UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ANA CRISTINA TRENTO

METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES E DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE POLINÔMIOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

DISSERTAÇÃO

PATO BRANCO
2019

ANA CRISTINA TRENTO

METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES E DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE POLINÔMIOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Dra. Janecler Ap. Amorin Colombo

PATO BRANCO

2019

T795m Trento, Ana Cristina.

Metodologia de resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no ensino fundamental / Ana Cristina Trento -- 2019.

185 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Pato Branco, PR, 2019.

Inclui bibliografia

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino - Metodologia. 3. Estratégias de aprendizagem. 4. Polinômios. I. Colombo, Janecler Aparecida Amorin, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Ficha Catalográfica elaborada por
Suélem Belmudes Cardoso CRB9/1630
Biblioteca da UTFPR Campus Pato Branco

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Câmpus Pato Branco

PROFMAT

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Título da Dissertação Nº 39

"METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES E DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE POLINÔMIOS NO ENSINO FUNDAMENTAL"

por

ANA CRISTINA TRENTO

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob a orientação da Profª Drª Janecler Aparecida Amorin Colombo, pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 09:00 hs do dia 21 de novembro de 2019. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Profª. Janecler Aparecida Amorin Colombo, Drª
(Presidente – UTFPR/Pato Branco)

Profª. Cleonis Viater Figueira, Drª.
(UTFPR/Pato Branco)

Profª. Dulcyene Maria Ribeiro
(UNIOESTE/Cascavel)

Prof. Adilson da Silveira, Dr.
(Coordenador do PROFMAT/UTFPR)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR"

À Deus, à minha mãe Carmem e à minha orientadora Janecler.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus por me proteger e me guiar sempre...

Agradeço aos meus pais Carmem e Adelino pelas palavras sábias das quais jamais esquecerei e me guiam...

Agradeço ao meu amor Juliano pela paciência, apoio, pela presença nos momentos mais difíceis...

Agradeço à minha irmã Aline e meu cunhado Juliano pelo apoio e acolhimento em seu lar, me fornecendo suporte para prosseguir minha caminhada acadêmica...

Agradeço à minha irmã Catiele por alegrar minha vida...

Agradeço aos meus tios Pedro e Marinês, Leonardo e Priscila pelo incentivo, acolhimento em seus lares durante minha caminhada estudantil e à minha prima irmã Patrize por ser minha companheira em muitos momentos da vida.

Agradeço à diretora Rosa e a meus colegas e amigos do Colégio Estadual do Campo de Porto Santana, pela compreensão na organização da rotina escolar, para que eu pudesse frequentar as aulas...

Agradeço à minhas amigas Juliane e Karine pelas palavras, pelo abraço forte....

Agradeço ao diretor e equipe pedagógica do Colégio Estadual do Campo Alto Alegre por permitir a realização da pesquisa nessa instituição.

Agradeço aos meus alunos pela participação na pesquisa...

Agradeço aos meus professores da graduação da Universidade Estadual do Centro Oeste pela formação inicial, a qual foi a base para prosseguir...

Agradeço aos meus professores do PROFMAT pelos ensinamentos, pelas correções, pelo incentivo e a todos meus colegas do PROFMAT pelo companheirismo, pelos estudos, pelo aprendizado...

Agradeço à minha professora orientadora Janecler por fazer parte da realização desse trabalho, o qual sem ela não seria possível...

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro…

Agradeço à banca pelas contribuições que enriqueceram o trabalho...

Meus sinceros agradecimentos a todos que contribuíram para que esse trabalho fosse realizado...

"Considerada o "coração" da atividade matemática, a resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos (...)"

(ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R., 2014)

RESUMO

TRENTO, Ana Cristina. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES E DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE POLINÔMIOS NO ENSINO FUNDAMENTAL. 185 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2019.

Esta pesquisa apresenta uma análise das contribuições e dificuldades encontradas durante a implementação de um roteiro de ensino sobre operações básicas de polinômios para o 8º ano do Ensino Fundamental, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (MEAA-RP). Sendo assim, a MEAA-RP é o objeto de estudo da presente pesquisa de caráter qualitativa, do tipo pesquisa-ação. Os dados foram coletados durante a aplicação do roteiro de ensino seguindo uma adaptação das fases da MEAA-RP proposta por Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014) por meio de gravações de áudios das aulas, anotações no diário de campo da professora-pesquisadora e dos estudantes. A análise dos dados coletados foi realizada por meio do método da análise de conteúdo, proposto por Bardin (2016). Os resultados encontrados foram classificados em duas categorias definidas *a priori*, de acordo com o objetivo geral da pesquisa: dificuldades e contribuições. A categoria 1, dificuldades, é composta pelas subcategorias: problemas geradores, estudantes faltantes, interpretação dos problemas geradores, conteúdos anteriores. A categoria 2, contribuições, é composta pelas subcategorias: estudante ativo e participativo, professor questionador, valorização da produção dos estudantes e aprendizagem do conteúdo polinômios. A análise revelou que foram muitas as contribuições obtidas com a implementação da MEAA-RP, as quais se sobressaíram sobre as dificuldades, assim, a metodologia se mostrou viável e eficaz na realidade da pesquisa.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Roteiro de ensino. Polinômios. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

TRENTO, Ana Cristina. PROBLEM-SOLVING METHODOLOGY: AN ANALYSIS OF THE CONTRIBUTIONS AND DIFFICULTIES IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS OF POLYNOMIALS IN ELEMENTARY EDUCATION. 185 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2019.

This research presents an analysis of the contributions and difficulties found during the implementation of a teaching script on basic operations of polynomials for the 8th year of elementary education, using the Methodology of Teaching-Learning-Assessment through Problem Solving (MEAA-RP). Thus, the MEAA-RP is the object of study of this qualitative research, of the research-action type. Data were collected during the application of the teaching script following an adaptation of the phases of the MEAA-RP proposed by Onuchic and Allevato (2011) and Allevato and Onuchic (2014) through recordings of class audio, notes in the field journal of the teacher-researcher and students. The analysis of the collected data was performed using the method of content analysis, proposed by Bardin (2016). The results found were classified into two categories defined a priori, according to the general objective of the research: difficulties and contributions. Category 1, difficulties, is composed of the subcategories: generating problems, missing students, interpretation of the generating problems, previous contents. Category 2, contributions, is composed of the subcategories: active and participatory student, questioning teacher, appreciation of the students' production and learning of the polynomial content. The analysis revealed that there were many contributions obtained with the implementation of the MEAA-RP, which stood out over the difficulties, thus, the methodology proved to be feasible and effective in the reality of the research.

Keywords: Teaching-Learning-Assessment through Problem Solving. Teaching Script. Polynomials. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
DCE	Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NCTM	Conselho Nacional de Professores de Matemática
OBMEP	Olímpiada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UEMG	Universidade do Estado de Minas Gerais
UNESP	Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) 2017, divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em relação a proficiência em matemática demonstradas pelos estudantes brasileiros são alarmantes.

A distribuição dos estudantes nos níveis da Escala de Proficiência de Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental mostra que 33,1% dos estudantes estão no nível insuficiente de aprendizagem, 51,4% no nível básico e 15,5% no nível adequado. No 9º do Ensino Fundamental os resultados apresentaram 63,1% dos estudantes no nível insuficiente, 32,4% no nível básico e apenas 4,5% no nível adequado. A proficiência do Ensino Médio em matemática é ainda mais crítica: 71,7% estão no nível insuficiente, 23,8% no nível básico e 4,5% no nível adequado.

Esses dados refletem, de modo geral, a aprendizagem matemática, sendo que, poucos estudantes gostam e tem interesse por ela. A maioria a consideram uma disciplina de difícil compreensão, não aprendem o mínimo necessário dos conteúdos matemáticos, o que implica no agravamento da defasagem ano a ano. Para avançar no conhecimento é necessário adquirir aprendizagem adequada de todos os conteúdos escolares. O que de acordo com o SAEB não está acontecendo, pois, desde a educação infantil poucos são os estudantes no nível adequado.

Os estudantes que estão abaixo do nível considerado adequado do 5º ano e ingressam no 6º ano, com certeza, irão apresentar dificuldades de aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamental, se estas não forem superadas. O que parece que não está acontecendo, pois, ao final do 9º ano mais de 90% dos estudantes encontraram-se abaixo do adequado no SAEB 2017. E, da mesma forma, esses estudantes ingressam no Ensino Médio com muita defasagem de conhecimentos matemáticos o que agrava consideravelmente o aprendizado nessa fase final da educação básica, já que no Ensino Médio, a base matemática do Ensino Fundamental é extremamente necessária para aplicar nos novos conteúdos matemáticos.

E o percurso só vai se tornando cada ano mais árduo, pois, os estudantes vão avançando ano a ano em sua caminhada estudantil acumulando mais dificuldades e menos aprendizado.

Claro que essa realidade escolar é fruto de muitos fatores, não sendo resultado somente do desinteresse dos estudantes e culpa do trabalho do professor, pois, a vida e características de cada estudante, a realidade de cada ambiente escolar, a formação e métodos utilizados por cada professor, entre outras muitas variáveis, influenciam diretamente na aprendizagem.

O professor não tem controle de todas as variáveis envolvidas na aprendizagem de cada estudante, mas, é o responsável por facilitar o processo de ensino-aprendizagem em suas aulas. Diante desse cenário demonstrado pelo SAEB e vivenciado cotidianamente nas salas de aula, torna-se urgente e indispensável o aperfeiçoamento da prática pedagógica.

Frente ao desafio "ser professor", organizador e responsável pelo processo pedagógico, diante do anseio por métodos eficazes de ensino, buscamos o aprofundamento de conhecimentos teóricos e práticos em busca de metodologias para o ensino-aprendizagem da matemática.

A utilização de uma metodologia de ensino requer estudos teóricos para que a prática seja realizada. Em estudos realizados nos documentos norteadores da educação, destaca-se o papel fundamental da resolução de problemas no ensino e aprendizagem da matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Terceiro e Quarto Ciclos (PCN) destacam em vários momentos a importância da resolução de problemas como "ponto de partida da atividade matemática" (BRASIL, 1998, p. 40), "eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem Matemática" (BRASIL, 1998, p. 40), como "orientação para a aprendizagem" (BRASIL, 1998, p. 41).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que o compromisso do Ensino Fundamental é desenvolver o letramento matemático, que consiste nas "competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (BRASIL, 2017, p. 264) e aponta a resolução de problemas, a investigação, o desenvolvimento de projetos e a modelagem matemática como objetos, estratégias e processos potencialmente ricos para o desenvolvimento das competências do letramento matemático.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática do Paraná (DCE) orientam que a prática docente deve ser fundamentada pelas tendências em educação matemática: resolução de problemas, modelagem matemática, mídias tecnológicas, etnomatemática, história da Matemática, investigações matemáticas. O documento ainda afirma que a resolução de problemas deve ser utilizada para tornar a aula de matemática mais dinâmica, de forma que os estudantes pensem sobre os problemas propostos, elaborem estratégias e hipóteses, apresentem as ideias obtidas para resolução do problema.

Em consonância com a BNCC e a DCE, o Referencial Curricular do Paraná afirma que o professor deve utilizar de estratégias e recursos didáticos variados para o ensino e essas estratégias são as tendências metodológicas para o ensino da matemática, as quais, irão possibilitar ao estudante o desenvolvimento da "capacidade de investigação, leitura, interpretação, comunicação, comparação, análise, síntese e generalização; o desenvolvimento de hipóteses e de estratégias de solução, de verificação, de argumentação e de representações" (PARANÁ, 2018, p. 811). Entre tantos objetivos do ensino da Matemática, o Referencial, aponta o desenvolvimento da capacidade de o estudante enfrentar diversas situações-problema aplicadas em diferentes contextos.

Diante do exposto pelos documentos orientadores da educação em relação a importância da resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática, por acreditar que a Resolução de Problemas pode ser uma metodologia eficaz para melhorar o cenário da educação exposto pelos resultados do SAEB, pela identificação pessoal com a Resolução de Problemas dentre as tendências metodológicas, buscamos nessa pesquisa aprofundar conhecimentos teóricos sobre essa metodologia e verificar, na prática, sua viabilidade em relação as contribuições e dificuldades encontradas na sua implementação.

Definimos, assim, o objeto de estudo da presente pesquisa: a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, sob a perspectiva do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas da Universidade Estadual Paulista, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic.

Um panorama realizado por Trento e Colombo (2017) apontou um reduzido número de pesquisas utilizando essa metodologia no Ensino Fundamental, e ainda mais, utilizando conteúdos algébricos. Diante disso, optamos em realizar a pesquisa no Ensino Fundamental, especificamente em turmas de 8º ano, aplicando a metodologia para o ensino das operações básicas de polinômios.

Escolhemos esse conteúdo, pois, além de não haver, até o momento, pesquisas utilizando a Resolução de Problemas para sua abordagem no Ensino

Fundamental, os conteúdos algébricos são de difícil ensino e aprendizagem nessa fase e correm o risco de tornar-se mecânico, sem interesse por parte dos estudantes e consequentemente sem a devida aprendizagem, o que acarretaria sérios prejuízos no desenvolvimento de conteúdos posteriores do próprio Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Assim, nos propomos o desafio de utilizar a Resolução de Problemas para abordar as operações básicas de polinômios, com expectativas que a metodologia proporcione interesse dos estudantes e consequentemente aprendizagem do conteúdo proposto.

Assim, o tema da pesquisa é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (MEAA-RP) aplicada ao ensino de polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental, delimitada pelo problema: Quais as contribuições e dificuldades encontradas na implementação de um roteiro de ensino utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aplicada ao conteúdo polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental?

Partindo desta questão investigativa, delineou-se o objetivo geral da pesquisa: identificar e discutir contribuições e dificuldades encontradas no decorrer da implementação de um roteiro de ensino aplicando a MEAA-RP no ensino das operações básicas dos polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental II. Os desdobramentos desta meta principal são apresentados nos objetivos específicos abaixo:

1. Elaborar um roteiro de ensino pautado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas voltado para a Álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental II;
2. Implementar no 8º ano do Ensino Fundamental II um roteiro de ensino pautado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas voltado para o ensino de Álgebra;
3. Verificar a viabilidade da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para trabalhar com as operações básicas dos polinômios no 8º ano;
4. Produzir conclusões e reflexões sobre a implementação da metodologia de ensino Resolução de Problemas no cotidiano das aulas de Matemática;
5. Verificar a aceitação dos estudantes referente à MEAA-RP.

Para realização da pesquisa, partimos da hipótese que a MEAA-RP contribui significativamente para a aprendizagem matemática dos estudantes e é uma metodologia viável e eficaz para o ensino, apesar de possíveis dificuldades que possam ocorrer durante seu uso.

A pesquisa é qualitativa, do tipo pesquisa-ação e foi aplicada no 8º ano de uma turma regular do Colégio Estadual do Campo de Alto Alegre, pertencente ao núcleo regional de educação de Laranjeiras do Sul, do estado do Paraná, no período de 17 agosto a 06 de novembro de 2018.

Por se tratar de pesquisa-ação, envolvendo estudantes, foi necessário submeter o projeto de pesquisa ao Comitê de Ética em Pesquisa, o qual foi posto em ação somente após sua aprovação.

Os dados foram coletados pela própria pesquisadora, a partir da implementação do roteiro de ensino utilizando a metodologia escolhida, onde as informações foram coletadas com registros realizados nos diários de campo dos estudantes (caderninhos), no diário de campo da professora e através das gravações das aulas em áudio.

Para análise dos dados fizemos uso do método da análise de conteúdo, proposto por Bardin (2016), a partir do qual obtivemos os resultados da pesquisa.

Esta dissertação apresenta, portanto, o desenvolvimento da pesquisa e está organizada, além desta introdução em quatro capítulos:

O capítulo 2, “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas”, apresenta como a Resolução de Problemas é abordada nos documentos que regem a educação brasileira e paranaense, os pressupostos teóricos e um panorama da metodologia em questão.

O capítulo 3, “Objeto de ensino: polinômios e suas operações básicas”, apresenta o aporte teórico utilizado para o conteúdo matemático a ser abordado no roteiro de ensino e o roteiro de ensino implementado para coletar os dados da pesquisa.

O Capítulo 4, “Delineamento da metodologia de pesquisa” apresenta a caracterização, os aspectos éticos, os participantes, os instrumentos e descrição da coleta de dados e a metodologia de análise da pesquisa.

Por fim, o capítulo 5, “Análise da aplicação”, apresenta a descrição, análise e os resultados obtidos em duas categorias: dificuldades e contribuições, as quais apontam, como a própria denominação indica, as dificuldades e as contribuições encontradas durante a implementação do roteiro de ensino utilizando o nosso objeto de estudo: a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de Problemas.

2. METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo apresenta como a Resolução de Problemas[1] é tratada nos documentos que regem, atualmente, a educação brasileira e paranaense, um breve histórico da Resolução de Problemas como metodologia de ensino e suas concepções teóricas, além de um panorama das pesquisas brasileiras em que esta metodologia foi objeto de estudos, para que possamos situar e aprofundar nossos conhecimentos sobre a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de Matemática.

.

2.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS DOCUMENTOS QUE REGEM A EDUCAÇÃO BRASILEIRA E PARANAENSE

O trabalho pedagógico nas instituições de ensino básico é guiado e regido por documentos oficiais dos quais precisamos ter conhecimento para atuarmos no magistério.

Do fato que nosso tema de pesquisa trata justamente da prática de ensino e aprendizagem de Matemática, apresentaremos como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Terceiro e Quarto Ciclos (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática do Paraná (DCE) e Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações tratam da Resolução de Problemas[2].

Trataremos inicialmente da Resolução de Problemas abordada nos PCN do Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental equivalentes aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Em relação à Resolução de Problemas, esse documento

---

[1] O termo Resolução de Problemas (com iniciais maiúsculas) é utilizado quando trata-se da metodologia de ensino e resolução de problemas (com iniciais minúsculas) quando não se refere especificamente a metodologia de ensino

[2] O presente trabalho iniciou-se em 2016 e teve continuidade em 2017, 2018 e finalizado em 2019, momento em que os PCN e DCE estão em vigor, mas, que a BNCC é homologada, em 2017, para normatizar a educação básica do país a partir de 2020, após adaptações das especificidades de cada estado, que no nosso caso será o Referencial Teórico do Paraná: princípios, direitos e orientações. Por isso, buscamos teoricamente os quatro documentos citados.

sinaliza a importância da resolução de problemas ao destacar em vários momentos, como o "ponto de partida da atividade matemática" (BRASIL, 1998, p. 40), o "eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem Matemática" (BRASIL, 1998, p. 40), ou ainda como "orientação para a aprendizagem" (BRASIL, 1998, p. 41).

Nesta abordagem, o ensino da Matemática parte da exploração de situações-problema que fornecem o contexto para se construir e obter as definições, conceitos, ideias matemáticas. As situações-problemas são situações em que há a necessidade de interpretação do enunciado e elaboração de estratégias de resolução, nas quais, a solução não é imediata, mas, é possível de se obter.

A resolução consiste em elaborar e testar procedimentos, comparar os resultados com os de outros alunos, validar os procedimentos e resultados obtidos. Nesta perspectiva, a importância do processo da resolução se sobrepõe a apresentação da resposta correta.

Temos, após 20 anos de educação nacional orientada pelos PCN, a homologação pelo Ministério da Educação, em 20 de dezembro de 2017 da Base Nacional Comum Curricular, a qual é um documento normativo que obrigatoriamente deverá nortear os currículos dos sistemas e redes de educação, como também, as propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas da Educação Básica das Unidades Federativas.

A Base "define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (BRASIL, 2017, p. 7).

Quanto a área da Matemática, a BNCC afirma que o conhecimento matemático é necessário a todos os alunos da Educação Básica e o compromisso do Ensino Fundamental é desenvolver o letramento matemático, que consiste nas "competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (BRASIL, 2017, p. 264). O letramento matemático favorece a formulação de conjecturas e resolução de problemas aplicados a contextos diversos, fazendo uso dos conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

A BNCC aponta os processos matemáticos de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem como objeto e estratégia de aprendizagem no Ensino Fundamental. O documento ainda afirma que a resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem são processos de aprendizagem potencialmente ricos para o desenvolvimento das competências do letramento matemático.

Notamos que os PCN (1998) e a BNCC (2017) não tratam claramente a resolução de problemas como metodologia de ensino. Os PCN (1998) a aponta como forma de introduzir a atividade matemática, organizar e orientar o processo de ensino e aprendizagem matemática. A BNCC (2017) trata a resolução de problemas como processo matemático, processo de aprendizagem e ao mesmo tempo como objeto e estratégia de aprendizagem.

Até o momento tratamos dos documentos que orientam a educação de todas as escolas nacionais de forma geral. Trataremos, a seguir como a Resolução de Problemas é abordada nos documentos norteadores do estado do Paraná - DCE e Referencial Curricular do Paraná.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática do Paraná documento norteador da disciplina de Matemática das escolas do Paraná, assim, como os PCN, orientam sobre o ensino a partir da resolução de problemas. As DCE direcionam que o ensino deve ocorrer adotando-se as seguintes tendências em educação matemática para fundamentar a prática docente: resolução de problemas, modelagem matemática, mídias tecnológicas, etnomatemática, história da Matemática, investigações matemáticas.

As DCE apontam a metodologia de Resolução de Problemas como um desafio para o ensino da Matemática, mas, o professor deve utilizá-la para tornar a aula de matemática mais dinâmica, possibilitando ao aluno pensar sobre os problemas propostos, elaborar estratégias e hipóteses, apresentar as ideias obtidas para resolução do problema.

Após 10 anos de vigência das DCE e da homologação da BNCC em 2017, o Paraná, elaborou o Referencial Curricular do Paraná, o qual foi entregue ao Conselho Estadual de Educação em 20/09/2018. O Referencial considera o processo histórico vivenciado pelo Paraná nos documentos orientadores de suas secretarias de educação e é normatizado pela BNCC.

O Referencial estabelece os princípios, direitos e objetivos de aprendizagem para a Educação Infantil e para o Ensino Fundamental paranaense, os quais serão implementados nas propostas curriculares e Projetos Políticos-Pedagógicos das escolas em 2019 para serem efetivados em 2020.

Na área da Matemática, o Referencial está em plena consonância com a BNCC no que diz respeito ao desenvolvimento do letramento matemático por ela definida, fundamental para a compreensão e atuação no mundo.

Segundo o Referencial, no Ensino Fundamental, a partir das experiências e dos conhecimentos matemáticos adquiridos os estudantes devem:

> comunicar em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica; sistematizar e formalizar conhecimentos matemáticos; desenvolver a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos; elaborar ideias mais complexas e argumentações matemáticas mais sofisticadas; compreender, analisar e avaliar as ideias e reelaborar problemas quando necessário. (PARANÁ, 2018, p. 810)

Para desenvolver o conhecimento matemático, o Referencial afirma que o professor faça uso de estratégias e recursos didáticos variados, que atendam aos objetivos de cada ano escolar.

O documento cita como estratégias para desenvolver os conhecimentos matemáticos as tendências da Educação Matemática citadas também pelas DCE: resolução de problemas, modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, investigação matemática, mídias tecnológicas, entre outras.

Em relação ao ponto de partida da atividade matemática, o Referencial pressupõe que os conteúdos matemáticos devem ser abordados a partir dos conhecimentos e experiências que os estudantes possuem. Ao professor cabe o papel de mediador para que estes conhecimentos prévios sejam aprofundados, sistematizados, ampliados e generalizados.

Segundo o Referencial, o professor deve fazer uso de diversas estratégias as quais devem possibilitar ao estudante o desenvolvimento da "capacidade de investigação, leitura, interpretação, comunicação, comparação, análise, síntese e generalização; o desenvolvimento de hipóteses e de estratégias de solução, de verificação, de argumentação e de representações" (PARANÁ, 2018, p. 811).

O Referencial ainda trata das problematizações durante o processo de desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos, pela resolução das quais, o estudante deve compreender o conhecimento matemático envolvido, permitindo transferência e interferência na realidade.

Entre outros objetivos do ensino da Matemática, encontramos no Referencial, o desenvolvimento da capacidade de o estudante enfrentar diversas situações-problema aplicadas em diferentes contextos, sejam elas imaginadas ou de caráter prático-utilitário, de forma que consiga expressar suas respostas fazendo uso de diferentes registros e linguagens e com isso possa obter suas conclusões.

Observamos que tanto a DCE quanto o Referencial tratam da resolução de problemas como uma tendência metodológica da Educação Matemática. Porém, a DCE cita a resolução de problemas como metodologia de ensino enquanto que o Referencial a designa como estratégia para desenvolver o conhecimento matemático.

Notamos que apesar de os documentos acima citados adotarem termos diferenciados para a resolução de problemas, ela assume papel importante no ensino e na aprendizagem matemática. Para o ensino ela é mencionada como ponto de partida para a atividade matemática, eixo organizador do processo de ensino, como metodologia de ensino e como estratégia para o desenvolvimento do conteúdo matemático. Já para a aprendizagem, a resolução de problemas é citada como eixo organizador do processo de aprendizagem, orientação para aprendizagem e como estratégia de aprendizagem.

Diante da análise da Resolução de Problemas nos documentos apresentados nesta seção, entendemos que nesta pesquisa, o uso da resolução de problemas contempla as diversas abordagens citadas, pois, a Resolução de Problemas será tratada como metodologia de ensino e aprendizagem e assim, será o ponto de partida para a atividade matemática, será o eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem, será orientação para a aprendizagem e também será utilizada como estratégia de ensino e aprendizagem.

Especificamente, a Resolução de Problemas será adotada como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, será nosso objeto de estudo e pesquisa no que diz respeito a sua aplicação para o ensino de Matemática, bem como, as contribuições e dificuldades em utilizá-la. A seção seguinte, apresentará histórica e teoricamente a metodologia em estudo.

2.2 A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta seção, apresentaremos brevemente o resgate histórico da Resolução de Problemas como metodologia de ensino tendo como referencial teórico Morais e

Onuchic (2014) e Fiorentini (1994). Também realizaremos a descrição das concepções teóricas da metodologia de Resolução de Problemas segundo as produções de Allevato e Onuchic (2014) e Onuchic e Allevato (2011), além, de apresentar as adaptações que realizamos na metodologia para realizar a pesquisa.

Morais e Onuchic (2014) afirmam que o tratamento da Resolução de problemas como abordagem metodológica teve início na primeira metade do século XX, nos Estados Unidos, onde se constituiu como teoria, em um contexto de mudanças sociais que responsabilizou a escola pela preparação dos cidadãos para desempenhar seus papeis na sociedade.

Entre a segunda metade da década de 1930 e final da década de 1940, Morais e Onuchic (2014) afirmam que nos Estados Unidos, a ênfase do ensino da Matemática estava sobre os “processos” e não somente sobre os “produtos”, sustentada pela corrente psicológica de Willian Brownel, a “teoria significativa”. Neste cenário, George Polya constitui a resolução de problemas como campo teórico, em seu livro intitulado “A arte de resolver problemas”. A partir da produção teórica de Polya ocorreu uma visão mais profunda e compreensiva da resolução de problemas nos currículos escolares dos Estados Unidos.

Porém, o foco da produção teórica de Polya estava na formação de professores com habilidades para resolver problemas matemáticos para que seus alunos se tornassem bons resolvedores de problemas. Podemos dizer que Polya fixou-se em como resolver problemas e defendeu um ensino com essa proposta, diferentemente de utilizar a resolução de problemas para ensinar matemática.

Mas, mesmo que Polya não tenha apresentado a resolução de problemas como metodologia de ensino, a “Arte de resolver problemas” foi o marco oficial da teoria Resolução de Problemas, com primeira edição impressa em 1945. Após 15 anos, em 1960, a Resolução de Problemas ganhou força nos Estados Unidos e em outros países do mundo.

Em 1972, no Segundo Congresso Internacional de Matemática, Polya, Edith Biggs da Inglaterra e Efrain Fisch-bein de Israel palestraram sobre Resolução de Problemas, o que induziu outros pesquisadores do mundo a voltarem seus estudos a ela.

Em 1975, ocorreu o primeiro “Seminário de Pesquisa sobre Resolução de Problemas em Educação Matemática”, na Universidade da Georgia, o qual reuniu os pesquisadores dedicados à Resolução de Problemas. Os resultados das pesquisas destes foram publicados em eventos, periódicos e livros, principalmente nos Estados Unidos e inclusive um livro, em 1980, composto de 22 artigos, do “Conselho Nacional de Professores de Matemática” (NCTM).

A Resolução de Problemas ganhou espaço nos currículos escolares, após aproximadamente três décadas (anterior a 1980) de fracasso escolar das crianças norte-americanas no que diz respeito a aprendizagem matemática e resolução de problemas. Em 1980, o NCTM publicou “Uma agenda para ação – Recomendações para a Matemática escolar nos anos de 1980”, na qual, a proposta era que o foco da matemática escolar nos anos 80 fosse a resolução de problemas. O trabalho deveria unir teoria e prática, com problemas da realidade e que envolvessem as diversas ciências e o futuro.

Na década de 1980 houve a produção de muito material para a sala de aula sobre a Resolução de Problemas, como o livro “Novas Direções para a Matemática da Escola Elementar” do NCTM, publicado em 1989. Essas produções auxiliaram os professores quanto a Resolução de Problemas, no entanto, não mostravam claramente a direção para que os objetivos fossem alcançados. Havia três tipos de abordagem: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolver problemas e ensinar via resolução de problemas.

As três abordagens apontavam objetivos distintos. Ensinar sobre resolução de problemas, consistia em aplicar a teoria de Polya, ou seja, aprender a resolver problemas e se tornar um bom resolvedor. Ensinar para a resolução de problemas, consistia em ensinar Matemática para aplicar na resolução de problemas. E ensinar via resolução de problemas seria utilizar a resolução de problemas para ensinar os conteúdos matemáticos.

Em 1989 e 1991 o NCTM lançou dois documentos que pretendiam padronizar o ensino nas aulas de Matemática, o “Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar” e o “Padrões Profissionais para o ensino da Matemática”, os quais influenciaram muitas pesquisas em Educação Matemática nos Estados Unidos.

Em 2000, o NCTM publicou os “Standards 2000” determinando orientações para o professor de Matemática, resultado dos estudos produzidos nas duas décadas anteriores (1980 e 1990). Esse documento foi responsável pela implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas além das fronteiras norte-americanas, para o mundo. Onuchic (2012), Allevato e Onuchic (2014) afirmam que o Brasil acompanhou e apoiados nos Standards criou os Parâmetros Curriculares

Nacionais de Matemática para o 1º e 2º ciclos (1997), 3º e 4º ciclos (1998) e Ensino Médio (1999).

No Brasil, Fiorentini (1994) constatou que até o final da década de 1980 não há estudos brasileiros que consideram a resolução de problemas como metodologia de ensino. As primeiras pesquisas surgiram no período de 1983 a 1990, com a criação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Câmpus Rio Claro, no qual a Resolução de Problemas e o ensino é uma das linhas de pesquisa, influenciado pelo movimento da Resolução de Problemas nascido e consolidado nos Estados Unidos.

A intensificação dos estudos sobre a resolução de problemas como metodologia de ensino ocorreu a partir de 1989 (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011) com a criação do grupo de pesquisa em Resolução de Problemas, consolidado em 1992 como Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP. O grupo trabalha na linha de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, sempre coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic na UNESP/Rio Claro.

Onuchic (2012) relata as origens de suas pesquisas em Resolução de Problemas, no final de 1989 quando conhece um casal de educadores matemáticos da State University of San Diego na Califórina – Estados Unidos. Onuchic recebeu do casal o documento do NCTM “Setting a Research Agenda – a Research Agenda for Mathematics Education”. A autora passou várias semanas de alguns anos nessa Universidade trabalhando com a Resolução de Problemas, a qual tornou-se sua área de trabalho e do GTERP.

A partir desses estudos iniciais, Allevato e Onuchic (2014) afirmam que a resolução de problemas é considerada o coração da atividade matemática, por ser a propulsora para que novos conhecimentos sejam descobertos e com isso outros problemas sejam resolvidos e novas teorias consolidadas.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, que chamaremos doravante de MEAA-RP, “o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 44). O problema é definido como “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

O professor é o guia e mediador do processo de ensino-aprendizagem-avaliação, no qual o ensino, aprendizagem e avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno. Assim, a avaliação tem o papel de acompanhar o crescimento dos alunos, aumentar a aprendizagem e reorientar a dinâmica de sala de aula.

Para orientar os professores no uso desta metodologia de ensino, Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014) apresentam uma sugestão de roteiro para organizar o trabalho em sala de aula em dez passos, os quais são:

(1) Proposição do problema: o professor elabora ou seleciona o problema gerador que será o problema inicial a ser proposto para desenvolver um conteúdo, conceito, procedimento ou princípio desconhecido pelos alunos, ou seja, o conteúdo deve ser inédito para os alunos.

(2) Leitura individual: os alunos recebem o problema para leitura individual. Esse é o primeiro contato com o problema, induzindo compreensão própria.

(3) Leitura em conjunto: reunião dos alunos em grupo para leitura e compreensão coletivas. Momento de discussão entre os membros do grupo, esclarecimento de palavras desconhecidas. O professor pode tirar possíveis dúvidas em relação ao texto do problema ou possibilitar meios para que os alunos possam compreender o texto.

(4) Resolução do problema: os alunos, em grupo, resolverão o problema que lhes conduzirá ao novo conteúdo planejado para a aula utilizando a linguagem que acharem conveniente.

(5) Observar e incentivar: O professor será observador e incentivador para troca de ideias e uso de conhecimentos anteriores durante a resolução do problema. Poderá intervir e questionar quando os alunos apresentarem dificuldades provenientes de problemas secundários como notação, passagem da linguagem corrente para a linguagem matemática, técnicas operatórias. Esse passo é importante para que os alunos não desistam do problema. Porém, o professor não deve apresentar a resolução aos alunos.

(6) Registro das resoluções na lousa: Representantes dos grupos registram na lousa as soluções encontradas, independentemente de estarem corretas, incorretas, incompletas.

(7) Plenária: Diante das soluções apresentadas pelo grupo, o professor incentiva e media as discussões entre todos os alunos da turma para que defendam pontos de vistas, esclareçam dúvidas.
(8) Busca do consenso: A partir da plenária, os alunos analisam acertos e erros e buscam um consenso da resolução.
(9) Formalização do conteúdo: Momento de o professor apresentar formalmente o conteúdo, conceito, princípio ou procedimento planejado a partir do problema gerador de forma sistematizada, bem como diferentes técnicas operatórias e se for caso, demonstrações.
(10) Proposição e resolução de novos problemas: Novos problemas relacionados ao problema gerador devem ser propostos, para que seja analisado se houve a compreensão do conteúdo desenvolvido a partir do problema gerador, consolidar aprendizagens, aprofundar e ampliar compreensões sobre o conteúdo em questão.

O roteiro possibilita ao professor constante observação e análise quanto a socialização das ideias, interação, apresentação de ideias matemáticas, conhecimentos que os alunos possuem e adquirem, permitindo que a avaliação ocorra durante o ensino-aprendizagem. E, ainda possibilita a intervenção do professor para auxiliar o aluno a aprender conhecimentos não aprendidos, defasados, incorretos.

O roteiro de ensino que será implementado nesta pesquisa será elaborado a partir da MEAA-RP, do roteiro descrito por Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014), porém, de forma adaptada, agrupando os dez passos em cinco fases, as quais denominaremos de MEAA-RP/adapt.:

Fase I: Preparação da aula – selecionar ou elaborar os problemas geradores para abordar o conteúdo específico referente à Álgebra do 8º ano de acordo com os conceitos matemáticos que se deseja desenvolver.

Fase II: Conhecer e resolver – nesta fase os alunos formam grupos, recebem o problema para leitura individual, em seguida, discutem com os colegas e professor possíveis dúvidas e dificuldades em relação ao texto do problema. O professor, ainda nesta fase, observa, media e incentiva a troca de ideias pelos membros do grupo e instiga a resolução do problema pelo grupo.

Fase III: Apresentar as resoluções e analisá-las – cada grupo escolhe um representante para apresentar escrito e oralmente a resolução, os argumentos, ideias, promovendo discussão das resoluções obtidas, bem como os erros, acertos e caminhos tomados, instigando a justificativa dos raciocínios utilizados na resolução do problema e com isso analisar se a resolução está correta e se não está correta, a partir de justificativas.

Fase IV: Formalizar o conteúdo – fase em que os conhecimentos obtidos a partir dos problemas geradores são convertidos para a linguagem matemática. É nessa fase que os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos são trabalhados a partir e indo além dos resultados obtidos na resolução dos problemas geradores.

Fase V: Problemas complementares e avaliação - resolver problemas que necessitem do conteúdo formalizado na fase IV – o professor propõe novos problemas em que os alunos resolverão individualmente ou em grupos, com o objetivo de colocar em ação os conhecimentos matemáticos abordados. Esta fase também é composta pela avaliação formal, a qual é realizada continuamente e pontualmente.

A avaliação contínua encontra-se simbolicamente na fase V, no entanto, ela não ocorre cronologicamente nesta fase, mas, durante a realização das quatro fases anteriores e na própria fase V, no desenvolvimento dos problemas complementares.

Observando e anotando, o professor realiza a avaliação contínua (AC), segundo critérios pré-estabelecidos, a participação e desenvolvimento dos alunos durante a aplicação do roteiro de ensino. Os critérios a serem analisados são: assiduidade, interação com o grupo, participação ativa nas fases II, III e IV, resolução dos problemas complementares.

Além da avaliação contínua, na fase V temos a avaliação pontual (AP), a qual é exigida pelos estabelecimentos de ensino na forma de prova objetiva e/ou descritiva sobre o conteúdo. A avaliação pontual será aplicada após o término de um ou mais blocos do conteúdo.

O esquema a seguir ilustra cronologicamente como a MEAA-RP adapt. é desenvolvida:

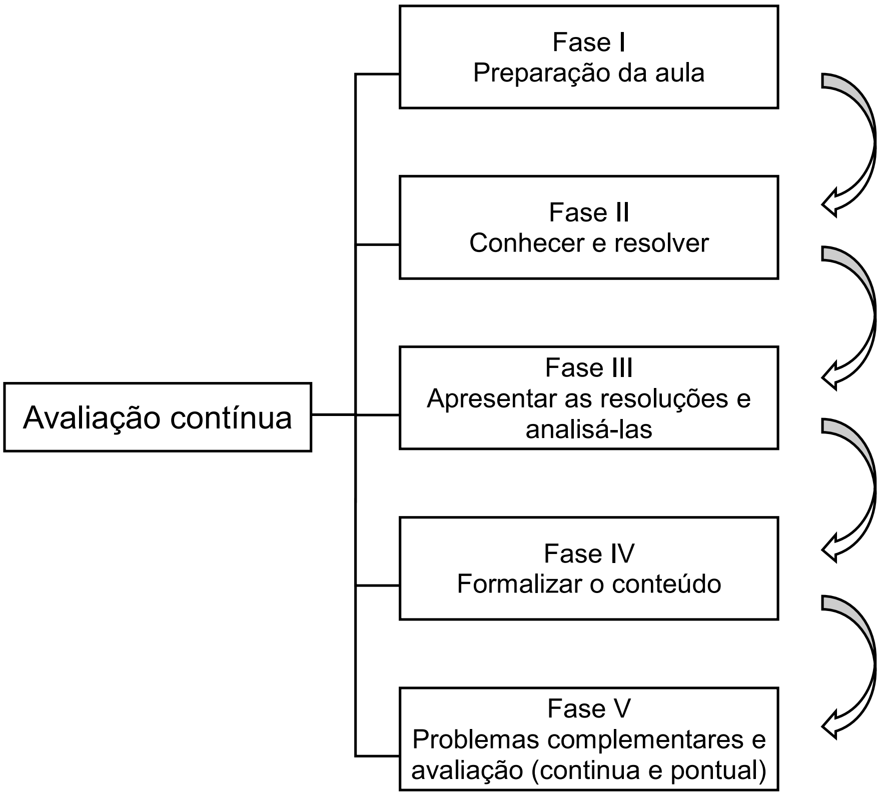


Figura 1 - MEAA-RP/adapt.
Fonte: A autora

Após apresentarmos a MEAA-RP/adapt., faremos na próxima seção um panorama das pesquisas brasileiras que fizeram uso dessa metodologia para o ensino da Matemática até 2016 a partir de pesquisas de Trento e Colombo (2017), e com isso situamos a problemática desenvolvida no presente estudo no cenário das pesquisas desenvolvidas sobre o tema.

2.3 PANORAMA DAS PESQUISAS BRASILEIRAS EM MEAA-RP

O panorama que apresentaremos a seguir é fruto de pesquisas e dados coletados por Trento e Colombo (2017) em busca dos estudos realizados em trabalhos de mestrado e doutorado em universidades brasileiras que fizeram uso da MEAA-RP publicados nos bancos de dados consultados até o ano de 2016, ano em que foi elaborado o projeto de pesquisa do presente trabalho. Os dados foram coletados no banco de dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), no banco de publicações do GTERP, no banco de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

O PROFMAT é um Programa de Mestrado em Rede Nacional, destinado prioritariamente para aprimoramento profissional de professores da rede básica de ensino. Os trabalhos desenvolvidos pelos mestrandos do PROFMAT têm como principal objetivo desenvolver pesquisas voltadas para o ensino da Matemática da educação básica. Diante desse fato, é interessante notar que no banco de dissertações do PROFMAT foram identificadas somente seis dissertações dentre 3003, que utilizaram a MEAA-RP em suas pesquisas:

Título	Ano	Instituição	Público alvo
O Computador em sala de aula: Ensino e Aprendizagem de Funções através de Resolução de Problemas	2013	Universidade Federal de Campina Grande	Ensino Médio
Uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem para o ensino de logaritmos na perspectiva da Resolução de Problemas	2015	Universidade Estadual de Londrina	Formação de professores
Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas	2015	Universidade Estadual Paulista	Ensino Médio
Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Estatística através da Resolução de Problemas: uma experiência com alunos do 3º ano do ensino médio	2015	Universidade Federal do Maranhão	Ensino Médio
Contribuições da metodologia de resolução de problemas para uma mudança de atitude na postura das alunas de um curso de pedagogia no município de Teófilo Otoni	2015	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia	Ensino Superior
Análise combinatória: Uma Abordagem Através da Resolução de Problemas	2016	Universidade Federal do Tocantins	Ensino Médio

Quadro 1 - Dissertações do PROFMAT em MEAA-RP
Fonte: Trento e Colombo (2017)

A partir do quadro acima observamos que das seis pesquisas apontadas, quatro tiveram o Ensino Médio como público alvo, uma o Ensino Superior e uma Formação de Professores. Porém, o mais interessante é que até 2016, o PROFMAT não teve nenhuma pesquisa utilizando a MEAA-RP no Ensino Fundamental.

Em relação as dissertações e teses constantes no banco de publicações do GTERP, Trento e Colombo (2017) verificaram que dentre dezessete títulos de dissertações, das quais dez estavam disponibilizadas para acesso, cinco tiveram como público alvo o Ensino Médio, uma o Ensino Profissionalizante, uma o Ensino Superior, uma o Ensino Fundamental e Médio e duas o Ensino Fundamental, ou seja, apenas três pesquisas usaram a MEAA-RP no Ensino Fundamental como material de estudos, conforme o quadro abaixo:

Título	Ano	Público alvo
Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas	2002	Ensino Médio
A Avaliação integrada no processo de ensino-aprendizagem da Matemática	2002	Ensino Médio
A matemática nos cursos profissionalizantes de Mecânica	2003	Ensino Profissionalizante
O ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas no 3º ciclo do ensino fundamental	2004	Ensino Fundamental
A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula	2006	Ensino Médio
Matemática financeira – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem	2008	Ensino Médio
Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas	2010	Ensino Médio
O ensino do conceito de função e conceitos relacionados a partir da resolução de problemas.	2010	Ensino Fundamental Ensino Médio
O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da matemática e da resolução de problemas	2010	Ensino Superior
A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais	2011	Ensino Fundamental

Quadro 2 - Dissertações do GTERP
Fonte: Trento e Colombo (2017)

Em relação as teses publicadas pelo GTERP, Trento e Colombo (2017) relatam haver dez títulos, dos quais foi possível consultar oito. Dessas oito teses, apenas uma teve como público alvo o Ensino Fundamental:

Título	Ano	Público alvo
Resolução de problemas no cenário da matemática discreta	2013	Ensino Fundamental I e II Ensino Médio

Quadro 3 - Tese do GTERP aplicado no Ensino Fundamental
Fonte: Trento e Colombo (2017)

No Banco de Teses e Dissertações da CAPES, Trento e Colombo (2017) encontraram 29 trabalhos que utilizaram a MEAA-RP, dos quais 11 são do GTERP e 3 do PROFMAT, 14 estão apresentados no quadro abaixo e 1 não foi localizado:

Título	Ano	Instituição	Público alvo
O ensino-aprendizagem-avaliação do Teorema de Tales através da resolução de problemas	2010	Universidade Cruzeiro do Sul	Ensino Fundamental
A resolução de problemas como ferramenta para a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas no Ensino Médio	2011	Universidade Federal de Ouro Preto	Ensino Médio
Ensino e Aprendizagem de Equações de Diferenças por Meio da Metodologia de Resolução de Problemas	2011	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria	Ensino Superior
Uma abordagem do Ensino da Análise Combinatória sob a Ótica da Resolução de Problemas	2011	Universidade Cruzeiro do Sul	Professores e alunos do Ensino Médio
O Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Derivada para o Curso de Engenharia Através da Resolução de Problemas	2011	Universidade Cruzeiro do Sul	Ensino Superior
Ensino e Aprendizagem de Probabilidade através da Metodologia de Resolução De Problemas	2012	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria	Ensino Superior
Ensino-aprendizagem-avaliação de proporcionalidade através da resolução de problemas: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática	2012	Universidade Cruzeiro do Sul	Ensino Superior
A metodologia da resolução de problemas e o ensino de estatística no nono ano do Ensino Fundamental	2013	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria	Ensino Fundamental
A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, como alternativa pedagógica para a compreensão do conceito de função afim por alunos do ensino médio	2014	Centro Universitário Franciscano de Santa Maria	Ensino Médio
O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvidas no conceito de integral por meio da resolução de problemas	2014	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Ensino Superior
O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Trigonometria no Triângulo Retângulo Através da Resolução de Problemas	2015	Universidade Estadual de Santa Cruz	Educação Profissionalizante
Resolução de problemas e o ensino de sistema de equações do 1º grau: o Trabalho Colaborativo como estratégia de Formação Continuada de Professores	2016	Universidade Estadual Santa Cruz	Professores

Mobilização de cultura matemática por meio da resolução de problemas matemáticos na Educação de Jovens e Adultos	2016	Universidade do Estado da Bahia	Educação de Jovens e Adultos
A resolução de problemas no ensino de estatística: uma contribuição na formação inicial do professor de Matemática	2016	Universidade Estadual da Paraíba	Ensino Superior

Quadro 4 - Pesquisas em MEAA-RP do banco da CAPES
Fonte: Trento e Colombo (2017)

É interessante notar que desses 14 trabalhos constantes no quadro 4, apenas dois tiveram como público alvo o Ensino Fundamental.

Na BDTD foram localizados 14 trabalhos que utilizaram a MEAA-RP, dos quais 11 já haviam sido localizados no banco de publicações do GTERP e 3 no banco da CAPES.

A partir do panorama realizado por Trento e Colombo (2017), foi constatado o público alvo das pesquisas utilizando a MEAA-RP, conforme o quadro abaixo:

Público alvo	Número de trabalhos
Educação de Jovens e Adultos	1
Ensino Profissionalizante	3
Professores de Matemática	5
Ensino Fundamental	6
Ensino Superior	13
Ensino Médio	14

Quadro 5 - Público alvo das pesquisas consultadas em MEAA-RP
Fonte: Trento e Colombo (2017)

O quadro mostra que dentre os 42 trabalhos localizados que fizeram uso da MEAA-RP, os públicos alvo de maior interesse foram o ensino superior e o ensino médio, que foram foco, respectivamente, em aproximadamente 31% e 33% das pesquisas, enquanto que o Ensino Fundamental foi foco em aproximadamente apenas 14% das pesquisas, as quais estão especificadas abaixo:

Identificação/Título	Ano	Ano Escolar	Procedimento Técnico	Conteúdo
(I) O ensino do conceito de função e conceitos relacionados a partir da resolução de problemas.	2010	7º ao 9º	Pesquisa-ação	Conceito de função
(II) O ensino-aprendizagem-avaliação do Teorema de Tales através da resolução de problemas	2010	8º	Pesquisa participante	Teorema de Tales

(III) A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais	2011	9º	Pesquisa participante	Equações Polinomiais do 2º grau
(IV) Resolução de problemas no cenário da matemática discreta	2013	1º ao 9º	Pesquisa bibliográfica/ Produção teórica	Matemática discreta
(V) A metodologia da resolução de problemas e o ensino de estatística no nono ano do Ensino Fundamental	2013	9º	Pesquisa participante	Medidas de tendência central, gráficos, tabelas
(VI) O ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas no 3º ciclo do ensino fundamental	2015	6º	Pesquisa-ação	Divisibilidade e números racionais

Quadro 6 - Pesquisas em MEAA-RP no EF
Fonte: Trento e Colombo (2017)

Observando o quadro 6, notamos que das seis pesquisas apresentadas voltadas para o Ensino Fundamental, apenas uma delas tem o 8º ano como público alvo, utilizando um conteúdo da área da Geometria – Teorema de Tales.

Em relação aos conteúdos matemáticos, as pesquisas que utilizaram Álgebra no Ensino Fundamental foi apenas uma, das seis - “Equações Polinomiais do 2º grau”, aplicada no 9º ano.

Trento e Colombo (2017) coletaram nas pesquisas do quadro 6, as contribuições e dificuldades relatadas pelos autores no uso da MEAA-RP:

Título	Problema	Conclusões/contribuições	Dificuldades
(I)	É possível antecipar a introdução do conceito de função para as diversas séries do Ensino Fundamental II, com o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas?	A antecipação não só é possível como, também, desejável, sendo razoável supor que os alunos, se tiverem uma bagagem prévia, poderão assimilar mais facilmente o formalismo que lhes será apresentado mais adiante.	Não há considerações no trabalho
(II)	Quais possibilidades o Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas oferece para o ensino do Teorema de Tales?	A metodologia de ensino através da Resolução de Problemas contribui para o desenvolvimento intelectual e construção de conhecimento; os alunos aprenderam a trabalhar colaborativamente e ganharam autonomia.	O planejamento da série a cumprir; Falta de compreensão do vocabulário matemático o que dificultou a compreensão dos enunciados dos problemas; Esquecimento de conteúdos já estudados.
(III)	Quais os significados produzidos, pelos alunos, no processo de ensino-	Os alunos desenvolveram as grandes ideias do pensamento algébrico; o	Falta de tempo, devido ao cronograma de sala de aula a ser cumprido;

	aprendizagem-avaliação de equações polinomiais do 2º grau?	pensamento dos alunos tornou-se visível o que facilitou para a compreensão dos conceitos matemáticos; os alunos foram levados a levantar ideias matemáticas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões, desenvolver a capacidade de explorar e generalizar problemas; A metodologia de ensino proporcionou maior participação dos alunos na resolução dos problemas, mostrando-lhes o que é investigar, enfrentar desafios e tomar decisões. O trabalho em grupo foi essencial para os alunos com dificuldades em Matemática, pois, os colegas os ajudavam. O trabalho com a metodologia proporcionou uma melhor compreensão da construção sobre o conteúdo.	Não cumprimento, por parte dos alunos, das tarefas encaminhadas.
(V)	Quais as contribuições da Metodologia da Resolução de Problemas na aprendizagem dos conceitos de Estatística por alunos do nono ano do Ensino Fundamental?	A metodologia de ensino revelou-se eficiente, contribuiu para uma melhora no ensino-aprendizagem de Matemática; É uma ferramenta eficiente de leitura, debate e compreensão da realidade, permitindo aos alunos desenvolverem-se como cidadãos de espírito crítico; a metodologia instiga e desafia os alunos diante de questões que os levam a novos conceitos, organização, discussão e construção de conhecimento.	Estranhamento, indiferença e rejeição por parte dos alunos no início da proposta.
(VI)	Qual é a contribuição da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas para a disciplina de Matemática, no 3º ciclo do Ensino Fundamental, a partir de problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos?	Dúvidas dos alunos em relação à conteúdos pré-requisitos puderam ser bem trabalhadas; A metodologia fez com que os alunos se interessassem mais pela Matemática, puderam perceber as relações matemáticas que há entre os conceitos matemáticos e suas relações com o dia-a-dia, fez com que os alunos	Inicialmente os alunos tiveram dificuldade em aceitar a nova metodologia, de trabalhar em grupo, de enfrentar os problemas, preocupavam-se com nota, tentavam adivinhar a resolução dos problemas e não analisam respostas absurdas que surgiam.

		pudessem pensar, refletir e gostar de Matemática, relacionar conceitos novos com conteúdos construídos.	Levou algum tempo para os alunos se adaptarem a nova metodologia. O calendário escolar alterou o planejamento.

Quadro 7 - Conclusões das pesquisas de campo em MEAA-RP no EF
Fonte: Trento e Colombo (2017)

Diante desses resultados obtidos por Trento e Colombo (2017), notamos a precariedade no número de pesquisas com MEAA-RP aplicadas a conteúdos algébricos no Ensino Fundamental. Mediante esse fato, optamos por realizar nossa pesquisa no 8º ano do Ensino Fundamental utilizando a MEAA-RP aplicada ao conteúdo “Polinômios e suas operações básicas”.

Assim, o próximo capítulo apresentará o referencial teórico do conteúdo “Polinômios e suas operações básicas” escolhido por nós para a aplicação do roteiro de ensino utilizando a MEAA-RP.

3. OBJETO DE ENSINO: POLINÔMIOS E SUAS OPERAÇÕES BÁSICAS

Escolher uma metodologia de ensino carrega consigo a intenção de organizar o processo de ensino para facilitar a aprendizagem de um respectivo conteúdo.

Nesta pesquisa pretendemos analisar as contribuições e dificuldades encontradas no uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conteúdo “Polinômios e suas operações básicas” previsto pelos documentos norteadores da educação brasileira e paranaense.

Este capítulo irá apresentar as diretrizes traçadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Terceiro e Quarto Ciclos (PCN), Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná (DCE), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Referencial Curricular do Paraná para o ensino do conteúdo polinômios para o 8º ano.

Apresentaremos também o referencial teórico que embasa nosso estudo sobre polinômios e suas operações, além de, propor problemas para tratar do objeto de ensino em questão.

3.1 DIRETRIZES E PARÂMETROS PARA O ENSINO DE POLINÔMIOS NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Os PCN de Matemática, Brasil (1998), para as séries finais do Ensino Fundamental, equivalente aos Anos Finais do Ensino Fundamental, apontam que os currículos devem contemplar o estudo dos números e operações (Aritmética e Álgebra), das formas (Geometria) e das grandezas e medidas (interligações entre Aritmética, Álgebra, Geometria e outros campos do conhecimento).

Nas séries finais do Ensino Fundamental, os PCN apresentam o estudo da Álgebra como “um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.” (BRASIL, 1998, p. 115)

O documento também define objetivos a serem alcançados pelos alunos no Terceiro e Quarto Ciclos, os quais são:

- Reconhecer as diferentes funções da Álgebra: generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis;
- Representar problemas por meio de equações e inequações: diferenciar parâmetros, variáveis, incógnitas, trabalhar com fórmulas, compreender as regras de resolução das equações (sintaxe).

Os PCN recomendam que no Quarto Ciclo, o trabalho com a Álgebra seja extensão da pré-álgebra desenvolvida no ciclo anterior (6º e 7º anos), de modo que, o desenvolvimento do conteúdo ocorra a partir de jogos, generalizações e diferentes representações matemáticas e seja evitado um ensino mecânico no tratamento das expressões e equações algébricas.

Ainda de acordo com esses parâmetros, no ensino da Álgebra deve ocorrer a garantia da compreensão do significado da linguagem e ideais matemáticas proporcionadas pela resolução de problemas aplicados a diferentes contextos e relacionados a diferentes conteúdos, como relacionar Álgebra e Geometria, Álgebra com Grandezas e Medidas, além de aplicar Álgebra aos conteúdos de outras disciplinas.

Os objetivos específicos para o Quarto Ciclo (8º e 9º anos) pautados pelos PCN em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico a ser obtido pela exploração das situações de aprendizagem são:

- Identificar as equações, inequações e sistemas;
- Interpretar e fazer uso das equações, inequações e sistemas de equações do primeiro grau para traduzir e resolver situações-problemas;
- Realizar a interpretação e representação geométrica para os sistemas de equações do primeiro grau;
- Efetuar operações com expressões algébricas e conhecer as suas propriedades;
- Obter expressões algébricas equivalentes utilizando fatorações e simplificações;
- Resolver situações-problema fazendo uso dos conhecimentos sobre equações do segundo grau.

Os PCN defendem que para que ocorra o desenvolvimento do pensamento algébrico, o ensino, ao longo do Terceiro e Quarto Ciclos, deve contemplar atividades que inter-relacionem as quatro dimensões da Álgebra apresentadas na figura abaixo:

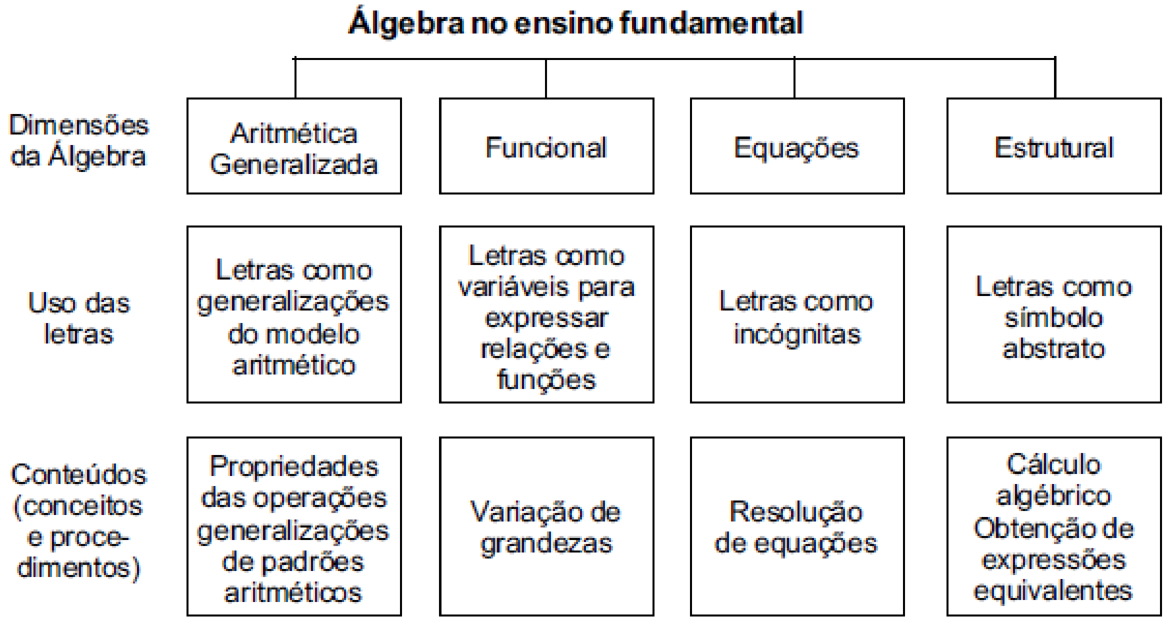


Figura 2 - Álgebra do Ensino Fundamental
Fonte: PCN de Matemática (1998)

No estado do Paraná temos as Diretrizes Curriculares Estaduais - DCE que apresentam diretrizes para o ensino da Matemática em consonância com os parâmetros definidos pelos PCN.

As DCE apresentam a Álgebra no conteúdo estruturante Números e Álgebra do Ensino Fundamental nos Anos Finais, afirmando a necessidade da articulação entre álgebra e os números e o desdobra nos conteúdos: conjuntos numéricos e operações, equações e inequações, polinômios e proporcionalidade.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, as DCE traçam como meta para a aprendizagem da Álgebra, que os alunos:

- Compreendam o conceito de incógnita;
- Realizem a escrita de situações problema na linguagem matemática;
- Diferenciem, identifiquem e realizem operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios;
- Reconheçam e resolvam equações, inequações e sistemas de equações do primeiro grau, quadradas, biquadradas e irracionais.

As DCE apresentam um quadro com os conteúdos a serem trabalhados em cada ano do Ensino Fundamental.

Especificamente, para o 8º ano, a Álgebra é contemplada no conteúdo estruturante Números e Álgebra, desdobrando nos conteúdos básicos: Sistemas de Equações do 1º grau, Monômios e Polinômios e Produtos Notáveis. O trabalho com esses conteúdos objetiva operar com o sistema de equações do 1º grau; identificar monômios e polinômios e efetuar suas operações; utilizar as regras de Produtos Notáveis para resolver problemas que apresentem expressões algébricas.

Em 2012, com base nas DCE, o Departamento da Educação Básica do Paraná, apresentou o Caderno de Expectativas de Aprendizagem (CDE), como documento balizador e indicador de conceitos e conteúdos a serem adquiridos ao final de cada ano escolar.

Em relação ao ensino da Álgebra do 8º ano, o CDE apresenta da mesma forma que as DCE os conteúdos básicos de Álgebra e os objetivos de ensino-aprendizagem, apenas apontando os objetivos do ensino de Produtos Notáveis desdobrados em reconhecer e determinar o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença entre dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos.

Já a BNCC apresenta a Álgebra, de modo geral para o Ensino Fundamental, com a finalidade de desenvolver o pensamento algébrico, justificando-o como essencial para compreender, representar e analisar relações quantitativas entre grandezas, situações e estruturas matemáticas através da linguagem simbólica.

A BNCC, assim como os PCN e as DCE, aponta que para desenvolver o pensamento algébrico é necessário o trabalho com as regularidades e padrões de sequências, explorar a interdependência entre grandezas em diferentes contextos e expressá-las. A Base afirma também a necessidade de criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e algébricas para resolver problemas de equações e inequações.

No Ensino Fundamental, resumidamente, segundo a BNCC a Álgebra deve ser tratada de forma a abordar equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade.

Ao final dos anos finais do Ensino Fundamental, a Base aponta que os alunos deverão:

- Compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão;

- Estabelecer generalização de propriedades;
- Investigar a regularidade de sequências numéricas;
- Indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica;
- Estabelecer a variação entre duas grandezas.

Para tanto, a Base afirma que, para que os alunos atinjam os objetivos acima estabelecidos, será necessário que "estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação." (BRASIL, 2017, p. 269)

A Base estabelece, de acordo com o quadro abaixo, os objetos do conhecimento e habilidades a serem desenvolvidos no 8º ano do Ensino Fundamental, no conteúdo Álgebra:

Objetos do conhecimento	Habilidades
Valor numérico de expressões algébricas	Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Sequências recursivas e não recursivas	Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figura não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Variação de grandezas: diretamente	Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Quadro 8 - Conhecimentos e habilidades para 8º ano
Fonte: BNCC (2017)

A partir dos conhecimentos e habilidades apresentadas na BNCC o Referencial Curricular do Paraná apresenta de forma ampliada e desdobrada os objetos de conhecimentos, que são os conhecimentos básicos que os estudantes têm direito de aprender até o final de cada ano escolar.

Especificamente no 8º ano, dentre os objetos de conhecimento a serem abordados na unidade temática números e álgebra estão expressões numéricas e algébricas, polinômios e produtos notáveis como os seguintes objetivos de aprendizagem:

- Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações fundamentais e expressões numéricas.
- Identificar monômios e polinômios e efetuar suas operações.
- Desenvolver produtos notáveis: quadrado da soma, quadrado da diferença, produto da soma pela diferença, cubo da soma e cubo da diferença.
- Reconhecer uma expressão algébrica.
- Resolver e elaborar problemas, de diversos contextos, que envolvam produtos notáveis e cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Além dos documentos federais e estaduais abordados, a escola possui documento próprio. A Proposta Pedagógica Curricular (PPC) é o documento elaborado pela instituição de ensino com base nos documentos PCN e DCE, já que a BNCC está em processo de implantação, juntamente com o Referencial. No colégio onde será realizada a presente pesquisa, a PPC vigente segue os encaminhamentos dados pelas DCE em relação aos conteúdos matemáticos a serem trabalhados em sala de aula.

Após a análise e reflexão dos documentos educacionais acima explorados, abordaremos no roteiro de ensino para o 8º ano, instrumento de coleta de dados utilizado para realizar a pesquisa, o conteúdo polinômios e suas operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), de modo que os alunos, ao final da aplicação do roteiro de ensino identifiquem polinômios e efetuem suas operações. Com isso, terão o conhecimento necessário para efetuarem operações com expressões algébricas e conhecer as suas propriedades, obter expressões algébricas equivalentes utilizando simplificações e resolver problemas que necessitam e apresentam expressões algébricas. Desta forma, atendendo os objetivos e habilidades previstos pelos documentos descritos neste texto.

A partir das diretrizes e parâmetros apresentados pelos PCN, DCE, BNCC elaboramos o referencial teórico a seguir sobre polinômios e suas operações, o qual será a base para a escolha dos problemas propostos e para o roteiro de ensino em ação na sala de aula.

Observamos que mesmo o Referencial ter sido apresentado após a elaboração do roteiro de ensino, este está de acordo com o Referencial no que diz respeito ao trabalho com polinômios no oitavo ano, logo, o roteiro de ensino poderá ser utilizado após a implantação do Referencial Curricular do Paraná nas escolas.

3.2 POLINÔMIOS E SUAS OPERAÇÕES BÁSICAS

Nesta seção faremos a apresentação do aporte teórico utilizado para o conteúdo matemático a ser abordado no roteiro de ensino.

3.2.1 Conceito de variável, incógnita e função

Os polinômios, de acordo com Iezzi (2005) são considerados funções polinomiais, assim, faz-se necessário compreender as ideias de variável e incógnita, para diferenciar e compreender função polinomial e equação polinomial.

Desta forma, o roteiro de ensino abordará inicialmente através do Problema Gerador 1 as ideias matemáticas relacionadas a variável e incógnita, seguindo as recomendações dos PCN, das DCE e da BNCC.

Os PCN tratam a variável presente nas expressões algébricas como “uma forma de traduzir a relação existente entre a variação entre duas grandezas” (BRASIL, 1998, p. 68) e que o aluno deve compreender a “noção de variável pela interdependência da variação de grandezas” (BRASIL, 1998, p. 72). Já em relação a incógnita, os PCN afirmam que “É provável que ao explorar situações-problema que envolvem variação de grandezas o aluno se depare com equações, o que possibilita interpretar a letra como incógnita” (BRASIL, 1998, p. 68).

Ainda em relação à “variável e incógnita”, as DCE utilizam o termo variável para expressar a “dependência de uma variável em relação à outra” (PARANÁ, 2008, p. 79) e incógnita para “expressar valores numéricos” (PARANÁ, 2008, p.78) presentes em equações.

A BNCC também traz a ideia de variável relacionada com a expressão de relações entre duas grandezas, de modo que o objetivo seja a compreensão da ideia de variável "representada por letra ou símbolo, para expressar a relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita." (BRASIL, 2017, p. 305)

Observamos que os três documentos PCN, DCE e BNCC trazem a ideia de variável relacionada a interdependência ou relação entre grandezas, ou seja, as variáveis são utilizadas para expressar a relação de dependência entre duas grandezas, presentes, por exemplo, em expressões algébricas, em relações funcionais. Já a ideia de incógnita, claramente, está relacionada as equações.

Buscamos na literatura os conceitos de variável e incógnita. Caraça (2005) define variável a partir de um conjunto qualquer de números:

Definição 1: Seja E um conjunto qualquer de números, conjunto finito ou infinito, e convencionemos representar qualquer dos seus elementos por um símbolo, por ex.: x. A este símbolo, representativo de qualquer dos elementos do conjunto E, chamamos variável.

Segue da definição de Caraça (2005), que a variável representa todo e cada um dos elementos do conjunto numérico a qual pertence, seja esse conjunto finito ou infinito. "Uma variável é o que for determinado pelo conjunto numérico que ela representa – a sua *substância*, o seu *domínio*" (CARAÇA, 2005, p. 120).

O autor (CARAÇA, 2005) utiliza o conceito de variável na definição de função:

Definição 2: Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \to y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente.

Quanto a definição de incógnita, Caraça (2005) a faz a partir da definição de equação algébrica:

Definição 3: Equação algébrica é toda igualdade da forma $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0$; n, número inteiro e positivo, chama-se grau da equação; à variável x chama-se *incógnita* e aos números $a_0, a_1, \dots, a_n$ coeficientes da equação.

Notamos que também Caraça utiliza "variável" para representar a interdependência de grandezas na definição de função e utiliza incógnita para representar valores desconhecidos de equações.

No roteiro de ensino, as ideias de variável e incógnita serão abordadas de acordo com as ideais apresentadas pelos PCN, DCE e BNCC e de Caraça. Assim, as variáveis serão letras ou símbolos presentes nas expressões algébricas e funções representando a relação de dependência entre grandezas. A incógnita também será representada por letra ou símbolo, porém, estão presentes nas equações para representar a raiz (ou raízes) da equação. As raízes são os valores numéricos que tornam a equação verdadeira.

Além da definição dada acima por Caraça para funções, utilizaremos a definição de Lima (2010):

Definição 4: Uma função $f: A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, chamado o *domínio* da função (ou o conjunto onde a função é definida), um conjunto B, chamado *contradomínio* da função, ou o conjunto onde a função toma valores, e uma regra que permite associar, de modo bem determinado, a cada elemento $x \in A$, um único $f(x) \in B$, chamado o *valor* que a função assume em x.

As ideias de função serão abordadas no roteiro de ensino, já que ele trata de funções polinomiais. No entanto, não iremos nos aprofundar na teoria de funções, pelo fato desse conteúdo estar previsto para o 9º ano e para o Ensino Médio.

A seguir apresentaremos a definição de polinômios e das suas operações, que também serão utilizadas no desenvolvimento do roteiro de ensino.

3.2.2 Definição de polinômio

Quando falamos em polinômios há duas nítidas formas de abordagem teórica de acordo com o público que se quer atingir: alunos do ensino fundamental ou alunos do nível médio e universitário.

Partiremos da definição dada por Iezzi (2005) para em seguida, adaptá-la para o nível básico:

Definição 5: Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos e $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ a sequência de números complexos. Polinômio ou função polinomial é a função $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definida por $f(x)$: $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. Temos que $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ são os coeficientes e $a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_nx^n$ são os termos do polinômio f.

Tendo em vista que o conteúdo polinômios e suas operações será aplicado no 8º ano do Ensino Fundamental II e as definições apresentadas acima consideram o conjunto dos números complexos, conteúdo previsto para se trabalhar no ensino básico, somente no 3º ano do Ensino Médio pelas DCE, trabalharemos todas as definições apresentadas somente no conjunto dos números reais, já que, segundo Iezzi (2005) o conjunto dos números reais é subconjunto do conjunto dos números complexos, ou seja, $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

No decorrer do roteiro de ensino, trataremos polinômio como a função $f: \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ definida por $f(x)$: $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. Simplificaremos a notação escrevendo apenas $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, para simbolizar um polinômio f na variável x.

Particularmente, um polinômio de um único termo é denominado função monomial ou monômio, assim, um polinômio de dois termos denomina-se binômio e com três termos trinômio.

Utilizaremos, para fins didáticos, a partir de Dante (2015) a expressão "parte literal" para $x, x^2, \dots, x^n$ e "termos semelhantes" para monômios que apresentam a mesma parte literal.

Segundo Dante (2015):

Definição 6: Toda expressão que indica uma soma algébrica (adição ou subtração) de monômios não semelhantes é chamada de polinômios.

Assim, para efeito didático, denominaremos de "expressão algébrica simplificada" ou "expressão simplificada" a definição dada por Dante para polinômios. Quando nos referirmos a "expressão algébrica" apenas, utilizaremos a definição de Dante (2015):

Definição 7: As expressões que indicam operações matemáticas e contém letras e números são chamadas de expressões algébricas.

3.2.3 Adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios

Segue as definições de adição, subtração, multiplicação e divisão no conjunto dos polinômios de acordo com Iezzi (2005), além de algumas propriedades e teoremas, cujas demonstrações podem ser consultadas na bibliografia acima citada.

3.2.3.1 Adição de polinômios

Definição 8: Sejam os polinômios $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, $g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_nx^n$. A adição de polinômios é definida por $(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \cdots + (a_n + b_n)x^n$.

Teorema 1: A operação de adição de polinômios verifica as propriedades associativa, comutativa, existência do elemento neutro e existência do inverso aditivo. Sejam f, g e h polinômios:

Propriedade 1: $f + (g + h) = (f + g) + h$.

Propriedade 2: $f + g = g + f$.

Propriedade 3: Existe o polinômio e_a tal que $f + e_a = f$, onde e_a é o elemento neutro da adição, portanto, e_a é polinômio nulo.

Definição 9: O polinômio e_a é nulo quando assume o valor numérico zero para todo x complexo.

Propriedade 4: Existe o polinômio $f^`$ tal que $f + f^` = e_a$, onde $f^`$ é o inverso aditivo de $f$, ou seja, $f^`(x) = -a_0 - a_1x - a_2x^2 - \cdots - a_nx^n$.

3.2.3.2 Subtração de polinômios

Definição 10: Sejam os polinômios $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, $g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_nx^n$. A subtração de polinômios é definida por $(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + (a_2 - b_2)x^2 + \cdots + (a_n - b_n)x^n$.

3.2.3.3 Multiplicação de polinômios

Definição 11: Sejam os polinômios $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, $g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_nx^n$ e $h(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \cdots + c_nx^n$. A multiplicação de polinômios é definida por $(fg)(x) = a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)x + (a_0b_2 + a_1b_1 + a_2b_0)x^2 + \cdots + a_mb_0x^{m+n}$.

O produto $fg\,(x)$ é o polinômio $h(x)$ da forma $h(x) = d_0 + d_1x + d_2x^2 + \cdots + d_{m+n}x^{m+n}$, onde o coeficiente d_k pode ser obtido fazendo:

$$d_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \cdots + a_kb_0) = \sum_{i=0}^{k} a_ib_{k-1}.$$

Temos ainda, que o produto fg pode ser obtido multiplicando-se cada termo a_ix^i de f por cada termo b_jx^j de g, de acordo com a regra $(a_ix^i).(b_jx^j) = a_ib_jx^{i+j}$ e somando os resultados obtidos.

Teorema 2: A multiplicação de polinômios possui as propriedades associativa, comutativa, existência do elemento neutro, distributiva. Sejam f, g e h polinômios:

Propriedade 5: $f\,.\,(g\,.\,h) = (f\,.\,g)\,.\,h$.

Propriedade 6: $f\,.\,g = g\,.\,f$.

Propriedade 7: Existe o polinômio e_m tal que $f\,.\,e_m = f$, onde e_m é o elemento neutro da multiplicação.

Propriedade 8: $f\,.\,(g\ + h) = f\,.\,g + f\,.\,h$.

3.2.3.4 Divisão de polinômios

Definição 12: Seja $f = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + \ a_nx^n$ um polinômio não nulo. O grau do polinômio f é o número natural p tal que $a_p \neq 0$ e $a_i = 0$ para todo $i > p$. Logo, o grau de f é o índice do "último" termo não nulo de f.

Definição 13: Sejam os polinômios f e $g \neq 0$. Dividir o polinômio f pelo polinômio g requer determinar dois polinômios q e r tais que verifiquem as condições:

a) $q\ .\ g + r$ = f

b) O grau de r deve ser menor que o grau de g, caso a divisão não seja exata. Se a divisão for exata, $r = 0$.

Teorema 3: Dados os polinômios f e g existe um único polinômio q e um único polinômio r de modo que $q\ .\ g + r$ = f e que o grau de r seja menor que o grau de g ou $r = 0$.

Essas condições, existência e unicidade de q e r, garantem a validade do "método da chave" para dividir f por g.

O "método da chave" é um método prático utilizado para dividir um polinômio pelo outro, o qual explicaremos utilizando um exemplo apresentado por Iezzi (2005):

Sejam os polinômios $f(x)$: $3x^5 - 6x^4 + 13x^3 - 9x^2 + 11x - 1$ e $g(x) = x^2 - 2x + 3$. Faremos, $f(x)\ :\ g(x)$, ou seja, descobriremos $q(x)$ e $r(x)$ tais que verifiquem as condições: $q(x)$. $g(x) + r(x)$ = $f(x)$ e o grau de $r(x)$ deve ser menor que o grau de $g(x)$,caso a divisão não seja exata. Se a divisão for exata, $r(x) = 0$.

Aplicando o "método da chave", teremos:

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
f \rightarrow & 3x^5 & -\ 6x^4 & +\ 13x^3 & -\ 9x^2 & +\ 11x & -\ 1 & x^2 - 2x + 3 \leftarrow g \\ \cline{8-8}
& -\ 3x^5 & +\ 6x^4 & -\ 9x^3 & & & & 3x^3 + 4x - 1 \leftarrow q \\ \cline{2-7}
& & r_1 \rightarrow & 4x^3 & -\ 9x^2 & +\ 11x & -\ 1 & \\
& & & -\ 4x^3 & +\ 8x^2 & -\ 12x & & \\ \cline{3-7}
\end{array}$$

$$
\begin{array}{r}
\hline
r_2 \rightarrow -\ x^2\ -\ x\ -\ 1 \\
x^2\ -\ 2x\ +\ 3 \\
\hline
-\ 3x\ +\ 2 \leftarrow r
\end{array}
$$

Figura 3 - “Método da chave”
Fonte: Iezzi (2005)

O quociente q e o resto r foram obtidos da seguinte maneira:

1º) Fazemos o termo de maior grau de f dividido pelo termo de maior grau de g, ou seja, $\frac{3x^5}{x^2} = 3x^3$, pois, $3x^5 = 3x^3.x^2$, obtendo o termo de maior grau de q. O 1º resto parcial r_1 é obtido fazendo $r_1 = f - 3x^3.q = 4x^3 - 9x^2 + 11x - 1$.

2º) Fazemos o termo de maior grau de r_1 dividido pelo termo de maior grau de g, ou seja, $\frac{4x^3}{x^2} = 4x$, pois, $4x^3 = 4x\,.x^2$, obtendo o segundo termo de maior grau de q. O 2º resto parcial r_2 é obtido fazendo $r_2 = f - 4x\,.q = -x^2 - x - 1$.

3º) Fazemos o termo de maior grau de r_2 dividido pelo termo de maior grau de g, ou seja, $\frac{-x^2}{x^2} = -1$, pois, $-x^2 = (-1)\,.x^2$, obtendo o terceiro termo de maior grau de q. O 3º resto parcial r_3 é obtido fazendo $r_3 = f - (-1).q = -3x + 2$.

Note que o grau de r_3 é menor que o grau de g, assim, $r_3 = r$.

O “método da chave” é análogo à descrição acima para todas as divisões de polinômios e obtemos r, quando o grau do resto parcial for menor que o grau do polinômio divisor.

Pelo fato de o roteiro de ensino ser aplicado no 8º ano do EF a divisão de polinômios será formalizada utilizando o método da chave.

A seguir apresentamos o roteiro de ensino, com o qual abordaremos os conteúdos apresentados nesta seção.

3.3 PROBLEMAS ELABORADOS PARA TRATAR O OBJETO DE ENSINO

Apresentaremos, nesta seção, o roteiro de ensino que será aplicado para a coleta dos dados da pesquisa, composto por quatro problemas geradores e a avaliação sobre o conteúdo polinômios, previsto para o 8º ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa será desenvolvida em cinco blocos, dos quais os quatro primeiros serão desenvolvidos a partir de um problema gerador, e no último será aplicada a avalição. O Problema Gerador 1 (PG1) abordará os conceitos de incógnita, variável e função. O Problema Gerador 2 (PG2) abordará as operações de adição e subtração de polinômios. Já o Problema Gerador 3 (PG3) e o Problema Gerador 4 (PG4) abordarão, respectivamente, a multiplicação e divisão de polinômios.

Após cada Problema Gerador serão apresentados os Problemas Complementares, com o objetivo de aplicar e praticar os conhecimentos adquiridos durante o bloco.

A seguir apresentamos os cinco blocos do roteiro de ensino e como será sua aplicação seguindo as fases da MEAA-RP/adapt.

3.3.1 Bloco I: Conceito de incógnita, variável e função

Objetivos: trabalhar com os conceitos de incógnita e variável, já que a incógnita remete às equações polinomiais e a variável às funções polinomiais; diferenciar incógnita e variável; introduzir a ideia intuitiva de função, pois, os polinômios, de acordo com Iezzi (2005), são funções polinomiais.

3.3.1.1 Fase I da MEAA-RP/adapt. do PG1

Nesta fase elaboramos a partir de pesquisas, reflexões e adaptações, o Problema Gerador 1 para abordar os conceitos de variável, incógnita e função com a MEAA-RP, o qual apresentamos detalhadamente abaixo:

Problema Gerador 1 - PG1 adaptado de Dante (2013, p. 42):

O preço da gasolina na cidade QI está R$ 4,43 o litro. De acordo com esta informação, complete o quadro abaixo:

Quantidade de litros	Preço a pagar
1	
2	
3	
4	
25	

50	
x	

Quadro 9 - Preço a pagar por x litros de gasolina
Fonte: Adaptada de Dante (2013)

Objetivo específico: induzir a percepção da relação existente entre o preço a pagar e a quantidade de litros de combustível comprados.

a) Qual é o significado de x presente no quadro?

Objetivo específico: induzir a percepção de que *x* representa uma quantidade qualquer de litros de gasolina comprados, ou seja, x é *variável*.

b) x é um valor fixo ou um valor variável? Por quê?

Objetivo específico: reforçar a ideia de x variável, ou seja, x varia de acordo com a quantidade de litros de gasolina comprados.

c) Qual é o preço a pagar por x litros de gasolina comprados?

Objetivo específico: induzir a percepção de que, neste caso, não é possível obter um valor numérico para o preço a pagar, já que, x é variável. O que é possível é estabelecer uma relação de dependência entre o preço a pagar e a quantidade de litros de gasolina comprados.

d) Do que depende o preço total a pagar?

Objetivo específico: induzir a ideia de relação de *dependência* entre o preço a pagar e a quantidade de litros comprados.

e) Para cada quantidade x de litros de gasolina comprados, existirá um único valor a pagar? Por quê?

Objetivo específico: introduzir a ideia de *função*.

f) Chamando de P o preço a pagar, o que significa $P(x) = 4{,}43\,.\,x$?

Objetivo específico: introduzir a *notação* e a relação de dependência de função, já que a notação utilizada neste item, também é utilizada para polinômios.

g) Se o preço a pagar for R$ 44,30, qual será o valor x de litros de gasolina comprados?

Objetivo específico: introduzir a ideia de *incógnita*.

h) Se o preço a pagar for R$ 44,30, o valor de x será único? Por quê?

Objetivo específico: reforçar o conceito de x como incógnita.

i) Nos itens a), b) e c) x é uma variável. O que significa dizer que x é variável?

Objetivo específico: verificar se os alunos compreenderam intuitivamente o que é variável.

j) Nos itens g) e h), x assume o papel de incógnita. Qual é a diferença entre x variável e x incógnita?

Objetivo específico: verificar se os alunos diferenciam as ideias de variável e de incógnita.

k) Então: o que é variável e o que é incógnita?

Objetivo específico: induzir a escrita, mesmo que informal, dos conceitos de variável e incógnita.

l) Nos itens d), e) e f) estamos tratando das ideias relacionadas a função e de uma notação utilizada para funções. De acordo com suas respostas, o que será que é função?

Objetivo específico: induzir a escrita das ideias obtidas sobre função.

Expectativas: Esperamos que o problema possibilite a discussão do x como variável e como incógnita e ainda possibilite a abordagem da ideia intuitiva de função.

3.3.1.2 Fase II da MEAA-RP/adapt. do PG1

Nesta fase será aplicado o PG1 em sala de aula, com a turma organizada em grupos, na qual os alunos receberão, realizarão a leitura individual e coletiva e discutirão entre os membros do grupo o problema, com a intenção de que ideias intuitivas de variável, incógnita e função emerjam durante a resolução do problema, as quais serão registradas no "caderninho"[3] do aluno.

A professora, durante esse processo, observará, mediará e esclarecerá possíveis dúvidas secundárias ao problema[4], incentivará a troca de ideias entre os membros do grupo, instigará a resolução do problema, provocará a discussão e reflexão das ideias matemáticas envolvidas.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.1.3 Fase III da MEAA-RP/adapt. do PG1

Na fase III do PG1, os grupos farão a exposição das resoluções, reflexões abordadas na fase II, discutirão e analisarão as respostas e ideias encontradas, com intermédio da professora, para que possam entrar em consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas encontradas.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.1.4 Fase IV da MEAA-RP/adapt. do PG1

[3] O "caderninho" é o diário do aluno, onde serão coletadas as resoluções dos problemas do roteiro de ensino.
[4] As dúvidas secundárias não referem-se diretamente à resolução do problema, entre as quais destacam-se dificuldades relacionadas a leitura e compreensão do texto do problema e aplicação de conteúdos matemáticos estudados anteriormente.

Após a fase III da MEAA-RP/adapt. do PG1, a professora pesquisadora sistematizará a fase IV da MEAA-RP/adapt., a qual consiste na formalização dos conteúdos conceito de variável, incógnita, ideia intuitiva de função e notação, de acordo com o referencial teórico apresentado na seção 3.2.1. Para realização da formalização o ponto de partida será as respostas e ideias apresentadas pelos alunos durante as fases II e III do PG1. O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.1.5 Fase V da MEAA-RP/adapt. do PG1

A fase V do PG1 consistirá na resolução de problemas complementares, em grupos, em sala de aula, envolvendo as ideais de variável, incógnita e função e na avaliação simultânea e contínua que ocorrerá durante o trabalho com o PG1.

Na sequência apresentaremos os problemas complementares e a descrição de como acontecerá a avaliação desta fase.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dos problemas complementares dessa fase são 4 aulas de 45 minutos cada aula.

Problemas complementares:

Os problemas complementares (PC) aqui apresentados são identificados pelos códigos C_1, C_2, ..., C_n e constituem-se como a lista de “exercícios” que é comumente utilizada pelos professores no desenvolvimento de suas aulas.

C_1 - (adaptado ANDRINI e VASCONCELLOS, 2015, p. 203) Observe a sequência de figuras abaixo:

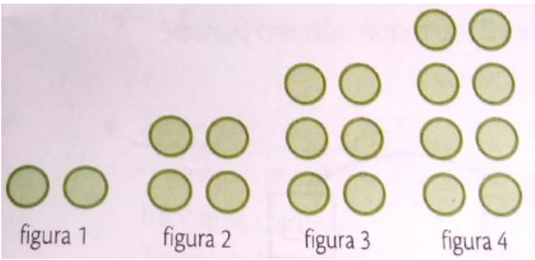


Figura 4 - Sequência de figuras
Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015, p. 203)

a) Quantas bolinhas terá a figura 5?

b) Quantas bolinhas terá a figura 6?

c) Qual é a relação entre a quantidade de bolinhas e a posição da figura?

d) Qual é o número de bolinhas da figura de posição p?

e) Chamando de n o número de bolinhas da figura de posição p, o que significa a relação $n = 2p$?

f) Utilize $n = 2p$, para calcular quantas bolinhas terá a figura de posição 100.

g) Utilize $n = 2p$ para calcular qual é a posição da figura que possui 100 bolinhas.

h) Qual foi a diferença no uso de $n = 2p$ para resolver as questões f) e g)?

i) Em qual delas, f) ou g), p atuou como incógnita? Porquê?

C_2 - (adaptado SOUZA e PATARO, 2012, p. 161) A sequência de figuras foi construída utilizando palitos.

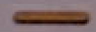
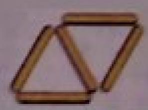
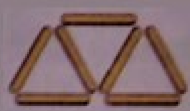
Número da figura	Figura	Quantidade de palitos
1		1
2		3
3		5
4		7
...	...	...

Figura 5 - Sequência de palitos
Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 161)

a) Qual é a quantidade de palitos da figura 5?

b) Qual é a quantidade de palitos da figura 6?

c) Qual é a relação entre a quantidade de palitos e o número da figura?

d) Qual é a quantidade de palitos q da figura de número n?

e) A partir da relação encontrada no item d), calcule quantos palitos formam a figura 20.

f) A partir da relação encontrada no item d), calcule qual é o número da figura que possui 197 palitos.

C_3 - (adaptado SOUZA e PATARO, 2012, p. 161) Observe a sequência de figuras:

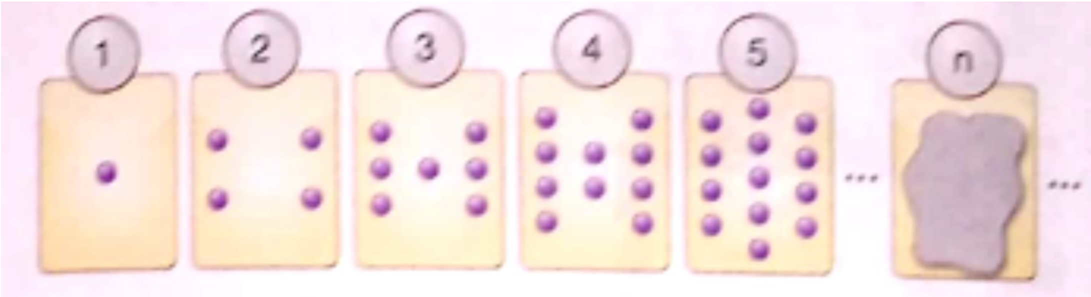


Figura 6 - Sequência com bolinhas
Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 161)

a) Assinale a alternativa que expressa a relação entre a quantidade B de bolinhas e o número n da figura:

A) $B = 3n$ C) $B = 3n + 1$ E) $B = 3n + 2$

B) $B = 3n - 1$ D) $B = 3n - 2$

b) Qual é o número de bolinhas da figura 15?

c) Qual é o número da figura que possui 103 bolinhas?

C4 - (DANTE, 2013, p. 44) Observe na tabela a medida do lado l (em cm) de uma região quadrada e sua área A (em cm^2).

Medida do lado (ℓ em cm)	1	3	4	5,5	10	...	ℓ
Área (A em cm^2)	1	9	16	30,25	100	...	ℓ^2

Figura 7 - Área do quadrado
Fonte: Dante (2013, p. 44)

a) O que é dado em função do quê?

b) Qual é a variável dependente?

c) Qual é a variável independente?

d) Qual é a lei da função que associa a medida do lado com a área?

e) Qual é a área de uma região quadrada cujo lado mede 12 cm?

f) Qual é a medida do lado da região quadrada cuja área é de 169 cm^2?

Avaliação contínua:

A avaliação ocorrerá durante as fases II, III, IV e V da MEAA-RP, na qual a professora pesquisadora observará e anotará o desenvolvimento dos alunos durante a aplicação do PG1 segundo os critérios descritos na sequência:

- Presença (P): estar presente no encontro

- Trabalho em grupo (TG): interação com o grupo na resolução dos problemas na fase II da MEAA-RP.
- Participação na fase III (P_{III}): participação, discussão, interesse durante a fase III.
- Participação na fase IV (P_{IV}): participação, discussão, interesse durante a fase IV.
- Problemas complementares (PC): resolução dos problemas complementares.

3.3.2 Bloco II: Adição e subtração de polinômios

Objetivos: abordar e definir polinômio, a adição e subtração de polinômios; identificar monômios, binômios e trinômios; identificar parte literal e coeficiente dos polinômios; diferenciar polinômios e expressões algébricas; reconhecer termos semelhantes das expressões algébricas; simplificar expressões algébricas.

3.3.2.1 Fase I da MEAA-RP/adapt. do PG2

Nesta fase elaboramos o Problema Gerador 2, utilizando como contexto o ambiente escolar para induzir a realização da adição e subtração de polinômios com a MEAA-RP, e após, a partir das resoluções realizadas pelos alunos, definir polinômios e expressões algébricas, simplificação de expressões algébricas.

Problema Gerador 2 - PG2:

O colégio CECAA possui um terreno retangular com dimensões de 18 m e 8 m reservado para a horta da escola. Pretende-se subdividir o terreno em canteiros conforme a planta abaixo, onde cada canteiro, dependendo do seu tamanho, será destinado a uma espécie. Porém, não foram informadas as medidas exatas de cada canteiro, apenas as expressões algébricas que representam as laterais dos canteiros, as quais estão expressas em centímetros e dependem da medida x cm.

Figura 8 - Terreno reservado para a horta do CECAA
Fonte: A autora

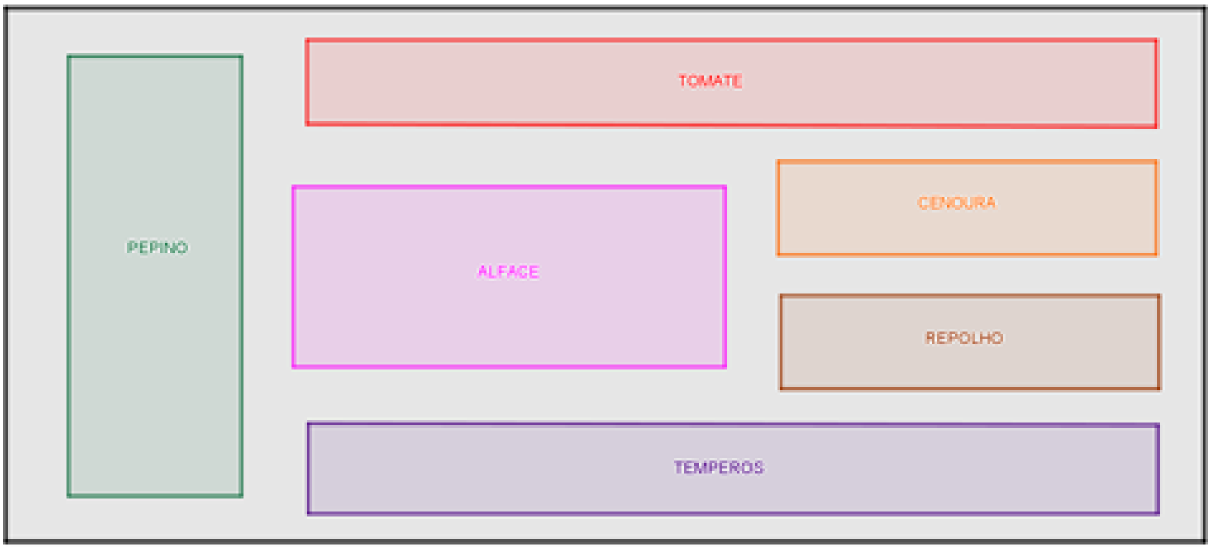


Figura 9 - Planta da horta do CECAA
Fonte: A autora

As dimensões algébricas dos canteiros são as seguintes:

Canteiro	**Comprimento**	**Largura**
Pepino	$x^5 + 2x^4 - 1$	$x^4 + 6$
Tomate/temperos	$x^7 - 5$	$-x^2 - x + 11$
Cenoura/repolho	$32x$	6
Alface	$32x - 2$	$x^3 + x^2 + x + 9$

Quadro 10 - Dimensões dos canteiros
Fonte: A autora

Pretende-se cercar os canteiros com tijolos e para isso necessita-se saber a expressão que representa o perímetro dos canteiros.

a) Qual é o perímetro simplificado de cada canteiro?

Canteiro	Perímetro
Cenoura	
Repolho	
Alface	
Tomate	
Temperos	
Pepino	

Quadro 11 - Perímetro dos canteiros
Fonte: A autora

Objetivo específico: induzir a adição de polinômios.

b) Qual é a expressão simplificada que representa a soma dos perímetros de todos os canteiros?

Objetivo específico: induzir a adição de polinômios.

c) A diferença entre os perímetros de dois canteiros representa quanto o perímetro de um canteiro é maior do que do outro. Escreva a expressão simplificada que representa a diferença entre os perímetros dos canteiros:
   i) De pepino e de tomate

   ii) De tomate e alface

   iii) De alface e cenoura

Objetivo específico: induzir a subtração de polinômios.

Expectativas: Esperamos que os alunos realizem a adição e subtração, resolvendo os termos semelhantes. Porém, deduzimos que na subtração irão acontecer erros referentes a não percepção de operar com os termos opostos do polinômio que será subtraído.

3.3.2.2 Fase II da MEAA-RP/adapt. do PG2

Esta fase consiste na aplicação do PG2 em sala de aula, com os alunos organizados em grupos, para que eles leiam, discutam, tentem resolver o problema, instigados e incentivados pela professora.

O problema induzirá os alunos a realizar a adição e subtração de polinômios, do fato de que pede-se o perímetro dos canteiros da horta e a diferença entre os perímetros de alguns canteiros.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 4 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.2.3 Fase III da MEAA-RP/adapt. do PG2

Nesta fase as respostas encontradas no PG2 serão expostas no quadro pelos alunos, os quais serão incentivados pela professora à analisa-las, identificar as diferenças e semelhanças e entrarem em consenso, motivados a refletirem, justificando seus argumentos.

A professora terá o papel de mediar as discussões, questionar, induzir a reflexão das respostas, para que os erros e possíveis soluções sejam identificados. Se necessário, a resolução do problema será refeita após as discussões, com auxílio da professora.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.2.4 Fase IV da MEAA-RP/adapt. do PG2

A fase IV do PG2 será realizada tendo como base as fases anteriores deste bloco, na qual a partir do problema e das respostas dos alunos definiremos polinômio com uma variável, a adição e subtração de polinômios baseados na definição de Iezzi (2005). Definiremos, também termos de um polinômio, monômio, binômio e trinômio, parte literal e coeficiente do polinômio, termos semelhantes, expressões algébricas, simplificação de expressões algébricas.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.2.5 Fase V da MEAA-RP/adapt. do PG2

Analogamente à fase V do PG1, esta fase, por um lado ocorre simultaneamente às fases II, III, IV e V com a avaliação contínua, seguindo os critérios descritos em 3.2.1.5 e por outro lado, com a aplicação dos problemas complementares abaixo apresentados. O número de aulas previstas para a resolução dos problemas complementares dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

Problemas complementares:

C_5 - (IEZZI, 2005, p. 64) Dados os polinômios:

$$f(x) = 7 - 2x + 4x^2$$
$$g(x) = 5 + x + x^2 + 5x^3$$
$$h(x) = 2 - 3x + x^4$$

calcule $(f+g)(x), (g-h)(x)$ e $(h-f)(x)$.

C_6 - (BIANCHINI, 2015, p. 79) Qual polinômio devemos subtrair do polinômio $2x^3 - 3x^2 + x - 4$ para obtermos o polinômio $-3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$?

C_7 - (DANTE, 2015, p. 133) Prove que a soma de cinco números inteiros consecutivos é múltiplo de 5. Sugestão: nomeie os números de (n-2), (n-1), n, (n+1), (n+2).

C_8 - (BIANCHINI, 2015, p. 79) Qual polinômio devemos somar ao polinômio $2x + y + 3$ para obtermos o polinômio $-3x + 2y + 2$?
Obs.: utilizar este problema para discutir com os alunos os polinômios com mais de uma variável.

C_9 - (PROJETO ARARIBÁ, 2014, p. 123) Calcule:

a) $(2x + 3y - 4z + 8) + (x - y + 2z - 2)$
b) $(7xy + 4x + 8z - 15) - (6x + 10y - 3)$

3.3.3 Bloco III: Multiplicação de polinômios

Objetivos: Abordar e definir a multiplicação de polinômios.

3.3.3.1 Fase I da MEAA-RP/adapt. do PG3

Esta fase consistiu na elaboração do problema gerador para motivar a realização da multiplicação de polinômios a partir do cálculo de volume do paralelepípedo, o qual apresentamos abaixo:

Problema Gerador 3 – PG3 adaptado de Portal da Matemática – OBMEP (2018):

A figura abaixo representa uma cisterna para captação da água da chuva, que será implantada no CECAA para molhar os canteiros da horta, com a intenção de economizar água. Suas dimensões (em centímetros) estão representadas algebricamente:

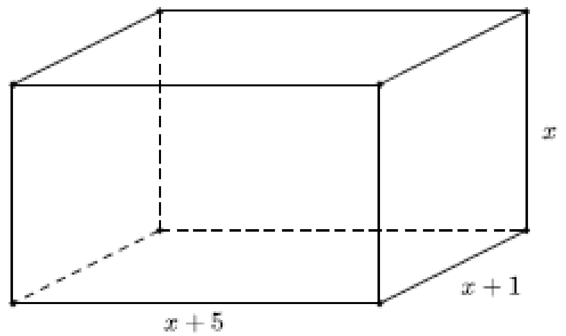


Figura 10 - Cisterna
Fonte: Portal da Matemática (2018)

a) Escolha valores para x e complete o quadro:

x	$x+5$	$x+1$	Volume da cisterna

Quadro 12: Volume da cisterna
Fonte: A autora

Objetivo específico: calcular o volume da cisterna utilizando valores específicos para x.

b) Escreva uma expressão algébrica para calcular o volume da cisterna.

Objetivo específico: escrever a expressão algébrica que represente o volume da cisterna: $x.(x+5).(x+1)$.

c) A partir do item b), escreva o polinômio que representa o volume da cisterna.

Objetivo específico: resolver a multiplicação de polinômios obtida no item b).

d) Use os valores de x do item a) para substituir no polinômio do item c) e complete o quadro abaixo, na qual você obterá o volume da cisterna:

x	Polinômio ____________________	Volume da cisterna

Quadro 12 - Volume da cisterna (II)
Fonte: A autora

Objetivo específico: calcular o volume da cisterna a partir dos valores de x utilizados no item a) e do polinômio obtido no item c).

e) Os volumes encontrados no item d) são os mesmos encontrados no item a)?

Esses volumes devem ser iguais?

Objetivo específico: verificar se a multiplicação de polinômios foi realizada corretamente, confrontando os dados obtidos no item a) e d).

Expectativas: Esperamos que os alunos, a partir do problema gerador, reflitam sobre a multiplicação de polinômios e notem que para obter o polinômio reduzido será necessário multiplicar todos os termos por todos, ou seja, utilizar a distributividade da multiplicação em relação à adição.

3.3.3.2 Fase II da MEAA-RP/adapt. do PG3

Em grupos os alunos irão receber o PG3 e analogamente a fase I dos problemas geradores 1 e 2, irão realizar a leitura, refletir e responder os itens do problema, instigados pelo problema e pela professora a desvendar a multiplicação de polinômios através da investigação dos próprios resultados encontrados pelos alunos.

Como já dito anteriormente, a professora observará o desenvolvimento da resolução do problema, sanará possíveis dúvidas secundárias e incentivará de forma questionadora a resolução do PG3, com a intenção de provocar a curiosidade dos alunos em relação à multiplicação de polinômios.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.3.3 Fase III da MEAA-RP/adapt. do PG3

Os alunos farão a exposição dos diferentes resultados encontrados na fase anterior, justificando e defendendo suas ideias, para que reflitam e entrem num consenso das respostas.

A professora mediará a troca de ideias, instigando os alunos sobre suas respostas e se necessário, intervirá com situações diferenciadas que induzam à reflexão das respostas encontradas e solicitará que os itens sejam refeitos.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.3.4 Fase IV da MEAA-RP/adapt. do PG3

A partir das percepções dos alunos realizaremos a formalização da multiplicação de polinômios. Caso os alunos não realizem a distributividade, será realizada uma discussão com exemplos numéricos utilizando a distributividade da multiplicação em relação a adição, para que eles reflitam sobre a multiplicação de polinômios e possam refazer a tabela do item d). A partir daí, generalizaremos a multiplicação de polinômios baseado em Iezzi (2005).

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 4 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.3.5 Fase V da MEAA-RP/adapt. do PG3

Está fase consiste na avaliação contínua segundo os critérios descritos em 3.3.1.4, que serão analisados pela observação do desempenho dos alunos durante as fases II, III, IV e V e pela aplicação dos problemas complementares abaixo apresentados. O número de aulas previstas para o desenvolvimento dos problemas complementares dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

Problemas complementares:

C_{10} - (IEZZI, 2005, p. 64) Dados os polinômios:

$$f(x) = 2 + 3x - 4x^2$$
$$g(x) = 7 + x^2$$
$$h(x) = 2 - 3x^2 + x^3$$

calcule $(fg)(x), (gh)(x)$ e $(hf)(x)$.

C_{11} - O lado de um quadrado é expresso por $a + b$. Escreva a expressão que representa a área desse quadrado de modo que a expressão seja um trinômio.

C_{12} - O lado de um quadrado é expresso por $a - b$. Escreva a expressão que representa a área desse quadrado de modo que a expressão seja um trinômio.

C_{13} - O lados de um retângulo é expresso por $a + b$ e $a - b$. Escreva a expressão que representa a área desse quadrado de modo que a expressão seja um binômio.

3.3.4 Bloco IV: Divisão de polinômios

Objetivos: Abordar e definir a divisão de polinômios.

3.3.4.1 Fase I da MEAA-RP/adapt. do PG4

Esta fase constituiu-se da elaboração do problema gerador para tratar da divisão de polinômios abordada pelo cálculo de área das figuras planas.

Problema Gerador 4 – PG4 adaptado de Portal da Matemática – OBMEP (2018):

A área de um canteiro retangular é representada pelo polinômio $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ e o seu comprimento, pelo polinômio $3t^2 - 4t + 5$. Determine o polinômio que representa a largura desse canteiro.

Objetivo específico: induzir a divisão de polinômios.

Expectativas: Esperamos que os alunos utilizem o algoritmo da divisão para descobrir a largura do canteiro.

3.3.4.2 Fase II da MEAA-RP/adapt. do PG4

Os alunos receberão, organizados em grupos, o PG4 para que discutam e tentem resolvê-lo de acordo com suas estratégias, observados e incentivados pela professora, que não irá intervir diretamente nos métodos que por eles sejam utilizados.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.4.3 Fase III da MEAA-RP/adapt. do PG4

As resoluções realizadas na fase anterior serão expostas e defendidas pelos grupos, incentivados pela professora a defenderem suas ideias e entrarem em consenso quanto aos resultados e refazerem, se necessários, o problema de acordo com a discussão realizada.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.4.4 Fase IV da MEAA-RP/adapt. do PG4

A partir da resolução dos alunos definiremos a divisão de polinômios baseado em Iezzi (2005) e a resolução de divisões de polinômios pelo “método da chave”.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

3.3.4.5 Fase V da MEAA-RP/adapt. do PG4

A avaliação contínua será realizada durante as fases II, III, IV e V de acordo com os critérios explicitados em 3.3.1.4 e os problemas complementares serão trabalhados. O número de aulas previstas para o desenvolvimento dos problemas complementares dessa fase são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

Problemas complementares:

C_{14} - (Portal da Matemática – OBMEP, 2018) Determine o quociente e o resto da divisão de $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ por $P(x) = x^2 - x + 1$.

C_{15} - (BIANCHINI, 2015, p. 91) – (UEMG) O resto da divisão de $3x^4 - 2x^3 + 4x - 10$ por $x - 2$ é:

a) 10 b) 30 c) 20 d) 0

3.3.5 Bloco V: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão de Polinômios

Objetivos: realizar adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios.

Este bloco constitui-se da avaliação pontual prevista na fase V da MEAA-RP/adapt., a qual abordará os conteúdos adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios através do problema gerador apresentado na sequência:

Problema Gerador 5 – PG5:

A figura abaixo representa um esboço da horta que a professora Ana planejou para realizar no terreno do colégio em que trabalha, no projeto “Horta”, o qual ela é responsável. No entanto, as medidas dos canteiros estão descritas algebricamente e dependem da variável x, conforme relacionado abaixo:

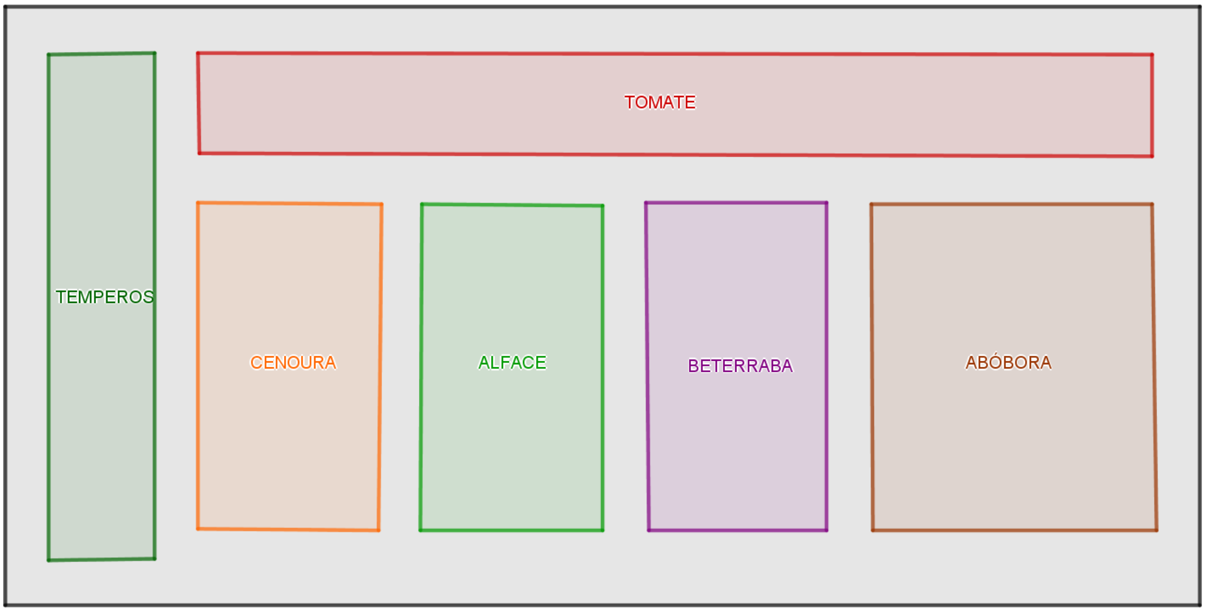


Figura 11 - Planejamento da horta
Fonte: A autora

Canteiro	Largura	Comprimento	Perímetro	Área
Temperos	$x^2 - 2$	$x^3 + 7$		
Tomate		$x^2 - 2$	$6x + 2x^2 + x^3 - 1$	
Cenoura, alface, beterraba	$-2x^2 + 40$	$-2x^4 + x^5 + 12$		
Abóbora	$-2x^2 + 40$			$-2x^4 - 4x^3 + 32x^2 + 80x + 160$

Quadro 13 - Avaliação
Fonte: A autora

A partir da figura e do quadro acima, responda as seguintes questões (as quais serão denominadas de $Q_1, ..., Q_8$):

Q_1 – Calcule os perímetros simplificados dos canteiros de temperos, cenoura, alface e beterraba.

Objetivo específico: realizar a adição de polinômios.

Q_2 – Calcule a largura simplificada do canteiro de tomate.

Objetivo específico: realizar a subtração de polinômios.

Q_3 – Calcule as áreas simplificadas dos canteiros de temperos, tomate, cenoura, alface e beterraba.

Objetivo específico: realizar a multiplicação de polinômios.

Q_4 – Calcule o comprimento simplificado do canteiro de abóbora.

Objetivo específico: realizar a divisão de polinômios.

Q_5 – Calcule o perímetro simplificado do canteiro de abóbora.

Objetivo específico: realizar a adição de polinômios.

Q_6 – Qual é a expressão simplificada que representa o perímetro total dos canteiros?

Objetivo específico: realizar a adição de polinômios.

Q_7 – Qual é a expressão simplificada que representa a diferença entre as áreas do canteiro de tomate e de temperos?

Objetivo específico: realizar a subtração de polinômios.

Q_8 – Qual é a expressão simplificada que representa a quantidade de vezes que o canteiro de beterraba cabe no canteiro de abóbora?

Objetivo específico: realizar a divisão de polinômios.

O número de aulas previstas para o desenvolvimento do PG5 são 2 aulas de 45 minutos cada aula.

Neste capítulo apresentamos a base teórica do conteúdo matemático abordado para realização da pesquisa. No próximo capítulo apresentaremos o delineamento metodológico realizado para sua aplicação.

4 DELINEAMENTO DA METODOLOGIA DE PESQUISA

A dissertação é um trabalho científico, “de natureza reflexiva, requer sistematização, ordenação e interpretação dos dados. Por ser um estudo formal, exige metodologia própria do trabalho científico.” (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 239).

Diante dessa natureza do trabalho científico, este capítulo irá apresentar os encaminhamentos metodológicos da presente dissertação, ou seja, apresentaremos a descrição dos procedimentos seguidos durante a realização da pesquisa: caracterização da pesquisa, aspectos éticos da pesquisa, participantes da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, a coleta de dados e por fim, a metodologia de análise dos dados.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A definição de pesquisa apresentada por Marconi e Lakatos (2003. p. 155), trata a pesquisa como “procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para reconhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais.”

O caminho a ser seguido para realização da pesquisa depende do tipo de pesquisa a ser realizada, as quais são classificadas, segundo Gil (2002), Silveira e Córdova (2009), de acordo com sua abordagem, natureza, objetivos e procedimentos técnicos.

Classificar as pesquisas quanto à sua abordagem requer distinguir pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa (SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009) e ainda existem as pesquisas mistas, nas quais apresentam-se dados quantitativos e dados qualitativos.

Pensaremos na distinção entre os termos quantitativo e qualitativo utilizando as ideias apresentadas por Bicudo (2013). Em relação ao termo quantitativo, temos que “O *quantitativo* tem a ver com o *objetivo* passível de ser mensurável” (BICUDO, 2013, p. 105), enquanto, “O qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (BICUDO, 2013, p. 106).

Ainda, segundo Bicudo (2013), o termo quantitativo exige que a pesquisa faça uso de métodos que garantam a objetividade da pesquisa, utilizando instrumentos precisos para medir os dados investigados, como, por exemplo, as ferramentas provenientes da estatística para apresentar e analisar os dados da pesquisa.

Diferentemente da pesquisa quantitativa, na pesquisa qualitativa não é possível quantificar os dados coletados, pois, “a eles faltaria precisão e objetividade, dificultando ou impossibilitando a aplicação de quantificadores” (BICUDO, 2013, p. 116).

Borba (2004) afirma que a pesquisa qualitativa está sendo muito utilizada nas pesquisas de Educação Matemática. Garnica apud Borba (2004) apresenta as características da pesquisa qualitativa

> a)a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA apud BORBA, 2004, p. 86).

Diante das características citadas das pesquisas quantitativas e qualitativas, classificamos a presente pesquisa em pesquisa qualitativa, pois, os procedimentos que utilizamos para responder a pergunta de pesquisa “Quais as contribuições e dificuldades encontradas na implementação de um roteiro de ensino utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aplicada ao conteúdo polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental?” serão descritivos, subjetivos.

Segundo Borba (2004), a pesquisa qualitativa utiliza prioritariamente procedimentos descritivos e o conhecimento desvelado possui interferência da subjetividade, dinamicidade, passível de mudanças. A presente pesquisa possui as caraterísticas citadas por Garnica apud Borba (2004), ocasionada principalmente pelo fato de se tratar de uma pesquisa-ação, em que os dados emergem da realidade, da interação entre pesquisador, pesquisados e da metodologia de ensino em prática, a qual é o objeto de estudo.

Em relação a sua natureza, a presente pesquisa é uma pesquisa aplicada, pois, proporciona a geração de conhecimentos para a aplicação prática de uma metodologia de ensino nas aulas de Matemática, já que a pesquisa aplicada “Objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos.” (SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009, p. 35)

A caracterização da presente pesquisa quanto aos objetivos faz-se a partir de Gil (2002), o qual afirma que o principal objetivo da pesquisa descritiva é descrever as características de uma população ou fenômeno ou estabelecer relações entre variáveis. Diante do objetivo geral da nossa pesquisa, “Identificar e discutir contribuições e dificuldades encontradas no decorrer da implementação de um roteiro de ensino aplicando a MEAA-RP no ensino das operações básicas dos polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental II” classificamos a pesquisa em descritiva, pois, prioritariamente buscamos descrever as características – contribuições e dificuldades encontradas no uso de uma metodologia para o ensino da matemática, além de estabelecer relações entre variáveis que provavelmente surjam durante a coleta e análise dos dados.

Quanto aos procedimentos técnicos, a presente pesquisa caracteriza-se como pesquisa-ação, pois, na pesquisa-ação, conforme descreve Barbosa et al. (2008), o pesquisador e os participantes envolvem-se de modo cooperativo ou participativo em situações reais para que os dados sejam coletados. O pesquisador age ativamente na realidade dos fatos observados com vistas a coletar os dados na realidade a ser investigada.

Nesta pesquisa-ação o pesquisador é a professora da turma, os participantes são os alunos, os dados para a análise são coletados na dinâmica da sala de aula, a partir da implementação de um roteiro de ensino elaborado com vistas a aplicar uma metodologia para ensino da matemática, a qual é nosso objeto de estudo.

4.2 ASPECTOS ÉTICOS DA PESQUISA

A coleta de dados na dinâmica de sala de aula foi realizada após a aprovação do projeto de pesquisa pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CAAE), da Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT), UNESP, campus de Presidente Prudente, SP, sob o nº 58883216.1.0000.5402, comprovante nº 082899/2016 - CAAE 91786218.0.0000.5547, cujo parecer consubstanciado está apresentado no Anexo I.

Para que o projeto pudesse ser submetido ao CEP, o diretor do estabelecimento de ensino onde a pesquisa foi aplicada, assinou o termo de concordância da instituição coparticipante, por estar de acordo com a condução da pesquisa na turma escolhida, o qual está apresentado no Anexo II.

Além do consentimento da instituição coparticipante e da aprovação do CEP, para que a pesquisa fosse realizada, os responsáveis dos estudantes que participaram da mesma, assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) e o termo de consentimento para uso de imagem e som de voz, autorizando a participação dos estudantes na pesquisa. Os modelos desses termos estão apresentados no anexo III. As cópias assinadas pelos responsáveis estão arquivadas com a pesquisadora e cada responsável ficou também com uma cópia assinada. Importante ressaltar que os termos são informativos e explicam de forma sucinta e objetiva a pesquisa para que os responsáveis tivessem conhecimento sobre a pesquisa.

Os estudantes assinaram o termo de assentimento livre e esclarecido (TALE) e o termo para uso de imagem e som de voz, concordando com sua participação na pesquisa, após informações esclarecidas pelo próprio termo e pela professora pesquisadora. Os estudantes ficaram, cada um, com uma cópia assinada e a professora pesquisadora tem arquivada uma cópia assinada por cada estudante. Os modelos desses termos encontram-se no anexo IV.

Também em anexo, apresentamos a folha de rosto do projeto, que contém o termo de compromisso assinado pela pesquisadora e a autorização para execução da pesquisa assinada pelo responsável da instituição proponente. A folha de rosto, com informações detalhadas apresenta-se no anexo V.

4.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

A pesquisa tem como objetivo analisar as contribuições e dificuldades encontradas no uso da MEAA-RP para o ensino do conteúdo matemático polinômios.

Decorrente desse fato, temos que a coleta de dados ocorreu na dinâmica de sala de aula, na qual o pesquisador é a própria professora da turma. Logo, os participantes da pesquisa são a professora regente de Matemática do 8º ano do Colégio Estadual do Campo Alto Alegre – EFM, localizado no munícipio de Quedas do Iguaçu, pertencente ao estado do Paraná e os próprios alunos.

O colégio localiza-se no interior do munícipio, distante 10 quilômetros do centro da cidade, na comunidade Alto Alegre. É documentado como sendo uma escola do campo e encontra-se realmente no meio rural. Possui Ensino Médio em funcionamento no turno da manhã e Ensino Fundamental II no turno da tarde.

A referida turma possui 10 alunos ativos e todos aceitaram participar da pesquisa. Destes, 3 alunos moram no meio urbano e 7 no meio rural. Todos fazem uso do transporte escolar para ir à escola.

Durante o tempo de experiência com a turma, notamos que a turma é mista em relação a aprendizagem matemática. Há alunos com facilidade de aprendizagem e outros com dificuldade e defasagem dos conteúdos básicos matemáticos referentes aos anos anteriores. Há alunos que gostam de Matemática e aqueles que não gostam. Apesar de ser uma turma pequena, há características diversas entre os alunos. Cada aluno tem características marcantes, próprias, tanto em relação aos aspectos individuais quanto de aprendizagem.

4.4 INSTRUMENTOS DA COLETA DE DADOS

A coleta de dados ocorreu a partir da implementação do roteiro de ensino apresentado no capítulo anterior, no subitem 3.3, abordando polinômios com o uso da MEAA-RP/adapt., a qual está descrita no capítulo 2, no subitem 2.2.

O roteiro de ensino impresso foi fornecido aos alunos, colados aula a aula no diário de campo de cada estudante, que denominamos de caderninho, fornecido pela professora, no qual os alunos registraram as suas resoluções, correções, formalização do conteúdo e percepções sobre a aula. No apêndice B apresentamos a abertura dos dez caderninhos dos alunos da turma e no apêndice C apresentamos um dos caderninhos completo.

Como os dados foram coletados durante a aula em ação, com exceção da fase I da MEAA-RP/adapt., que ocorreu anteriormente à aplicação do roteiro de ensino, além do caderninho, realizamos anotações no diário de campo da professora e também gravamos em áudio as aulas.

As gravações foram realizadas durante as fases da MEAA-RP/adapt. da seguinte maneira:

- Fase II: como a turma em que a pesquisa foi desenvolvida possui apenas 10 alunos, inicialmente houve a formação de quatro grupos fixos para a realização do roteiro de ensino, sendo dois grupos com três estudantes e dois grupos com dois estudantes. Foi possível a professora pesquisadora estar constantemente presente nos grupos, com isso, as gravações foram realizadas pela professora, durante sua intervenção nos grupos. Durante toda a fase II, a professora esteve acompanhando os grupos, fazendo rodízio entre os quatro grupos, logo, a quantidade de gravações por grupo foi uniforme e vasta.
- Fase III e fase IV: foram gravadas em sua integridade, com exceção do bloco IV, em que essas fases não foram gravadas, pois, ocorreram de forma muito semelhante aos blocos anteriores.
- Fase V: gravada de forma semelhante à fase II, durante a resolução de alguns problemas complementares em sala de aula. Não foram gravadas todas as aulas em que os estudantes resolveram os problemas complementares, pois, os áudios se tornariam repetitivos e semelhantes. Não foram realizadas gravações no dia de avaliação pontual (Bloco V) para evitar constrangimentos dos estudantes.

Deste modo, os instrumentos de coleta de dados foram os registros realizados nos caderninhos dos estudantes, o diário de campo da professora e as gravações em áudio.

`

4.5 DESCRIÇÃO DA COLETA DE DADOS

A coleta de dados da pesquisa iniciou com a elaboração do roteiro de ensino, fase I da MEAA-RP/adapt., durante a qual os problemas geradores, complementares e todos os detalhes do roteiro foram pensados, elaborados, definidos a partir de muita pesquisa e reflexão. A fase I iniciou em fevereiro de 2018 e terminou em julho de 2018.

Após a fase I, o projeto da pesquisa, com o roteiro de ensino em anexo, foi submetido ao CEP e após algumas semanas aprovado para aplicação.

A aplicação do roteiro de ensino proposto apresentado em 3.3, seguindo as fases da MEAA-RP/adapt. descrito em 2.2, iniciou em 17 de agosto de 2018 e finalizou em 06 de novembro de 2018, conforme apresentado no quadro abaixo:

Encontro	Número de aulas[5]	Conteúdo	Bloco da MEAA-RP/adapt.	Fase da MEAA-RP/adapt.	Data
0	2	Esclarecimentos sobre os termos do CEP para realizar a pesquisa (TCLE e TALE), sobre a MEAA-RP/adapt., definição dos grupos de trabalho	-	-	17/08/2018
1	2	Conceito de incógnita, variável e função	I	II, V (AC)	21/08/2018
2	1	Conceito de incógnita, variável e função	I	II, V (AC)	22/08/2018
3	2	Conceito de incógnita, variável e função	I	III, IV, V (AC)	24/08/2018
4	2	Conceito de incógnita, variável e função	I	IV, V (AC)	28/08/2018
5	1	Conceito de incógnita, variável e função	I	V (PC e AC)	29/08/2018
6	2	Conceito de incógnita, variável e função	I	V (PC e AC)	31/08/2018
7	2	Adição de polinômios	II	II, V (AC)	04/09/2018
8	1	Adição de polinômios	II	III, V (AC)	05/09/2018
9	2	Subtração de polinômios	II	II, V (AC)	06/09/2018
10	2	Subtração de polinômios	II	III, V (AC)	11/09/2018
11	1	Adição e subtração de polinômios, definição de polinômios e expressões algébricas	II	IV, V (AC)	12/09/2018
12	2	Adição e subtração de polinômios, definição de polinômios e expressões algébricas	II	IV, V (PC e AC)	14/09/2018
13	2	Adição e subtração de polinômios; Multiplicação de polinômios	II e III	V (PC e AC) do bloco II; II do bloco III	18/09/2018
14	1	Multiplicação de polinômios	III	II, V (AC)	25/09/2018
15	3	Multiplicação de polinômios	III	II, III, V (AC)	26/09/2018
16	2	Multiplicação de polinômios	III	III, IV, V (AC)	28/09/2018
17	2	Multiplicação de polinômios	III	V (PC e AC)	03/10/2018

[5] Cada aula corresponde à 45 minutos.

18	2	Divisão de polinômios	III	II, V (AC)	09/10/2018
19	1	Divisão de polinômios	IV	II, V (AC)	10/10/2018
20	2	Divisão de polinômios	IV	III, IV, V (AC)	23/10/2018
21	2	Divisão de polinômios	IV	V (PC e AC)	30/10/2018
22	2	Adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios	V	V (AP)	06/11/2018

Quadro 14 - Cronograma da aplicação do roteiro de ensino
Fonte: A autora

Ao detalhar as fases da MEAA-RP/adapt. é fundamental lembrarmos que a avaliação contínua descrita na fase V ocorreu em todos os encontros, por se tratar de uma ação simultânea ao processo de ensino-aprendizagem.

Observamos no quadro que foram necessários 22 encontros, totalizando 39 aulas de 45 minutos cada uma para trabalhar o roteiro de ensino em sala de aula utilizando a MEAA-RP/adapt.

Todas as fases da metodologia e todo roteiro de ensino foram desenvolvidos de acordo com o planejado em 2.2 e 3.3, exceto o número de aulas previstas para o desenvolvimento do roteiro de ensino, as quais excederam em uma aula, pois, de acordo com o planejado em 3.3, seriam 38 aulas.

Durante as aulas do roteiro de ensino, foram utilizados os instrumentos de coleta de dados da forma como explicitado na seção anterior. Os dados coletados foram analisados conforme a metodologia descrita a seguir.

4.6 METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS DADOS

A pesquisa qualitativa exige métodos de análise de dados que possibilitem analisar, compreender, interpretar o material coletado para elucidar o problema de pesquisa.

Com esse objetivo, utilizamos a metodologia análise de conteúdo teorizada por Bardin (2016) para analisar os dados coletados em busca de respostas para o problema **“Quais as contribuições e dificuldades encontradas na implementação de um roteiro de ensino utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aplicada ao conteúdo polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental?”**.

Bardin (2016) descreve a análise de conteúdo como “Um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a “discursos” (conteúdos e continentes) extremamente diversificados.” (p.15). “A análise de conteúdo é um *conjunto de técnicas de análise das comunicações*.” (p.37), tais técnicas utilizam procedimentos sistemáticos e objetivos para descrever o conteúdo das mensagens e desvendar o que estas podem dizer além das palavras.

A análise de conteúdo possui os objetivos de auxiliar o pesquisador a superar a incerteza da subjetividade, em busca de rigor nas conclusões obtidas e na exploração do material de forma a enriquecer a leitura, ir além do que se obtém *a priori*, das aparências (BARDIN, 2016).

Bardin (2016) organiza as fases da análise do conteúdo em torno do que ela define de três polos cronológicos, os quais são:

> 1) a pré-análise;
> 2) a exploração do material;
> 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. (BARDIN, 2016, p. 125)

Descreveremos, a seguir, esses três polos cronológicos definidos por Bardin (2016), nos quais nos apoiaremos para realizar a análise da presente pesquisa.

4.6.1 A pré-análise

A pré-análise é descrita por Bardin (2016) como a fase da organização da análise da pesquisa que tem por objetivo sistematizar as ideias iniciais, as quais conduzirão precisamente as ações seguintes.

Nessa fase ocorre a escolha dos documentos a serem analisados, a formulação das hipóteses e objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentarão a análise final.

A pré-análise é formada pelas seguintes atividades: leitura flutuante, escolha dos documentos, formulação das hipóteses e objetivos, referenciação dos índices e elaboração de indicadores e preparação do material.

A primeira atividade a ser realizada pelo pesquisador, a leitura “flutuante”, consiste em realizar contato, conhecer, ler os documentos a serem analisados de onde surgirão as primeiras impressões e orientações que orientarão a análise.

A leitura “flutuante” auxilia na escolha dos documentos a serem submetidos à análise, os quais podem ser determinados *a priori* ou *a posteriori.* Podem ser determinados pelo objetivo da pesquisa ou podem determinar o objetivo da pesquisa.

Os documentos que serão submetidos ao processo analítico constituem o *corpus* da pesquisa. No caso da nossa pesquisa os documentos a serem analisados foram determinados *a priori*, a partir do problema e dos objetivos da pesquisa, os quais são, conforme explicitado em 4.4, o caderninho do aluno, o diário de campo da professora e os áudios gravados durante as aulas programadas para aplicação da pesquisa.

Bardin (2016) afirma que a escolha do *corpus* deve seguir as regras da exaustividade, representatividade, homogeneidade e pertinência.

A regra da exaustividade consiste em considerar todos os elementos do *corpus*, não sendo possível descartar elementos sem justificativa rigorosa.

A regra da representatividade alerta para o fato que nem todo material pode ser representado por uma amostra. Caso a amostragem seja necessária, ela deve representar o universo inicial e integral da pesquisa.

A regra da homogeneidade afirma que os documentos escolhidos para análise devem ser homogêneos, segundo critérios rigorosos e não devem apresentar singularidades que fujam a esses critérios.

A regra da pertinência afirma que os documentos devem ser escolhidos adequadamente de acordo com os objetivos que guiam a análise.

Consideramos que o *corpus* da presente pesquisa obedece as quatro regras acima descritas, pois, todo o *corpus* foi considerado e analisado em sua integridade, seus documentos constituintes foram escolhidos de forma que representassem o universo da pesquisa através do desenvolvimento do roteiro de ensino de forma descrita pelos estudantes no caderninho, da gravação dos áudios da aula em tempo real e das percepções da professora narradas no diário de campo.

Ainda, os documentos de coleta de dados foram escolhidos de forma que contemplasse diferentes perspectivas do roteiro de ensino em ação e fosse possível responder o problema da pesquisa e atingir seus objetivos.

O objetivo geral que guiou a escolha dos documentos constituintes do *corpus* foi: identificar e discutir contribuições e dificuldades encontradas no decorrer da implementação de um roteiro de ensino aplicando a MEAA-RP no ensino das operações básicas dos polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental II, o qual se desdobra nos objetivos específicos:

1. Elaborar um roteiro de ensino pautado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas voltado para a Álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental II;
2. Implementar no 8º ano do Ensino Fundamental II um roteiro de ensino pautado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas voltado para o ensino de Álgebra;
3. Verificar a viabilidade da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para trabalhar com as operações básicas dos polinômios no 8º ano;
4. Produzir conclusões e reflexões sobre a implementação da metodologia de ensino Resolução de Problemas no cotidiano das aulas de Matemática;
5. Verificar a aceitação dos estudantes referente à MEAA-RP.

Além dos objetivos da pesquisa Bardin (2016) afirma que durante a pré-análise poderão surgir intuitivamente hipóteses as quais serão verificadas durante a análise. No entanto, não é obrigatório estabelecer hipóteses para que a análise seja realizada, pois, algumas análises ocorrem "às cegas", nas quais as conclusões emergem do *corpus*.

A presente pesquisa parte da hipótese que a MEAA-RP contribui significativamente para a aprendizagem matemática dos estudantes e é uma metodologia viável e eficaz para o ensino, apesar de possíveis dificuldades que possam ocorrer durante seu uso.

Assim, durante o processo de análise buscaremos no *corpus* quais as contribuições e as dificuldades encontradas no uso da MEAA-RP no caso específico da aplicação da pesquisa, partindo do pressuposto que elas existem.

Durante a pré-análise ainda, Bardin (2016) pressupõe a percepção e a necessidade de escolher índices, os quais fornecem indícios do conteúdo e organizá-los em indicadores precisos e seguros, os quais referenciam temas, mensagens explícitas pelo texto. A autora afirma que desde a pré-análise o pesquisador deve realizar recortes no texto do *corpus* de forma a organizá-los em unidades comparáveis de categorização para análise temática e codificação dos registros dos dados.

A preparação sistemática do material também é realizada na pré-análise. Consiste em transcrever áudios, gravações, converter os dados em linguagem padronizada e codificada para facilitar a manipulação da análise.

Conforme descrevemos acima, os documentos para análise da presente pesquisa foram definidos *a priori*. Assim, ainda durante a coleta de dados, iniciamos a leitura flutuante do material coletado, pois, a cada semana de coleta, simultaneamente ouvimos os áudios e os transcrevemos em sua completude, os quais foram enumerados de acordo com a ordem em que foram gravados e identificados pela data de gravação.

Após a finalização da coleta de dados e da transcrição de todos os áudios coletados, realizamos também a leitura flutuante do diário da professora e dos caderninhos dos estudantes.

A partir da leitura flutuante realizamos a organização do material, para facilitar a análise, da seguinte maneira:

Diário de campo da professora: o diário da professora foi digitado no computador, utilizando duas classificações iniciais: contribuições e dificuldades. Essa classificação foi realizada fazendo recortes em todo o texto do diário, os quais causaram a impressão de se tratar de contribuição ou dificuldade ao utilizar a MEAA-RP/adapt. na experiência a ser analisada. Isso foi possível, pois, o diário, além de conter a ocorrência cronológica da aplicação da pesquisa de campo, também contém as reflexões da professora relatadas ao longo da pesquisa.

Transcrição dos áudios: a transcrição dos áudios nos revelou como foi realizada a implementação do roteiro de ensino, sendo assim, tornou-se o principal material de análise. No apêndice A apresentamos um modelo da transcrição dos áudios. Não apresentamos a transcrição completa devida a sua extensão e também porque na análise dos dados estão os trechos essenciais para a pesquisa. Para facilitar a análise, a transcrição dos áudios foi classificada e organizada de acordo com as fases da MEAA-RP: fase II, fase III, fase IV e fase V. Recortamos todo o texto transcrito em diálogos e cada diálogo classificamos em uma dessas fases. Utilizamos previamente essa classificação para facilitar a análise, pois, foi o que nos pareceu possível em se tratando de pré-análise. Primeiramente, tentamos classificar os diálogos utilizando a classificação utilizada para organizar o diário da professora (contribuições e dificuldades), mas, não foi possível, já que são diálogos e requerem análise rigorosa e aprofundada, devido à dificuldade de inferência e interpretação, além de a quantidade de dados coletados pelas gravações ser vasta.

Caderninhos dos estudantes: digitalizamos as dez aberturas dos caderninhos as quais podem ser visualizadas no apêndice B. Como os dez caderninhos totalizam muitas páginas para serem apresentadas, apresentamos um “caderninho” completo no apêndice C. Realizamos a leitura dos caderninhos, identificamos possíveis trechos que sinalizam contribuições e dificuldades encontradas no desenvolvimento do roteiro de ensino, os quais, serão analisados posteriormente. E, ainda, para facilitar a análise organizamos os caderninhos por grupos, de acordo com o grupo formado pelos estudantes. Inicialmente, conforme dito em 4.4, os estudantes foram organizados em quatro grupos, de acordo com o quadro abaixo:

Nome do grupo	Membros
Grupo dos Kings	E2, E8
Super Aritmética	E4, E6, E10
Worth Mathematics	E3, E9
Matemáticos	E1, E5, E7

Quadro 15 - Grupos e seus membros
Fonte: A autora

No entanto, a partir do Bloco II da implementação do roteiro de ensino foi necessário realizar pequenas alterações nos grupos, pois, um dos estudantes do Grupo dos Kings era muito faltoso. Assim, reorganizamos da seguinte maneira:

Nome do grupo	Membros
Super Aritmética	E4, E8, E6, E10
Worth Mathematics	E2, E3, E9
Matemáticos	E1, E5, E7

Quadro 16 - Reorganização dos grupos
Fonte: A autora

Ainda em relação à organização dos grupos, em algumas aulas esporádicas o estudante E2 fez parte do grupo Matemáticos e o estudante E8 preferiu ficar sozinho, devido a intrigas particulares entre os estudantes.

Algumas intrigas aconteceram mesmo os estudantes serem acostumados a realizar atividades em grupos anteriormente à implementação do roteiro de ensino e terem liberdade de escolha dos grupos.

Além da organização acima descrita, realizamos a codificação dos elementos do *corpus* para facilitar a manipulação da análise e padronizar a apresentação dos dados, de acordo com o quadro abaixo:

Elementos	Código
E1, E2, ..., E10	estudante 1, estudante 2, ..., estudante 10
P	professora pesquisadora
CaE1, CaE2, ..., CaE10	caderninho do estudante 1, caderninho do estudante 2, ..., caderninho do estudante 10
APE1, APE2, ..., APE10	avaliação pontual do estudante 1, avaliação pontual do estudante 2, ..., avaliação pontual do estudante 10.

Quadro 17 - Codificação dos elementos do corpus
Fonte: A autora

As categorias de análise: contribuições e dificuldades foram definidas *a priori*, de acordo com o objetivo geral e o problema da pesquisa, as quais nos auxiliarão a responder à pergunta da pesquisa e também nos guiarão durante a próxima fase da análise de conteúdo, a qual consiste na exploração do material.

4.6.2 A exploração do material

Bardin (2016), afirma que a exploração do material é uma fase longa, maçante, fatigante. Justamente porque o pesquisador deve se debruçar atenciosamente sobre o material e deixar ser tocado por impressões contidas nele, que na maioria das vezes não serão óbvias, as quais se enquadrarão nas categorias definidas, no nosso caso, *a priori,* que responderão o problema da pesquisa e cumprirão com seus objetivos.

Exploramos o material de acordo com a descrição de Bardin (2016) e a partir da organização realizada na pré-análise.

Lemos atenciosamente todo o material selecionado e organizado, várias vezes, em busca das contribuições e dificuldades encontradas durante a MEAA-RP/adapt.

Realizamos a impressão dos materiais provenientes da pré-organização da transcrição dos áudios e do diário da professora-pesquisadora, fizemos marcações, anotações, grifos dos trechos que forneceram indícios do que estávamos buscando.

A transcrição dos áudios, a princípio estava organizada de acordo com as fases da MEAA-RP/adapt. A partir deste material conseguimos destacar os diálogos que apresentavam contribuições e dificuldades na implementação do roteiro de ensino proposto.

Na sequência, os diálogos destacados foram organizados em dois quadros. O primeiro quadro apresenta uma coluna para diálogos e outra em correspondência denominada “contribuições”. Cada diálogo destacado anteriormente possui em correspondência na coluna “contribuições”, o relato, discussão e reflexão da pesquisadora sobre quais foram as contribuições identificadas e desvendadas a partir do diálogo. Apresentamos abaixo um trecho do quadro:

Diálogos	Contribuições
... E3: lá tem x elevado a 7 e como foi repetido ficou x elevado a 7 de novo, ficou 2 x elevado a 7, só que daí esse aqui eu não sei, 7 mais 7 daí Prof.: não sei, vamos ver, vai fazendo o que vocês E3: menos 10, menos 2x elevado a 2, por causa desse x elevado a dois, no caso aqui, daí ficou menos 2x por causa desse daqui mais 22 ...	... Proporcionou ao aluno explicar como resolveu, explicar para a professora como pensou. ...

Quadro 18 – Diálogos e Contribuições
Fonte: A autora

O mesmo procedimento foi realizado no segundo quadro, no qual a segunda coluna foi denominada de “dificuldades”, como mostra o pequeno trecho abaixo:

Diálogos	Dificuldades
Prof.: O canteiro tem quantos lados? tem quantos lados o canteiro? E6: dois Prof.: um, dois, três, quatro, e o perímetro é somar todos os lados. Aqui você está somando quantos lados? E6: quatro Prof.: um dois, está faltando somar os outros lados, os outros dois ...	Dificuldade do aluno em identificar que o canteiro com formato retangular tem 4 lados para calcular seu perímetro. ...

Quadro 19 - Diálogos e Dificuldades
Fonte: A autora

Após este procedimento, realizamos a análise dos dois quadros completos e a partir deles criamos dois novos quadros, similares a esses, um para contribuições e outro para dificuldades, nos quais agrupamos os diálogos e suas respectivas reflexões por semelhanças.

Novamente, analisamos esses dois novos quadros. Nas colunas “contribuições” e “dificuldades” que constam as reflexões dos diálogos desvendados, destacamos em cada reflexão a palavra ou frase que sinaliza qual é a contribuição ou dificuldade obtida a partir do diálogo analisado.

Finalizado esse processo de identificação e destaque das palavras e frases provenientes da transcrição dos áudios, analisamos o material proveniente do diário de campo, no qual os trechos já estavam categorizados em contribuições e dificuldades, conforme realizado na pré-análise.

Também identificamos e destacamos as palavras ou frases de cada trecho, as quais sinalizavam quais eram as contribuições e quais eram as dificuldades encontradas pela professora pesquisadora durante a implementação do roteiro de ensino.

Em seguida, relemos o material proveniente dos caderninhos observando os trechos marcados na pré-análise, refletindo e anotando também palavras ou frases que definiriam as contribuições e dificuldades implícitas nas respectivas atividades realizadas.

A partir das palavras ou frases destacadas da transcrição dos áudios, do diário de campo e da exploração do caderninho organizamos dois novos quadros, um para contribuições e outro para dificuldades encontradas durante a implementação do roteiro de ensino proposto. Cada quadro, com duas colunas. Uma coluna denominada “palavras/frases” e a outra “subcategorias”.

Na coluna “palavras/frases” apresentamos as palavras ou frases agrupadas por semelhanças e sinônimos e na coluna “subcategorias” a possível designação da palavra ou frase que representa todas as palavras e frases semelhantes e sinônimas.

Novamente, nos debruçamos sobre estes quadros para refletir sobre os agrupamentos realizados, se todas as palavras e frases estavam no grupo de semelhança correto e se haviam ainda grupos similares que podiam ser reagrupados.

Abaixo apresentamos o quadro da categoria “contribuições”, com as palavras sinônimas agrupadas e a possível designação de respectivas subcategorias:

Palavras/frases sinônimas	**Subcategorias**
Ativos Expor seus raciocínios Explicar Justificar Incentivá-los a pensar, a não desistir Expressar-se de forma oral e escrita Defender suas ideias A professora questiona e o estudante explica Importância do diálogo entre professor e estudante Explicar como pensou Desenvolvimento da criatividade Liberdade de pensamento	Estudante ativo e participativo

Liberdade para expressar ideias matemáticas Professor questiona, induz os estudantes a pensarem Expressar seus pensamentos matemáticos Justificar suas respostas Proporciona reflexão e não respostas prontas Refletir sobre a sua resolução Sai da zona de conforto Obrigatoriedade de o estudante ler o problema, pensar, tentar resolver Reflexão Busca do porque Analisarem semelhanças e diferenças entre as respostas Estudantes expressarem suas respostas Tentarem descobrir o erro Encaminha o estudante ao aprofundamento, a conseguir resolver o problema, através do cumprimento das etapas Avançar devagar na construção do conhecimento Oportunidade de encarar obstáculos Explorar e pensar sobre o desconhecido Enfrentar o novo, enfrentar problemas e buscar maneiras de solucioná-los Relacionar a metodologia com a vida real Independência Proporcionou ao próprio estudante se perguntar sobre as respostas Proporcionou ao estudante desenvolver sua própria estratégia de resolução Causou interesse Participação de todos Curiosidade	
A professora elabora questionamentos para que os obstáculos sejam superados Proporciona o questionamento, perguntar, provocar o pensamento do estudante Professor questionador, em consequência, estudante pensante Diálogo questionador – proporciona ao estudante construir o raciocínio Questionar e questionar Por meio de questionamento o estudante foi organizando seu pensamento e entendendo o problema Acompanhamento dos grupos Proporciona ao professor observar o que o estudante compreende ou não do conteúdo Acompanhamento do desenvolvimento dos estudantes	Professor questionador
Conseguiu resolver o problema da divisão de polinômios utilizando a multiplicação de polinômios Lembraram da adição de polinômios Os estudantes conseguiram relacionar a adição realizada nos problemas e a partir disso, definimos monômio, binômio e trinômio Os estudantes relacionaram com a resolução do PG2	Aprendizagem do conteúdo polinômios

Utilizaram os conhecimentos adquiridos no roteiro de ensino nos problemas geradores seguintes	
Valorização da produção do estudante Valorização de todas as respostas Proporcionou aos próprios estudantes analisarem as respostas Todos analisando as respostas de todos Proporcionou a análise de todos as respostas Os estudantes mesmo conferindo as respostas e além disso, compreendendo como os outros grupos pensaram Compreendendo como os outros grupos resolveram e onde estão os erros e porque Analisando junto com os estudantes	Valorização da produção dos estudantes

Quadro 20 – Palavras/frases sinônimas e respectivas subcategorias
Fonte: A autora

De forma similar, apresentamos abaixo o quadro correspondente à categoria "dificuldades":

Palavras/frases sinônimas	Subcategorias
Fase I marcada por muitas dificuldades Os materiais pesquisados (livros didáticos e paradidáticos, sites, artigos, dissertações) não possuem problemas que pudessem ser problemas geradores Muito tempo destinado para elaborar os problemas geradores Para a elaboração dos problemas geradores demanda muita pesquisa e criação Fase I exaustiva	Problemas geradores
Não saber calcular o perímetro dos canteiros Não relacionar com o conteúdo potência Confusão entre x variável e x incógnita Não estarem com o conhecimento anterior consolidado Defasagem do conteúdo anterior Cálculos aritméticos não estarem bem consolidados Não saber diferenciar expoentes de coeficientes Não compreensão do que é diferença Não compreensão da linguagem matemática Dificuldades em compreensões básicas O estudante não relacionou ao algoritmo da divisão Utilizar o conteúdo já estudado para resolver um problema envolvendo um conteúdo novo Relembrar conteúdos anteriores Utilizar conteúdos já estudados para resolver um problema novo Relacionar com conteúdos já estudados Utilizar o conhecimento anterior Proporcionou discutir comutatividade da adição Abordar importância do uso do parênteses	Conteúdos anteriores

Devido ao fato de o estudante não saber ou não lembrar o conteúdo anterior, torna o processo demorado, cansativo, repetitivo e incessante	
Falta de atenção do estudante durante a leitura, a não interpretação do problema, o que atrasou a realização da atividade Falta de atenção, atrasa o processo A falta de o estudante retornar à questão anterior atrasou o processo Dificuldade na interpretação do problema A dificuldade do estudante em relacionar com as resoluções que já haviam feito... o que torna o processo exaustivo, demorado, cansativo Mesmo já tendo discutido a adição anteriormente, o estudante não interpretou o que havia sido discutido	Interpretação dos problemas geradores
Os estudantes faltantes estavam com os caderninhos incompletos Os estudantes faltantes não conseguiam acompanhar o desenvolvimento das atividades do roteiro de ensino	Estudantes faltantes

Quadro 21 - Palavras/frases sinônimas e possíveis subcategorias
Fonte: A autora

Com isso temos que as categorias foram definidas anteriormente à exploração do material, enquanto, as subcategorias emergiram do material analisado. Interligada a essa fase de exploração temos a última fase da análise de conteúdo, na qual os dados serão tratados, conforme apresentamos na sequência.

4.6.3 O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação

Nessa fase, as percepções e resultados obtidos na fase anterior são interpretados e postos à prova. Bardin (2016) descreve como a fase em que os resultados brutos são tratados de forma a torná-los significativos e válidos.

Dessa forma, segundo Bardin (2016), o pesquisador, tendo dados confiáveis, poderá inferir, interpretar e realizar descobertas em prol de seu problema de pesquisa, e seus objetivos e até mesmo, poderá obter descobertas inesperadas.

Como descrevemos anteriormente, em 4.6.2, a exploração do material nos trouxe à luz as percepções que tornaram possível respondermos o problema da presente pesquisa.

Apresentamos no quadro a seguir, de forma condensada e objetiva, os resultados obtidos, os quais serão apresentados, descritos e interpretados detalhadamente no próximo capítulo, de forma a provar quais são as reais contribuições e dificuldades encontradas durante a implementação do roteiro de ensino proposto usando a Resolução de Problemas (MEAA-RP/adapt.) no trabalho com operações de polinômios no 8º ano:

Problema de pesquisa	Categorias de análise	Subcategorias de análise
Quais as contribuições e dificuldades encontradas na implementação de um roteiro de ensino utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aplicada ao conteúdo polinômios no 8º ano do Ensino Fundamental?	Contribuições encontradas na implementação do roteiro de ensino	Estudante ativo e participativo
		Professor questionador
		Aprendizagem do conteúdo polinômios
		Valorização da produção dos estudantes
	Dificuldades encontradas na implementação do roteiro de ensino	Problemas geradores
		Estudantes faltantes
		Interpretação dos problemas geradores
		Conteúdos anteriores

Quadro 22 - Resultados obtidos
Fonte: A autora

5 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO ROTEIRO DE ENSINO

Nesse capítulo apresentaremos, de forma detalhada, os resultados obtidos pela análise de conteúdo realizada conforme descrito em 4.6. Interpretaremos as categorias e subcategorias obtidas, evidenciando as contribuições e dificuldades encontradas durante a implementação do roteiro de ensino usando a Resolução de Problemas como metodologia para o ensino das operações de polinômios no 8º ano.

Inicialmente, a categoria 1 seria “contribuições”, por serem os fatores positivos encontrados durante a implementação do roteiro de ensino.

No entanto, durante a escrita desse capítulo, analisando, interpretando e descrevendo os dados obtidos, notamos que a categoria 1 deve ser “dificuldades”, pelo fato de, após a superação dessas dificuldades, o roteiro de ensino se desenvolveu e as “contribuições” se sobressaíram.

Além disso, cronologicamente, as “dificuldades” encontradas foram anteriores às “contribuições”, conforme veremos na descrição das categorias. Ademais, a implementação do roteiro de ensino só foi possível após superadas as dificuldades encontradas.

5.1 CATEGORIA 1: DIFICULDADES

A categoria dificuldades foi definida *a priori*, já que estávamos em busca das dificuldades encontradas durante a implementação do roteiro para o ensino das operações de polinômios utilizando a MEAA-RP.

Durante a exploração do material, obtivemos as subcategorias da categoria “dificuldades”, as quais serão retratadas e demonstradas na sequência.

As subcategorias seguem uma ordem cronológica, pois, a elaboração dos problemas geradores é o primeiro passo da metodologia. O segundo passo é o estudante estar presente nas aulas para realizar as atividades previstas no roteiro de ensino.

Durante a implementação da metodologia, a interpretação do problema gerador é o início do processo por parte dos estudantes e após a interpretação é que surgiram os obstáculos devido a defasagem dos conteúdos anteriores.

Assim, temos na sequência a descrição e análise das subcategorias: problemas geradores, estudantes faltantes, interpretação dos problemas geradores e conteúdos anteriores.

5.1.1 Problemas geradores

Sabemos do nosso referencial teórico apresentado em 2.2, que na Resolução de Problemas o problema gerador é o propulsor da atividade matemática. É a partir dele que todas as fases da metodologia são realizadas e o conhecimento é desenvolvido. Desse modo, o problema gerador é o ponto de partida para que as aulas possam ser realizadas.

Segundo Allevato e Onuchic (2014), o problema gerador é o problema inicial que será proposto para que o conteúdo, conceitos, procedimentos ou princípios sejam desenvolvidos.

Os estudantes recebem o problema gerador e a partir dele toda a dinâmica da metodologia acontece: os estudantes fazem a leitura, discutem com os colegas, o professor observa e incentiva a resolução do problema, o consenso sobre a resolução é realizada, a formalização é desenvolvida.

Dessa forma, os estudantes tem o contato com o conteúdo novo na manipulação do problema, fazendo registros com linguagem própria, para que na sequência, a partir da produção dos estudantes, o conteúdo seja formalizado pelo professor e novos problemas possam ser resolvidos utilizando o conteúdo estudado.

Assim sendo, o problema gerador é fundamental para o desenvolvimento da metodologia. Ele é selecionado ou elaborado na fase I da MEAA-RP/ adapt.

Na fase I da MEAA-RP/adapt., conforme descrito no primeiro parágrafo de 4.5, ocorreu a preparação das aulas, na qual os problemas geradores para abordar o conteúdo específico referente à Álgebra do 8º ano foram elaborados e compuseram o roteiro de ensino proposto e posto em ação.

A fase I foi uma fase longa, iniciada em fevereiro e terminada em julho de 2018, devido à dificuldade encontrada na seleção e elaboração dos problemas geradores, conforme relatado no diário de campo da professora-pesquisadora:

> Foi uma fase (referindo a fase I) marcada por muitas dificuldades, devido ao fato, de nos inúmeros materiais pesquisados (livros didáticos e paradidáticos, sites, artigos, dissertações) não serem encontrados problemas que possibilitassem a abordagem do conteúdo matemático planejado. Foram realizadas muitas buscas, muito tempo foi destinado para pesquisas. (Diário de Campo, 2018)

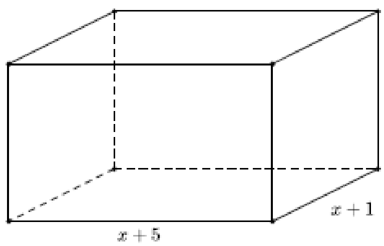
Diante do fato de que, após muita pesquisa, não serem encontrados problemas que pudessem ser problemas geradores do conteúdo escolhido, com muito estudo e reflexão, os problemas foram reformulados, adaptados quase que integralmente ou elaborados por completo o que exigiu muito pensamento e criação, como mostra o depoimento da professora-pesquisadora: “tivemos que elaborar os problemas geradores a partir de adaptações de outros e também houve momentos que tivemos que criar o problema gerador. Essa fase demanda muito tempo, dedicação e criação.” (Diário de Campo, 2018)

Ao observarmos os problemas geradores apresentados em 3.3, constatamos que dos cinco problemas geradores do roteiro de ensino, os problemas geradores PG2 (apresentado em 3.3.2) e PG5 (apresentado em 3.3.5) foram elaborados em sua completude pela professora-pesquisadora e os problemas geradores PG1, PG3 e PG4 (encontrados respectivamente em 3.3.1, 3.3.3 e 3.3.4) foram adaptados quase que integralmente, conforme mostra os comparativos abaixo entre o problema original e o problema gerador:

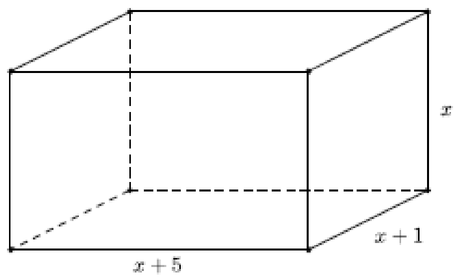
<table>
<tr><th>Problema original</th><th>Problema Gerador</th></tr>
<tr>
<td>
(DANTE, 2013) A tabela abaixo relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em janeiro de 2013).
<table>
<tr><td>Número de litros</td><td>Preço a pagar(R$)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2,70</td></tr>
<tr><td>2</td><td>5,40</td></tr>
<tr><td>3</td><td>8,10</td></tr>
<tr><td>4</td><td>10,80</td></tr>
<tr><td>...</td><td>...</td></tr>
<tr><td>40</td><td>108,00</td></tr>
<tr><td>x</td><td>2,70x</td></tr>
</table>

Qual é o preço de 10 litros de gasolina?
Quantos litros de gasolina podem ser comprados com R$ 35,10?

</td>
<td>
Problema Gerador 1 - PG1 adaptado de Dante (2013, p. 42):
O preço da gasolina na cidade QI está R$ 4,43 o litro. De acordo com esta informação, complete o quadro abaixo:
<table>
<tr><td>Quantidade de litros</td><td>Preço a pagar</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>25</td><td></td></tr>
<tr><td>50</td><td></td></tr>
<tr><td>x</td><td></td></tr>
</table>
a) Qual é o significado de x presente no quadro?
b) x é um valor fixo ou um valor variável? Por quê?
c) Qual é o preço a pagar por x litros de gasolina comprados?
d) Do que depende o preço total a pagar?
e) Para cada quantidade x de litros de gasolina comprados, existirá um único valor a pagar? Por quê?
f) Chamando de P o preço a pagar, o que significa $P(x) = 4{,}43\,.\,x$?
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
g) Se o preço a pagar for R$ 44,30, qual será o valor x de litros de gasolina comprados?
h) Se o preço a pagar for R$ 44,30, o valor de x será único? Por quê?
i) Nos itens a), b) e c) x é uma variável. O que significa dizer que x é variável?
j) Nos itens g) e h), x assume o papel de incógnita. Qual é a diferença entre x variável e x incógnita?
k) Então: o que é variável e o que é incógnita?
l) Nos itens d), e) e f) estamos tratando das ideias relacionadas a função e de uma notação utilizada para funções. De acordo com suas respostas, o que será que é função?
</td>
</tr>
<tr>
<td>
(Portal da Matemática-OBMEP, 2008) A figura abaixo representa um paralelepípedo reto-retângulo.


Determine:
a) a expressão que determina seu volume.
b) o volume para x = 3.
</td>
<td>
Problema Gerador 3 – PG3 adaptado de Portal da Matemática – OBMEP (2018):

A figura abaixo representa uma cisterna para captação da água da chuva, que será implantada no CECAA para molhar os canteiros da horta, com a intenção de economizar água. Suas dimensões (em centímetros) estão representadas algebricamente:


a) Escolha valores para x e complete o quadro:
<table>
<tr><td>x</td><td>$x+5$</td><td>$x+1$</td><td>Volume da cisterna</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
b) Escreva uma expressão algébrica para calcular o volume da cisterna.
c) A partir do item b), escreva o polinômio que representa o volume da cisterna.
d) Use os valores de x do item a) para substituir no polinômio do item c) e complete o quadro abaixo, na qual você obterá o volume da cisterna:
<table>
<tr><td>x</td><td>Polinômio ___________</td><td>Volume da cisterna</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
e) Os volumes encontrados no item d) são os mesmos encontrados no item a)? Esses volumes devem ser iguais?
</td>
</tr>
</table>

(Portal da Matemática-OBMEP, 2008) A área de um retângulo é representada pelo polinômio $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ e o comprimento, pelo polinômio $3t^2 - 4t + 5$. Determine o polinômio que representa a altura desse retângulo.	**Problema Gerador 4** – PG4 adaptado de Portal da Matemática – OBMEP (2018): A área de um canteiro retangular é representada pelo polinômio $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ e o seu comprimento, pelo polinômio $3t^2 - 4t + 5$. Determine o polinômio que representa a largura desse canteiro.

Quadro 23 - Problema original e Problema Gerador
Fonte: A autora

A elaboração dos problemas geradores deve, conforme já descrito, proporcionar o desenvolvimento das fases da MEAA-RP/adapt. para que o conteúdo seja formalizado na fase IV e o aprendizado concretizado. Para isso, os problemas geradores são elaborados com muito cuidado, para que induzam os estudantes a explorar o conteúdo novo na resolução dos problemas.

Os objetivos e expectativas dos problemas geradores devem ser claros e pensados de forma a proporcionar o desenvolvimento das fases da metodologia, como podemos ver no roteiro de ensino apresentado em 3.3, tornando complexo o seu processo de elaboração, pois, a ocorrência de todas as fases da MEAA-RP/adapt. devem ser previstas, pois, o problema gerador deve proporcionar o seu desenvolvimento.

Assim, os problemas geradores tornaram-se a principal dificuldade da implementação do roteiro de ensino, devido ao fato de toda a explanação que realizamos: exigiu muito tempo de estudo, reflexão, criação; não foram encontrados, em todas as buscas realizadas, problemas que pudessem ser problemas geradores; necessidade de elaboração e adaptação de todos os problemas geradores; os problemas geradores devem ser muito bem elaborados para que a metodologia aconteça e o conteúdo seja desenvolvido.

A professora-pesquisadora relatou em seu diário de campo a dificuldade encontrada em relação a elaboração dos problemas geradores, se posicionando como professora da escola pública com 40 horas aulas semanais:

> Pensando como professora da rede pública com poucas horas atividades, torna-se inviável pesquisar, criar problemas geradores devido ao pouco tempo disponível na escola em relação a quantidade de afazeres e burocracias que temos que cumprir. Todo o trabalho da fase I foi realizado em casa, o que se torna exaustivo, devido a possuir carga horário de 40 h/a. (DIÁRIO DE CAMPO, 2018)

Temos, então, que os problemas geradores foram uma dificuldade encontrada na elaboração do roteiro de ensino devido aos vários fatores citados. Apesar de toda a dificuldade encontrada, a professora-pesquisadora declara que “Como pesquisadora, o trabalho foi interessante por possibilitar pesquisa, aperfeiçoamento e criação e ter um material pronto para trabalhar com outras turmas em momentos futuros e possibilitar que outros professores possam utilizar.” (Diário de Campo, 2018)

5.1.2 Estudantes faltantes

O roteiro de ensino implementado nessa pesquisa foi elaborado e aplicado seguindo rigorosamente as fases previstas pela MEAA-RP/adapt. conforme descrito em 2.2, 3.3 e 4.5.

As fases do roteiro de ensino são interligadas e interdependentes. Diante desse fato e de constatarmos, durante a exploração do material, que os estudantes faltaram em alguns encontros do roteiro de ensino, buscamos analisar se houve e quais foram os prejuízos decorrentes dessas faltas.

O quadro abaixo apresenta a porcentagem de aulas que os estudantes faltaram em relação às 39 aulas do roteiro de ensino:

Estudantes	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
Porcentagem de faltas	5,12	0	15,38	15,38	23,07	5,12	20,51	38,46	5,12	5,12

Quadro 24 - Porcentagem total de faltas nas aulas do roteiro de ensino
Fonte – A autora

Apenas um estudante esteve presente em todas as aulas do roteiro de ensino, três estudantes tiveram 5,12% de ausência o que corresponde a 2 aulas, dois estudantes faltaram em 15,38% das aulas o que corresponde a 6 aulas e três estudantes apresentaram faltas acima de 20% do total, o que corresponde a 8, 9 e 15 aulas em que esses estudantes estavam ausentes.

O quadro abaixo apresenta a porcentagem de aulas que os estudantes faltaram em cada bloco do roteiro de ensino:

Bloco	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
I	20%	0%	10%	20%	30%	20%	30%	40%	0%	20%
II	0%	0%	0%	18,18%	27,27%	0%	18,18%	54,54%	0%	0%
III	0%	0%	33,33%	22,22%	33,33%	0%	33,33%	55,55%	22%	0%
IV	0%	0%	28,57%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Quadro 25 - Porcentagem de faltas em cada bloco do roteiro de ensino
Fonte – A autora

O quadro 25 nos mostra que as faltas dos estudantes em cada bloco apresentaram-se altas, o que tornou-se um fator preocupante, pois, mostra que os estudantes se ausentaram durante as fases do roteiro de ensino e essas foram realizadas exclusivamente em sala de aula.

Observamos que dos dez estudantes, apenas um não apresentou faltas em nenhum dos blocos, quatro estudantes apresentaram em torno de 20% de faltas em apenas um bloco e cinco estudantes apresentaram faltas em três blocos. Inclusive, desses cinco estudantes, quatro apresentaram porcentagem de faltas acima de 25% em pelo menos dois blocos dos quatro e em especial, um estudante apresentou acima de 50% de faltas em dois blocos.

Diante do alto índice de faltas nos blocos, fomos em busca das consequências geradas pelas faltas. Inicialmente analisamos os caderninhos para verificar as fases não realizadas e se essas coincidiam com as aulas em que os estudantes faltaram.

Para realizar a comparação, construímos dois quadros, os quais apresentamos na sequência.

O quadro abaixo apresenta a frequência dos estudantes em correspondência com as datas das aulas e as fases de cada bloco, onde C representa presença nas respectivas aulas e F representa falta.

Bloco	Fase	Data (2018)	Aulas	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
I	II, V (AC)	21/08	2	C	C	C	F	C	C	C	C	C	C
	II, V (AC)	22/08	1	C	C	F	C	F	C	F	C	C	C
	III, IV, V (AC)	24/08	2	C	C	C	C	C	F	F	F	C	C
	IV, V (AC)	28/08	2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	F
	V (PC e AC)	29/08	1	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	V (PC e AC)	31/08	2	F	C	C	C	F	C	C	F	C	C
II	II, V (AC)	04/09	2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	III, V (AC)	05/09	1	C	C	C	C	C	C	C	F	C	C
	II, V (AC)	06/09	2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	III, V (AC)	11/09	2	C	C	C	C	C	C	C	F	C	C
	IV, V (AC)	12/09	1	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	IV, V (PC e AC)	14/09	2	C	C	C	F	F	C	F	F	C	C
	V (PC e AC)	18/09	1	C	C	C	C	F	C	C	F	C	C
III	II, V (AC)	18/09	1	C	C	C	C	F	C	C	F	C	C
	II, V (AC)	25/09	1	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	II, III, V (AC)	26/09	3	C	C	F	C	C	C	F	C	C	C
	III, IV, V (AC)	28/09	2	C	C	C	F	C	C	C	F	C	C
	V (PC e AC)	03/10	2	C	C	C	C	F	C	C	F	F	C
IV	II, V (AC)	09/10	2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	II, V (AC)	10/10	1	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C

	III, IV, V (AC)	23/10	2	C	C	F	C	C	C	C	C	C	C
	V (PC e AC)	30/10	2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	V (AP)	06/11	2	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C

Quadro 26 - Frequência dos estudantes durante o roteiro de ensino
Fonte: A autora

Para verificar se as faltas prejudicaram o desenvolvimento dos blocos do roteiro de ensino, analisamos os caderninhos e registramos as fases de cada bloco realizadas pelos estudantes, pois, nos caderninhos constam detalhadamente todos os registros do que os estudantes realizaram durante as aulas da pesquisa.

Apresentamos no quadro abaixo as fases dos blocos do roteiro de ensino realizadas por cada estudante, onde, S significa que realizou a respectiva fase, N significa que não realizou e P significa que realizou parcialmente:

Estudantes			E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
Bloco I	**II**		S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	III		S	S	S	S	S	N	N	N	S	S
	IV		S	S	S	S	S	S	P	S	S	S
	PC	**C_1**	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
		C_2	P	S	S	S	P	S	N	N	S	S
		C_3	N	S	S	S	N	S	P	N	S	S
		C_4	N	N	S	S	N	S	N	N	S	S
Bloco II	**II**		S	S	S	S	S	S	S	P	S	S
	III		S	S	S	S	S	S	S	N	S	S
	IV		S	S	S	P	P	S	P	P	S	S
		C_5	S	S	S	S	S	S	S	N	S	S
		C_6	S	N	S	S	N	S	N	N	S	S
		C_7	S	N	S	S	N	S	N	N	S	S
		C_8	S	N	S	S	N	S	N	N	S	S
		C_9	S	N	S	S	P	S	S	N	S	S
Bloco III	**II**		S	S	S	S	S	S	P	P	S	S
	III		S	S	S	S	S	S	N	P	S	S
	IV		S	S	S	S	S	S	S	N	S	S
	PC	**C_{10}**	S	S	S	S	S	S	N	N	S	S
		C_{11}	S	S	S	S	S	S	S	N	N	S
		C_{12}	S	S	S	S	S	S	S	N	N	S
		C_{13}	S	S	S	S	S	S	S	N	N	S
Bloco IV	**II**		S	S	S	S	S	S	S	P	S	S
	III		S	S	N	S	S	S	S	S	S	S
	IV		S	S	N	S	S	S	S	S	S	S
	PC	**C_{14}**	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S
		C_{15}	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S

Quadro 27 - Fases realizadas pelos estudantes em cada bloco
Fonte: A autora

Marcamos de amarelo nos quadros 26 e 27 as aulas que os estudantes estavam ausentes e as fases realizadas nessas aulas, as quais esses estudantes não realizaram devido às suas ausências. O objetivo das marcações foi verificar se as fases não realizadas pelos estudantes coincidiram com as faltas nas respectivas aulas.

Observamos no quadro 26 que a maioria das aulas que houve falta dos estudantes estão marcadas, o que significa, que as fases dos blocos desenvolvidas nessas datas não foram realizadas pelos alunos conforme podemos verificar no quadro 27.

Ainda, observando o quadro 27, temos que todas as fases/problemas complementares não realizadas por 50% dos estudantes (E1, E4, E5, E6 e E9) coincidem com as aulas que estes faltaram. Das 3 fases/problemas complementares não realizadas pelo estudante E3, duas coincidem com a aulas que ele faltou. Das 12 fases/problemas complementares não realizadas pelo E7, 8 coincidem com as aulas em que esse estudante faltou. O caso mais grave foi do estudante E8: das 20 fases/problemas complementares, 18 coincidiram com as aulas em que esse estudante faltou. O estudante E8 praticamente não realizou os blocos II e III e mais de 50% do bloco I. O estudante E2 foi o único que não faltou em nenhuma aula e apresentou 5 fases/problemas complementares não realizadas. Já o estudante E10 foi o único em que não se prejudicou com as faltas e realizou todas as fases de todos os blocos.

As faltas dos estudantes durante as aulas do roteiro de ensino foram uma dificuldade para sua implementação, pois, de acordo com a análise realizada, dos dez estudantes apenas um estava com o caderninho completo e de fato realizou todas as fases de todos os blocos. Isso significa que nove estudantes apresentaram lacunas no desenvolvimento dos blocos, dos quais, três estudantes (E5, E7 e E8) foram os mais faltantes.

A falta dos estudante na fase II da MEAA-RP/adapt. implica que o estudante não participou do momento de conhecer o problema, interagir com o grupo em busca de soluções, conversar com a professora em relação às dúvidas e às dificuldades encontradas, tentar resolver o problema a partir das estratégias elaboradas pelo estudante e seu grupo.

Os estudantes que não realizaram a fase II, foram apenas ouvintes na fase III, pois, a fase III é o momento em que os estudantes apresentaram as ideias do grupo, as soluções encontradas para a turma e coletivamente, as soluções foram analisadas em busca do consenso.

Se o estudante não realizou a fase III, ele não participou do momento da análise das soluções, das discussões sobre os acertos e erros. E pior, se ele não participou da fase II e III, ele não participou das fases que são a essência da metodologia.

As fases II e III são a base para o desenvolvimento da fase IV, pois, nessa fase a formalização do conteúdo é realizada partindo das soluções, ideias, discussões realizadas nas duas fases anteriores.

A fase V é composta por três partes: problemas complementares, avaliação contínua e avaliação pontual. Se o estudante não realizou os problemas complementares, ele não colocou o conhecimento adquirido em prática para verificar se aprendeu o conteúdo abordado ou não e superar possíveis dúvidas e dificuldades.

Se os estudantes faltaram em uma das fases do bloco, a avaliação contínua ficou incompleta, com isso, o acompanhamento do desenvolvimento do estudante não foi completa e esse próprio desenvolvimento apresentou falhas, gerando consequência na aprendizagem do estudante e na própria aferição de aprendizagem (nota), já que a avaliação contínua foi realizada seguindo os critérios assiduidade, interação com o grupo, participação ativa nas fases II, III e IV, resolução dos problemas complementares.

Analisamos a avaliação pontual para verificar se houve falhas na aprendizagem das operações de polinômios e se essas falhas tem relação com as faltas dos estudantes.

O quadro abaixo apresenta se os estudantes souberam resolver as operações de polinômios constantes na avaliação pontual de acordo com as definições apresentadas em 3.2.3: SIM, significa que sabiam como resolvê-las, NÃO significa que resolveram incorretamente e NÃO FEZ significa que não resolveram as questões da avaliação correspondentes às operações a serem realizadas:

Estudante	Adição	Subtração	Multiplicação	Divisão
E1	SIM	SIM	SIM	NÀO
E2	NÃO FEZ	NÃO FEZ	NÃO FEZ	NÃO FEZ
E3	SIM	SIM	SIM	SIM
E4	SIM	SIM	SIM	NÃO
E5	SIM	NÃO FEZ	SIM	NÃO FEZ
E6	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
E7	SIM	SIM	SIM	NÃO FEZ
E8	NÃO	NÃO FEZ	NÃO	NÃO FEZ
E9	SIM	SIM	SIM	SIM
E10	SIM	SIM	SIM	NÃO

Quadro 28 - Operações de polinômios na avaliação pontual
Fonte: A autora

O quadro 28 nos mostra que dos três estudantes que apresentaram mais lacunas na realização do roteiro de ensino devido as faltas (E5, E7 e E8), apenas um (E7) realizou corretamente três das quatro operações de polinômios e a divisão não tentou resolver. O estudante E5, das quatro operações realizou duas corretamente (adição e multiplicação) e não tentou resolver a subtração e divisão. O estudante E8 realizou duas incorretamente e as outras duas não fez, ou seja, não conseguiu realizar nenhuma das quatro.

Já o estudante E2 mesmo não tendo ausência nas aulas do roteiro de ensino, por algum motivo entregou a avaliação em branco e o estudante E6 que apresentou poucas faltas não resolveu corretamente nenhuma das operações.

Os outros cinco estudantes que apresentaram poucas faltas, resolveram corretamente a adição, subtração e multiplicação de polinômios. Desses cinco alunos, dois resolveram corretamente a divisão de polinômios e três resolveram incorretamente.

Observamos que também na avaliação contínua as faltas prejudicaram os estudantes, pois, dos três mais faltosos, dois não resolveram duas das quatro operações de polinômios, sendo que um desses não resolveu incorretamente as outras duas operações.

Dos sete estudantes com poucas faltas ou nenhuma, cinco conseguiram resolver pelo menos três das quatro operações de polinômios e apenas dois não resolveram ou não acertaram nenhuma das operações.

Após a elaboração dos problemas geradores, as faltas dos estudantes se tornaram uma dificuldade muito grande na implementação do roteiro de ensino, pois, o estudante necessitava estar presente nas aulas para realizar os blocos da metodologia em sua completude e não apresentar lacunas no desenvolvimento do roteiro de ensino, pois, como as fases são totalmente dependentes e cronológicas é indispensável a realização de todas as fases pelos estudantes.

5.1.3 Interpretação dos problemas geradores

Durante a exploração do material que pode ser consultada em 4.6.2, constatamos que a interpretação dos problemas geradores foi uma dificuldade encontrada no desenvolvimento do roteiro de ensino.

No contexto dessa análise, compreendemos, de forma simplória, como interpretação a compreensão do texto dos problemas geradores e complementares, a partir das leituras individuais e em grupo, de forma que os estudantes identificassem a pergunta e os dados fornecidos pelo problema para resolvê-lo.

O grupo Matemáticos apresentou dificuldades para identificar os dados fornecidos pelo PG2 para resolver o item a). Relembremos o enunciado desse problema que pode ser consultado em sua completude em 3.3.2:

> O colégio CECAA possui um terreno retangular com dimensões de 18 m e 8 m reservado para a horta da escola. Pretende-se subdividir o terreno em canteiros conforme a planta abaixo, onde cada canteiro, dependendo do seu tamanho, será destinado a uma espécie. Porém, não foram informadas as medidas exatas de cada canteiro, apenas as expressões algébricas que representam as laterais dos canteiros, as quais estão expressas em centímetros e dependem da medida x cm.
> As dimensões algébricas dos canteiros são as seguintes:

Canteiro	Comprimento	Largura
Pepino	$x^5 + 2x^4 - 1$	$x^4 + 6$
Tomate/temperos	$x^7 - 5$	$-x^2 - x + 11$
Cenoura/repolho	$32x$	6
Alface	$32x - 2$	$x^3 + x^2 + x + 9$

> a) Pretende-se cercar os canteiros com tijolos e para isso necessita-se saber a expressão que representa o perímetro dos canteiros. Qual é o perímetro simplificado de cada canteiro?

Canteiro	Perímetro
Cenoura	
Repolho	
Alface	
Tomate	
Temperos	
Pepino	

(ROTEIRO DE ENSINO, BLOCO II, 3.3.2)

O grupo Matemáticos apresentou dificuldades para interpretar esse trecho do PG2 conforme mostra o diálogo abaixo:

> *P: e é isso que ele está perguntando pra vocês, ó, qual é o perímetro do canteiro de cenoura? qual é a medida do canteiro de cenoura? o canteiro está aqui, e as medidas dele?*
> *E5: mas não tem medida?*
> *P: porque não*
> *E5: porque não tem o que fazer*
> *P: por quê? onde que diz aqui o comprimento do canteiro de cenoura?*
> *E5: comprimento 18 m*
> *P: é, mas esse comprimento é o comprimento do terreno de todo o terreno*
> *E5: não tem*
> *P: como não, olha essa tabelinha aqui? ó, todo o terreno mede 18 por 8, onde que está o canteiro de cenoura ali?*
> *E5: aqui no meio*

> *P: aqui no meio, e onde que está dizendo a medida desse canteiro? ó, cenoura, cenoura, olha o comprimento do canteiro de cenoura, 32 x (ÁUDIO 13, 04/09/2018)*

Inicialmente observamos que o estudante teve dificuldades em identificar as medidas algébricas dos canteiros, quando o estudante diz que o canteiro de cenoura não tem medida, mesmo o enunciado do PG2 explicar que não foram informadas as medidas numéricas dos canteiros, mas, sim as expressões algébricas que representam as dimensões dos canteiros e que essas estão expressas em função de x. Além disso, o problema deixa claro quais são as dimensões algébricas dos canteiros, as quais, estão representadas no quadro apresentado.

Ao ser indagado pela primeira vez, sobre onde está a medida do canteiro de cenoura, o estudante E5 diz que o canteiro não tem medida. Na sequência do diálogo, a professora o questiona onde que diz o comprimento do canteiro de cenoura e ele responde 18 m, sendo que o enunciado deixa claro que 18 m é o comprimento do terreno retangular da horta toda. A professora explica isso a ele e ele responde que não tem comprimento do canteiro de cenoura no problema. Diante disso, a professora mostra onde está apresentada a medida algébrica pedida.

Os estudantes do grupo Matemáticos não identificaram os dados apresentados pelo enunciado do PG2 passando a impressão que não tinham lido o problema ou leram superficialmente a ponto de não reconhecer o que estava sendo pedido pela professora. Isso tornou o diálogo maçante e repetitivo, mas, necessário para que o grupo prosseguisse a resolução do problema.

O PG2 é composto pelos itens a), b) e c). Os itens b) e c) dependiam dos resultados obtidos no item a). O diálogo a seguir mostra dificuldades de interpretação referente ao item c) pelo grupo Super Aritmética:

> *P: eu vou ler o problema pra vocês aqui: a diferença entre os perímetros de dois canteiros representa quanto o perímetro de um canteiro é maior do que o outro. Escreva a expressão simplificada que representa a diferença entre os perímetros dos canteiros de pepino e de tomate. Vocês já sabem o perímetro do canteiro de pepino?*
> *E10: não*
> *P: qual é o perímetro simplificado de cada canteiro (pergunta anterior), pepino, então vocês já sabem, vocês já calcularam o perímetro do canteiro de pepino, é ou não é? onde que está esse perímetro? aqui, beleza, e do canteiro de tomate?*
> *E10: já*
> *P: já... (ÁUDIO 47, 06/09/2018)*

A professora realizou a leitura do item c) para o grupo, após a leitura individual e grupal, pois, os membros não haviam compreendido o que era pra fazer.

Percebemos que inicialmente o obstáculo encontrado foi pelo fato de eles não terem percebido que o problema necessita dos resultados obtidos no item a), pois, a professora pergunta se eles já sabiam o perímetro do canteiro de pepino e o estudante E10 responde que não.

Diante disso, a professora leu o texto do item a) e mostrou para o estudante que eles já haviam calculado o perímetro do canteiro de pepino e o grupo compreendeu que iriam utilizar os dados encontrados no item a).

Esse diálogo mostra que não houve interpretação completa do problema pelo grupo o que prejudicou seu desenvolvimento. Os estudantes não perceberam que os itens do problema eram interligados e dependentes. Porém, com os questionamentos e auxílio da professora eles compreenderam.

Houve, também, dificuldades de interpretação do PG3 (que pode ser consultado em 3.3.3) pelo grupo Matemáticos, no item a), que pedia para escolher valores de x e completar o quadro apresentado, cujo cabeçalho era:

x	$x + 5$	$x + 1$	Volume da cisterna

Quadro 29 - Cabeçalho item a) PG3
Fonte: Roteiro de ensino da presente pesquisa

O diálogo abaixo mostra as dificuldades apresentadas:

> *E2: como é que tem que fazer esse daqui?*
> *P: tá, o que que o problema diz pra você?*
> *E2: é para escolher valores para x e completar o quadro*
> *E5: eu acho que é tipo aqui, "ponhar" um 4, 3*
> *P: exatamente*
> *E5: e daí somar*
> *P: só que é para completar a tabela aqui, mas é isso mesmo E5*
> *E5: sim, mas daí como é que vou completar a tabela, sem saber a pergunta*
> *P: uhm?*
> *E5: como é que vou completar a tabela, sem saber a pergunta?*
> *P: sim, mas a pergunta está aqui, ó, escolha valores para x e complete o quadro*
> *E5: aaah, entendi (ÁUDIO 81, 25/09/2018)*

Inicialmente o estudante E2 pergunta como é que teria que resolver o quadro do item a), o que mostra que ele não compreendeu o que o problema estava pedindo para fazer e como fazer. A professora o questiona sobre o que o problema diz e, então, ele responde o que o enunciado do item dizia. Com isso, parecia que havia esclarecido aos estudantes o que precisava ser feito, pois, o estudante E5 explicou o que devia ser feito. Em seguida, a professora falou que eles precisavam completar o quadro e o estudante E5 perguntou como completar o quadro sem saber a pergunta.

A professora fica perplexa com isso, pois, após toda a conversa que eles tiveram sobre o item a), quando parecia que eles tinham compreendido, o estudante E5 demonstra o contrário. Novamente a professora interferiu e mostrou onde estava a pergunta e o quadro e finalmente ele afirma ter entendido.

Porém, algo que parecia estar claro, já que o estudante descreveu o que deveria ser feito, não estava, porque logo após o estudante não sabia nem qual era pergunta da questão. Diante dessa situação a professora demonstrou paciência para retornar à questão e auxiliar o estudante a retomar seus pensamentos para poder prosseguir a resolução.

Ainda no PG3, o grupo Matemáticos apresentou dificuldades de compreensão do item d):

> *P: não saiu mais nada daqui?*
> *E5: não, eu não entendi o que é pra fazer*
> *P: beleza, e a d, o que que é pra fazer na d?*
> *E5: utilize os valores de x do item a) para substituir no polinômio do item c) e complete o quadro abaixo, no qual você obterá o volume da cisterna*
> *P: o que que é pra fazer na d?*
> *E2: é quase igual a*
> *E5: é pra fazer o*
> *P: use os valores de x do item a para substituir no polinômio do item c)...*
> *E5: ahh*
> *P: quem são teus valores de x?*
> *E5: 4, 6 e 8*
> *P: isso, por isso que tem x aqui ó*
> *E2: tem que colocar 4, 6 e 8 também aqui*
> *P: isso, pelos mesmos valores*
> *E5: 4, 6 e 8 (ÁUDIO 95, 25/09/2018)*

O estudante E5 afirma não ter entendido o que era para fazer no item d), a professora o questiona e ele leu a questão para ela. Novamente a professora questiona o que é para fazer, o estudante E2 diz ser similar ao item a), e ele estava correto, mas, o estudante E5 continua sem entender. A professora lê de novo a questão para eles e depois disso ele entende e explica para ela o que precisa ser feito.

O grupo Super Aritmética apresentou dificuldades semelhantes de compreensão no item d):

> *E10: use os valores de x do item a para substituir no polinômio do item c e complete a tabela abaixo na qual você obterá o volume da cisterna*
> *P: use os valores de x do item a, quem são os valores de x do item a?*
> *E10: esses?*
> *P: esses, ó, por isso que tem aqui*
> *E10: daí eu vou colocar aqui?*
> *P: isso*
> *E10: daí os polinômios?*

> *P: o polinômio do item c, quem que é teu polinômio do item c? esse, então ele vai aqui, e aqui vai quem?*
> *E10: vai aquele número ali (ÁUDIO 96, 25/09/2018)*

O estudante leu a questão e a partir disso a professora questionou o enunciado por partes ao grupo e o estudante foi respondendo aos questionamentos e compreendendo o texto do enunciado.

A próxima dificuldade de compreensão foi no item e) do PG3:

> *E5: daí eu "tava" lendo aqui agora e não entendi*
> *P: os volumes encontrados no item d*
> *E5: d*
> *P: d, volumes, esses volumes aqui*
> *E5: uhum*
> *P: são os mesmos encontrados no item a?*
> *E2: uhum*
> *E5: não né*
> *P: tá, esses volumes devem serem iguais? então aqui tem duas perguntas, tá, então responde essa e depois essa daqui, eles são os mesmos valores ou não? você já respondeu*
> *E5: aham*
> *P: não, e depois, esses volumes devem serem iguais? eles deveriam ser iguais?*
> *E2: deveriam*
> *P: entendeu? é só responder essa aqui e está pronta essa fase. (ÁUDIO 100, 26/09/2018)*

O grupo Matemáticos demonstrou não compreender o texto do item e): "Os volumes encontrados no item d) são os mesmos encontrados no item a)? Esses volumes devem ser iguais?" Minuciosamente a professora questiona o grupo sem em momento nenhum falar as respostas e os estudantes vão respondendo o que o enunciado está pedindo.

Os diálogos nos mostram que os estudantes apresentaram dificuldades de compreensão do texto do enunciado, apesar, de serem simples. Isso requer muita calma e paciência da professora para que dialogue e instigue os estudantes de forma a provocar a atividade mental neles em busca da compreensão. Também exigiu muita atividade mental da professora para pensar e elaborar os questionamentos, as afirmações de forma a não apontar as respostas, o que tornou o processo cansativo.

No PG4, alguns estudantes demonstraram dificuldades para identificar os dados fornecidos pelo problema, cujo enunciado é "A área de um canteiro retangular é representada pelo polinômio $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ e o seu comprimento, pelo polinômio $3t^2 - 4t + 5$. Determine o polinômio que representa a largura desse canteiro."

O enunciado deixa claro o polinômio que representa a área do canteiro, o polinômio que representa o comprimento e que pede para determinar o polinômio que representa a largura do canteiro retangular. Mas, o grupo Matemáticos demorou para compreender isso, conforme mostra os diálogos abaixo:

> *P: me explique como que vocês estão pensando*
> *E1: eu já fiz assim ó, que nem, eu fiz esse, esse, daí, ó, esse do lado*
> *P: porque esse aqui do lado?*
> *E1: tá, ó, representa o polinômio que representa a largura*
> *P: eu vou ler pra você: a área de um canteiro é representada pelo polinômio tal, essa é a área*
> *E1: ah, a outra... (ÁUDIO 115, 09/10/2018)*

Nesse primeiro diálogo com o grupo sobre o PG4, percebemos que o estudante representou $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ para a largura do canteiro, sendo que o enunciado deixa claro que esse polinômio representa a área do canteiro. Ao perceber que eles cometeram esse erro de compreensão, a professora leu o enunciado e mostrou no enunciado que o polinômio em questão representava a área.

De volta ao grupo, logo após, para verificar se eles haviam compreendido, verificamos que ainda estava confuso para eles o PG4:

> *E1: esse aqui não tem que multiplicar, pra descobrir, tipo, pra descobrir a largura?*
> *P: esse é ao contrário, não é? você sabe a área e você quer saber a largura, é o contrário do outro, o outro você sabia o comprimento, sabia a largura e você queria saber a área*
> *E1: faz esse vezes alguém que dá*
> *P: isso*
> *E7: o jeito da conta*
> *P: isso E1, você sabe o que ali? o comprimento, que é esse daqui, você sabe a largura?*
> *E7: não*
> *P: mas você sabe a*
> *E7 área*
> *P: área*
> *E7: faz a área*
> *P: então, você sabe o resultado e precisa descobrir quem é a largura, é bem isso. (ÁUDIO 116, 09/10/2018)*

Novamente, a professora os auxiliou a esclarecer os dados do problema, pois eles iriam multiplicar a área pelo comprimento para descobrir a largura, mas, em uma conversa, no encontro seguinte precisou esclarecer novamente, pois, novamente eles iriam multiplicar a área pelo comprimento para obter a largura:

> *P: como que vocês pensaram?*
> *E1: nós fizemos como foi feito antes, nas outras contas*
> *P: mas será que é o mesmo jeito?*
> *E7: esse daqui tem a área e é pra nós achar*

> *P: ahh, olhe o que você falou, esse tem a área, que vocês achavam, esse tem a área, ele está contando a resposta, ele está contando quanto que é a área e qual que é a diferença então? lá no outro vocês multiplicavam os dois e encontravam a área, aqui não, aqui vocês sabem a área mas não sabem a*
> *E5: então é só dividir por 2*
> *E1: pela largura (ÁUDIO 120, 10/10/2018*)

A professora os deixou pensando, refletindo e posteriormente retornou ao grupo verificar se eles haviam, enfim, compreendido:

> *E1: daí faz a área pra dar a largura, calma aí, faz o contrário daí, vezes, daí, tipo, não fica igual esse aqui né*
> *P: quem que é o comprimento?*
> *E1: esse aqui, é esse aqui, comprimento é esses dois, esse aqui, é*
> *P: é*
> *E1: esse é o comprimento*
> *P: então, aqui seria o comprimento vezes largura, quem que é a largura?*
> *E7: fazer da área que tá aqui menos esse ou? não*
> *P: não, quem que é a largura? quem que é a largura? tá, escreve o comprimento aqui, eu vou ler o problema pra vocês, ó, a área de um canteiro é representada pelo polinômio 6t ao cubo menos 17t ao quadrado mais 22t menos 15, esse polinômio aqui representa o que?*
> *E7: esse é a área*
> *P: esse é a área*
> *E7: o que que eu fui fazer kkkk*
> *P: e o comprimento pelo polinômio 3t ao quadrado menos 4t mais 5, quem que é o comprimento do canteiro?*
> *E7: esse daqui*
> *P: esse daqui, agora olhe ali no caderno do E1, o que que ele fez de errado ali?*
> *E7: ele colocou a área*
> *P: aham, mostra pra ele quem que é o comprimento, ó, e o comprimento pelo polinômio tal*
> *E1: ah tá*
> *P: então, aquele ali é o comprimento, isso, vezes, quem que é a largura?*
> *E1: é mais aqui, não?*
> *P: determine o polinômio que representa a largura desse canteiro, a gente sabe a largura?*
> *E1: não*
> *P: não, então deixa a largura ali escrita mesmo, ou l de largura, igual, quem que é a área?*
> *E1: foi feita aqui*
> *P: essa daí, escreve ali, isto, segundo o que tá escrito aqui ó, o que que eu preciso descobrir então?*
> *E1: a largura*
> *P: a largura, e o que que eu vou ter que pensar?*
> *E1: que o comprimento vezes a largura dá a área*
> *P: exatamente, agora pensem, agora é com vocês (ÁUDIO 122, 10/10/2018)*

E, enfim, depois de muito diálogo, muita repetição, muita insistência e paciência ficou esclarecido ao grupo que:

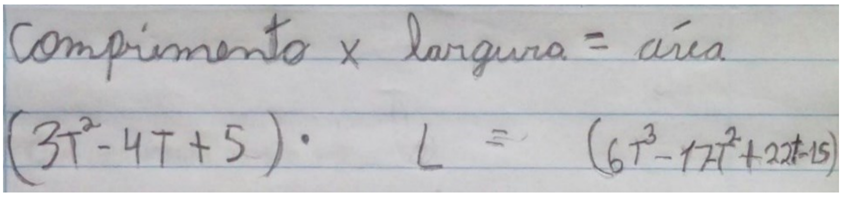


Figura 12 - Interpretação PG4
Fonte: CaE5

Ainda no PG4 o estudante E2 apresentou dificuldade semelhante para interpretar o problema:

> *E2: professora, como é que eu faço isso? eu não escutei, a hora que eu "tava" escutando, era pra fazer esse daqui daí fazer acho que vezes um número daí dá o resultado, eu não escutei*
> *P: tá, o que o problema está contando pra você?*
> *E2: é, que a área do canteiro é esses número aqui, e o comprimento pelo polinômio que daí é pra determinar o polinômio que representa a largura desse canteiro*
> *P: desenhe esse canteiro e coloque nesse canteiro as medidas que o problema tá contando pra você*
> *...*
> *E2: mas, daí o que é que vai fazer?*
> *P: primeiro faz o desenho e escreva as medidas lá, tá*
> *E2: que medida que eu vou "ponhar"?*
> *P: as medidas que está contando aqui no problema, são medidas numéricas? tem a medida, o número que representa essa medida? sim ou não?*
> *E2: acho que não*
> *P: não, mas tem a expressão que representa essa medida, então, o teu comprimento é representado por essa medida aqui*
> *E2: daí tem que fazer quadrado assim, repetir desse lado, repetir desse lado aqui, todos os lados ou não? ou só aqui*
> *P: conforme você entendeu, faz o desenho primeiro... (ÁUDIO 117, 10/10/2018)*

No início do diálogo o estudante perguntou para a professora como resolver o PG4. Na sequência ele demonstra ter escutado outros estudantes comentando o que era para fazer, mas, não entendeu claramente. Diante disso, a professora, para certificar se o estudante havia interpretado o problema, perguntou o que o problema estava "contando" para ele. À princípio parecia que ele havia identificado os dados do problema. Então, a professora pede para ele representar o que havia compreendido. Ao tentar fazer a representação ele demonstra não ter compreendido o problema. A professora conversou novamente com o estudante:

> *P: onde que está o comprimento dessa figura? seguindo o problema, você sabe o comprimento dela?*
> *E2: não, esse*
> *P: esse, então escreve ali,*
> *E2: aqui?*
> *P: aí, então, escreve,*
> *(...)*
> *P: muito bem, o que mais que o problema conta pra você?*
> *E2: pra descobrir a largura*

P: a largura, onde que é a largura?
E2: aqui
P: então coloca um ponto de interrogação ali, isso, que você quer saber. Que mais que o problema conta pra você?
E2: que é pra determinar o polinômio
P: ãhm
P: que é pra determinar o polinômio, que é a largura do canteiro (ÁUDIO 125, 10/10/2018)

Minuciosamente, a professora dialogou e instigou o estudante sobre o problema. Ele representou o que haviam conversado:

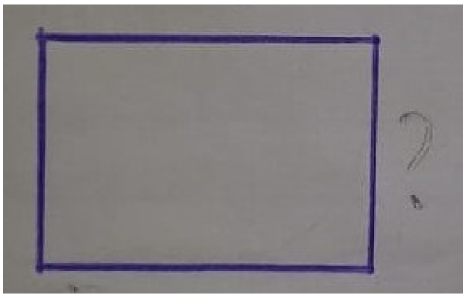


Figura 13 - Representação PG4
Fonte: CaE2

Durante o mesmo diálogo o estudante demonstra ainda não ter compreendido:

P: isso, então aqui você sabe que tem um polinômio escondido aqui, e como será que vai ser determinado esse polinômio?
E2: resolve esse?
P: resolver esse com quem?
E2: com esse
P: como que calcula a área do canteiro?
E2: de vezes
P: de vezes, quem vezes quem?
E2: esse vezes esse
P: não, a área do canteiro é representada pelo polinômio, então esse polinômio aqui é a área do canteiro,
E2: uhum
P: beleza
E2: dividir
P: porquê?
E2: porque eu acho que aqui tá mostrando tudo a área
P: isso, isso mesmo, então monte essa continha de dividir
E2: daí como é que eu faze?
P: essa é a pergunta que eu estou te fazendo, como é que você vai fazer essa conta de dividir? como você vai montar ela? (ÁUDIO 125, 10/10/2018)

A professora questionou o estudante sobre como determinar o polinômio pedido pelo problema e ele responde que é para resolver os dois polinômios dados, mas, não esclarece exatamente como. Então, a professora questiona como calcular a área, ele sabia que era para multiplicar, porém, quando ele diz “esse vezes esse”, são os dois polinômios fornecidos pelo problema, ou seja, ele sugere que para descobrir a largura, deveria fazer a área vezes o comprimento. A professora, pacientemente mostra para ele novamente que o polinômio fornecido representa a área do canteiro, e, enfim, ele compreende que a área é o resultado da conta de vezes, logo, ele deveria realizar a divisão para resolver.

A interpretação dos problemas geradores foi uma dificuldade encontrada na implementação do roteiro de ensino, pois, o seu desenvolvimento depende primeiramente de uma boa leitura e da identificação dos dados principais dos problemas geradores, para que a estratégia de resolução seja estabelecida e o objetivo do problema seja alcançado, o qual é, induzir o contato com o conteúdo novo a ser abordado.

Nesse processo de interpretação dos problemas geradores, conforme descrito ao longo desse texto, os estudantes apresentaram dificuldades para identificar os dados fornecidos pelos enunciados, mesmo esses sendo claros, além de não perceberem a interdependência entre os itens do PG2 e, posteriormente do PG3.

Algumas vezes a impressão que tivemos foi falta de atenção e concentração na leitura dos problemas e uma leitura superficial.

Também tivemos casos em que após leitura, discussão, questionamentos, parecia que os estudantes haviam compreendido o texto de problema e as informações fornecidas, mas, ao serem questionados novamente, eles de fato, não haviam compreendido.

Diante dessas situações, o papel da professora foi agir com paciência e, novamente, orientar, questionar, auxiliar sem contar a resposta diretamente aos estudantes e para isso requer aluno e professor “super” ativos.

O processo de interpretação foi difícil, mas, foi necessário para que o roteiro de ensino se desenvolve-se e os objetivos alcançados.

5.1.4 Conteúdos anteriores

Os conteúdos anteriores serão tratados como os conteúdos que são previstos pelas DCE para serem trabalhados em anos anteriores ao 8º ano e no 8º ano, anteriormente ao conteúdo proposto no roteiro de ensino aplicado.

Especificamente, no nosso caso, os conteúdos anteriores são os conteúdos matemáticos necessários para a resolução dos problemas geradores e dos problemas complementares que integram o roteiro de ensino. Apresentamos no quadro abaixo esses conteúdos anteriores e de acordo com as DCE, em que anos são previstos:

Conteúdo anterior	Objetivos	Ano previsto pela DCE
Operações com números naturais e suas propriedades	Realizar operações com números naturais. Expressar matematicamente, oral ou por escrito, situações-problemas que envolvam operações com números naturais.	6º ano
Potenciação	Reconhecer a potenciação como multiplicação de mesmo fator. Utilizar as propriedades das potências para simplificar expressões.	6º ano/8º ano
Perímetro de figuras planas	Calcular o perímetro usando unidades de medidas padronizadas. Calcular o perímetro de polígonos.	6º ano/8º ano
Área de figuras planas	Calcular a área de uma superfície utilizando unidades padronizadas de medidas de superfície. Calcular a área de polígonos.	6º ano/8º ano
Operações com números negativos e positivos	Realizar operações com números inteiros.	7º ano
Conceitos de incógnita e variável	Compreender os conceitos de incógnita e variável.	7º ano
Introdução à linguagem algébrica	Calcular o valor numérico de expressões algébricas. Utilizar e interpretar a linguagem algébrica para expressar valores numéricos através das incógnitas.	7º ano
Resolução de equações do 1º grau	Resolver equações do 1º grau.	7º ano
Operações com números racionais	Realizar as operações com números racionais.	8º ano
Volume de poliedros	Calcular o volume de poliedros.	8º ano

Quadro 30 - Conteúdos anteriores previstos nas DCE
Fonte: A autora

Ao explorar o material da pesquisa, conforme descrito em 4.6.2, constatamos que alguns dos conteúdos anteriores descritos no quadro acima causaram dificuldades para o desenvolvimento do roteiro de ensino.

Apresentaremos na sequência alguns diálogos dos áudios, trechos dos “caderninhos” e do diário de campo da professora-pesquisadora que mostram os principais obstáculos encontrados decorrentes dos conteúdos anteriores.

No bloco I não foram constatadas dificuldades relacionadas aos conteúdos anteriores.

No bloco II, o problema gerador 2 do roteiro de ensino, que pode ser consultado em 3.3.2, requer, no item a), o perímetro simplificado de cada canteiro e os itens b) e c) dependem dos perímetros encontrados no item a).

Como podemos ver no quadro 30, o conteúdo perímetro é um conteúdo anterior previsto para o 6º ano e 8º ano. Esse conteúdo foi trabalhado pela professora pesquisadora anteriormente à implementação do roteiro de ensino através da realização de atividades práticas e teóricas envolvendo a horta da escola.

Abaixo apresentamos uma amostra das atividades desenvolvidas:

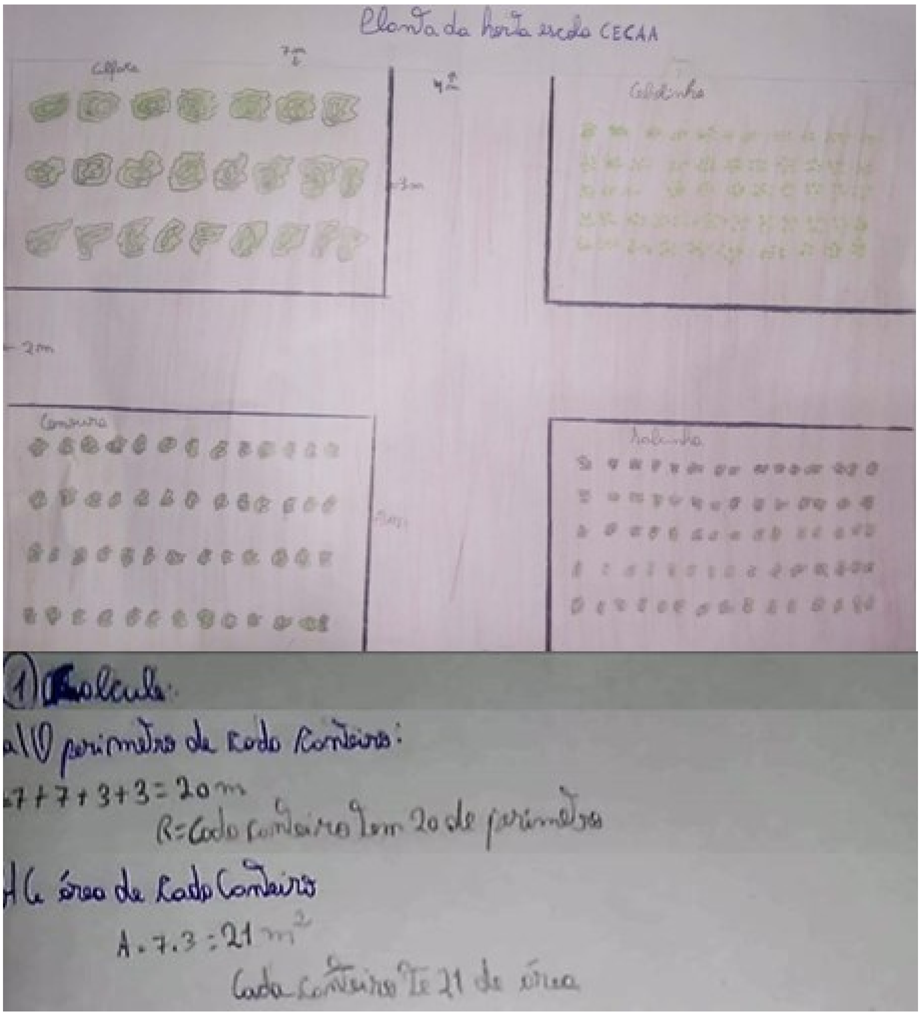


Figura 14 - Amostra de atividade com perímetro e área
Fonte: A autora

No entanto, mesmo o conteúdo perímetro ter sido trabalhado no mesmo ano da aplicação do roteiro de ensino, o diálogo apresentado na sequência mostra que o estudante E5, assim como os membros do seu grupo Matemáticos apresentaram dificuldades quanto ao que era perímetro e como realizar o seu cálculo:

> *P: O que que é perímetro?*
> *E5: o metro quadrado*
> *P: esse é a área*
> *E1: então o perímetro é*
> *P: o que que é perímetro?*
> *E5: perímetro é*

> *P: vocês calcularam o perímetro dos canteiros que vocês fizeram a planta ainda, lembram disso? é a medido do?*
> *E5: ao redor*
> *P: ao redor, e como que calcula a medida do contorno?*
> *E5: ao redor*
> *P: e que conta que faz pra calcular essa medida?*
> *E5: vezes*
> *P: vamos supor o seguinte, o canteiro mede dois, dois, oito e oito*
> *E5: 2 vezes 2, daí 8 vezes 2, 8 vezes 8 daí a resposta soma junto?*
> *P:* soma *(ÁUDIO 13,* 04/09/2018)

Notamos que o estudante E5 relacionou o perímetro à unidade de medida de área e seu cálculo ao cálculo de área. Diante disso, a professora o induziu a lembrar da atividade realizada envolvendo o conteúdo anterior perímetro (figura 14), em seguida, o aluno lembrou o que era perímetro se referindo a medida “ao redor”, mas, mesmo assim, após ser indagado pela professora de como calcular essa medida, diz que a conta a ser realizada é de “vezes”. Novamente a professora o questiona utilizando um exemplo secundário, então, ele pergunta se “soma junto” e a professora confirma.

Na sequência do diálogo com esse grupo, constatamos que mesmo após a conversa sobre perímetro, os estudantes continuaram com dúvida quanto ao cálculo do perímetro dos canteiros retangulares:

> *P: e a largura seis, então o que que acontece? vamos supor que o comprimento seja 32x*
> *E5: uhum*
> *P: e a largura é seis, como que eu vou calcular o perímetro dele?*
> *E5: somando os dois juntos?*
> *P: somando os dois, só os dois?*
> *E5: não os quatro ... (ÁUDIO 13, 04/09/2018)*

Observamos nesse diálogo que o estudante iria somar somente dois lados do canteiro, novamente pensamos que ele relacionou ao cálculo da área que utiliza as dimensões do retângulo, ou seja, comprimento e largura. Esse fato ocorreu no grupo Super Aritmética também:

> *P: O que é o perímetro mesmo?*
> *E10: o perímetro é assim, ele faz mais, ele soma todos os lados*
> *P: só dois lados do canteiro ou todos?*
> *E10: todos*
> *P: todos, todos os lados, o que que está faltando aqui então?*
> *E10: soma mais mais uma vez aqui mais uma vez os x*
> *...*
> *P: O canteiro tem quantos lados? Tem quantos lados o canteiro?*
> *E6: dois*
> *P: um, dois, três, quatro e o perímetro é somar todos os lados. Aqui você está somando quantos lados?*
> *E6: quatro*

P: um, dois, está faltando somar os outros lados... (ÁUDIO 08, 04/09/2018)

Posteriormente, no mesmo encontro, o grupo Super Aritmética novamente somou apenas dois lados do canteiro, mesmo após a conversa com a professora:

P: ... o que que está faltando, aqui eu tenho um comprimento e uma largura, está faltando o que nessa expressão?
E10: mais um
P: mais um (ÁUDIO 22, 04/09/2018)

Assim, temos que, dos três grupos, apenas um grupo não apresentou dificuldades em relação ao cálculo do perímetro.

O item a) do PG2 teve como objetivo induzir a adição de polinômios, que era o conteúdo novo a ser explorado. No entanto, para obter a adição de polinômios era necessário saber calcular os perímetros dos canteiros, que nada mais é que "a soma dos comprimentos dos lados do polígono" (MUNIZ NETO, 2013, p. 21). Mas, que trouxe obstáculos para atingir o objetivo do problema.

Após a superação dos obstáculos causados pelo conteúdo perímetro, os estudantes montaram as expressões do perímetro dos canteiros pedidos pelo item a) do PG2 e obtiveram as expressões que representavam as adições dos polinômios, atingindo a intenção do problema.

Ao tentar resolver as adições de polinômios, os estudantes do grupo Super Aritmética apresentaram dificuldades, pois, eles achavam necessário descobrir o valor do x:

P: tudo bem aqui?
E4: não
P: não está tranquilo?
E4: nós fizemos esses dois
E10: professora, como é que vou fazer aqui se não sei o valor do x e daí só tem o 7? (ÁUDIO 18, 04/09/2018)

O diálogo mostra que o estudante achava totalmente necessário saber o valor numérico do x presente na expressão que representa o comprimento $x^7 - 5$ do canteiro de tomate, assim como mostra o próximo diálogo do mesmo grupo:

E10: só que daí o problema é os x ali
P: porque será que o problema é os x?
E10: porque daí eu não sei o valor dos x, só sei o valor que fica em cima
...
E4: professora a gente tem que descobrir o valor do x, né, desse x aqui né
P: é, aqui ainda a gente não vai precisar descobrir o valor do x (ÁUDIO 27, 04/09/2018)

Constatamos nos caderninhos do mesmo grupo, a mesma preocupação em saber o valor do x:

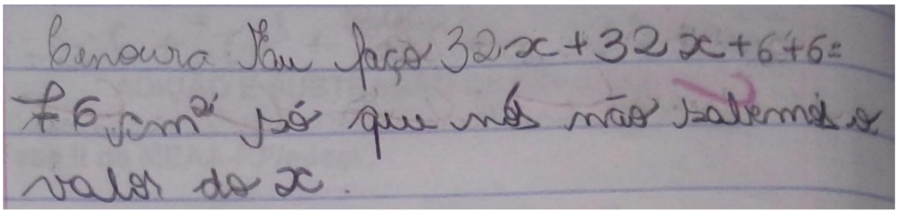


Figura 15 - *Valor do x*
Fonte: CaE10

Nesse caso, o não esclarecimento dos estudantes desse grupo quanto ao conteúdo anterior previsto para o 7º ano "Conceito de variável e incógnita" trouxe dificuldades para o grupo realizar as adições dos polinômios pedidos, mesmo no bloco I (conforme apresentado em 3.3.1) termos trabalhado com as ideias de variável e incógnita.

No entanto, os diálogos mostraram que os estudantes desse grupo relacionaram a "letra" com um valor desconhecido e que sempre é necessário descobri-lo. Isso prejudicou que esse grupo atingisse o objetivo do problema, ou seja, que eles tentassem adicionar os polinômios. Os outros dois grupos não demonstraram problemas relacionados ao conteúdo anterior "Conceito de variável e incógnita".

Ainda no item a) do PG2, dois grupos apresentaram dificuldades para adicionar os polinômios devido à falta de noções algébricas básicas, como identificar coeficiente e parte literal, e ainda, identificar expoentes e diferenciá-los dos coeficientes, em relação ao significado de cada um.

O grupo Super Aritmética teve dificuldades em identificar os coeficientes e expoentes da seguinte expressão:

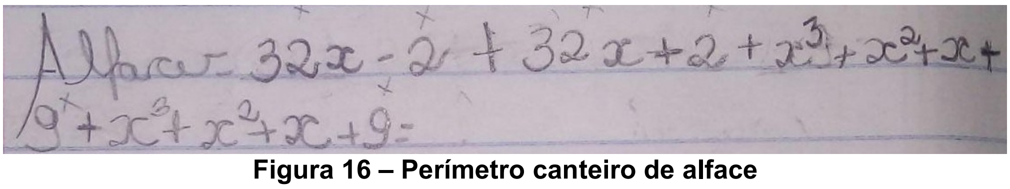


Figura 16 – Perímetro canteiro de alface
Fonte: CaE10

As dificuldades são relatadas no diálogo:

P: vou te fazer uma pergunta, quantos x tem aqui?
E10: um
P: essa escrita aqui, significa que tem 32x
E4: ahh
P: pensem nisso. E aqui?
E10: então aqui tem 32x, daí aqui tem 3x?
P: não, aqui significa que tem 1x ao cubo, é esse o significado

> *E10: daí aqui tem 1x*
> *P: 1x ao quadrado (...) e aqui, quantos x tem aqui?*
> *E10: um, esse só vale um*
> *...*
> *P: x e x ao cubo é a mesma coisa? sim ou não*
> *E6: sim*
> *E10: tem 40x*
> *E4: eu acho que sim professora porque,*
> *E10: qual é a pergunta?*
> *P: se x e x ao cubo é a mesma coisa?*
> *E4: não*
> *P: porque não*
> *E10: porque x ao cubo sempre vem um número depois do x e aqui é o x que vem depois do número (ÁUDIO 27, 04/09/2018)*

Observe que os estudantes inicialmente não sabiam o significado de $32x$, ou seja, não sabiam identificar o coeficiente desse termo e nem sabiam seu significado em relação a parte literal, que representa $32.x$. Diante disso, a professora tenta induzir informalmente seu significado. Na sequência, os estudantes demonstram confundir o significado de x^3 com $3x$ e não reconhecem o x^2. Além disso, não tem clareza se x e x^3 representam a "mesma coisa" e o que eles representam, qual a diferença entre eles. Aparentemente os estudantes confundem coeficiente e expoente e seus significados.

O grupo Matemáticos apresentou dificuldades semelhantes em relação a expressão:

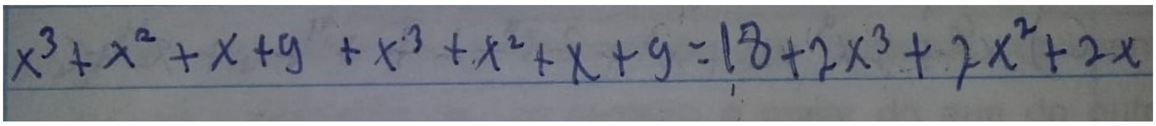


Figura 17 – Adição de polinômios
Fonte: CaE5

O diálogo abaixo mostra que inicialmente o estudante se confundiu quanto ao que era coeficiente e expoente:

> *P: só que pensem o seguinte, x ao cubo é a mesma coisa que x ao quadrado?*
> *E5: não*
> *P: não é a mesma coisa*
> *E5: então vou "ponhar" assim, ó, x*
> *P: quando, olhe, quantos x ao cubo tem aqui?*
> *E5: três, não, um*
> *P: um só, e quantos tem aqui?*
> *E5: um*
> *P: quantos x ao cubo tem no total?*
> *E5: dois (ÁUDIO 31, 04/09/2018)*

Após, o estudante identificar quem era expoente e quem era coeficiente, ele superou as dificuldades e resolveu a adição dos dois polinômios envolvidos.

A introdução às noções algébricas é um conteúdo anterior previsto pelas DCE para o 7º ano. Como podemos ver no quadro 30, estão previstos para essa série o trabalho com os conceitos de variável e incógnita, a introdução à linguagem algébrica e a resolução de equações. O conteúdo anterior potenciação é previsto para o 6º ano.

Sendo assim, no 8º ano, espera-se que os estudantes consigam identificar coeficiente e expoente, de modo a saber seus significados. Podemos observar que no grupo Super Aritmética as dificuldades encontradas referentes a esses conteúdos anteriores prejudicaram o desenvolvimento da adição dos polinômios envolvidos. Novamente o objetivo do problema ficou em segundo plano. No grupo Matemáticos inicialmente houve dificuldade de identificação de coeficiente e expoente, mas, em seguida, superada essa dificuldade, a adição entre os polinômios foi realizada.

O PG2 também abordou, no item c), a subtração de polinômios. E para isso, eram necessários os perímetros dos canteiros obtidos no item a). Logo, o conteúdo anterior perímetro, comprometeu atingir o objetivo do PG2 que era introduzir a adição e subtração de polinômios.

Ainda no PG2, outros obstáculos referentes aos conteúdos anteriores foram encontrados, justamente no item c) que introduz a subtração de polinômios: "Escreva a expressão simplificada que representa a diferença entre os perímetros dos canteiros ...":

> *P: quem é a conta que calcula a diferença?*
> *E10: o mais?*
> *P: o mais calcula a soma*
> *E6: menos*
> *P: o menos... (ÁUDIO 46, 05/09/2019)*

Dois estudantes do grupo Super Aritmética demonstram, inicialmente, não lembrarem o que fazer para calcular a diferença, assim, como o terceiro estudante do mesmo grupo, em um diálogo posterior, mesmo após a professora ter conversado com o grupo sobre isso no áudio 46 acima:

> *P: como que calcula a diferença*
> *E4: dividindo*
> *P: não*
> *E4: mais*
> *P: não*
> *E4: menos*
> *P: menos, menos, então o que que vai acontecer aqui, o que que você vai ter que fazer então?*
> *E4: mais*
> *P: você me disse outra coisa agora pouco*
> *E4: dividir*

> *P: não, o que que é diferença*
> *E4: menos... (ÁUDIO 56, 06/09/2019)*

Situação similar também ocorreu no grupo Matemáticos:

> *P: o que vocês entenderam do problema?*
> *E5: que pra ver o perímetro de cada um e ver qual vai ser o maior?*
> *P: isso, e quem é a conta que calcula pra saber quem é o maior e o quanto é maior?*
> *E5: a de vezes, mais,*
> *P: mais é soma*
> *E5: então, vezes*
> *P: vezes?*
> *E5: dividir*
> *P: está chutando, né E5? quem que calcula a diferença?*
> *E5: igual, nãoo, menos! (ÁUDIO 47, 06/09/2019)*

Dos três grupos, dois apresentaram dúvidas em relação ao cálculo para obter a diferença entre os perímetros dos canteiros pedidos no PG2, por não terem claro o que é diferença e como calculá-la. Segundo Caraça (2005, p.21) a diferença é o resto da subtração entre o diminuendo e o diminuidor, ou seja, em símbolos, $a - b = c$, onde a é o diminuendo, b é o diminuidor e c é o resto ou diferença.

A subtração com números naturais e suas propriedades é um conteúdo anterior previsto pelas DCE para ser trabalhada no 6º ano, pois, é um conteúdo específico das "Operações com números naturais", assim, como suas propriedades.

O fato de os estudantes não terem claro o conceito de diferença, comprometeu, inicialmente, a resolução do item c) do PG2. O objetivo do problema era realizar a extensão do conceito da diferença de números naturais para introduzir a subtração de polinômios, pois, para obter a diferença entre os perímetros dos canteiros pedidos, teriam que realizar a subtração entres eles.

Ainda durante a resolução do item c) do PG2, outros obstáculos foram encontrados em relação à subtração. O item i) do item c) pedia a expressão simplificada que representa a diferença entre os perímetros dos canteiros de pepino e de tomate, sabendo do item a) que as respectivas expressões simplificadas são $2x^5 + 6x^4 + 10$ e $2x^7 - 2x^2 - 2x + 12$.

Assim, os estudantes obteriam a subtração entre esses dois polinômios. As expectativas do PG2 é que iriam acontecer erros referentes a não percepção de operar com os termos opostos do polinômio a ser subtraído. Constatamos nos caderninhos que esses erros ocorreram e prejudicaram o desenvolvimento da fase II do PG2, pois, novamente o objetivo do problema ficou em segundo plano diante dos obstáculos encontrados:

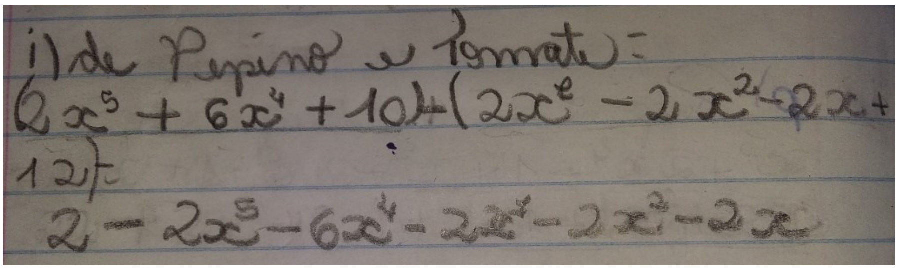


Figura 18 – Subtração de polinômios (I)
Fonte: CaE10

Observando a figura 18, percebemos que o estudante E10 do grupo Super Aritmética, escreveu a expressão que representa a subtração dos dois polinômios corretamente, no entanto, ele obteve o oposto dos termos do primeiro parênteses e do segundo parênteses ele obteve o oposto somente do primeiro termo e manteve os outros. Isso mostra, que o estudante não sabia com clareza a função do "menos" entre os parênteses.

O grupo Worth Mathematics também apresentou problemas para calcular a subtração:

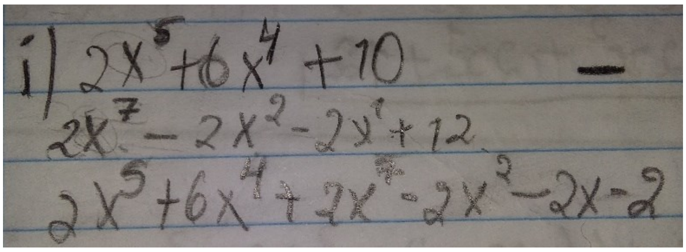


Figura 19 - Subtração de polinômios (II)
Fonte: CaE9

O estudante E9 e seu grupo representaram a subtração entre os polinômios utilizando o menos "grande" do lado direito para representar que era o primeiro polinômio (da primeira linha) menos o segundo (da segunda linha). O primeiro polinômio foi mantido corretamente e os termos semelhantes 10 e 12 foram resolvidos corretamente. No entanto, ele não tomou o oposto dos três primeiros termos do segundo polinômio.

O grupo Matemáticos cometeu um erro semelhante em relação a subtração:

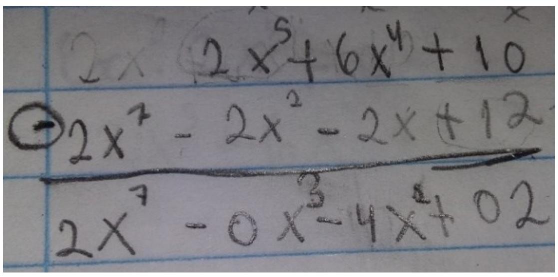


Figura 20 - Subtração de polinômios (III)
Fonte: CaE5

Nessa resolução, o estudante representou o menos da subtração, inclusive está circulado, como se tivesse “armado” o algoritmo, no entanto, não o utilizou para tomar os opostos do segundo polinômio, pois, como podemos perceber, o $2x^7$se manteve, ele resolveu os coeficientes dos termos não semelhantes $2x^5$ e $-2x^2$, $6x^4$ e $-2x$ e fez $12-10$. Ou seja, só representou o menos, mas, não o utilizou.

Os erros e dúvidas relatados quanto à subtração são relacionados à defasagem apresentada em relação a esse conteúdo anterior. Diante disso, foi necessário superar esses erros e dificuldades da fase II, o que ocorreu na fase III durante a análise das resoluções, para que as fases seguintes do bloco II fossem realizadas.

Após superadas as defasagens dos conteúdos anteriores necessários para resolver o PG2, todas as fases do bloco II se desenvolveram conforme o previsto e o bloco III foi iniciado.

No bloco III, que pode ser consultado em 3.3.3, o conteúdo desenvolvido foi a multiplicação de polinômios. Para resolver o PG3 os conteúdos anteriores necessários foram: volume do paralelepípedo, valor numérico de expressões algébricas, adição e multiplicação de números naturais e suas propriedades.

A resolução do item a) do PG3 que envolvia o cálculo do valor numérico de expressões algébricas e o cálculo do volume do paralelepípedo foi desenvolvida por todos os grupos sem dificuldades e corretamente.

No entanto, nos itens b) e c) que induziam a representação da multiplicação de polinômios e sua resolução, todos os grupos apresentaram dificuldades que prejudicaram atingir o objetivo do problema, conforme veremos na sequência.

A cisterna do PG3 apresentava dimensões algébricas: x, $x+5$ e $x+1$. O item b) pede para os estudantes escreverem a expressão algébrica que representa o volume da cisterna, a qual é $x\,(x+5)(x+1)$ e o item c) pede para que a partir do item b) os estudantes escrevam o polinômio que representa esse volume, ou seja, resolvam e simplifiquem a multiplicação de polinômios encontrada no item b).

O grupo Super Aritmética escreveu a multiplicação pedida e a resolveu do seguinte modo:

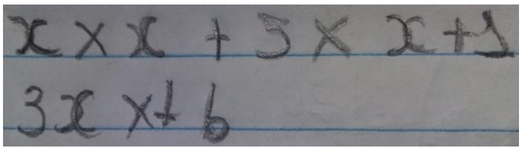


Figura 21 - Volume da cisterna (I)
Fonte: CaE4

Observamos que, inicialmente, os estudantes sabiam que tinham que multiplicar as dimensões da cisterna, no entanto, a escrita da expressão está incorreta, devido à ausência dos parênteses, mas, os estudantes não perceberam isso, o que demonstra defasagem no conteúdo anterior operações de números naturais e suas propriedades, previsto para o 6º ano, momento em que se trabalha com as expressões numéricas e as regras de resolução das operações.

Diante da ausência dos parênteses, a multiplicação de polinômios prevista para ser obtida pelo item b) não é obtida, o que prejudica o desenvolvimento do item c) e o objetivo do problema.

Se fossemos resolver a expressão incorreta apresentada na figura 21 obtida pelo grupo Super Aritmética, obteríamos $x^2 + 5x + 1$. No entanto, o grupo obteve $3x. +6$, o que mostra que eles realizaram $x + x + x = 3x$ e $5 + 1 = 6$ e mantiveram o símbolo da multiplicação (talvez por não saberem o que fazer com ele). Novamente, concluímos que o grupo não percebeu que deveriam resolver as multiplicações anteriormente à adição, o que nos faz pensar que não relacionaram com a ordem de resolução das operações.

Problemas semelhantes ocorreram também nos outros dois grupos. O grupo Worth Mathematics escreveu a expressão algébrica que representa o volume da cisterna da seguinte maneira:

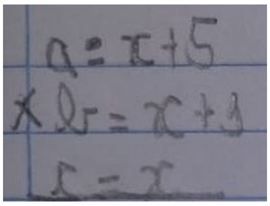


Figura 22 - Volume da cisterna (II)
Fonte: CaE3

A forma como esse grupo representou o volume da cisterna mostra que eles sabiam como calcular o volume e que as dimensões da cisterna eram representadas pelas respectivas expressões algébricas. No entanto, ao escrever horizontalmente a expressão obtiveram:

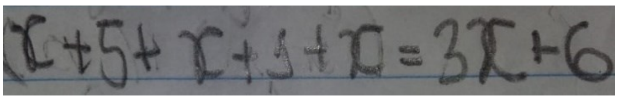


Figura 23 - Expressão volume da cisterna (II)
Fonte: CaE3

Comparando as figuras 22 e 23 notamos que apesar de o grupo ter clareza sobre como calcular o volume da cisterna não souberem escrever a expressão algébrica correspondente a esse volume, o que nos remete a pensar que também esse grupo apresentou defasagens relacionadas à escrita de expressões, semelhantes ao que descrevemos quanto à figura 21. E ainda, observando a figura 23 eles “transformaram” a multiplicação em adição e resolveram a adição obtida. Em diálogo com o grupo, também constatamos esse fato:

> *E9: como o E3 pensou que era mais aqui, nós “somemo”, 3x + 6, seria se somasse*
> *P: tá*
> *E9: e pra multiplicar, como é que nós vamos fazer?*
> *P: daí vocês fizeram x vezes x vezes x deu 3x, foi isso?*
> *E3 é*
> *P: ah, entendi, vocês somaram*
> *E9: é*
> *P: agora entendi, então já descobriram o problema, isso já é o primeiro passo, tá ótimo, eu não vou contar a resposta, vocês vão pensar mais um pouquinho*
> *E3 não, pode falar*
> *P: e vou dar uma dica, x vezes x vezes x*
> *E9 3 vezes x*
> *P: será que x vezes x vezes x é a mesma coisa que 3 vezes x? x é um número, que a gente não conhece, esse tempos atrás, bem lá no início, a gente estudou multiplicação de potências de bases iguais, por exemplo, a gente tinha isso aqui ó, (...) 2 elevado a 3 vezes dois vezes dois elevado a 5*
> *E9: é, daí colocava tudo eles igual*
> *P: essa é a dica (ÁUDIO 88, 25/09/2018)*

Ou seja, novamente o objetivo do problema que era obter a multiplicação de polinômios foi prejudicada devido a não utilização dos conteúdos anteriores relacionados à escrita das expressões e ordem de resolução das operações. E, ainda, notamos que o grupo não tem clareza sobre o significado de $x.x.x$ e o confunde com $x+x+x$, pois, o estudante diz que $x.x.x = 3x$.

O grupo Matemáticos obteve uma expressão algébrica similar ao grupo Super Aritmética, no entanto, resolveu de forma diferente:

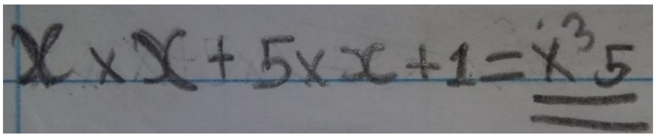


Figura 24 - Volume da cisterna (III)
Fonte: CaE5

Notamos os mesmos problemas relatados em relação a escrita da expressão, no entanto, o grupo resolveu $x.x.x = x^3$ e $5.1 = 5$, o que mostra que os estudantes resolveram a expressão obtida também de forma incorreta, mas, lembraram do conteúdo anterior propriedades das potências estudado no início do 8º ano, ao obter x^3.

O objetivo do problema, a princípio, foi prejudicado devido à escrita incorreta das expressões, pela não utilização dos parênteses e assim, não houve a obtenção da multiplicação de polinômios induzida pelo problema, e ainda, a partir disso, observamos outras defasagens dos conteúdos anteriores relatados.

A expectativa com o PG3 é que os estudantes obtivessem, no item b), a expressão $x\ (x+5)(x+1)$ para que no item c) tentassem resolver essa multiplicação de polinômios.

Ao elaborar o problema pensamos que os estudantes não utilizariam a distributividade da multiplicação em relação à adição e por isso no item d) pede-se para eles utilizarem a expressão obtida a partir da resolução de $x\ (x+5)(x+1)$ com os valores numéricos de x utilizados no item a) para confrontar os volumes obtidos no item a) e item d), com a intenção que eles mesmos conferissem se o produto obtido estava correto a partir do questionamento do item e).

No entanto, devido as expressões obtidas pelos estudantes conforme mostram as análises das figuras 21, 23 e 24, a multiplicação dos polinômios não foi obtida pelos estudantes de forma correta, logo, não foi possível utilizar a distributividade da multiplicação na fase II para resolver a multiplicação de polinômios, sendo abordada na fase III, após, conversa sobre a escrita das expressões, conforme podemos acompanhar no trecho do diálogo abaixo:

> *P: tá, a altura é x vezes todo comprimento, todo comprimento é quem? x + 5, pra eu multiplicar, quero dizer que a altura é todo x + 5 eu coloco um*
> *E9: parênteses*
> *P: parênteses e vezes a largura, que é quem?*
> *E9: x + 1*
> *P: x + 1, porque, se eu deixo escrito daquele jeito lá, eu estou dizendo que eu vou fazer assim ó, x vezes x e*
> *E9: 5x vezes x*
> *P: 5x vezes x, porque, se eu deixo desse jeito assim, lembra que eu tenho que resolver primeiro a multiplicação? lembram disso? se eu deixar assim, quer dizer que eu estou fazendo x vezes x e 5x vezes x, pra depois somar, mas não é isso que vocês estão fazendo, vocês estão fazendo o que? a largura vezes a altura e vezes o comprimento, então o que que faltou? faltou só o parênteses (ÁUDIO 108, 26/09/2018)*

Houve muitas adversidades causadas pela defasagem dos conteúdos anteriores no PG3, prejudicando o desenvolvimento do mesmo e dificultando atingir os objetivos do problema, mas, ainda assim, o problema provocou a curiosidade dos alunos após a confrontação dos volumes calculados nos itens a) e d) e os obstáculos encontrados foram superados na fase III.

No PG4, conforme apresentado em 3.3.4, o problema induzia a divisão de polinômios, dados os polinômios que representavam a área de um canteiro retangular e seu comprimento, pois, pedia-se a largura desse canteiro, conforme podemos ver na resolução abaixo:

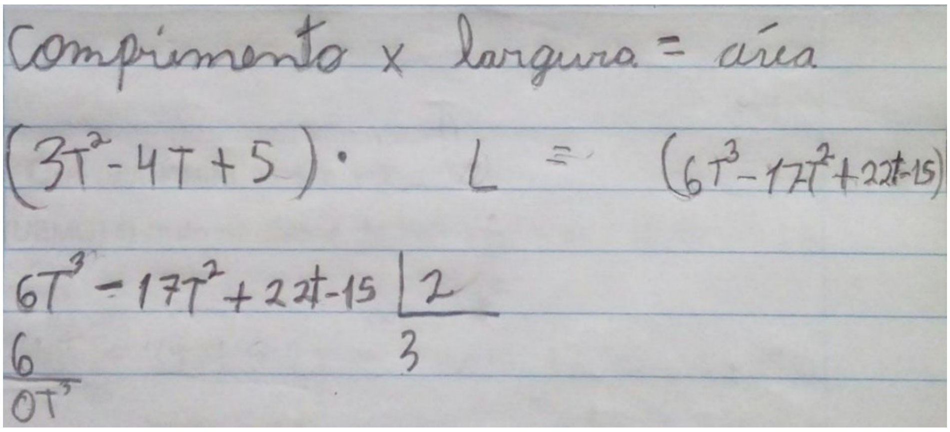


Figura 25 - Largura do canteiro
Fonte: CaE5

O grupo Matemáticos obteve a equação que representava a área do canteiro retangular, no entanto, quando esperava-se que os estudantes utilizassem a operação inversa da multiplicação para obter a divisão de polinômios desejada, eles não o fizeram. Novamente, o objetivo do problema foi prejudicado pelo fato dos estudantes não utilizarem os conhecimentos anteriores relacionados as operações inversas multiplicação e divisão.

Além disso, notamos que os estudantes dividiram o polinômio que representa a área do canteiro por 2, provavelmente devido ao canteiro ter duas dimensões (comprimento e largura), o que mostra também incoerência, pois, primeiramente imaginaram que o canteiro possuía as duas dimensões de medidas iguais, mas, o problema não diz que o canteiro tem formato quadrado. Além disso, mesmo que o canteiro fosse quadrado não relacionaram que para encontrar a medida do lado do quadrado extraímos a raiz quadrada da área.

O grupo Super Aritmética obteve a seguinte resolução para o PG4:

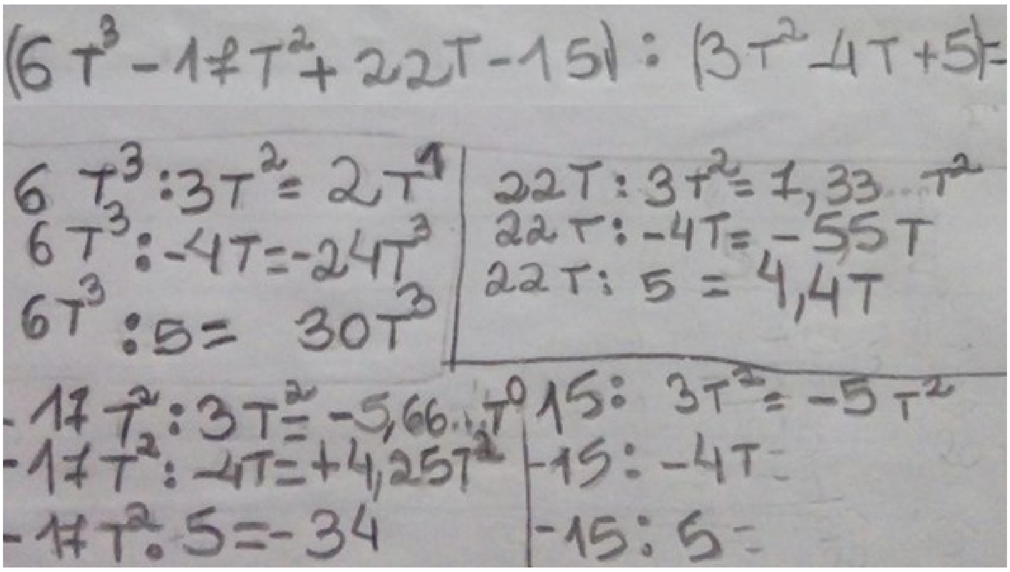


Figura 26 - Divisão de polinômios
Fonte: CaE10

O grupo obteve a divisão de polinômios, no entanto, tentaram dividir todos os termos do dividendo por todos os termos do divisor, como resolviam a multiplicação de polinômios, ou seja, tentaram aplicar a distributividade na divisão. Ou seja, o grupo não associou a divisão de polinômios com o algoritmo da divisão de números naturais: $a{:}\,b$ implica que $a = b.c + r$, onde, a é o dividendo, b é o divisor, c é o quociente e r é o resto (CARAÇA, 2005, p.22).

O grupo Worth Mathematics resolveu corretamente o PG4 utilizando os conhecimentos relacionados à multiplicação de polinômios do bloco III:

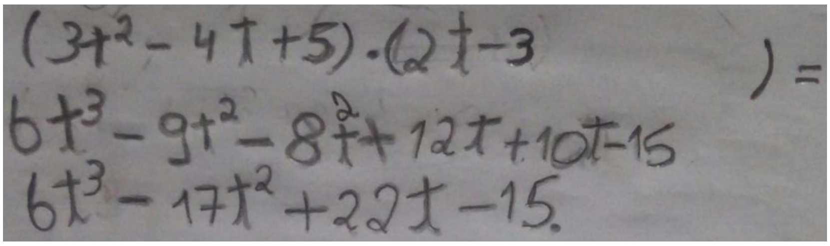


Figura 27 - Resolução do PG4
Fonte: CaE9

O grupo sabia que podia realizar a divisão, mas, optaram pela operação inversa como mostra o trecho do diálogo:

> *P: me explica, E3, como que você pensou?*
> *E3: em vez de eu fazer o resultado dividido pelo lado do polinômio, eu decidi fazer o lado do polinômio vezes algum número... (ÁUDIO 111, 10/10/2018)*

Um integrante do grupo Worth Mathematics tentou realizar a divisão de $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ por $3t^2 - 4t + 5$, correspondente à resolução do PG4 da seguinte maneira:

P: ... você quer dividir a área pelo comprimento, que é o que você está fazendo aqui ó, você está pegando quem? Um termo da área por um termo do comprimento, só que não deu certo, porque você viu que faltou né, aqui sobrou dois termos e aqui só tem um
E2: por isso que não deu certo, eu tentei fazer isso aqui
P: então, escreve isso aqui, porque que não deu certo a divisão (ÁUDIO 126 10/10/2018)

O estudante relatou no caderninho como pensou:

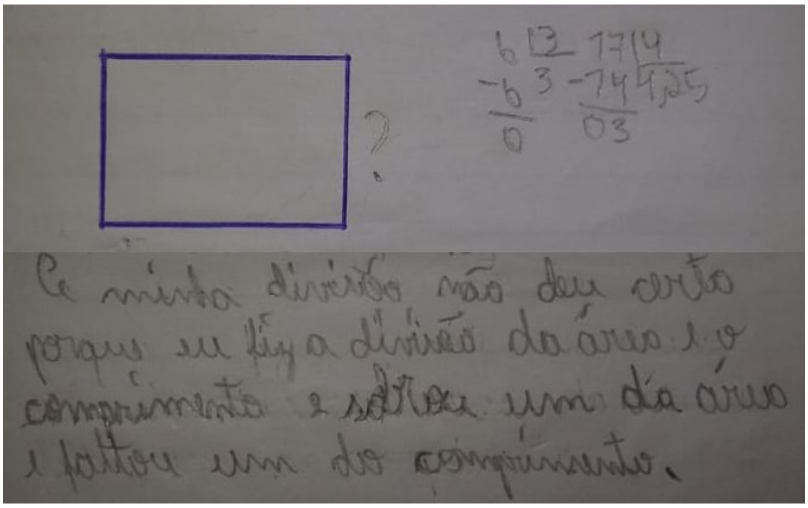


Figura 28 - Tentativa de divisão de polinômios
Fonte: CaE2

Observamos que o estudante dividiu o primeiro termo de $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ pelo primeiro termo de $3t^2 - 4t + 5$, o segundo termo de $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ pelo segundo termo de $3t^2 - 4t + 5$, mas, percebeu que $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ possui quatro termos e $3t^2 - 4t + 5$ possui três termos, logo, sobraria um termo de $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$.

O estudante não associou que $6t^3 - 17t^2 + 22t - 15$ é o dividendo e $3t^2 - 4t + 5$ é o divisor. Ou seja, também não relacionou ao algoritmo da divisão de números naturais.

A expectativa do PG4 era que os estudantes associassem a divisão de polinômios ao algoritmo da divisão para tentar descobrir a largura do canteiro, mas, nenhum grupo tentou fazer isso, o que novamente foi abordado na fase III desse bloco.

O bloco V constitui-se da avaliação pontual (AP) prevista na fase V, o qual, por meio do PG5 abordou os conteúdos estudados nos blocos II, III e IV: adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios e novamente utilizou alguns dos conteúdos anteriores descritos ao longo desta subseção: perímetro, área de regiões retangulares, diferença, operações com números naturais, os quais, não apresentaram obstáculos para a resolução do problema, exceto para um estudante muito faltoso, pois, foram trabalhados nos blocos anteriores.

Tantas adversidades provenientes das defasagens nos conteúdos anteriores nos levou a investigar se, em relação às aulas previstas para a implementação do roteiro de ensino, as aulas utilizadas às excederam, pois, uma hipótese levantada é que o tempo utilizado foi maior que o previsto e que os obstáculos enfrentados com os conteúdos anteriores teriam tornado o processo mais demorado.

Para verificar nossa hipótese, construímos o quadro abaixo com o número de aulas previstas e utilizadas para implementação do roteiro de ensino:

Bloco	Fase	Número de aulas previstas	Total aulas previstas	Número de aulas utilizadas	Total aulas utilizadas
I	II	2	10	3	10
	III	2		1	
	IV	2		3	
	V (PC)	4		3	
II	II	4	10	4	11
	III	2		3	
	IV	2		2	
	V (PC)	2		2	
III	II	2	10	3	9
	III	2		3	
	IV	4		1	
	V (PC)	2		2	
IV	II	2	8	3	7
	III	2		1	
	IV	2		1	
	V (PC)	2		2	
V	-	2	2	2	2
Total		40		39	

Quadro 31 - Aulas previstas e aulas utilizadas
Fonte: A autora

Observando o quadro acima, notamos que o tempo utilizado foi condizente ao tempo previsto para a implementação do roteiro de ensino, pois, o total de aulas utilizadas foi menor do que o previsto, com diferença de uma aula. Logo, nossa hipótese de que o tempo utilizado seria maior do que o previsto é falsa.

Porém, o fato de o estudante não saber ou não lembrar do conteúdo anterior prejudicou, inicialmente, o desenvolvimento da fase II do roteiro de ensino, pois, dificultou atingir o objetivo do problema gerador que é induzir o conteúdo novo a ser explorado. Esse fator colocou em risco a metodologia e tornou a fase II cansativa, repetitiva, desgastante para a professora, pois, momentaneamente teve que elaborar estratégias para que os alunos não desistissem do problema e a metodologia fosse eficaz para a aprendizagem.

Segundo Allevato e Onuchic (2014) o papel do professor é ser observador e incentivador para que haja a troca de ideias entre os estudantes. Se problemas secundários surgirem, que o professor faça intervenções, questione sem apresentar a resolução para os estudantes.

Os problemas secundários gerados pelos conteúdos anteriores exigiram muito mais da professora do que observar e incentivar a troca de ideias. Exigiram muita intervenção, muito questionamento, muito cuidado para não revelar a resolução. E, por isso, tornou-se exaustivo, pois, exigiu muita atitude e ação diante dos obstáculos gerados pela defasagem dos conteúdos anteriores para que a metodologia cumprisse as suas fases.

Prado (2010) relatou, também, que houve dificuldades na utilização da metodologia Resolução de Problemas devido à falta de compreensão do vocabulário matemático por parte dos estudantes, o que dificultou a compreensão dos enunciados dos problemas e também o esquecimento de conteúdos já estudados.

Por outro lado, concordamos com Pereira (2004) que as dúvidas dos alunos em relação aos conteúdos pré-requisitos puderam ser exploradas e bem trabalhadas, pois, no nosso caso, os conteúdos pré-requisitos foram os conteúdos anteriores e sem esses não seria possível continuar o desenvolvimento do roteiro de ensino.

Logo, o que inicialmente foi um obstáculo, após superado, a MEAA-RP/adapt. desenvolveu-se conforme o previsto e ainda os estudantes tiveram a oportunidade de relembrarem, aprenderem ou reforçarem os conteúdos anteriores e as contribuições da metodologia foram evidentes conforme veremos na sequência.

5.2 CATEGORIA 2: CONTRIBUIÇÕES

A categoria contribuições foi definida *a priori*, já que estamos em busca das contribuições evidenciadas durante a implementação do roteiro de ensino de operações de polinômios utilizando a MEAA-RP.

Durante a exploração do material, conforme descrito em 4.6.2, obtivemos as subcategorias da categoria contribuições, as quais serão exploradas e demonstradas na sequência: estudante ativo e participativo, professor questionador, valorização da produção dos estudantes, aprendizagem do conteúdo polinômios.

5.2.1 Estudante ativo e participativo

A análise da implementação do roteiro de ensino evidenciou que os estudantes mostraram-se ativos e participativos na busca pela resolução dos problemas geradores e complementares, na superação das dificuldades encontradas, no desenvolvimento de todas as fases da metodologia utilizada.

As palavras ativo e participativo resumem as ações que os estudantes tiveram durante o desenvolvimento do roteiro de ensino, as quais apresentaremos na sequência, demonstradas por trechos dos diálogos e dos caderninhos. Como em todo o material gravado, os estudantes mostram-se ativos e participativos, selecionamos alguns trechos para apresentar e discutir nessa seção.

O desenvolvimento do roteiro de ensino pelos estudantes inicia com a realização da fase II da metodologia, na qual, os estudantes leem os problemas, tentam compreendê-los e interpretá-los e discutem com os colegas de grupo e professor em busca da resolução.

Essa fase proporcionou aos estudantes ação sobre os problemas geradores, a qual inicia obrigatoriamente pela leitura dos problemas pelos próprios estudantes:

> *P: e aqui? já leram o problema?*
> *E5: esse daqui não*
> *P: então, leiam o problema, quando eu voltar aqui vocês vão me contar o que o problema está pedindo e vão me dar a ideia de vocês. (ÁUDIO 07, 04/09/2018)*

O diálogo nos mostra que a professora questiona os estudantes do grupo Matemáticos se eles leram o problema e os responsabiliza pela leitura e compreensão. Esse fato ocorreu em todos os grupos e em todos os blocos.

Os estudantes foram responsabilizados a ter iniciativa, sair da zona de conforto, desenvolver independência.

Após o diálogo acima, a professora retornou ao grupo Matemáticos para discutir sobre a leitura realizada:

> *E5: aqui fala de quanto cada canteiro tipo de cenoura, alface, pepino*
> *P: isso, quanto o que?*
> *E5: tipo quanto que dá cada canteiro*
> *P: e aonde está exatamente a pergunta desse problema?*
> *E5: aqui*
> *P: aonde que está E7?*
> *E7: aqui*
> *P: exatamente, a pergunta está aqui, ó, viu, qual é o perímetro simplificado de cada canteiro, ele quer saber então o perímetro. O que que é perímetro?*
> *E5: o metro quadrado*
> *P: esse é a área*
> *E1: então o perímetro é*
> *P: o que que é perímetro?*
> *E5: perímetro é*
> *P: vocês calcularam o perímetro dos canteiros que vocês fizeram, a planta ainda, lembram disso? é a medida do?*
> *E5: ao redor*
> *P: ao redor, e como que calcula a medida do contorno?*
> *E5: ao redor*
> *P: e que conta que faz pra calcular essa medida?*
> *E5: vezes*
> *P: vamos supor o seguinte, o canteiro mede dois, dois, oito e oito*
> *E5: 2 vezes 2, daí 8 vezes 2, 8 vezes 8 daí a resposta soma junto?*
> *P: soma, soma né, soma, então perímetro é o que? a soma de todos os lados*
> *E5: aham*
> *P: e é isso que ele está perguntando pra vocês, ó, qual é o perímetro do canteiro de cenoura? qual é a medida do canteiro de cenoura? o canteiro está aqui, e as medidas dele?*
> *E5: mas não tem medida?*
> *P: porque não*
> *E5: porque não tem o que fazer*
> *P: por quê? onde que diz aqui o comprimento do canteiro de cenoura?*
> *E5: comprimento 18 m*
> *P: é, mas esse comprimento é o comprimento do terreno, de todo o terreno*
> *E5: não tem*
> *P: como não, olha essa tabelinha aqui? ó, todo o terreno mede 18 por 8, onde que está o canteiro de cenoura ali?*
> *E5: aqui no meio*
> *P: aqui no meio, e onde que está dizendo a medida desse canteiro? ó, cenoura, cenoura, olha o comprimento do canteiro de cenoura, 32 x*
> *E5: uhum*
> *P: e a largura seis, então o que que acontece? vamos supor que o comprimento seja 32 x*
> *E5: uhum*
> *P: e a largura é seis, como que eu vou calcular o perímetro dele?*
> *E5: somando os dois juntos?*
> *P: somando os dois, só os dois?*
> *E5: não os quatro*
> *P: os quatro, então vocês podem esquematizar assim, cenoura e vão escrever aqui essa soma e vão resolver ela, vão escrever como que calcula aqui (...) (ÁUDIO 13, 04/09/2018)*

Podemos observar no diálogo acima que a partir da leitura realizada pelos estudantes, a professora fez uma sondagem quanto a interpretação do problema, de forma questionadora, de modo que os estudantes são incentivados a expor seus raciocínios, a explicar, justificar, pensar, refletir a todo momento até que haja compreensão do que fazer.

A metodologia proporcionou o processo inverso: a professora questiona e o estudante explica. Diante dos erros dos estudantes, a professora realizou questionamentos que induziram a reflexão e ativação de memórias, não fornecendo as respostas prontas para eles, assim, eles agiram ativamente no processo de aprendizagem, principalmente nos momentos de dificuldades de interpretação dos problemas geradores e de defasagem de conteúdos anteriores, o que pode ser observado no diálogo acima e nos diálogos e análises apresentadas em 5.1.3 (Interpretação dos problemas geradores) e 5.1.4 (Conteúdos anteriores).

O desenvolvimento do roteiro de ensino exigiu que todos os estudantes se expressassem de forma escrita e oral, descrevendo, defendendo e justificando suas ideias. Apresentaremos na sequência alguns diálogos dos muitos, em que essas contribuições ficam evidenciadas:

> *E10: eu pensei assim ó*
> *P: pode falar*
> *E10: eu pensei aqui, que nem é 32x*
> *P: sim*
> *E10: só que daí eu não sei o x, aí eu pensei em fazer de mais com o 6*
> *P: escreve tudo isso aqui ó*
> *(...)*
> *P: organiza teu raciocínio, é assim mesmo que é pra fazer, coloca lá, canteiro de cenoura e escreve aqui como que vocês estão pensando, (...) faz aqui o rascunho de vocês pra cada canteiro e vão escrevendo como vocês estão pensando, como você me falou, o comprimento do canteiro é 32 x, você não sabe quanto é o x, vai descrevendo tudo isso que você está pensando, é isso mesmo que é para fazer. (ÁUDIO 06, 04/09/2018)*

O estudante E10 expressou-se de forma oral perante seu grupo e a professora, expondo seus raciocínios matemáticos e foi orientado a converter sua oralidade em linguagem escrita:

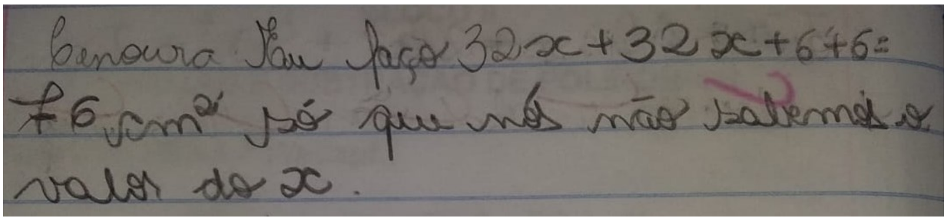


Figura 29 - Forma oral para escrita
Fonte: CaE10

A metodologia incentivou a oralidade e sua conversão em registro. Os estudantes tiveram a possibilidade e liberdade de expressar seus pensamentos matemáticos.

Como o conteúdo abordado pelo roteiro de ensino foi um conteúdo novo para os estudantes, muitas vezes, durante a resolução dos problemas geradores eles não sabiam como resolver as operações de polinômios, mas, mesmo assim tentaram, agiram diante do desconhecido, defenderam suas ideias, já que na fase II (conhecer e resolver) a intenção é exatamente que os estudantes conheçam o problema, manipulem, resolvam de acordo com suas estratégias e somente na fase III será realizado a busca do consenso, do certo e do errado.

O diálogo abaixo é uma amostra, entre tantas, da ação dos estudantes diante do desconhecido:

> *E3: lá tem x elevado a 7 e como foi repetido ficou x elevado a 7 de novo, ficou 2x elevado a 7, só que daí esse aqui eu não sei, 7 mais 7 daí*
> *P: não sei, vamos ver, vai fazendo o que vocês*
> *E3: menos 10, menos 2x elevado a 2, por causa desse x elevado a dois, no caso aqui, daí ficou menos 2x por causa desse daqui mais 22. (ÁUDIO 25, 04/09/2018)*

O estudante E3 descreveu oralmente a resolução de $(x^7 - 5) + (x^7 - 5) + (-x^2 - x + 11) + (-x^2 - x + 11)$, a qual representou no caderninho:

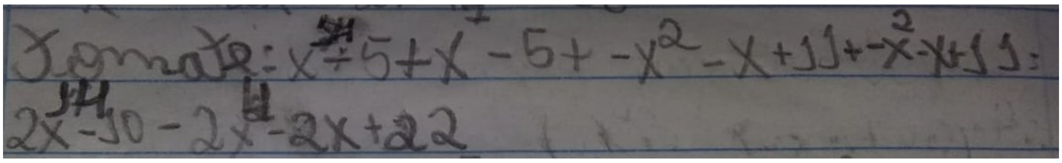


Figura 30 - Adição de polinômios
Fonte: CaE3

O estudante não sabia como resolver a adição de polinômios, porém, agiu diante do problema e tentou resolvê-lo da maneira mais lógica para ele. Observamos que ele só resolveu incorretamente $x^7 + x^7 = 2x^7$, pois, ele somou os expoentes obtendo $2x^{14}$ e de forma semelhante $-x^2 - x^2$ em que ele também somou os expoentes e obteve $-x^4$.

Todos os estudantes presentes nas aulas agiram ativamente na fase II de todos os blocos, não esperaram respostas prontas, mesmo sem certeza do que fazer. Eles agiram com atitude de enfrentamento diante do desconhecido.

Alguns estudantes agiram com criatividade e liberdade de pensamento diante dos problemas geradores, já que a resolução era desconhecida:

> *E6: dá pra fazer esse aqui mais esse aqui e esse mais esse aqui (...)*
> *P: dá, claro que dá, dá sim, gostei da tua ideia E6*
> *E10: é, eu tinha pensado isso também antes*
> *P: é isso mesmo, podem começar. (ÁUDIO 27, 04/09/2018)*

Na fase II a professora incentivou a resolução dos problemas geradores de acordo com as ferramentas, memórias, estratégias que os estudantes possuíam. O diálogo anterior se refere a resolução abaixo:

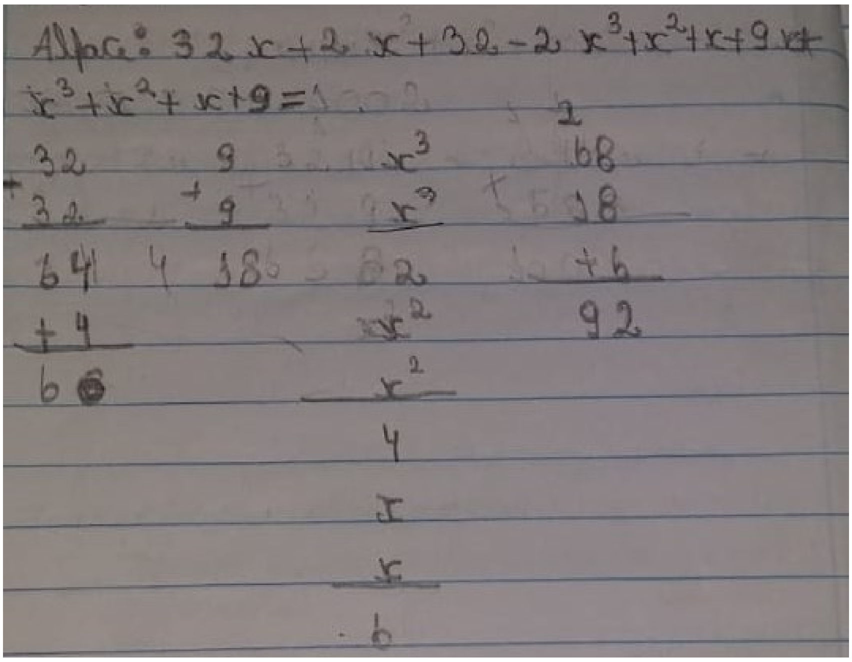


Figura 31 - Adição de polinômios II
Fonte: CaE6

Na fase II, os estudantes tiveram livre arbitrário para resolver do modo como acharam mais lógico. Essa fase foi muito produtiva, pois, incentivou a independência dos estudantes, seu papel ativo diante de situações desconhecidas, a liberdade de pensamento e elaboração de estratégias, a busca pela superação de dificuldades, o enfrentamento do desconhecido.

Após a fase II de cada bloco, a fase III foi realizada, onde todos os grupos apresentavam suas resoluções na lousa para a turma, diante das quais, mediados pela professora, foram realizadas as análises das diferenças e semelhanças entre as respostas em busca do consenso. Nessa fase, os estudantes mostraram-se participativos na análise das resoluções e busca pelo consenso, como mostra o diálogo abaixo:

> *P: ok, vamos analisar quais são as semelhanças das respostas e quais são as diferenças (...), tá, essa parte inicial aqui, vocês acham que está montada correta?*
> *T: sim*
> *P: sim*
> *T: sim*
> *P: observando ali na outra resposta, a parte inicial, está correta*
> *T: sim*
> *P: também, e nessa?*

> *T: sim*
> *P: vocês entenderam como que eles fizeram aqui?*
> *E6: não*
> *P: analisando só esse pedacinho aqui*
> *E3: eles pegaram por partes*
> *P: é, eles fizeram por partes, eles aderiram ao método do E2, tá, o que que eles fizeram aqui 32x menos 2 mais 32x menos 2 e é esse pedacinho aqui, é esse, ok? e resolveram, esse pedaço aqui, (...), a parte inicial deles também está correta, ok, só que eles fizeram por partes, e essa daqui? vão conferindo, correto ou não?*
> *E2: sim*
> *P: todo mundo montou o início corretamente, tá, agora vamos ver a finalização, vocês o que que o aluno E9 fez aqui?*
> *E3: sim*
> *P: o que que ele fez?*
> *E3: somou todos os x com os expoentes, isso mesmo*
> *P: é ou não é? olhem só, tudo que tinha x ele somou e somou os expoentes também, aqui tem 3, 6, 8, 10, tá, e somou os valores numéricos, 32 + 32, beleza e esse menos 4 aqui é de onde?*
> *E9: do menos 2 e menos 2(...) (ÁUDIO 44, 05/09/2018)*

O diálogo acima refere-se à correção do item a) do PG2, com as resoluções expostas na lousa. A turma mostrou-se interessada e participativa na verificação das semelhanças e diferenças apresentadas, guiada pelos questionamentos da professora e também interessados, curiosos em compreender como cada resolução foi desenvolvida.

A turma mostrou-se ativa e participativa também na fase IV, momento de formalização dos conteúdos, conforme mostra o trecho do diálogo abaixo durante a formalização da adição e subtração de polinômios:

> *P: então o que está dizendo aqui? eu posso somar número com número, entre aspas, sem parte literal. A gente sabe que tem parte literal que é x elevado a 0, mas esse x a 0 não precisa aparecer. Não era isso que vocês faziam?*
> *P: tinha dois polinômios lá, vocês somavam número com número. Aqui, porque eu estou somando o a1 com o b1?*
> *E3: por causa do, acompanha o x*
> *E9: que é o cociente,*
> *E3: coeficiente,*
> *P: coeficiente*
> *E3: que é o x elevado a um*
> *P: porque eles são os coeficientes do x elevado a um. O que que está dizendo, que eu vou somar os dois, eu vou somar os dois, e o resultado dessa soma é o coeficiente do x elevado*
> *T: ao quadrado*
> *P: foi isso que vocês fizeram ou não? somaram os coeficientes e repetiam a parte literal*
> *T: foi*
> *P: foi, só isso, porque que eu somei esses dois aqui?*
> *E3: por causa do coeficientes*
> *P: exatamente, eles são os coeficientes de quem?*
> *E3: x elevado a 2*
> *P: x elevado a 2, do x ao quadrado, aqui está dizendo: soma os dois e essa soma é coeficiente do x ao quadrado, foi o que vocês fizeram, somavam os*

> *números e repetia o x ao quadrado. Aqui a mesma coisa. Na subtração, o que que muda na subtração?*
> *E3: que diminui*
> *P: em vez do mais é o*
> *E2: menos*
> *P: foi isso que vocês fizeram?*
> *E9: sim*
> *P: foi, pegava os coeficientes com a mesma parte literal, com o mesmo x elevado a 1, x elevado a 2 e resolvia, o que tem de diferente nisso? porque que a gente usa as letras? aqui quer dizer que poderia ser qualquer?*
> *T: número (...) (ÁUDIO 68, 14/09/2018)*

O diálogo acima também mostrou que os estudantes relacionaram com as resoluções realizadas nas fases anteriores do bloco II, o que prova que os estudantes envolveram-se no desenvolvimento do bloco II do roteiro de ensino, assim, como nos outros blocos.

Como o desenvolvimento de todo o roteiro foi similar e os diálogos demonstram características semelhantes em cada fase, apresentamos trechos dos diálogos do bloco II para representar todos os outros. Achamos desnecessário apresentar todos, pois, o texto tornar-se-ia maçante.

Em relação as ações dos estudantes na implementação do roteiro de ensino a professora-pesquisadora apresentou o seguinte relato no seu diário de campo: "É muito interessante e gratificante ver eles pensando e expressando suas ideias, mesmo que muitas vezes estejam incorretas perante as definições e formalidades, mas, ver que se esforçaram para resolver o problema com lógica."

Esse relato resume todo o envolvimento dos estudantes na implementação do roteiro de ensino demonstrados nas análises realizadas nessa subseção, as quais já seriam suficientes para afirmar que a MEAA-RP traz muitas contribuições no desenvolvimento escolar dos estudantes.

Nessa subseção foram descritas as diversas contribuições encontradas na implementação do roteiro de ensino, as quais, representam as características de estudantes ativos e participativos e que também satisfazem, segundo o referencial teórico apresentado em 2.1, o que Brasil (2017) e Paraná (2018) orientam em relação às atitudes a serem desenvolvidas pelos estudantes tais como as habilidades de raciocinar, de leitura, investigação, interpretação, comunicação, comparação, análise, generalização, verificação, argumentação e representação matemática.

Concordamos com Prado (2010) e Puti (2011) que com a implantação da metodologia Resolução de Problemas, os estudantes ganharam autonomia, desenvolveram formas de raciocínio, estabeleceram conexões, desenvolveram a capacidade de explorar e investigar, tiveram maior participação na resolução dos problemas, foram incentivados a enfrentar desafios e tomar decisões.

Entendemos que todas as atitudes dos estudantes descritas nessa subseção são as características de estudantes ativos e participativos, as quais mostraram-se como contribuições provenientes da implementação do roteiro de ensino aplicado. São contribuições extraordinárias para o desenvolvimento dos estudantes provocadas pela MEAA-RP.

5.2.2 Professor questionador

Onuchic e Allevato (2011) relatam que na Resolução de Problemas o professor não tem o papel de transmissor do conhecimento, mas, sim, de observador, interventor, questionador, guia, incentivador e mediador.

Durante a análise da implementação do roteiro de ensino constatamos que realmente o professor assume os papéis descritos por Onuchic e Allevato (2011). Dentre eles, o papel de questionador se destacou nos diálogos:

> *P: o que que significa esse a, b e c?*
> *E3: é a multiplicação dos lados*
> *P: olha aí, é a multiplicação dos lados, só que tem um problema aqui, você sabe quem são esses lados, não sabe? algebricamente, mas sabe, quem é esse lado aqui?*
> *E9: a largura, b comprimento e c altura*
> *P: quanto mede algebricamente essa largura aqui?*
> *E3: é x + 5*
> *P: x + 5, quanto mede esse comprimento aqui?*
> *E3: x + 1*
> *P: e quanto mede essa altura?*
> *E3: x, então ia ficar que nem, se a largura é l igual x + 5, daí*
> *P: isso, mas o que que acontece aqui ó, esse a, b e c aqui eu posso trocar já pelas medidas daqui da cisterna*
> *E3: pior, então que nem, a igual daí o, que nem a igual x + 5*
> *P: isso, mais ou menos isso (ÁUDIO 79, 18/09/2018)*

O diálogo acima refere-se ao item b) do PG3 com o grupo Worth Mathematics:

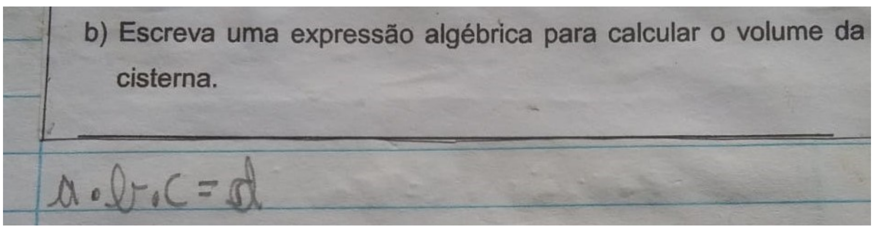


Figura 32 - Item b) PG3
Fonte: CaE3

Inicialmente os estudantes haviam respondido apenas $a.b.c = d$, o que não atingia o objetivo do item, o qual era escrever a representação $x.(x+5).(x+1)$ para induzir a multiplicação de polinômios a ser resolvida nos próximos itens do problema.

Diante disso, a professora questionou aos estudantes sobre o significado de a, b e c, que para os estudantes representavam respectivamente largura, comprimento e altura. A partir desses significados e dos dados fornecidos pelo problema a professora foi questionando e questionando até que eles perceberam que o problema fornecia as medidas algébricas da largura, comprimento e altura e como resposta do item b) escreveram:

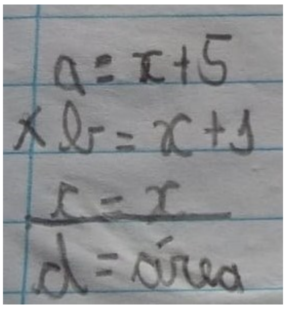


Figura 33 - Complemento resolução item b)
Fonte: CaE3

Nesse sentido, o diálogo questionador substitui a resposta pronta que a professora poderia ter fornecido pelo estímulo ao pensamento, reflexão, realização de associações entre a simbologia utilizada por eles, seu significado e os dados fornecidos pelo problema. O diálogo questionador proporcionou aos estudantes a construírem seus raciocínios.

Os questionamentos foram uma ferramenta muito utilizada pela professora para auxiliar os estudantes a interpretarem os problemas geradores, evitando assim dar respostas prontas a eles.

O diálogo abaixo nos mostra que por meio dos questionamentos realizados pela professora os estudantes conseguiram entender o problema:

P: e a b), o que será que é pra fazer na b?
E1: escreva a expressão...
E2: é para escrever uma expressão algébrica para calcular a cisterna
P: isso, e de onde que vai sair essa expressão algébrica? como que vocês fizeram para calcular o volume da cisterna?
E2: com os resultados daqui?
P: é, só que a expressão algébrica, o que que é algébrica mesmo?
(...)
P: algébrica quer dizer com letras
E5: ih
P: mas o que que vocês fizeram ali?
E5: ah, dá pra fazer tipo x + 5 daí tipo que nem um número aqui?

P: é, mas não é para substituir pelo número, aí que tá, pense comigo, o que que você fez aqui?
E5: 4
P: vezes 9
E5: vezes 9 igual o resultado que deu vezes 5
P: isso, dá onde que saiu esse 4?
E5: eu inventei
P: inventou, mas inventou pra quem?
E5: pro x
P: pro x, dá onde que saiu esse 9?
E5: do resultado que deu
E2: 4 + 5
P: não saiu disso daqui?
E5: saiu
P: porque o x valia 4. Dá onde saiu esse 5 aqui?
E5: do, daqui, do 4
P: muito bem, então o que que você fez na verdade, que continha foi feita com os três?
E1: vezes
P: de vezes, então foi feito o que?
E5: x
P: x
E5: vezes, x + 5
P: e o que mais?
E5: e vezes x + 1
P: só escrever isso daí, essa é a expressão algébrica
E5: só escrever x + x +5 +x
P: mas não foi de mais a conta, foi do que?
E5: de vezes
P: de vezes (ÁUDIO 86, 25/09/2018)

Os estudantes do grupo Matemáticos estavam totalmente confusos sobre o que fazer para responder o item b) do PG3. A professora questionou detalhadamente sobre a resolução que eles haviam feito no item a), no qual eles haviam calculado o volume da cisterna com valores numéricos, para induzi-los a estabelecer uma relação com o item b) no qual o volume da cisterna seria expresso algebricamente.

O diálogo entre o grupo e a professora foi longo, mas, foi construtivo, pois, refletindo sobre as perguntas e as próprias respostas dadas por eles, eles compreenderam o problema e responderam o item b):

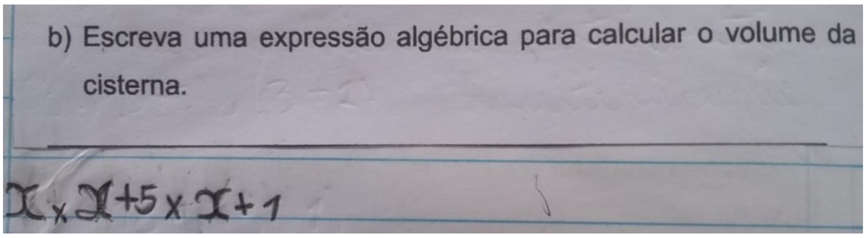


Figura 34 - Resolução item b) ***por Matemáticos***
Fonte: CaE2

O único erro cometido na expressão acima foi a ausência dos parênteses o que torna a expressão incorreta, cujo, assunto já foi discutido na subcategoria “Conteúdos anteriores" (5.1.4). Apesar disso, lendo o diálogo acima analisado e a figura 34, eles compreenderam o raciocínio e o problema, o que mostra que o diálogo questionador foi longo, mas, muito válido.

Esse último diálogo analisado nos remeteu a analisar novamente as subcategorias "Interpretação dos problemas geradores" e "Conteúdos anteriores", o que nos elucidou que o diálogo questionador foi a ferramenta principal utilizada para auxiliar os estudantes a superar as dificuldades de interpretação dos problemas geradores e os obstáculos encontrados devido a defasagem de conteúdos anteriores.

A forma questionadora da professora também proporcionou o acompanhamento do desenvolvimento dos estudantes, a observação do que os estudantes compreendiam ou não, para saber no que e como intervir. Em relação a esse aspecto, Puti (2011) também constatou em sua pesquisa que na Resolução de Problemas os pensamentos dos alunos tornaram-se visíveis o que facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos.

Diante dos questionamentos da professora, os estudantes sempre reagiam, pensavam, refletiam, perguntavam, enfim, agiam ativamente frente ao que lhes era perguntado, o que nos fez reanalisar a subcategoria "Estudante ativo e participativo" e concluir que diante das análise realizadas em 5.2.1, que os questionamentos foram uma ferramenta muito eficaz para incentivar os estudantes a serem ativos e participativos.

5.2.3 Valorização da produção dos estudantes

A implementação do roteiro de ensino proporcionou a valorização da produção dos estudantes, de seus pensamentos e ideias em relação às resoluções desenvolvidas para discutir e formalizar os conteúdos matemáticos.

Durante a implementação valorizou-se o processo sobre o produto final e assim foi possível discutir erros cometidos, superar dificuldades encontradas, desenvolver e formalizar o conteúdo novo objetivado pelo roteiro de ensino partindo da produção dos estudantes.

A valorização da produção dos estudantes pode ser verificada em muitos diálogos, dos quais selecionamos alguns para serem apresentados e analisados:

(...)
P: concordam com o E9 ou não?
T:sim
P: todos pensaram assim ou não?

> *T: sim*
> *P: sim né, é, Super Aritmética, o que que vocês pensaram?*
> *E10: 32x + 32x que deu 64, daí (explicaram como fizeram, porém, o áudio ficou ruim, não deu para entender)*
> *P: tá ok, se fosse para escrever uma resposta final, que resume todas essas respostas aqui, vocês observaram que tem uma das respostas aqui, que está um pouquinho diferente, qual foi?*
> *E3: do segundo*
> *P: vocês observaram porque deu 76 aqui?*
> *E3: eles somaram, por causa de 32x mais 32x deu 64x e 6 com 6 deu 12, daí, 64 + 12 que deu 76*
> *P: exatamente, então o que que acontece? o perímetro, a armação da conta do perímetro está ok para todos, todos fizeram corretamente, tá, tanto que aqui ó, teve grupos que escreveram 6 + 6 por primeiro, teve grupos que escreveram 32x + 32x primeiro, tem diferença nisso ou não?*
> *E3: não*
> *P: não, porque na soma, lembra que eu expliquei um dia para vocês que a soma é comutativa, o que que é comutativa? (...)(ÁUDIO 43, 05/09/2018)*

O diálogo acima foi gravado durante a fase III do PG2. Todas as resoluções do item a) estavam na lousa. Esse diálogo nos mostra que todas as resoluções foram analisadas, inclusive as “diferentes”, em busca de entender como foram feitas, qual foi a lógica utilizada.

As análises das resoluções foram feitas pela turma, intermediadas pela professora, para que cada estudante tentasse perceber como os outros estudantes pensaram, assim, todos os pensamentos foram valorizados.

Após analisarem as diferenças entre as resoluções, os estudantes foram instigados pela professora a entrar em consenso:

> *P: vocês concordam com as três respostas finais, dos três primeiros grupos ou vocês concordam com a última?*
> *E3: com os três primeiros*
> *P: porque?*
> *E5: porque os três primeiros estão certos*
> *P: porque?*
> *E3: somando letra com letra e número com número*
> *P: exatamente, só que, o grupo Super Aritmética fez isso, 32x + 32x deu 64x, é ou não é? realmente, 64x e eles somaram, 6 + 6 deu*
> *E10: 12*
> *P: 12, tá, o único problema que eles cometeram foi somar esses dois aqui, foi somar, tá, então a resposta, ela acaba aqui, ó, essa é a resposta, ok? o E5, também acertou, ó, porque 64x e mais 12, tá, só faltou escrever a resposta final (....)(ÁUDIO 43, 05/09/2018)*

Os estudantes entraram em um consenso sobre quais resoluções eles achavam que estavam corretas e foram instigados a justificar. As resoluções que apresentavam erros não foram simplesmente descartadas, foram ajustadas ou complementadas, sempre partindo do que os estudantes haviam respondido. Com isso, os erros cometidos também foram valorizados em busca da compreensão e superação dos mesmos.

Os diálogos da fase III, fase em que as resoluções foram analisadas em busca do consenso, são semelhantes ao apresentado acima. Todas as resoluções, de todos os problemas geradores, foram analisadas em conjunto com a turma, por mediação da professora, com vistas a compreender os raciocínios utilizados, valorizando, assim, o pensamento e a produção dos estudantes para construir o conhecimento.

A valorização do pensamento dos estudantes ocorreu em todas as fases, pois, conforme podemos ver na análise das categorias anteriores, a professora sempre partiu da produção e ideias dos estudantes para avançar em busca de aprimorar e formalizar o conhecimento matemático.

5.2.4 Aprendizagem do conteúdo polinômios

A implementação do roteiro de ensino teve como objetivo principal o ensino e a aprendizagem das operações adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios através da MEAA-RP.

Diante de todas as subcategorias anteriores, referentes as dificuldades e as contribuições encontradas, supomos que houve a aprendizagem do conteúdo previsto pela maioria dos estudantes, já que as análises nos mostraram que os estudantes participaram ativamente durante a implementação do roteiro de ensino, a não ser nas aulas que eles faltaram conforme descrito na subcategoria “Estudantes faltantes”.

O acompanhamento do desenvolvimento dos estudantes foi realizado em todos os encontros do roteiro de ensino, com registros individuais, a partir dos critérios pré-estabelecidos. Na sequência, apresentaremos os dados da avaliação contínua de forma generalizada:

- Presença (P): estar presente no encontro.

A presença nos encontros foi fundamental para o desenvolvimento do roteiro de ensino e consequentemente para a aprendizagem, conforme análise apresentada em 5.1.2, já que todas as fases da MEAA-RP foram interdependentes e ocorreram em sala de aula. Abaixo apresentamos a média aritmética da assiduidade dos estudantes em cada bloco:

Bloco I	Bloco II	Bloco III	Bloco IV

81%	88,18%	80,02%	97,14%

Quadro 32 - Assiduidade dos estudantes
Fonte: A autora

O quadro acima mostra que a média de assiduidade dos estudantes nos quatro blocos foi acima de 80%, o que é uma média muito significativa, pois, como veremos a seguir e vimos em 5.2.1, os estudantes agiram ativamente no processo de ensino-aprendizagem em todas os encontros que estavam presentes.

- Trabalho em grupo (TG): interação com o grupo na resolução dos problemas na fase II da MEAA-RP.

A interação entre os membros dos grupos foi observada e acompanhada em todos os encontros, a qual, foi satisfatória em relação a todos os estudantes.

Como todos os estudantes que estavam presentes interagiram com os colegas do grupo em busca da resolução dos problemas geradores, o quadro abaixo apresenta as médias percentuais de presença nos encontros em que a fase II dos blocos aconteceu, o que implica na média percentual de participação nessa fase:

Bloco I	Bloco II	Bloco III	Bloco IV
83,33%	100%	86,66%	100%

Quadro 33 – Participação na fase II do roteiro de ensino
Fonte: A autora

Os dados do quadro mostram que a participação, interação, discussão com os colegas e professora em busca da resolução dos problemas geradores ocorreu acima de 83% em todos os blocos.

Essa é uma média muito significativa, pois, nessa fase é que ocorreram as discussões e superações das dificuldades em relação a intepretação dos problemas geradores, dos conteúdos anteriores e fase em que os estudantes agiram ativamente na busca pela resolução dos problemas geradores (análises apresentadas nas subcategorias anteriores).

A fase II de cada bloco foi a propulsora para que as fases posteriores ocorressem. Assim, como nas fases posteriores, muito conhecimento matemático foi explorado para interpretar os problemas e tentar resolvê-los.

- Participação na fase III (P_{III}): participação, discussão, interesse durante a fase III.

A partir da observação dos estudantes durante o desenvolvimento dessa fase em cada bloco, constatamos que houve participação e interesse de todos os estudantes presentes nos encontros em que a fase III de cada bloco ocorreu.

O quadro abaixo mostra a média percentual dos estudantes que participaram da fase III de cada bloco:

Bloco I	Bloco II	Bloco III	Bloco IV
70%	90%	80%	90%

Quadro 34 - Participação na fase III do roteiro de ensino
Fonte: A autora

Nos encontros da fase III foram realizadas as apresentações e análises construtivas das resoluções dos problemas geradores entre a turma e a professora de forma mediada e instigadora, conforme apresentada na análise da subcategoria anterior (5.2.3) em busca do consenso e das explicações diante dos pensamentos dos estudantes.

De acordo com o quadro, nos blocos II, III e IV, nos quais foram abordadas as operações de polinômios, que é o assunto principal do roteiro de ensino, a média de participação dos estudantes foi no mínimo de 80%, os quais participaram das discussões e análises relacionadas aos conteúdos anteriores necessários e as operações de polinômios abordadas.

- Participação na fase IV (P_{IV}): participação, discussão, interesse durante a fase IV.

A fase IV foi o momento de formalização dos conteúdos previstos pelo roteiro de ensino, no qual também os estudantes presentes nos encontros participaram com interesse em todos os blocos.

Apresentamos abaixo a média de participação dos estudantes na fase IV:

Bloco I	Bloco II	Bloco III	Bloco IV
83,33%	80%	80%	90%

Quadro 35 - Participação na fase IV do roteiro de ensino
Fonte: A autora

O quadro mostra que a participação dos estudantes nessa fase foi de pelo menos 80%, o que representa uma boa média, já que, de acordo com os acompanhamentos realizados pela professora, os estudantes, de forma geral, demonstraram interesse e participação na formalização do conteúdo matemático abordado.

- Problemas complementares (PC): resolução dos problemas complementares:

Os estudantes resolveram os problemas complementares em sala de aula, em grupos. Registraram as resoluções nos caderninhos, e posteriormente explicaram oralmente para a professora como resolveram, assim, os erros foram identificados e corrigidos pelos próprios estudantes com mediação da professora.

Todos os estudantes se envolveram na resolução dos problemas complementares, embora, nem todos os estudantes resolveram todos os problemas complementares.

O quadro abaixo apresenta a média percentual de problemas complementares realizados completamente pelos estudantes em cada bloco:

Bloco I	Bloco II	Bloco III	Bloco IV
67,5%	68%	80%	95%

Quadro 36 - Média de problemas complementares realizados
Fonte: A autora

Nos blocos I e II, que abordavam os conceitos de variável, incógnita e função e as operações adição e subtração de polinômios, a média de realização de problemas complementares foi menor, mas, mesmo assim acima de 67%, já nos blocos III e IV, das operações multiplicação e divisão de polinômios, as médias foram maiores.

Mesmo que nem todos os estudantes realizaram todos os problemas complementares, temos que, a quantidade de problemas complementares resolvidos e corrigidos foi maior que 67%.

Esse valor é significativo, pois, ao realizar a resolução dos problemas complementares, os conhecimentos abordados pelo roteiro de ensino foram colocados em ação e praticados, com possibilidade de tirar dúvidas com o grupo e a professora sobre os conteúdos abordados, avançando e aprimorando os conhecimentos matemáticos.

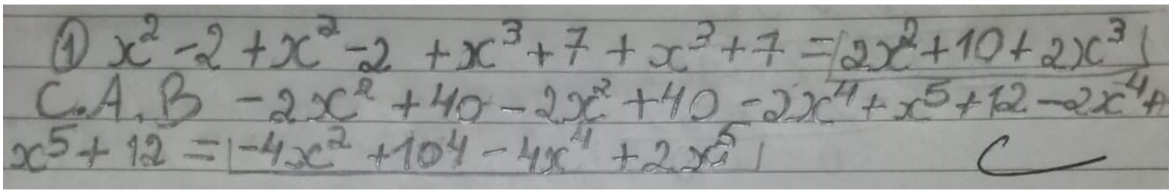
Apresentamos de forma geral os resultados obtidos a partir da avaliação contínua, os quais, foram muito positivos, mostrando que os estudantes interagiram satisfatoriamente com os conteúdos matemáticos e com certeza houve crescimento e aprendizado.

Além da avaliação contínua, foi realizada a avaliação pontual (a qual pode ser consultada em 3.3.5) apresentada no bloco V, a qual foi aplicada após a realização dos blocos anteriores, com foco nas operações de polinômios. Apresentaremos, na sequência alguns resultados obtidos a partir da avaliação pontual.

Analisamos duas adições de polinômios em todas as avaliações pontuais para verificar quantos estudantes haviam-nas resolvido corretamente. Dos dez estudantes, sete resolveram-nas corretamente, dois estudantes resolveram-nas incorretamente e um estudante não as resolveu.

As duas adições de polinômios analisadas foram as que representavam o perímetro do canteiro de temperos e de cenoura: $(x^2 - 2) + (x^2 - 2) + (x^3 + 7) + (x^3 + 7)$ e $(-2x^2 + 40) + (-2x^2 + 40) + (-2x^4 + x^5 + 12) + (-2x^4 + x^5 + 12)$.

Abaixo apresentamos uma das sete resoluções corretas, as quais foram semelhantes:



Quadro 37 - Resolução adição de polinômios
Fonte: APE9

Analogamente, também analisamos a resolução de uma questão envolvendo subtração de polinômios: “Qual é a expressão simplificada que representa a diferença entre as áreas do canteiro de tomate e de temperos?

A expressão simplificada pedida seria obtida da subtração $(0{,}5x^5 + 2x^3 + 1{,}5x^2 - 6x - 3) - (x^5 - 2x^3 + 7x^2 - 14)$. A figura abaixo mostra a resolução realizada por um dos estudantes:

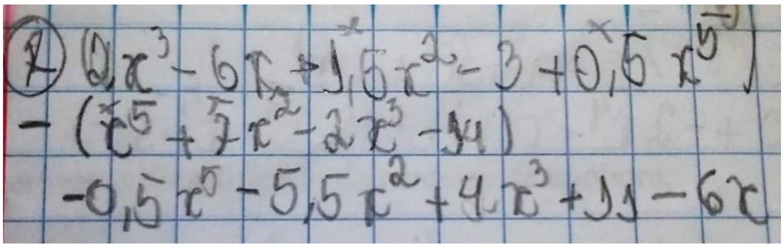


Figura 35 - Subtração de polinômios
Fonte: APE3

Dos dez estudantes, seis demonstraram saber resolver a subtração de polinômios, um estudante não soube resolver e três não tentaram resolver a subtração pedida.

Verificamos também na avaliação pontual a resolução de duas multiplicações de polinômios que representam as áreas pedidas dos canteiros de temperos e de tomate, as quais foram $(x^2 - 2)(x^3 + 7)$ e $(-2x^2 + 40)(-2x^4 + x^5 + 12)$:

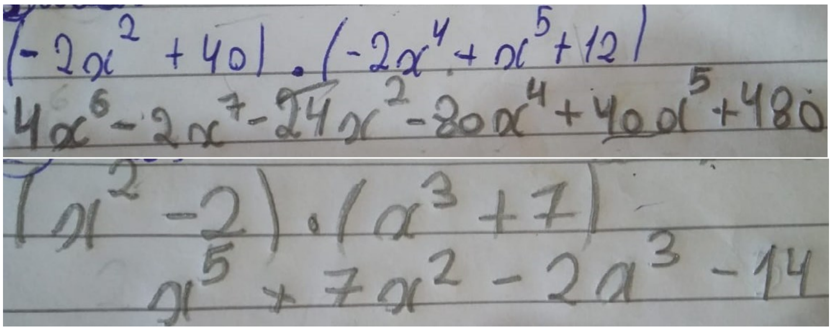


Figura 36 - Multiplicação de polinômios
Fonte: APE1

Dos dez estudantes, sete demonstraram saber resolver essas multiplicações, dois não souberam e um não as resolveu.

Em relação à divisão de polinômios, a questão analisada foi “Calcule o comprimento simplificado do canteiro de abóbora”, o qual seria obtido pela divisão da área expressa pelo polinômio $-2x^4 - 4x^3 + 32x^2 + 80x + 160$ pela largura $-2x^2 + 40$:

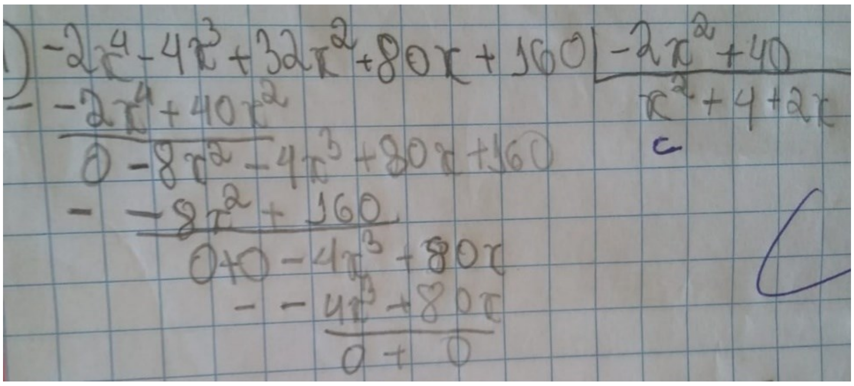


Figura 37 - Divisão de polinômios
Fonte: APE3

A divisão acima foi resolvida corretamente por dois estudantes, quatro estudantes tentaram resolver, mas, resolveram incorretamente e quatro estudantes não tentaram resolver.

Abaixo, apresentamos um quadro com as porcentagens de estudantes que resolveram as operações de polinômios correspondentes corretamente, incorretamente e a porcentagem de estudantes que não as resolveu, impossibilitando analisar se esses estudantes saberiam resolvê-las na avaliação pontual:

Resultado	Adição	Subtração	Multiplicação	Divisão
Resolveram corretamente	70%	60%	70%	20%
Resolveram incorretamente	20%	10%	20%	40%

Não tentaram resolver	10%	30%	10%	40%

Figura 38 - Resultados obtidos na avaliação pontual
Fonte: A autora

A avaliação contínua nos mostrou que os estudantes participaram ativamente de todas as fases de todos os blocos do roteiro de ensino em que estavam presentes e que a média de assiduidade na maioria das fases de cada bloco foi no mínimo de 80%.

Isso significa que, na maioria das fases do roteiro de ensino, pelo menos 80% dos estudantes estavam presentes e agindo ativamente na concretização do roteiro de ensino, tendo contato direto com os conteúdos matemáticos envolvidos e de diferentes formas, em grupo, individual, na expressão oral e escrita, nas discussões, sendo falante e ouvinte, aprendendo conteúdos novos ou retomando conteúdos anteriores.

Também significa que na maioria das fases do roteiro de ensino, toda a análise desenvolvida referente as subcategorias “Conteúdos anteriores”, “Estudantes ativos e participativos”, “Professor questionador”, “Valorização da produção dos estudantes” refletem no mínimo 80% dos estudantes em ação direta com os conhecimentos matemáticos.

Como vimos, em “Estudantes faltantes”, os estudantes que faltaram durante a implementação do roteiro de ensino foram prejudicados, mas, esses representaram, na maioria das fases no máximo 20%, ou seja, em média, tivemos no máximo dois estudantes faltantes na maioria das fases de todo o roteiro de ensino.

De acordo com a avaliação contínua e as análises realizadas ao longo desse capítulo, com toda certeza, todos os estudantes adquiram conhecimentos matemáticos, sejam eles em relação aos conteúdos anteriores necessários para o desenvolvimento do roteiro, sejam eles referentes ao conteúdo novo operações de polinômios.

A avaliação pontual nos mostrou que 70% dos estudantes resolveram corretamente adição e multiplicação de polinômios, 60% resolveram corretamente subtração de polinômios e 20% resolveram corretamente divisão de polinômios. Mas, como pudemos constatar houve estudantes que não resolveram uma ou outra operação, então, em relação a esses não pudemos verificar se resolveriam as operações que deixaram de resolver.

Mesmo assim, constatamos que uma das contribuições da implementação do roteiro de ensino foi a aprendizagem das operações de polinômios, mesmo que não demonstradas 100% na avaliação pontual, o que seria utópico.

No entanto, constatamos que a aprendizagem foi muito além do que a avaliação pontual apresentou, apresentando resultados imensuráveis no desenvolvimento de estudantes ativos e participativos no seu processo de aprendizagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objeto de estudo da presente pesquisa foi a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas com vistas a buscar aprofundamento teórico e prático sobre essa metodologia de ensino. E, a partir disto, identificar possibilidades metodológicas eficazes para o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

O objetivo geral da pesquisa foi identificar e discutir contribuições e dificuldades encontradas no decorrer da implementação de um roteiro aplicando a MEAA-RP no ensino das operações básicas dos polinômios no 8º ano. Estas contribuições e dificuldades acabaram por se tornar, no decorrer da pesquisa, em nossas categorias de análise, as quais são detalhadas mais adiante. O objetivo geral se desdobrou em alguns objetivos específicos os quais, em nossa avaliação, foram atingidos.

A implementação da Resolução de Problemas em sala de aula só foi possível a partir da elaboração dos problemas geradores, os quais são fundamentais para o sucesso ou fracasso da metodologia em ação, pois, são em torno e a partir deles que todos os passos da metodologia se desenvolvem.

A preparação da aula, no nosso caso, do roteiro de ensino, foi a fase mais delicada da metodologia, pois, a literatura e os livros didáticos de matemática não possuíam problemas que pudessem ser problemas geradores para abordar as operações de polinômios, os quais foram adaptados e elaborados por nós, a partir de muita pesquisa, estudo e reflexão.

Como podemos ver em 3.3, o roteiro de ensino foi elaborado detalhadamente, com a previsão dos objetivos a serem alcançados em cada item dos problemas geradores, com as expectativas envolvidas na exploração dos problemas geradores em relação aos conteúdos abordados por eles, com a descrição de como cada fase, de cada bloco, como iria se desenvolver em sala de aula. Foi um trabalho minucioso, com a previsão de cada detalhe que deveria e poderia acontecer durante a implementação. A fase I foi concluída após seis meses. E, é nessa fase em que foi identificada a primeira e principal subcategoria da categoria dificuldades: “Problemas geradores”.

No nosso ponto de vista, a fase I representa um dos principais obstáculos para adotar a Resolução de Problemas, devido a todo o exposto nessa pesquisa em relação aos problemas geradores, devido a dois motivos principais: a precariedade de problemas que possam ser utilizados como geradores nos materiais didáticos de matemática dos quais o professor tem acesso mais facilmente e o tempo disponível na sua carga horária para estudo e planejamento, pois, é claro, na nossa pesquisa, que a utilização da Resolução de Problemas exige, principalmente, tempo para preparação das aulas.

A disponibilidade de problemas geradores prontos, roteiros de ensino organizados para que os professores tenham acesso, facilitariam a preparação das aulas. Nesse sentido, acreditamos ter contribuído com a elaboração e disponibilização do roteiro de ensino apresentado para que possa ser utilizado ou adaptado no ensino das operações de polinômios utilizando a Resolução de Problemas.

O roteiro de ensino previsto nos mínimos detalhes facilitou muito a implementação da metodologia, pois, sabíamos como agir em cada momento, o que esperar da exploração do problema gerador e os objetivos a serem atingidos.

No entanto, pelo fato dele ser sequencial, sendo cada fase totalmente dependente das anteriores, constatou-se que a ausência dos estudantes nas aulas, prejudicou seu aprendizado.

Assim, as faltas dos estudantes apresentaram-se como uma dificuldade durante a implementação, por ocorrer uma ruptura no desenvolvimento do roteiro de ensino. A presença dos estudantes em todas as aulas em que se usa a MEAA-RP é fundamental para que o ciclo se complete, sem falhas.

A análise também identificou a dificuldade de interpretação dos problemas geradores, no que se refere à identificação dos dados do problema, mesmo estes estando claros e fáceis de identificar, e, algumas vezes, mesmo após diálogo com a professora.

Esse fato tornou-se uma dificuldade na implementação do roteiro de ensino, pois, a leitura e identificação dos dados é fundamental para iniciar o processo de pensamento e resolução do problema gerador. Muitas vezes, foi necessário muito diálogo, muita reflexão e questionamento sobre o mesmo problema gerador, para que alguns estudantes compreendessem quais eram os dados fornecidos e qual era a pergunta do problema.

Superadas as dificuldades de interpretação do problema gerador, a próxima dificuldade, muito acentuada, foi em relação à necessidade de utilizar conteúdos matemáticos anteriores, os quais os estudantes não dominavam.

Os conteúdos anteriores tornaram-se uma dificuldade durante a implementação, pois, os estudantes não os dominavam e a utilização deles era essencial para que o conteúdo novo surgisse durante a resolução do problema gerador. Assim, com muito diálogo e questionamentos, os conteúdos anteriores foram retomados para que o objetivo do problema gerador fosse concretizado.

Os dados obtidos nas subcategorias "Interpretação dos problemas geradores" e "Conteúdos anteriores" condizem com os resultados apresentados pelo SAEB 2017, no que diz respeito ao nível insuficiente de conhecimento matemático, pois, os estudantes participantes da nossa pesquisa apresentaram, no 8º ano, dificuldades básicas de interpretação dos problemas e defasagem de conteúdos anteriores, o que impossibilita a sua resolução, caso, não sejam superadas, e mais, grave ainda, restringe o aprendizado dos conteúdos novos.

Claro que a interpretação dos problemas geradores e os conteúdos anteriores foram dificuldades encontradas na implementação da MEAA-RP, mas, diante do atual cenário em que a maioria dos estudantes não possuem proficiência matemática adequada ao ano escolar em que se encontram (dado comprovado pelo SAEB 2017), são necessárias estratégias, ações, metodologias que auxiliem na recuperação dos conteúdos anteriores que os estudantes não sabem.

Devido a esse fato, temos que a quantidade de aulas que foram necessárias para o desenvolvimento do roteiro de ensino parecem, à princípio, um número alto, no entanto, durante todo o desenvolvimento da metodologia foram abordados conteúdos anteriores conforme relatado em 5.1.4, logo, foi realizada uma revisão dos conteúdos defasados do 6º, 7º e 8º anos e ainda abordado os conteúdos novos previstos.

Nesse sentido, a MEAA-RP mostrou-se uma metodologia potencialmente rica que possibilitou a retomada dos conteúdos anteriores aplicados aos problemas geradores, diante da necessidade para resolver o problema e obter a abordagem de conhecimentos novos.

A análise trouxe à luz que a busca pela superação das dificuldades relatadas causou amadurecimento, aprendizagem, mudança de postura tanto pela professora-pesquisadora quanto pelos estudantes.

As dificuldades não ofuscaram as contribuições, as quais foram muitas e significativas, representadas pelas subcategorias: "Estudante ativo e participativo", "Professor questionador", "Valorização da produção dos estudantes" e "Aprendizagem do conteúdo polinômios".

Os estudantes mostraram-se ativos e participativos durante a implementação do roteiro de ensino, agiram com iniciativa, interesse, saíram da zona de conforto, enfrentaram o desconhecido em busca da resolução dos problemas geradores. Expuseram e defenderam seus raciocínios, explicaram, justificaram, pensaram, refletiram em busca de compreender o que fazer e o que fizeram, compreenderam os acertos e erros e o porquê dos erros. Foram os autores da sua caminhada pelo conhecimento, guiados pelo roteiro de ensino e pela professora.

A subcategoria "Estudante ativo e participativo" provou que a MEAA-RP é uma metodologia capaz de desenvolver o letramento matemático nos estudantes, que segundo a BNCC é o compromisso da Educação Básica com o Ensino Fundamental, já que ele consiste nas "competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (BRASIL, 2017, p. 264).

Os estudantes agiram ativamente no processo de ensino-aprendizagem, guiados pelas fases da MEAA-RP com mediação da professora, a qual foi a ponte entre a metodologia e a ação dos estudantes.

A MEAA-RP exigiu, para sua implementação, um professor observador, interventor, questionador, incentivador, mediador. O papel do professor foi uma contribuição muito significativa revelada pela análise dos dados, pois, o professor se liberta de ser o transmissor dos conteúdos matemáticos, adotando a postura de professor questionador, e, em contrapartida, obtém estudantes ativos e participativos. Com isso, os estudantes se libertam de seres passivos no processo de ensino-aprendizagem, o que confirma que é a metodologia que define a ação do professor e do estudante nesse processo.

A metodologia também contribuiu fortemente para que a produção dos estudantes fosse valorizada, seus pensamentos, suas estratégias, ideias para que o consenso fosse estabelecido em relação às resoluções realizadas.

O desenvolvimento dos pensamentos matemáticos foi analisado em conjunto com a turma, reconhecendo a importância do processo sobre o produto final para a aprendizagem. Todos os estudantes tiveram vez e voz e todo o processo, desde a leitura, interpretação, resolução até a formalização partiu da produção dos estudantes para compreender os erros, aprimorar os métodos e formalizar o conteúdo matemático, o que vem ao encontro do que o Referencial Curricular do Paraná pressupõe de que os conteúdos matemáticos devem ser abordados a partir das experiências e conhecimentos que os estudantes possuem (PARANÁ, 2018).

Diante de todo o exposto, podemos afirmar que a MEAA-RP contribui para o desenvolvimento da “capacidade de investigação, leitura, interpretação, comunicação, comparação, análise, síntese e generalização; o desenvolvimento de hipóteses e de estratégias de solução, de verificação, de argumentação e de representações” (PARANÁ, 2018, p. 811), previstos pelo Referencial Curricular do Paraná para que ocorra no ensino da matemática.

E a aprendizagem do conteúdo “Operações de polinômios”? As avaliações contínuas e a avaliação pontual demostraram que houve aprendizado das operações de polinômios pela maioria dos estudantes, mesmo que eles não tenham gabaritado a avaliação pontual, o que é normal, mas, demonstraram reconhecer os polinômios e suas operações e como realiza-las.

Respondemos assim, a pergunta da presente pesquisa “Quais as contribuições e dificuldades encontradas na implementação de um roteiro de ensino utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aplicada ao conteúdo “polinômios”, no 8º ano do Ensino Fundamental?” e confirmamos a hipótese de que a MEAA-RP contribui significativamente para a aprendizagem matemática dos estudantes, foi satisfatoriamente aceita por eles, mostrou-se viável e eficaz na turma pesquisada.

Obtivemos, no decorrer da realização desse trabalho, aprofundamento teórico e prático sobre a metodologia de ensino Resolução de Problemas, e, consequentemente, aperfeiçoamento da prática pedagógica.

Utilizaremos os conhecimentos obtidos em prol da aprendizagem matemática dos estudantes, olhando para a MEAA-RP dentro de uma perspectiva de diversificar as tarefas e as estratégias usadas em sala de aula. Acreditamos que o uso de metodologias que possibilitam o estudante protagonizar seu aprendizado num papel ativo, como é o caso da MEAA-RP, devem ser utilizadas com maior frequência nas salas de aulas brasileiras. Além disso, recomendamos o seu uso, por verificar nessa pesquisa o quanto ela é potencialmente rica tanto para o ensino quanto para a aprendizagem matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, N. S; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHI et al. **Resolução de Problemas: teoria e prática**. São Paulo: Paco editorial, 2014. p. 35-52.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS. M. J. **Praticando Matemática 7**. 4. ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

AZEVEDO, E. Q. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas.** Rio Claro, SP, 2002. 172 f. Dissertação (mestrado) Universidade Estadual Paulista.

BARBOSA, W. et al. **Metodologia de Pesquisa**: Educação Matemática. Manaus/AM: UEA, 2008. Disponível em https://pt.slideshare.net/cursoraizes/metodologia-da-pesquisa-8309769. Acesso em 26 de julho de 2018.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução L. A. Rego; A. Pinheiro. 3ª reimp. da 1ª ed. de 2016. São Paulo: Edições 70, 2016.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini, 8º ano**. São Paulo: Moderna, 2015.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

BORBA, M. A pesquisa qualitativa em Educação Matemática. In: **ANAIS DA 27ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED**. Caxambu, 2004.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. Ministério da educação. Secretaria da educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Ensino de 5ª a 8ª séries. Brasília/DF: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema de avaliação da Educação Básica**, **evidências da edição 2017**. Brasília: INEP/MEC, 2018. Disponível em: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=15&ved=2ahUKEwjCrIjX0_bkAhVxG7kGHRn_AtkQFjAOegQIBxAC&url=http%3A%2F%2Fportal.mec.gov.br%2Findex.php%3Foption%3Dcom_docman%26view%3Ddownload%26alias%3D94161-saeb-2017-versao-ministro-revfinal%26category_slug%3Dagosto-2018-pdf%26Itemid%3D30192&usg=AOvVaw3fH-hdOoZMZe-YChNLufFb. Acesso em 29 de setembro de 2019.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 6 ed. Lisboa: Gradiva, 2005.

DANTE, L. R. **Contexto & aplicações, volume I**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: matemática: ensino fundamental 2, 8º ano**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2015.

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E POLINÔMIOS, **Portal da matemática.** Disponível em: <https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=13>. Acesso em: 13 de março de 2018.

FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação**. Campinas, SP, 1994. 425 f. Tese (Doutorado) Universidade Federal de Campinas.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar, 6: complexos, polinômios, equações**. 7ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, E. L. **Curso de análise**. v.1. 12. ed. Rio de Janeiro: Associação Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2010.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. V. **Fundamentos de metodologia científica**. 5ª ed., São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MORAIS, ONUCHIC. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Paco editorial, Jundiaí, 2014.

MUNIZ NETO, A. C. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, v.20, n.1, Passo Fundo, RS, p. 88-104, jan/jun. 2012.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa Em Resolução de Problemas: Caminhos, Avanços e Novas Perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98. 2011.

PARANÁ. **Cadernos de Expectativas de Aprendizagem**. Curitiba: SEED – PR, 2012.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares de Matemática, para as séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio**. Curitiba: SEED – PR, 2010.

PARANÁ. **Referencial Curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações**. Curitiba: SEED – PR, 2018.

PEREIRA, M. **O ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas no 3º ciclo do ensino fundamental.** Rio Claro, SP, 2004. 254 f. Dissertação (mestrado) Universidade Estadual Paulista.

PRADO, M. A. **O Ensino- Aprendizagem-Avaliação do Teorema de Tales através da Resolução de Problemas.** São Paulo, SP, 2010. 186 f. Dissertação (mestrado) Universidade Cruzeiro do Sul.

PROJETO ARARIBÁ. **Projeto Araribá Matemática, 8º ano**. 4. Ed. São Paulo: Moderna, 2014.

PUTI, T. C. **A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais**. Rio Claro, SP, 2011. 244 f. Dissertação (mestrado) Universidade Estadual Paulista.

SILVEIRA, E. **Matemática: compreensão e prática**, **8º ano**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SILVEIRA, T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: GERHARDT, T. E.; SILVERIA, D. T. (Orgs). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de Saber Matemática**, **7º ano**. 2. Ed. São Paulo: FTD, 2012.

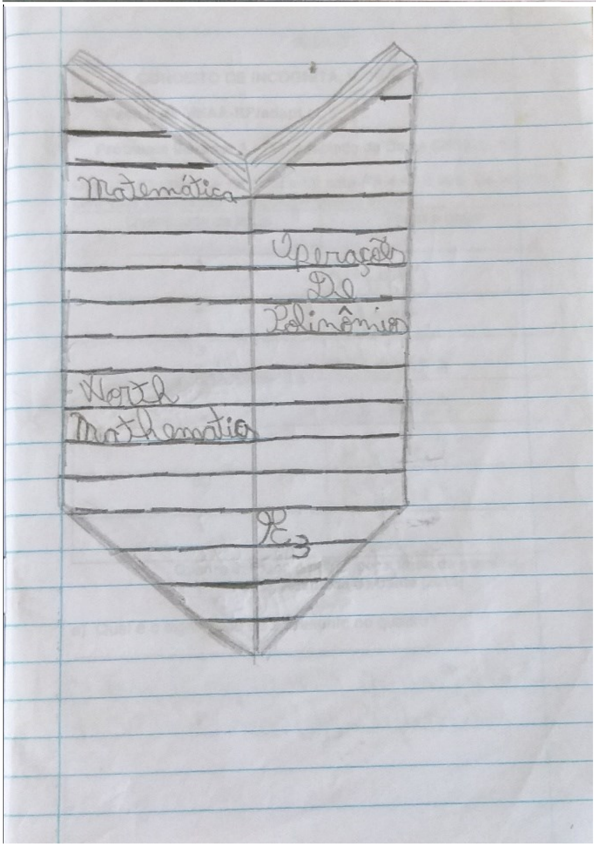
TRENTO, A. C.; COLOMBO, J A. A. Panorama das pesquisas brasileiras sobre a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas com olhar especial para os anos finais do ensino fundamental. **VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA**. Canoas: 2017

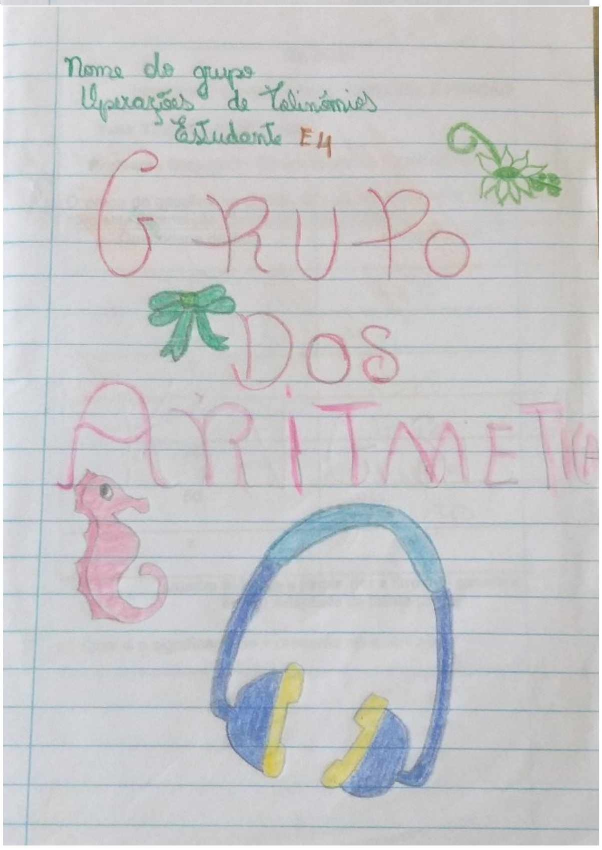
APÊNDICES

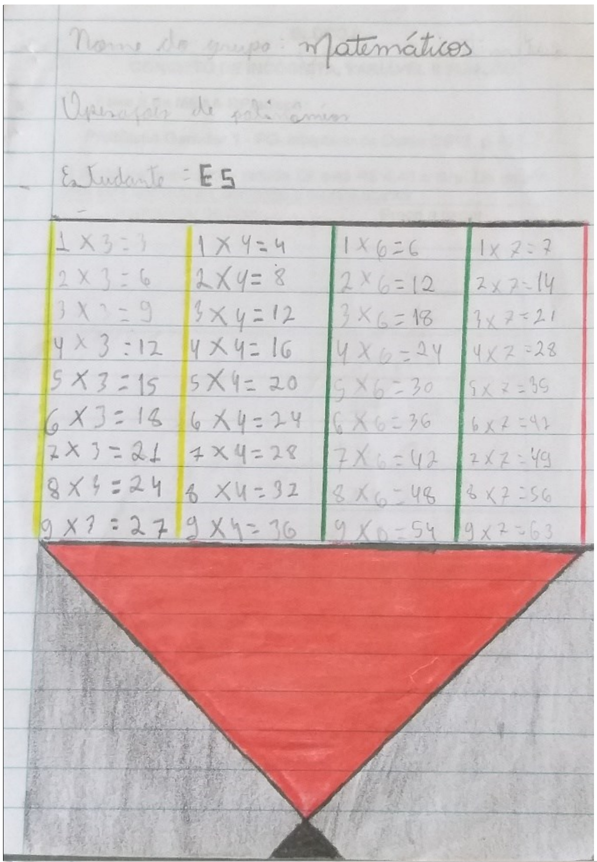
APÊNDICE A – MODELO TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS

BLOCO I
Fase II
V001 21/08
Áudio ruim, não foi possível transcrever, pois, as gravações estavam em teste e ficaram muito ruins.
Fase II
V002 24/08
P: Já vamos analisar se vai aparecer diferenças nas respostas. Se aparecer alguma diferença é porque a gente vai ter que verificar o que aconteceu
(...)
E3: Ali tem uma diferença
P: Já apareceu uma
(...)
E2: Tá errado aqui então?
P: Você deixou em branco ali?
E2: Sim.
P: Então, faz uma linha pra gente saber que está em branco... (em correspondência com o x da tabela do problema gerador 1, alguns membros do mesmo grupo colocaram o zero e o E2: Deixou em branco)
E4: É nada E2 é zero ali. Você não fez assim, que nem eu e a E8?
E2: Zero, o que adianta zero.
(...)
P: Isso.
(...)
V003 24/08
(...)
P: Letra c)
(...)
P: Essa questão aqui, eu já observei que alguns grupos vão ter que acrescentar respostas.
(...)
P: Vamos analisar resposta por resposta. É... Qual é o preço a pagar por x litros de gasolina comprados? x vezes 4,43 igual a x. Concordo com isso. Concordo que o preço a pagar seja x vezes 4,43. A gente já tinha discutido isso, né?
T: Sim
P: Porque ai o que acontece, eu não sei quantos litros, mas eu sei que eu vou ter que multiplicar por 4,43. O que eu discordo é desse pedacinho aqui. Porque, quando eu utilizo a mesma letra quer dizer que é o mesmo valor. Então, se aqui fosse 50 litros, quer dizer que 50 vezes 4,43 é igual a 50.
E9: E se colocasse y?
P: Isto. Então, interessante seria trocar esse x aqui por uma outra letra. Então o grupo Worth Mathematics só faz isso, organiza aqui então.
(...)
P: Que letra vocês trocaram
E3: Pode ser y.
P: Agora ok.
(...)
P: Continuando. Essa resposta, "não sei porque o x não diz o valor exato". Ok. Eu concordo com isso, só que a pergunta diz assim, qual é o valor x a pagar por, a gente discutiu que a gente pode deixar indicado esse valor... É ou não é? então, esse grupo ... só acrescenta, acrescenta o que? essa resposta aqui. Porque o preço a pagar é o que? Fazer x vezes. 4,43. Esse y aqui significa, para o E9 e o E3 significa preço?
E9: E, E3 preço a pagar.
P: Vou deixar indicado aqui.
(...)
P: Então eles estão dizendo assim, o preço a pagar é calculado fazendo essa conta aqui, ok? Grupo dos Kings: "se eu soubesse o valor do x, eu já conseguia o valor do x." Eu entendi o que eles quiseram dizer. Eles quiseram dizer que se eu soubesse o valor do x, a gente conseguiria calcular. Porém, acrescenta essa resposta aqui também.... E, último: "o valor a pagar por x litros é 332,25, porque, como o x dessa questão é variável, eu escolhi que o x é 75 litros". Então, o E1 escolheu 75 litros e calculou, tá. ... Então pra ele também só falta acrescentar aquela resposta. Todas estão com lógica, todas tem tudo a ver, mas completando a resposta, é com essa resposta do grupo do E3.
E5: Parabéns, parabéns...
P: Entenderam porquê? Sim ou não.
E9: Sim
P: Vamos lá! letra d) Do que depende o preço total a pagar? "a quantidade de litros de gasolina". O preço total a pagar depende da quantidade de litros de gasolina?
E3: Sim
E9: Depende
P: Obviamente. Então essa aqui ok. "Precisa de uma conta e com um resultado terá a resposta." Concordo, só que... concordo com isso, mas essa conta vai envolver o que?
E5: x
P: E o x significa o que?
T: A quantidade de litros
P: A quantidade de litros. Então esse grupo aqui, acrescenta.
E10: Oh, professora,
P: Fala E10
E10: Eu fiz diferente
P: Lê pra nós então
E10: Precisa de uma conta e nessa conta vai precisar dos valores que foi multiplicado. (...)

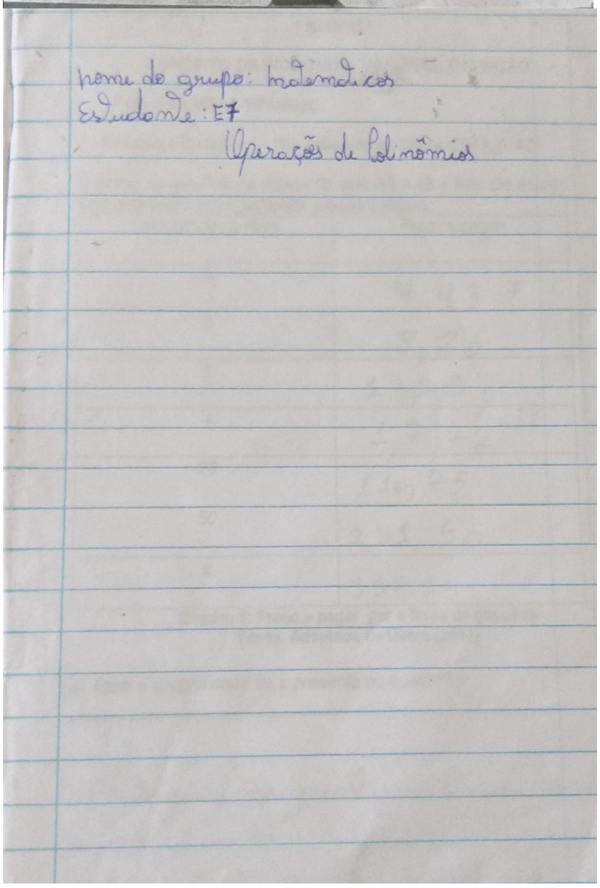
APÊNDICE B – ABERTURA DOS 10 "CADERNINHOS"

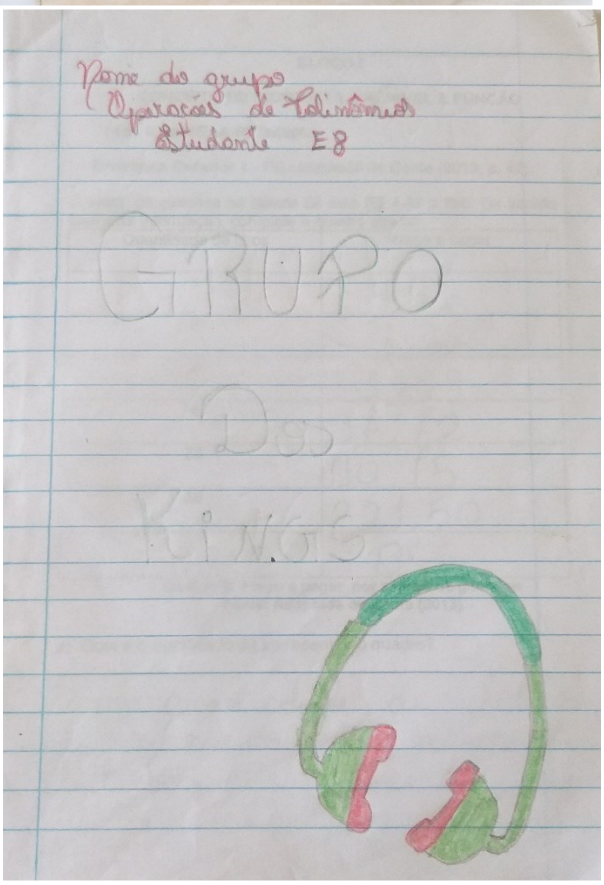


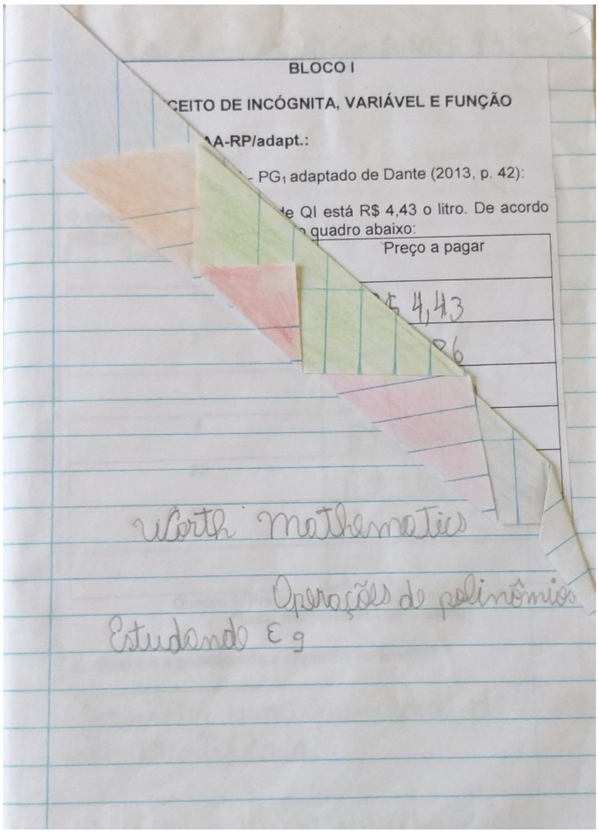


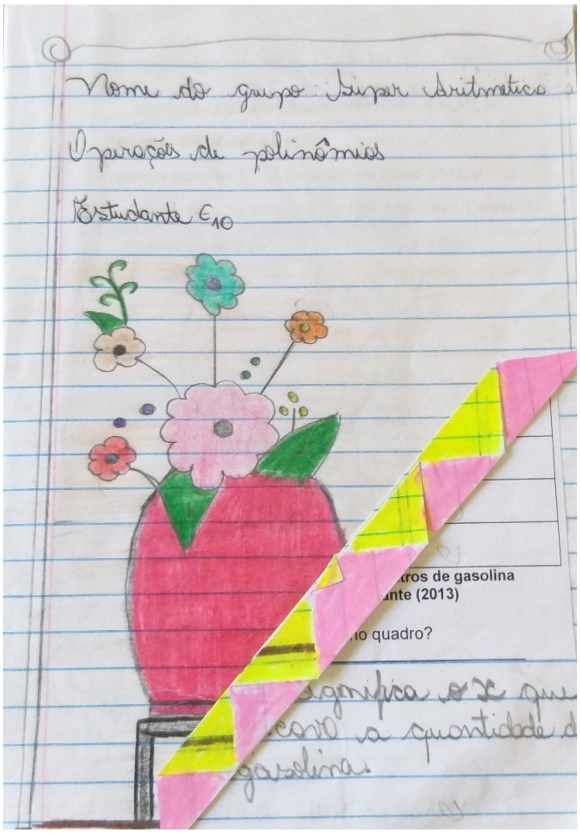

Nome do grupo: Matemáticos
Operações de polinômios
Estudante : E5
1 X 3 = 3 | 1 X 4 = 4 | 1 X 6 = 6 | 1 x 7 = 7
2 X 3 = 6 | 2 X 4 = 8 | 2 X 6 = 12 | 2 x 7 = 14
3 X 3 = 9 | 3 X 4 = 12 | 3 X 6 = 18 | 3 x 7 = 21
4 X 3 = 12 | 4 X 4 = 16 | 4 X 6 = 24 | 4 x 7 = 28
5 X 3 = 15 | 5 X 4 = 20 | 5 X 6 = 30 | 5 x 7 = 35
6 X 3 = 18 | 6 X 4 = 24 | 6 X 6 = 36 | 6 x 7 = 42
7 X 3 = 21 | 7 X 4 = 28 | 7 X 6 = 42 | 7 x 7 = 49
8 X 3 = 24 | 8 X 4 = 32 | 8 X 6 = 48 | 8 x 7 = 56
9 X 3 = 27 | 9 X 4 = 36 | 9 X 6 = 54 | 9 x 7 = 63


nome do grupo: super aritmética
Operações de polinômios
Estudante e 06

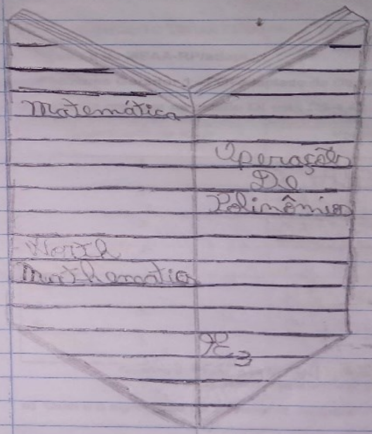

nome do grupo: matemáticos
Estudante: E7
Operações de Polinômios


Nome do grupo
Operações de Polinômios
Estudante E8
GRUPO
DOS
KINGS


BLOCO I
CEITO DE INCÓGNITA, VARIÁVEL E FUNÇÃO
AA-RP/adapt.:
PG$_1$ adaptado de Dante (2013, p. 42):
de QI está R$ 4,43 o litro. De acordo
quadro abaixo:
Preço a pagar
4,43
Worth Mathematics
Operações de polinômios
Estudande ε_9


Nome do grupo: Super Aritmética
Operações de polinômios
Estudante ε_{10}
tros de gasolina
nte (2013)
o quadro?
significa o x que
como a quantidade d
gasolina.

APÊNDICE C – "CADERNINHO" COMPLETO



BLOCO I

CONCEITO DE INCÓGNITA, VARIÁVEL E FUNÇÃO

Fase II da MEAA-RP/adapt.:

Problema Gerador 1 - PG_1 adaptado de Dante (2013, p. 42):

O preço da gasolina na cidade QI está R$ 4,43 o litro. De acordo com esta informação, complete o quadro abaixo:

Quantidade de litros	Preço a pagar
1	R$ 4,43
2	R$ 8,86
3	R$ 13,29
4	R$ 17,72
25	R$ 110,75
50	R$ 221,50
x	R$ X

Quadro 9: Preço a pagar por x litros de gasolina
Fonte: Adaptada de Dante (2013)

a) Qual é o significado de x presente no quadro?

Significa uma quantidade de litros não identificado

b) x é um valor fixo ou um valor variável? Por quê?

Variável. Porque ele pode ser qualquer número.

c) Qual é o preço a pagar por x litros de gasolina comprados?

R.4,43.X

d) Do que depende o preço total a pagar?

A quantidade de litros de gasolina.

e) Para cada quantidade x de litros de gasolina comprados, existirá um único valor a pagar? Por quê?

Sim. Porque cada litro de gasolina corresponde a um valor.

f) Chamando de P o preço a pagar, o que significa $P(x) = 4,43 . x$?

O preço da gasolina vezes a quantidade de litros de gasolina.

g) Se o preço a pagar for R$ 44,30, qual será o valor x de litros de gasolina comprados?

X = 10 L.

h) Se o preço a pagar for R$ 44,30, o valor de x será único? Por quê?

Sim. Porque R$ 44,30 de gasolina não irá mudar a quantidade se o preço continuar o mesmo.

i) Nos itens a), b) e c) x é uma variável. O que significa dizer que x é variável?

Significa que ele pode mudar sua quantidade.

j) Nos itens g) e h), x assume o papel de incógnita. Qual é a diferença entre x variável e x incógnita?

Que variável pode mudar e incógnita não pode mudar.

k) Então: o que é variável e o que é incógnita?

Que variável pode mudar e incógnita não pode mudar.

l) Nos itens d), e) e f) estamos tratando das ideias relacionadas a função e de uma notação utilizada para funções. De acordo com suas respostas, o que será que é função?

Função é uma quantidade de litros de gasolina e seu valor.

24/08

Fase III

③ $x \cdot 4,43 = 4,43 \cdot x$

c, $X \cdot 4,43 = Y$

f, O preço a pagar por x litros de gasolina é o preço vezes a quantidade de litros de gasolina.

28/8 Fase IV:

Variável: São representadas por letras ou símbolos em expressões algébricas ou funções. São valores que variam e expressam dependência entre grandezas.

No caso de $P(x) = 4,43x$, temos duas variáveis: P e x, onde P depende de x, por isso, P é a variável dependente e x variável independente. Como vimos $P(x) = 4,43x$ é uma função.

Incógnita: também é representada por letras ou símbolos, porém, estão presentes nas equações. A incógnita é ou são, a raiz ou raízes das equações.

Obs: Raiz é o valor que torna a equação verdadeira.

No caso de $44,30 = 4,43 \cdot X$, x é incógnita desta equação e $x = 10$, ou seja, 10 é raiz dessa equação.

Há equações com mais de uma raiz.

Exemplo: $x^2 = 100$

$x = 10$, pois, $10 \times 10 = 100$
$x = -10$, pois, $-10 \cdot -10 = 100$

Essa equação possui 2 raízes, $x = 10$ ou $x = -10$.

Função: Ela é definida por três elementos: seja a função $f: A \to B$.

1º Domínio, neste caso é A, onde a função é definida.

2º Contradomínio, neste caso, B, que contém as imagens da função (valores da função).

3º Uma regra que associa a cada valor do domínio A, um único valor no contradomínio B.

No caso PG_1:

$f: A \to B$

1º o domínio A é formado pelos valores de x.

2º o contradomínio B contém os valores de P.

3º A regra é $P(x) = 4,43x$ que a cada valor de x associa-se um único valor de P.

Fase V:

08

BLOCO I

CONCEITO DE INCÓGNITA, VARIÁVEL E FUNÇÃO

Fase V da MEAA-RP/adapt.: Problemas complementares

C1 - (adaptado ANDRINI e VASCONCELLOS, 2015, p. 203):

Observe a sequência de figuras abaixo:

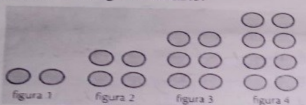


Figura 3 – Sequência de figuras
Fonte: Andrini e Vasconcellos (2015, p. 203)

a) Quantas bolinhas terá a figura 5?

b) Quantas bolinhas terá a figura 6?

c) Qual é a relação entre a quantidade de bolinhas e a posição da figura?

d) Qual é o número de bolinhas da figura de posição p?

e) Chamando de n o número de bolinhas da figura de posição p, o que significa a relação $n = 2p$?

f) Utilize $n = 2p$, para calcular quantas bolinhas terá a figura de posição 100.

g) Utilize $n = 2p$ para calcular qual é a posição da figura que possui 100 bolinhas.

h) Qual foi a diferença no uso de $n = 2p$ para resolver as questões f) e g)?

i) Em qual delas, f) ou g), p atuou como incógnita? Porquê?

a, Terá 10 bolinhas.

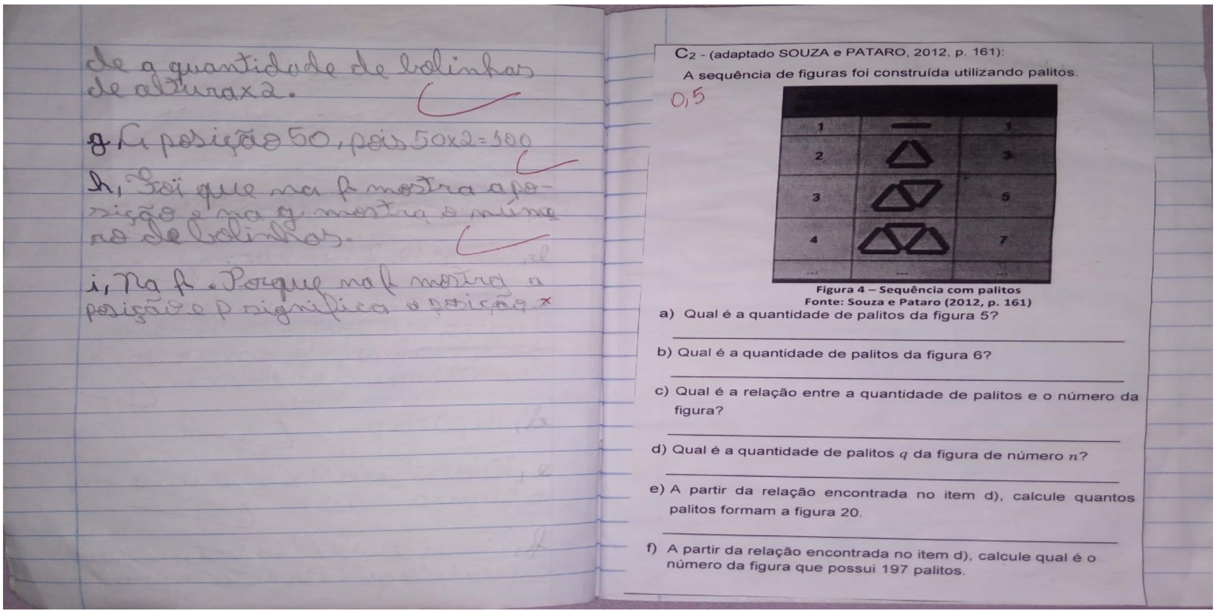
b, Terá 12 bolinhas.

c, Conforme o número da figura é o tanto de linhas de bolinhas x 2 que será a quantidade de bolinhas

d, $n(p) = 2p$

e, Significa 2x a posição que a figura está.

f, Terá 200 bolinhas, porque a posição que ela está correspon


de a quantidade de bolinhas de altura x 2.

g, A posição 50, pois 50x2=100

h, Foi que na f mostra a posição e na g mostra o número de bolinhas.

i, Na f. Porque na f mostra a posição e f significa a posição ✗

C2 - (adaptado SOUZA e PATARO, 2012, p. 161):

A sequência de figuras foi construída utilizando palitos.

0,5

1		1
2		3
3		5
4		7
...	...	...

Figura 4 – Sequência com palitos
Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 161)

a) Qual é a quantidade de palitos da figura 5?

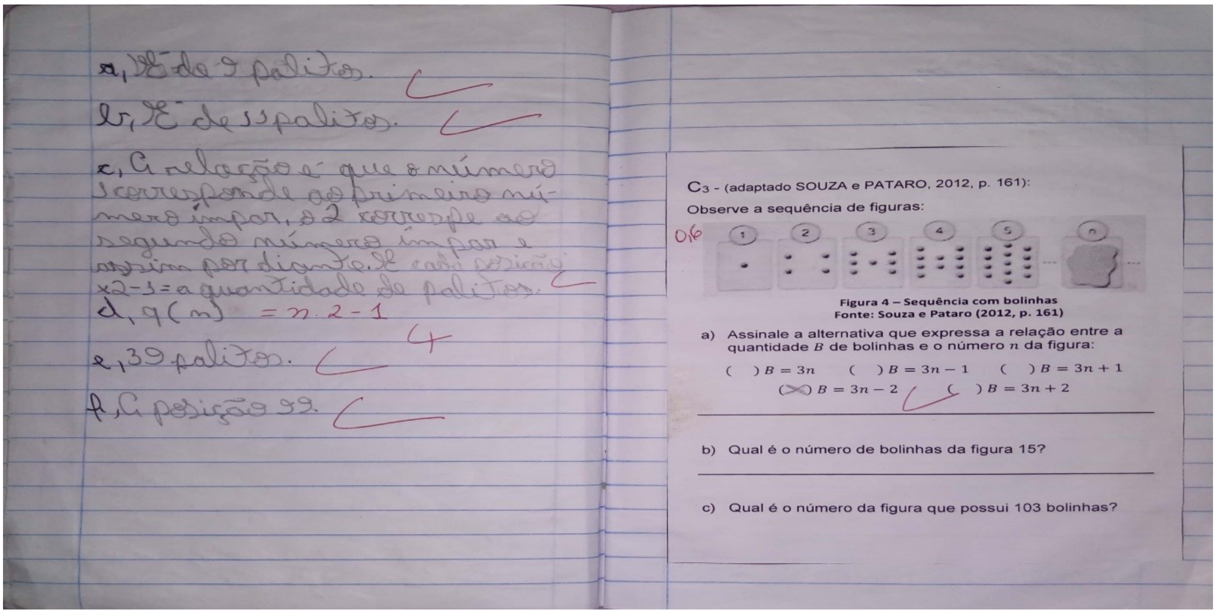
b) Qual é a quantidade de palitos da figura 6?

c) Qual é a relação entre a quantidade de palitos e o número da figura?

d) Qual é a quantidade de palitos q da figura de número n?

e) A partir da relação encontrada no item d), calcule quantos palitos formam a figura 20.

f) A partir da relação encontrada no item d), calcule qual é o número da figura que possui 197 palitos.


a, É de 9 palitos.

b, É de 11 palitos.

c, A relação é que o número 1 corresponde ao primeiro número ímpar, o 2 correspde ao segundo número ímpar e assim por diante. E cada posição x2-1 = a quantidade de palitos.

d, q(n) = n.2-1

4

e, 39 palitos.

f, A posição 99.

C3 - (adaptado SOUZA e PATARO, 2012, p. 161):

Observe a sequência de figuras:

0,6

1 2 3 4 5 ... n ...

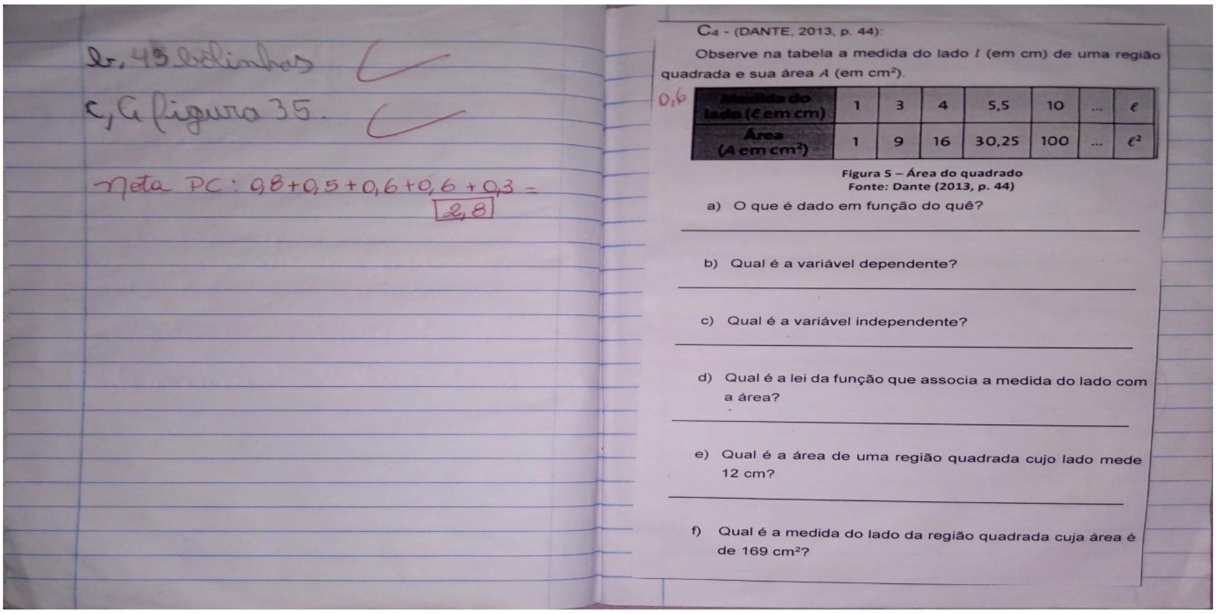
Figura 4 – Sequência com bolinhas
Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 161)

a) Assinale a alternativa que expressa a relação entre a quantidade B de bolinhas e o número n da figura:

( ) $B = 3n$ ( ) $B = 3n - 1$ ( ) $B = 3n + 1$ (X) $B = 3n - 2$ ( ) $B = 3n + 2$

b) Qual é o número de bolinhas da figura 15?

c) Qual é o número da figura que possui 103 bolinhas?


b, 43 bolinhas

c, A figura 35.

Nota PC: 0,8+0,5+0,6+0,6+0,3 = $\boxed{2,8}$

C4 - (DANTE, 2013, p. 44):

Observe na tabela a medida do lado l (em cm) de uma região quadrada e sua área A (em cm²).

0,6

Medida do lado (ℓ em cm)	1	3	4	5,5	10	...	ℓ
Área (A em cm²)	1	9	16	30,25	100	...	ℓ^2

Figura 5 – Área do quadrado
Fonte: Dante (2013, p. 44)

a) O que é dado em função do quê?

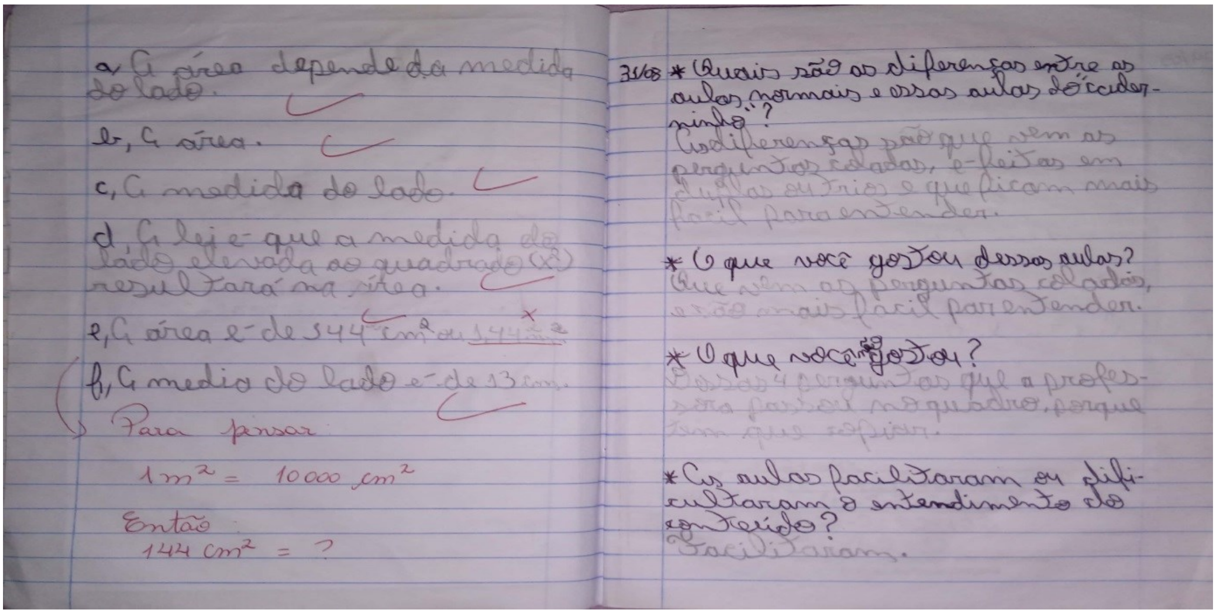
b) Qual é a variável dependente?

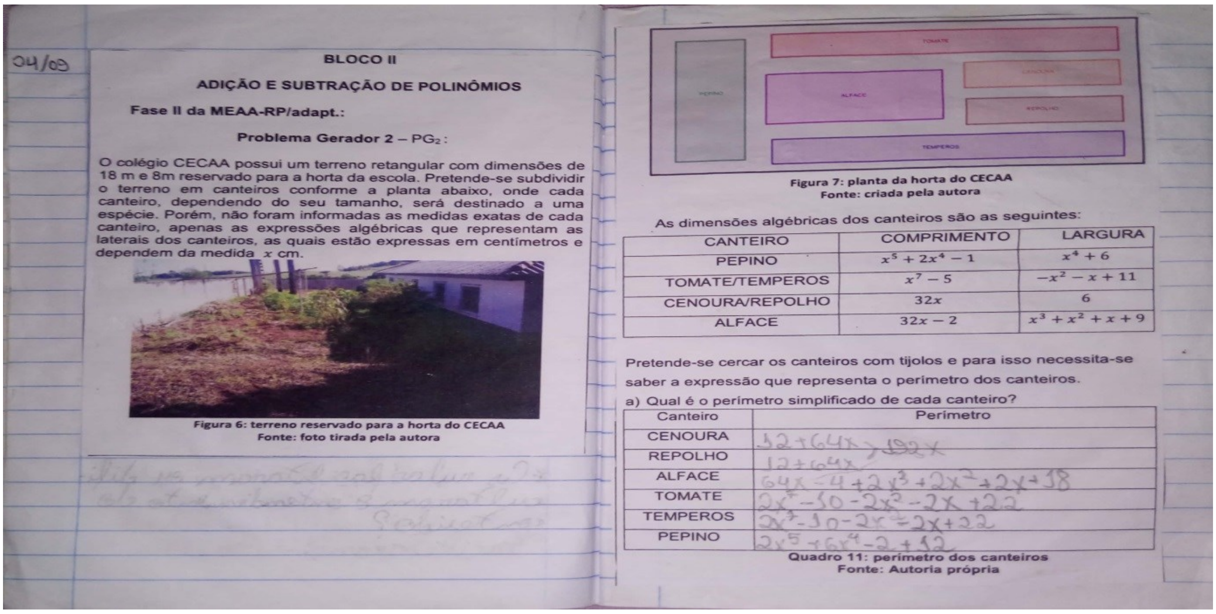
c) Qual é a variável independente?

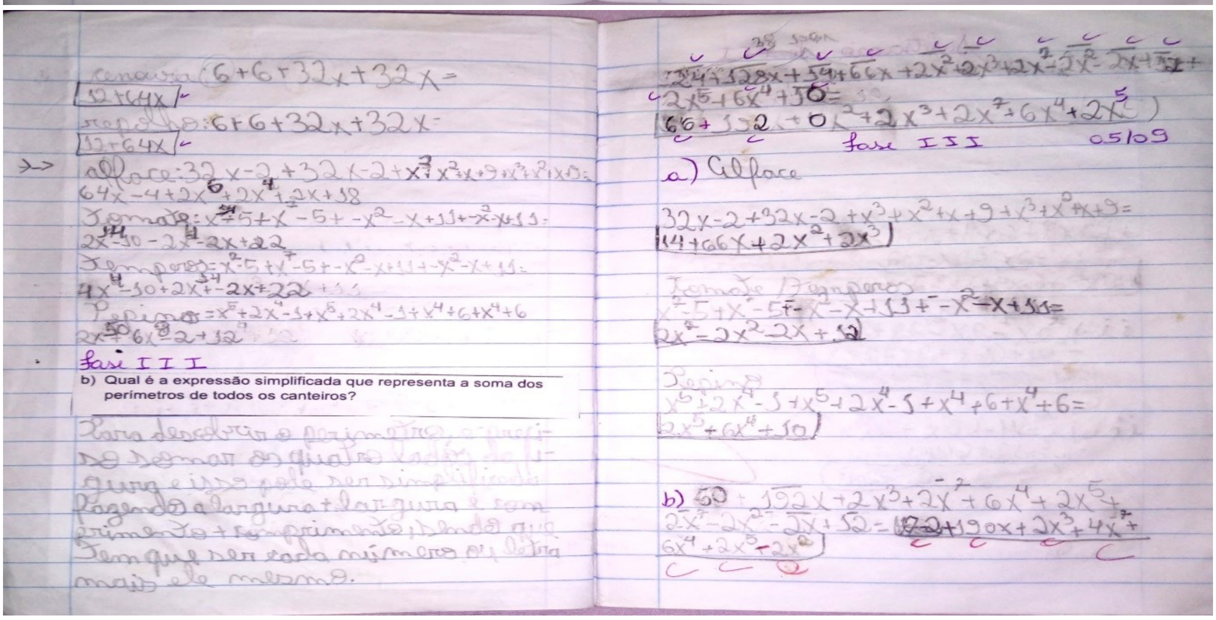
d) Qual é a lei da função que associa a medida do lado com a área?

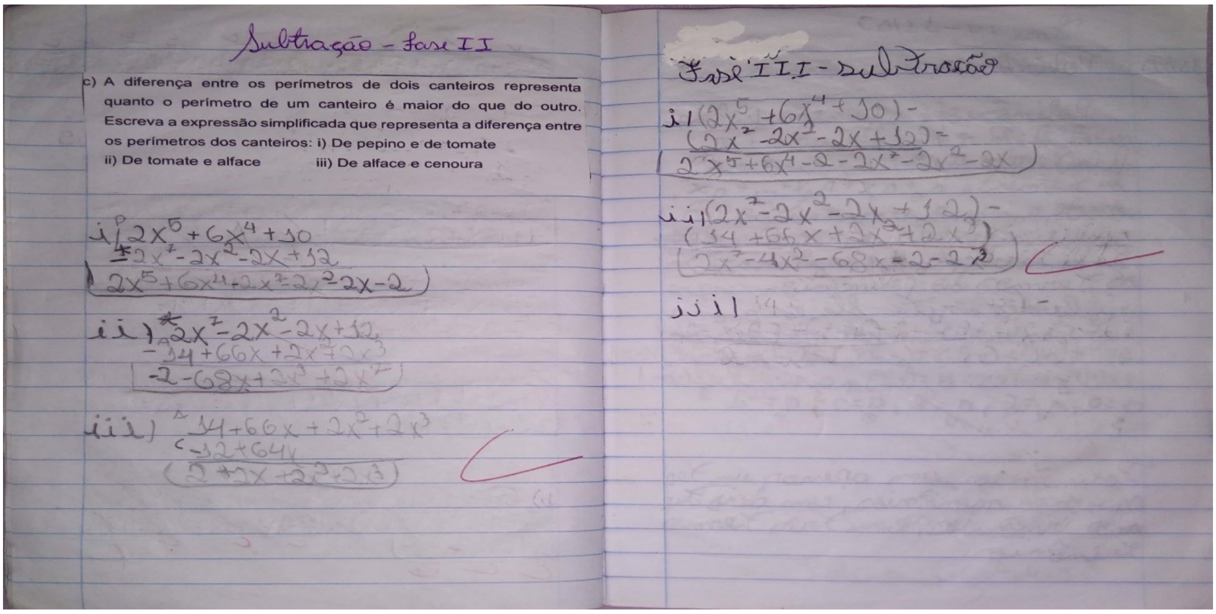
e) Qual é a área de uma região quadrada cujo lado mede 12 cm?

f) Qual é a medida do lado da região quadrada cuja área é de 169 cm²?


a. A área depende da medida do lado.
b. A área.
c. A medida do lado.
d. A lei é que a medida do lado elevada ao quadrado (x²) resultará na área.
e. A área é de 144 cm² ou 1,44 m²
f. A medida do lado é de 12 cm.
Para pensar
1m² = 10 000 cm²
Então
144 cm² = ?
31/08 * Quais são as diferenças entre as aulas normais e essas aulas do "caderninho"?
As diferenças são que vem as perguntas coladas, e feitas em duplas ou trios e que ficam mais fácil para entender.
* O que você gostou dessas aulas?
Que vem as perguntas coladas, e são mais fácil para entender.
* O que você não gostou?
Dessas 4 perguntas que a professora passou no quadro, porque tem que copiar.
* As aulas facilitaram ou dificultaram o entendimento do conteúdo?
Facilitaram.


04/09
BLOCO II
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE POLINÔMIOS
Fase II da MEAA-RP/adapt.:
Problema Gerador 2 – PG2:
O colégio CECAA possui um terreno retangular com dimensões de 18 m e 8m reservado para a horta da escola. Pretende-se subdividir o terreno em canteiros conforme a planta abaixo, onde cada canteiro, dependendo do seu tamanho, será destinado a uma espécie. Porém, não foram informadas as medidas exatas de cada canteiro, apenas as expressões algébricas que representam as laterais dos canteiros, as quais estão expressas em centímetros e dependem da medida x cm.
Figura 6: terreno reservado para a horta do CECAA
Fonte: foto tirada pela autora
TOMATE
PEPINO
ALFACE
REPOLHO
TEMPEROS
Figura 7: planta da horta do CECAA
Fonte: criada pela autora
As dimensões algébricas dos canteiros são as seguintes:
CANTEIRO | COMPRIMENTO | LARGURA
PEPINO | x⁵ + 2x⁴ − 1 | x⁴ + 6
TOMATE/TEMPEROS | x⁷ − 5 | −x² − x + 11
CENOURA/REPOLHO | 32x | 6
ALFACE | 32x − 2 | x³ + x² + x + 9
Pretende-se cercar os canteiros com tijolos e para isso necessita-se saber a expressão que representa o perímetro dos canteiros.
a) Qual é o perímetro simplificado de cada canteiro?
Canteiro | Perímetro
CENOURA | 12+64x
REPOLHO | 12+64x
ALFACE | 64x−4+2x³+2x²+2x+18
TOMATE | 2x⁷−10−2x²−2x+22
TEMPEROS | 2x⁷−10−2x²−2x+22
PEPINO | 2x⁵+6x⁴−2+12
Quadro 11: perímetro dos canteiros
Fonte: Autoria própria


cenoura: 6+6+32x+32x=
12+64x
repolho: 6+6+32x+32x=
12+64x
alface: 32x−2+32x−2+x³+x²+x+9+x³+x²+x+9=
64x−4+2x⁶+2x⁴+2x+18
Tomate: x⁷−5+x⁷−5+−x²−x+11+−x²−x+11=
2x¹⁴−10−2x⁴−2x+22
Pepino: x⁵+2x⁴−1+x⁵+2x⁴−1+x⁴+6+x⁴+6
fase III
b) Qual é a expressão simplificada que representa a soma dos perímetros de todos os canteiros?
Para descobrir o perímetro, é preciso somar os quatro lados da figura e isso pode ser simplificado fazendo a largura + largura e comprimento + comprimento, lembrando que tem que ser cada número ou letra mais ele mesmo.
fase III 05/09
a) Alface
32x−2+32x−2+x³+x²+x+9+x³+x²+x+9=
14+66x+2x²+2x³
Tomate/Temperos
2x⁷−2x²−2x+12
Pepino
x⁵+2x⁴−1+x⁵+2x⁴−1+x⁴+6+x⁴+6=
2x⁵+6x⁴+10



Subtração - Fase II

c) A diferença entre os perímetros de dois canteiros representa quanto o perímetro de um canteiro é maior do que do outro. Escreva a expressão simplificada que representa a diferença entre os perímetros dos canteiros: i) De pepino e de tomate
ii) De tomate e alface iii) De alface e cenoura

i) $2x^5+6x^4+10$
$-2x^2-2x^2-2x+12$
$2x^5+6x^4-2x^2-2x^2-2x-2$

ii) $2x^2-2x^2-2x+12$
$-34+66x+2x^2+2x^3$
$-2-68x+2x^3+2x^2$

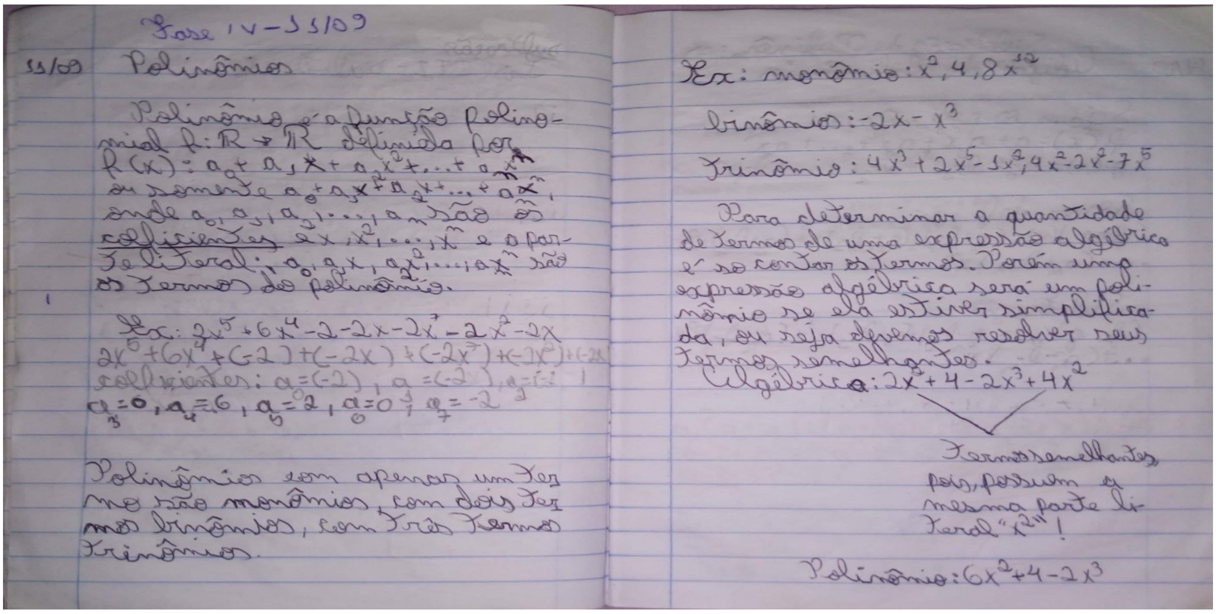
iii) $34+66x+2x^2+2x^3$
$-32+64x$
$2+2x+2x^2+2x^3$

Fase III - subtração

i) $(2x^5+6x^4+10)-$
$(2x^2-2x^2-2x+12)=$
$2x^5+6x^4-2-2x^2-2x^2-2x$

ii) $(2x^2-2x^2-2x+12)-$
$(34+66x+2x^2+2x^3)$
$2x^2-4x^2-68x-2-2x^3$

iii)



Fase IV - 11/09

11/09 Polinômios

Polinômio é a função polinomial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ou somente $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, onde $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ são os coeficientes e $x, x^2, \dots, x^n$ é a parte literal. $a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_nx^n$ são os termos do polinômio.

Ex: $2x^5+6x^4-2-2x-2x^3-2x^2-2x$
$2x^5+6x^4+(-2)+(-2x)+(-2x^3)+(-2x^2)+(-2x)$
coeficientes: $a_0=(-2)$, $a_1=(-2)$, $a_2=(-2)$
$a_3=0$, $a_4=6$, $a_5=2$, $a_6=0$; $a_7=-2$

Polinômios com apenas um termo são monômios, com dois termos binômios, com três termos trinômios.

Ex: monômio: $x^2, 4, 8x^{12}$

binômios: $-2x - x^3$

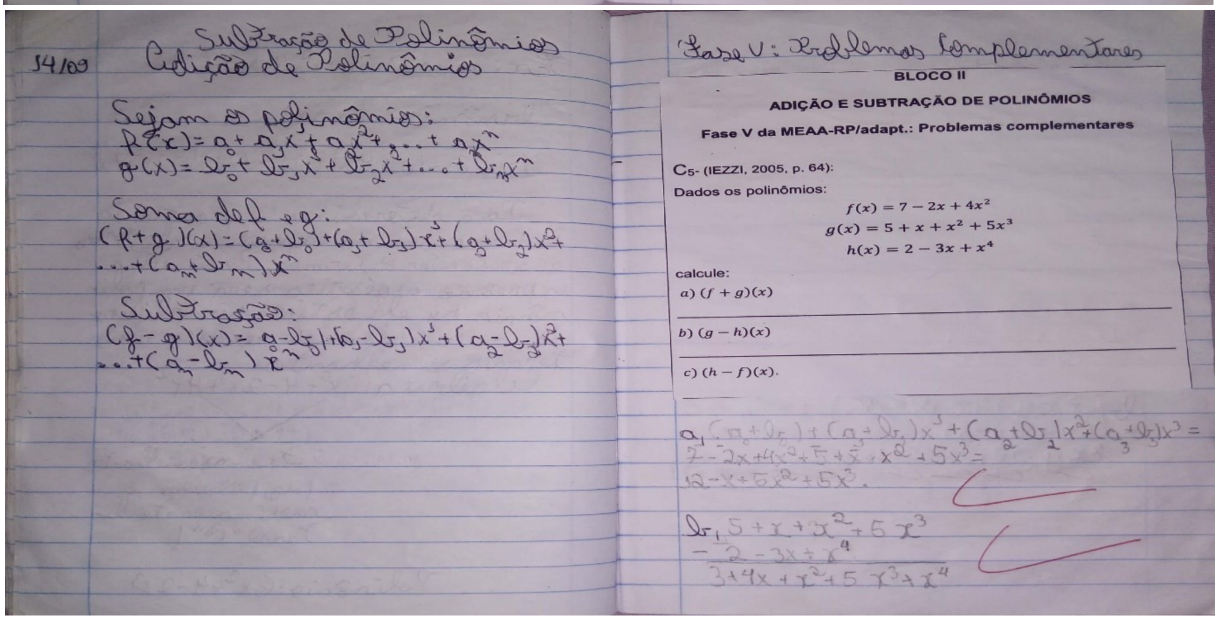
Trinômio: $4x^3+2x^5-1x^2$, $4x^2-2x^2-7x^5$

Para determinar a quantidade de termos de uma expressão algébrica é só contar os termos. Porém uma expressão algébrica será um polinômio se ela estiver simplificada, ou seja devemos resolver seus termos semelhantes.

Algébrica: $2x^2+4-2x^3+4x^2$

Termos semelhantes pois, possuem a mesma parte literal "x^2"!

Polinômio: $6x^2+4-2x^3$



14/09 Subtração de Polinômios
Adição de Polinômios

Sejam os polinômios:
$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_nx^n$
$g(x)=b_0+b_1x+b_2x^2+\dots+b_nx^n$

Soma de f e g:
$(f+g)(x)=(a_0+b_0)+(a_1+b_1)x+(a_2+b_2)x^2+\dots+(a_n+b_n)x^n$

Subtração:
$(f-g)(x)=(a_0-b_0)+(a_1-b_1)x+(a_2-b_2)x^2+\dots+(a_n-b_n)x^n$

Fase V: Problemas Complementares

BLOCO II

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE POLINÔMIOS

Fase V da MEAA-RP/adapt.: Problemas complementares

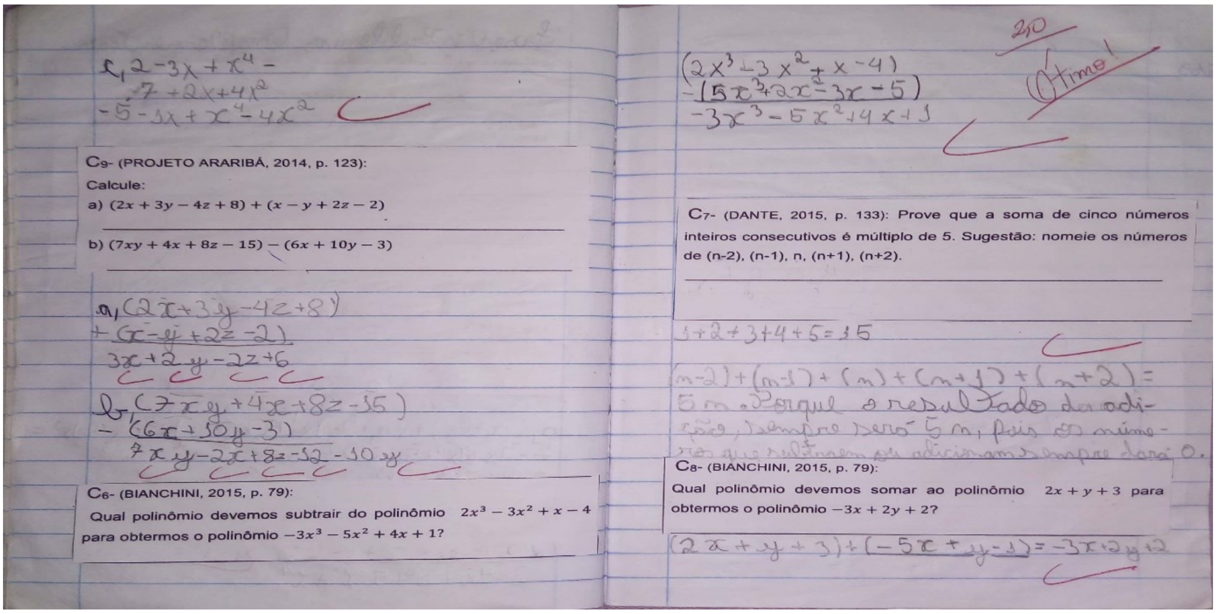
C5- (IEZZI, 2005, p. 64):
Dados os polinômios:

$f(x) = 7 - 2x + 4x^2$
$g(x) = 5 + x + x^2 + 5x^3$
$h(x) = 2 - 3x + x^4$

calcule:
a) $(f+g)(x)$
b) $(g-h)(x)$
c) $(h-f)(x)$.

a) $(a_0+b_0)+(a_1+b_1)x+(a_2+b_2)x^2+(a_3+b_3)x^3=$
$7-2x+4x^2+5+x+x^2+5x^3=$
$12-x+5x^2+5x^3$.

b) $5+x+x^2+5x^3$
$-2-3x+x^4$
$3+4x+x^2+5x^3+x^4$


c, $2 - 3x + x^4 -$
$7 + 2x + 4x^2$
$-5 - 3x + x^4 - 4x^2$

C9- (PROJETO ARARIBÁ, 2014, p. 123):
Calcule:
a) $(2x + 3y - 4z + 8) + (x - y + 2z - 2)$
b) $(7xy + 4x + 8z - 15) - (6x + 10y - 3)$

a, $(2x + 3y - 4z + 8)$
$+ (x - y + 2z - 2)$
$3x + 2y - 2z + 6$

b, $(7xy + 4x + 8z - 15)$
$- (6x + 10y - 3)$
$7xy - 2x + 8z - 12 - 10y$

C6- (BIANCHINI, 2015, p. 79):
Qual polinômio devemos subtrair do polinômio $2x^3 - 3x^2 + x - 4$ para obtermos o polinômio $-3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$?

$(2x^3 - 3x^2 + x - 4)$
$-(5x^3 + 2x^2 - 3x - 5)$
$-3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$

2,0 Ótimo!

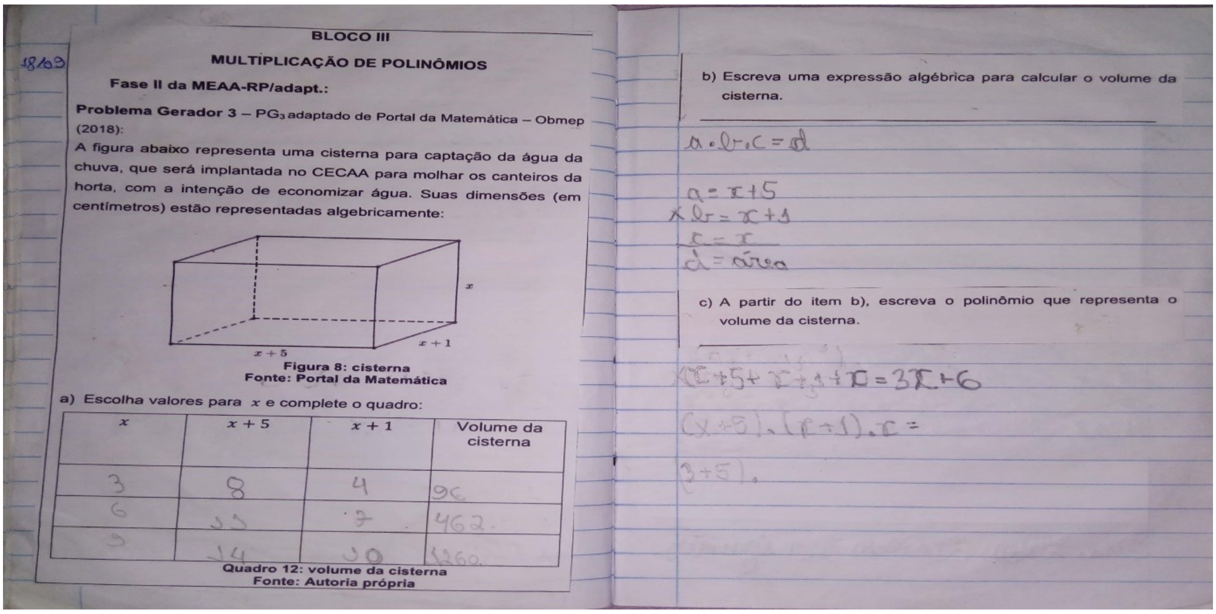
C7- (DANTE, 2015, p. 133): Prove que a soma de cinco números inteiros consecutivos é múltiplo de 5. Sugestão: nomeie os números de (n-2), (n-1), n, (n+1), (n+2).

$1+2+3+4+5=15$

$(n-2)+(n-1)+(n)+(n+1)+(n+2) =$ 5n. Porque o resultado da adição sempre será 5n, pois os números que sobrarem se adicionam sempre dará 0.

C8- (BIANCHINI, 2015, p. 79):
Qual polinômio devemos somar ao polinômio $2x + y + 3$ para obtermos o polinômio $-3x + 2y + 2$?

$(2x + y + 3) + (-5x + y - 1) = -3x + 2y + 2$


18/03

BLOCO III

MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

Fase II da MEAA-RP/adapt.:

Problema Gerador 3 – PG3 adaptado de Portal da Matemática – Obmep (2018):
A figura abaixo representa uma cisterna para captação da água da chuva, que será implantada no CECAA para molhar os canteiros da horta, com a intenção de economizar água. Suas dimensões (em centímetros) estão representadas algebricamente:

x
$x + 1$
$x + 5$

Figura 8: cisterna
Fonte: Portal da Matemática

a) Escolha valores para x e complete o quadro:

x	$x + 5$	$x + 1$	Volume da cisterna
3	8	4	96
6	11	7	462
9	14	10	1260

Quadro 12: volume da cisterna
Fonte: Autoria própria

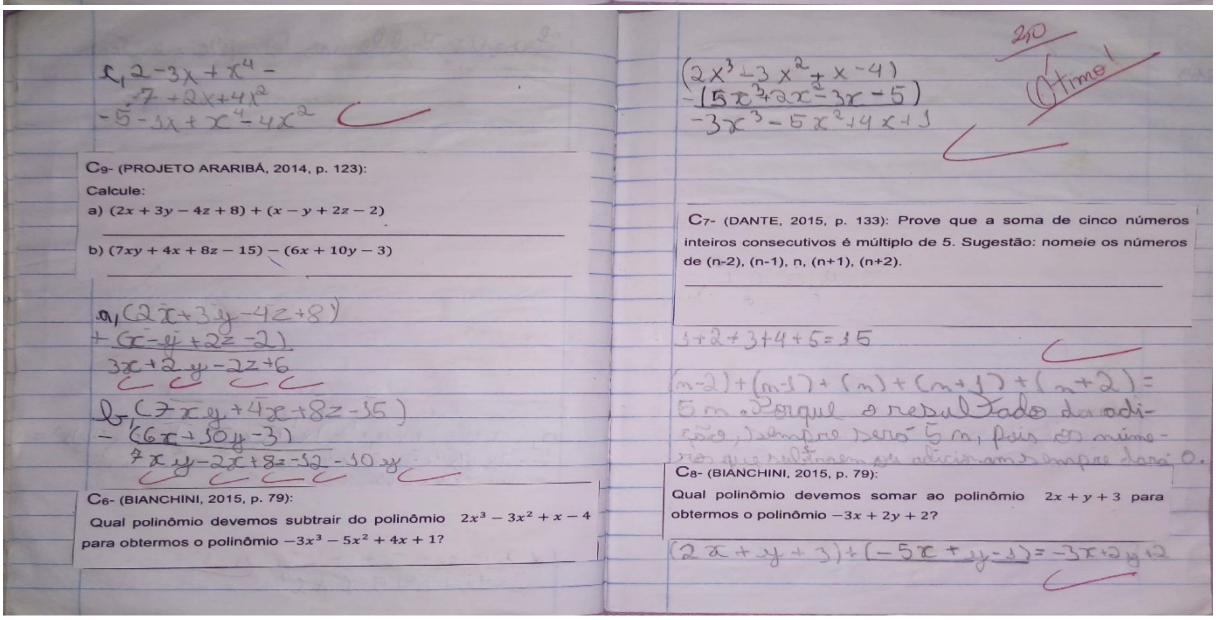
b) Escreva uma expressão algébrica para calcular o volume da cisterna.

a.b.c = d

a = x+5
b = x+1
c = x
d = área

c) A partir do item b), escreva o polinômio que representa o volume da cisterna.

$x+5+x+1+x = 3x+6$
$(x+5).(x+1).x =$
$(3+5).$


c, $2 - 3x + x^4 -$
$7 + 2x + 4x^2$
$-5 - 3x + x^4 - 4x^2$

C9- (PROJETO ARARIBÁ, 2014, p. 123):
Calcule:
a) $(2x + 3y - 4z + 8) + (x - y + 2z - 2)$
b) $(7xy + 4x + 8z - 15) - (6x + 10y - 3)$

a, $(2x + 3y - 4z + 8)$
$+ (x - y + 2z - 2)$
$3x + 2y - 2z + 6$

b, $(7xy + 4x + 8z - 15)$
$- (6x + 10y - 3)$
$7xy - 2x + 8z - 12 - 10y$

C6- (BIANCHINI, 2015, p. 79):
Qual polinômio devemos subtrair do polinômio $2x^3 - 3x^2 + x - 4$ para obtermos o polinômio $-3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$?

$(2x^3 - 3x^2 + x - 4)$
$-(5x^3 + 2x^2 - 3x - 5)$
$-3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$

2,0 Ótimo!

C7- (DANTE, 2015, p. 133): Prove que a soma de cinco números inteiros consecutivos é múltiplo de 5. Sugestão: nomeie os números de (n-2), (n-1), n, (n+1), (n+2).

$1+2+3+4+5=15$

$(n-2)+(n-1)+(n)+(n+1)+(n+2) =$ 5n. Porque o resultado da adição sempre será 5n, pois os números que sobrarem se adicionam sempre dará 0.

C8- (BIANCHINI, 2015, p. 79):
Qual polinômio devemos somar ao polinômio $2x + y + 3$ para obtermos o polinômio $-3x + 2y + 2$?

$(2x + y + 3) + (-5x + y - 1) = -3x + 2y + 2$

18/09

BLOCO III

MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

Fase II da MEAA-RP/adapt.:

Problema Gerador 3 – PG_3 adaptado de Portal da Matemática – Obmep (2018):

A figura abaixo representa uma cisterna para captação da água da chuva, que será implantada no CECAA para molhar os canteiros da horta, com a intenção de economizar água. Suas dimensões (em centímetros) estão representadas algebricamente:

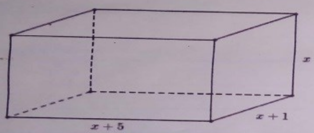


Figura 8: cisterna
Fonte: Portal da Matemática

a) Escolha valores para x e complete o quadro:

x	$x + 5$	$x + 1$	Volume da cisterna
3	8	4	96
6	11	7	462.
9	14	10	1260.

Quadro 12: volume da cisterna
Fonte: Autoria própria

b) Escreva uma expressão algébrica para calcular o volume da cisterna.

$a \cdot b \cdot c = d$

$a = x + 5$
$b = x + 1$
$c = x$
$d =$ área

c) A partir do item b), escreva o polinômio que representa o volume da cisterna.

$x + 5 + x + 1 + x = 3x + 6$

$(x+5).(x+1).x =$

$(3+5).$

d) Use os valores de x do item a) para substituir no polinômio do item c) e complete a tabela abaixo, na qual você obterá o volume da cisterna:

x	Polinômio $x+5+x+1+x=3x+6$	Volume da cisterna
3		96
6		462
9		1260

Quadro 13: volume da cisterna (II)
Fonte: Autoria própria

e) Os volumes encontrados no item d) são os mesmos encontrados no item a)?
Esses volumes devem ser iguais?

Sim. Eles devem ser iguais.

Fase III Correção

c, Dicas

Propriedade distributiva da multiplicação

$(3).(3+5).(3+1)$
$(3+15).(3+1)$
$27 + 9 + 45 + 15 = 96$

$x.(x+5).(x+1) =$
$(x^2+5x).(x+1) =$
$x^3 + 1x^2 + 5x^2 + 5x =$
$\boxed{x^3 + 6x^2 + 5x}$

$x^1 \cdot x^1 = x^2$
$x.(+5) = +5x$
$x^2 \cdot x^1 = x^3$
$x^2 \cdot (+1) = +1x^2$
$(+5x^1) \cdot 1x^1 = +5x^2$
$(+5x).(+1) = +5x$

28/09 Fase IV

<u>Multiplicação de polinômios</u>

A multiplicação dos polinômios f e g é realizada multiplicando-se todos os termos $a_i x^i$ de f por todos os termos $b_j x^j$ de g, utilizando a regra $(a_i x^i) \cdot (b_j x^j) = a_i b_j x^{i+j}$

BLOCO III

MULTIPLICAÇÃO DE POLINÔMIOS

Fase V da MEAA-RP/adapt.: Problemas complementares

C_{10}- (IEZZI, 2005, p. 64):

Dados os polinômios:

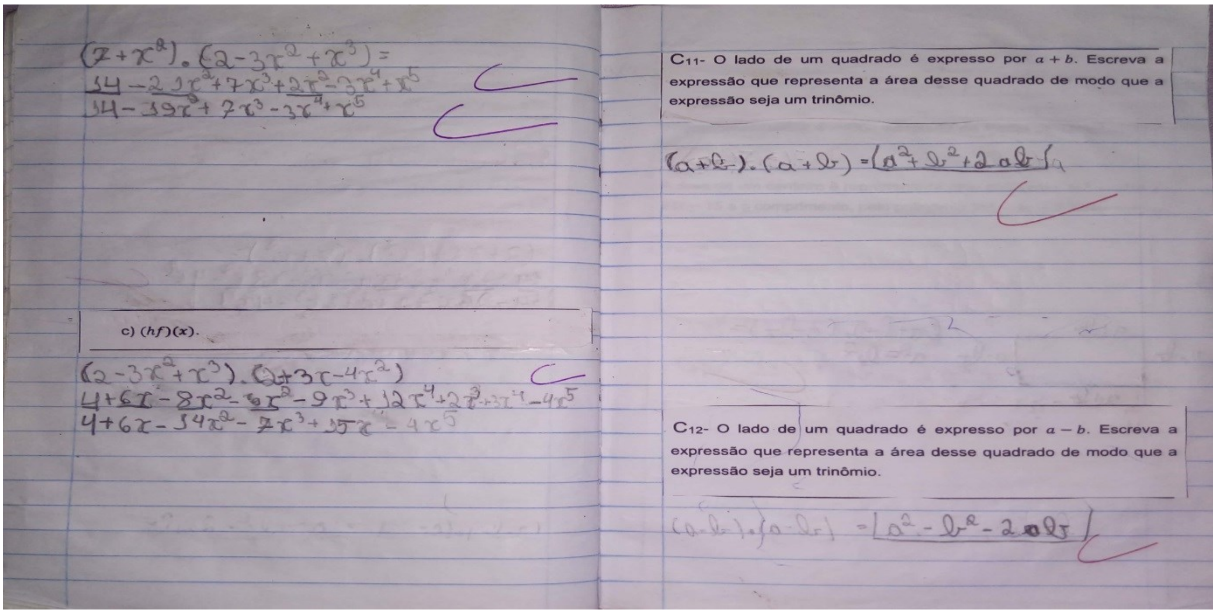
$f(x) = 2 + 3x - 4x^2$, $g(x) = 7 + x^2$, $h(x) = 2 - 3x^2 + x^3$

calcule:

a) $(fg)(x)$

$(2+3x-4x^2).(7+x^2) =$
$14 + 2x^2 + 21x + 3x^3 - 28x^2 - 4x^4$
$\boxed{14 - 26x^2 + 21x + 3x^3 - 4x^4}$

b) $(gh)(x)$



$(7+x^2).(2-3x^2+x^3) =$

$14-21x^2+7x^3+2x^2-3x^4+x^5$

$14-19x^2+7x^3-3x^4+x^5$

c) $(hf)(x)$.

$(2-3x^2+x^3).(2+3x-4x^2)$

$4+6x-8x^2-6x^2-9x^3+12x^4+2x^3+3x^4-4x^5$

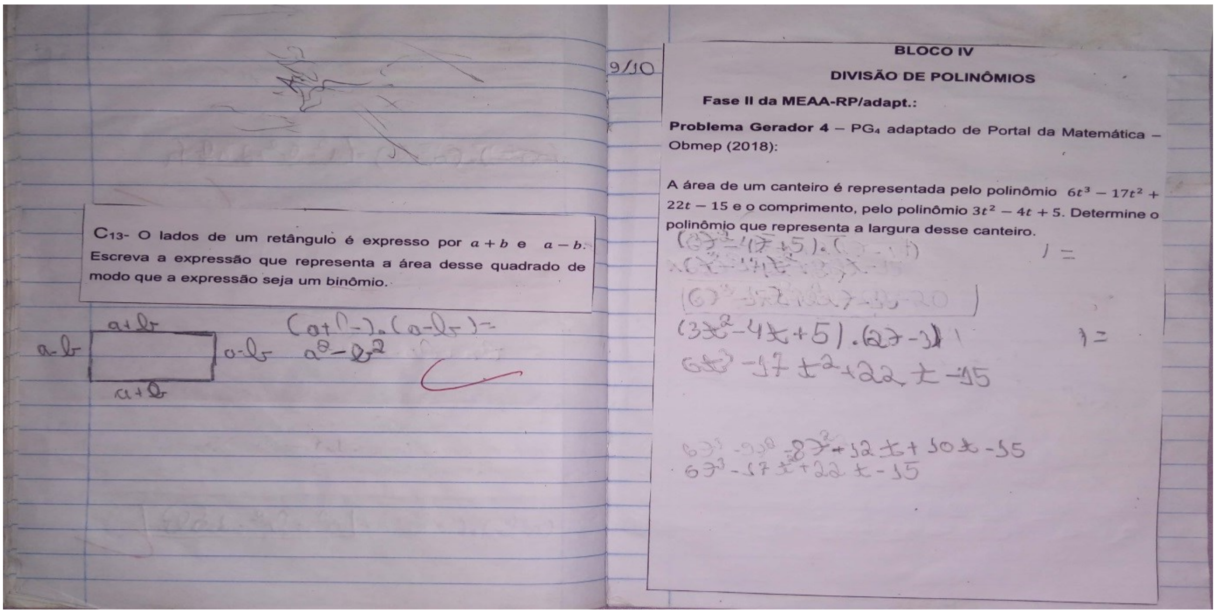
$4+6x-14x^2-7x^3+15x^4-4x^5$

C11- O lado de um quadrado é expresso por $a+b$. Escreva a expressão que representa a área desse quadrado de modo que a expressão seja um trinômio.

$(a+b).(a+b) = (a^2+b^2+2ab)$

C12- O lado de um quadrado é expresso por $a-b$. Escreva a expressão que representa a área desse quadrado de modo que a expressão seja um trinômio.

$(a-b).(a-b) = (a^2-b^2-2ab)$



C13- O lados de um retângulo é expresso por $a+b$ e $a-b$. Escreva a expressão que representa a área desse quadrado de modo que a expressão seja um binômio.

$(a+b).(a-b) = a^2-b^2$

9/10

BLOCO IV

DIVISÃO DE POLINÔMIOS

Fase II da MEAA-RP/adapt.:

Problema Gerador 4 – PG4 adaptado de Portal da Matemática – Obmep (2018):

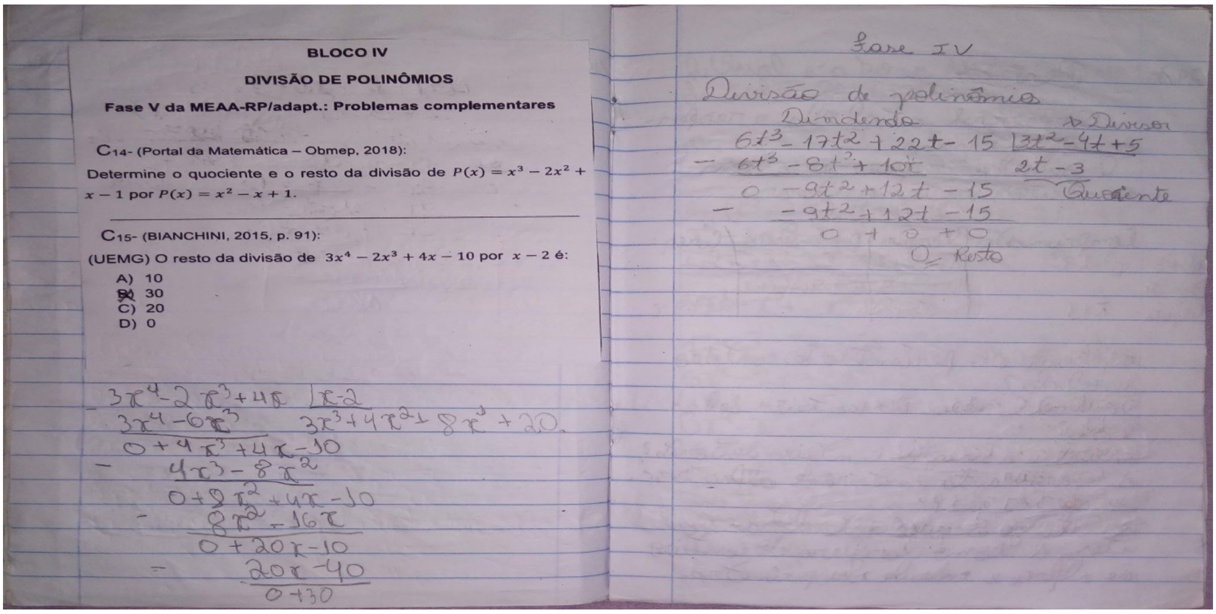
A área de um canteiro é representada pelo polinômio $6t^3-17t^2+22t-15$ e o comprimento, pelo polinômio $3t^2-4t+5$. Determine o polinômio que representa a largura desse canteiro.

$(3t^2-4t+5).(2t-3) =$

$6t^3-17t^2+22t-15$

$6t^3-9t^2-8t^2+12t+10t-15$

$6t^3-17t^2+22t-15$



BLOCO IV

DIVISÃO DE POLINÔMIOS

Fase V da MEAA-RP/adapt.: Problemas complementares

C14- (Portal da Matemática – Obmep, 2018):

Determine o quociente e o resto da divisão de $P(x)=x^3-2x^2+x-1$ por $P(x)=x^2-x+1$.

C15- (BIANCHINI, 2015, p. 91):

(UEMG) O resto da divisão de $3x^4-2x^3+4x-10$ por $x-2$ é:

A) 10
B) 30
C) 20
D) 0

$3x^4-2x^3+4x \mid x-2$

$-\ 3x^4-6x^3 \quad\quad 3x^3+4x^2+8x+20$

$0+4x^3+4x-10$

$-\ 4x^3-8x^2$

$0+8x^2+4x-10$

$-\ 8x^2-16x$

$0+20x-10$

$-\ 20x-40$

$0+30$

Fase IV

Divisão de polinômios

Dividendo — Divisor

$6t^3-17t^2+22t-15 \mid 3t^2-4t+5$

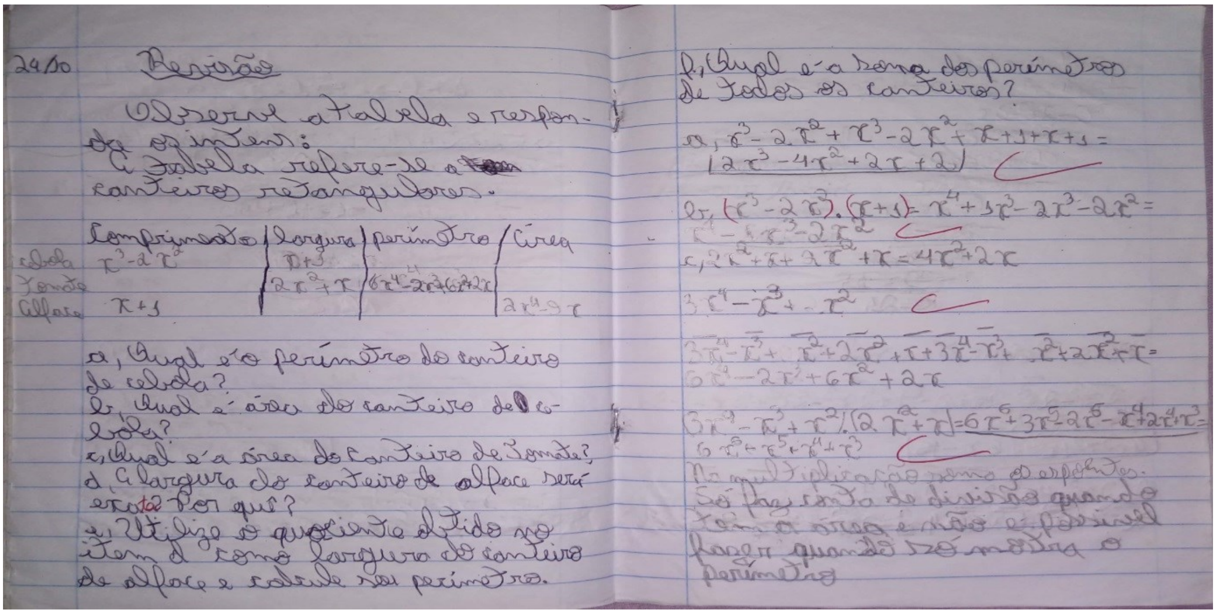
$-\ 6t^3-8t^2+10t \quad\quad 2t-3$ Quociente

$0-9t^2+12t-15$

$-\ -9t^2+12t-15$

$0+0+0$

0 Resto



24/10 Revisão

Observe a tabela e responda os itens:
A tabela refere-se a canteiros retangulares.

	Comprimento	largura	perímetro	área
cebola	x^3-2x^2	$x+1$		
Tomate		$2x^2+x$	$6x^4-2x^3+6x^2+2x$	
alface	$x+1$			$2x^4-9x$

a, Qual é o perímetro do canteiro de cebola?
b, Qual é área do canteiro de cebola?
c, Qual é a área do canteiro de Tomate?
d, A largura do canteiro de alface será exata? Por quê?
e, Utilize o quociente obtido no item d como largura do canteiro de alface e calcule seu perímetro.

f, Qual é a soma dos perímetros de todos os canteiros?

a, $x^3-2x^2+x^3-2x^2+x+1+x+1=$
$(2x^3-4x^2+2x+2)$

b, $(x^3-2x^2).(x+1)=x^4+1x^3-2x^3-2x^2=$
$x^4-1x^3-2x^2$

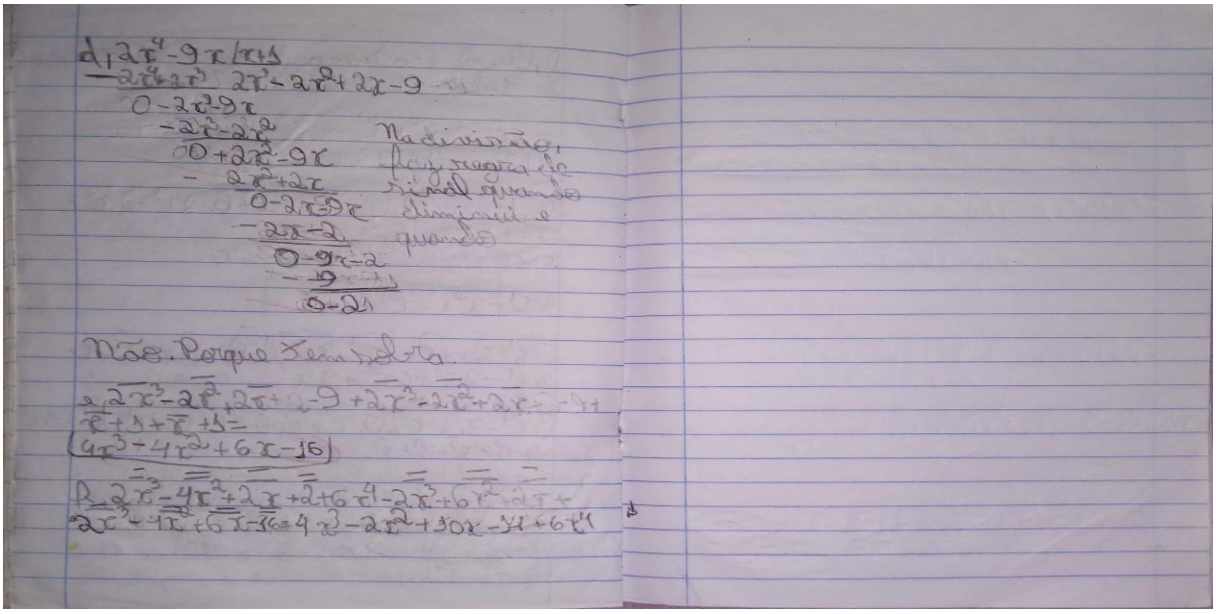
c, $2x^2+x+2x^2+x=4x^2+2x$

$3x^4-x^3+x^2$

$3x^4-x^3+x^2+2x^2+x+3x^4-x^3+x^2+2x^2+x=$
$6x^4-2x^3+6x^2+2x$

$(3x^4-x^3+x^2).(2x^2+x)=6x^6+3x^5-2x^5-x^4+2x^4+x^3=$
$6x^6+x^5+x^4+x^3$

Na multiplicação soma os expoentes.
Só faz conta de divisão quando tem a área e não é possível fazer quando só mostra o perímetro



d, $2x^4-9x \;|\; x+1$
$-2x^4+2x^3 \quad 2x^3-2x^2+2x-9$
$0-2x^3-9x$
$-2x^3-2x^2$
$0+2x^2-9x$
$-2x^2+2x$
$0-2x-9x$
$-2x-2$
$0-9x-2$
$-9x-9$
$0-21$

Na divisão, faz regra de sinal quando diminui e quando

Não. Porque tem sobra.

e, $2x^3-2x^2+2x-9+2x^3-2x^2+2x-9+x+1+x+1=$
$(4x^3-4x^2+6x-16)$

f, $2x^3-4x^2+2x+2+6x^4-2x^3+6x^2+2x+2x^3-4x^2+6x-16=4x^3-2x^2+10x-14+6x^4$

ANEXOS

ANEXO I

UNIVERSIDADE
TECNOLÓGICA FEDERAL DO

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A Metodologia da Resolução de Problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no Ensino Fundamental

Pesquisador: ANA CRISTINA TRENTO

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 91786218.0.0000.5547

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE TECNOLOGICA FEDERAL DO PARANA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.812.013

Apresentação do Projeto:

Segundo a pesquisadora:

"O ensino da Matemática, por apresentar dificuldades próprias, inerentes às características envolvidas no processo de aprendizagem, necessita de metodologias de ensino eficazes no trabalho com os estudantes.

Na busca por metodologias para o ensino da Matemática, a pesquisa atual tem a intenção de analisar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no que se refere às contribuições e dificuldades da sua aplicação para o ensino dos conteúdos curriculares matemáticos.

A pesquisa tem caráter qualitativo, do tipo pesquisa-ação e será aplicada no 8º ano de uma turma regular do Colégio Estadual do Campo de Alto Alegre, pertencente ao núcleo regional de educação de Laranjeiras do Sul, do estado do Paraná. O conteúdo abordado com a MEAA-RP será as operações básicas dos polinômios, devido à dificuldade de compreensão que os alunos apresentam no trabalho com esse conteúdo e a importância matemática de que as bases algébricas sejam fixadas solidamente na aprendizagem dos estudantes para prosseguir os estudos.

Os dados serão coletados pela própria pesquisadora, a partir da aplicação do roteiro didático utilizando a MEAA-RP, onde as informações serão coletadas com diário de campo do professor e do aluno, áudio e vídeos.

Para análise dos dados far-se-á uso do método da análise de conteúdo, proposto por Bardin (2011) com o objetivo de identificar as contribuições e dificuldades no ensino da Matemática com o uso da MEAA-RP e tecer as considerações finais."

A hipótese do estudo: "A pesquisa parte da hipótese que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas contribui significativamente para a aprendizagem matemática dos estudantes e é uma metodologia viável e eficaz para o ensino, apesar de dificuldades possivelmente apresentadas durante seu uso."

A população alvo da pesquisa consiste de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. São previstos 10 participantes organizados em grupo único.

Quanto aos riscos, a pesquisadora aponta: "O risco é mínimo, mas pode ocorrer algum constrangimento pela captação de áudios durante a aplicação do roteiro didático, pois, alunos e professora regente estarão sendo monitorados, expostos mediante à captação de som. Se houver constrangimento durante a gravação das aulas, o gravador será mudado de posição. Se for persistente devido à gravação, esta será suspensa. Se ainda assim for persistente, serão utilizados apenas os diários de campo do professor e o roteiro didático. Se o constrangimento for persistente a pesquisa será interrompida. Caso algum aluno se recuse a participar da pesquisa, o mesmo será encaminhado à coordenação da escola e realizará atividades acompanhadas sobre o mesmo conteúdo desenvolvido na pesquisa."

Segundo a pesquisadora, os critérios de inclusão são: "Alunos regularmente matriculados no 8º ano do Ensino Fundamental - anos finais, do Colégio Estadual do Campo de Alto Alegre – EFM." Não se aplicam critérios de exclusão.

Objetivo da Pesquisa:
Segundo a pesquisadora:

"Identificar e discutir as contribuições e dificuldades encontradas no decorrer da implementação de um roteiro didático pautado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação das operações básicas dos polinômios através da Resolução de Problemas e voltada para o 8º ano do Ensino Fundamental II."

Avaliação dos Riscos e Benefícios:
Segundo a pesquisadora:

"O risco é mínimo, mas pode ocorrer algum constrangimento pela captação de áudios durante a aplicação do roteiro didático, pois, alunos e professora regente estarão sendo monitorados, expostos mediante à captação de som. Se houver constrangimento durante a gravação das aulas, o gravador será mudado de posição. Se for persistente devido à gravação, esta será suspensa. Se ainda assim for persistente, serão utilizados apenas os diários de campo do professor e o roteiro didático. Se o constrangimento for persistente a pesquisa será interrompida. Caso algum aluno se recuse a participar da pesquisa, o mesmo será encaminhado à coordenação da escola e realizará atividades acompanhadas sobre o mesmo conteúdo desenvolvido na pesquisa."

Benefícios: "A pesquisa possibilitará, primeiramente, a experiência da professora pesquisadora no uso da MEAA-RP, analisar as contribuições e dificuldades encontradas durante a aplicação dessa metodologia de ensino e conforme os resultados obtidos, a sua implantação na abordagem de outros conteúdos matemáticos. A pesquisa possibilitará a análise da MEAA-RP para divulgação de dados que possibilitem apresentar suas contribuições e dificuldades no ensino da Matemática, para que os professores de Matemática tomem conhecimento desses aspectos relacionados a essa metodologia de ensino e avaliem a possibilidade de aplicação em suas aulas de Matemática. A pesquisa oportunizará ao aluno a possibilidade de aprender o conteúdo matemático significativamente a partir de uma metodologia diferenciada, causando interesse, motivação, reflexão crítica, interação social, aprendizado, aptidões para resolução de problemas."

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:
Por se tratar de projeto a ser desenvolvido em programa de pós-graduação stricto senso

esperava-se que o texto da introdução apresentasse o contexto, a problemática, a revisão de literatura e a fundamentação teórica da pesquisa de modo mais consistente do que o modo como esses itens foram descritos no protocolo de pesquisa submetido ao CEP.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Essa versão do protocolo de pesquisa submetido para análise veio instruída com os seguintes documentos: a) Folha de rosto; b) Cronograma; c) Orçamento; d) Projeto detalhado; e) Termo de consentimento livre e esclarecido; f) Termo de Assentimento Livre e Esclarecido; f) modelo dos instrumentos de coleta de dados.

No parecer consubstanciado número 2.759.483, de 6 de julho de 2018, fez-se as seguintes recomendações:

1. Descrever na Plataforma Brasil, no tópico que trata dos grupos em que serão divididos os participantes da pesquisa, a ID Grupo e as intervenções a serem realizadas tal como se encontra no Projeto Detalhado. Em suma, a redação no projeto e na plataforma devem ser idênticas. RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

2. Anexar o termo de compromisso de confidencialidade e de envio do relatório final, devidamente redigido e assinado. RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

3. O TALE deve acrescentar no título a informação de que se trata, também, do consentimento para tomada de áudio, tal como se encontra no TCLE anexo ao protocolo. RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

4. Deve ser retirada do TALE menção ao uso de imagens (se não tiver). RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

5. Deve ser incluída no TALE a menção a que o participante da pesquisa assente que a pesquisadora grave em áudio as seções de coleta de dados. RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

6. Rever o Cronograma de Execução considerando o calendário de reuniões do CEP. RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

UNIVERSIDADE
TECNOLÓGICA FEDERAL DO

Continuação do Parecer: 2.812.013

7. Fazer as alterações em todos os documentos. RECOMENDAÇÃO ATENDIDA

Recomendações:

Não há novas recomendações.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O protocolo em sua versão atual atende ao disposto nas Resoluções 466/12 e 510/16 – CNS.

Considerações Finais a critério do CEP:

Lembramos às senhores pesquisadoras que, no cumprimento das atribuições definidas na Resolução CNS nº 466 de 2012 e na Norma Operacional nº 001 de 2013 do CNS, o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) deverá receber relatórios anuais sobre o andamento do estudo, bem como a qualquer tempo e a critério das pesquisadoras nos casos de relevância, além do envio dos relatos de eventos adversos, para conhecimento deste Comitê. Salientamos ainda, a necessidade de relatório completo ao final do estudo. Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP-UTFPR de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificado e as suas justificativas.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1117885.pdf	15/07/2018 15:52:31		Aceito
Outros	termoconfidencialidade.jpg	15/07/2018 15:47:51	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projetoversao3.docx	15/07/2018 15:44:53	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEversao3_1.docx	12/07/2018 20:36:37	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALEversao3_1.docx	12/07/2018 20:36:20	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
Parecer Anterior	PB_PARECER_CONSUBSTANCIADO_CEP_2759483.pdf	12/07/2018 20:34:43	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMAversao3.docx	12/07/2018 20:33:26	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito

Outros	INSTRUMENTOSDECOLETADEDADOS.docx	14/06/2018 16:14:30	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
Folha de Rosto	ultimafolharosto.pdf	24/04/2018 18:59:06	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMOCONCORDANCIA.pdf	21/04/2018 22:13:12	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito
Orçamento	ORCAMENTO.docx	21/04/2018 22:06:22	ANA CRISTINA TRENTO	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

CURITIBA, 09 de Agosto de 2018

Assinado por:
Frieda Saicla Barros
(Coordenador)

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165
Bairro: CENTRO **CEP:** 80.230-901
UF: PR **Município:** CURITIBA
Telefone: (41)3310-4494 **E-mail:** coep@utfpr.edu.br

ANEXO II

CECAA

COLÉGIO ESTADUAL DO CAMPO ALTO ALEGRE
Ensino Fundamental e Médio

Linha Alto Alegre - Quedas Do Iguaçu - Paraná
e-mail: gigaltoalegre@seed.pr.gov.br
Fone: 42 98424-7306

CONCORDÂNCIA DA INSTITUIÇÃO COPARTICIPANTE QUE PARTICIPA DO PROJETO QUE ESTÁ SENDO SUBMETIDO AO CEP QUE ENVOLVE DIRETAMENTE PARTICIPANTES HUMANOS

Quedas do Iguaçu, 19 de abril de 2018

Senhor Coordenador,

Declaramos que nós, do Colégio Estadual do Campo Alto Alegre - EFM, estamos de acordo com a condução do projeto de pesquisa "A Metodologia da Resolução de Problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no Ensino Fundamental" sob a responsabilidade de Ana Cristina Trento nas nossas dependências, tão logo o projeto seja aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, até o seu final em 30/01/2019.

Estamos cientes que os participantes da pesquisa serão os alunos matriculados no 8º A da nossa instituição de ensino, bem como de que o presente trabalho deve seguir a Resolução 466/2012 (CNS) e complementares.

Da mesma forma, estamos cientes que os pesquisadores somente poderão iniciar a pesquisa pretendida após encaminharem, a esta Instituição, uma via do parecer de aprovação do estudo emitido pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Atenciosamente,

Railson Andreiv - Diretor

RAILSON ANDREIV
Diretor RG:4.715.204-6
Res. 741/2016
DOE [illegible] de 24/03/201[illegible]

ANEXO III

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E
TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ**

A metodologia da resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no ensino fundamental

Pesquisadores:

Prof. orientadora : Janecler A. A. Colombo
Endereço : Rua Caramuru, 575,
Pato Branco, Paraná
Telefone : (46)99919-4971

Pesquisadora: Ana Cristina Trento
Endereço: Rua Juazeiro, 754,
Quedas do Iguaçu, Paraná
Telefone: (42)99978 0063

Local de realização da pesquisa: Colégio Estadual do Campo Alto Alegre - EFM
Endereço: Linha Alto Alegre, Quedas do Iguaçu, Paraná
Telefone do local: (042) 98424 7306

INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE
Senhor pai ou responsável, está é uma pesquisa que será feita na escola de seu filho para analisar um novo método de ensino de Matemática. O objetivo da pesquisa é identificar e discutir as contribuições e dificuldades encontradas no desenvolvimento de aulas utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas.
Estamos convidando seu filho para participar da pesquisa. Durante as aulas ele será solicitado a participar de uma nova metodologia de ensino de matemática que será aplicada pela própria professora. Esta aula será gravada em áudio.
Os dados que serão obtidos com a participação de seu filho serão sigilosos, com a única e exclusiva permissão de uso pela professora pesquisadora, que garante confidencialidade.
O risco é mínimo, podendo ocorrer algum pequeno constrangimento por estar sendo gravado. Caso seu filho fique envergonhado ele poderá sair da sala sem nenhum prejuízo. Neste caso será encaminhado para a pedagoga e não perderá conteúdo.
Seu filho não receberá nota melhor ou menor por participar da pesquisa, mas os resultados poderão ajudar a professora a desenvolver uma metodologia melhor para ensinar matemática.
Para participar da pesquisa basta que seu filho esteja matriculado no 8º ano do Colégio Estadual do Campo de Alto Alegre. Não há critério de exclusão.

1. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.
O seu filho tem os direitos de: a) deixar o estudo a qualquer momento; b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa; c) de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização.

O senhor pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse :
( ) quero receber os resultados da pesquisa (email para envio:________________________________)
( ) não quero receber os resultados da pesquisa
Seu filho não terá custos para participar da pesquisa, no entanto, qualquer despesa que o senhor tenha feito, comprovadamente para participação dele na pesquisa, o senhor tem direito de indenização conforme a resolução 466/2012- CNS.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:
O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa

não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:**Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

B) CONSENTIMENTO

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da participação do meu filho na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, indenização relacionados a este estudo.

Autorizo que o meu filho participe da pesquisa e concordo com a gravação das aulas em áudio.

Estou consciente que meu filho pode deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a pessoa do meu filho possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não autorizo que o mesmo seja identificado por nome ou qualquer outra forma.

Nome Completo: ____

RG: ______________ Data de Nascimento:___/___/_____Telefone:__________

Endereço:____

CEP: ________________Cidade:____________________ Estado: ________

Assinatura: ___________________________ Data: _____/____/______

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo:

____

Assinatura pesquisadora:

___________________ Data:___/___/___

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com ________________________, via e-mail: ________________________ou telefone: ___________.

Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:

Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)

Endereço: Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** 3310-4494, **E-mail:** coep@utfpr.edu.br

ANEXO IV

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE) E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ

Informação geral: Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa de mestrado sobre a análise de uma metodologia para o ensino da Matemática.

A metodologia da resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no Ensino Fundamental

Investigador: Mestranda Ana Cristina Trento
Local da Pesquisa: Colégio Estadual do Campo Alto Alegre - EFM
Endereço: Linha Alto Alegre, Quedas do Iguaçu, Paraná
Telefone do local: (042) 98424 7306

O que significa assentimento?
O assentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de adolescentes, da sua faixa de idade, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.
Pode ser que este documento denominado TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante da pesquisa:
Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, com o objetivo de analisar uma metodologia de ensino para as aulas de Matemática, a Metodologia de Resolução de problemas.
A pesquisa tem o objetivo de analisar quais são as contribuições e dificuldades que a metodologia traz para sua aprendizagem, com a intenção de utilizá-la em aulas futuras, se os resultados apresentados forem positivos, além, de divulgar para que outros professores possam utilizá-la.
A professora pesquisadora irá registrar em diário informações sobre as aulas, você aluno irá fazer registros no roteiro didático fornecido pela pesquisadora durante as aulas, o qual irá ser utilizado para coleta de dados. As aulas serão gravadas através de áudios.
Haverá sigilo quanto ao uso das gravações, que serão descartadas após o término da pesquisa.
Caso você aceite participar, você participará de aulas ministradas pela professora pesquisadora com o uso da Metodologia de Resolução de problemas. Os riscos são mínimos, pois, após a conclusão da pesquisa, as gravações serão descartadas.
A sua participação é voluntária e caso você opte por não participar, não terá nenhum prejuízo.

Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.
Você tem os direitos de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa.
Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:
( ) quero receber os resultados da pesquisa (email para envio :____________________)

Rubrica do Pesquisador Rubrica do participante da pesquisa

( ) não quero receber os resultados da pesquisa

DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão.

Eu concordo que as aulas utilizadas para a coleta de dados da pesquisa sejam gravadas em áudio.

Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE ASSENTIMENTO INFORMADO.

Nome do participante:____

Assinatura: ____________________________ Data:___/___/___

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome do (a) investigador (a): ____

Assinatura: ___________________________ Data:___/___/___

Se você ou os responsáveis por você(s) tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o(a) investigador (a) do estudo ou membro de sua equipe: ____, telefone fixo número: ____________________ e celular ____________________. Se você tiver dúvidas sobre direitos como um participante de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N,

Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

ANEXO V

Plataforma Brasil MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa:
A Metodologia da Resolução de Problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no Ensino Fundamental

2. Número de Participantes da Pesquisa: 10

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra , Educação Matemática

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

5. Nome:
ANA CRISTINA TRENTO

6. CPF:
070.894.939-89

7. Endereço (Rua, n.º):
Rua Juazeiro, 754 CENTRO casa QUEDAS DO IGUACU PARANA 85460000

8. Nacionalidade:
BRASILEIRO

9. Telefone:
42999780063

10. Outro Telefone:

11. Email:
profaninhac.mat@gmail.com

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 19 / 04 / 2018

Ana Cristina Trento
Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

12. Nome:
UNIVERSIDADE TECNOLOGICA FEDERAL DO PARANA

13. CNPJ:
75.101.873/0004-32

14. Unidade/Órgão:

15. Telefone:
(46) 3220-2511

16. Outro Telefone:

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: ADILSON DA SILVEIRA CPF: 73345598949

Cargo/Função:

Data: 19 / 04 / 2018

Assinatura

Adilson da Silveira
SIAPE 2296170
Coordenador do Mestrado
Profissional em Matemática em
Rede Nacional PROFMAT
UTFPR - Câmpus Pato Branco

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.