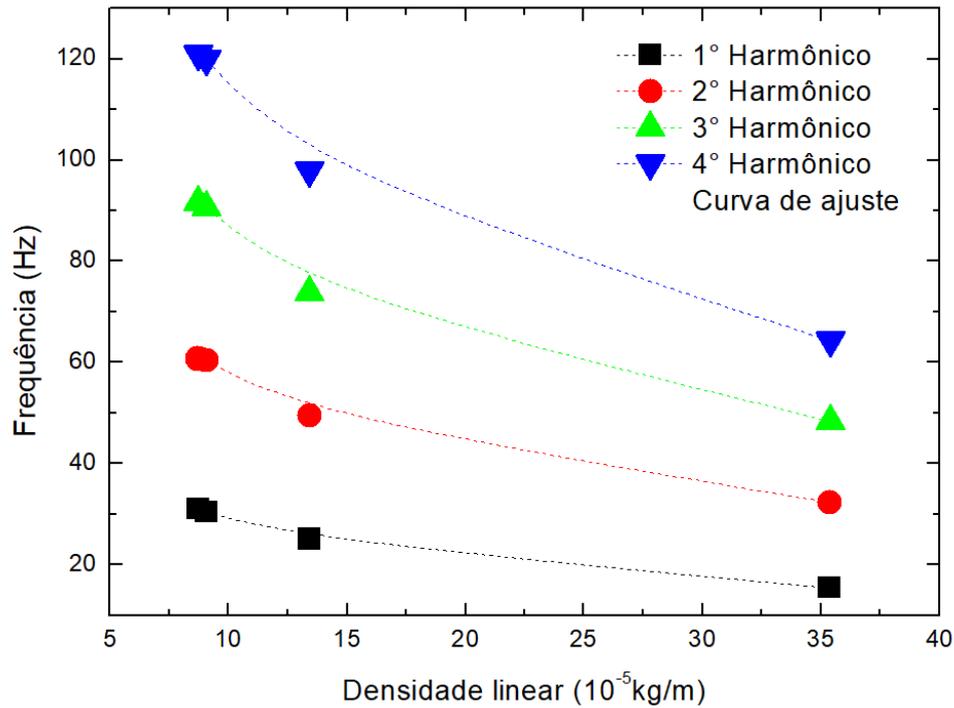


Figura 5.5: Frequência dos harmônicos em função da densidade linear da linha. As linhas tracejadas são apenas um guia visual.

Fonte: Autoria própria.

Observando os dados apresentados na Figura (5.5) é possível notar que, ao aumentar a densidade da linha (μ) os valores das frequências, para qual ocorrem os harmônicos, diminuem. Assim, podemos supor que $f_n \propto \mu^\gamma$. Para obter o expoente γ , que descreve a relação entre f_n e μ , utilizamos um programa de análise de gráficos (SciDaVis) e a Equação (5.8), para realizar o ajuste teórico dos dados e obter o valor de γ .

$$f_n = c\mu^\gamma. \quad (5.8)$$

A Figura (5.6) apresenta os dados experimentais, da frequência dos harmônicos em função da tração na linha e a curva de ajuste teórica.

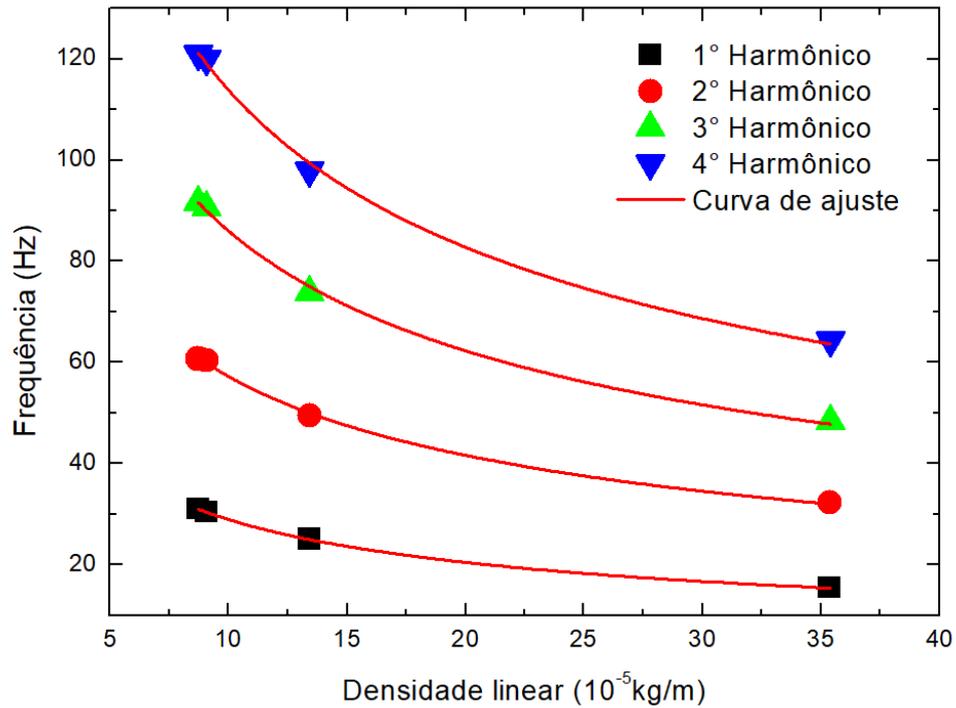


Figura 5.6: Frequência dos harmônicos em função da densidade da linha e curva de ajuste (linhas vermelhas).

Fonte: Autoria própria.

O resultados, obtidos para os parâmetros c e γ são apresentados na Tabela (5.7).

Tabela 5.7: Resultados do ajuste dos dados apresentados nos gráficos da Figura (5.6), utilizando a Equação (5.8). Fonte: Autoria própria.

Harmônico	Parâmetro c (Hz)	Parâmetro γ
1°	$0,29 \pm 0,1$	$-(0,50 \pm 0,01)$
2°	$0,8 \pm 0,1$	$-(0,46 \pm 0,01)$
3°	$1,2 \pm 0,2$	$-(0,46 \pm 0,01)$
4°	$1,6 \pm 0,2$	$-(0,46 \pm 0,01)$

Os resultados apresentados na Tabela (5.7) mostram que o parâmetro γ é negativo e aproximadamente igual a $-1/2$, para qualquer valor de harmônico. Logo, podemos dizer que a dependência da frequência dos harmônicos em relação à densidade da linha é dada por:

$$f_n \propto \mu^{-1/2} \quad (5.9)$$

$$f_n \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}. \quad (5.10)$$

O resultado obtido experimentalmente para a relação da frequência com a densidade da linha consiste com a previsão teórica mostrado na Figura 3.8.

Em resumo, as séries de experimentos, realizados com o conjunto experimental proposto neste PE, foram possíveis obter os seguintes resultados:

$$f_n \propto n f_1 \quad (5.11)$$

$$f_n \propto L^{-1} \quad (5.12)$$

$$f_n \propto \sqrt{T} \quad (5.13)$$

$$f_n \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}. \quad (5.14)$$

Este conjunto de equações permite escrever uma única equação que relaciona a frequência com a tração, a densidade e o comprimento. Ou seja

$$f_n \propto \frac{n}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (5.15)$$

$$f_n = \frac{1}{k} \frac{n}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (5.16)$$

Na qual, K é a constante de proporcionalidade, cuja análise dimensional revela que a mesma é adimensional.

A constante K é obtida substituindo os valores de f_n , T , μ e L , na Equação (5.16). Para isso, vamos utilizamos os dados da Tabela (5.3) e a Equação (5.16) para calcular os valores de K para os quatro primeiros harmônicos. Os resultados são apresentados na Tabela (5.8).

Tabela 5.8: Valores para a constante K calculados com os dados da Tabela (5.3), por meio da Equação (5.16). Para este cálculo foram utilizados os valores de $T = 0,28N$ e $\mu = 8,73 \times 10^{-5}kg/m$. Fonte: Autoria própria.

Comprimento (m)	Frequência (Hz)				K			
	1°	2°	3°	4°	1°	2°	3°	4°
-	1°	2°	3°	4°	1°	2°	3°	4°
0,81	35,3	70,7	107,0	142,0	1,97	1,97	1,95	1,96
0,71	40,8	81,6	122,0	162,0	1,95	1,95	1,95	1,96
0,61	46,2	92,5	139,0	184,0	2,00	2,00	2,00	2,01
0,51	55,7	112,0	166,0	222,0	1,99	1,98	2,00	1,99

Os resultados apresentados na Tabela (5.8) permitem afirmar que $K = 2$. Assim, substituindo

este valor na Equação (5.16), obtemos a relação da frequência, prevista pela teoria.

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (5.17)$$

Os resultados obtidos, mostram que o conjunto experimental proposto neste PE, pode contribuir com a análise qualitativa e quantitativa do fenômeno das ondas estacionárias em um corda. Cabe ao professor, selecionar quais experimentos, resultados e descrição teórica, de acordo com o nível de ensino, estrutura e turma. Neste PE, apresentamos uma abordagem geral, que pode ser aplicada nos mais diversos níveis de ensino.

Capítulo 6

Sequência didática

Este trabalho tem como objetivo a potencialização da aprendizagem no estudo de ondas estacionárias que se propagam em cordas vibrantes, tendo a experimentação como pano de fundo. A sequência didática (SD) adotada busca aulas mais interessantes e motivadoras, ofertando condições para que o aluno elabore seu próprio conhecimento.

Nesse sentido, a SD foi elaborada priorizando alguns pontos importantes para o conhecimento do aluno como: a relevância de uma situação problema, a formação de pequenos grupos para a realização de experimentos e confecção de gráficos, o gerenciamento da sala feito pelo professor, a passagem de ação manipulativa para a ação intelectual, a passagem da linguagem cotidiana para a linguagem científica e a importância da tomada de consciência dos próprios atos para uma aprendizagem significativa. A SD compõe-se em três etapas, cada uma delas interligadas com as demais, para possibilitar aos alunos maior aproveitamento durante a execução.

6.0.1 Apresentação do fenômeno

Nesta etapa, o professor deve apresentar o fenômeno das ondas estacionárias. Cabe a ele, decidir se a montagem do experimento será realizada pelos alunos ou pelo professor. Aconselhamos que o professor explique brevemente qual a função de cada componente do conjunto experimental. Com o experimento já montado, seja pelos alunos ou pelo próprio professor, para apresentar o fenômeno, sugerimos as seguintes opções:

- (a) O professor deve orientar os alunos que coloque uma massa no gancho, liguem o gerador de função e variem a frequência de modo a observar o surgimento dos harmônicos.
- (b) O professor opera o gerador de funções, e ele mesmo mostra que na medida que a

frequência de saída do gerador de funções é alterada, surgem harmônicos.

Dado a reduzida quantidade de conjuntos experimentais, que foram produzidas, durante a aplicação do PE, optamos por utilizar a segunda abordagem. Ou seja, o professor demonstrou o fenômeno.

Ainda na etapa de apresentação do fenômeno, o professor pode despertar a curiosidade do alunos, mostrando de forma breve e sem maiores detalhes, através de uma demonstração qualitativa que:

- Os harmônicos não ocorrem para qualquer frequência.
- A quantidade de massa pendurada e/ou o comprimento e/ou o diâmetro da linha influenciam a frequência para qual ocorre o primeiro.

O professor deve aproveitar a demonstração/observação qualitativa dos conceitos de frequência, harmônicos e outros conceitos básico que julgar necessário para formar um conhecimento base, e mínimo para que os alunos possam compreender os objetivos da atividade experimental proposta. Além disso, sugerimos que o professor, durante esta etapa, avalie os conhecimentos prévio do alunos, aplicando um atividade que seja capaz de avaliar como o aluno explica o fenômeno que ele observou.

6.0.2 Execução do experimento

O professor deve organizar os alunos em grupo, feito isso, sugerimos que o professor apresente o objetivo da atividade experimental, que é verificar a relação entre as frequências do harmônicos e como o comprimento, tração e densidade podem influenciá-las. Para isso, sugerimos que o professor solicite que os alunos obtenham os seguintes dados:

1. Obter os valores das frequências para os quatro primeiros harmônicos. Sugerimos que estes dados sejam organizados em uma tabela. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da massa, da densidade e do comprimento, que são mantidos fixos.
2. Obter os valores das frequências para os quatros harmônicos, para diferentes valores de massa adicionada na linha. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da densidade e do comprimento, que são mantidos fixos. Para diminuir o tempo de execução desta etapa, o professor pode solicitar que os alunos meçam apenas os valores das frequências do primeiro harmônico.

3. Obter os valores das frequências para os quatro harmônicos, para diferentes valores de comprimento “útil” da linha. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da massa e da densidade, que são mantidos fixos. Para diminuir o tempo de execução desta etapa, o professor pode solicitar que os alunos meçam apenas os valores das frequências do primeiro harmônico.
4. Obter os valores das frequências para os quatro harmônicos, para diferentes valores de densidade linear da linha. Esta etapa é realizada, utilizando linhas com diâmetros diferentes. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da massa e do comprimento, que são mantidos fixos. Para diminuir o tempo de execução desta etapa, o professor pode solicitar que os alunos meçam apenas os valores das frequências do primeiro harmônico.

6.0.3 Análise dos resultados

Sugerimos que esta etapa seja realizada em um segundo encontro. No entanto, é importante que o professor comente com os alunos o que será realizado no próximo encontro. Ou seja, que será feita análise dos resultados e para isso os alunos confeccionarão gráficos. Para isso, o professor pode utilizar as seguintes estratégias:

- (a) Solicitar que, em casa, os alunos façam download de aplicativos que confeccionem e analisem gráficos.
- (b) Utilize o laboratório de informática, caso esteja disponível na instituição.
- (c) Utilize o conceito de linearização, ensinando para os alunos como confeccionar e analisar gráficos em papel milimetrado ou dilog.
- (d) O professor pode utilizar o próprio computador (notebook) para que confeccione os gráficos a partir dos dados que cada grupo coletou, apresentando os resultados para os alunos.

Na aplicação do PE proposto neste trabalho, optamos pela opção (b), pois a instituição, na qual foi aplicado, possui infraestrutura de laboratório de informática.

Nesta etapa, os alunos ou o próprio professor, deverão confeccionar os seguintes gráficos:

1. Frequência dos harmônicos em função do comprimento da linha.

Os gráficos obtidos nesta etapa possibilita verificar que as frequências dos harmônicos diminuem na medida que o comprimento aumenta. Ou seja, $f_n = aL^\alpha$. Além disso, o ajuste dos dados experimentais ou a linearização, permite obter o valor do parâmetro α .

2. Frequência dos harmônicos em função da tração.

A observação destes gráficos possibilita verificar que as frequências dos harmônicos aumenta na medida que a tração aumenta. Ou seja, podemos mostrar que $f_n = bT^\beta$. Além disso, o ajuste dos dados experimentais ou a linearização, permite obter o valor do parâmetro β .

3. Frequência dos harmônicos em função da densidade da linha.

Os gráficos obtidos nesta etapa possibilita verificar que as frequências dos harmônicos são influenciadas pela variação da densidade, diminuindo na medida que esta aumenta. Ou seja, $f_n = c\mu^\gamma$. Além disso, o ajuste dos dados experimentais ou a linearização, permite obter o valor do parâmetro γ .

Independente do conjunto de dados, a análise da quantização da frequência dos harmônicos pode ser demonstrada, ao solicitar que os alunos dividam o valor das frequências pelo valor da frequência do primeiro harmônico. Desta forma, o aluno verificará que as frequências dos harmônicos são múltiplas da frequência do primeiro harmônico. Ou seja, $f_n = nf_1$.

Ao final o processo de confecção e análise dos gráficos, com orientação do professor, os alunos poderão obter de forma “experimental” a equação para a frequência dos harmônicos em função do comprimento, densidade e tração na corda.

$$f_n = \frac{1}{K} \frac{n}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (6.1)$$

A constante de proporcionalidade pode ser obtida, substituindo os valores de f_n , n , L , T e μ para um conjunto de dados, obtidos nas etapas anteriores. Conforme mostramos no capítulo sobre os resultados obtidos (cap. 5), este procedimento fornece o valor desta constante, com considerável exatidão $K = 2$.

Finalmente, o professor conseguirá que os alunos obtenham “experimentalmente” a relação da frequência dos harmônicos, ou seja

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (6.2)$$

Após esta abordagem experimental, o professor deverá complementar o conteúdo com o referencial teórico contido nos livros didáticos.

Em seguida, sugerimos que o professor apresente as aplicações do cotidiano que estão presentes o fenômeno de ondas estacionárias, como por exemplo em instrumentos musicais. Isto pode ser realizado, comparando o experimento à nota musical emitida por um violão. Nele, todas as cordas têm o mesmo comprimento, mas possuem densidades lineares diferentes para proporcionar sons diferentes. Existe uma cavilha (tarraxa) que permite o aumento ou a diminuição da força de tração na corda, tornando o som mais grave ou mais agudo. Ao posicionar os dedos em locais diferentes no braço do violão, varia-se o comprimento da corda e dessa forma, também varia a frequência do som produzido.

A avaliação pode ser realizada, por meio de mapas mentais, questões de aplicações ou produção de relatórios experimentais. Além disso, caso a instituição possua a infraestrutura necessária, o professor pode orientar os alunos na construção do experimento, uma vez que o mesmo possui baixo custo e fácil construção.

Capítulo 7

Relato da aplicação do produto educacional

Conforme observamos em capítulos anteriores, o experimento enquanto método, propicia ao ambiente educativo maior fluidez diante dos desafios próprios da disciplina de Física. Desse modo, se faz necessário, apresentar um produto educacional que esteja alinhado, ao mesmo tempo, aos conteúdos programáticos estabelecidos pelas diretrizes educacionais, assim como aos modelos de aprendizagem significativa, conforme propostos por David Ausubel, já apresentados ao longo desse trabalho.

No dia 19 de outubro de 2018, no Colégio Dinâmica na cidade de Foz do Iguaçu, foi realizada a aplicação do kit experimental de ondas estacionárias em uma turma da 2ª série do ensino médio, tendo participado 15 dentre os 25 alunos componentes da turma analisada. A aplicação ocorreu no contra turno, no qual a presença do aluno era facultativa. A atividade experimental foi aplicada na própria sala de aula, tendo início as 14 horas e término as 17 horas. Nesse primeiro encontro, inicialmente o professor montou o conjunto experimental, apresentando aos alunos os componentes que fazem parte do kit experimental e quais as grandezas que seriam analisadas durante o experimento. Em seguida foi mostrado que a formação de harmônicos na linha depende da frequência obtida no gerador de funções. Por último, os alunos se reuniram em três grupos para a execução do experimento e coleta de dados. Apesar da pouca experiência em manusear os componentes do kit experimental, os alunos conseguiram com sucesso obter os dados necessários para construção dos gráficos.

É importante ressaltar a desinibição dos alunos durante a realização do experimento, pareciam motivados, alunos que durante aulas tradicionais demonstraram dificuldades para entender

certos conceitos/leis da Física, tiveram ótimo desempenho nesta atividade.

O segundo encontro aconteceu no laboratório de informática do próprio colégio no dia 23 de outubro, também no contra turno e teve duração de duas horas aula. Inicialmente o professor mostrou como construir gráficos e fazer o ajuste linear utilizando o programa computacional (SciDAVis). Em seguida os alunos confeccionaram seus gráficos e fizeram o ajuste linear para encontrar os parâmetros necessários para a obtenção experimental da equação que relaciona a frequência, número de harmônicos, tração, comprimento e densidade da corda. Os resultados obtidos pelos grupos foram muito próximos dos valores esperados (teóricos), isso mostra que a aplicação do produto educacional foi válida do ponto de vista científico de acordo com a opinião dos próprios alunos, a aplicação do produto educacional proporcionou a eles momentos inesquecíveis de profundo aprendizado. Seguem alguns relatos feitos pelos alunos após a aplicação do PE:

“ ... aulas práticas são mais interessantes que as teóricas, o tempo passa muito rápido e a aprendizagem foi muito boa”.

“ ... A parte que eu mais gostei foi a de manipular os aparelhos, acho que farei um curso de engenharia”.

“... eu gostei de tudo, todos os conteúdos deveriam ser ensinados dessa forma”.

“ ... achei muito interessante a forma que o conteúdo foi abordado, foi muito bom conhecer uma aula prática de física e fazer os gráficos para chegar a uma fórmula.”

A presente análise não levou em consideração a quantidade de conteúdos, mas a qualidade com a qual os mesmos foram abordados e ao mesmo tempo absorvidos pelos alunos, que tendo participado dos processos construtivos, sentiram-se mais interessados e motivados em relação à aprendizagem. Ao contrário da aprendizagem no modelo tradicional, em que o professor trabalha pelo aluno, na aprendizagem significativa o professor trabalha com o aluno, promovendo maiores possibilidades de engajamento por parte dos discentes, assim como a ampliação de seu potencial de aprendizagem [50].

Para o professor e para os alunos, ficou claro que a forma que os assuntos são abordados em sala de aula interferem na aprendizagem, portanto, devem-se buscar alternativas para despertar a curiosidade e o interesse pelos fenômenos físicos que estão presentes no nosso dia-a-dia e que são abordados na disciplina de Física. Observou-se que, uma vez estimulados e conscientes das tarefas a serem executadas, há um aumento considerável da produtividade em relação às atividades propostas, tanto quanto da motivação em realizar as experiências dirigidas. Ou seja, a

aprendizagem que faz a diferença não é aquela que faz do aluno capaz de resolver exercícios complexos, mas aquela que lhe permite compreender sua origem e aplicação, adquirindo significado para a sua vivência prática.

Capítulo 8

Conclusão

O produto educacional que compõe este trabalho, composto por um kit experimental qualitativo e uma sugestão de sequência didática, mostrou-se adequado para o ensino de ondas estacionárias em cordas vibrantes, potencializando a aprendizagem significativa do aluno.

As principais características desse produto educacional são: facilidade de construção do kit experimental, já que os componentes podem facilmente ser encontrados em marcenarias ou lojas e sites de equipamentos eletrônicos; baixo custo, uma vez que o equipamento com maior custo financeiro pode ser substituído por um aplicativo de celular e por último, a facilidade da aplicação, sem a exigência de um laboratório de Física na escola. A atividade experimental deste produto educacional foi aplicada na própria sala de aula.

A aplicação deste produto educacional proporciona a interdisciplinaridade entre conteúdos estudados em Física (fenômeno da onda estacionária), Matemática (relação de proporcionalidade entre grandezas, construção e análise de gráficos).

De acordo com os resultados obtidos na aplicação do produto educacional no ensino médio, sugere-se que ele também seja aplicado no ensino superior, uma vez que os tópicos aqui estudados fazem parte da ementa da disciplina de Física II.

Por fim, julga-se que o produto educacional aqui proposto, auxilia no processo da aprendizagem significativa proposta por Ausubel, uma vez que o aluno quando aprende o significado de um fenômeno físico, torna possível a superação de barreiras que, por vezes, são creditadas a ineficiência dos alunos, ou mesmo à sua imaturidade. Além disso, pode-se ver que a aplicação do produto educacional é viável, ficando evidente que a física é também uma ciência experimental, e o fato de o experimento ser colocado no início da sequência didática, promove o caráter investigativo do experimento, aumentando a participação ativa do aluno no processo de ensino

aprendizagem.

Referências Bibliográficas

- [1] SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA. *Parâmetros curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Ministério da Educação, Brasília, 1998.
- [2] MOREIRA M. A. Uma análise crítica do ensino de Física. *Estudos Avançados*, 32(94):73 – 80, 2018.
- [3] SCACHETTI A. L.; PASCOAL R.; FERREIRA A. R. Pisa : Brasil estaciona em Ciências e Leitura e cai em Matemática. *Nova Escola*, 2016.
- [4] CARRASCOSA J. Papel de la actividad experimental en la educación científica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 23, 2006.
- [5] INEP. *Censo Escolar da Educação Básica 2016 - Notas Estatísticas*. Ministério da Educação, Brasília, 2016.
- [6] MOREIRA M. B. L. Experimentos de baixo custo no ensino de mecânica para o ensino médio. Dissertação de mestrado, Mestrado Nacional em Ensino de Física - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Garanhuns, 2015.
- [7] CIBRÃO P. V. C. Experimentação investigativa em ensino de física para o ensino médio. Dissertação de mestrado, Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, 2015.
- [8] PEREIRA P. B. Experimentação no ensino de ciências e o papel do professor na construção do conhecimento. *Cadernos da FUCAMP*, 9(11), 2010.
- [9] NOÉ O. As atividade de experimentações investigativas lúdicas no ensino de química: Um estudo de caso. Tese de doutorado, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2009.
- [10] AUSUBEL D. P. *Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento*. Editora El Ateneo, Buenos Aires, 1973.

- [11] MOREIRA M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? *Revista Qurrriculum*, 25:29 – 56, 2012.
- [12] VICENTE I. A. Prática Investigativa De Ensino De Física Utilizando O Experimento Looping Como Recurso Didático. *PDE (Programa de Desenvolvimento Educacional) da Secretaria de Estado da Educação do Paraná*, 1:19, 2014.
- [13] GIANI K. A experimentação no Ensino de Ciências : possibilidades e limites na busca de uma Aprendizagem Significativa. Dissertação de mestrado, Mestrado Nacional Profissional em Ciências - Universidade de Brasilia, Brasília, 2010.
- [14] SANTOS V. A.; MARTINS L. A importância do livro didático. *Candombá*, 7(1):20–23, 2011.
- [15] VERCEZE R. M. A. N.; SILVINO E. F. M. O livro didático e suas implicações na prática do professor nas escolas públicas de guajará-mirim. *Páxis Educacional*, 4(4):83–102, 2008.
- [16] GÜLLICH R. I. C.; SILVA L. H. A. O enredo da experimentação no livro didático: construção de conhecimentos ou reprodução de teorias e verdades científicas? *Ensaio Pesquisa em Educação*, 15:155 – 167, 2013.
- [17] SILVA M. A. A fetichização do livro didático no brasil. *Educação e Realidade*, 37(3):803 – 821, 2012.
- [18] BORTONI-RICARDO S. M. A leitura de livros didáticos: uma situação negligenciada. *Linguagem em (Dis)curso*, 8(3).
- [19] LEITE A. E.; GARCIA N. M. D. A formação inicial de professores e o livro didático de física: passos e descompassos. *Ciência e Educação*, 24(2):411 – 430, 2018.
- [20] SOARES W. Livro didático: como usá-lo com equilíbrio. *Nova Escola*, 282:1–8, 2015.
- [21] RAMALHO F. J.; SANTOS J. I. C.; FERRARO N. G.; TOLEDO P. A. S. *Os fundamentos da física*, volume 1. Editora Moderna, São Paulo, 3 edition, 1982.
- [22] SAMPAIO J. L.; CALÇADA C. S. *Física*. Editora Saraiva, São Paulo, 2 edition, 2005.
- [23] BONJORNO J. R.; CLINTON M. R. *Física 2: terminologia, óptica geométrica, ondulatória*. Editora FDT, São Paulo, 1992.

- [24] NEWTON V. B.; DOCA R. H.; BISCUOLA G. J. *Física 2*, volume 2. Editora Saraiva, São Paulo, 1 edition, 2010.
- [25] PENTEADO P. C. M.; TORRES C. M. A. *Física - Ciência e Tecnologia*. Editora Moderna, São Paulo, 2005.
- [26] SILVA D. N. *Física*. Editora Ática, São Paulo, 1 edition, 2003.
- [27] CAVALCANTE M. A.; PEÇANHA R.; CASTRO A. C. Ondas estacionárias em cordas e determinação da densidade linear de um fio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35(3):1–8, 2013.
- [28] SILVEIRA M. V.; BAARTHEN R. B.; SANTOS C. A. Proposta didático experimental para o ensino inclusivo de ondas no ensino médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 41:1 – 10, 2018.
- [29] TONEGUZZO L.; COELHO F. O. Demonstre em aula: Gerador de ondas estacionárias numa corda. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 7(3):227–231, 1990.
- [30] MOREIRA M. A. *Teorias de Aprendizagem*. E.P.U, São Paulo, 2 edition, 2014.
- [31] DISTLER R. R. Contribuições de David Ausubel para a intervenção psicopedagógica. *Revista Psicopedagogia*, 32:191 – 199, 2015.
- [32] MOREIRA M. A. *Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: A Teoria da Aprendizagem Significativa*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1 edition, 2009.
- [33] AUSUBEL D. P.; NOVAK J. D.; HANESIAN H. *Psicologia Educacional*. Editora Intera-mericana, Rio de Janeiro, 1980.
- [34] SQUISSATO A. G. M. Construção e aplicação de um fotômetro para o ensino da absorção da luz. Dissertação de mestrado, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2018.
- [35] CARVALHO A. M. P. Um ensino fundamentado na estrutura da construção do conhecimento científico. *Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genética*, 9, 2017.
- [36] ARAÚJO M. S. T. ABIB M. L. V. Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 25(2):176–194, 2003.

- [37] SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. Diretrizes do programa ensino integral. *Secretaria da Educação do Estado de São Paulo*, 2013.
- [38] TOMMASIELLO M. G. C. *A experimentação na Aprendizagem de Conceitos Físicos sob a perspectiva histórico-social*. R. Vieira Gráfica Editora Ltda, Campinas, 2000.
- [39] MURGI R. N. D. Proposta de sequência didática para o ensino de ondas: Uma abordagem teórico-experimental. Dissertação de mestrado, Mestrado Nacional em Ensino de Física - Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados - MS, 2016.
- [40] SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. Diretrizes curriculares da educação básica: Física. *Secretaria da Educação do Estado do Paraná*, 2008.
- [41] A. D. E. A CASTRO. *Didática para a escola de 1º e 2º graus*. Editora Pioneira, São Paulo, 1976.
- [42] ZABALA A. *A Prática Educativa: Como Ensinar*. Artmed, Porto Alegre, 1988.
- [43] MAZETI L. J. B. Sequência Didática : Uma alternativa para o ensino de acústica no Ensino Médio. Dissertação de mestrado, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2017.
- [44] NUSSENZVEIG H. M. *Curso de Física Básica: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor*, volume 2. Editora Edgard Blucher, São Paulo, SP, 4 edition, 2002.
- [45] TIPLER P. A.; MOSCA G. *Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, termodinâmica*, volume 1. Editora LTC, Rio de Janeiro, 6 edition, 2009.
- [46] SEARS F. W.; ZEMANSKY M. W.; YOUNG H. D.; FREEDMAN R. A. *Física II - Termodinâmica e Ondas*. Editora Pearson, São Paulo, 12 edition, 2008.
- [47] HALLIDAY D.; RESNICK R.; WALKER J. *Fundamentos de Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica*. Editora LTC, 8 edition, 2009.
- [48] YOUNG H. D.; FREEDMAN R. A. *Física II - Termodinâmica e Ondas*, volume 2. Editora Pearson, São Paulo, SP, 14 edition, 2016.
- [49] SERWAY R.; JEWETT J. J. *Princípios de Física - Movimento Ondulatório e Termodinâmica*, volume 2. Editora Thomson, 2005.
- [50] GASPARIN J. L. Motivar para a aprendizagem significativa. *Jornal Mundo Jovem*, (314):8, 2001.



MATERIAL DE APOIO AO PROFESSOR

ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CÂMPUS MEDIANEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO NACIONAL
PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Julio Cesar Norbiato

Orientador: Prof. Dr. Leandro Herculano da Silva

Medianeira - Paraná

2019

Lista de Figuras

2.1	Ilustração das dimensões e furação da chapa de MDF, utilizada como base para montagem do experimento.	3
2.2	Unidade geradora de vibração com motor (interno), pinos banana fêmea para conexão com o gerador de funções e pinos banana macho para conexão do sistema de perturbação com a base de MDF.	3
2.3	Representação do conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária. . .	4
2.4	Conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária:(a) gerador de funções, (b) unidade geradora de funções, (c) roldana plástica e (d) gancho (feito com raio de bicicleta) com chumbos de pesca.	4
2.5	Ilustração da observação dos harmônicos gerados pelas ondas estacionárias. . . .	5

Lista de Tabelas

3.1	Frequências dos harmônicos para diferentes valores de massa suspensa. Fonte: Autoria própria.	13
3.2	Frequências dos harmônicos para diferentes valores de comprimento da linha. Fonte: Autoria própria.	13
3.3	Frequências dos harmônicos para diferentes valores de densidade da linha. Fonte: Autoria própria.	14

Sumário

1	Justificativa e objetivo	1
2	Confecção do produto educacional	2
2.1	Materiais	2
2.2	Montagem	2
2.3	Funcionamento	4
3	Sugestão de aplicação	7
3.1	Apresentação do fenômeno	7
3.2	Execução do experimento	8
3.3	Análise dos resultados	8
3.4	Relação com o cotidiano	10
3.5	Metodologia de avaliação	10
8	Referências Bibliográficas	11
	Apêndice A	12

Capítulo 1

Justificativa e objetivo

A literatura, voltada para o ensino de Física de maneira experimental, apresenta poucos trabalhos que abordam o conceito de ondas de forma experimental. Embora a quantidade seja reduzida, existem exemplos que possuem evidente qualidade. Dentre os quais destacamos, o trabalhos de Cavalcante e colaboradores [1], o qual utiliza a saída de áudio de um computador e a análise gráfica com o software Tracker, para determinação de velocidade de propagação da onda em uma corda. Silveira e colaboradores [2], propõe alternativas para o ensino do conceito de ondas para alunos com deficiência auditiva ou visual. Um excelente exemplo de atividade experimental qualitativa, pode ser encontrado no trabalho de Toneguzzo e colaboradores [3], no qual apresenta uma maneira experimental de demonstrar a geração de ondas estacionárias.

O produto educacional, proposto neste trabalho, é voltado ao estudo experimental do conceito de ondas mecânicas, especificamente voltado à investigação do fenômeno conhecido como ondas estacionárias. Este PE diferencia-se dos existentes nas literatura, propondo a aplicação de atividades experimentais associados á conhecimentos básicos de oscilações, para que o aluno possa realizar a “obtenção experimental” da relação entre a frequência, densidade linear, tração e comprimento, para a interferência de ondas mecânicas em uma corda, gerando o fenômeno das ondas estacionária.

Dentre os motivos que nos levaram a escolher este conceito e esta metodologia, destacamos o reduzido número de materiais disponíveis na literatura voltada ao ensino médio, o que dificulta a relação deste fenômeno físico com as equações matemáticas que o representa na forma de problematização e o alto custo do conjuntos experimentais que são utilizados na realização de atividades experimentais que abordam a ondas estacionárias.

Embora muitos livros didáticos abordem, teoricamente, o fenômenos e ondas estacionárias, em geral, a formulação matemática do problema exige um maior esforço dos alunos para a abstração, quando comparado com outros conceito descritos pela Física [4–8].

Nosso objetivo geral, foi desenvolver e construir um produto educacional voltado para a realização de atividades experimentais com aprendizagem significativa do fenômeno de ondas estacionárias.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Construir um conjunto experimental para medidas quantitativas direcionado ao ensino de ondas estacionárias;
- Desenvolver uma sequência didática para facilitar a aplicação do conjunto experimental proposto.

Capítulo 2

Confecção do produto educacional

Neste capítulo, relatamos todas as etapas de confecção do produto educacional proposto. Como dito anteriormente, o PE é composto por um conjunto experimental qualitativo sobre ondas estacionárias e um sequência didática que trata como aplicar o referido conjunto experimental.

2.1 Materiais

Para confecção do conjunto experimental, que é parte integrante do PE proposto, foram utilizados os seguintes materiais:

1. Chapa de MDF com espessura de 1,5 cm.
2. Motor 12 VDC.
3. Roldana plástica, com diâmetro de 3,0 cm e acoplamento aparafusável.
4. Linha de poliamida (linha de pesca) com diferentes diâmetros.
5. Chumbos de pesca com massa aproximada de 10g.
6. Balança digital.
7. Conector pino banana macho.
8. Conector pino banana fêmea.
9. Caixa plástica para prototipagem.
10. Cabo elétrico de PVC flexível 0,75 mm e 750 V.
11. Raios de bicicleta ($300,00 \times 2,56$) mm.
12. Gerador de funções.

2.2 Montagem

A chapa de MDF foi cortada de modo a ficar com as dimensões de $(100,0 \times 10,0 \times 1,5)$ cm. Uma vez cortada, foram feitos furos de 0,5 cm de diâmetro, espaçados a cada 5,0 cm ao longo do centro da barra. Conforme representado na Figura (2.1).

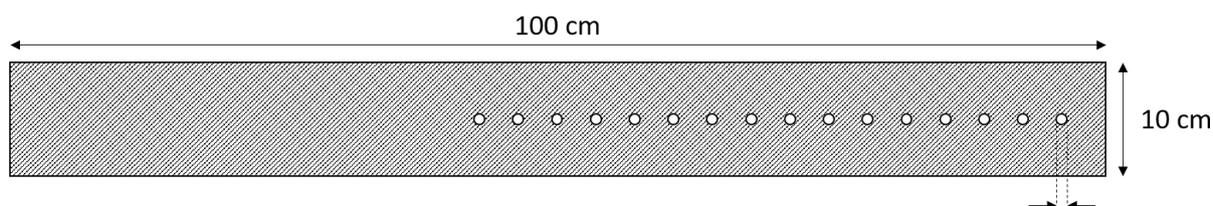


Figura 2.1: Ilustração das dimensões e furação da chapa de MDF, utilizada como base para montagem do experimento.

Fonte Autoria própria.

A função desta chapa é servir de base para a montagem do experimento. Além disso os furos, igualmente espaçados, servirão para conectar o sistema de vibração da corda e alterar o comprimento da mesma.

Em uma das extremidades da base é colocado a roldana aparafusável, de modo que uma das extremidades da roldana esteva livre para deixar que a linha de poliamida possa ficar pendurada.

Para gerar as ondas estacionárias, é necessário que a linha possua um gerador de perturbações periódicas. Para isso, confeccionamos uma unidade geradora de vibração, utilizamos um motor de 12 VCD conectado a um gerador de funções. A função do gerador é produzir uma corrente alternada, que muda periodicamente o sentido de rotação do motor. Desta forma, conectando o eixo do motor à linha, produzimos perturbações periódicas que originam as ondas estacionárias.

Com o intuito de proteger as conexões elétrica entre o gerador e o motor e facilitar o acoplamento deste sistema de perturbação com a base de MDF, o motor foi colocado dentro de um caixa plástica de prototipagem. Esta caixa, apresenta dois pinos banana fêmea, aos quais são conetados o gerador de funções e dois pinos banana machos, que são utilizados para conectar a caixa plástica com a base de MDF. Esta caixa com o motor (dentro) e os pinos banana, são mostrados na Figura (2.2).

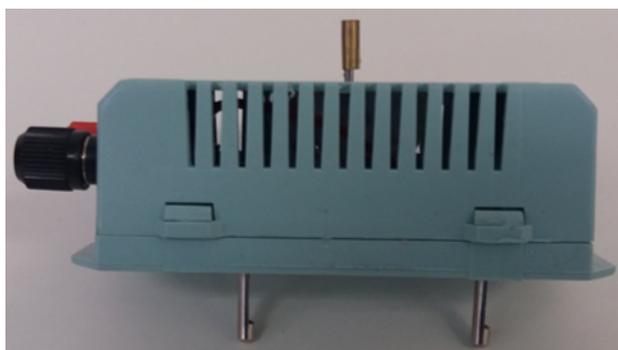


Figura 2.2: Unidade geradora de vibração com motor (interno), pinos banana fêmea para conexão com o gerador de funções e pinos banana macho para conexão do sistema de perturbação com a base de MDF.

Fonte: Autoria própria

A unidade geradora de vibração é conectada nos furos da base de MDF. Alterando a posição da conexão, é possível alterar o comprimento “útil” da linha.

Para finalizar a configuração do experimento, basta conectar uma das extremidades da linha ao eixo do motor e a outra extremidade a um gancho (feito com os raios da bicicleta). A função do gancho é servir como suporte para se adicionar diferentes quantidade de massa. Essa variação de massa é realizada pela adição/retirada de diferentes quantidades de chumbo de pesca. A

função dessas massas é de produzir uma tração na linha. A Figura (2.3) mostra a representação esquemática do conjunto experimental proposto.

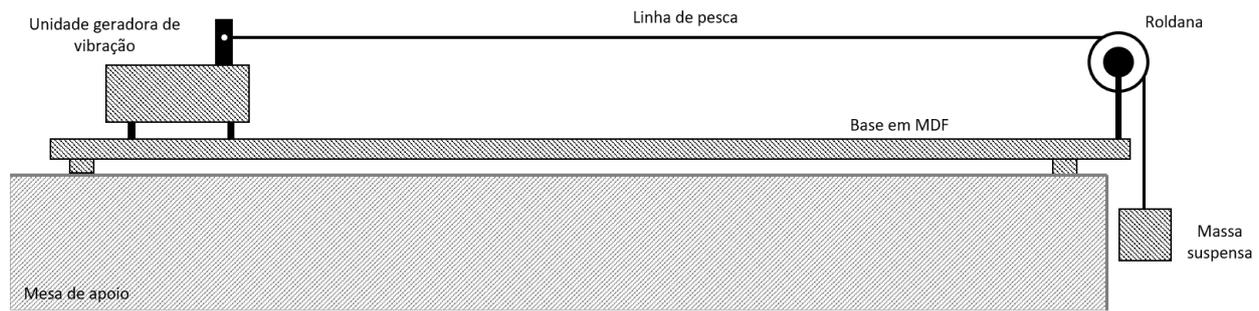


Figura 2.3: Representação do conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária.

Fonte: Autoria própria.

O gerador de funções é o equipamento que apresenta maior custo. Para contornar isso, é possível utilizar um aparelhos celular, com aplicativo gerador de funções, conectado a um amplificador de áudio ou geradores de funções de baixo custo, que são conectador à plataforma Arduino.

A Figura (2.4) mostra uma fotografia da montagem experimental utilizada para este trabalho.

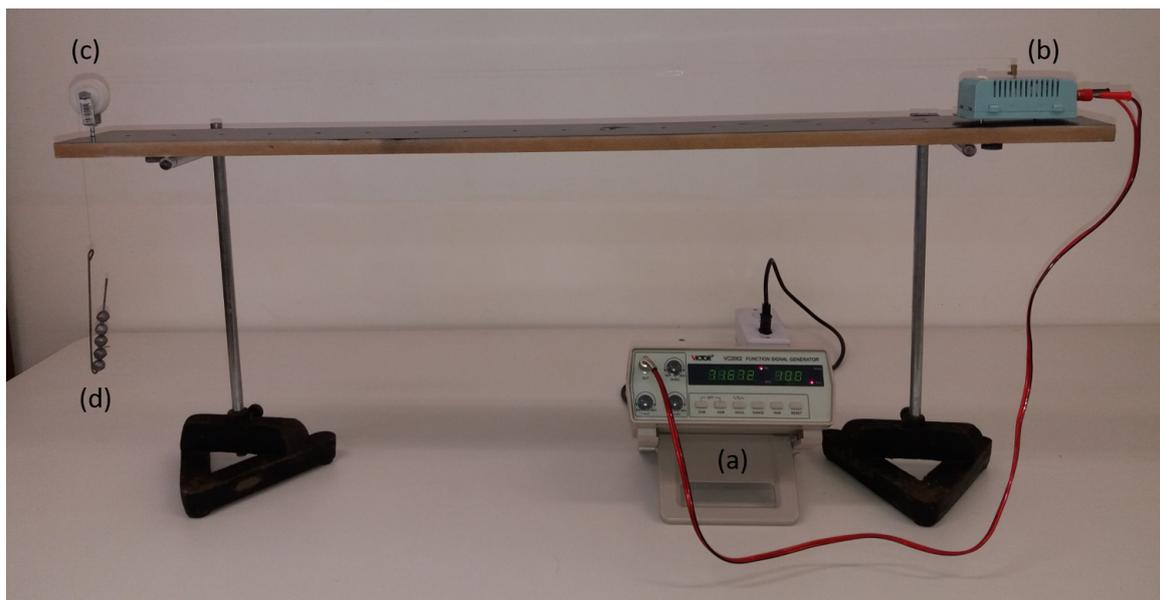


Figura 2.4: Conjunto experimental para o estudo de ondas estacionária:(a) gerador de funções, (b) unidade geradora de funções, (c) roldana plástica e (d) gancho (feito com raio de bicicleta) com chumbos de pesca.

Fonte: Autoria própria.

2.3 Funcionamento

Para o correto funcionamento do conjunto experimental, é necessário que seja seguidos a seguinte rotina:

1. Conecte o gerador de funções na rede elétrica, certificando-se que seja conectado na tensão recomendada pelo fabricante. Em nosso caso, 127V.

2. Conecte a unidade geradora de vibração à base de MDF.
3. Use o cabo BNC-banana, para conectar o gerador de funções à unidade geradora de vibração.
4. Ligue o gerador de funções mantendo o valor de amplitude (tensão de saída) igual a zero.
5. Fixe um das extremidade da linha de poliamida ao eixo do motor e a outra ao gancho. É necessário que a linha passe sobre a roldana, ficando livre, conforme mostrado na Figura (2.4).
6. Coloque o chumbo de pesca no gancho.
7. Escolha uma frequência de saída no gerador de funções.
8. Aumente a tensão de saída do gerador de funções (amplitude).

Na medida que a frequência no gerador de funções é alterada é possível verificar que, para alguns valores de frequência, surgem ondas estacionárias, conforme ilustrada pela Figura (2.5).

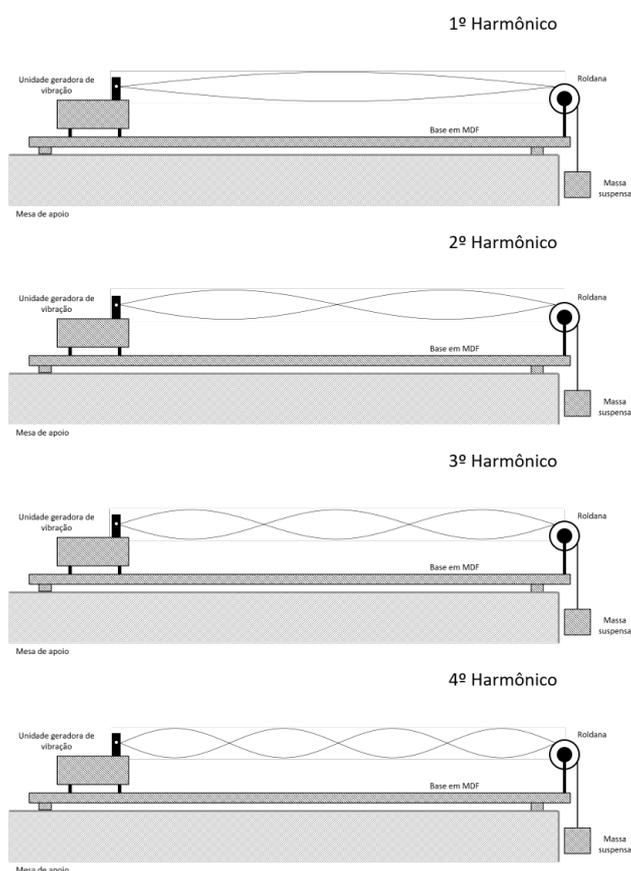


Figura 2.5: Ilustração da observação dos harmônicos gerados pelas ondas estacionárias.
Fonte: Autoria própria.

Este conjunto experimental é voltado para que os aluno ou professor possam observar o fenômeno das ondas estacionárias em cordas (linha) e analisar qualitativamente e quantitativamente os seguintes aspectos:

- Verificar que as frequências dos harmônicos são múltiplas da frequência fundamental ($n = 1$)

- Determinar a relação entre as frequências dos harmônicos e o comprimento da linha.
- Determinar a relação entre as frequências dos harmônicos e a tração na linha.
- Determinar a relação entre as frequências dos harmônicos e densidade da linha.

Os aspectos que podem ser observados, com o uso do conjunto experimental proposto, permitem que o aluno/professor possa obter “experimentalmente” a relação para a frequência dos harmônicos, ou seja a Equação (2.1).

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (2.1)$$

A maneira como o professor pode conduzir o experimento é apresentada no capítulo que descreve a sugestão de aplicação (cap. 3).

Capítulo 3

Sugestão de aplicação

Este trabalho tem como objetivo a potencialização da aprendizagem no estudo de ondas estacionárias que se propagam em cordas vibrantes, tendo a experimentação como pano de fundo. A Sequência Didática (SD) adotada busca aulas mais interessantes e motivadoras, ofertando condições para que o aluno elabore seu próprio conhecimento.

Nesse sentido, a SD foi elaborada priorizando alguns pontos importantes para o conhecimento do aluno como: a relevância de uma situação problema, a formação de pequenos grupos para a realização de experimentos e confecção de gráficos, o gerenciamento da sala feito pelo professor, a passagem de ação manipulativa para a ação intelectual, a passagem da linguagem cotidiana para a linguagem científica e a importância da tomada de consciência dos próprios atos para uma aprendizagem significativa. A SD compõe-se em três etapas, cada uma delas interligadas com as demais, para possibilitar aos alunos maior aproveitamento durante a execução.

3.1 Apresentação do fenômeno

Nesta etapa, o professor deve apresentar o fenômeno das ondas estacionárias. Cabe a ele, decidir se a montagem do experimento será realizada pelos alunos ou pelo professor. Aconselhamos que o professor explique brevemente qual a função de cada componente do conjunto experimental. Com o experimento já montado, seja pelos alunos ou pelo próprio professor, para apresentar o fenômeno, sugerimos as seguintes opções:

- (a) O professor deve orientar os alunos que coloque uma massa no gancho, liguem o gerador de função e variem a frequência de modo a observar o surgimento dos harmônicos.
- (b) O professor opera o gerador de funções, e ele mesmo mostra que na medida que a frequência de saída do gerador de funções é alterada, surgem harmônicos.

Dado a reduzida quantidade de conjuntos experimentais, que foram produzidas, durante a aplicação do PE, optamos por utilizar a segunda abordagem. Ou seja, o professor demonstrou o fenômeno.

Ainda na etapa de apresentação do fenômeno, o professor pode despertar a curiosidade do alunos, mostrando de forma breve e sem maiores detalhes, através de uma demonstração qualitativa que:

- Os harmônicos não ocorrem para qualquer frequência.

- O quantidade de massa pendurada e/ou o comprimento e/ou o diâmetro da linha influenciam a frequência para qual ocorre o primeiro.

O professor deve aproveitar a demonstração/observação qualitativa os conceitos de frequência, harmônicos e outros conceitos básico que julgar necessário para formar um conhecimento base, e mínimo para que os alunos possam compreender os objetivos da atividade experimental proposta. Além disso, sugerimos que o professor, durante esta etapa, avalie os conhecimentos prévio do alunos, aplicando um atividade que seja capaz de avaliar como o aluno explica o fenômeno que ele observou.

3.2 Execução do experimento

O professor deve organizar os alunos em grupo, feito isso, sugerimos que o professor apresente o objetivo da atividade experimental, que é verificar a relação entre as frequências do harmônicos e como o comprimento, tração e densidade podem influenciá-las. Para isso, sugerimos que o professor solicite que os alunos obtenham os seguintes dados:

1. Obter os valores das frequências para os quatro primeiros harmônicos. Sugerimos que estes dados sejam organizados em uma tabela. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da massa, da densidade e do comprimento, que são mantidos fixos.
2. Obter os valores das frequências para os quatros harmônicos, para diferentes valores de massa adicionada na linha. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da densidade e do comprimento, que são mantidos fixos. Para diminuir o tempo de execução desta etapa, o professor pode solicitar que os alunos meçam apenas os valores das frequências do primeiro harmônico.
3. Obter os valores das frequências para os quatros harmônicos, para diferentes valores de comprimento “útil” da linha. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da massa e da densidade, que são mantidos fixos. Para diminuir o tempo de execução desta etapa, o professor pode solicitar que os alunos meçam apenas os valores das frequências do primeiro harmônico.
4. Obter os valores das frequências para os quatros harmônicos, para diferentes valores de densidade linear da linha. Esta etapa é realizada, utilizando linhas com diâmetros diferentes. Nessa etapa, os alunos terão que anotar o valor da massa e do comprimento, que são mantidos fixos. Para diminuir o tempo de execução desta etapa, o professor pode solicitar que os alunos meçam apenas os valores das frequências do primeiro harmônico.

3.3 Análise dos resultados

Sugerimos que esta etapa seja realizada em um segundo encontro. No entanto, é importante que o professor comente com os alunos o que será realizado no próximo encontro. Ou seja, que será feita análise dos resultados e para isso os alunos confeccionarão gráficos. Para isso, o professor pode utilizar as seguintes estratégias:

- (a) Solicitar que, em casa, os alunos façam download de aplicativos que confeccionem e analisem gráficos.

- (b) Utilize o laboratório de informática, caso esteja disponível na instituição.
- (c) Utilize o conceito de linearização, ensinando para os alunos como confeccionar e analisar gráficos em papel milimetrado ou dilog.
- (d) O professor pode utilizar o próprio computador (notebook) para que confeccione os gráficos a partir dos dados que cada grupo coletou, apresentando os resultados para os alunos.

Na aplicação do PE proposto neste trabalho, optamos pela opção (b), pois a instituição, na qual foi aplicado, possui infraestrutura de laboratório de informática.

Nesta etapa, os alunos ou o próprio professor, deverão confeccionar os seguintes gráficos:

1. Frequência dos harmônicos em função do comprimento da linha.

Os gráficos obtidos nesta etapa possibilita verificar que as frequências dos harmônicos diminuem na medida que o comprimento aumenta. Ou seja, $f_n = aL^\alpha$. Além disso, o ajuste dos dados experimentais ou a linearização, permite obter o valor do parâmetro α .

2. Frequência dos harmônicos em função da tração.

A observação destes gráficos possibilita verificar que as frequências dos harmônicos aumenta na medida que a tração aumenta. Ou seja, podemos mostrar que $f_n = bT^\beta$. Além disso, o ajuste dos dados experimentais ou a linearização, permite obter o valor do parâmetro β .

3. Frequência dos harmônicos em função da densidade da linha.

Os gráficos obtidos nesta etapa possibilita verificar que as frequências dos harmônicos são influenciadas pela variação da densidade, diminuindo na medida que esta aumenta. Ou seja, $f_n = c\mu^\gamma$. Além disso, o ajuste dos dados experimentais ou a linearização, permite obter o valor do parâmetro γ .

Independente do conjunto de dados, a análise da quantização da frequência dos harmônicos pode ser demonstrada, ao solicitar que os alunos dividam o valor das frequências pelo valor da frequência do primeiro harmônico. Desta forma, o aluno verificará que as frequências dos harmônicos são múltiplas da frequência do primeiro harmônico. Ou seja, $f_n = nf_1$.

Ao final o processo de confecção e análise dos gráficos, com orientação do professor, os alunos poderão obter de forma “experimental” a equação para a frequência dos harmônicos em função do comprimento, densidade e tração na corda.

$$f_n = K \frac{n}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (3.1)$$

A constante de proporcionalidade pode ser obtida, substituindo os valores de f_n , n , L , T e μ para um conjunto de dados, obtidos nas etapas anteriores. Conforme mostramos no capítulo sobre os Resultados preliminares, este procedimento fornece o valor desta constante, com considerável exatidão $K = 1/2$.

Finalmente, o professor conseguirá que os alunos obtenham “experimentalmente” a relação da frequência dos harmônicos, ou seja

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \quad (3.2)$$

Após esta abordagem experimental o professor deverá complementar o conteúdo por meio de um referencial teórico.

3.4 Relação com o cotidiano

Em seguida, sugerimos que o professor apresente as aplicações do cotidiano que estão presentes o fenômeno de ondas estacionárias, como por exemplo em instrumentos musicais. Isto pode ser realizado, comparando o experimento à nota musical emitida por um violão. Nele, todas as cordas têm o mesmo comprimento, mas possuem densidades lineares diferentes para proporcionar sons diferentes. Existe uma cavilha (tarraxa) que permite o aumento ou a diminuição da força de tração na corda, tornando o som mais grave ou mais agudo. Ao posicionar os dedos em locais diferentes no braço do violão, varia-se o comprimento da corda e dessa forma, também varia a frequência do som produzido.

3.5 Metodologia de avaliação

A avaliação pode ser realizada, por meio de mapas mentais, questões de aplicações ou produção de relatórios experimentais. Além disso, caso a instituição possua a infraestrutura necessária, o professor pode orientar os alunos na construção do experimento, uma vez que o mesmo possui baixo custo e fácil construção.

Referências Bibliográficas

- [1] CAVALCANTE M. A.; PEÇANHA R.; CASTRO A. C. Ondas estacionárias em cordas e determinação da densidade linear de um fio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35(3):1–8, 2013.
- [2] SILVEIRA M. V.; BAARTHEN R. B.; SANTOS C. A. Proposta didático experimental para o ensino inclusivo de ondas no ensino médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 41:1 – 10, 2018.
- [3] TONEGUZZO L.; COELHO F. O. Demonstre em aula: Gerador de ondas estacionárias numa corda. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 7(3):227–231, 1990.
- [4] BONJORNO J. R.; CLINTON M. R. *Física 2: terminologia, óptica geométrica, ondulatória*. Editora FDT, São Paulo, 1992.
- [5] RAMALHO F. J.; SANTOS J. I. C.; FERRARO N. G.; TOLEDO P. A. S. *Os fundamentos da física*, volume 1. Editora Moderna, São Paulo, 3 edition, 1982.
- [6] NEWTON V. B.; DOCA R. H.; BISCUOLA G. J. *Física 2*, volume 2. Editora Saraiva, São Paulo, 1 edition, 2010.
- [7] SAMPAIO J. L.; CALÇADA C. S. *Física*. Editora Saraiva, São Paulo, 2 edition, 2005.
- [8] PENTEADO P. C. M.; TORRES C. M. A. *Física - Ciência e Tecnologia*. Editora Moderna, São Paulo, 2005.

Apêndice A: Tabelas

Neste apêndice, apresentamos as sugestões de tabelas que os alunos poderão utilizar para coleta dos dados.

A Tabela (3.1) poderá ser utilizada para anotar os valores das frequência dos harmônicos em função das diferentes quantidades de massa. Estes resultados serão utilizados na observação e determinação da relação entre as frequências dos harmônicos e a frequência fundamental (quantização das frequências) e na observação e determinação da relação entre as frequências dos harmônicos e a tração na corda.

A Tabela (3.2) poderá ser utilizada para anotar os valores das frequência dos harmônicos em função do diferentes comprimentos da linha. Estes resultados serão utilizados na observação e determinação da relação entre as frequências dos harmônicos e o comprimento da linha.

A Tabela (3.3) poderá ser utilizada para anotar os valores das frequência dos harmônicos em função da densidade da linha. Estes resultados serão utilizados na observação e determinação da relação entre as frequências dos harmônicos e a densidade da linha.

Tabela 3.1: Frequências dos harmônicos para diferentes valores de massa suspensa. Fonte: Autoria própria.

Massa (g)	Frequência (Hz)			
	1°	2°	3°	4°
-				

Tabela 3.2: Frequências dos harmônicos para diferentes valores de comprimento da linha. Fonte: Autoria própria.

Comprimento (m)	Frequência (Hz)			
	1°	2°	3°	4°
-				

Tabela 3.3: Frequências dos harmônicos para diferentes valores de densidade da linha. Fonte: Autoria própria.

Densidade (kg/m)	Frequência (Hz)			
	1°	2°	3°	4°
-				