UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA

SUSANA BERTOZI TAVARES DE ANDRADE

MEDINDO ALTURAS INACESSIVEIS: APLICAÇÕES COM O TEODOLITO CASEIRO E VIRTUAL NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA

DISSERTACÃO DE MESTRADO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2017

SUSANA BERTOZI TAVARES DE ANDRADE

MEDINDO ALTURAS INACESSIVEIS: APLICAÇÔES COM O TEODOLITO CASEIRO E VIRTUAL NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do grau de "Mestre em Matemática" – Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Orientadora: Profa. Dr. Nazira Hanna Harb

CORNÉLIO PROCÓPIO
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

A553 Andrade, Susana Bertozi Tavares de

Medindo alturas incessíveis : aplicações com o teodolito caseiro e virtual no estudo da trigonometria / Susana Bertozi Tavares de Andrade. – 2017.
144 f. : il. color. ; 31 cm.

Orientador: Nazira Hanna Harb.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Cornélio Procópio, 2017.
Bibliografia: p. 128-130.

1. Trigonometria. 2. Teodolitos. 3. Ensino fundamental. 4. Matemática – Dissertações. I. Harb, Nazira Hanna, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD (22. ed.) 510

Biblioteca da UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio
Bibliotecários/Documentalistas responsáveis:
Simone Fidêncio de Oliveira Guerra – CRB-9/1276
Romeu Righetti de Araujo – CRB-9/1676

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação-Câmpus Cornélio Procópio
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Título da Dissertação Nº. 007

"Medindo Alturas Inacessíveis: Aplicações com Teodolito Caseiro e Virtual no Ensino da Trigonometria."

por

Susana Bertozi Tavares de Andrade

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Cornélio Procópio, às 09h00min do dia 20 de novembro de 2017. O trabalho foi ______________ pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

Profa. Nazira Hanna Harb, Dra.
(Presidente - UTFPR/LD)

Prof. Thiago Pinguello de Andrade, Dr.
(UTFPR/CP)

Profa. Patricia Hilário Tacuri Córdova, Dra.
(UNESP/Presidente Prudente)

Visto da coordenação:

Prof. Thiago Pinguello de Andrade, Dr.
(Coordenador do PROFMAT-CP)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR-CP"

Dedico este trabalho aos meus pais, esposo, filho e amigos que de muitas formas me incentivaram e ajudaram para que fosse possível a concretização.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer, em primeiro lugar, a Deus, pois sem ele eu não teria forças para essa longa jornada.

A meu esposo Denis, por compreender a importância dessa conquista e aceitar a minha ausência quando necessário.

Ao meu filho que embora não tenha conhecimento disto, iluminou de maneira especial os meus pensamentos me levando a buscar mais conhecimento.

Aos meus pais, pela capacidade de acreditar em mim.

A Universidade UTFPR, pela oportunidade de fazer o curso.

A CAPES pelo financiamento.

Aos meus professores de curso, que foram muito importantes na minha vida acadêmica.

A minha professora orientadora Nazira pelo empenho, e paciência que teve comigo me ajudando á concluir este trabalho.

Aos meus amigos, pelas alegrias, tristezas e dores compartilhas.

Enfim, agradeço a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação.

"O único lugar aonde o sucesso vem antes do trabalho é no dicionário." (**Albert Einstein)**.

RESUMO

ANDRADE, Susana Bertozi Tavares. **MEDINDO ALTURAS INACESSIVEIS: APLICAÇÔES COM O TEODOLITO CASEIRO E VIRTUAL NO ESTUDO DA TRIGONOMETRIA**. 144 f. Dissertação de Mestrado – Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

O presente trabalho é composto por duas partes, à primeira parte está relacionada ao estudo da história da trigonometria e aos conceitos das razões trigonométricas no triangulo retângulo, a segunda parte é composta por atividades realizadas com os alunos do nono ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Ipaussu – SP. Através dessas atividades os alunos foram instigados a explorarem e deduzirem conceitos trigonométricos principalmente por meio de atividades práticas como a construção e utilização do teodolito caseiro e virtual para determinarem alturas inacessíveis de alguns pontos da cidade. A pesquisa revelou que a metodologia aplicada provocou o envolvimento dos alunos tornando o processo de ensino e aprendizagem mais interativo, construtivo e participativo, cumprindo com seu objetivo principal de estabelecer relações entre a matemática escolar e o cotidiano do aluno.

Palavras-chave: Trigonometria no triângulo retângulo. Teodolito-caseiro. Teodolito virtual. Aulas Práticas.

ABSTRACT

ANDRADE, Susana Bertozi Tavares. **MEASURING INACESSIVE HEIGHTS: APPLICATIONS WITH THE TEODOLITO CASEIRO AND VIRTUAL IN TRIGONOMETRY STUDY**. 144 f. Master's Dissertation - Academic Department of Mathematics, Federal Technological University of Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

This present work consists of two parts, the first part is related to the study of the history of trigonometry and the trigonometric concep of ratios in the triangle rectangle, the second part is composed of activities carried out with the students of the ninth grade of elementary school municipality of the city of Ipaussu - SP. Through these activities students were encouraged to explore and deduce trigonometric concepts mainly through practical activities such as the construction and use of the home and virtual theodolite to determine inaccessible heights of some points of the city. The research revealed that the applied methodology provoked the students 'involvement making the teaching and learning process more interactive, constructive and participative, fulfilling its main objective of establishing relationships between school mathematics and students' everyday life.

Keywords:Trigonometry in the triangle rectangle. Theodolite-homemade. Theodolite virtual. Practical classes

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O trabalho a seguir possui como tema central o ensino da trigonometria no triângulo retângulo voltado para o ensino fundamental II.

Atualmente é comum os alunos julgarem os assuntos matemáticos tratados em sala de aula como conteúdos afastados da realidade e desnecessários para o seu dia a dia. Reportando-se especificamente, para a trigonometria sabemos que esse tipo de julgamento não condiz com a realidade, uma vez que a trigonometria surgiu como uma matemática prática desde a antiguidade, quando o homem necessitou determinar medidas que não podiam ser obtidas diretamente. Assim, esse ramo da matemática foi tão importante à época, bem como é nos dias atuais. Sua aplicação se se estende a muitos ramos da atividade humana, como na cartografia, na medicina, no sistema de GPS, na engenharia, na aeronáutica, na agrimensura, etc.

Quando a trigonometria é estudada em sala de aula apenas de maneira teórica a utilidade desse ramo da matemática passa despercebida diante dos alunos, que não conseguem associar a teoria matemática aprendida em sala com a prática. Essa metodologia faz com que o aluno não saiba o motivo pelo qual esta estudando o conteúdo, ou seja, o aprendizado não é significativo, isso faz com que o aluno se sinta desmotivado a aprender e reflete nos famosos questionamentos do tipo:

"Professora, porque eu preciso saber disso?"

"Onde vou usar isso?"

"Para que serve isso?"...

Neste contexto este trabalho tem por objetivo ensinar "trigonometria com significação", ou seja, fazer com que o aluno seja capaz de responder essas perguntas levantadas por eles, por meio de uma abordagem significativa, envolvendo aulas teóricas e práticas.

Tomamos como base as contribuições de D'Ambrósio (1986) no que diz:

> O valor da teoria se revela no momento em que ela é transformada em prática. No caso da educação, as teorias se justificam na medida em que seu efeito se faça sentir na condução do dia-a-dia na sala de aula. De outra maneira, a teoria não passará de tal, pois não poderá ser legitimada na prática educativa. (D`AMBROSIO, 1986, p. 43).

Acreditamos que o ensino da trigonometria se apoia em dois pilares: sua evolução histórica e suas aplicações. O presente trabalho é dividido em dois capítulos onde fundamentamos esses dois pilares.

Além da presente introdução, os capítulos deste trabalho estão organizados e estruturados da seguinte forma: No capitulo 1 apresentamos um recorte da história da trigonometria, cuja origem se deu através das civilizações da antiguidade: egípcios, babilônios, chineses e gregos. Este estudo histórico, além de dar uma visão quanto à importância histórica da trigonometria, ajuda na compreensão dos mesmos.

Conforme os aspectos teóricos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o uso da História da Matemática é muito importante para que se possa responder a muitos "porquês" dos alunos:

> Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelos alunos, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar crítico sobre os objetos do conhecimento. (BRASIL, 1997, p.46).

Para finalizar o capítulo 1, apresentamos a origem das palavras seno, cosseno e tangente e, demonstramos a construção das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

No Capítulo 2, onde se encontra o foco principal do nosso trabalho, descreveremos cinco encontros realizados com os alunos do nono ano do ensino fundamental II da escola Amador Bueno da cidade de Ipaussu – SP.

No primeiro encontro aplicamos três atividades cujo objetivo era que os alunos construíssem seus próprios conhecimentos em relação às razões: seno, cosseno e tangente, a tabela trigonométrica e os ângulos notáveis. O segundo encontro foi composto por uma lista de exercícios de trigonometria para que os alunos resolvessem, em dupla, para fixação da teoria. No terceiro encontro construímos um material concreto o "teodolito caseiro", com materiais bastante simples, de forma que os alunos puderam colocar em prática a teoria apresentada. No quarto encontro medimos "alturas inacessíveis" de alguns pontos da cidade utilizando o "Teodolito Caseiro" e conferimos essas medidas com o aplicativo

“Theodolite Dróid[1]”que funciona como um teodolito virtual. No ultimo encontro aplicamos uma avaliação aos alunos para verificar as competências e habilidades atingidas e por último finalizamos com os alunos respondendo um questionário avaliando a metodologia utilizada nos encontros. E ainda, nesse capitulo, em cada um dos cinco encontros relatamos as discussões que emergiram das atividades pedagógicas práticas e teóricas.

Finalizamos o trabalho com as considerações finais a respeito da aula prática realizada junto com alunos.

O objetivo dessa produção acadêmica visa auxiliar a construção das razões trigonométricas no triângulo retângulo e comprovar que a assimilação das concepções teóricas, uma vez vista na prática colaboram enormemente para o ensino e aprendizagem. Neste sentido, apresentamos o material concreto, conhecido como “Teodolito Caseiro”, com a finalidade de enriquecer a relação entre o aluno e o cotidiano a fim de beneficiar seu conhecimento trigonométrico.

Objetivamos também que esse trabalho sirva de estímulo para que outras propostas surjam oriundos do campo da trigonometria no triângulo retângulo.

---

[1] Descrição do aplicativo Theodolite Dróid no subitem 3.5.2

2 TRIGONOMETRIA NO TRIANGULO RETANGULO

Nesse capítulo apresentamos inicialmente uma abordagem histórica da Trigonometria, sendo apresentado na sequência um estudo sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) contemplam o uso da historia da matemática como recurso didático, propondo sua utilização no processo de aprendizagem, tais como: desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático, servir como um instrumento de resgate da própria identidade cultural, esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês”, motivando-os e fazendo com que os mesmos encontrem utilidades para o que estão aprendendo. (BRASIL, 1998)

A história pode proporcionar uma aproximação entre a matemática e o meio social em que os alunos estão inseridos. Segundo D'Ambrósio (1997,p.30) “Conhecer historicamente pontos altos da matemática de ontem poderá, [...] orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje”.

2.1 ABORDAGENS HISTÓRICAS DA TRIGONOMETRIA

A palavra trigonometria é formada por três radicais gregos tri = três, gonos = ângulos e metron = medir, dessa forma trigonometria significa “medida dos triângulos”.

De acordo com Boyer (1996, p.108), “a trigonometria, como os outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem ou nação”.

Nessa pesquisa reportaremos ao estudo da historia da trigonometria, mostrando como sua origem esta relacionada a questões práticas voltadas para as medidas de distâncias inacessíveis e a estudos astronômicos.

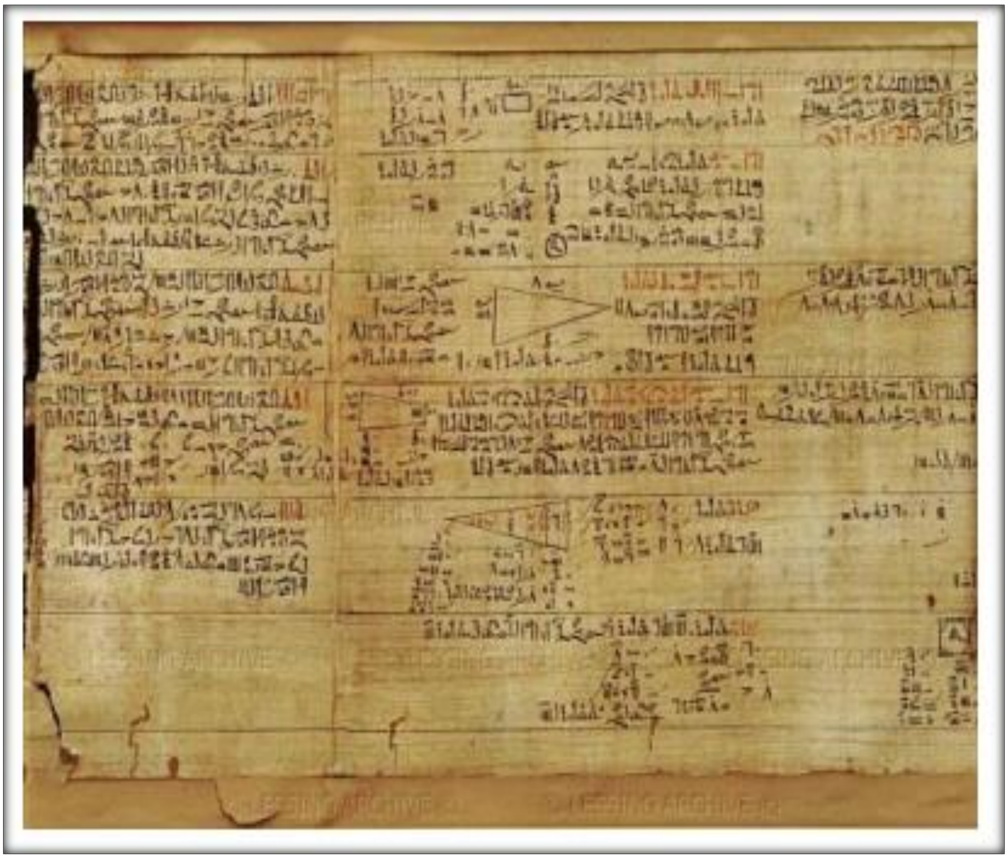
Descreveremos sobre a introdução da história da trigonometria em caráter de resumo analisando algumas das civilizações, que contribuíram e influenciaram para o desenvolvimento e aperfeiçoamento dessa ciência. Descreveremos a trigonometria utilizada pelos egípcios, babilônios, chineses e gregos.

2.1.1 Trigonometria no Egito

A civilização egípcia foi uma das primeiras a utilizar conhecimentos rudimentares da trigonometria. Isto pode ser observado pelo antiquário escocês Henry Rhind que adquiriu em 1858 à beira do rio Nilo um papiro contendo textos matemáticos egípcios. É o mais extenso papiro existente e ficou conhecido como Papiro de Rhind (figura 1) em honra a seu nome. Também é conhecido por alguns historiadores como papiros Ahmes em homenagem ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. (BOYER, 2010).

O papiro Rhind contem uma série de tabelas e 84 problemas resolvidos. Os problemas revelam que os egípcios tinham conhecimento sobre semelhança de triângulos, conhecimento que foi muito importante na construção das pirâmides. (BOYER, 2010).

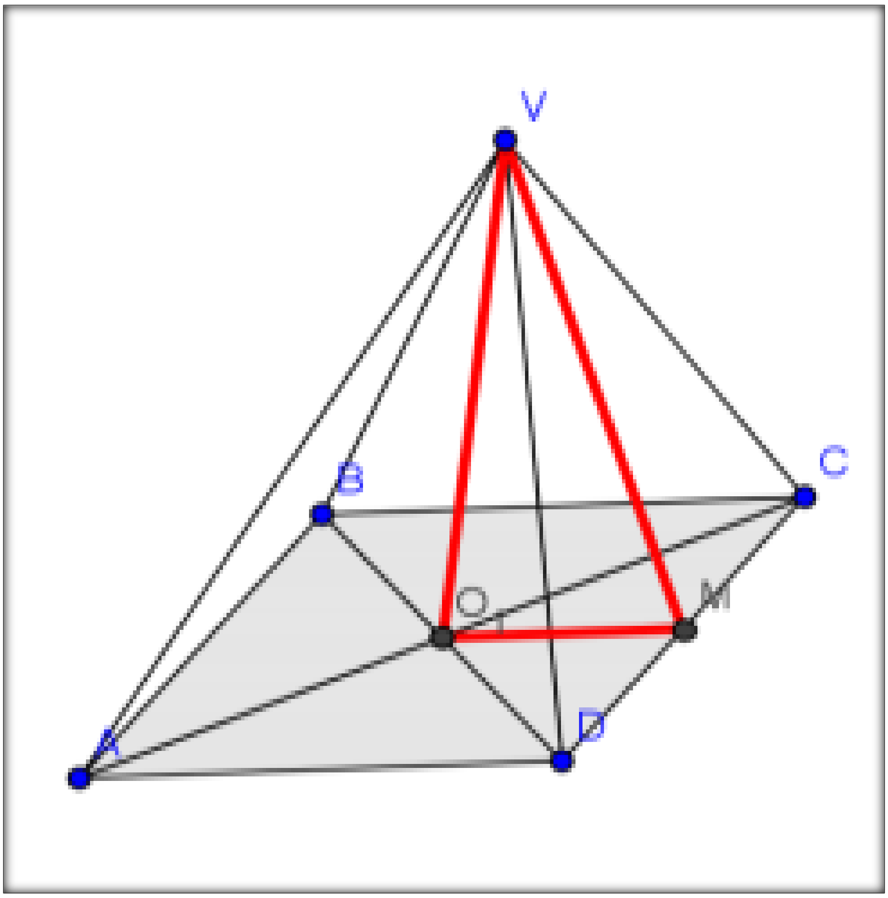
Figura 1 _ Papiro Rhind



Fonte: GASPAR 2013

Segundo (COSTA 1997) descreve em sua dissertação de mestrado que dos 84 problemas do papiro de Rhind, quatro menciona seqt de um ângulo. Ahmes não foi claro ao definir o significado desta palavra, mas pelo contexto, pensa-se que o seqt de uma pirâmide regular seja equivalente, hoje, à cotangente de um ângulo. Na construção das pirâmides era essencial manter uma inclinação constante para todas as faces, e foi essa preocupação que levou os egípcios a introduzir um conceito equivalente a cotangente de um ângulo. Podemos analisar na figura 2 que o seqt seria a razão entre o cateto adjacente e o cateto oposto.

Figura 2 _ O Seqt Egípcio

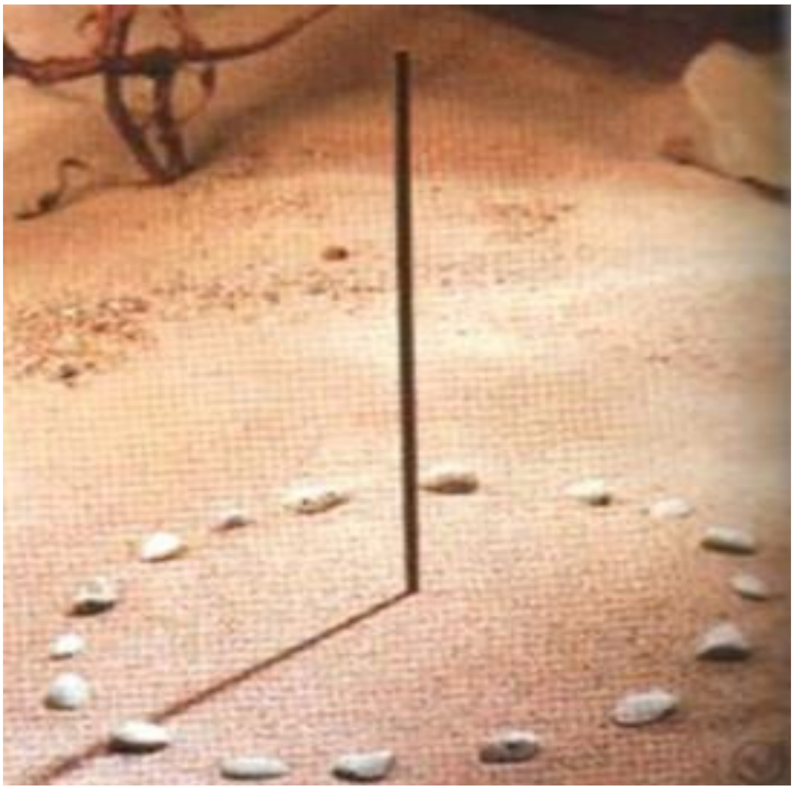


Fonte: COSTA 1997

Exemplo: Se $OV = 30$ e $OM = 60$, então, $seqt = \frac{60}{30} = 2$

Além da utilização da trigonometria nas medições das pirâmides, segundo o papiro de Rhind, por volta de 1500 a.C. no Egito, surge a ideia do relógio de sol que associava sombras projetadas por uma vara vertical a sequencias numéricas, relacionando seus comprimentos e direção com horas do dia como vemos na figura 3. Séculos depois essas ideias são representadas pelo que conhecemos hoje como funções tangentes e cotangentes. (COSTA 1997).

Figura 3 _ O relógio de sol Egípcio



Fonte: GASPAR 2013

2.1.2 Trigonometria na Babilônia

Na Babilônia a população tinha grande interesse pela astronomia, tanto por questões religiosas quanto pelas conexões com o calendário e as épocas de plantio. Os Babilônios tinham conhecimento em trigonometria, pois era impossível estudar as fases da Lua, os pontos cardeais e as estações do ano sem usar triângulos, um sistema de unidades de medidas e uma escala. (BOYER, 2010).

Os babilônios foram excelentes astrônomos e influenciaram os povos posteriores. Entre 2700 e 2800 a.C eles construíram um calendário astrológico e elaboraram, a partir do ano 747 a.C, uma tábua de eclipses lunares. Este calendário e estas tábuas chegaram até os nossos dias. (COSTA 1997).

A divisão do círculo em 360º, por exemplo, originou se da Babilônia, onde se convencionou dividir um círculo em seis partes iguais, em que cada uma equivalia a 60. Assim, formou o sistema sexagesimal. O círculo passava a ter 360°, que também designava o número de dias do ano segundo o calendário babilônico. (EVES 2011)

Uma das mais notáveis tábuas babilônias é a Plimpton 322, da universidade de Columbia (figura 4), assim determinada, pois faz parte da coleção G.A. Plimpton e está catalogada sob o número 322.

Figura 4 _ Plimpton 322

Fonte: GASPAR 2013

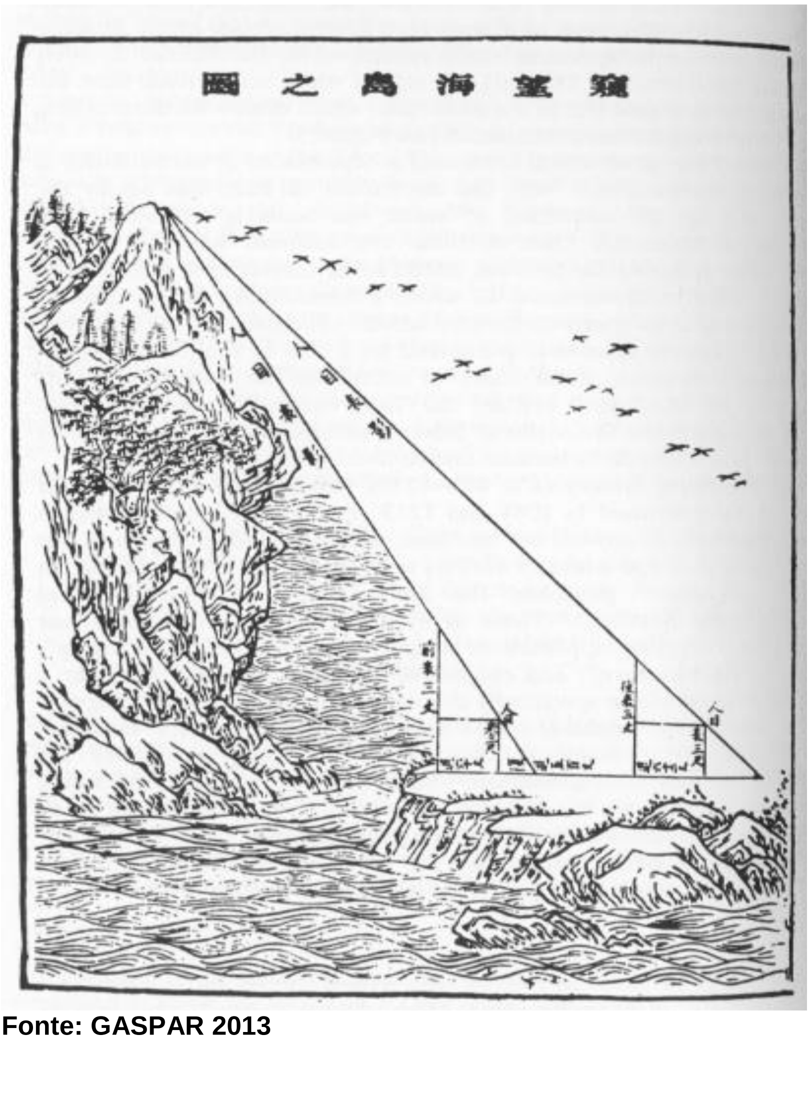
Essa tabua foi escrita por volta de 1900 e 1600 a.C aproximadamente e contém uma lista de secantes para ângulos de 45º a 31º. (BOYER 2010).

2.1.3 Trigonometria na China

Uma trigonometria rudimentar também foi encontrada no Oriente, por volta de 1110 a.C, na China. A semelhança de triângulos retângulos eram utilizados para medir distâncias, comprimentos e profundidades. Infelizmente, não há registros fiéis de como eram feitas essas medições e nem quais unidades de medidas eram usadas, por dois motivos: Primeiro porque os chineses faziam registro em bambu, que é um material perecível e segundo porque o imperador Shi Huang-ti ordenou em 213 a.C a queima de livros. Apesar de muitos livros terem sido reconstituídos em memoria, existe dúvidas sobre a autenticidade de grande parte dos materiais bibliográfico antes de 213 a.C. Por esse fato muito do nosso conhecimento sobre a matemática Chinesa é posterior de conhecimentos originais. (EVES 2011).

Um dos maiores matemáticos chineses, considerado como O *Euclides Chinês foi Liu Hui* (250 anos a.C.), que reescreveu a obra "*Nove Capítulos sobre a arte da Matemática* " com alguns melhoramentos. Possivelmente, a obra original foi escrita antes de 400 anos a.C. e era constituída por uma mistura de conhecimentos de diferentes autores. A obra de Liu Hui era dividida em 9 capítulos. No último capítulo são apresentados problemas envolvendo triângulos retângulos através de dois conceitos, "empilhar quadrados" e a função tangente, a figura 5 mostra a determinação da altura da ilha (*x*) e a sua distância ao primeiro poste (*y*). (GASPAR 2013)

Figura 5 _ Determinação da altura da ilha



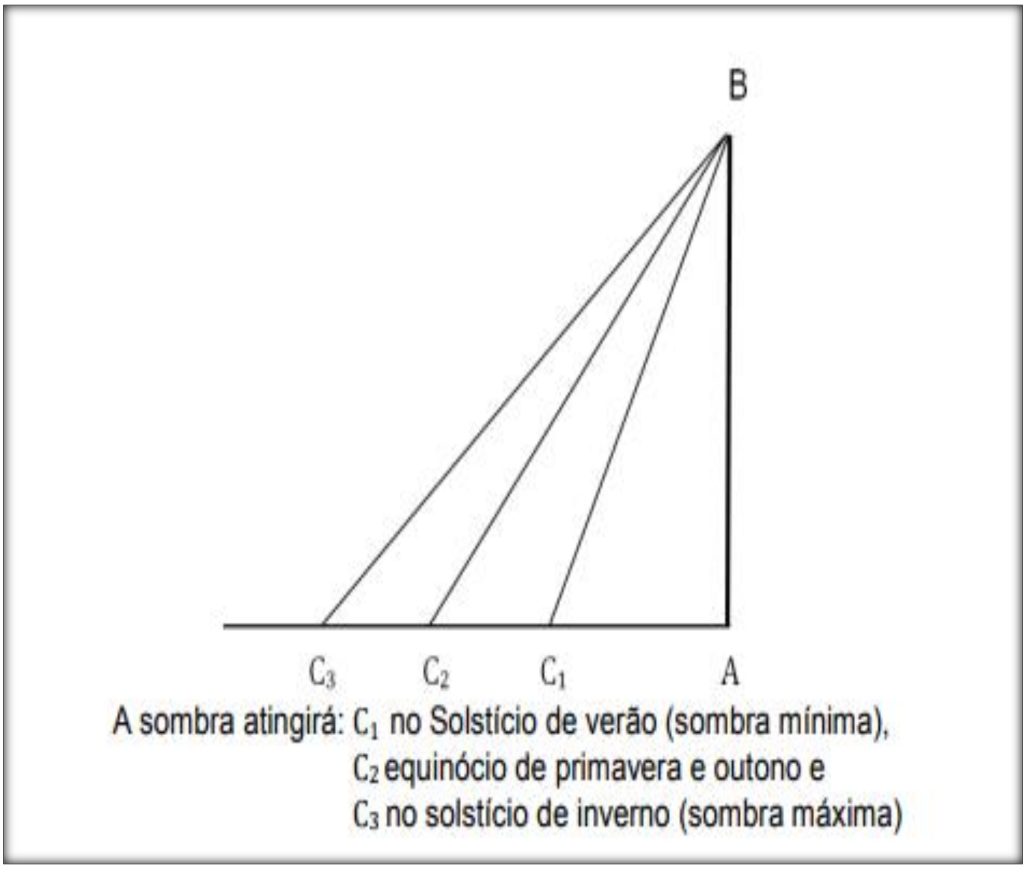
Fonte: GASPAR 2013

2.1.4 Trigonometria na Grécia

Segundo o historiador Heródoto (490 - 420 a.C.), foram os gregos que deram o nome gnômon ao relógio de sol que chegou até eles através dos babilônios, embora já tivesse sido utilizado pelos egípcios antes de 1500 a.C. (COSTA 1997)

O gnômon era uma vara (AB na figura 6) que se espetava no chão, formando com ele um ângulo reto, e o comprimento de sua sombra ($AC_1, AC_2, AC_3,$) era observado, num horário determinado: meio dia. Observava o comprimento atingido pela sombra que permitia medir a duração do ano e o seu movimento lateral diário permitia medir a duração do dia. (OLIVEIRA 2013).

Figura 6 _ Gnômon



Fonte: OLIVEIRA 2013

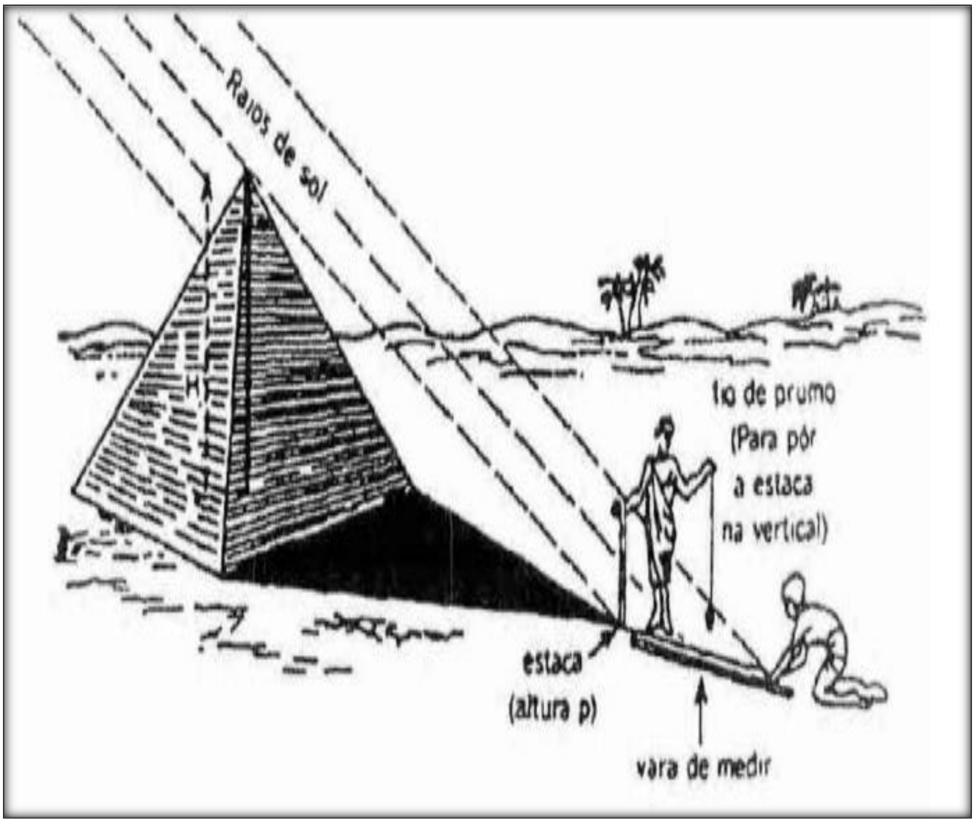
Sendo o tamanho do gnômon constante, porque usava-se a vara sempre do mesmo tamanho e na mesma posição, os comprimentos de sua sombra $AC_1, AC_2, AC_3,$ variava com o ângulo B o que deu origem a função tangente. (OLIVEIRA, 2013)

Na Grécia a trigonometria teve um grande desenvolvimento, produzindo grandes sábios que se dedicaram ao estudo de triângulo e da astronomia, criando teoremas que ainda hoje são diamantes aos nossos olhos.

Dentro das inúmeras descobertas e trabalhos realizados que serviram para consolidar os conhecimentos trigonométricos podemos destacar Tales de Mileto, Pitágoras, Eratóstenes, Hiparco e Ptolomeu. Descreveremos com mais detalhes a relação destes matemáticos com a trigonometria.

Tales de Mileto (~ 524 - 646 a.C.), "pai da filosofia grega", foi um grande matemático, considerado o primeiro dos sete sábios da antiguidade. Como matemático introduziu métodos para calcular a altura de uma pirâmide, a largura de um rio ou a distancia de um barco até a costa, utilizando as propriedades de semelhança de triângulos por ele estudada, que embasam a trigonometria. (LINTZ, 1999).

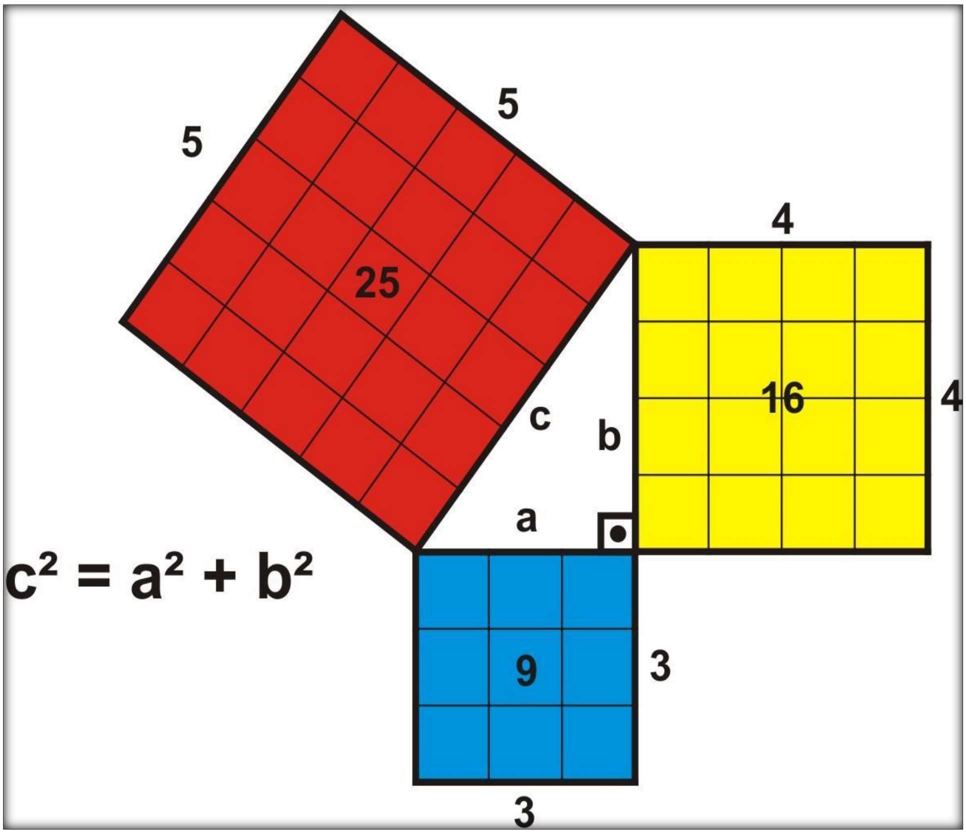
Figura 7 _ Determinação da altura da Pirâmide



Fonte: LINTZ 1999

Pitágoras (~ 572 a.C - 497 a.C) foi discípulo de Tales. Demonstrou o teorema que leva seu nome: "Em todo o triangulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa, é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos". Deste teorema temos a relação fundamental da trigonometria $(sen\alpha)^2 + (cos\alpha)^2 = 1$. (OLIVEIRA 2013)

Figura 8 _ Teorema de Pitágoras

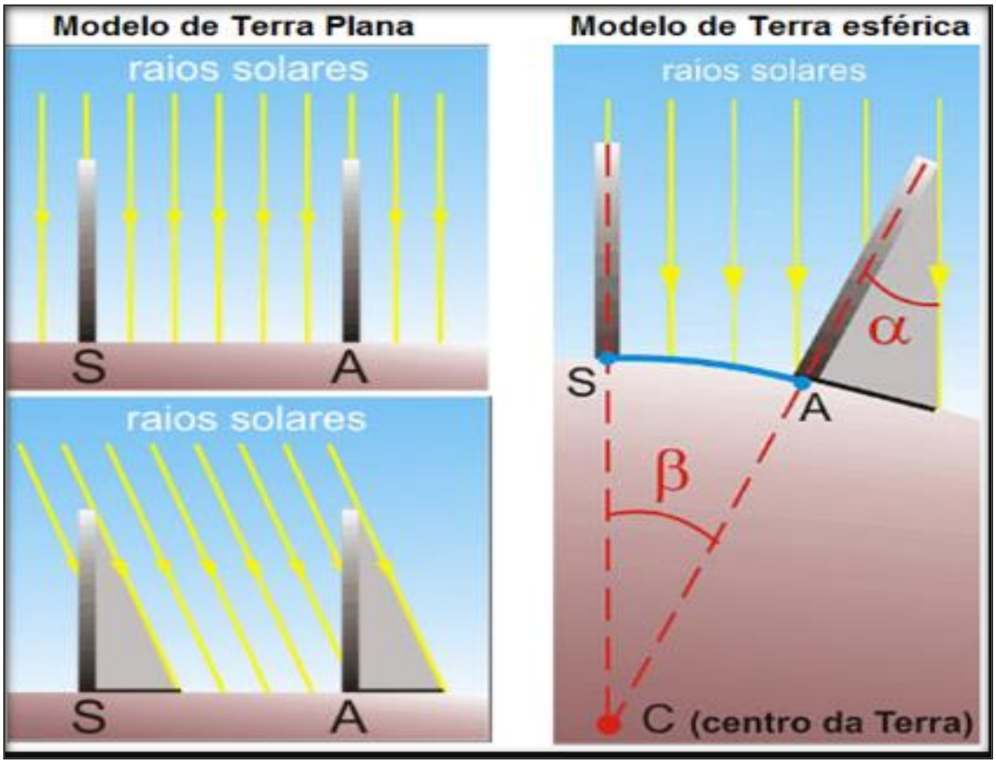


Fonte: GASPAR 2013

Eratóstenes (~276 a.C. – 196 a.C.) ficou conhecido por ter calculado o tamanho da circunferência da Terra, conclusão a que chegou usando um método engenhoso. Eratóstenes foi diretor da Biblioteca de Alexandria e num dos manuscritos dessa instituição, tomou conhecimento que na cidade de Siena, ao meio dia do solstício de verão (o dia mais longo do ano, no hemisfério norte - 21 de junho) , colunas verticais não projetavam sombra. Eratóstenes então resolveu verificar o que acontecia ao meio dia do solstício em Alexandria e para sua surpresa, em Alexandria as colunas projetavam sombras suficientemente grandes.

Eratóstenes observando que no mesmo dia e hora em localidades diferentes as sombras eram diferentes, concluiu que a terra era redonda, pois se fosse plana as sombras seriam iguais como podemos observar na figura 9. (OLIVEIRA, 2013).

Figura 9_ Modelo da Terra



Fonte: JUNIOR 2007

Eratóstenes imaginou que os prolongamentos das duas varetas verticais em Siena e em Alexandria deveriam encontrar-se no centro C da Terra esférica, formando um ângulo β. Observando a figura 9, baseada na ideia de Eratóstenes, é possível perceber que os ângulos α e β são alternos, ou seja, têm a mesma medida. Usando seus conhecimentos de geometria plana, Eratóstenes determinou este ângulo e obteve α= 7,2°. Concluiu, então, que β = α = 7,2°. (JUNIOR 2007)

Para deduzir a circunferência da Terra Eratóstenes utilizou a seguinte relação trigonométrica: O arco da circunferência SA (distância entre Siena e Alexandria) está para 7,2° assim como a circunferência total da Terra está para 360º. Sabendo que a distância entre Siena e Alexandria era de 800Km, ele chegou na seguinte relação:

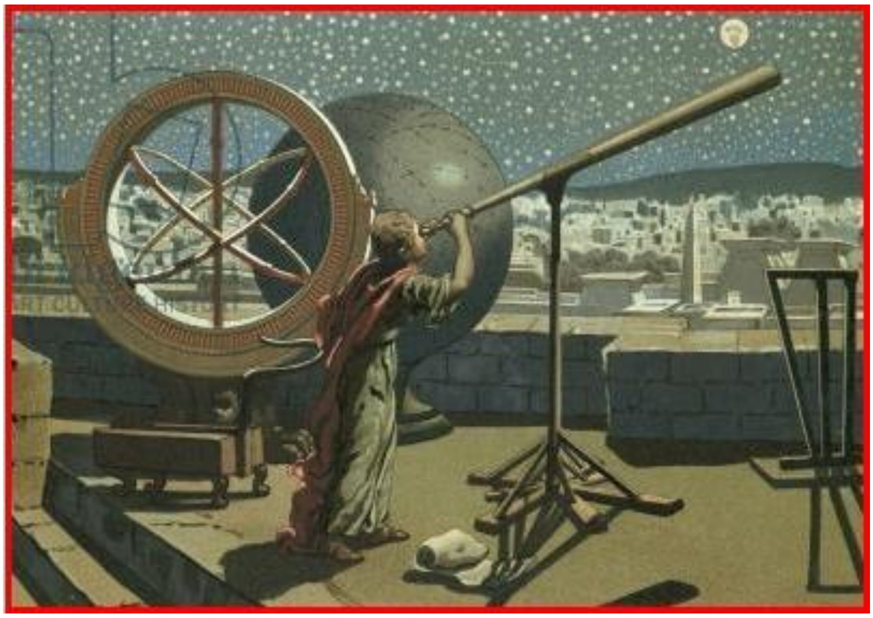
7,2° _________ 800 KM

360° _________ X

Resolvendo essa regra de três Eratóstenes encontrou o número de 40.000 km para a circunferência da Terra, bem próximo do real (40.008 km). (JUNIOR 2007)

Hiparco (~180 a.C. – 120 a.C.) é considerado o maior astrônomo grego. Ele compilou a primeira tabela trigonométrica, sendo então considerado o pai da Trigonometria. Hiparco criou uma matemática aplicada para prever os movimentos dos astros, os eclipses e medir as distâncias dos planetas e estrelas, sabendo os ângulos com os quais eram vistos da Terra. (EVES 2011)

Figura 10 _ Hiparco estudando as estrelas



Fonte: EVES 2011

Como resultado dos seus estudos, Hiparco compilou um catálogo com a posição no céu e a magnitude de 850 estrelas. A magnitude, que especificava o brilho da estrela, era dividida em seis categorias, de 1 a 6, sendo 1 a mais brilhante, e 6 a mais fraca visível a olho nu. Hiparco deduziu corretamente a direção dos polos celestes, e até mesmo a precessão, que é a variação da direção do eixo de rotação da Terra devido à influência gravitacional da Lua e do Sol, que leva 26000 anos para completar um ciclo. (OLIVEIRA 2013)

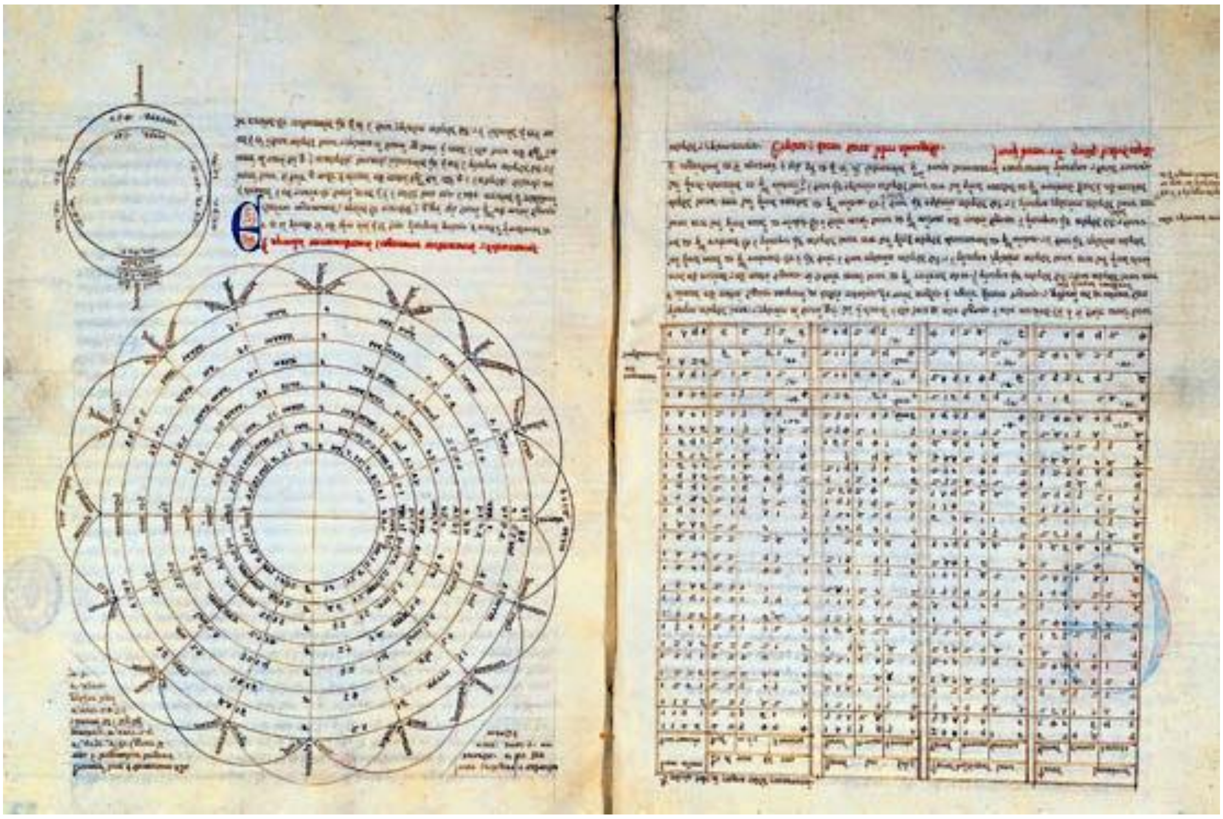
Hiparco deduziu o valor correto de 8/3 para a razão entre o tamanho da sombra da Terra e o tamanho da Lua e também que a Lua estava a 59 vezes o raio da Terra de distância; o valor correto é 60. Ele também determinou a duração do ano com uma margem de erro de 6 minutos. (COSTA 1997)

Ptolomeu (~85 d.C. – 165 d.C.) foi o último dos grandes sábios gregos e procurou sintetizar o trabalho de alguns estudiosos da época, principalmente de Hiparco publicando o Almagesto por volta do ano 150 d.C. O Almagesto é uma coleção de matemática, composta por treze livros que contém vários teoremas envolvendo a trigonometria esférica. (OLIVEIRA 2013)

O grande tratado como também era chamado o Almagesto, explica também a construção do astrolábio, instrumento inventado por Ptolomeu para calcular a altura de um corpo celeste acima da linha do horizonte. (COSTA 1997)

O Almagesto sobreviveu e por isso temos suas tabelas trigonométricas. Durante seis séculos, o Almagesto, representou a mais importante fonte de consulta para os astrônomos de todo o mundo. (KENNEDY 1992).

Figura 11 _ Reprodução de parte do Almagesto



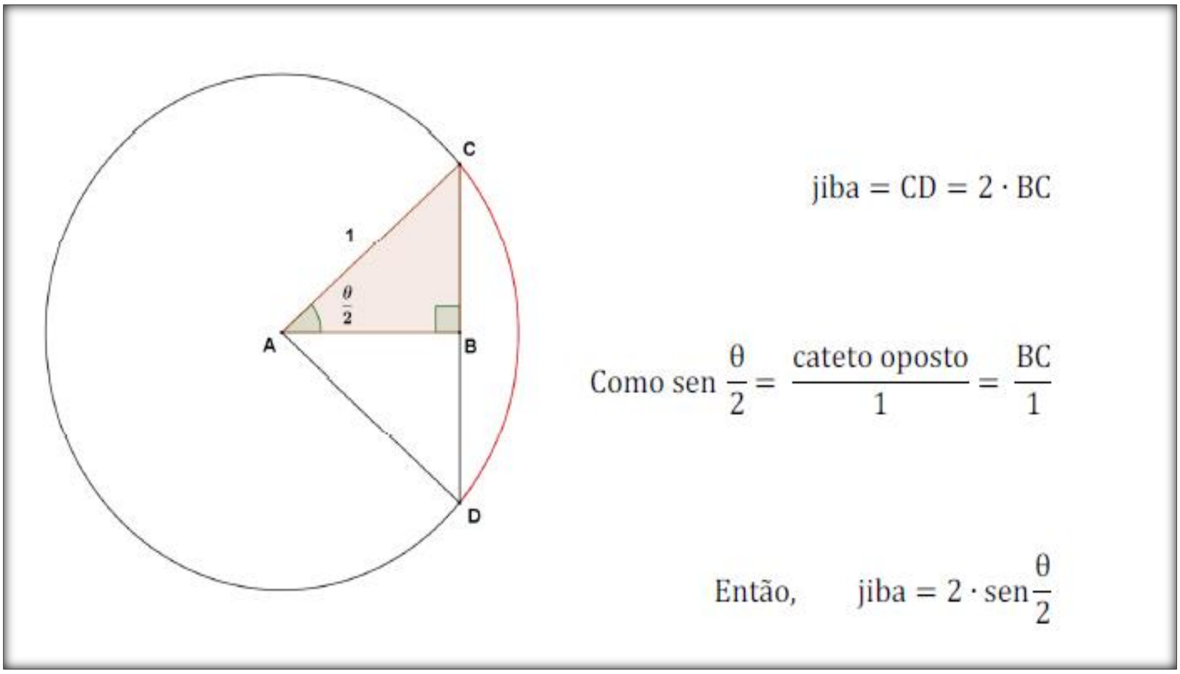
Fonte: (KENNEDY 1992)

2.2 ORIGENS DOS NOMES SENO, COSSENO E TANGENTE

Os conceitos de seno e cosseno são originários dos problemas relativos à Astronomia, enquanto que o conceito de tangente, provavelmente, surgiu da necessidade de calcular alturas e distâncias inacessíveis.

Segundo LIMA (1991) O nome seno vem do latim sinus que significa seio, curva, volta, cavidade. Muitas pessoas acreditam que este nome se deve ao fato de o gráfico da função correspondente ser bastante sinuoso. Mas, na verdade, sinus é a tradução latina da palavra árabe jaib, que significa dobra, bolso ou prega de uma vestimenta que não tem nada a ver com o conceito matemático de seno. A palavra árabe adequada, a que deveria ser traduzida, seria jiba, em vez de jaib. Jiba significa a corda de um arco. Trata-se de uma tradução defeituosa que dura até hoje. Quando os autores europeus traduziram as palavras matemáticas árabes em latim, eles traduziram jaib na palavra sinus.

Figura 12 _ Função seno



Fonte: (MELO 2013)

A palavra cosseno surgiu somente no século XVII, como sendo o seno do complemento de um ângulo,

$$\cos\alpha = sen\,(90 - \alpha).$$

Como exemplo temos que o seno de 30º e o cosseno de 60º é igual, isso porque 60° é o complemento de 30º.

A função tangente era a antiga função sombra, utilizada nos relógios de sol. A noção de tangente apareceu com à necessidade de se calcular alturas. As primeiras tabelas de sombras conhecidas foram produzidas pelos árabes por volta de 860. O nome tangente foi primeiro usado por Thomas Fincke, em 1583. (MELO 2013)

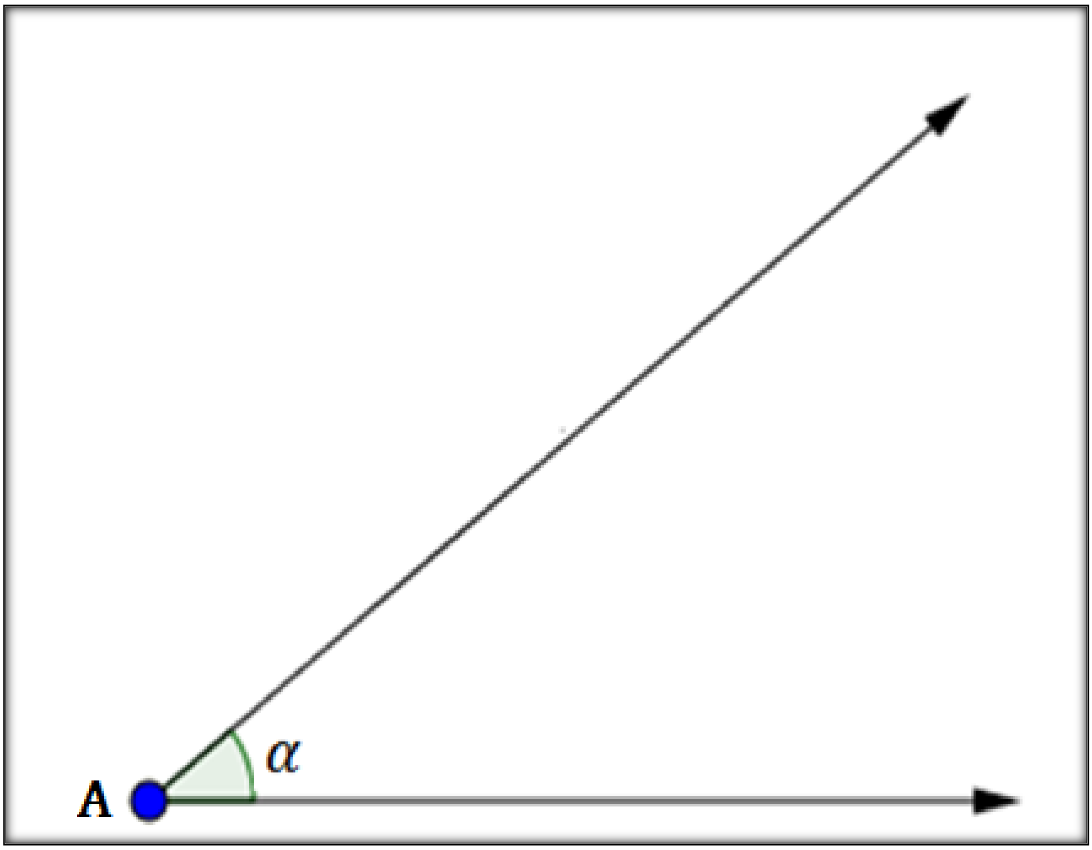
2.3 DEFINIÇÕES DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Apresentaremos agora os conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo. A principal referência utilizada para as descrições abaixo é (GIONANNI, 2009).

2.3.1 Razões trigonométricas de um ângulo agudo

Considerere o ângulo α, de vértice A, indicado na figura 13.

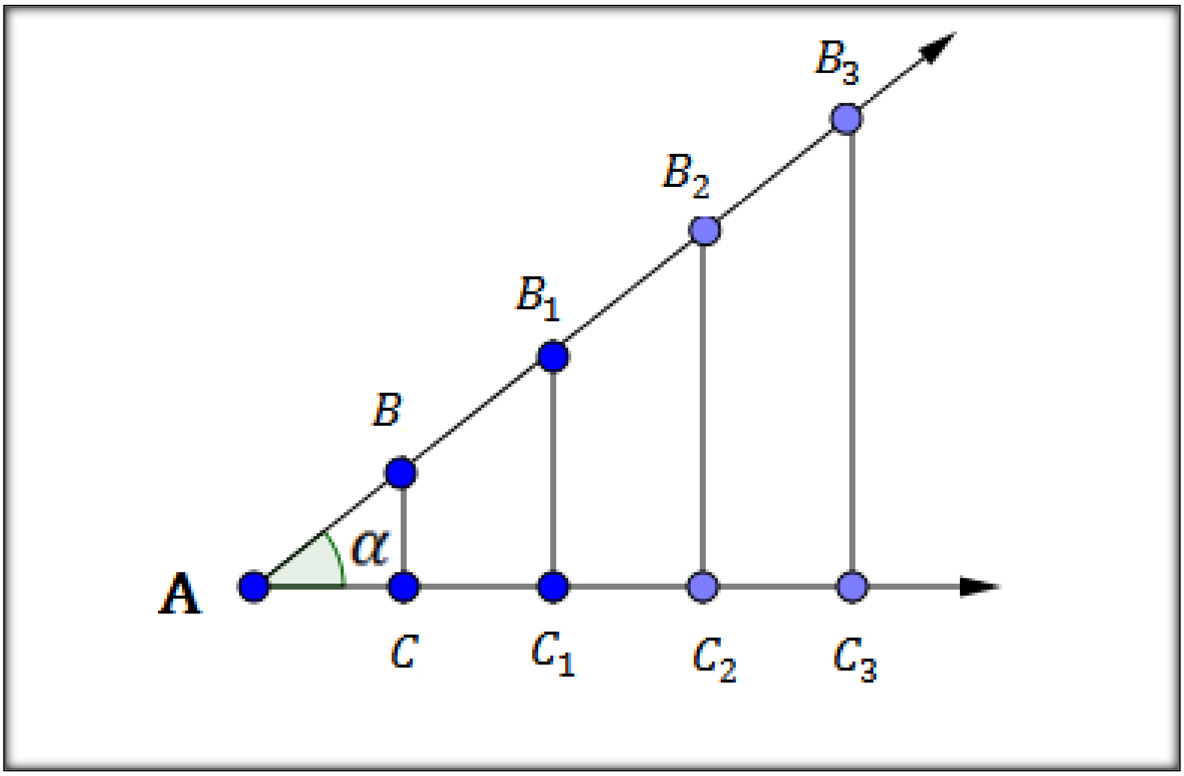
Figura 13 _ Ângulo agudo



Fonte: GIONANNI, 2009

Sobre um dos lados do angulo agudo α, consideremos arbitrariamente os pontos $C,\ C_1,\ C_2, C_{3\ldots}$ e por esses pontos traçamos perpendiculares que se encontram com o outro lado do ângulo nos pontos $B,\ B_1,\ B_2,\ B_{3\ldots}$, respectivamente como visto na figura 14.

Figura 14 _ Ângulo subdividido



Fonte: GIONANNI, 2009

Obtemos assim os triângulos retângulos ABC, AB_1C_1, AB_2C_2, AB_3C_3..., todos semelhantes entre si. Podemos, a partir deles, estabelecer as seguintes proporções:

$$\frac{BC}{AB} = \frac{B_1C_1}{AB_1} = \frac{B_2C_2}{AB_2} = \frac{B_3C_3}{AB_3} = \ldots. = k_1;$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{AC_2}{AB_2} = \frac{AC_3}{AB_3} = \ldots. = k_2;$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B_1C_1}{AC_1} = \frac{B_2C_2}{AC_2} = \frac{B_3C_3}{AC_3} = \ldots. = k_3.$$

A constante k_1, assim obtida, é chamada de seno do ângulo agudo α e se indica por:

$$sen\ \alpha = \frac{BC}{AB}.$$

A constante k_2, por sua vez, é chamada de cosseno do ângulo agudo α e se indica por:

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}.$$

Finalmente a constante k_3, é chamada tangente do ângulo agudo α e se indica por:

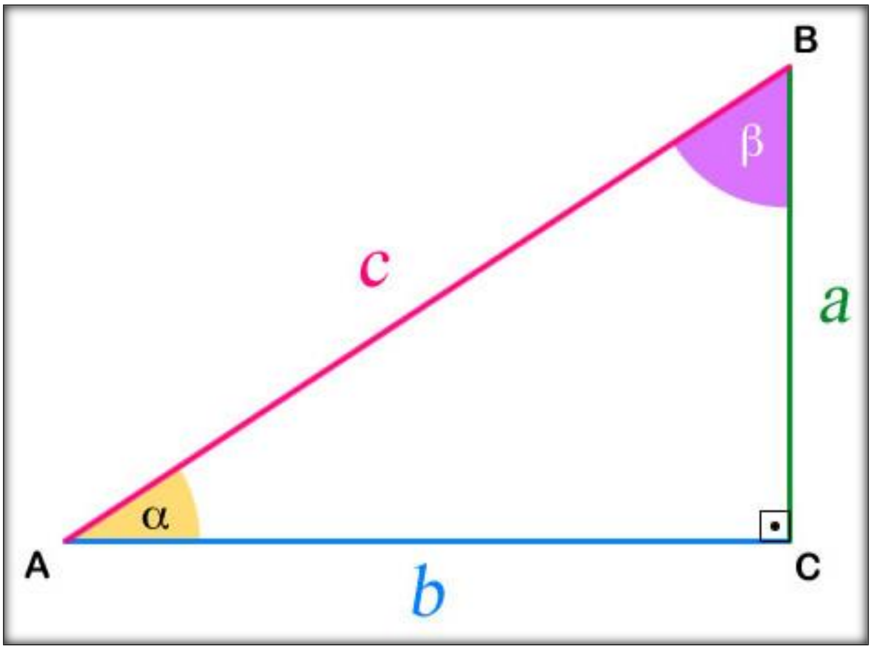
$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{BC}{AC}.$$

As relações $sen\,\alpha$, $\cos\alpha$ e $\mathrm{tg}\,\alpha$ são chamados razões trigonométricas do ângulo agudo α e não dependem dos pontos C, C_1, C_2, $C_{3,...}$ (só variam quando variar o ângulo).

2.3.2 Razões trigonométricas no triângulo retângulo

Considerando o triângulo retângulo ABC ilustrado na figura 15, onde o ângulo Ĉ vale 90°. Denotamos:

Figura 15 _ Triângulo retângulo



Fonte: GIONANNI, 2009

AB = c = Hipotenusa;

CB = a = Cateto oposto ao ângulo α;

CB = a = Cateto adjacente ao ângulo β;

CA = b = Cateto oposto ao ângulo β ;

CA = b = Cateto adjacente ao ângulo α;

Considerando o que vimos no item anterior, obtemos.

$$sen\ \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{cateto\ oposto}{Hipotenusa},$$

$$cos\ \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{cateto\ adjacente}{Hipotenusa},$$

e

$$tg\ \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}\ .$$

Em outras palavras

$$sen\ \alpha = \frac{a}{c}\ , cos\ \alpha = \frac{b}{c}\ \text{e}\ tg\ \alpha = \frac{a}{b}$$

De maneira similar, encontramos.

$$sen\ \beta = \frac{AC}{AB} = \frac{cateto\ oposto}{Hipotenusa},$$

$$cos\ \beta = \frac{BC}{AB} = \frac{cateto\ adjacente}{Hipotenusa},$$

e

$$tg\ \beta = \frac{AC}{BC} = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}\ .$$

Ou seja,

$$sen\ \beta = \frac{b}{c}\ , cos\ \beta = \frac{a}{c}\ \ e\ \ tg\ \beta = \frac{b}{a}$$

3 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Em nossas experiências de sala de aula podemos observar que grande parte dos alunos tem muita dificuldade em aprender trigonometria. Uma das razões dessa dificuldade deve-se ao fato dos alunos não assimilarem corretamente tópicos como ângulos, congruência e principalmente, semelhança de triângulos, que são essenciais para o estudo da trigonometria.

Outro fato que inviabiliza a construção de uma aprendizagem significativa em trigonometria é a falta de interesse dos alunos e isso ocorre muita das vezes pela maneira que é feita a abordagem do assunto por parte dos professores, que em geral apresentam o conteúdo de trigonometria de forma mecânica exibindo as razões trigonométricas já prontas, não incentivando os alunos a questionarem e construírem seus próprios conhecimentos.

Farias (2014) fala que o ensino baseado na memorização de definições e procedimentos, sem a participação dos alunos no processo e com a imposição de regras, pode resultar em experiência pouco motivadora.

Segundo Chagas:

> Um dos motivos do fracasso do ensino de Matemática está tradicionalmente pautado em manipulações mecânicas de técnicas operatórias, resolução de exercícios, que são rapidamente esquecidos, assim como a memorização de fórmulas, tabuada, regras e propriedades (CHAGAS, 2005, p. 01).

Buscando uma maneira de motivar os alunos quanto ao estudo da matemática, em particular, da trigonometria, percebemos que seria preciso sairmos do tradicional e buscarmos metodologias de ensino diferenciadas.

Segundo Frison e Schwartz (2002,p.123) “no contexto escolar o professor é o principal responsável pela articulação dos fatores que motivam o aluno a buscar, pesquisar e a construir conhecimentos, pelo estimulo em tornar a aprendizagem dinâmica e inovadora”. É função do professor, proporcionar ao aluno uma aula diferenciada.

Krasilchik (2004) também comenta que não serão atingidos todos os objetivos de ensino se não forem também incluídas atividades fora do ambiente escolar, pois quanto mais as experienciais educativas fizerem na prática, mais fácil para o aluno assimilar o conteúdo.

Partindo do pressuposto da necessidade dos alunos terem que vincular o cotidiano para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos surge a motivação para a nossa pesquisa. Neste sentido, apresentaremos uma ferramenta, conhecida como o “teodolito caseiro” para enriquecer a relação entre o aluno e o cotidiano a fim de beneficiar seu conhecimento trigonométrico, relacionando a teoria com a prática.

3.1 DESCRIÇÕES DA TURMA E DOS ENCONTROS.

A pesquisa foi aplicada na turma do 9° ano B do Ensino Fundamental na E.M Amador Bueno da rede municipal de Ipaussu. Localizada no centro da cidade da qual a professora de matemática titular da turma é a professora Jurcelena Firmino.

As atividades aplicadas em sala de aula, juntamente com as produções dos alunos e algumas considerações feitas pela professora foram autorizadas por ela e pela escola a serem descritas nesse trabalho.

A turma possui em sua totalidade 16 alunos com idades que variam entre14 e 15 anos. Além disso, segundo os relatos da professora Jurcelena os alunos dessa turma em geral tem muita dificuldade, são desmotivados e não participam das aulas e em consequência disso apresentam rendimento abaixo da média.

As atividades propostas foram realizadas em cinco encontros com a turma selecionada, no período de 26/09/2016 a 04/10/2016 de segunda, terça e quinta-feira. Dentro dos horários habituais das aulas de matemática.

A seguir descrevemos brevemente o que foi feito em cada encontro.

1º encontro: Esse encontro foi composto por três atividades:

ATIVIDADE I: Abordamos de uma forma concreta e visível à origem das relações seno, cosseno e tangente.

ATIVIDADE II: Mostramos aos alunos como surgiram os valores da tabela trigonométrica.

AVIVIDADE III Demonstramos geometricamente os ângulos notáveis.

2º encontro: Orientamos os alunos na resolução da ATIVIDADE IV que corresponde a uma lista de exercícios envolvendo as razões trigonométricas.

3º encontro: Confeccionamos o material concreto “Teodolito Caseiro”.

4º encontro: Utilizamos o “Teodolito caseiro” e o aplicativo “Theodolite Dróid” para medirmos na prática “alturas inacessíveis” de alguns pontos da cidade de Ipaussu.

5º Encontro: Esse encontro foi dividido em duas etapas:

1ª ETAPA: Os alunos foram avaliados por meio de uma prova teórica.

2ª ETAPA: Os alunos responderão um questionário avaliando as metodologias utilizadas nos encontros.

3.2 PRIMEIRO ENCONTRO

O primeiro encontro com a turma se deu inicialmente com a nossa apresentação, em sequência iniciamos uma conversa motivacional, abordando a importância dos estudos e explicamos a proposta didática que iriamos desenvolver da qual eles fariam parte.

Fizemos uma breve introdução da historia da trigonometria explicando a origem e as diversas áreas que ela se faz presente.

Comunicamos aos alunos que desenvolveríamos o projeto nas aulas de matemática, totalizando cinco encontros. Informamos a eles o objetivo de cada um dos encontros, inclusive que no quarto encontro faríamos uma aula prática fora da sala de aula com o material concreto “teodolito caseiro”, que iriamos confeccionar no terceiro encontro. Essas descrições deixaram os alunos bem motivados.

O primeiro encontro aconteceu no dia 26/09/2016 e o ambiente utilizado foi à sala de aula. Nesse encontro trabalhamos as atividades I.II e III (apêndice), para concluir as atividades utilizamos três aulas de 50 minutos totalizando 150 minutos.

Os alunos foram divididos em três grupos, o grupo I e III composto por 5 alunos e o grupo II por 6 alunos. Na figura 16 podemos visualizar como ficou essa divisão dos grupos.

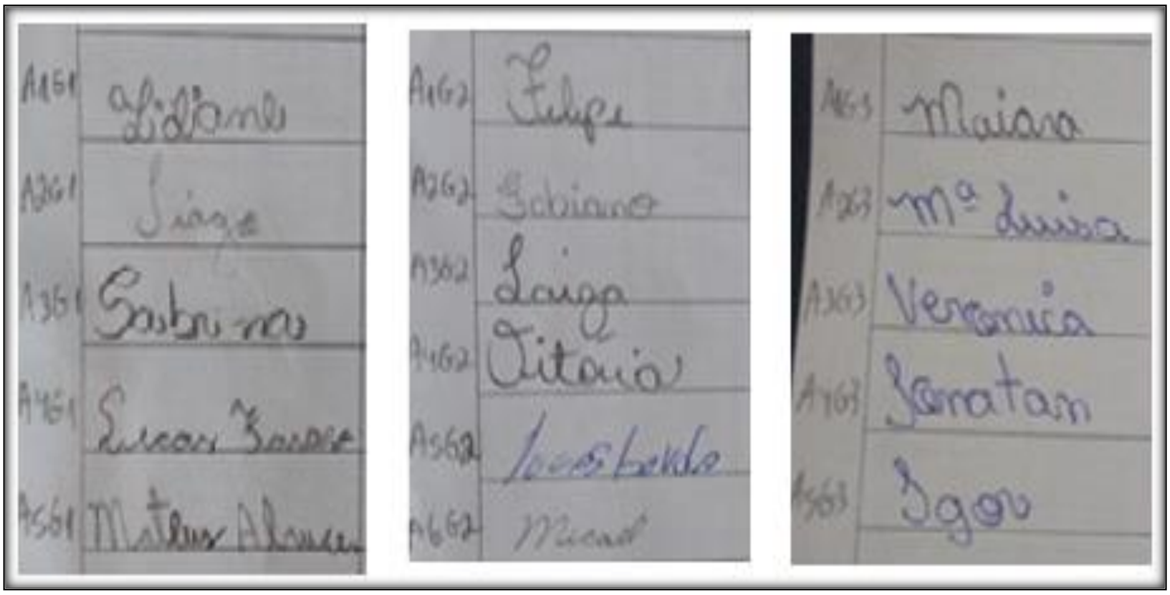
Para cada aluno entregamos três folhas de atividades (atividade I, atividade II e atividade III) e para cada grupo entregamos uma tabela para ser preenchida por todos os integrantes, com os resultados da atividade I.

Figura 16 _ Divisão dos grupos

Fonte: Imagem da autora (2016)

Antes de descrevermos os relatos e analisarmos os dados da pesquisa, no intuito de facilitar a leitura quanto à diferenciação das falas dos alunos, identificamos os alunos pela ordem que preencheram a tabela e pelo grupo que se encontravam Ex: ALUNO1G2 é o aluno um do grupo dois. Conforme a figura 17 abaixo.

Figura 17_ Nomes dos alunos dos grupos I,II e III



Fonte: Imagem da autora (2016)

3.2.1 Relatos da ATIVIDADE I

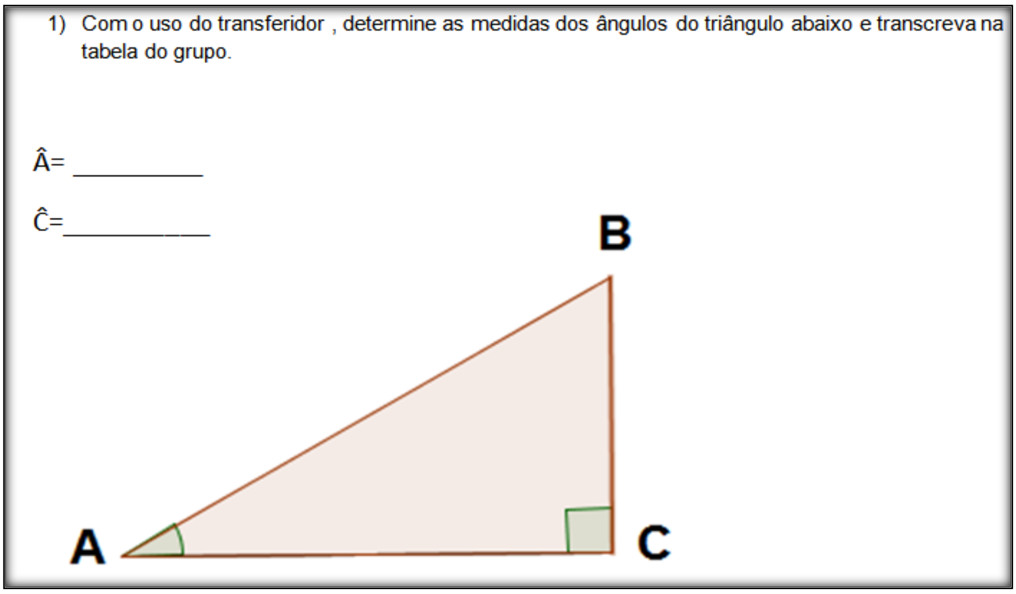
Ao aplicarmos a ATIVIDADE I tivemos como objetivo capacitar os alunos para que os mesmos fossem capazes de nomearem corretamente os lados do triângulo retângulo e construírem as razões trigonométricas.

A ATIVIDADE I foi elaborada contendo cinco exercícios. Relataremos abaixo as dificuldades enfrentadas pelos alunos em cada um.

3.2.1.1 Exercício 1

O exercício 1 da ATIVIDADE I, pedia para que o aluno, utilizando o transferidor, medisse o ângulo Â e o ângulo Ĉ do triângulo. Como visto na figura 18.

Figura 18_ exercício 1 da ATIVIDADE I



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Alguns alunos ao lerem esse exercício pegaram o compasso no estojo, pensando ser esse instrumento o transferidor. Esse fato nos mostrou que os materiais manipuláveis são pouco trabalhados em sala de aula uma vez que os alunos possuem dúvidas até mesmo nos nomes dos instrumentos. Porém sabemos que todo material que o aluno possa manipular contribui positivamente para o seu aprendizado, como afirmam Deneca e Pires.

> É importante oportunizar ao estudante a experiência da matematizarão por meio da manipulação de materiais, dessa forma desenvolvem uma atividade lúdica, além de oportunizar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento abstrato. (DENECA e PIRES 2008, p.05).

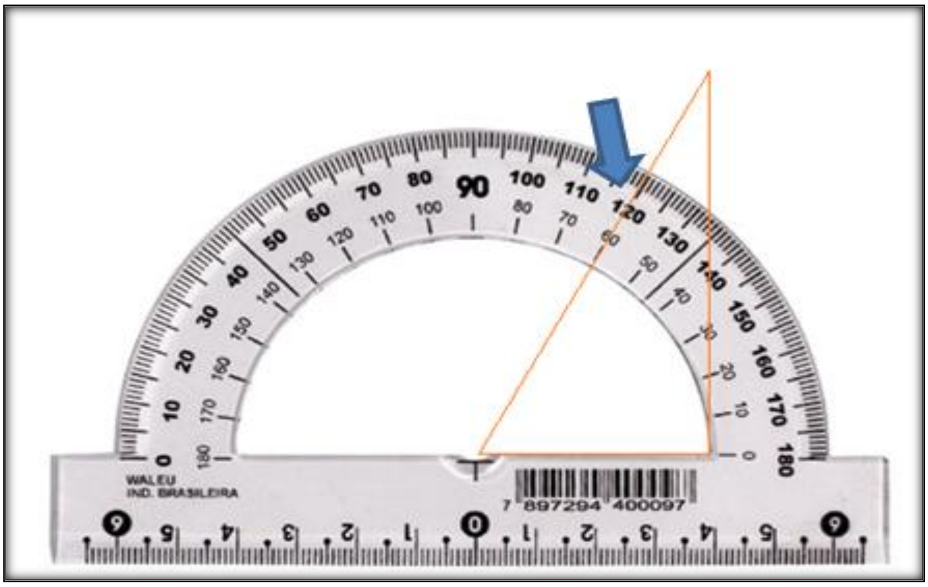
Percebemos que muitos alunos não sabiam como manusear um transferidor para medir os ângulos pedidos no exercício, assim contamos com a ajuda da professora Jurcelena, nos grupos orientando como eles deveriam proceder.

No decorrer da atividade a ALUNA3G3 Perguntou:

_ “Professora qual o valor que eu marco para o angulo Â o de cima ou de baixo?”.

A aluna se referia à escala do transferidor se ela marcava para o ângulo Â o valor de 60º ou de 120º. Na figura 19 indicamos a dúvida da aluna.

Figura 19 _ Escala do transferidor



Fonte: Imagem da autora (2016)

Ao respondermos a pergunta feita pela aluna lembramos que a missão do professor é fazer com que o aluno chegue na resposta e não fornecer respostas prontas. Assim refizemos a pergunta feita pela aluna para a sala, pois poderia ser a dúvida de mais algum aluno. Em seguida relembramos que os ângulos podem ser classificados de três formas: agudo, obtuso e reto, onde os agudos são ângulos menores que 90°, os obtusos são ângulos com maiores que 90° e os ângulos retos têm exatamente 90°.

Logo apenas olhando para o desenho ficou fácil dizer em que categoria o ângulo Â se encontra e qual escala do transferidor usar.

Tendo feito essa explicação à aluna concluiu por si só que a medida do ângulo Â era 60°, que ela deveria usar a escala de baixo do transferidor, pois observando o desenho o ângulo medido pertencia à categoria dos ângulos agudos, menores que 90°.

Julgamos ser muito importante levar o aluno a refletir seus conhecimentos prévios ao invés de responder diretamente às suas perguntas.

Todos os alunos do grupo I concluíram que o ângulo Â media 30° e o ângulo Ĉ media 90°, os alunos do grupo II concluíram que o ângulo Â media 45° e o ângulo Ĉ media 90° e os alunos do grupo III concluíram que o ângulo Â media 60° e o ângulo Ĉ media 90°. O valor do ângulo Â foi transcrito na tabela do grupo por cada integrante conforme visto na figura 20.

Figura 20 _ Valores dos ângulos Â obtidos pelos grupos I,II e III respectivamente.

Fonte: Imagem da autora (2016)

Estimulando a capacidade de argumentação e criticidade dos alunos perguntamos a eles, se seria possível determinar o valor do ângulo B̂ sem utilizar o transferidor para medir, uma vez que eles conheciam as medidas dos ângulos Â e Ĉ.

Fizemos esse questionamento para que os alunos utilizando seus conhecimentos prévios reformulassem uma ideia concreta sobre as propriedades da soma dos ângulos internos de um triângulo.

Num primeiro momento não ouve resposta por parte dos alunos, então fizemos uma nova pergunta: Quanto vale a soma dos ângulos internos de um triângulo?

O aluno ALUNO2G2 respondeu:

_ “180° professora”

Respondemos ao aluno que ele estava correto, e posteriormente reformulamos a primeira pergunta acrescentando essa pista que a soma dos três ângulos, Â B̂ e Ĉ, é igual 180°.

Logo a aluna ALUNA3G1 concluiu:

_ “Entendi então professora como descobrir o valor do ângulo B̂, é só somar as medidas dos ângulos Â e Ĉ e “tirar” de 180”.

Ao instigarmos os estudantes a chegarem às respostas através de pistas, de ferramentas que já foram aprendidas, o aprendizado ganha significado, fazendo com que ele melhore sua maneira de pensar e construa seu próprio conhecimento.

É percebível que quando trabalhamos com esse jogo de pergunta e resposta os alunos ficam mais interessados e participam das aulas. Segundo STENGE (2016) estudos realizados na Universidade da Califórnia comprovam que, uma vez que a curiosidade é despertada por alguma pergunta, as pessoas tem mais facilidade para aprender e lembrar das informações. Isso acontece porque quando a curiosidade é aguçada, aumenta a atividade no hipocampo, que é a região do cérebro envolvida na criação de memórias, a curiosidade coloca o cérebro em um estado que lhe permite aprender e reter informações, assim, instigar a curiosidade dos alunos ajuda eles a lembrarem das lições que poderiam ser ouvida por um ouvido e saída pelo outro, se o professor ao invés de fazer questionamentos desse a resposta pronta.

3.2.1.2 Exercício 2

O exercício 2 da ATIVIDADE I, pedia para que o aluno determinasse o nome dos lados do triângulo retângulo em relação ao ângulo Â. Como visto na figura 21.

Figura 21 _ exercício 2 da ATIVIDADE I

2) Determine o nome dos lados do triângulo retângulo acima em relação ao ângulo Â.
AB__________________ BC__________________ AC__________________

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Os alunos por já terem estudado o Teorema de Pitágoras conseguiram identificar que o lado oposto ao ângulo reto era a hipotenusa, e que os outros dois lados eram chamados de catetos assim eles responderam que AB era a hipotenusa e BC e AC eram catetos.

Prosseguindo a aula e visando sempre a participação dos alunos, questionamos a eles como poderíamos diferenciar um cateto do outro, será que esses catetos levavam nomes especiais?

Após a pergunta a ALUNA3G1 ergueu a mão e respondeu:

_ “Professora um lado é chamado de cateto oposto e o outro de cateto adjacente”.

Ficamos surpresos com a resposta correta dada pela aluna, pois ainda não tínhamos passado essa informação para a turma. Pedimos então para a aluna que, identificasse qual lado era o cateto oposto e qual era o cateto adjacente em relação ao ângulo Â, a aluna não soube responder e confessou que respondeu corretamente, “no chute”, pois leu cateto oposto e cateto adjacente na questão 3, mas não sabia o que significava.

Para que os alunos entendessem o significado de cateto adjacente e cateto oposto, desenhamos um triângulo retângulo ABC na lousa destacando o ângulo Â, e explicamos aos alunos que o cateto oposto, sempre será o lado que está oposto ao ângulo analisado. Neste caso o cateto oposto era o lado BC, e o cateto adjacente o lado que é formado pelo ângulo que estamos analisando e o ângulo reto, ou seja, neste caso o lado AC.

Em resumo passamos essas informações na lousa para que os alunos tomassem nota.

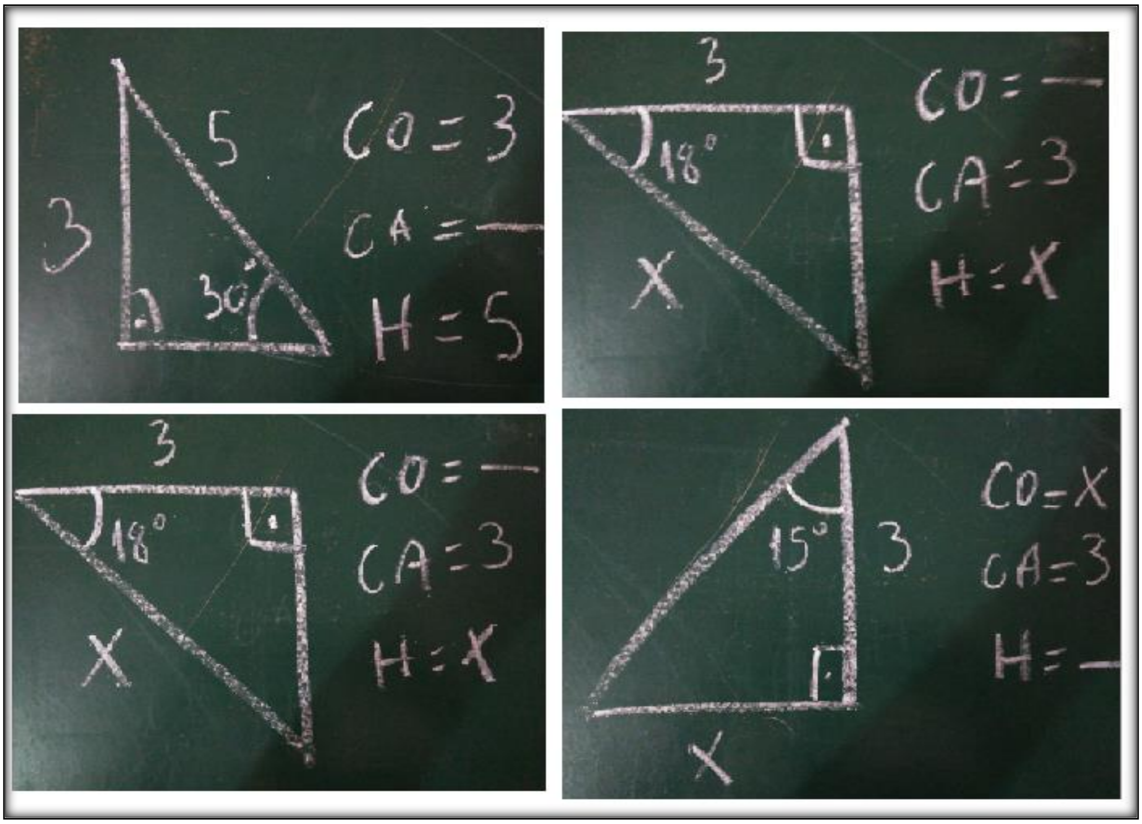
Cateto Adjacente (CA): É o lado que toca nos dois ângulos (reto e o agudo analisado).

Cateto Oposto (CO): É o lado oposto ao ângulo agudo analisado.

Hipotenusa (H): É o lado maior do triângulo e oposto ao ângulo reto.

Objetivando que ficasse claro para os alunos distinguir os lados de um triângulo retângulo, é que desenhamos vários triângulos retângulos na lousa, em varias posições, destacando aleatoriamente os ângulos agudos para que os alunos pudessem aprender que de acordo ao ângulo analisado os catetos mudam.

Figura 22 _ Aprendendo os nomes dos lados do triângulo retângulo



Fonte: Imagem da autora (2016)

3.2.1.3 Exercício 3

O exercício 3 da ATIVIDADE I, pedia para que o aluno utilizando a régua medisse os lados do triângulo. Como visto na figura 23.

Figura 23 _ exercício 3 da ATIVIDADE I

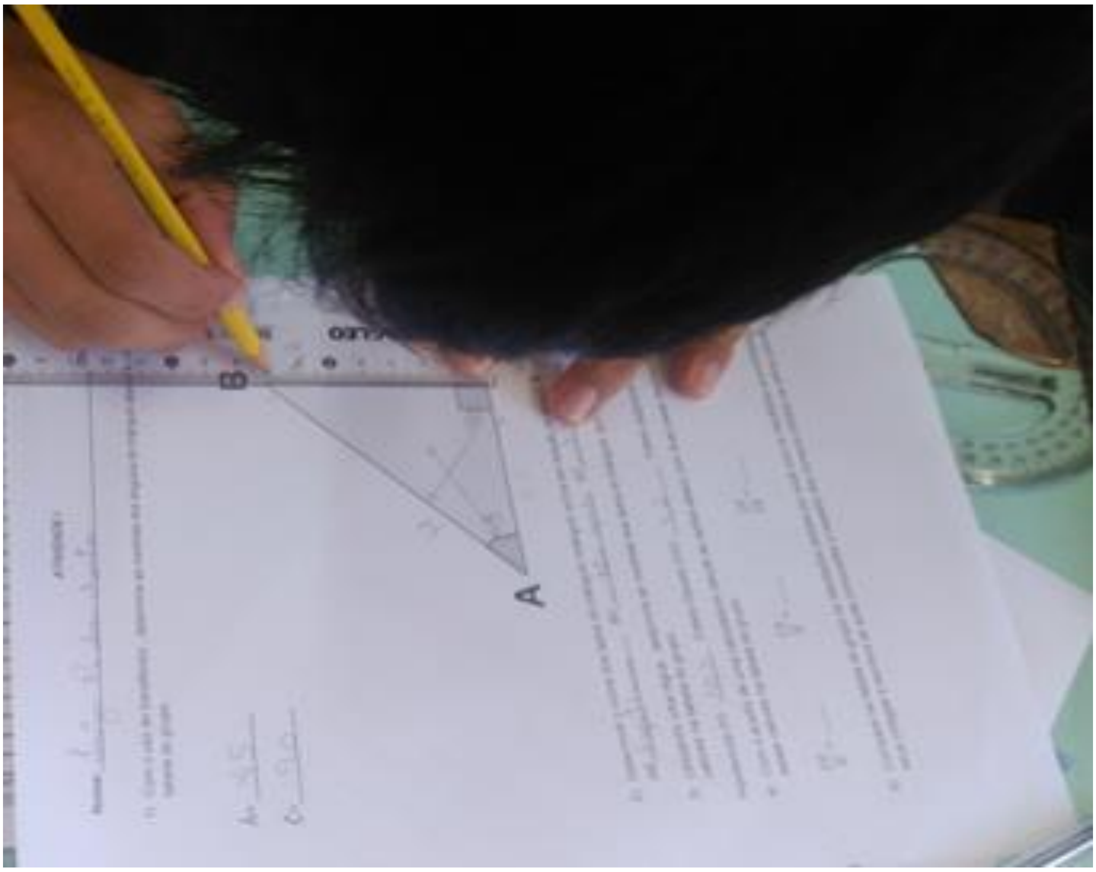
3) Utilizando uma régua , determine as medidas dos lados do triângulo acima, e transcreva esses valores na tabela do grupo.

Hipotenusa (H):________ Cateto Oposto (CO):___________ Cateto adjacente (CA) __________

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Nesse exercício o aluno verificou que as medidas encontradas por ele eram diferentes das encontradas pelos colegas dos grupos, pois cada aluno tinha recebido uma atividade onde os triângulos eram todos de tamanho diferentes, em seguida as medidas foram transcritas na tabela do grupo por cada integrante. Na figura 24 temos a imagem de um aluno fazendo a medida dos lados do triângulo com a régua.

Figura 24 _ Aluno medindo os lados do triângulo com régua

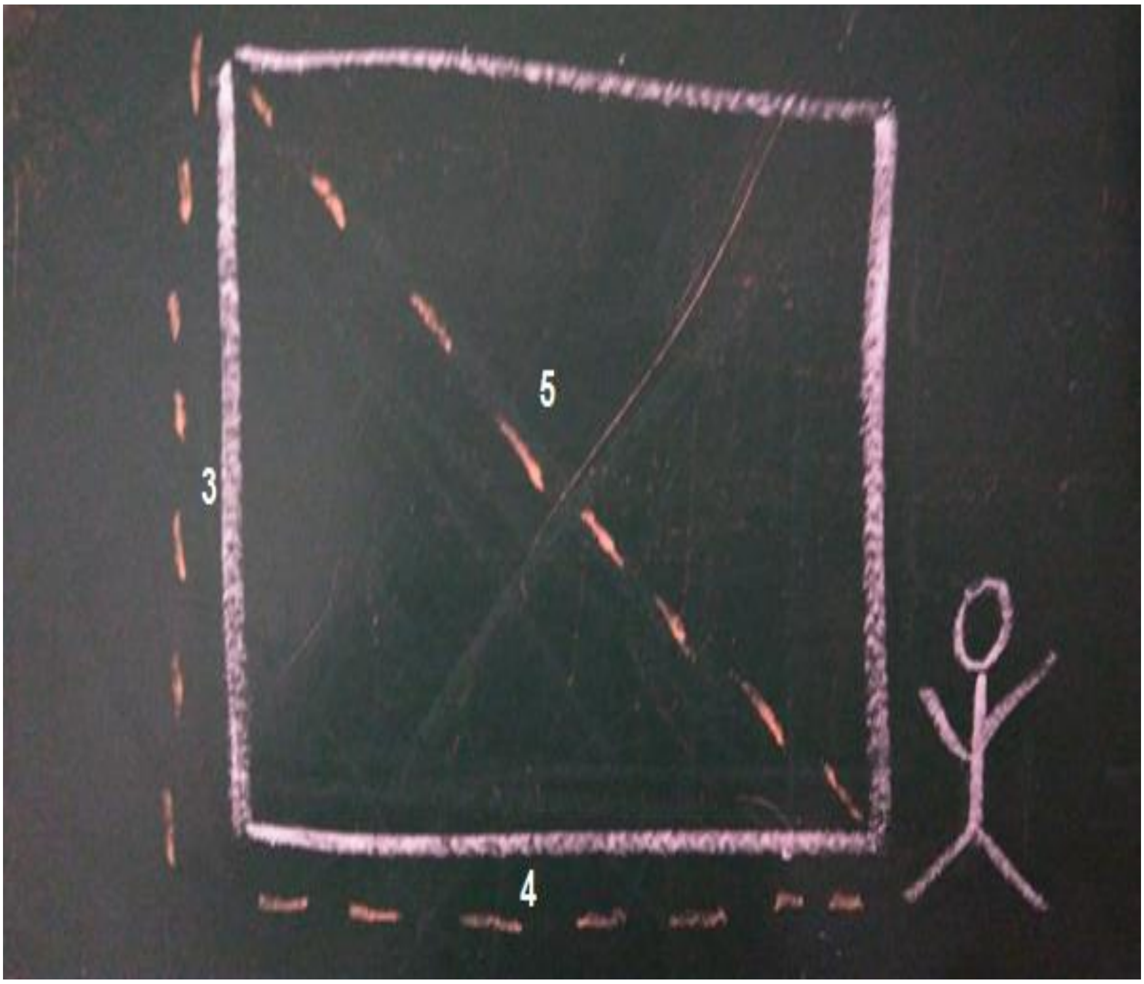


Fonte: Imagem da autora (2016)

Chamamos atenção dos alunos para que pudessem comprovar, observando seus triângulos, um dos corolário do teorema de Pitágoras que diz que a hipotenusa sempre é o lado maior do triângulo retângulo, porem a hipotenusa é sempre menor que a da soma dos catetos.

Contextualizamos esse fato desenhando na lousa, um terreno retangular, explicamos aos alunos que quando queremos ir pelo caminho mais curto devemos escolher “cortar caminho” pela diagonal que representa a hipotenusa, ao invés de darmos a volta pelos lados do terreno, ou seja andarmos pelos catetos, como mostra a figura 25.

Figura 25 _ A hipotenusa é sempre menor que a soma dos catetos.



Fonte: Imagem da autora (2016)

Através desse exemplo levamos os alunos a perceberem que a matemática se faz presente em nosso dia-dia, desde tarefas mais simples. Argumentamos também com eles que profissionais sem formação acadêmica como é o caso dos pedreiros utilizam sem conhecer os conceitos matemáticos de trigonometria ao realizar seus cálculos para a construção civil, realizam esses cálculos de forma empírica, ou seja, utilizam os teoremas matemáticos, realizam cálculos complexos envolvendo as razões trigonométricas para resolverem situações do dia-a-dia sem sequer saberem que estão utilizando a matemática ensinada nas escolas.

3.2.1.4 Exercício 4

O exercício 4 da ATIVIDADE I, pedia para que o aluno utilizando uma calculadora, calculasse as razões dos lados do triângulo. Conforme visto na figura 26.

Figura 26 _ exercício 4 da ATIVIDADE I

4) Com o auxilio de uma calculadora calcule as razões abaixo com duas casas decimais e transcreva esses valores na tabela do grupo :

$\frac{CO}{H} =$ ______ $\frac{CA}{H} =$ ______ $\frac{CO}{CA} =$ ______

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Para Realizarem essa atividade muitos alunos estavam sem calculadora, então permitimos que utilizassem a calculadora do celular. O aparelho celular todos os alunos tinham.

Os alunos não encontraram nenhuma dificuldade para fazerem a divisão no celular, porém para transcrever o valor com duas casas decimais surgiram dúvidas, as quais foram esclarecidas, e os valores foram transcritos para a tabela do grupo.

3.2.1.5 Exercício 5

O exercício 5 da ATIVIDADE I, pedia para que o aluno escrevesse as suas conclusões comparando os valores das três ultimas colunas na tabela do grupo. Como visto na figura 27.

Figura 27_ Exercício 5 da ATIVIDADE I

5) Comparem na tabela do grupo os resultados obtidos por você com os resultados encontrados pelos seus colegas e escreva as suas conclusões a respeito dos números obtidos nas ultimas colunas.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Antes dos alunos responderem o exercício 5, combinamos de organizarmos as ideias em um diálogo.

O primeiro questionamento feito aos alunos foi sobre a comparação dos resultados das razões das três ultimas colunas da tabela do grupo.

Os alunos averiguaram os valores da tabela e responderam que os resultados obtidos por alguns alunos eram iguais e de outros muito próximos. Ilustramos estes fatos nas figuras abaixo, onde as figuras 28,29 e 30 são os dados obtidos pelo grupo I, grupo II e grupo III, respectivamente.

Figura 28 _ Tabela preenchida com os resultados do grupo I

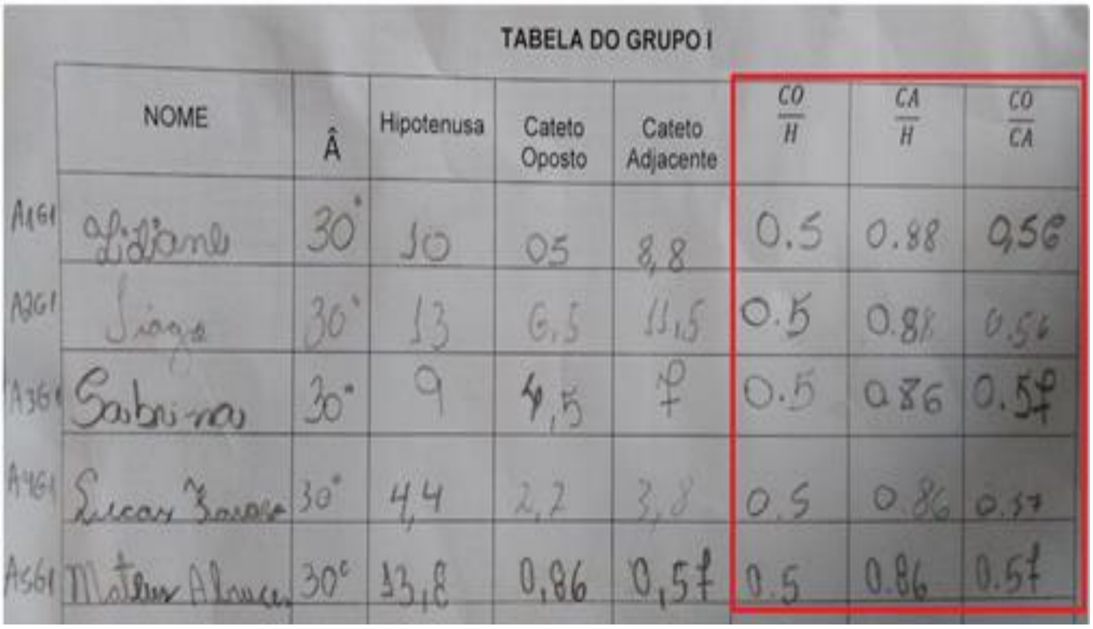


TABELA DO GRUPO I

	NOME	Â	Hipotenusa	Cateto Oposto	Cateto Adjacente	CO/H	CA/H	CO/CA
A1G1	Lidiane	30°	10	05	8,8	0.5	0.88	0,56
A2G1	Tiago	30°	13	6,5	11,5	0.5	0.88	0.56
A3G1	Sabrina	30°	9	4,5	7	0.5	0.86	0.57
A4G1	Lucas Soares	30°	4,4	2,2	3,8	0.5	0.86	0.57
A5G1	Mateus A[illegible]	30°	13,8	0,86	0,57	0.5	0.86	0.57

Fonte: Imagem da autora (2016)

Figura 29 _ Tabela preenchida com os resultados do grupo II

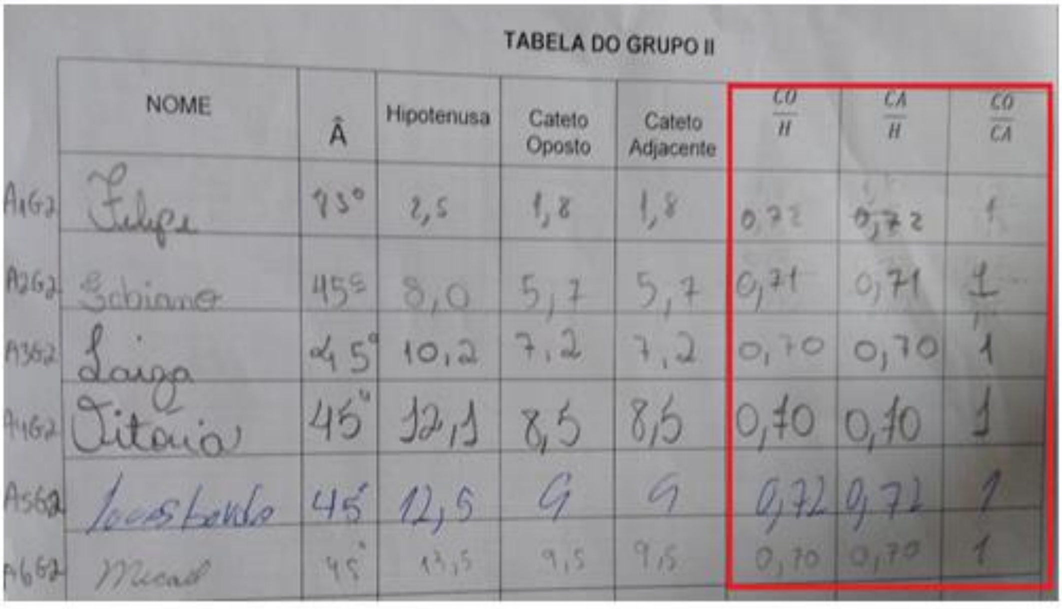


TABELA DO GRUPO II

	NOME	Â	Hipotenusa	Cateto Oposto	Cateto Adjacente	CO/H	CA/H	CO/CA
A1G2	Felipe	43°	2,5	1,8	1,8	0,72	0,72	1
A2G2	Sabiano	45°	8,0	5,7	5,7	0,71	0,71	1
A3G2	Laiza	45°	10,2	7,2	7,2	0,70	0,70	1
A4G2	Vitória	45°	12,1	8,5	8,5	0,70	0,70	1
A5G2	Lucas [illegible]	45°	12,5	9	9	0,72	0,72	1
A6G2	Micael	45°	13,5	9,5	9,5	0,70	0,70	1

Fonte: Imagem da autora (2016)

Figura 30 _ Tabela preenchida com os resultados do grupo III

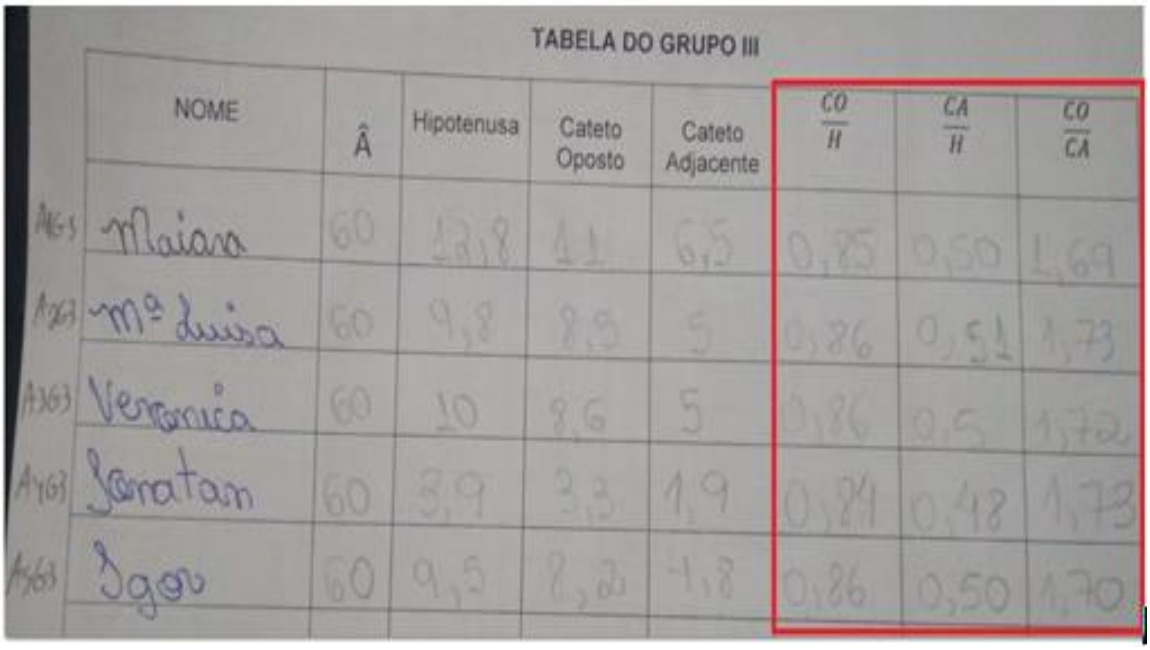


TABELA DO GRUPO III

	NOME	Â	Hipotenusa	Cateto Oposto	Cateto Adjacente	$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$
A1G3	Maiara	60	13,8	11	6,5	0,85	0,50	1,69
A2G3	Mª Luisa	60	9,8	8,5	5	0,86	0,51	1,73
A3G3	Veronica	60	10	8,6	5	0,86	0,5	1,72
A4G3	Jonatan	60	3,9	3,3	1,9	0,84	0,48	1,73
A5G3	Igor	60	9,5	8,2	4,8	0,86	0,50	1,70

Fonte: Imagem da autora (2016)

Explicamos aos alunos que os valores só não eram todos iguais por erro de precisão quando mediram os lados do triângulo com a régua. Desse modo consideramos os resultados dessas razões como sendo uma constante.

Analisando os resultados das três ultimas colunas concluímos:

As razões entre o cateto oposto e a hipotenusa, dos integrantes de cada grupo, desconsiderando os erros de precisão das medidas, eram constantes.

$$\frac{CO}{H} = \frac{CO\prime}{H\prime} = \frac{CO\prime\prime}{H\prime\prime} \dots = k,$$

Evidenciamos o mesmo fato entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

$$\frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{H}} = \frac{\mathrm{CA}\prime}{\mathrm{H}\prime} = \frac{\mathrm{CA}\prime\prime}{\mathrm{H}\prime\prime} \dots = d,$$

e entre o cateto oposto e o cateto adjacente

$$\frac{CO}{CA} = \frac{CO\prime}{CA\prime} = \frac{CO\prime\prime}{CA\prime\prime} \dots = s.$$

Após os alunos verificarem que as razões eram sempre “iguais”, instigamos o porquê desse fato acontecer, se os triângulos eram todos de tamanhos diferentes.

Ao terminarmos de fazer a pergunta o ALUNO1G2 respondeu:

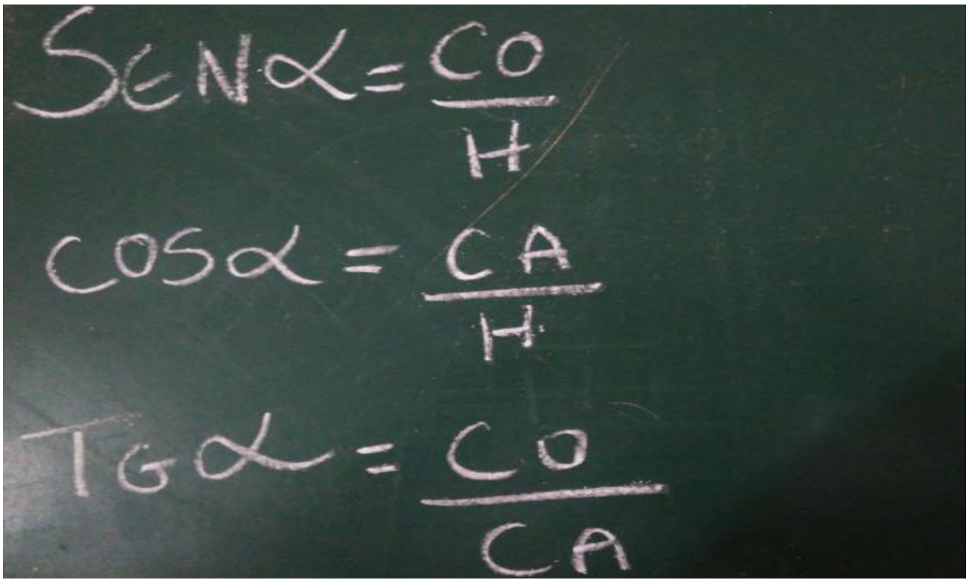
_ “Professora é porque se o ângulo for mantido, não importa a medida dos lados do triângulo, as razões permanecem constantes”.

Complementamos a resposta do aluno, evidenciando que os triângulos de cada grupo eram semelhantes pelo caso AA (Ângulo, Ângulo), assim concluímos que quando dois ângulos de um triângulo são congruentes a dois ângulos de outro, os triângulos são semelhantes, e em triângulos semelhantes os catetos e hipotenusa crescem proporcionalmente assim o quociente entre os pares de lados correspondentes forma sempre uma razão constante.

Aguçando a imaginação dos alunos questionamos se eles achavam que essas *razões possuíam nomes especiais?*

Percebendo o envolvimento dos alunos dando nomes criativos a essas razões é que anunciamos o conceito de SENO, COSSENO e TANGENTE de um ângulo. Denominamos SENO de um ângulo a razão entre a medida do cateto oposto e a medida da hipotenusa, COSSENO de um ângulo a razão entre a medida do cateto adjacente e a medida da hipotenusa e TANGENTE de um angulo a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente de um ângulo. Na figura 31 mostramos as razões trigonométricas que escrevemos na lousa.

Figura 31 _ Razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente.



Fonte: Imagem da autora (2016)

A partir desse dialogo os alunos foram estimulados a refletirem, descobrirem e construírem seus conhecimentos trigonométricos.

É comum, professores apresentarem essas fórmulas prontas, sem que se justifique o porquê delas sendo esse um dos motivos do fracasso do ensino da trigonometria.

De acordo com WANDER (2010):

> Ao invés de um conjunto de técnicas e formulas descontextualizadas, o conhecimento matemático passa a se conectar mais com a vida dos alunos, com suas formas de lidar com o mundo social, auxiliando-os na compreensão e problematização de situações concretas de sua vida
> (WANDER, 2010, p. 268)

Num segundo momento quando os alunos já tinham compreendido como surgiram às razões trigonométricas, mostramos a eles uma técnica de memorização, para memorizarem as razões trigonométricas de uma forma divertida, lembrando-se da bebida Coca-Cola, essa técnica é conhecida como técnica mnemônica.

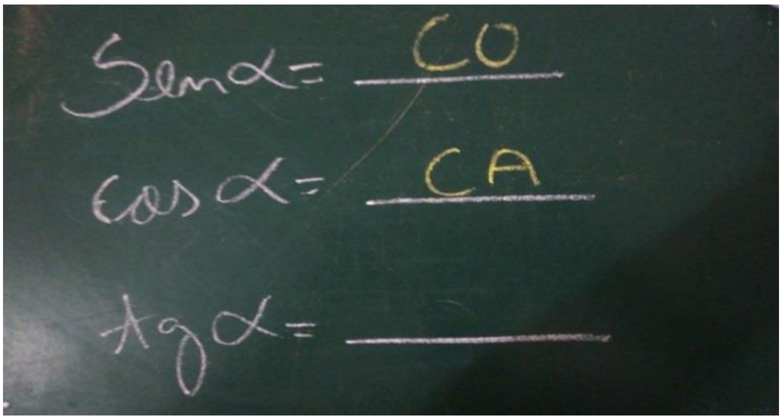
A técnica mnemônica é um recurso para lembrar-se de conceitos mais complexos, por meio de palavras mais fáceis. Nosso cérebro memoriza melhor o que é diferente, curioso ou engraçado.

De acordo com Dell'Isola (2009) as técnica de memorização não é sinônimo de decoreba é apenas uma ferramenta para o aprendizado pois só é possível memorizarmos aquilo que já compreendemos anteriormente.

Detalhamos a técnica mnemônica que utilizamos com os alunos, para que eles memorizarem as relações trigonométrica em três passos simples ilustramos esses passos nas figuras 32, 33 e 34.

1º PASSO: Escreva COCA, coloque o CO no numerador da razão SENO e o CA no numerador da razão COSSENO.

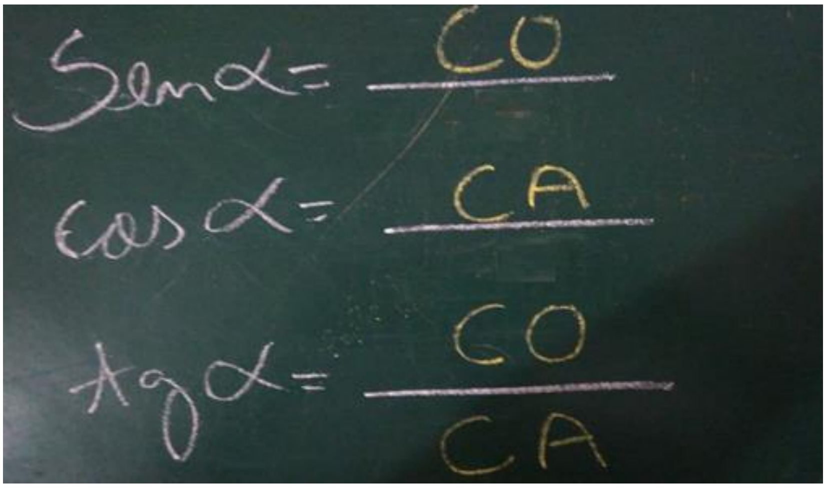
Figura 32 _ 1º passo da técnica mnemônica



Fonte: Imagem da autora (2016)

2º PASSO: Escreva Novamente COCA, colocando o CO no numerador e o CA no denominador da razão TANGENTE.

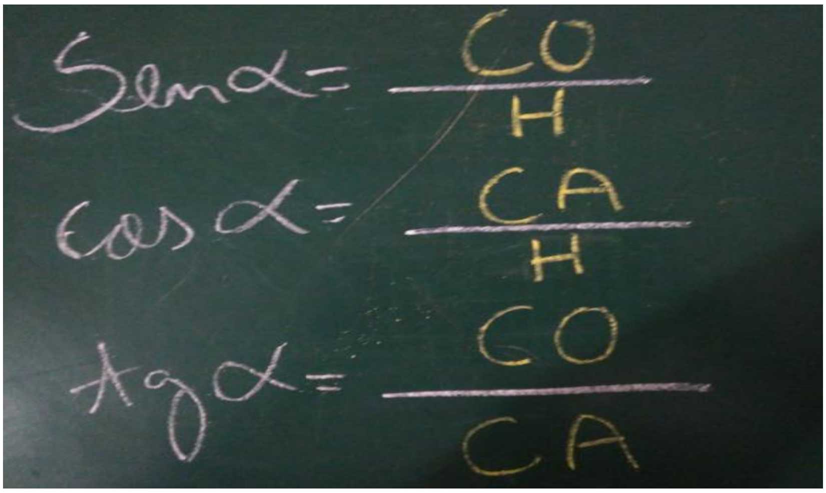
Figura 33 _ 2º passo da técnica mnemônica



Fonte: Imagem da autora (2016)

3º PASSO: Coloque a letra H nos denominadores das razões SENO e COSSENO.

Figura 34 _ 3º passo da técnica mnemônica



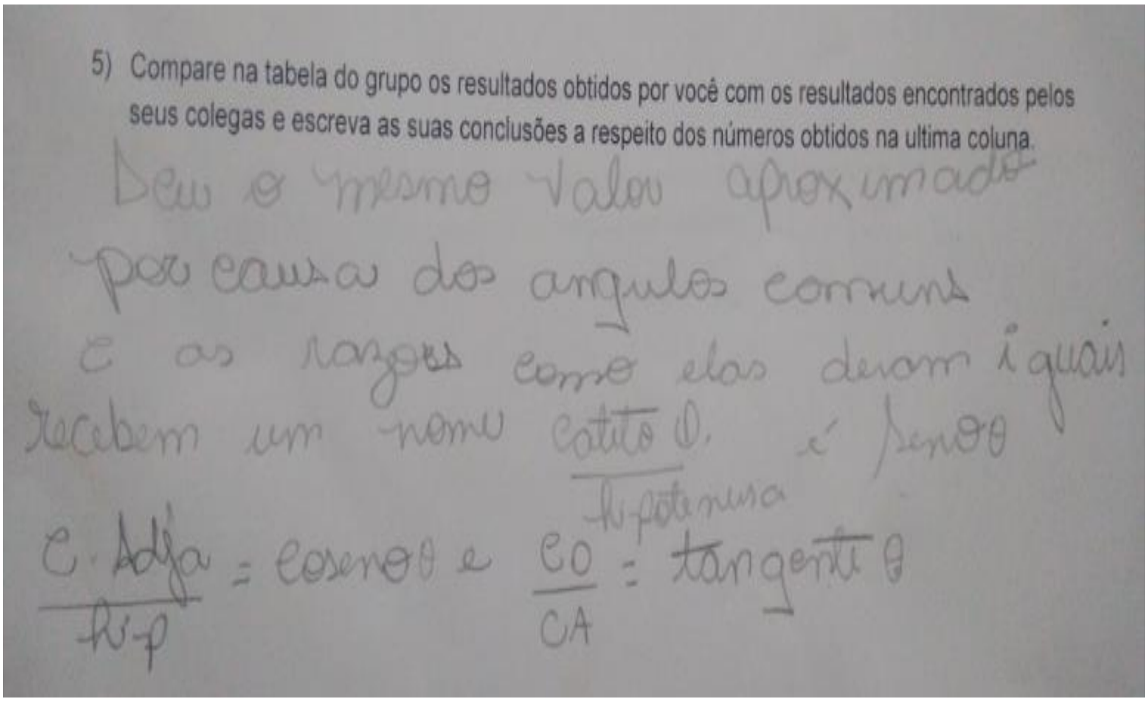
Fonte: Imagem da autora (2016)

Os alunos gostaram muito desse método para memorizarem as razões trigonométricas.

Segundo Branco (2013) podemos utilizar técnicas que possibilitem os alunos a memorizarem fórmulas matemáticas, porém esse método seria um enorme fracasso pedagógico, com sérias e danosas repercussões na formação dos nossos estudantes se fosse exposto numa primeira abordagem, utilizando como único método de ensino, sem antes o professor construir com os alunos as demonstrações matemáticas.

Prosseguindo com a atividade os alunos escreveram as suas conclusões na questão 35, abaixo na figura 20 relatamos a resposta da ALUNA3G1, sendo um exemplo de resposta que representa em modo geral a turma.

Figura 35 _ Resposta da ALUNA3G1 para a questão 5 da atividade I



Fonte: Imagem da autora (2016)

Percebemos pela resposta da aluna que ela compreendeu que os triângulos mesmo sendo de tamanhos diferentes uma vez que fosse mantido os ângulo, eram triângulos semelhantes e em triângulos semelhantes os pares de lados correspondentes formam sempre uma razão constante, que no caso essas razões recebem nomes especiais: seno, cosseno e tangente.

3.2.2 Relatos da ATIVIDADE II

A Aplicação da ATIVIDADE II teve como objetivo mostrar aos alunos como surgiram os valores da tabela trigonométrica, e a importância desses valores para resolver problemas no dia a dia.

A ATIVIDADE II foi formulada contendo 3 exercícios, relataremos abaixo as dificuldades enfrentadas pelos alunos em cada um.

3.2.2.1 Exercício 1

O exercício 1 da ATIVIDADE II, pedia para que os alunos organizassem na tabela as razões de seno, cosseno e tangente de cada ângulo correspondente ao grupo responsável com o auxilio da professora no quadro. Como visto na Figura 36.

Figura 36 _ exercício 1 da ATIVIDADE II

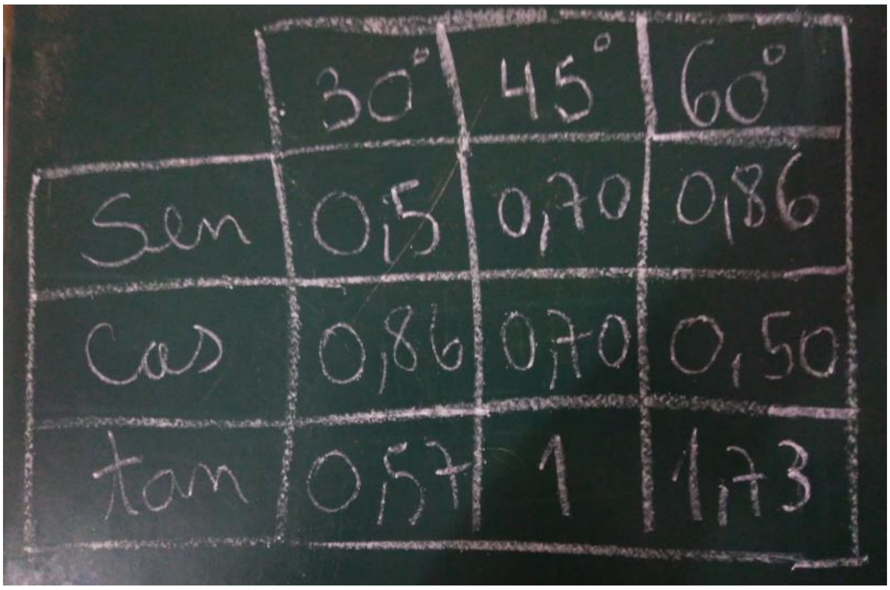
1) Organizem na tabela abaixo as razões encontradas pelo seu grupo e pelos demais grupos com o auxilio da professora no quadro.

	30º	45º	60º
sen			
cos			
tan			

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Nesse exercício pedimos para que os três grupos, sendo cada grupo responsável pelo valor de um ângulo notável, transmitissem os quocientes que apareceram com maior frequência para as razões de seno, cosseno e tangente da tabela do grupo. Assim organizamos na lousa os valores encontrados por todos os grupos em uma nova tabela. Como vemos na Figura 37.

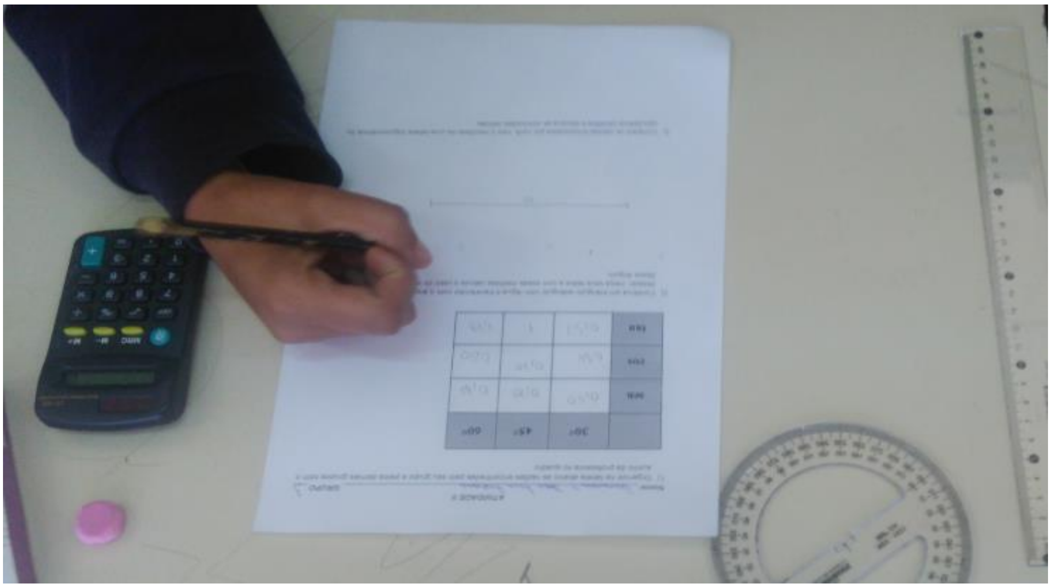
Figura 37 _ Tabela dos ângulos notáveis (decimais)



Fonte: Imagem da autora (2016)

Abaixo na Figura 23 temos um aluno completando sua tabela.

Figura 38 _ Aluno completando a tabela dos ângulos notáveis (decimal)



Fonte: Imagem da autora (2016)

Relatamos aos alunos que as razões trigonométricas existem para todos os ângulos, porem os ângulos de 30°, 45° e 60° são considerados ângulos notáveis, pois são usados com maior frequência na resolução de problemas.

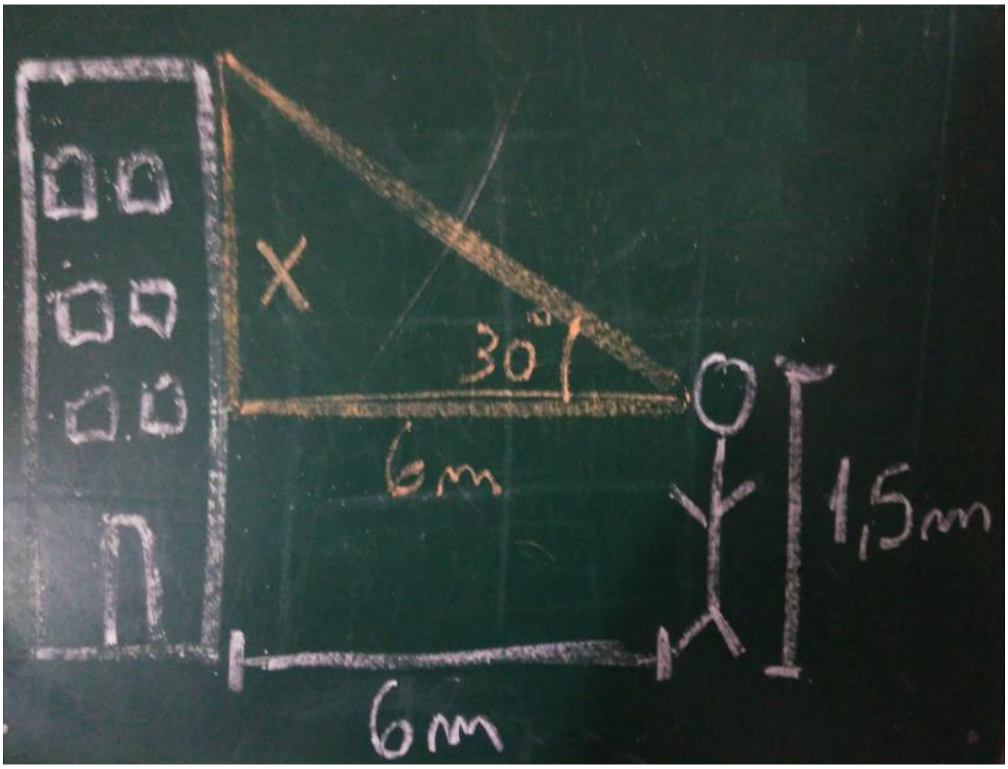
Ao terminar de completar sua tabela o ALUNO4G1 levantou a seguinte dúvida.

_ “Professora, na prática onde eu vou utilizar os valores dessa tabela”?

Diante dessa indagação, percebemos o quanto é importante para o aluno conhecer o mundo que o cerca. Assim explicamos que num triângulo retângulo sempre que for conhecida a medida de um dos três lados e um ângulo agudo, conseguimos determinar quaisquer um dos outros dois lados utilizando uma das razões trigonométrica seno, cosseno ou tangente dependendo do lado que temos e qual desejamos encontrar.

Para um melhor entendimento dos alunos exemplificamos uma situação prática. Desenhamos na lousa um prédio e um menino em frente a esse prédio. No desenho informamos a altura do menino, a distância do menino ao prédio e o ângulo que o menino avistava o ponto mais alto do prédio. Conforme a figura 39.

Figura 39 _ Determinando a altura do prédio



Fonte: Imagem da autora (2016)

Encenamos uma situação problema para determinar a altura do prédio fazendo referência ao desenho da lousa. Explicamos aos alunos que para solucionarmos esse problema teríamos que recorrer aos nossos conhecimentos trigonométricos. Mostramos a eles o triângulo retângulo imaginário que se formava entre o prédio e o menino, onde a distância do menino ao prédio era o cateto adjacente, parte da altura do prédio era o cateto oposto a ser calculado e o ângulo que o menino enxergava o prédio fazia parte do ângulo agudo do triângulo retângulo imaginário.

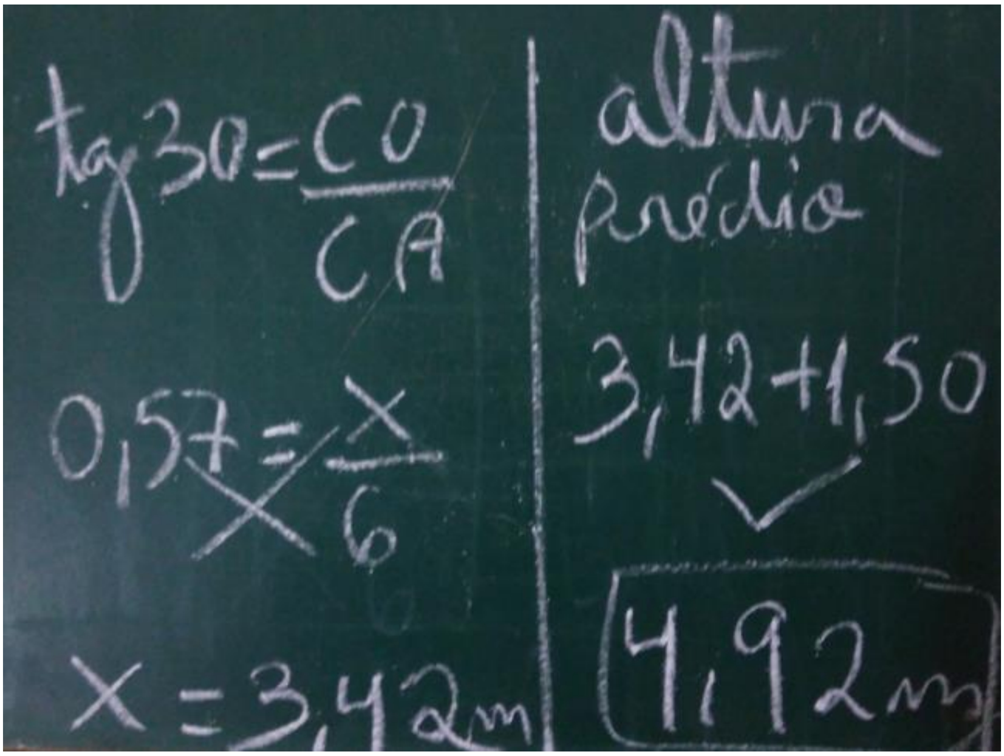
Para determinarmos o cateto oposto, tendo o valor do cateto adjacente, aplicamos a tangente no ângulo que o menino enxergava e calculamos parte da altura do prédio.

Para concluirmos o problema e encontrarmos a altura total do prédio explicamos aos alunos que precisávamos somar o valor do cateto oposto encontrado com a altura do menino.

Desta forma sanamos a dúvida do aluno ALUNO4G1 que viu através de uma situação pratica que para calcularmos a altura do prédio necessitamos de utilizamos a tabela para determinarmos o valor da tangente de 30°.

Apresentamos os cálculos na figura 40 abaixo.

Figura 40 _ Cálculo da Altura do prédio



Fonte: Imagem da autora (2016)

Concluímos com os alunos que esse fato só é possível pela semelhança de triângulo, pois quando o ângulo é mantido os lados são proporcionais conforme visto na ATIVIDADE I anteriormente.

3.2.2.2 Exercício 2

O exercício 2 da ATIVIDADE II, pedia para que os alunos construíssem um triângulo retângulo com um ângulo agudo qualquer, medissem seus lados com régua e depois encontrassem as razões trigonométricas. Ver Figura 41.

Figura 41 _ exercício 2 da ATIVIDADEII

2) Construa um triângulo retângulo com régua e transferidor com o ângulo agudo que você desejar, meça seus lados e com essas medidas calcule o valor do seno, cosseno e tangente desse ângulo.

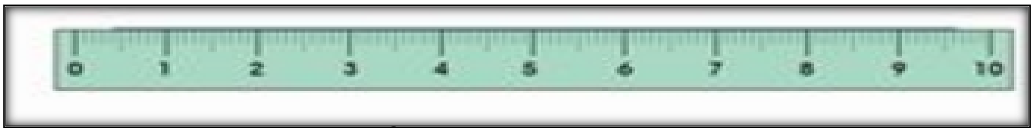
Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Num primeiro momento muitos alunos não conseguiram construir o triângulo utilizando a régua e o transferidor, pois como relatamos no exercício 1 da ATIVIDADE I eles possuem muita dificuldade no manuseio do transferidor.

Para sanarmos as dúvidas vimos à necessidade de explicarmos passo a passo a construção de um triângulo retângulo utilizando régua e transferidor. Nas Figuras 42, 43, 44, 45 e 46 ilustramos esses passos.

1° Passo: Desenhamos com a régua uma linha horizontal, com a medida desejada para o cateto oposto do seu triangulo retângulo.

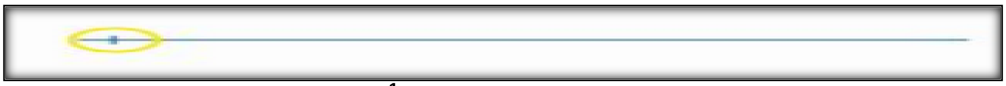
Figura 42 _ 1° Passo desenho da linha horizontal



Fonte: site portal do professor[2]

2° Passo: Marcamos na extremidade esquerda o vértice para construirmos o ângulo;

Figura 43 _ 2° Passo marcação do vértice da extremidade esquerda da linha



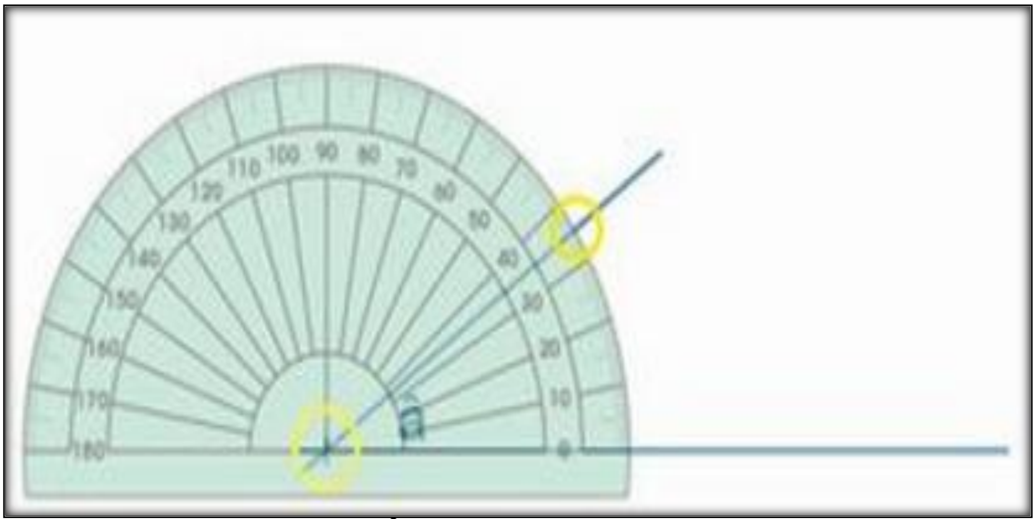
Fonte: site portal do professor[1]

---

2 Fonte: Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28536> Acesso 12/04/2017

3° Passo: Colocamos o transferidor no centro do vértice, marcamos o ângulo agudo desejado e traçamos o segmento;

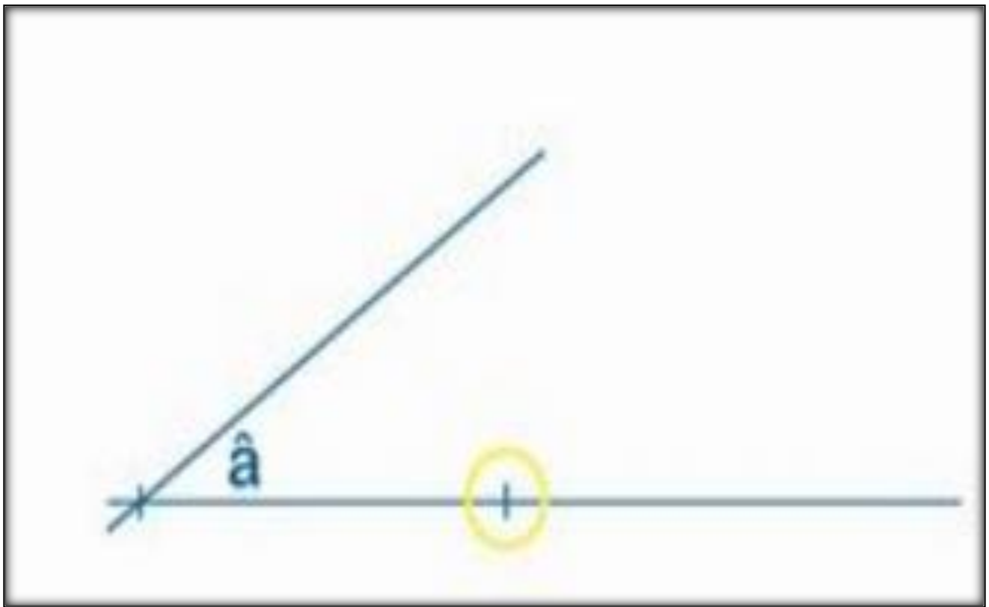
Figura 44 _ 3° Passo Marcação do ângulo com o transferidor



Fonte: site portal do professor[3]

4° Passo: Marcamos o segundo vértice do triângulo na linha horizontal

Figura 45 _ Passo 4 marcação do segundo vértice



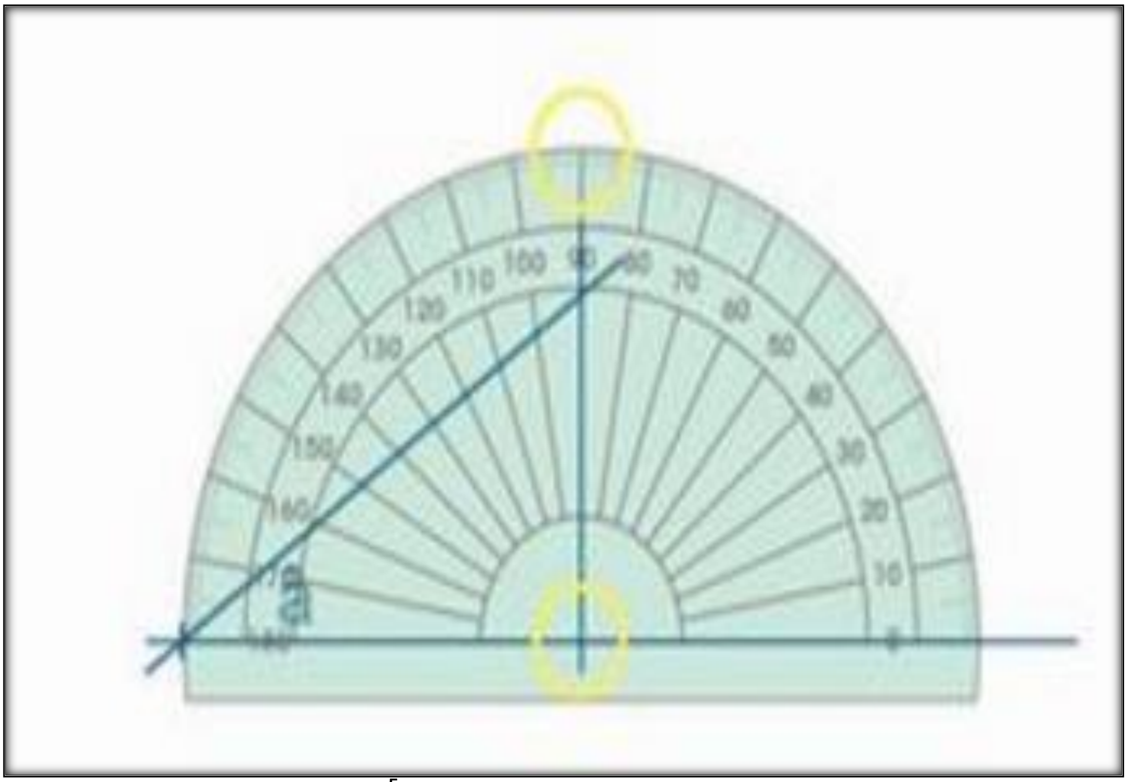
Fonte: site portal do professor[4]

[3] Fonte: Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28536> Acesso 12/04/2017

[4] Fonte: Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28536> Acesso 12/04/2017

5° Passo: Novamente com a ajuda do transferidor, marcamos o ângulo de 90° e traçamos o segmento;

Figura 46 _ Passo 5 marcação do ângulo de 90º



Fonte: site portal do professor[5]

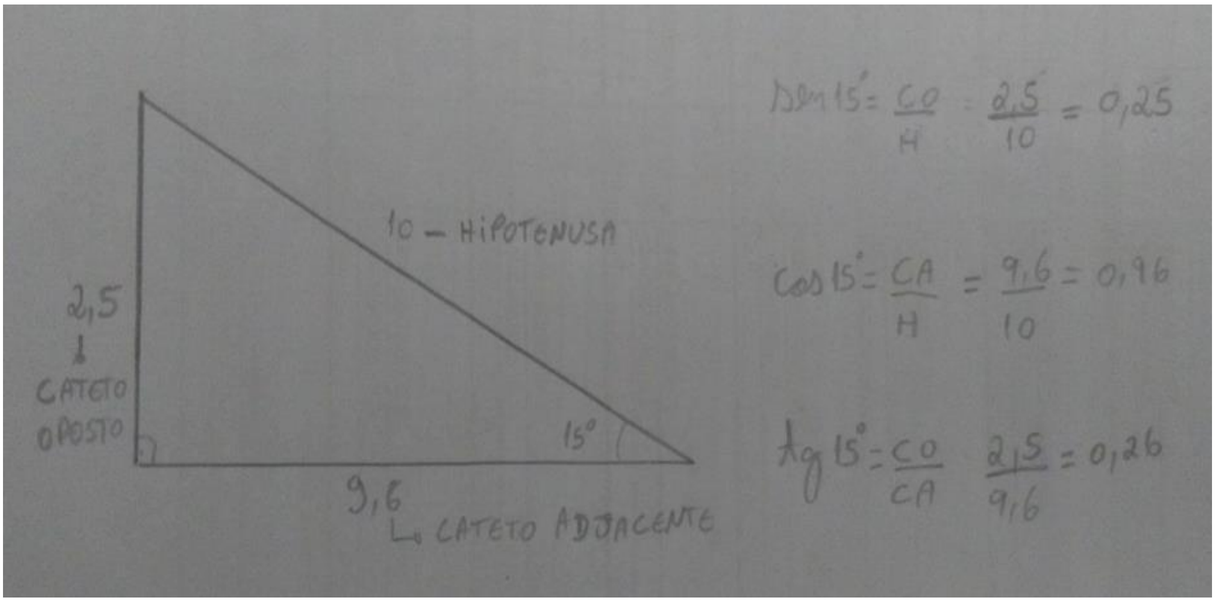
Ao terminarmos de explicarmos o passo a passo na lousa, passamos nos grupos, para auxiliarmos alguns alunos que ainda estavam com dificuldades. Nos grupos percebemos que o questionamento de algum aluno, provocava um auxilio mútuo dentre os outros integrantes, o clima era de equipe.

Prosseguindo com a atividade, orientamos os alunos a primeiramente nomearem os lados do triângulo construído (cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa) em relação ao ângulo agudo escolhido, depois que medissem com régua os lados desse triângulo e por ultimo que determinassem os valores das razoes trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Podemos averiguar os passos seguidos da resolução por um aluno, na Figura 47.

---

[5] Fonte: Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28536> Acesso 12/04/2017

Figura 47 _ Resolução do exercício 2 da ATIVIDADE II



Fonte: Imagem da autora (2016)

Com a intenção de fazerem os alunos pensarem, indagamos se para resolver um problema de trigonometria sempre que precisássemos saber o valor do seno, cosseno ou da tangente de um ângulo teríamos que ter todo esse trabalho de construir o triângulo, medir os lados... Ou será que existia outra maneira?

Os alunos não souberam responder então entregamos aos grupos uma cópia da tabela trigonométrica e mostramos que esses cálculos não são necessários, pois os valores de seno cosseno e tangente de todos os ângulos agudos constam nessa tabela, que foram criadas para facilitar os cálculos trigonométricos, basta procurarmos os valores das razões trigonométricas referentes a o ângulo desejado.

Ressaltamos aos alunos a importância desse exercício para que eles pudessem compreender como foi construída a tabela trigonométrica e concluíssem que as razões trigonométricas são resultados da divisão dos comprimentos de dois lados de um triângulo retângulo.

3.2.2.3 Exercício 3

O exercício 3 da ATIVIDADE II, ver na Figura 48 pedia para que o aluno comparasse os valores das razões trigonométricas do ângulo calculado por ele no exercício anterior através da construção do triângulo, com os valores da tabela trigonométrica ou da calculadora científica.

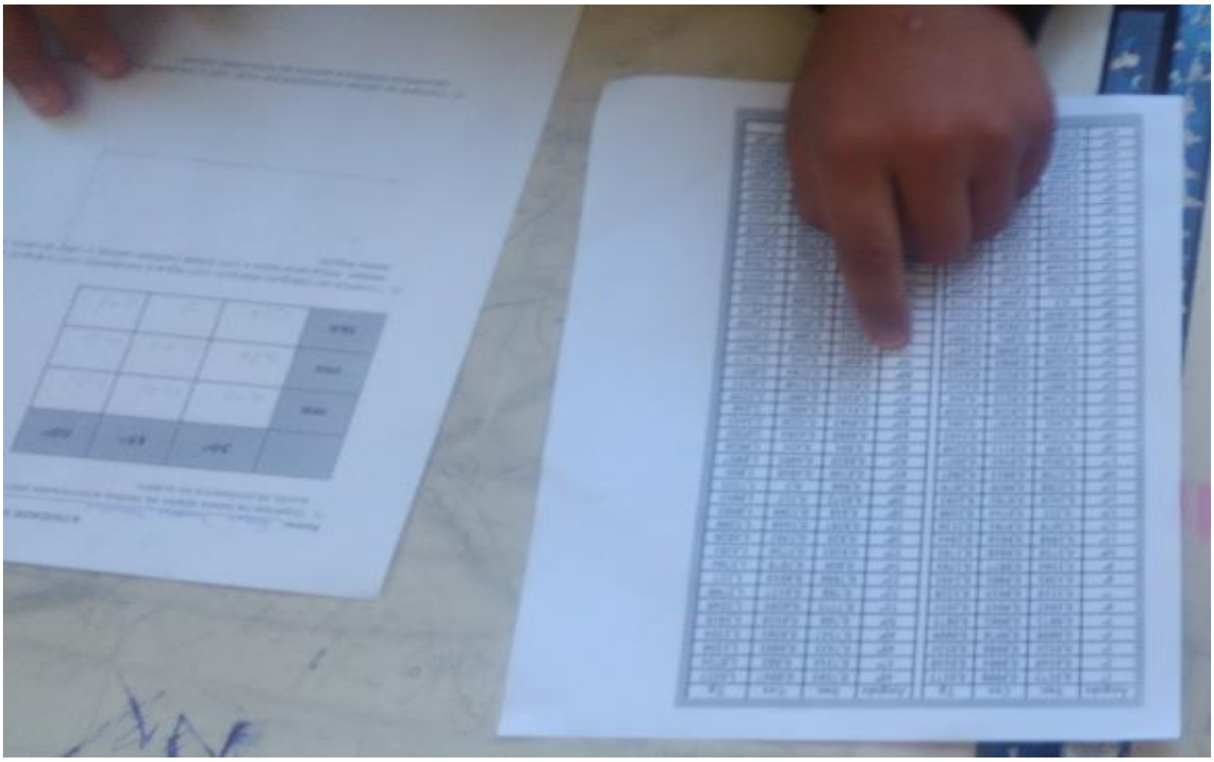
Figura 48 _ exercício 3 da ATIVIDADE II

3) Compare os valores encontrados por você, com o resultado de uma tabela trigonométrica ou calculadora cientifica e escreva as conclusões obtidas.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Os alunos compararam os resultados das razões trigonométricas obtidos no exercício anterior com os da tabela trigonométrica e puderam observar que esses valores eram aproximadamente iguais. Na Figura 49 temos a imagem de um aluno fazendo essa comparação.

Figura 49 _ Aluno conferindo os resultados na tabela trigonométrica

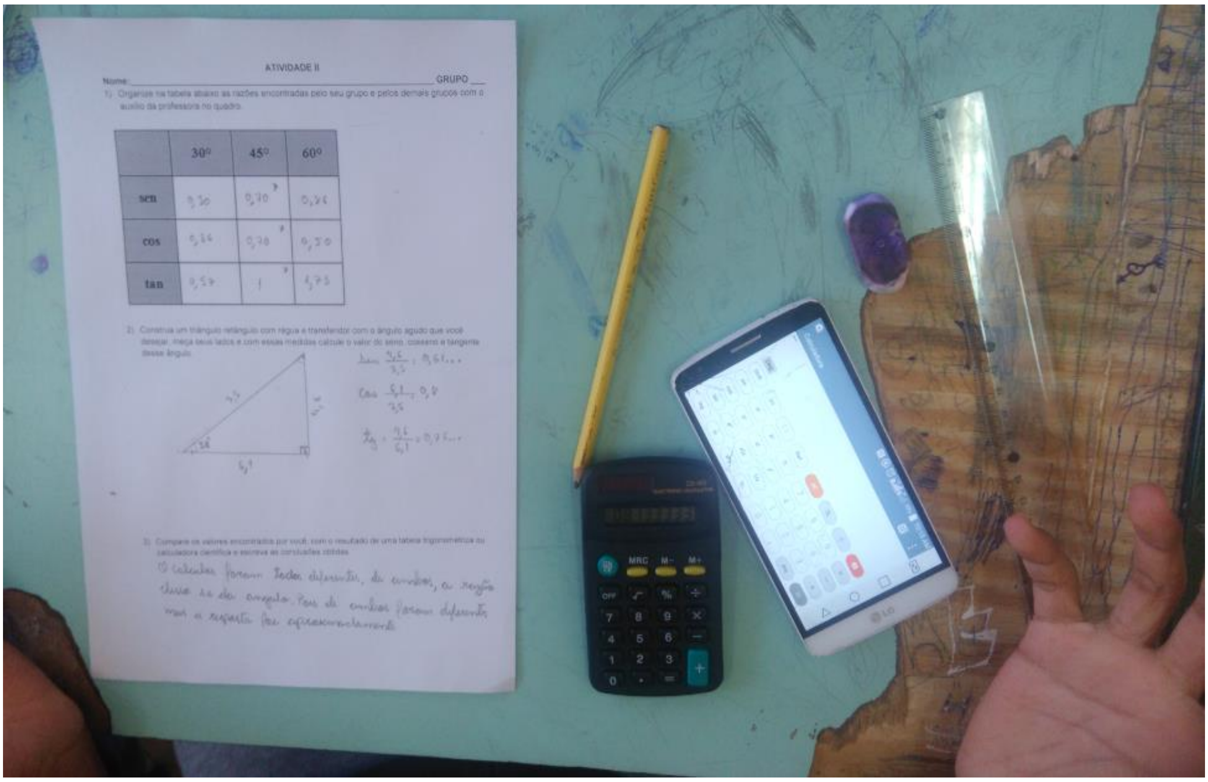


Fonte: Imagem da autora (2016)

Explicamos para os alunos que os resultados obtidos por eles não eram exatamente iguais ao da tabela trigonométrica, por erro de precisão ao manusearem os materiais manipuláveis.

Em seguida pedimos aos alunos para acessarem a calculadora científica do celular, e mostramos a função seno, cosseno e tangente, assim eles comparam também os valores das razões trigonométrica obtidos no celular com as do exercício anterior. Podemos ver um aluno fazendo essa comparação na figura 50.

Figura 50_ Aluno comparando as razões trigonométricas da calculadora científica do celular.



Fonte: Imagem da autora (2016)

Observamos que alguns alunos não sabiam como acessar a calculadora científica do celular, porém como estavam sentados em grupos ouve uma troca de informação.

Para Teixeira (1999), é muito importante a formação de grupos, pois é na discussão com os colegas que a criança expõe sua opinião, defende seu ponto de vista, aprendem a respeitar as ideais de todos, apresentam questionamentos e dão soluções, trocam informações, e desenvolvem a cooperação e o respeito mútuo, possibilitando assim uma aprendizagem significativa. Essa relação de grupo permite um avanço maior na organização do pensamento do que se cada aluno estivesse sozinho.

Durante um momento descontraído de comparações de resultados entre os grupos o ALUNO4G3 nos chamou e disse:

_ “Professora os valores que aparecem na calculadora científica do meu celular é bem diferente dos apresentados na tabela trigonométrica”.

Verificando observamos que sua calculadora estava operando na função RAD, logo alteramos para a função DEG.

Comentamos o fato que tinha ocorrido com o ALUNO4G3 para a sala e explicamos a eles que assim como o grau o radiano é outra unidade de medida para ângulo, e que a calculadora pode operar nas funções RAD ou DEG, onde:

DEG: A calculadora adotará ângulos em graus. É o modo mais comum e o mais usado.

RAD: A calculadora adotará os ângulos em pi-radianos.

Afirmamos aos alunos que os dois modos de operações, não influenciam nas operações básicas como adição e multiplicação, porém nas operações envolvendo as razões trigonométricas os valores se diferenciam e para fazermos a conversão manualmente deveríamos utilizar uma regra de três simples onde π radiano = 180°.

Comentamos também que apesar de muito comum, a utilização da notação em graus para ângulos, para o sistema internacional, a unidade de medida é o radiano.

3.2.3 Relatos da ATIVIDADE III

Ao Aplicarmos a ATIVIDADE III objetivamos mostrar aos alunos, que utilizando a geometria básica, também podemos obter as razões trigonométricas dos ângulos notáveis.

A ATIVIDADE III foi formulada contendo 10 exercícios, relataremos abaixo as dificuldades enfrentadas pelos alunos em cada um.

3.2.3.1 Exercício 1

O exercício 1 da atividade III, pedia para que o aluno desenhasse o esboço de um triângulo equilátero e marcasse valores fictícios nas medidas dos seus lados. Ver na Figura 51.

Figura 51_ exercício 1 da atividade III

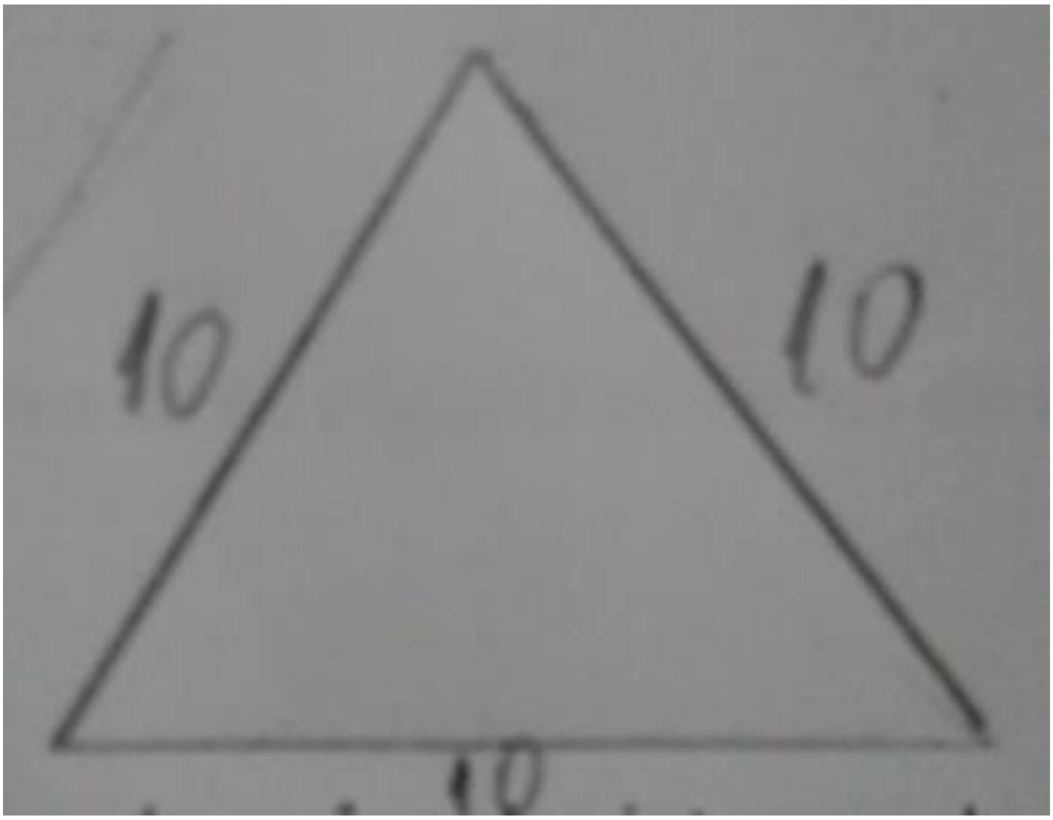
1) Faça um esboço de um triangulo equilátero ABC e marque valores fictícios nas medidas dos seus lados.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Evidenciamos que num primeiro momento os alunos não conseguiram desenhar o triângulo, pois não lembravam as características que determinavam um triângulo ser ou não equilátero. Buscando sanar as dúvidas fizemos um desenho na lousa mostrando a eles que um triângulo equilátero é aquele que possui os três lados iguais, e consequentemente os seus ângulos internos são congruentes.

Depois da explicação os alunos entenderam o que era para ser feito no exercício, assim cada aluno desenhou um esboço de um triângulo equilátero na folha, e marcaram medidas fictícias na figura. Cada aluno escolheu a sua medida, ficando os triângulos diferentes um do outro. Na Figura 52 temos o desenho da ALUNA1G3.

Figura 52_ Desenho do triângulo equilátero, construído pela da ALUNA1G3



Fonte: Imagem da autora (2016)

3.2.3.2 Exercício 2

O exercício 2 da ATIVIDADE III, pedia para que o aluno determinasse o valor dos ângulos internos de um triângulo equilátero. Ver na Figura 53.

Figura 53 _ exercício 2 da ATIVIDADE III

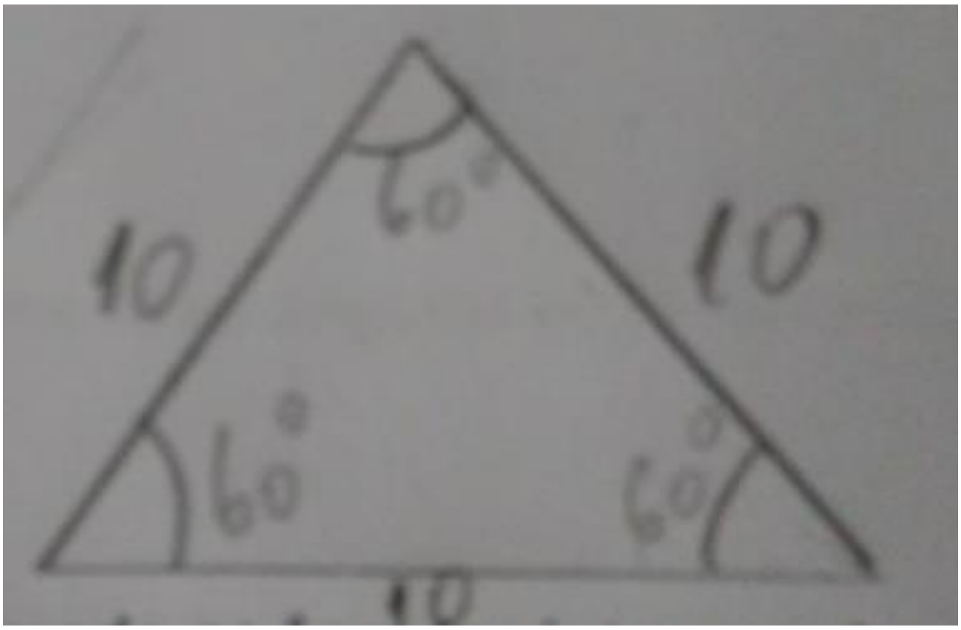
2) Utilizando seus conhecimentos de geometria plana responda quanto mede os ângulos internos de um triângulo equilátero?

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Auxiliamos os alunos a chegarem à resposta correta do exercício, recapitulando com eles duas propriedades dos triângulos. Primeira e especifica do triângulo equilátero: os ângulos internos são iguais. Segunda e válida para qualquer triângulo a soma dos ângulos internos é 180°.

Desta forma os alunos concluíram que para encontrar quanto media cada ângulo, era só dividir 180° por três, encontrando assim como resposta três ângulos agudos congruentes de 60°. Ilustramos com a resolução da ALUNA1G3, na Figura 54.

Figura 54 _ Esboço dos ângulos internos no triângulo equilátero, realizado pela ALUNA1G3



Fonte: Imagem da autora (2016)

3.2.3.3 Exercício 3

O exercício 3 da ATIVIDADE III, pedia para que o aluno traçasse a altura do triângulo equilátero, dividindo ele em dois triângulos retângulos. Logo após que calculasse o valor dessa altura e marcasse na figura os valores dos lados e dos ângulos do triângulo retângulo. Ver na Figura 55.

Figura 55_ exercício 3 da ATIVIDADE III

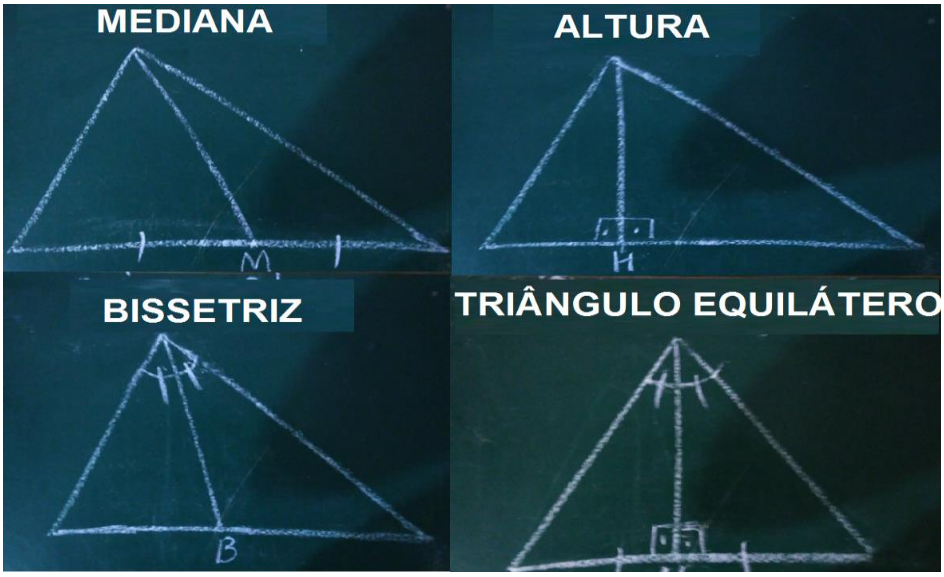
> 3) Trace a altura do triângulo equilátero, obtendo assim dois triângulos retângulos. Em seguida determine as medidas dos seus ângulos e lados.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Nesse exercício os alunos observaram que ao traçar uma das alturas do triângulo equilátero há uma decomposição desse polígono em dois triângulos retângulos. Afirmamos para os alunos que esses dois novos triângulos, obtidos após traçar a altura, eram iguais, pois segundo as propriedades dos triângulos equiláteros a altura coincide com a mediana e a bissetriz.

Após citarmos essas cevianas, notamos que os alunos não se lembravam das definições, assim recapitulamos com eles na lousa exemplificando com figuras as principais cevianas de um triângulo: bissetriz, mediana e altura, conforme a Figura 56.

Figura 56 _ Principais cevianas dos triângulos



Fonte: Imagem da autora (2016)

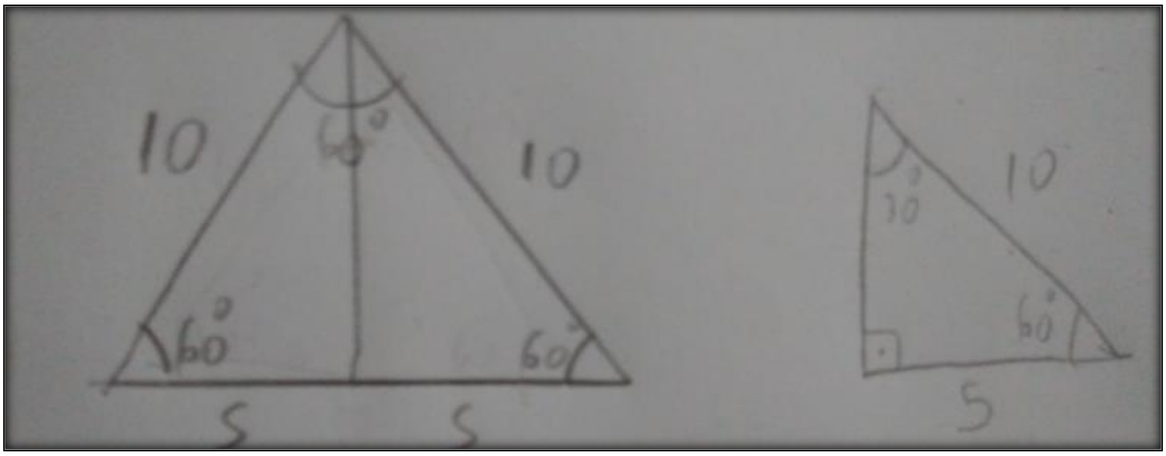
MEDIANA é um segmento que parte do vértice e divide o lado oposto do triângulo em duas partes iguais.

BISSETRIZ é um segmento que divide um ângulo em duas partes iguais

ALTURA é um segmento de reta que parte do vértice e forma um ângulo de 90º ao lado oposto.

Após termos recordado com os alunos as propriedades das principais cevianas e observado que em particular no triângulo equilátero a mediana, bissetriz e a altura coincidem. Os alunos prosseguiram com o exercício, utilizando estes conceitos eles foram capazes de constatarem que o cateto da base media a metade do lado do triângulo equilátero inicial, que o ângulo interno formado pela altura e a hipotenusa media 30º e que o ângulo formado entre a altura e o cateto da base media 90º. A Figura 57 ilustra o esboço da ALUNA1G3.

Figura 57 _ Desenho do triangulo retângulo com as medidas, realizado pela ALUNA1G3



Fonte: Imagem da autora (2016)

Para que os alunos finalizarem o exercício faltava determinar a medida de um dos catetos. Questionamos como eles fariam para calcular essa medida, em seguida o ALUNO4G1 pronunciou-se:

_ “Posso utilizar a fórmula do Teorema de Pitágoras professora”?

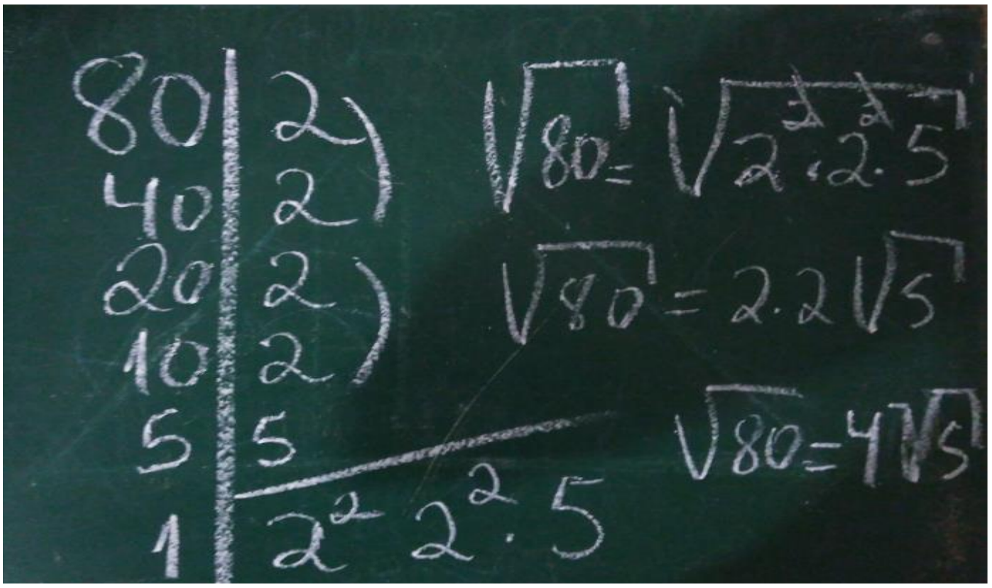
Afirmamos para o aluno que poderia sim, pois o teorema de Pitágoras relaciona as medidas dos catetos de um triângulo retângulo com a medida de sua hipotenusa. Como tínhamos a medida da hipotenusa e de um dos catetos era só aplicarmos a fórmula para calcularmos o valor do outro cateto. Em seguida terminamos a frase perguntando aos alunos quem lembrava a formula do Teorema de Pitágoras.

A maioria dos alunos como num coral responderam $a^2 = b^2 + c^2$. Anunciamos que estavam corretos e pedimos para então utilizassem o Teorema de Pitágoras para calcularem o valor da medida do cateto que estava faltando no triângulo.

Passando pelos grupos verificamos que alguns alunos apresentavam dificuldades na manipulação algébrica, constatamos também erros gravíssimo onde alguns alunos confundiam o "elevado ao quadrado" com "multiplicar o número por dois", ou seja, ao invés de fazerem o produto dos dois números, os alunos erroneamente multiplicavam o número por dois. Outro obstáculo que observamos foi quanto ao resultado final da incógnita. Muitos deixaram a incógnita elevada ao quadrado e não recordavam que tinham que aplicar a operação inversa, ou seja, calcular a raiz quadrada, para determinar o valor da incógnita.

Orientamos os alunos que se caso o valor encontrado fosse uma raíz quadrada não exata, eles deveriam fatorar essa raíz, deixando ela na forma simplificada para facilitar os cálculos futuros. Após averiguarmos que apenas alguns alunos lembravam como fatorar uma raíz quadrada, recordamos com eles na lousa o método utilizado para simplificar raíz através do exemplo $\sqrt{80}$. Mostramos esse método na Figura 58.

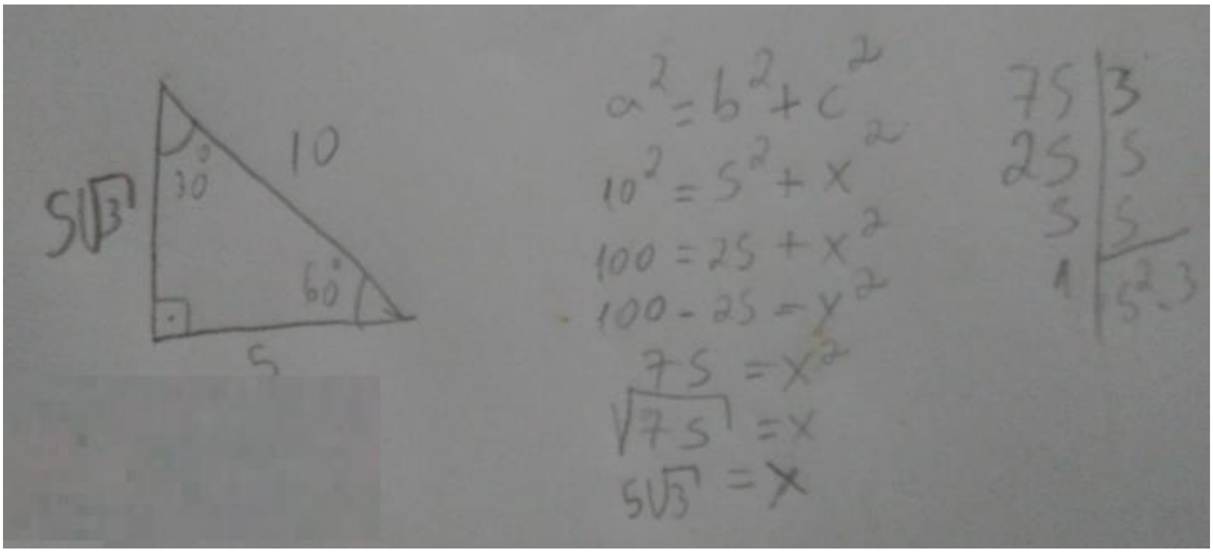
Figura 58 _ Simplificando a √80



Fonte: Imagem da autora (2016)

Após acompanharem o exemplo da lousa, os alunos relembraram essa matéria e simplificaram a raiz para o término do exercício. Abaixo, na Figura 59, podemos verificar o cálculo desenvolvido pela ALUNA1G3.

Figura 59 _ Cálculo do valor do cateto, realizado pela ALUNA1G3



Fonte: Imagem da autora (2016)

Nesse exercício constatamos novamente o auxilio mútuo, a participação e a interação entre os alunos dos grupos, um ajudando o outro, compartilhando seus conhecimentos.

Segundo Loiola (2009) a interação em classe é importante porque é diferente para os alunos aprenderem com o professor (alguém mais velho, que domina os conteúdos) e com os colegas (que têm a mesma idade e um nível de conhecimento mais próximo).

3.2.3.4 Exercício 4

O exercício 4 da ATIVIDADE III, pedia para que o aluno calculasse as razões trigonométricas para o ângulo de 30°. Como visto na Figura 60

Figura 60 _exercício 4 da atividade III

4) Calcule o valor de seno, cosseno e tangente de 30°.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Lemos esse exercício em voz alta com os alunos e solicitamos que eles redesenhassem o triângulo retângulo do exercício 3 constando apenas os ângulos de 30° e o de 90°. Pedimos que inserissem também as medidas dos lados e nomeassem os lados dos triângulos, em relação ao ângulo de 30°, antes de calcularem as razões trigonométricas.

Passamos nos grupos observando se os alunos estavam nomeando os lados do triângulo corretamente, porém percebemos que alguns alunos ainda confundiam cateto oposto com cateto adjacente e vice-versa, assim novamente reforçamos esses conceitos com todos os alunos.

Após todos os alunos nomearem corretamente os lados do triângulo orientamos a substituírem os valores das medidas dos lados do triângulo retângulo nas razões trigonométricas seno, cosseno e tangente e deixarem os valores encontrados em forma de fração simplificada.

Para encontrar o valor do seno de 30° não tivemos problemas, os alunos substituíram as medidas dos lados do triângulo retângulo na relação trigonométrica simplificaram a fração encontrando todos como resposta $\frac{1}{2}$. Fizeram o mesmo procedimento para o cosseno de 30° encontrando como resposta $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Para calcularmos a tangente instruímos os alunos que se caso eles deparassem com raíz no denominador, para prosseguirem os cálculos eles deveriam eliminar essa raíz do denominador utilizando o processo de racionalização, multiplicando tanto o numerador quanto o denominador pela raíz, desta maneira eles transformariam um denominador irracional em um racional.

Após ouvir a instrução a aluna ALUNA3G3 nos questionou:

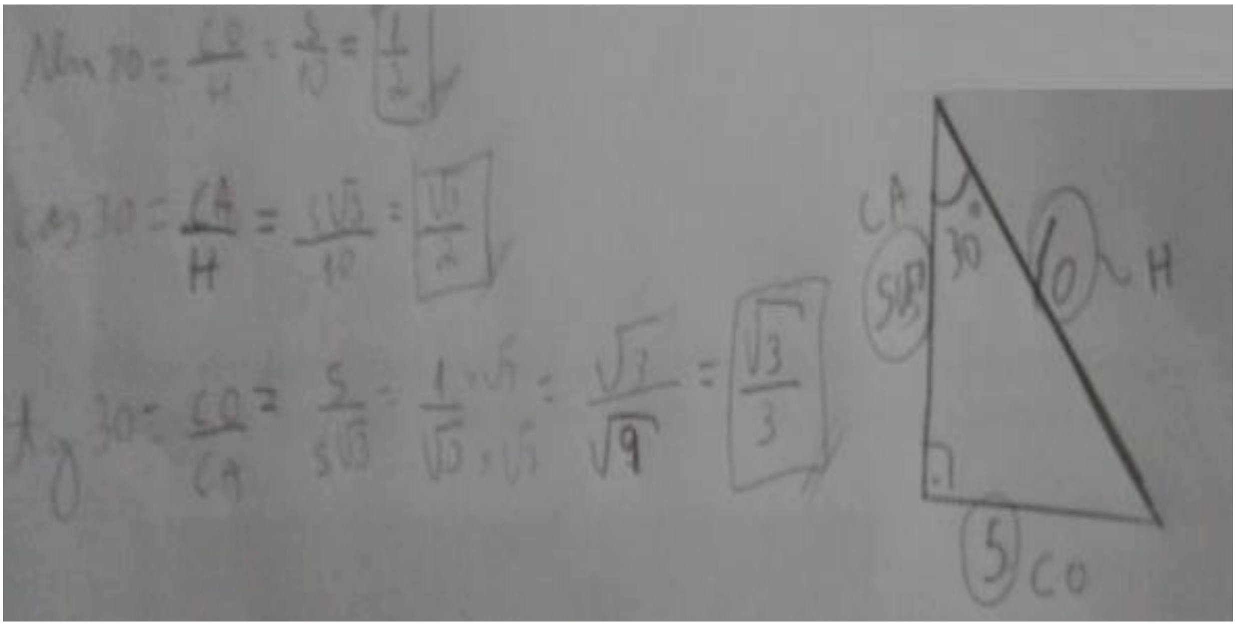
_ “Professora em matemática é errado escrever uma fração com raíz em baixo”? Porque a professora Jurcelena sempre fala que “a raíz nunca pode ficar em baixo...”.

Respondendo o questionamento da aluna, afirmamos que na verdade não é errado deixar a raíz no denominador, porem esteticamente a fração fica mais bonita com o denominador racionalizado e também é mais fácil e intuitivo dividir o numerador por um denominador inteiro do que por um denominador irracional.

Podemos exemplificar esse segundo argumento pegando um bolo de $\sqrt{2}$ kg. Se eu disser que comi $\frac{\sqrt{2}}{2}$ kg do bolo é intuitivo que comi metade do bolo. Esse fato deixa de ser intuitivo se eu disser que comi $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kg de bolo.

Fizemos um exemplo na lousa para os alunos relembrarem como racionalizar uma fração com raiz no denominador, ao término do exemplo; após simplificarem e racionalizarem a razão eles conseguiram concluir o exercício e encontraram o valor de $\frac{\sqrt{3}}{3}$ para a tangente de 30°. Na Figura 61 mostramos os cálculos realizados pela ALUNA1G3.

Figura 61 _ Cálculos das razões trigonométricas para o ângulo de 30º, realizados pela a ALUNA1G3.



Fonte: Imagem da autora (2016)

3.2.3.5 Exercício 5

O exercício 5 da ATIVIDADE III, pedia para que o aluno calculasse o seno, cosseno e tangente do ângulo de 60°.Como visto na figura 62.

Figura 62 _ exercício 5 da ATIVIDADE III

5) Calcule o valor de seno, cosseno e tangente de 60°.

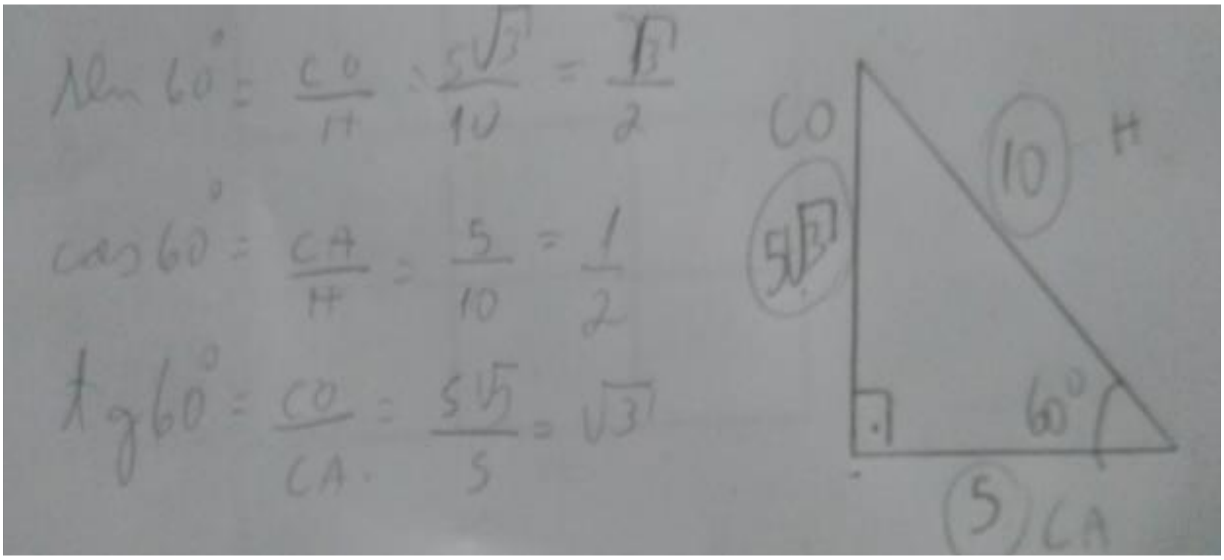
Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Percebemos que esse exercício foi bem tranquilo, pois seguia o mesmo raciocínio do exercício anterior, os alunos redesenharam o triângulo retângulo contendo apenas os ângulos de 60° e de 90° com as medidas dos seus lados, em seguida nomearam os lados do triângulo em ralação ao ângulo de 60°.

Dessa vez passando nos grupos percebemos que todos nomearam corretamente os lados do triângulo.

Para encontrar os valores do seno, cosseno e tangente do ângulo de 60°, os alunos substituíram os valores dos lados do triângulo nas razões trigonométricas e simplificaram as mesmas, dessa vez não foi necessário fazer a racionalização, pois não foram encontradas raízes nos denominadores, encontraram como resposta $sen60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $cos60^0 = \frac{1}{2}$ e $tan60^0 = \sqrt{3}$. Na figura 63 mostramos os cálculos realizados pela ALUNA1G3.

Figura 63 _ Cálculos das razões trigonométricas para o ângulo de 60°, realizados pela a ALUNA1G3.



Fonte: Imagem da autora (2016)

3.2.3.6 Exercício 6

O exercício 6 da ATIVIDADE III, pedia para que o aluno desenhasse um quadrado e marcasse valores arbitrários nas medidas dos seus lados. Ver Figura 64

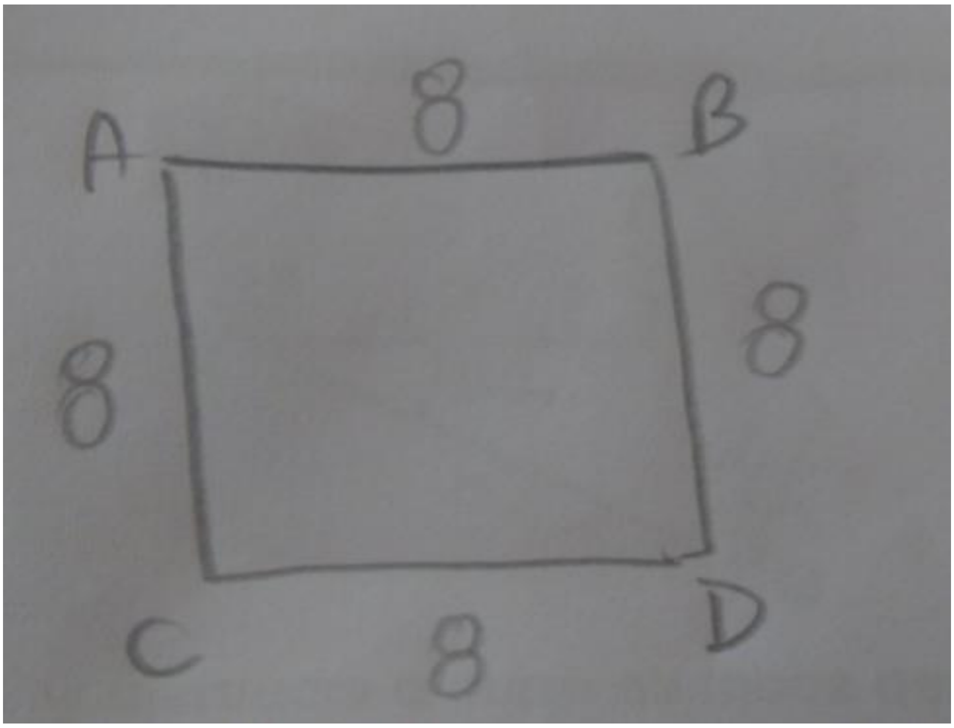
Figura 64 _ exercício 6 da ATIVIDADE III

6) Faça um esboço de um quadrado ABCD e marque valores fictícios nas medidas dos seus lados.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Evidenciamos que nesse exercício os alunos não tiveram nenhuma dúvida para desenhar um quadrado, pois era uma figura geométrica do conhecimento de todos. Concluindo o exercício os alunos desenharam o quadrado ABCD e atribuíram valores fictícios a seus lados. Cada aluno escolheu a sua medida, ficando os quadrados diferentes um do outro. Na Figura 65 representamos o quadrado construído pela ALUNA1G3.

Figura 65 _ Desenho do quadrado com as medidas fictícias, feito pela ALUNA1G3



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

3.2.3.7 Exercício 7

O exercício 7 da atividade III, pedia para que o aluno respondesse quanto mede os ângulos internos de um quadrado. Ver na Figura 66.

Figura 66 _ exercício 7da ATIVIDADE III

7) Utilizando seus conhecimentos de geometria plana responda quanto mede os ângulos internos de um quadrado?

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Ao passarmos pelos grupos verificamos que os alunos responderam corretamente o exercício.

Ainda nesse contexto, na intenção de explorarmos as relações conceituais da geometria plana, questionamos uma reflexão do porque que os ângulos internos de um quadrado eram 90°?

O ALUNO1G2 respondeu:

_ “Porque são ângulos retos”

A ALUNA 1G3 também respondeu?

_”Professora sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, se pensarmos num quadrado como a união de dois triângulo a soma será 180° + 180° = 360°, como o quadrado tem quatro ângulos, temos que dividir 360° por 4”.

Analisando as respostas, concluímos que os alunos possuíam um conhecimento prévio do assunto. Avaliamos que nessas interações, ou seja, no momento em que os alunos participam, os conceitos fazem mais sentido e a aprendizagem é construída.

3.2.3.8 Exercício 8

O exercício 8 da ATIVIDADE III, pedia para que o aluno traçasse uma diagonal no quadrado, fracionando-o em dois triângulos, e num segundo momento, que analisasse um dos triângulos e determinasse os valores dos seus ângulos internos e as medidas dos seus lados. Ver Figura 67.

Figura 67 _ exercício 8 da ATIVIDADE III

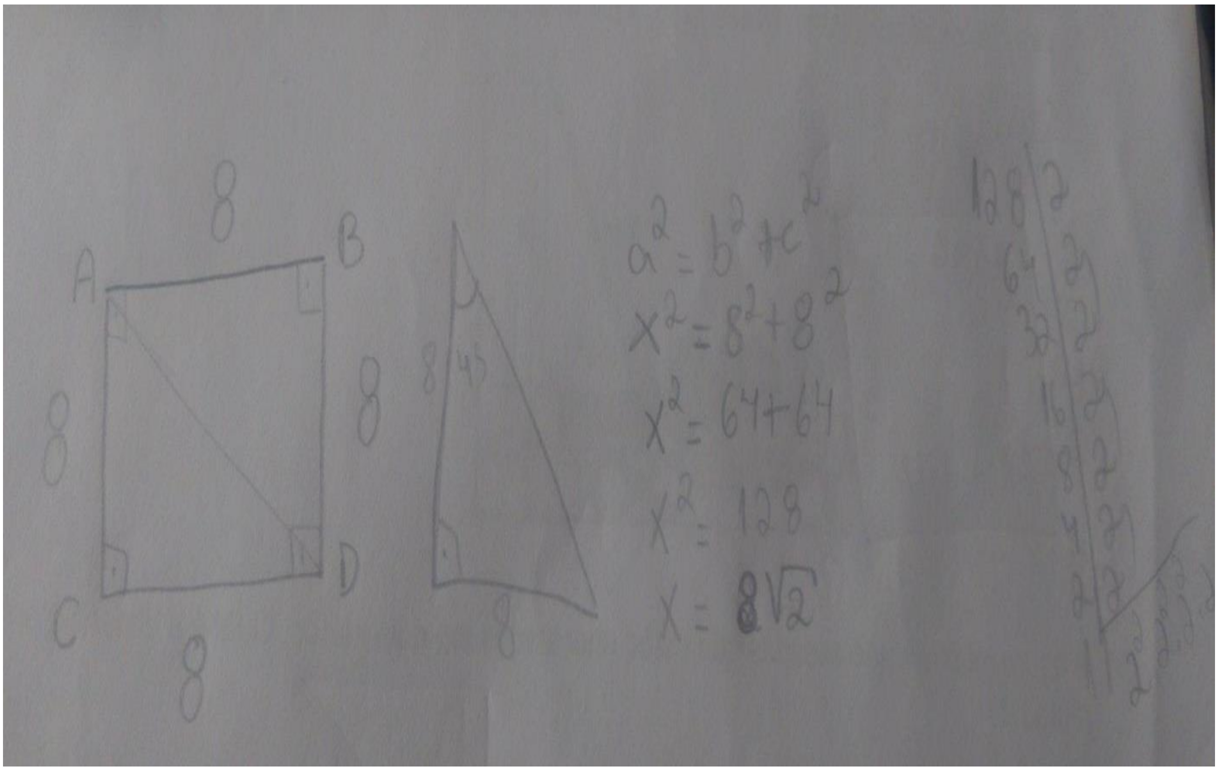
8) Trace uma das diagonais do quadrado, obtendo assim dois triângulos retângulos. Em seguida marque os valores dos ângulos internos e a medida dos lados de um dos triângulos.

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Nesse exercício os alunos observaram que traçando uma das diagonais do quadrado ouve a decomposição do quadrado em dois triângulos retângulos. Nessa decomposição ficou intuitivamente visível que as medidas dos catetos do triângulo retângulo eram iguais as do lado do quadrado, e que os ângulos agudos do triângulo retângulo mediam ambos 45º, pois por propriedade dos quadrados as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos.

Para determinarem a medida da hipotenusa, os alunos utilizaram o Teorema de Pitágoras e simplificaram a raiz fazendo a fatoração pelos números primos como feito anteriormente no exercício 3 dessa atividade. Na figura 68 temos represento a resolução da ALUNA1G3.

Figura 68 _ Cálculo da hipotenusa do triângulo retângulo, feito pela a ALUNA1G3



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

3.2.3.9 Exercício 9

O exercício 9 da atividade III, pedia para que o aluno calculasse o valor das três razões trigonométricas para o ângulo de 45. Ver na Figura 69.

Figura 69 _ exercício 9 da ATIVIDADE III

9) Calcule o valor de seno, cosseno e tangente de 45°.

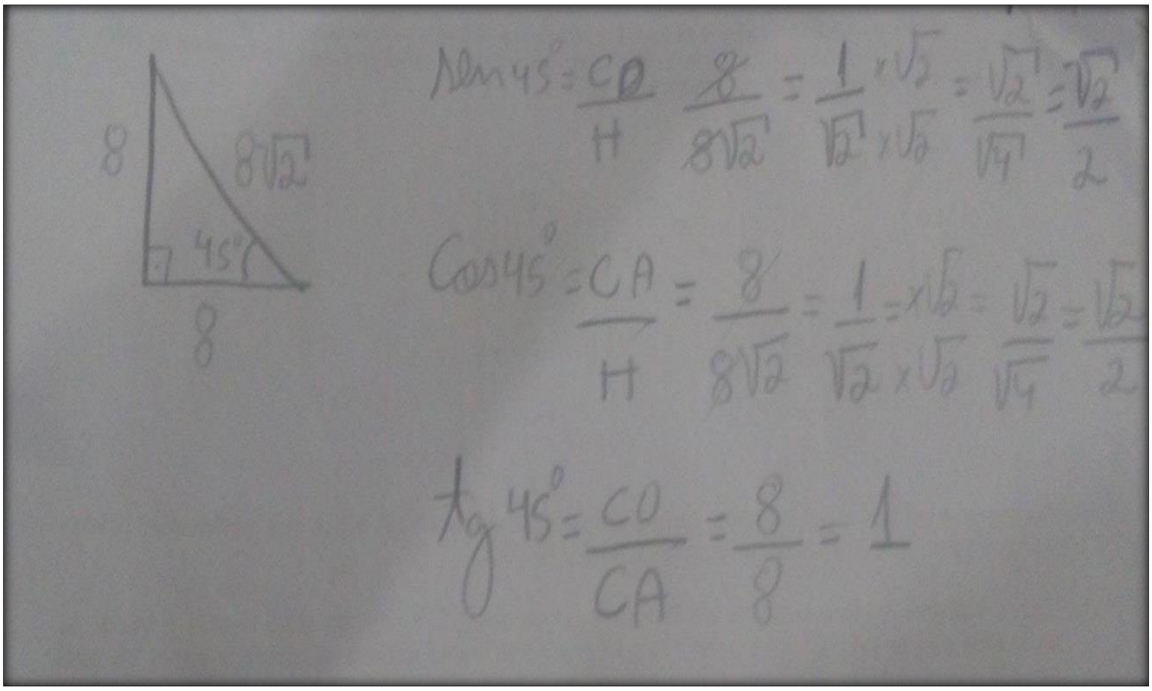
Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Sugerimos aos alunos, que primeiramente nomeassem os lados do triângulo retângulo em ralação ao ângulo de 45° escolhido, e substituíssem as medidas dos lados dos triângulos nas razões trigonométricas.

Os alunos seguiram as recomendações e observaram que como o cateto oposto e o cateto adjacente possuíam as mesmas medidas as razões trigonométricas, seno e cosseno de 45° depois de simplificada e racionalizada resultaram o mesmo valor, sendo $\frac{\sqrt{2}}{2}$. A tangente de 45°, os alunos encontraram como resultado o valor 1, visto que o quociente de dois números iguais é 1.

Em resumo, temos que $sen45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $cos45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $tan45° = 1$. Na Figura 70 mostramos os cálculos realizados pela ALUNA1G3.

Figura 70 _ Cálculos das razões trigonométricas para o ângulo de 45º realizados pela ALUNA1G3



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

3.2.3.10 Exercício 10

O exercício 10 da ATIVIDADE III pedia para que os alunos organizassem os resultados obtidos nos exercícios anteriores em uma tabela e comparassem os resultados dessa tabela com os da tabela da ATIVIDADE II. Ver Figura 71.

Figura 71 _ exercício 10 da ATIVIDADE III

10) Organize os dados obtidos dos exercícios 4, 5 e 9 na tabela abaixo e com uma calculadora compare esses valores com os da tabela do exercício 1 da ATIVIDADE II e escreva as suas conclusões.

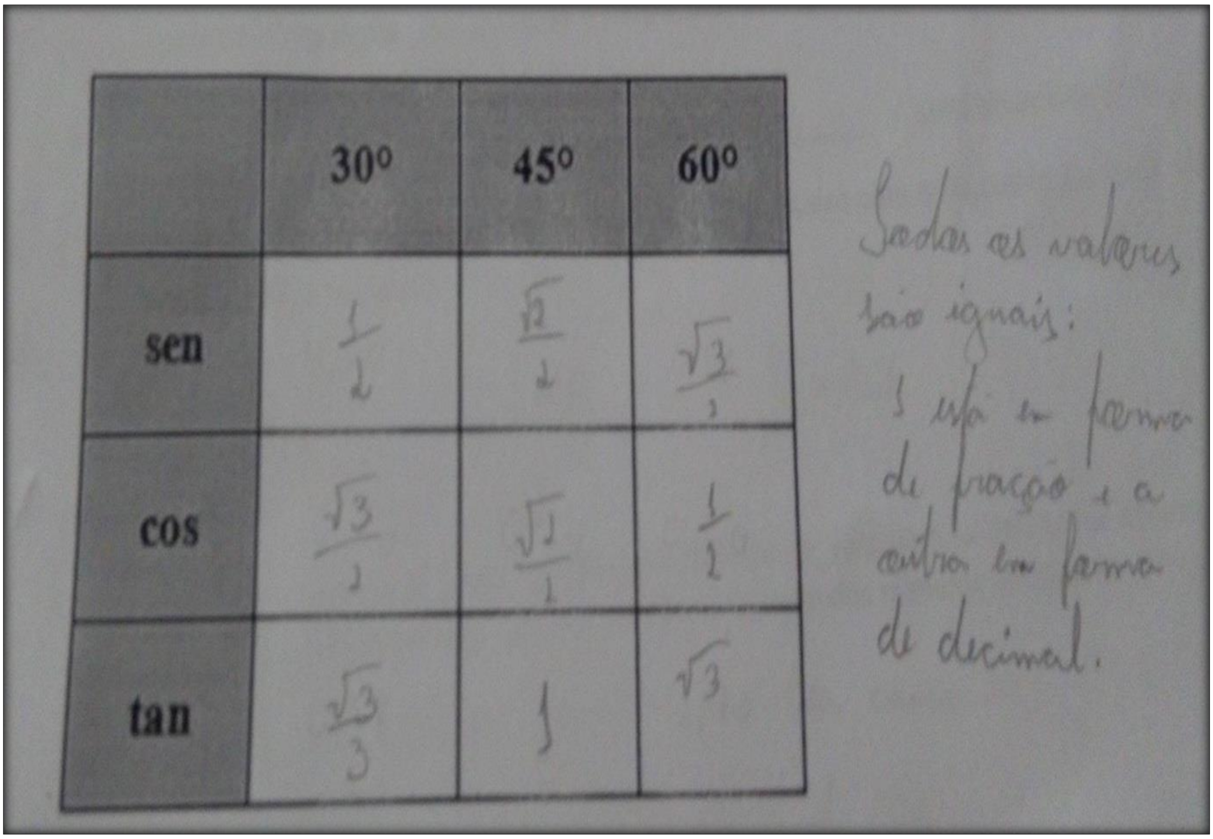
	30º	45º	60º
sen			
cos			
tan			

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Os alunos organizaram na tabela os dados obtidos nos exercícios 4,5 e 9 e para compararem esses valores com os da tabela da ATIVIDADE II instruímos que utilizassem à calculadora e realizassem as divisões dessas razões.

Fazendo as comparações os alunos puderam comprovar que os valores das duas tabelas eram aproximados, apenas os dados estavam escritos de maneiras diferentes, uma na forma de fração e outra na forma decimal, comprovamos esse fato com a resposta da ALUNA1G3 na Figura 72.

Figura 72 _ Tabela dos ângulos notáveis completada pela ALUNA1G3.



Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Refletimos com os alunos o quanto é importante eles saberem construir a tabela dos ângulos notáveis, pois é importante nas aplicações.

Utilizando novamente das técnicas de memorização ensinamos uma paródia da música “dingo bel” para que os alunos memorizassem as razões trigonométricas para os ângulos notáveis. Abaixo descrevemos a letra da música.

> “1,2,3... 3,21
> Tudo sobre 2
> A raiz vem no 2 e também no 3....
> A tangente é diferente vejam só vocês: $\sqrt{3}$ sobre 3,1, $\sqrt{3}$”

Para uma melhor compreensão de como montarmos a tabela dos ângulos notáveis a partir dessa paródia descrevemos a montagem em quatro passos a partir de cada estrofe.

Passo 1: “1, 2, 3... 3, 2, 1“

Na linha dos senos escrevemos os números de 1 a 3 e na linha dos cossenos de 3 a 1, conforme a Figura 73.

Figura 73 _ 1º passo da montagem da tabela de ângulos notáveis pela paródia

	30°	45°	60°
sen	1	2	3
cos	3	2	1
tan			

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Passo 2: “Tudo sobre 2”

Escrevemos o número 2 como denominador das frações das linhas dos senos e dos cossenos, conforme a Figura 74.

Figura 74 _ 2º passo da montagem da tabela de ângulos notáveis pela paródia

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$
cos	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan			

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Passo 3: “A raiz vem no 2 e também no 3....”

Inserimos a raiz quadrada dos numeradores 2 e 3 nas linhas dos senos e dos cossenos, conforme a Figura 75.

Figura 75 _ 3º passo da montagem da tabela de ângulos notáveis pela paródia

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan			

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Passo 4: “A tangente é diferente vejam só vocês: $\sqrt{3}$ sobre 3,1, $\sqrt{3}$”

Na linha da tangente na primeira coluna colocamos a fração $\frac{\sqrt{3}}{3}$, na segunda coluna o número 1 e na terceira coluna $\sqrt{3}$, conforme a Figura 76.

Figura 76 _ 4º passo da montagem da tabela de ângulos notáveis pela paródia

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: Elaborado pela autora (2016)

Observamos que os alunos se divertiram muito cantando a paródia, cantaram várias vezes. Assim concluímos que quando utilizamos a música como recurso pedagógico torna-se mais fácil a memorização, pois a melodia da música tem a capacidade de ativar a memória.

3.3 SEGUNDO ENCONTRO

O segundo encontro aconteceu no dia 27/09/2016. Nesse encontro, com duração de duas aulas totalizando120 minutos trabalhamos a ATIVIDADE IV (em anexo) que é uma lista contendo 10 exercícios de trigonometria.

Os alunos sentaram em dupla, no total formaram-se 8 duplas as quais foram nomeadas por A,B,C....

Os alunos foram instruídos que em cada exercício seria feita uma orientação geral e eles teriam aproximadamente 8 minutos para tentarem resolver. Avisamos também que poderiam chamar as professoras para esclarecimento de dúvidas, utilizarem à calculadora e o caderno, e que ao findar desse tempo, corrigiríamos o exercício na lousa, seguindo-se assim, sucessivamente, até a correção completa da lista.

3.3.1 Relatos da ATIVIDADE IV

O objetivo dessa atividade foi reunir os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores e aplicá-los em diversas situações-problemas para desenvolver nos alunos a capacidade de identificar qual ou quais das razões trigonométricas seria necessário utilizar para resolver cada exercício.

Apresentamos na Tabela 1 à temática, e as habilidades relacionadas para a solução de cada exercício da lista.

Tabela 1 _ Temática e habilidades desenvolvidas na ATIVIDADE IV

Q	Temática	Habilidade
1(a)	Cálculo do valor do x no triângulo retângulo.	Uso da razão correta: Seno Consulta à tabela trigonométrica
1(b)	Cálculo do valor do x no triângulo retângulo.	Uso da razão correta: Cosseno Consulta à tabela trigonométrica
1(c)	Cálculo do valor do x no triângulo retângulo.	Uso da razão correta: Tangente Consulta à tabela trigonométrica

1(d)	Cálculo do valor do x no triângulo retângulo.	Uso da razão correta: Cosseno Consulta à tabela trigonométrica
2	Cálculo da altura do prédio	Uso da razão correta: Tangente Somar a altura do teodolito
3	Cálculo das distâncias entre as casas A e B e entre as casas B e C.	Uso da razão correta: Seno Uso da razão correta: Cosseno Consulta à tabela dos ângulos notáveis
4	Cálculo aproximado do comprimento da rampa	Uso da razão correta: Seno Consulta à tabela trigonométrica
5	Identificação dos lados do triângulo retângulo; Cálculo aproximado de seno do ângulo ABC.	Uso correto dos elementos do triângulo retângulo no cálculo da razão tangente. Utilizar a tabela que é dado do problema para encontrar o valor do seno.
6	Cálculo da distância percorrida na pista de skate	Uso da razão correta: Cosseno Consulta à tabela dos ângulos notáveis
7	Cálculo da altura do prédio	Uso da razão correta: Tangente Somar a altura do menino
8	Cálculo da altura do poste	Uso da razão correta: Seno Consulta à tabela trigonométrica Somar a altura do caminhão
9	Cálculo das distâncias entre dois muros	Uso da razão correta: Tangente Uso da razão correta: Tangente Consulta à tabela trigonométrica Somar as duas razões

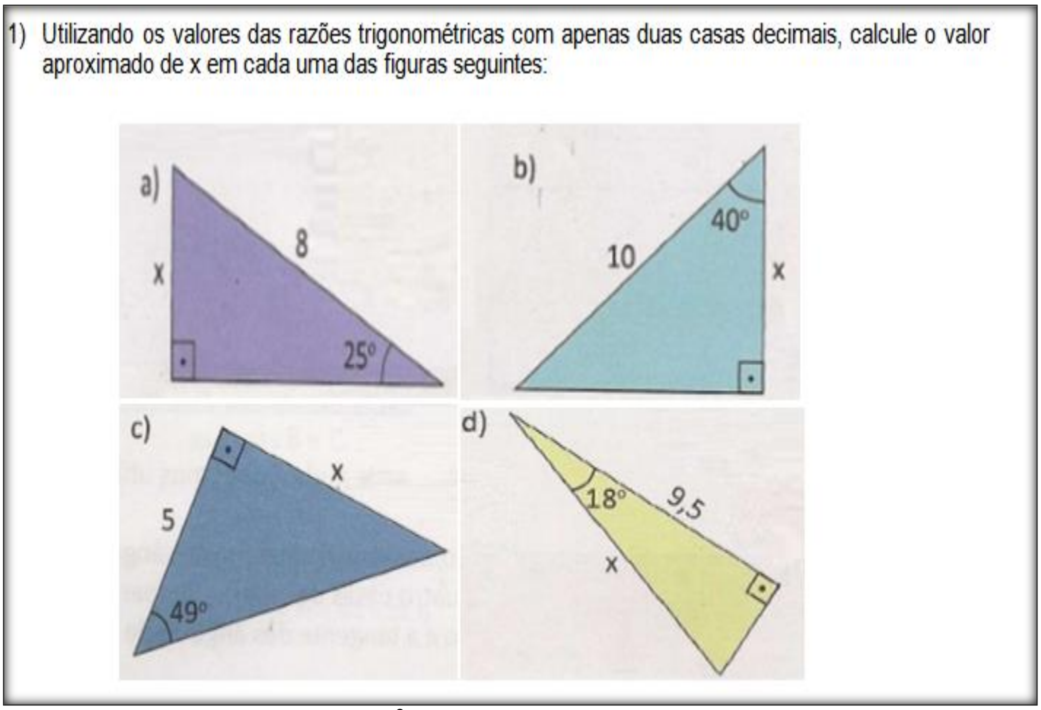
10	Cálculo da altura do pinheiro	Uso da razão correta: Tangente Uso da razão correta: Cosseno Consulta à tabela dos ângulos notáveis Somar as duas razões

Fonte: Elaborada pela autora

Descreveremos abaixo as principais dúvidas e obstáculos que as duplas enfrentaram nas resoluções de cada exercício da lista.

3.3.1.1 Exercício 1

Figura 77 _ exercício 1 da ATIVIDADE IV



Fonte: Apostila de ensino SESI[6]

Antes dos alunos começarem a resolver o exercício 1, orientamos que primeiro nomeassem os lados dos triângulos retângulos, para que assim fosse mais fácil a escolha correta da razão trigonométrica .

No decorrer do tempo concedido para a resolução do exercício, auxiliamos as duplas e constatamos que muitos alunos nomeavam os lados dos

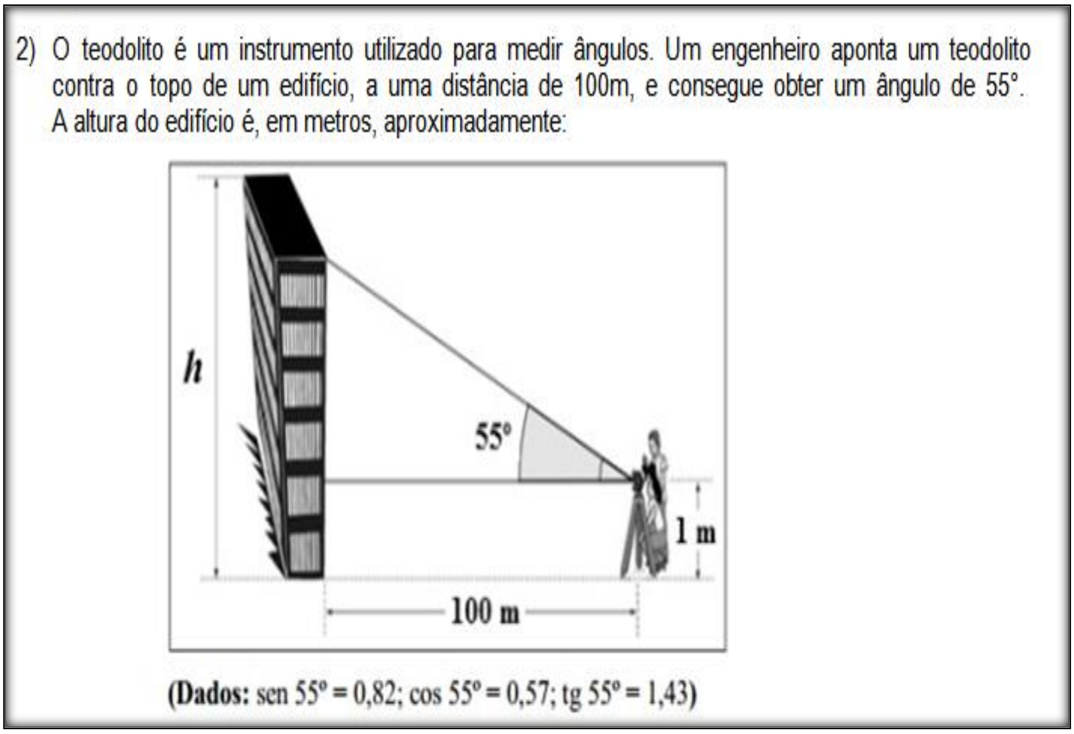
[6] Apostila movimento do aprender matemática 9ºano do ensino fundamental. São Paulo. SESI 2011.

triângulos incorretamente e alguns invertiam a ordem das razões trigonométricas. Ilustramos um desses erros usando como exemplo o “grupo E” que ao resolverem o item a desse exercício, utilizaram corretamente à razão seno, porem ao invés de colocarem a incógnita que é o cateto oposto no numerador da razão e o valor da medida da hipotenusa no denominador inverteram a ordem por esse motivo obtiveram a resposta errada.

Passado o tempo combinado fizemos a correção do exercício 1 na lousa, sanando as dúvidas dos alunos.

3.3.1.2 Exercício 2

Figura 78 _ exercício 2 da ATIVIDADE IV



Fonte: SARESP 2007[7]

Na resolução do exercício 2, orientamos os alunos a escreverem uma incógnita no triângulo ao lado do prédio, uma vez que o exercício procurava saber a altura h do prédio, depois escolhessem a razão trigonométrica correta para

[7] Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matem%C3%A1tica/EM%203%C2%AA%20s%C3%A9rie/1_Manh%C3%A3/Prova-MAT-3EM-Manha.pdf> Acesso em: 15,agos,2016

calcularem o valor dessa incógnita e em seguida somasse o valor encontrado com a altura do teodolito.

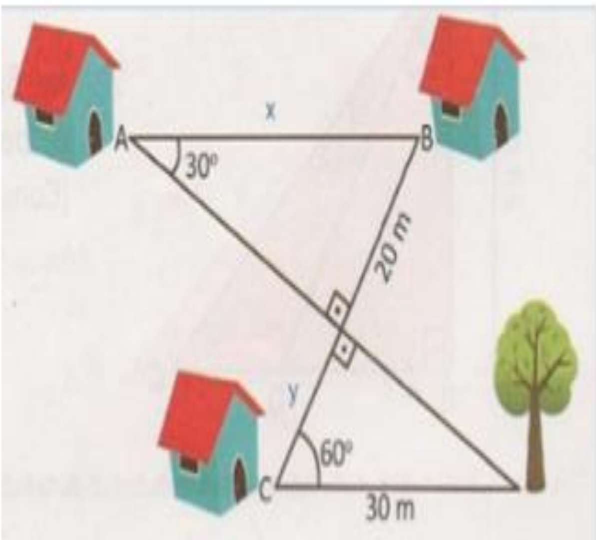
Nesse exercício analisamos que um número maior de alunos conseguiram organizar as informações do problema e escolheram a razão trigonométrica correta, porem alguns ainda invertiam os lados das razões e outros por falta de atenção esqueceram de somar a altura do teodolito com o valor da incógnita.

Comentamos com os alunos que esse exercício era um exemplo do que faríamos na aula prática. Calcularíamos alturas inacessíveis a pós construirmos o teodolito caseiro para medir o angulo.

3.3.1.3 Exercício 3

Figura 79 _ exercício 3 da ATIVIDADE IV

3) De acordo com a figura, determine as distâncias entre as casas A e B e entre as casas Be C.



Fonte: Apostila sistema de ensino SESI[8]

No exercício 3 aconselhamos os alunos que se atentassem para um triângulo de cada vez, que primeiro encontrassem a distância AB, representada pela letra x no triângulo superior, aplicando a razão trigonométrica conveniente e num

[8] Apostila movimento do aprender matemática 9ºano do ensino fundamental. São Paulo. SESI 2011.

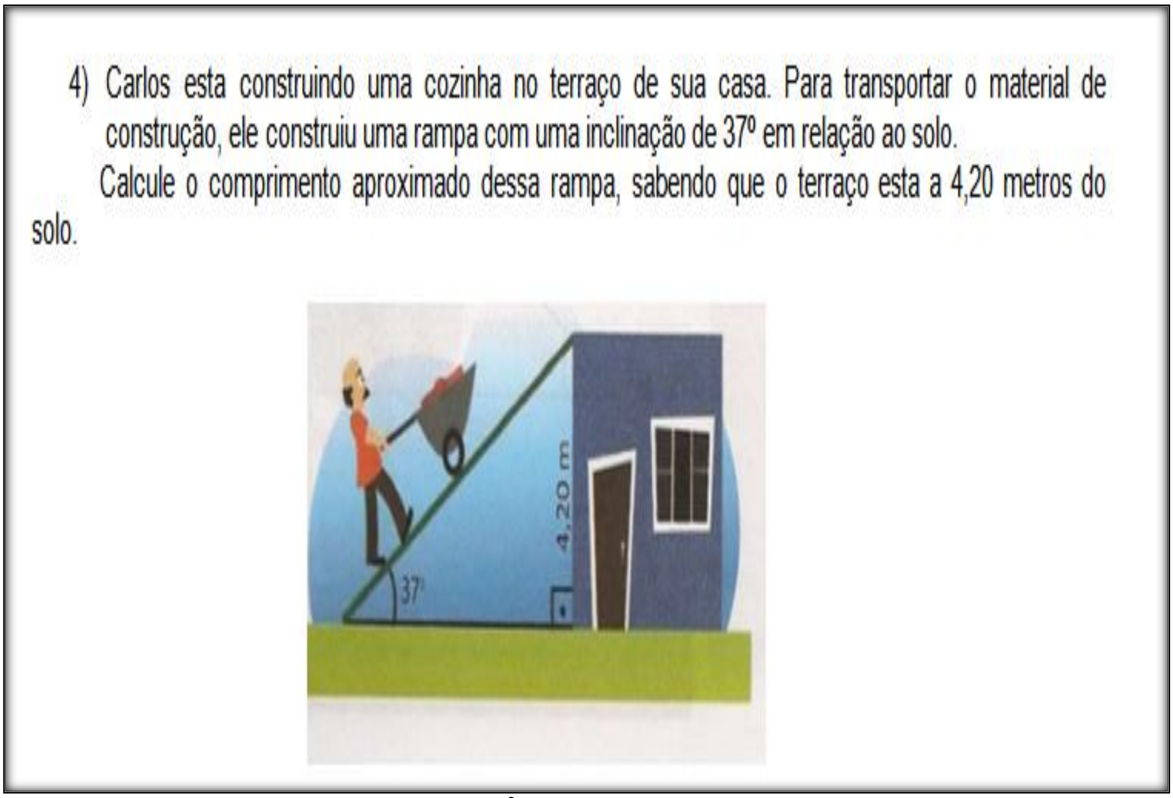
segundo momento calculassem o valor de y no outro triângulo e somasse com 20 m para determinarem a distância BC.

Passando nas duplas averiguamos que alguns alunos utilizaram o valor de seno 30º e cosseno 60º na forma fracionada e outros consultaram a tabela trigonométrica ou a calculadora cientifica do celular e usaram os valores na forma decimal.

Percebemos também que os alunos que manipularam os valores das razões trigonométricas na forma fracionada rascunharam a tabela dos ângulos notáveis do lado da folha cantando a paródia aprendida no encontro anterior. Assim constatamos o quanto as técnicas de memorização são eficientes para que os alunos memorizem conceitos, regras e outros aspectos importantes.

3.3.1.4 Exercício 4

Figura 80 _ exercício 4 da ATIVIDADE IV


4) Carlos esta construindo uma cozinha no terraço de sua casa. Para transportar o material de construção, ele construiu uma rampa com uma inclinação de 37º em relação ao solo.
Calcule o comprimento aproximado dessa rampa, sabendo que o terraço esta a 4,20 metros do solo.

Fonte: Apostila sistema de ensino SESI [9]

[9] Apostila movimento do aprender matemática 9ºano do ensino fundamental. São Paulo. SESI 2011.

Poucos alunos erraram o exercício 4, o exercício pedia para que se calculasse o comprimento da rampa então a incógnita deveria ser escrita no lado da hipotenusa e corretamente deveria ser usada a razão seno, porem alguns alunos entenderam que era para ser calculado o comprimento da base da rampa e erroneamente colocaram a incógnita no cateto adjacente e utilizaram assim a razão tangente.

Na correção do exercício na lousa esclarecemos para os alunos que comprimento é uma grandeza que mede a distância entre dois pontos. Assim o comprimento da rampa pode ser visto como a distância do ponto inicial ao ponto final da rampa.

3.3.1.5 Exercício 5

Figura 81 _ exercício 5 da atividade IV

5) **(Etec 2012)** Leia o texto. As ruas e avenidas de uma cidade são um bom exemplo de aplicação de Geometria. Um desses exemplos encontra-se na cidade de Mirassol, onde se localiza a Etec Prof. Mateus Leite de Abreu. A imagem apresenta algumas ruas e avenidas de Mirassol, onde percebemos que a Av. Vitório Baccan, a Rua Romeu Zerati e a Av. Lions Clube/Rua Bálsamo formam uma figura geométrica que se aproxima muito de um triângulo retângulo, como representado no mapa.

(http://maps.google.com.br/ Acesso em: 18.02.2012. (Adapt.).

Considere que:
- a Rua Bálsamo é continuação da Av. Lions Clube;
- o ponto A é a interseção da Av. Vitório Baccan com a Av. Lions Clube;
- o ponto B é a interseção da Rua Romeu Zerati com a Rua Bálsamo;
- o ponto C é a interseção da Av. Vitório Baccan com a Rua Romeu Zerati;
- o ponto D é a interseção da Rua Bálsamo com a Rua Vitório Genari;
- o ponto E é a interseção da Rua Romeu Zerati com a Rua Vitório Genari;
- a medida do segmento $\overline{AC}$ é 220 m;
- a medida do segmento $\overline{BC}$ é 400 m e
- o triângulo ABC é retângulo em C.

Utilize a tabela

	26	29	41	48	62
sen	0,44	0,48	0,66	0,74	0,88
cos	0,90	0,87	0,75	0,67	0,47
tg	0,49	0,55	0,87	1,11	1,88

No triângulo ABC, o valor do seno do ângulo ABC é, aproximadamente:

a) 0,44
b) 0,48
c) 0,66
d) 0,74
e) 0,88

Fonte: Vestibulinho ETEC 2012[10]

[10] Disponível em: < https://www.vestibulinhoetec.com.br/download/prova_ant/84.pdf> Acesso em: 15,agos,2016

Observamos que para resolver esse exercício existiu uma maior empolgação por parte dos alunos por se tratar de um exercício retirado do Vestibulinho da Escola Técnica Estadual ETEC onde se ministram cursos técnicos e ensino médio. Conversando com eles muitos disseram ter interesse de estudar nessa escola, onde para entrar os alunos são selecionados por um Vestibulinho.

Combinamos com os alunos que excepcionalmente neste exercício não iriamos auxilia-los com as dúvidas e nem fazer observações, para que eles fizessem esse exercício como se estivessem fazendo o Vestibulinho.

Assim ao findar dos 8 minutos constatamos que apenas a dupla A e C conseguiram chegar na resposta correta do exercício, porém ambas fizeram de modos diferentes. Na correção compartilhamos com a sala como as duas duplas que acertaram prosseguiram.

A dupla C verificou que o exercício forneceu o cateto adjacente e o cateto oposto assim aplicaram a tangente para o angulo ϴ (denominaram o ângulo ABC de ângulo ϴ) encontrando como resposta $tang\theta = 0{,}55$. Assim, como o exercício pedia o valor do seno foram na tabela que era dado do exercício e verificaram que a $tang29° = 0{,}55$, logo o ângulo ϴ= 29º assim $Sen29° = 0{,}48$.

Alguns alunos falaram que também chegaram a aplicar a tangente e encontraram 0,55 mas como não tinha essa alternativa apagaram o exercício pensando que o raciocínio estava errado.

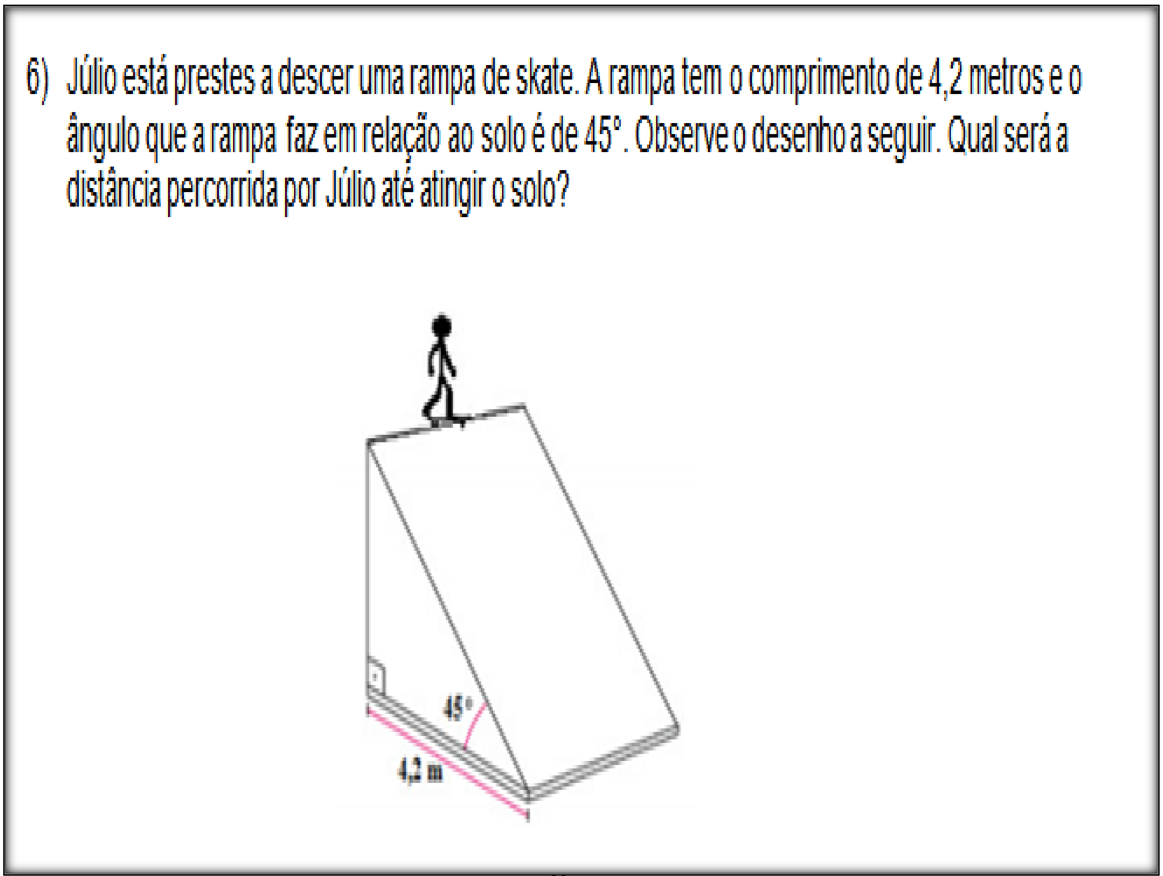
A dupla A verificou que tinham que usar a razão seno, pois o exercício pedia para encontrar o valor do seno do ângulo ABC porem não tinham o valor da hipotenusa. Dessa forma aplicaram Pitágoras para encontrar a hipotenusa e depois voltaram para a razão seno, encontrando direto que $Sen\Theta = 0{,}48$.

Depois de feita a correção os alunos afirmaram terem entendido a resolução do exercício. Uma aluna do “grupo B” ainda comentou que quando o enunciado do exercício é extenso ela se perde com as informações, e não consegue resolver.

Esse depoimento da aluna nos mostra como existe uma grande importância da leitura para uma melhor compreensão matemática. O aluno muitas vezes não resolve o problema de matemática não porque não sabe matemática, mas porque não sabe interpretar o enunciado do problema. Muitos dos nossos alunos são considerados analfabetos funcionais, são capazes de identificarem letras, palavras e frases, mas não de compreenderem o sentido do que leem.

3.3.1.6 Exercício 6

Figura 82 _ exercício 6 da ATIVIDADE IV



Fonte: Apostila sistema de ensino Poliedro[11]

Nesse exercício observamos que todos os alunos escreveram a incógnita no lado correto do triângulo e a maioria escolheram corretamente a razão cosseno.

Constamos também que alguns alunos que optaram por utilizar o valor do cosseno de 45º na forma fracionada sentiram dificuldades nas etapas referentes aos cálculos com a $\sqrt{2}$. Assim, lembramos que teriam que fazer a racionalização, ou seja, multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt{2}$ como fizeram anteriormente na ATIVIDADE III.

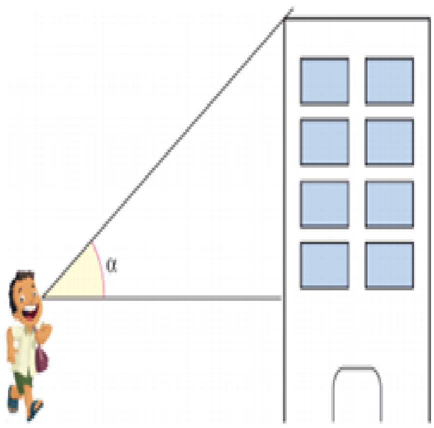
[11] Apostila sistema de ensino Poliedro. Matemática ensino fundamental II 8º ano volume 4. São Paulo. 2016.

Findando o tempo fizemos a correção e esclarecemos no quadro as dúvidas.

3.3.1.7 Exercício 7

Figura 83 _ exercício 7 da ATIVIDADE IV

7) Um garoto, curioso para saber a altura do prédio de um shopping, conseguiu com seu professor de Matemática um teodolito (tipo de instrumento de medição de ângulos) para auxiliá-lo nesse desafio. A situação é representada pela figura a seguir.



Suponha que a altura dos olhos do garoto com relação ao chão é de 1,50 m e que sua distância ao prédio do shopping é de 45 m. Sendo tg α = 2, qual a altura do prédio?

Fonte: Apostila sistema de ensino Poliedro[12]

Fizemos a leitura desse exercício com a sala e averiguamos que o problema nos informava que o valor da $tg\alpha$ era igual a 2. Dessa maneira os alunos corretamente optaram pela razão trigonométrica tangente, e relacionaram a incógnita do cateto oposto com a medida do cateto adjacente ao ângulo α.

Relembramos os alunos de somarem a altura do menino com a medida encontrada do cateto oposto para determinarmos a altura total do prédio, como procedemos no exercício 2 anteriormente.

Andando pela sala observamos que a partir dos comentários feitos no inicio do exercício, o cálculo da altura do prédio tornou-se bastante simples para

[12] Apostila sistema de ensino Poliedro. Matemática ensino fundamental II 8º ano volume 4. 2016.

grande parte dos alunos. Constatamos, porem, que duas duplas não estavam conseguindo terminar o exercício. Assim fomos até a carteira desses alunos e prestamos um atendimento individualizado para esclarecer suas dúvidas.

No atendimento individual, o aluno cria a coragem necessária para fazer perguntas, que ele não faria em público, por medo da reação dos colegas.

3.3.1.8 Exercício 8

Figura 84 _ exercício 8 da ATIVIDADE IV

8) Elizeu trabalha numa companhia de fornecimento de energia, e uma de suas tarefas é trocar as lâmpadas dos postes de iluminação. Para isso, ele fica numa cadeira acoplada à ponta de uma escada, representada pelo ponto **C** da figura. A base **A** da escada está a 1,7 m do solo e a escada tem 7 m de comprimento. Nesse caso, a altura do poste, isto é, a medida **x**, é igual a:

Fonte: Apostila sistema de ensino SESI[13]

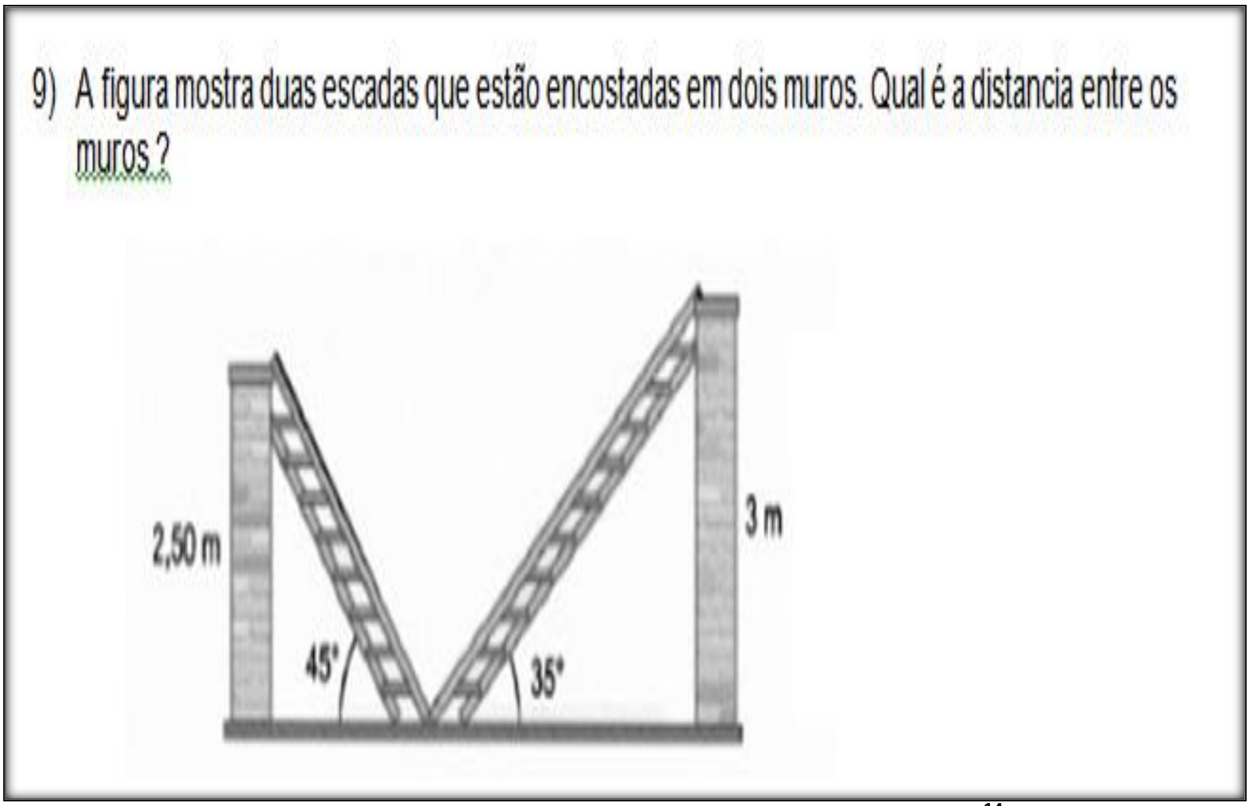
Nesse exercício orientamos os alunos a escolherem a razão trigonométrica conveniente para calcularmos a medida h, logo após somarem essa medida com a altura do caminhão de 1,7m e assim concluírem o exercício obtendo a altura do poste representado pela letra x no desenho.

[13] Apostila movimento do aprender matemática 9ºano do ensino fundamental. São Paulo. SESI 2011

Na correção desse exercício, notamos que todos os alunos aplicaram a razão trigonométrica adequada, e apenas dois não executaram corretamente os cálculos.

3.3.1.9 Exercício 9

Figura 85 _ exercício 9 da ATIVIDADE IV



Fonte: Caderno de reforço de matemática governo do estado de Pernambuco[14]

Instruímos os alunos que dividissem os dois triângulos retângulos formados na figura e encontrassem o comprimento da base separadamente aplicando a razão trigonométrica adequada em cada triângulo e finalizassem somando o comprimento das bases dos dois triângulos.

Durante o tempo concedido para resolução, passamos pelas carteiras dos alunos e constatamos que estavam resolvendo o exercício corretamente, estavam mais confiantes nas resoluções.

---

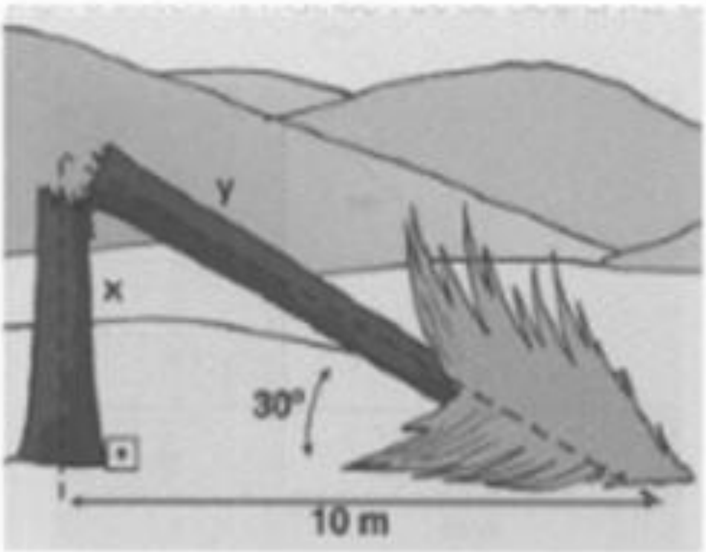
[14] Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/Caderno2Reforco_Escolar_Matematica_EF.pdf> Acesso em: 15,agos.2016

Na correção deste exercício na lousa também observamos que os alunos que apresentaram mais dificuldades no início da lista, participaram da correção desse exercício e estavam mais motivados a aprender.

3.3.1.10 Exercício 10

Figura 86 _ exercício 10 da ATIVIDADE IV

10) Qual é a altura desse pinheiro?



Fonte: Apostila sistema de ensino SESI [15]

Sendo esse exercício o último da lista e na intenção de quantificarmos os acertos, combinamos com os alunos que eles resolveriam sem que fizéssemos nenhum comentário e nem auxiliássemos na resolução.

Ao final do tempo colocamos a resposta correta do exercício na lousa e pedimos para que as duplas que acertaram levantassem a mão. Seis duplas, ou seja, mais da metade da sala levantaram a mão.

Na lousa resolvemos o exercício passo a passo encontramos primeiro o valor de x utilizando a tangente de 30° em seguida para encontrarmos o valor de y utilizemos o cosseno de 30 e no final somamos esses dois valores para encontrarmos a altura do pinheiro.

[15] Apostila movimento do aprender matemática 9ºano do ensino fundamental. São Paulo. SESI 2011.

Dialogando com os alunos percebemos que a maioria tiveram o mesmo raciocínio, aplicaram as razões trigonométricas corretas para encontrarem x e y porem acabaram errando nos cálculos.

3.4 TERCEIRO ENCONTRO CONSTRUÇÃO DO TEODOLITO CASEIRO

O terceiro encontro com a turma aconteceu no dia 29/09/2016. Esse encontro, teve duração de uma aula, 60 minutos.

Antes da construção do “teodolito caseiro” conversamos com os alunos sobre o que é um teodolito, a origem desse instrumento e sua extrema importância nos dias de hoje.

Explicamos que o “teodolito caseiro” que iriamos confeccionar nesse encontro seria utilizado para a resolução de problemas práticos no próximo encontro, onde calcularíamos alturas de postes, arvores prédios, etc. Após esta conversa, pedimos aos alunos que se organizassem em grupos de 4 participantes para construirmos o “Teodolito Caseiro”.

Foi confeccionado um “teodolito por grupo, promovendo dessa forma a integração e colaboração coletiva.

3.4.1 Objetivo da construção do Teodolito Caseiro

O objetivo da construção do material concreto “Teodolito Caseiro” foi uma forma que encontramos de levar aos alunos a reflexão, mostrando a eles como podemos aplicar o conhecimento teórico da sala de aula no nosso cotidiano, propiciando ao estudante a produção do conhecimento.

Segundo (D’AMBRÓSIO 1996) nós educadores devemos buscar novas estratégias, para ensinar os nossos alunos, afim de que tornemos nossas aulas de matemáticas mais interessantes.

3.4.2 Passo a passo para a construção do teodolito

A construção do “Teodolito Caseiro” é uma criação do professor (SAMPAIO 2008) autor do livro “Matemágica: Histórias, aplicações e jogos matemáticos” fizemos algumas adaptações e descrevemos os passos da construção no roteiro abaixo:

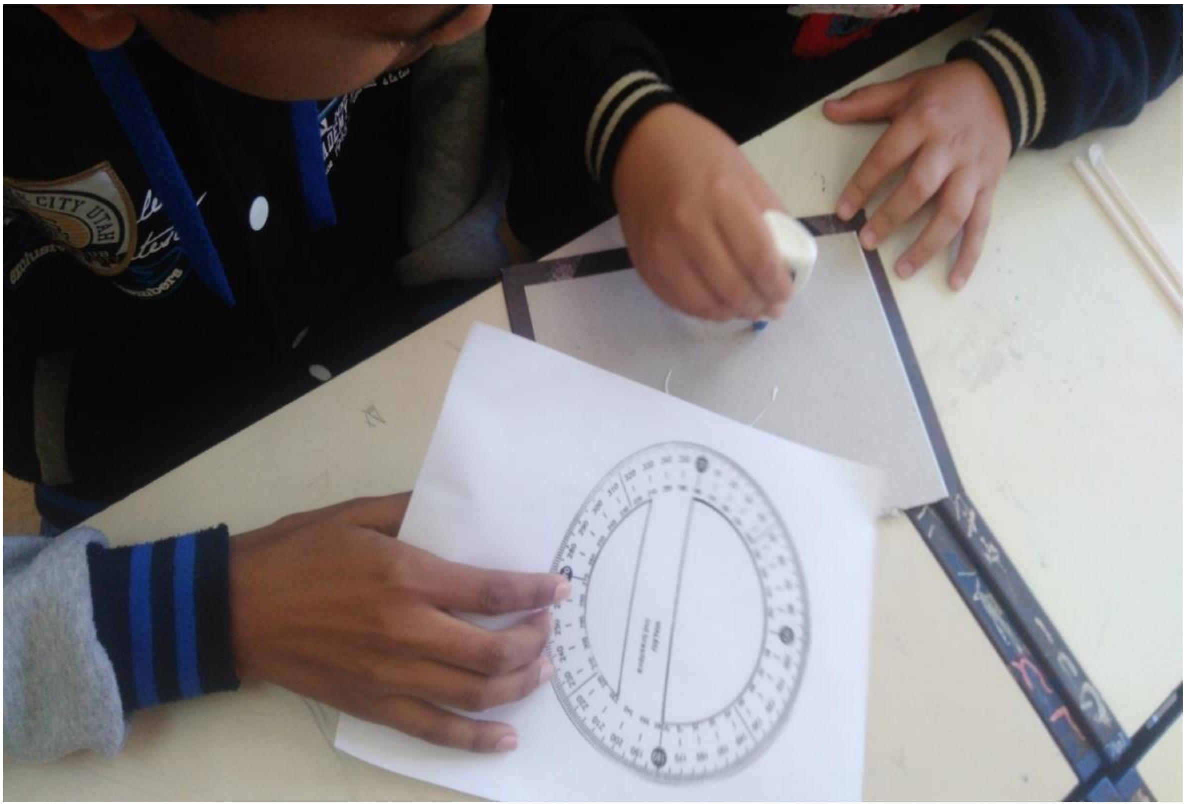
Para a construção do teodolito foram necessários os seguintes materiais:

- ✓ Pote de plástico de requeijão com tampa,
- ✓ Palito de churrasco,
- ✓ Tubo de caneta vazio
- ✓ Base de papelão,
- ✓ Arame
- ✓ Cópia de um transferidor de 360°.
- ✓ Cola quente

3.4.2.1 1° Passo para a construção do teodolito caseiro

Colamos a cópia do transferidor no papelão, conforme a Figura 87.

Figura 87 _ Alunos colando a cópia do transferidor no papelão

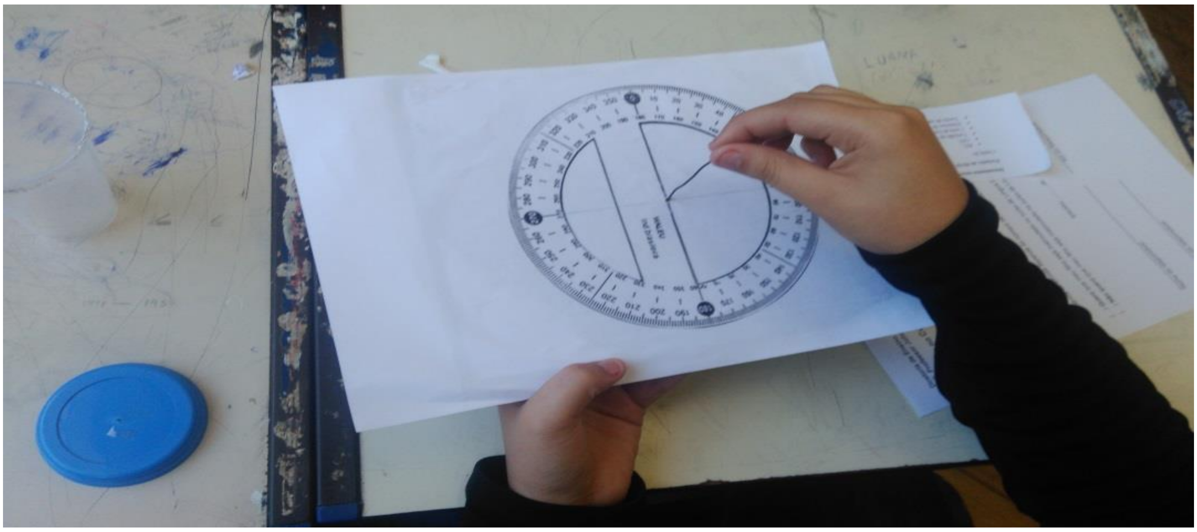


Fonte: imagem da autora

3.4.2.2 2º Passo para a construção do teodolito caseiro

Passamos o pedaço do arame pelo centro do transferidor. Conforme a Figura 88

Figura 88 _ Alunos passando o arame pelo centro do transferidor

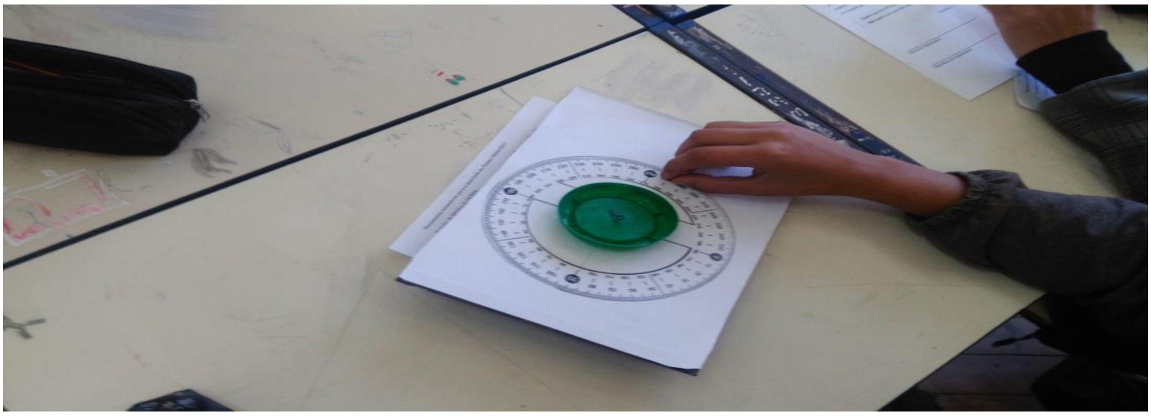


Fonte: imagem da autora

3.4.2.3 3° Passo para a construção do teodolito caseiro

Fizemos um furo no centro da tampa do pote, e usamos o arame para alinhar o centro do transferidor com o centro da tampa e depois enrolamos o arame de modo que a tampa ficou fixa ao papelão. Ver a Figura 89.

Figura 89 _ Alunos alinhando com o arame o centro do transferidor com o centro da tampa.



Fonte: imagem da autora

3.4.2.4 4° Passo para a construção do teodolito caseiro

Fizemos dois furos diametralmente nos copos o mais perto da borda possível e atravessamos o palito de churrasco (ponteiro) passando pelo centro. Ver a Figura 90.

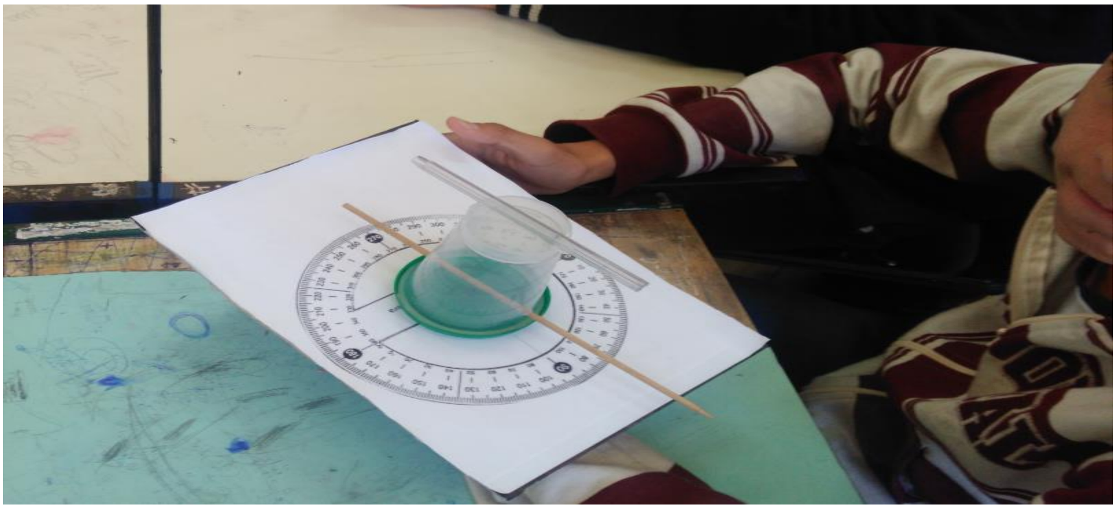
Figura 90 _ Aluno passando diametralmente o palito na borda do pote

Fonte: imagem da autora

3.4.2.5 5º Passo para a construção do teodolito caseiro

Fechamos o pote e colamos o tubo da caneta (mira) com cola quente no fundo do pote paralelo ao palito de churrasco (ponteiro). Ver a Figura 91

Figura 91 _ Aluno apresentando o teodolito finalizado.



Fonte: imagem da autora

No transcorrer da aula, observamos que alguns alunos apresentaram dificuldades no manuseio dos materiais, porém como estavam em grupo, receberam ajuda dos colegas gerando uma cooperação mutua.

3.4.3 Procedimentos para medir alturas utilizando o Teodolito Caseiro

Tendo cada grupo terminado de confeccionar o seu teodolito lançamos um desafio para a turma, perguntando quem sabia explicar como utilizava o objeto construído.

Observamos várias tentativas de respostas, mas nenhuma completa. Então, para sanar as dúvidas, explicamos o passo a passo de como utilizar o “teodolito caseiro” para calcular alturas inacessíveis. Exemplificamos esses passos calculando, com a participação de um grupo de alunos, a altura da parede da sala de aula. Descrevemos abaixo esses passos.

Passo 1: Medimos a altura do aluno observador dos olhos aos pés .

Passo 2: Medimos a distância entre a parede e o aluno observador com uma trena.

Passo 3: Com o teodolito marcando zero em sua escala o aluno observador posicionou-o de modo que a base ficasse perpendicular a parede, e por meio do tubo da caneta (mira), girou o teodolito até ver o ponto mais alto da parede. Com isso, o ponteiro (palito de churrasco) marcou um ângulo na cópia do transferidor.

Passo 4: Levando em consideração os conceitos de trigonometria trabalhados na resolução de situações-problemas, os alunos fizeram um desenho esboçando a situação com as medidas que encontraram nos passos anteriores e calcularam a altura da parede aplicando a tangente do ângulo encontrado pelo teodolito, onde o cateto oposto era parte da altura da parede ou seja, a incógnita procurada e o cateto adjacente a distância da parede ao aluno observador. Depois de terem encontrado a medida do cateto oposto, eles somaram com a altura do aluno observador e obtiveram a altura total da parede.

Sob nossa orientação os alunos utilizaram o final da aula para treinar o manuseio com o teodolito caseiro dentro da sala de aula.

Ao término da aula, pedimos aos alunos que instalassem nos seus celulares um aplicativo chamado Theodolite Droid e que no próximo encontro, trouxessem os celulares que usaríamos esse aplicativo, assim como o teodolito caseiro para a atividade prática, onde calcularíamos alturas de prédios, arvores poste, etc.

Observamos que durante a aula os alunos se mostraram motivados, participativos e bastante empolgados para o próximo encontro que seria a aula prática. Até escutamos de uma aluna uma exclamação nada habitual para aulas de matemática.

_ “Nossa a aula passou tão rápido, que pena que já terminou!”

Percebemos que essa proposta metodológica, provocou curiosidade, interesse, comprometimento e envolvimento dos alunos.

3.5 QUARTO ENCONTRO

O quarto encontro aconteceu no dia 03/10/2016 fora do ambiente escolar e foi destinado para a atividade prática usando o Teodolito caseiro e o aplicativo Thedolite Droid.

Sendo a sala dividida em quatro grupos de quatro alunos ficou defino que cada grupo seria responsável por determinar a altura de um ponto da cidade: Estatua do padroeiro da cidade, poste, arvore e Banco do Brasil, seriam medidos, elos grupos I, II III IV respectivamente.

Para que a atividade fosse direcionada, distribuímos um roteiro de trabalho contendo dois exercícios para cada grupo: No primeiro exercício o grupo descreveu o passo a passo que seguiram para encontrar a altura do ponto determinado utilizando o Teodolito Caseiro. No segundo exercício o grupo marcou a altura do ponto através do aplicativo Theodolite Droid e compararam os valores dessas duas práticas, chegando a uma conclusão.

Os alunos dos grupos dividiram as tarefas entre eles e dentro de cada grupo foi pré-definido: um aluno observador, dois alunos responsáveis por fazer as medidas com a trena e um aluno para fazer um esboço da situação na folha da atividade e marcar as medidas.

Utilizamos como instrumentos de trabalho: Teodolito caseiro, trena, aplicativo Theodolite Dróid, tabela trigonométrica, calculadora, lápis e folha de atividade.

3.5.1 Objetivo da aula de campo

Objetivamos com essa aula oferecer um ensino mais significativo aos alunos utilizando os recursos didáticos para aliar os conceitos teóricos visto em sala com situações problemas da realidade do aluno, despertando o entusiasmo e a vontade de aprender.

Para CASTOLDI (2009),

> "... com a utilização de recursos didático-pedagógicos pensa-se em preencher as lacunas que o ensino tradicional geralmente deixa, e com isso, além de expor o conteúdo de uma forma diferenciada, faz os alunos participantes do processo de aprendizagem". (CASTOLDI 2006, p. 985).

3.5.2 Descrição do aplicativo Theodolite Dróid

Compreendemos que dispositivos móveis, quando utilizados com um objetivo pedagógico trás ganhos expressivos para o educando, tornando as aulas mais atraentes, estimulando o desenvolvimento da autonomia, curiosidade, criatividade e socialização promovendo a construção do conhecimento.

Na sala de aula, aplicativos são recursos didáticos essenciais para trabalhar conteúdos abstratos e facilitar o aprendizado. Utilizamos o aplicativo Theodolite Droid, como ferramenta de medição de alturas atuando semelhante a um teodolito virtual aproveitando as ferramentas do smartphone (GPS, mapas, inclinômetro, câmera, magnetômetro, etc.).

O Aplicativo Theodolite Dróid pode ser instalado em smartphones com o sistema operacional Android. Na Figura 92 vemos o ícone deste aplicativo.

Figura 92 _ Ícone do aplicativo Theodolite Dróid

Fonte: site aptoide[16]

Descrevemos os passos de como utilizar esse aplicativo para determinar altura de objetos.

1° Passo: Medimos a distância que estamos do objeto e anotamos esse dado no aplicativo

2° Passo: Apontamos o centro da mira da tela do celular para a base do objeto e tocamos no celular finalizando este primeiro passo.

3° Passo: Apontamos a mira da tela do celular para o topo do objeto e damos outro toque na tela para finalizar o procedimento.

Para instalarmos esse aplicativo, basta fazermos uma busca no Play Store com o nome Theodolite Dróid e solicitar a instalação do aplicativo. O sistema operacional do aparelho fará o download e a instalação de maneira automática. Uma vez instalado, o aplicativo já estará pronto para uso.

3.5.3 Cálculo da altura dos quatro pontos da cidade.

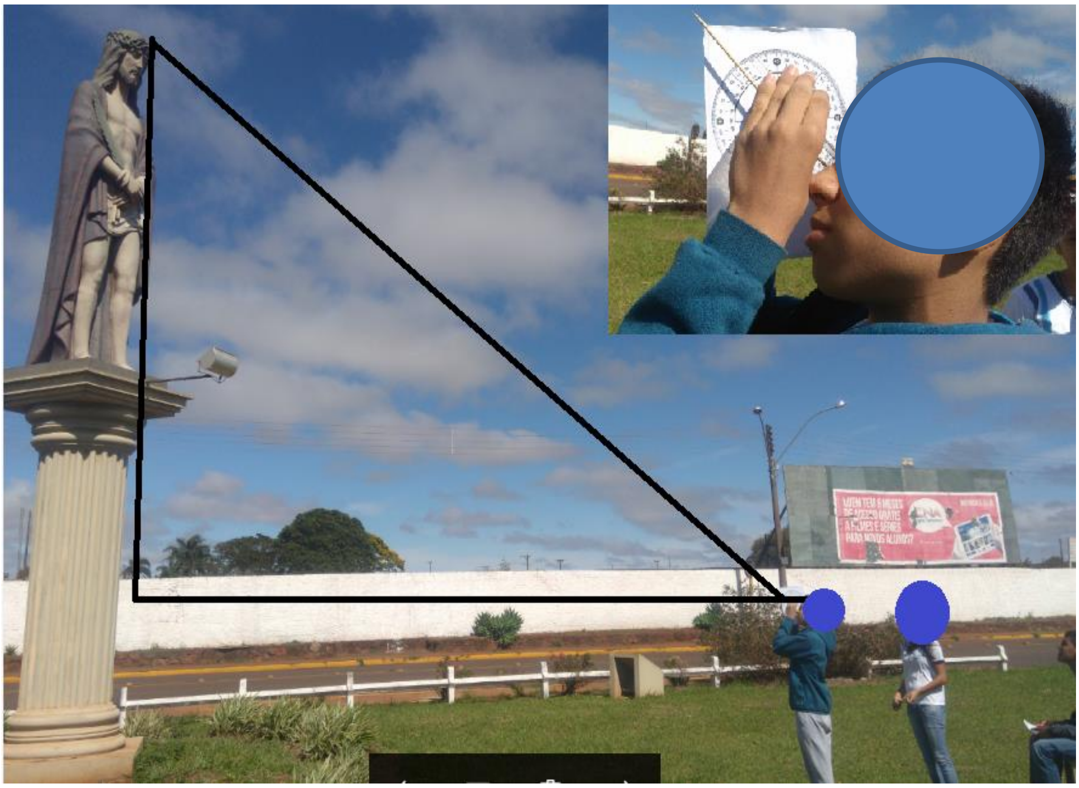
[16] Disponível em: <http://theodolite-droid.br.aptoide.com/> Acesso em: 24/04/17

Descrevemos nos itens abaixo os procedimentos utilizados pelos grupos para determinarem as alturas do padroeiro da cidade, do poste, da árvore e do Banco do Brasil.

3.5.3.1 Cálculo da altura da estátua do padroeiro da cidade com o teodolito caseiro

O grupo I ficou responsável em determinar a altura da estátua do padroeiro da cidade usando o teodolito caseiro e anotar os passos que seguiram. Na Figura 93 vemos o "aluno observador" avistando o ponto mais alto da estátua através da mira do teodolito caseiro.

Figura 93 _ Uso do teodolito caseiro para cálculo da altura da estua do padroeiro da cidade.



Fonte: Imagem da autora

Abaixo descrevemos os passos seguidos pelos alunos do grupo I para calcularem a altura da estátua do padroeiro da cidade.

1° Passo: Mediram a distância do observador a estátua. Indicaram essa distância por *d=6,0 m*

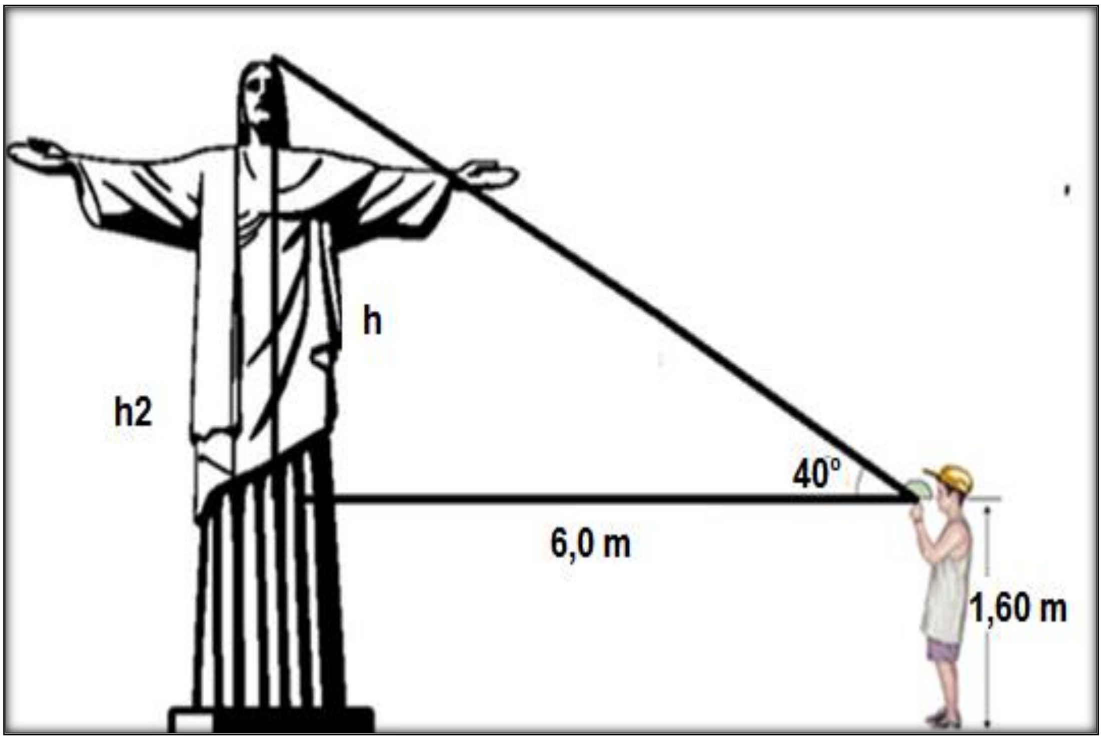
2° Passo: Mediram a altura dos olhos do observador até os pés. Indicaram essa altura por h_1= 1,60 m.

3° Passo: Indicaram o ângulo que o aluno observador obteve ao mirar o ponto mais alto da estátua através do tubo da caneta do teodolito. Indicaram esse ângulo por θ=*40°.*

4° Passo: Obtiveram que a tangente de 40° pela tabela trigonométrica é aproximadamente: *tan40° ≈ 0, 839.*

5° Passo: Esboçaram as informações obtidas anteriormente em um desenho. Ver Figura 94.

Figura 94 _ Desenho com as informações para calcular a altura da estátua.



Fonte: Elaborado pela a autora

6º Passo: Aplicaram a razão trigonométrica tangente e calcularam h que é a altura dos olhos do observador ao topo da estátua. Como $\tan(\theta) = \frac{h}{d}$, $d = 6$ e $\theta = 40°$, temos

$$\tan(40°) = \frac{h}{6,0}.$$

Logo,

$$h = 0,839 \,.\, 6,0,$$

ou seja,

$$h = 5{,}03\ m.$$

7° Passo: Determinaram a altura da estátua do padroeiro da cidade h_2, somando as alturas h_1 e h. Temos,

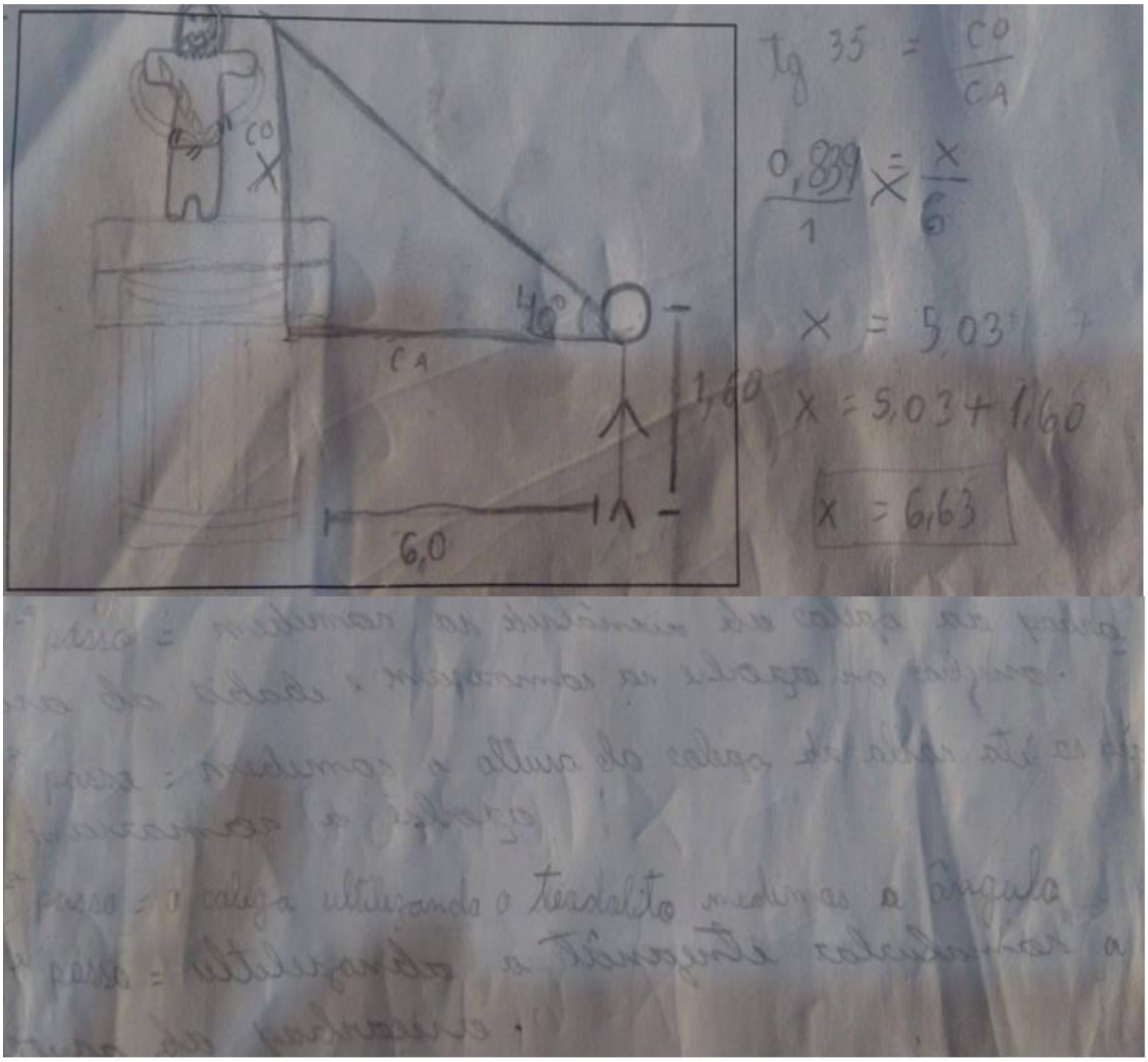
$$h_2 = h_1 + h = 1{,}60 + 5{,}03,$$

Isto é,

$$h_2 = 6{,}63\ m.$$

A Figura 95 mostra os passos e os cálculos descritos pelos alunos do grupo I para calcularem a altura da estátua do padroeiro da cidade.

Figura 95 _ Descrição dos alunos do grupo I para o cálculo da altura da estátua com o teodolito caseiro.

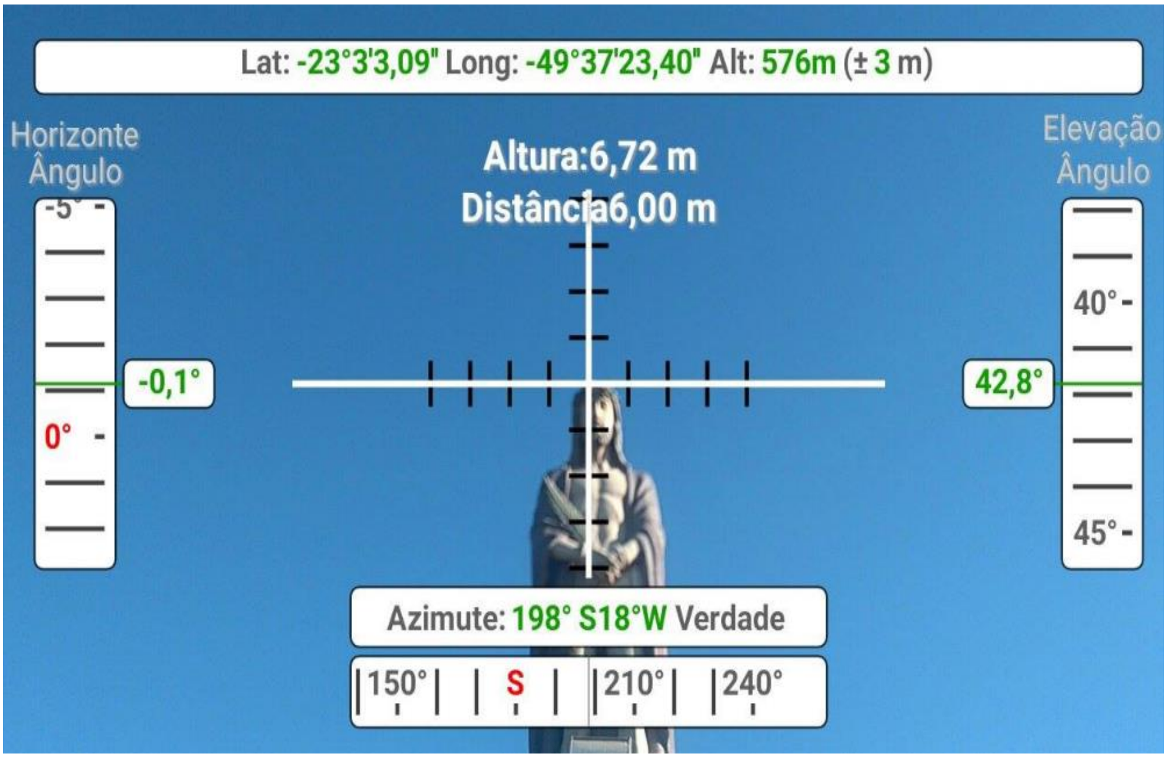


Fonte: Imagem da autora

3.5.3.2 Altura da estátua do padroeiro da cidade de Ipaussu obtida com o aplicativo Theodolite Droid

Num segundo momento os alunos mediram a altura da estátua com o aplicativo Theodolite Dróid seguindo os passos descritos no item 3.5.2 e compararam o resultado obtido com o descrito anteriormente utilizando o teodolito caseiro. Ver Figura 96.

Figura 96 _ Altura da estátua com o aplicativo Theodolite Dróid



Fonte: imagem da autora

Os alunos concluíram que a altura da estátua calculada com o teodolito caseiro foi de 6,63m e com o aplicativo 6,72m um erro pequeno de 9 cm. Em termos percentuais temos um erro relativo de 1,34%.

3.5.3.3 Cálculo da altura do poste com o teodolito caseiro

O grupo II ficou responsável em determinar a altura de um poste usando o teodolito caseiro e anotar os passos que seguiram. Na Figura 97 vemos o “aluno observador” observando o topo do poste através da mira do teodolito caseiro.

Figura 97 _ Uso do teodolito caseiro para cálculo da altura do poste

Fonte: imagem da autora

Abaixo descrevemos os passos seguidos pelos alunos do grupo II para calcularem a altura do poste.

1° Passo: Mediram a distância do observador ao poste. Indicaram essa distância por *d=6,0 m*

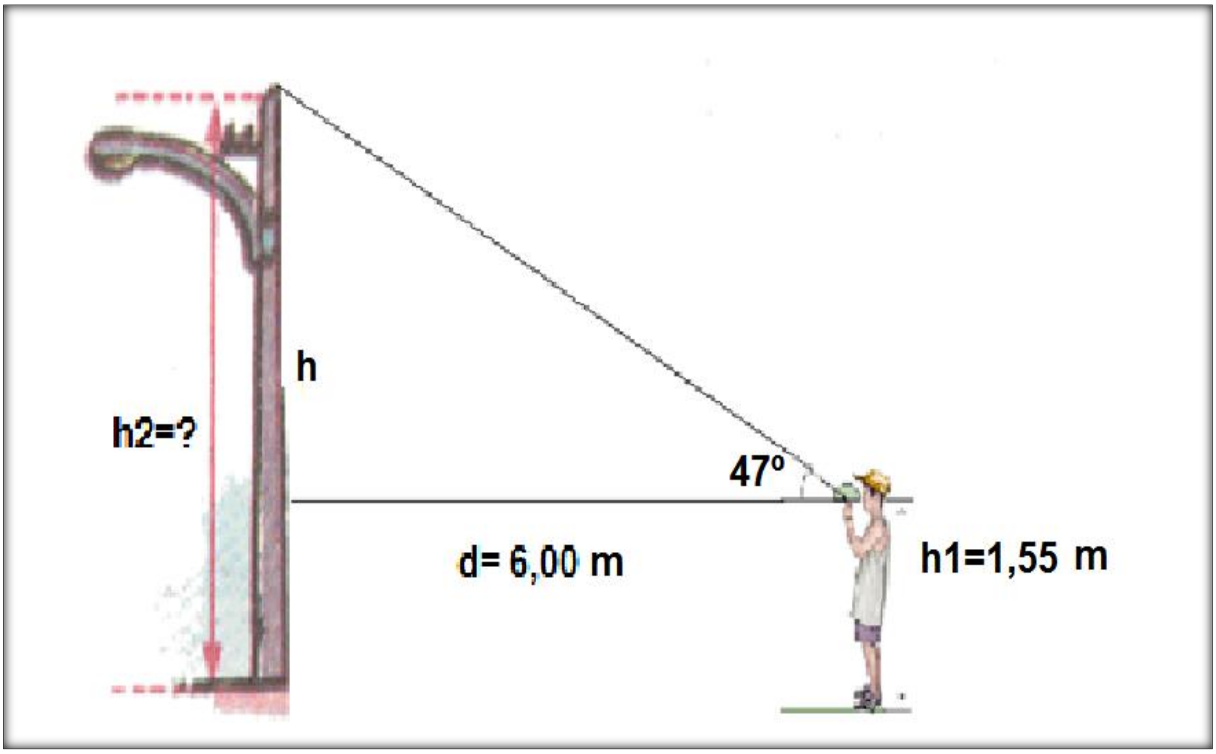
2° Passo: Mediram a altura dos olhos do observador até os pés. Indicaram essa altura por h_1= 1,55 m.

3° Passo: Indicaram o ângulo que o aluno observador obteve ao mirar o ponto mais alto do poste através do tubo da caneta do teodolito. Indicaram esse ângulo por θ=*47°.*

4° Passo: Obtiveram que a tangente de 47° pela tabela trigonométrica é aproximadamente: *tan47° ≈ 1,072.*

5° Passo: Esboçaram as informações obtidas anteriormente em um desenho. Ver figura 98.

Figura 98 _ Desenho com as informações para calcular a altura do poste



Fonte: Elaborado pela a autora

6º Passo: Aplicaram a razão trigonométrica tangente e calcularam h que é a altura dos olhos do observador ao topo do poste. Como $\tan(\theta) = \frac{h}{d}$, $\theta = 47°$ e $d = 6$, temos

$$\tan(47°) = \frac{h}{6{,}0}.$$

Logo,

$$h = 1{,}072\,.\ 6{,}0,$$

ou seja

$$h = 6{,}43.$$

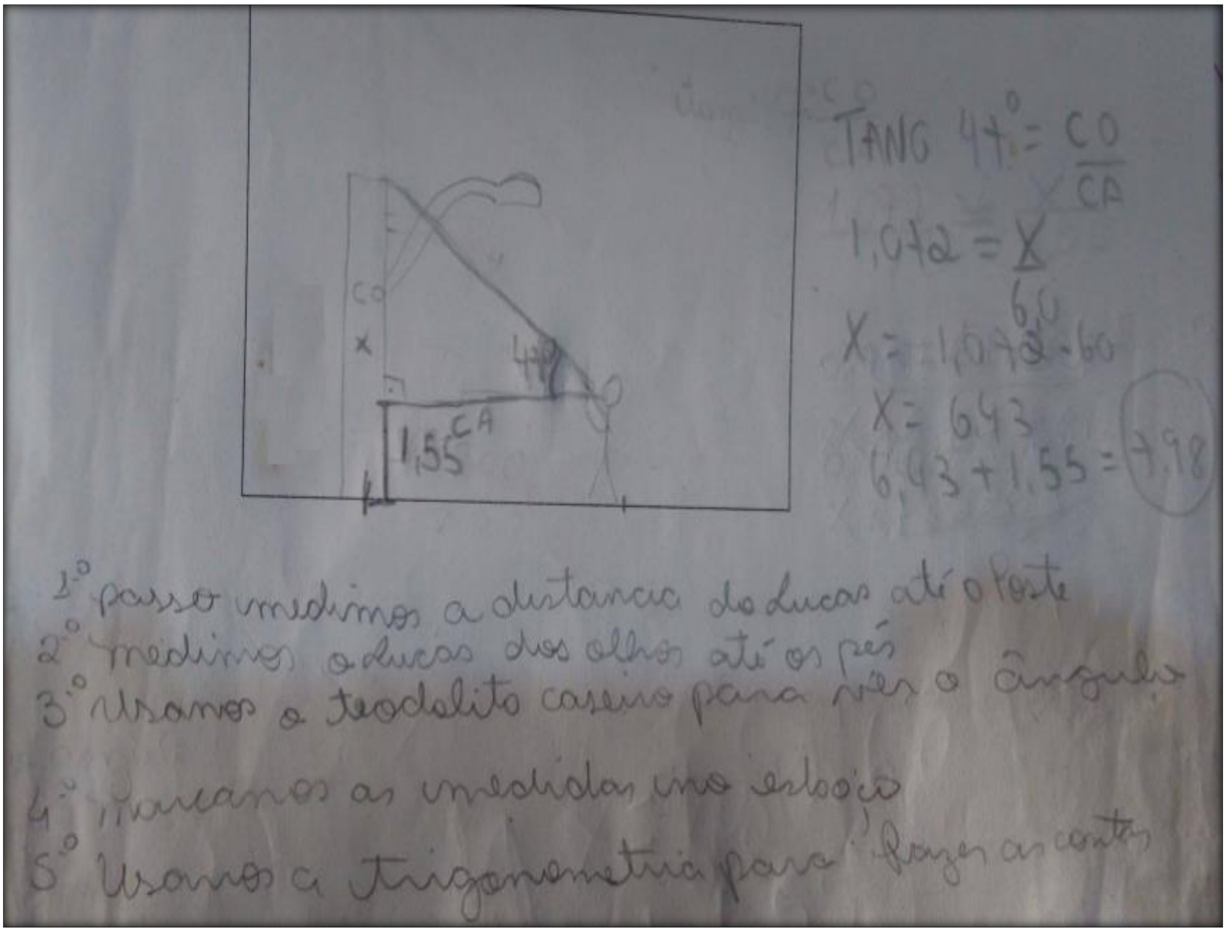
7° Passo: Determinaram a altura do poste h_2, somando as alturas h_1 e h. Temos,

$$h_2 = h_1 + h = 1{,}55 + 6{,}43,$$

$$h_{2=}\ 7{,}98.$$

A Figura 99 mostra os passos e os cálculos descritos pelos alunos do grupo II para calcularem a altura do poste.

Figura 99 _ Descrição dos alunos para o cálculo da altura do poste com o teodolito caseiro



Fonte: imagem da autora

3.5.3.4 Altura do poste obtida com o aplicativo Theodolite Dróid

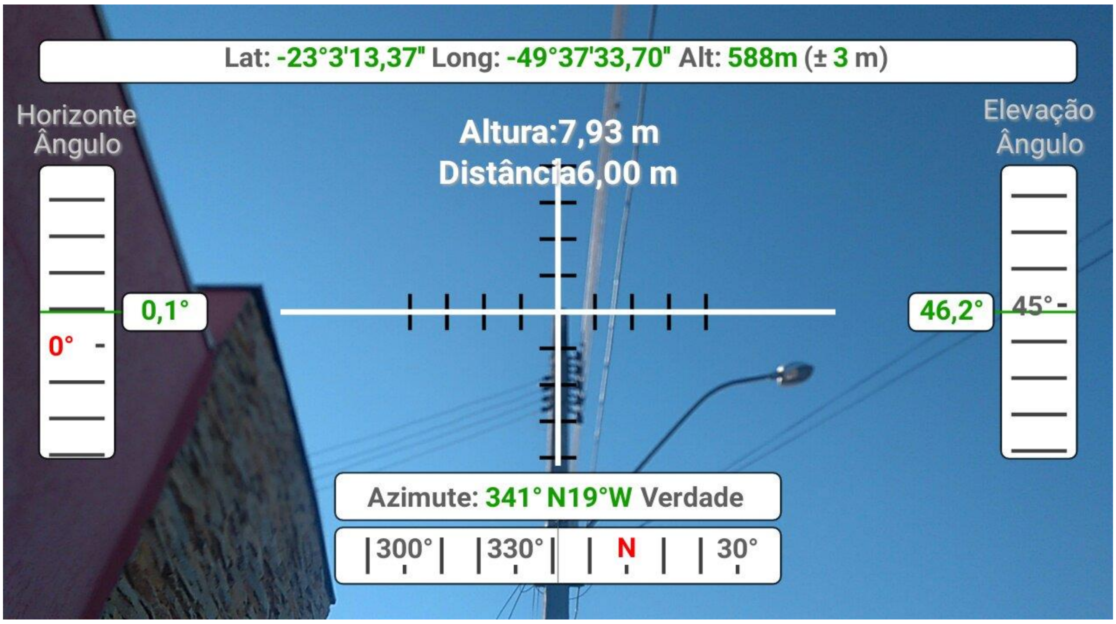
O grupo II mediu a altura do poste com o auxilio do aplicativo Theodolite Dróid e comparou esse resultado com o calculado por meio do teodolito caseiro.

Na tela do celular averiguamos a altura do poste, o qual foi de 7,93 m conforme mostra a Figura 100.

Os alunos concluíram que a altura do poste calculada com o teodolito caseiro foi de 7,98 m e com o aplicativo 7,93 m um erro pequeno de 5 cm. Em termos percentuais temos um erro relativo de 0,63 %.

O grupo inseguro com os resultados sobre as medições, pesquisaram no google a altura de um poste e verificaram que é aproximadamente 8 m. Assim ficaram satisfeitos com os resultados obtidos.

Figura 100 _ Figura 100 _ Altura do poste com o aplicativo Theodolite Dróid

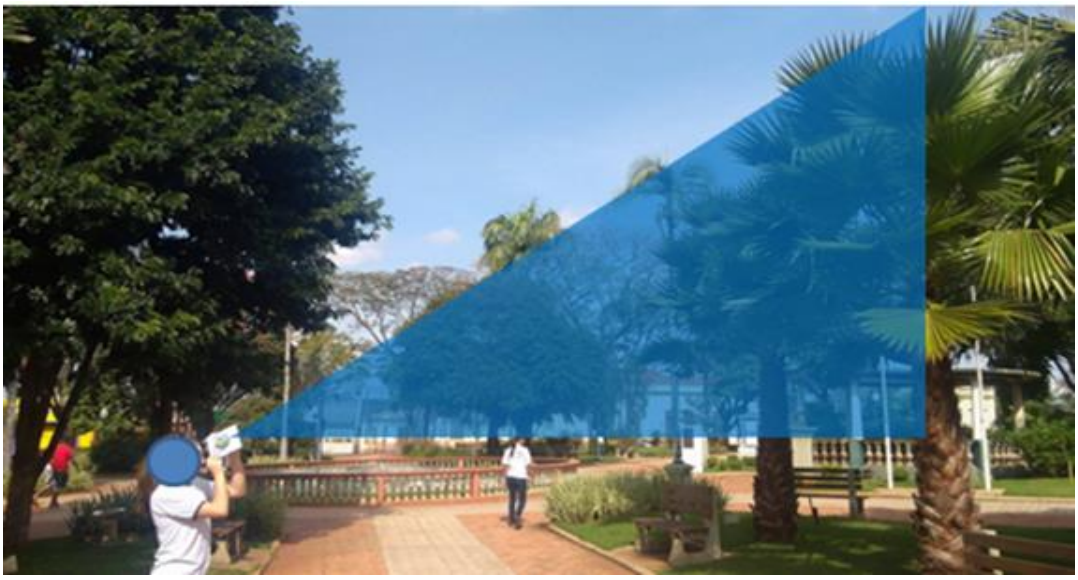


Fonte: imagem da autora

3.5.3.5 Cálculo da altura da uma árvore com o teodolito caseiro

O grupo III ficou responsável em determinar a altura de uma arvore usando o teodolito caseiro e anotar os passos que seguiram. Na figura 101 vemos o “aluno observador” avistando o ponto mais alto da arvore através da mira do teodolito caseiro.

Figura 101 _ Uso do teodolito caseiro para cálculo da altura da arvore


Fonte: imagem da autora

Abaixo descrevemos os passos seguidos pelos alunos do grupo III para calcularem a altura da arvore.

1° Passo: Mediram a distância do observador a arvore. Indicaram essa distância por *d=5,56 m.*

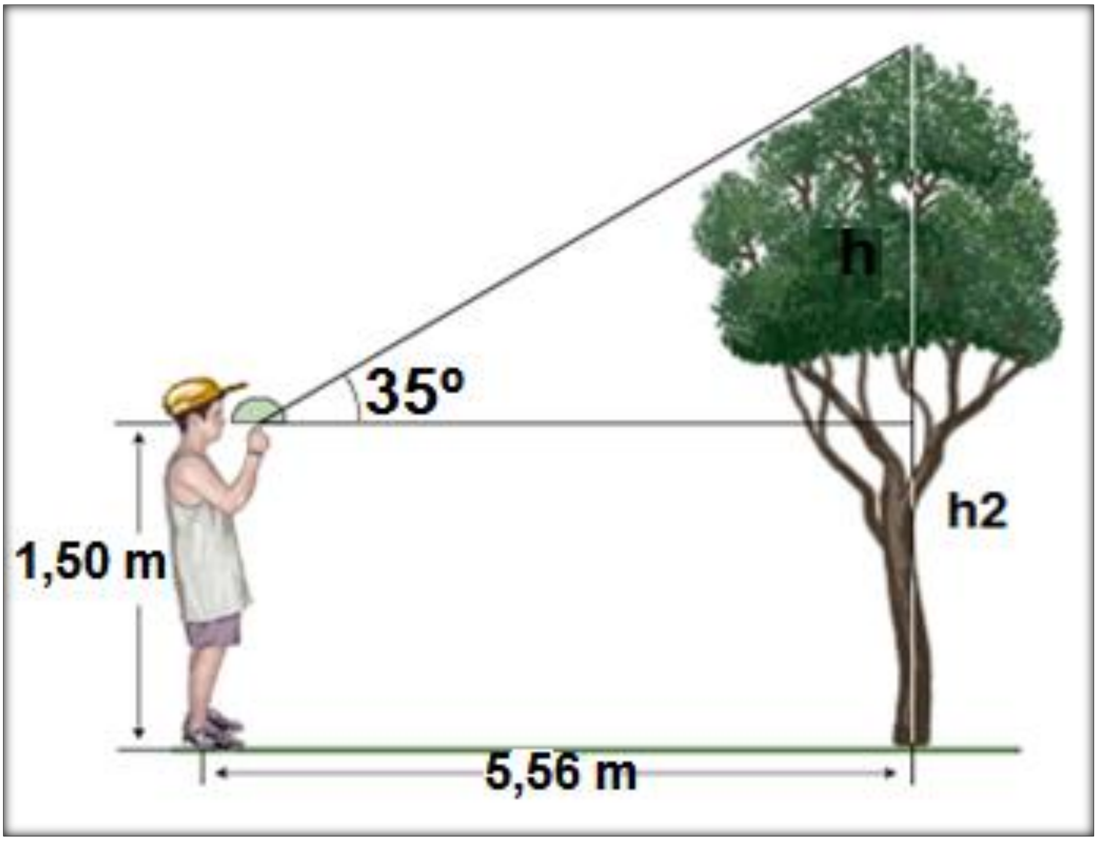
2° Passo: Mediram a altura dos olhos do observador até os pés. Indicaram essa altura por h_1= 1,50 m.

3° Passo: Indicaram o ângulo que o aluno observador obteve ao mirar o ponto mais alto da arvore através do tubo da caneta do teodolito. Indicaram esse ângulo por θ=*35°.*

4° Passo: Obtiveram que a tangente de 35° pela tabela trigonométrica é aproximadamente: *tan35° ≈ 0,70.*

5° Passo: Esboçaram as informações obtidas anteriormente em um desenho. Ver Figura 102.

Figura 102 _ Desenho com as informações para calcular a altura da arvore



Fonte: Elaborado pela a autora

6º Passo: Aplicaram a razão trigonométrica tangente e calcularam h que é a altura dos olhos do observador ao topo da arvore. Como $\tan(\theta) = \frac{h}{d}, \theta = 35°$ e $d = 5{,}5,$ temos

$$\tan(35°) = \frac{h}{5{,}56}.$$

Logo,

$$h = 0{,}70 \,.\, 5{,}56,$$

isto é

$$h = 3{,}89\, m.$$

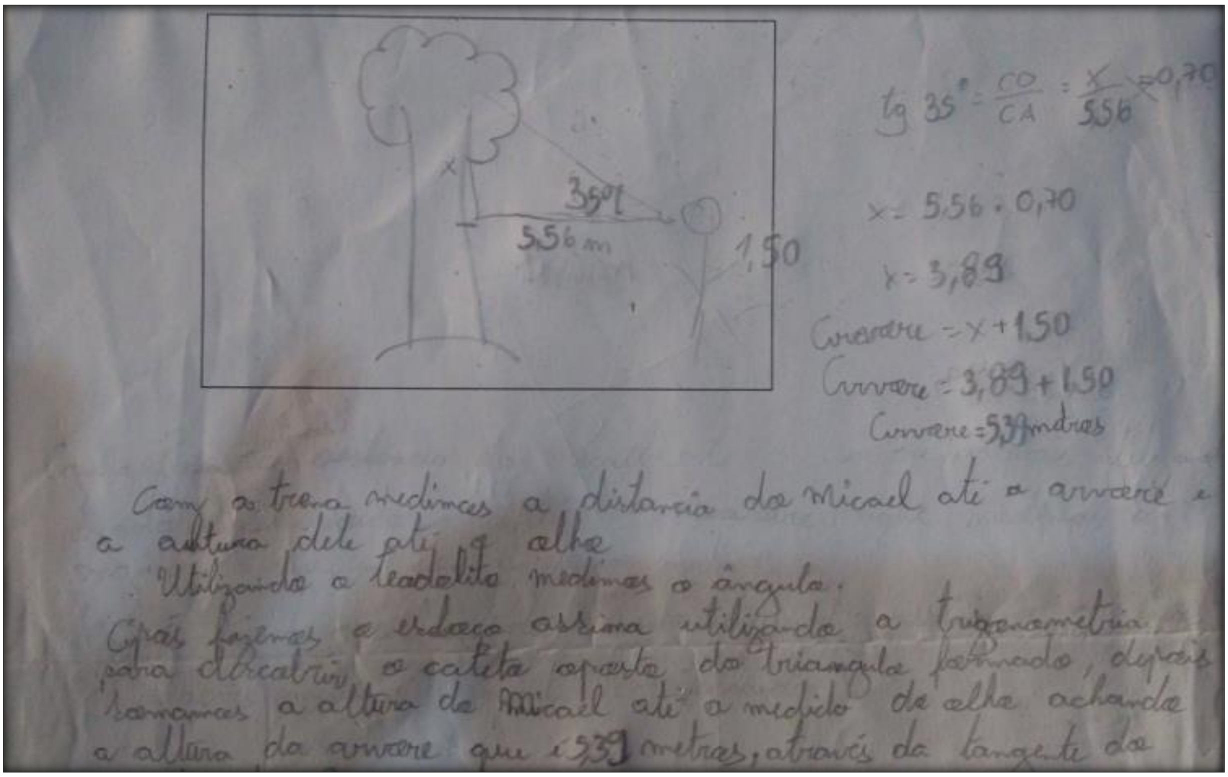
7° Passo: Determinaram a altura da arvore h_2, somando as alturas h_1 e h, assim:

$$h_2 = h_1 + h = 1{,}50 + 3{,}89$$

$$h_{2=}\ 5{,}39\, m$$

A Figura 103 mostra os passos e os cálculos descritos pelos alunos do grupo III para calcularem a altura da árvore.

Figura 103 _ Descrição dos alunos para o cálculo da altura da arvore com o teodolito caseiro



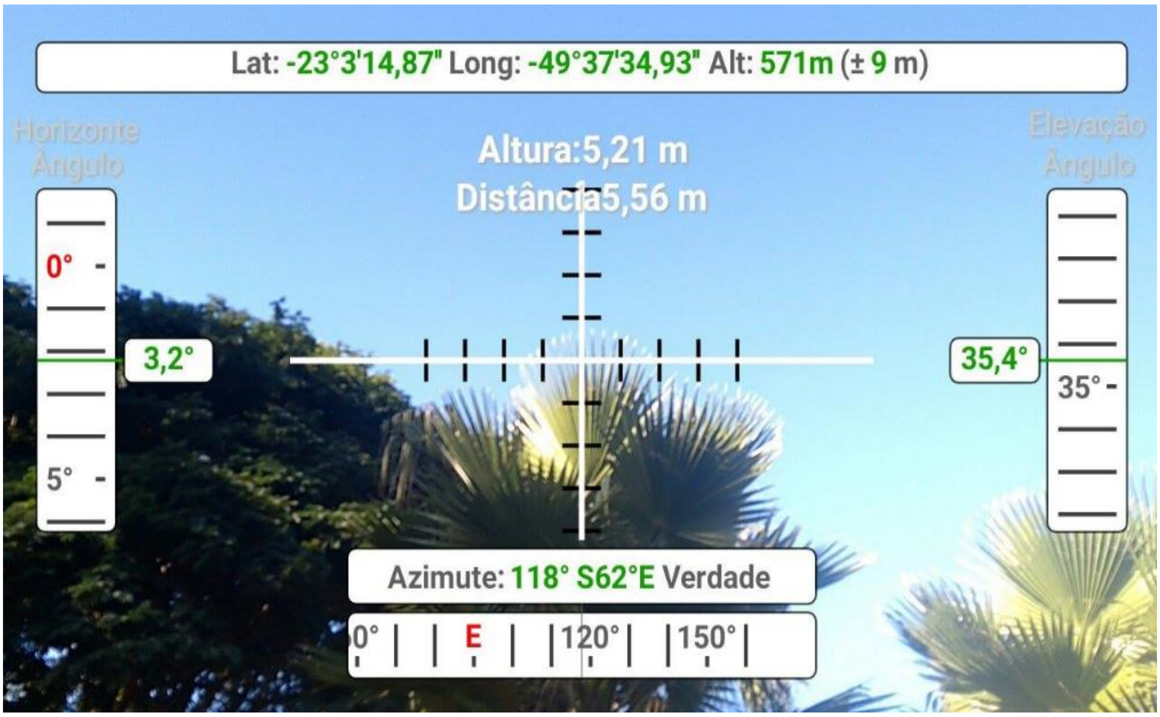
Fonte: imagem da autora

3.5.3.6 Altura da arvore obtida com o aplicativo Theodolite Dróid

Num segundo momento, o grupo III mediu a altura da arvore com o aplicativo Theodolite Dróid e comparou esse resultado com o calculado por meio do teodolito caseiro.

A altura da arvore foi medida com o aplicativo Theodolit Droid obtendo-se uma altura de 5,21 m, conforme mostra a Figura 104.

Figura 104 _ Figura 104 _ Altura da árvore com o aplicativo Theodolite Dróid



Fonte: imagem da autora

Os alunos do grupo III concluíram que calculando a altura da árvore com o teodolito caseiro obtiveram a altura de 5,39 m, enquanto que medindo a altura com o aplicativo Theodolite Droid obtiveram uma altura de 5,21 m, uma diferença de 18 cm. Em termos percentuais temos um erro relativo de 3,45%. Um erro percentual tolerável.

3.5.3.7 Cálculo da altura do banco do Brasil com o teodolito caseiro

O grupo IV ficou responsável em determinar a altura do prédio do banco do Brasil usando o teodolito caseiro e anotar os passos que seguiram. Na Figura

105 vemos o “aluno observador” avistando o topo do prédio através da mira do teodolito caseiro.

Figura 105 _ Uso do teodolito caseiro para cálculo da altura do prédio do banco do Brasil

Fonte: imagem da autora

Abaixo descrevemos os passos seguidos pelos alunos do grupo IV para calcularem a altura do prédio do banco do Brasil.

1° Passo: Mediram a distância do observador até o prédio do banco. Indicaram essa distância por *d=4,28 m*

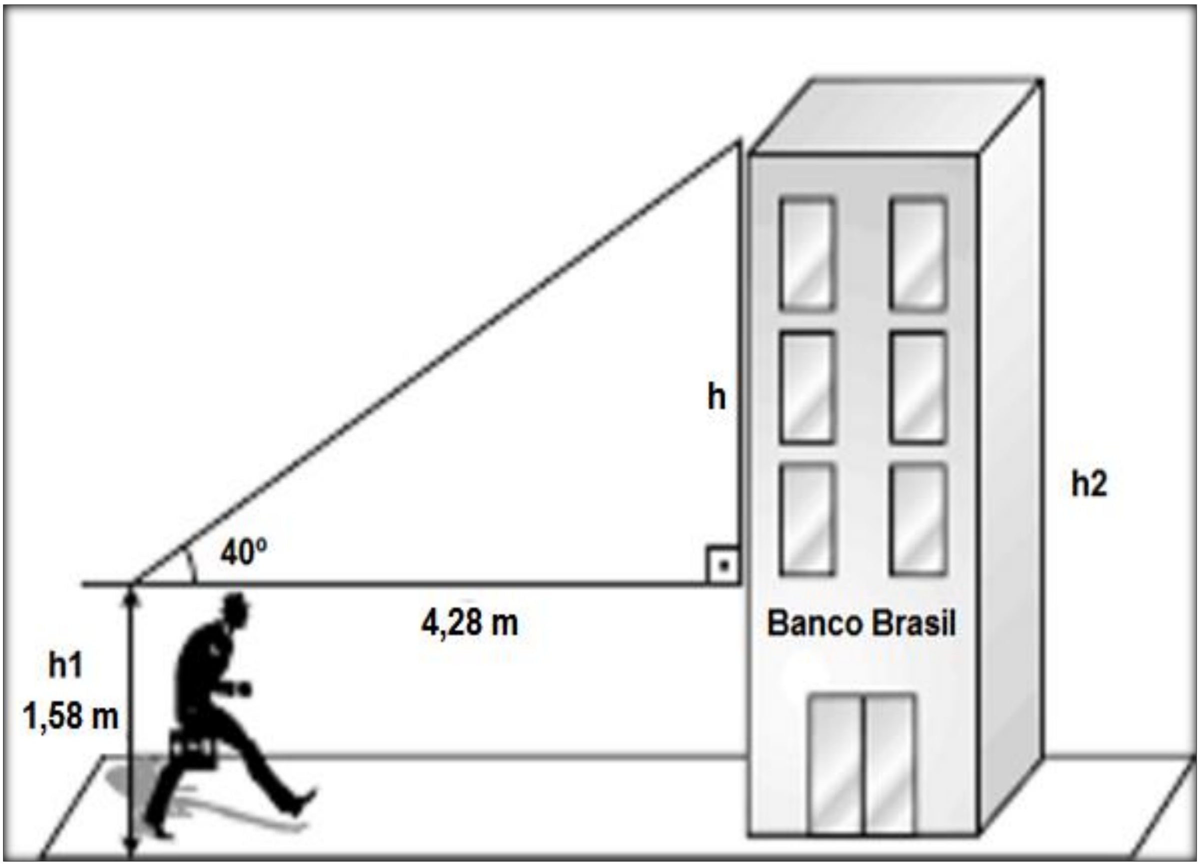
2° Passo: Mediram a altura dos olhos do observador até os pés. Indicaram essa altura por h_1= 1,58 m.

3° Passo: Indicaram o ângulo que o aluno observador obteve ao mirar o ponto mais alto do prédio através do tubo da caneta do teodolito. Como sendo θ=*40°.*

4° Passo: Obtiveram que a tangente de 40° pela tabela trigonométrica é aproximadamente: *tan40° ≈ 0,839.*

5° Passo: Esboçaram as informações obtidas anteriormente em um desenho. Conforme visto na Figura 106.

Figura 106 _ Desenho com as informações para calcular a altura do prédio do banco do Brasil



Fonte: Elaborado pela a autora

6º Passo: Aplicaram a razão trigonométrica tangente e calcularam h que é a altura dos olhos do observador ao topo do prédio do banco do Brasil. Como $\tan(\theta) = \frac{h}{d}, d = 4{,}28$ e $\theta = 40°$. Temos

$$\tan(40°) = \frac{h}{4{,}28}.$$

Logo,

$$h = 0{,}839 \,.\, 4{,}28,$$

ou seja,

$$h = 3{,}59\, m.$$

7° Passo: Determinaram a altura do prédio h_2, somando as alturas h_1 e h. Eles obtiveram

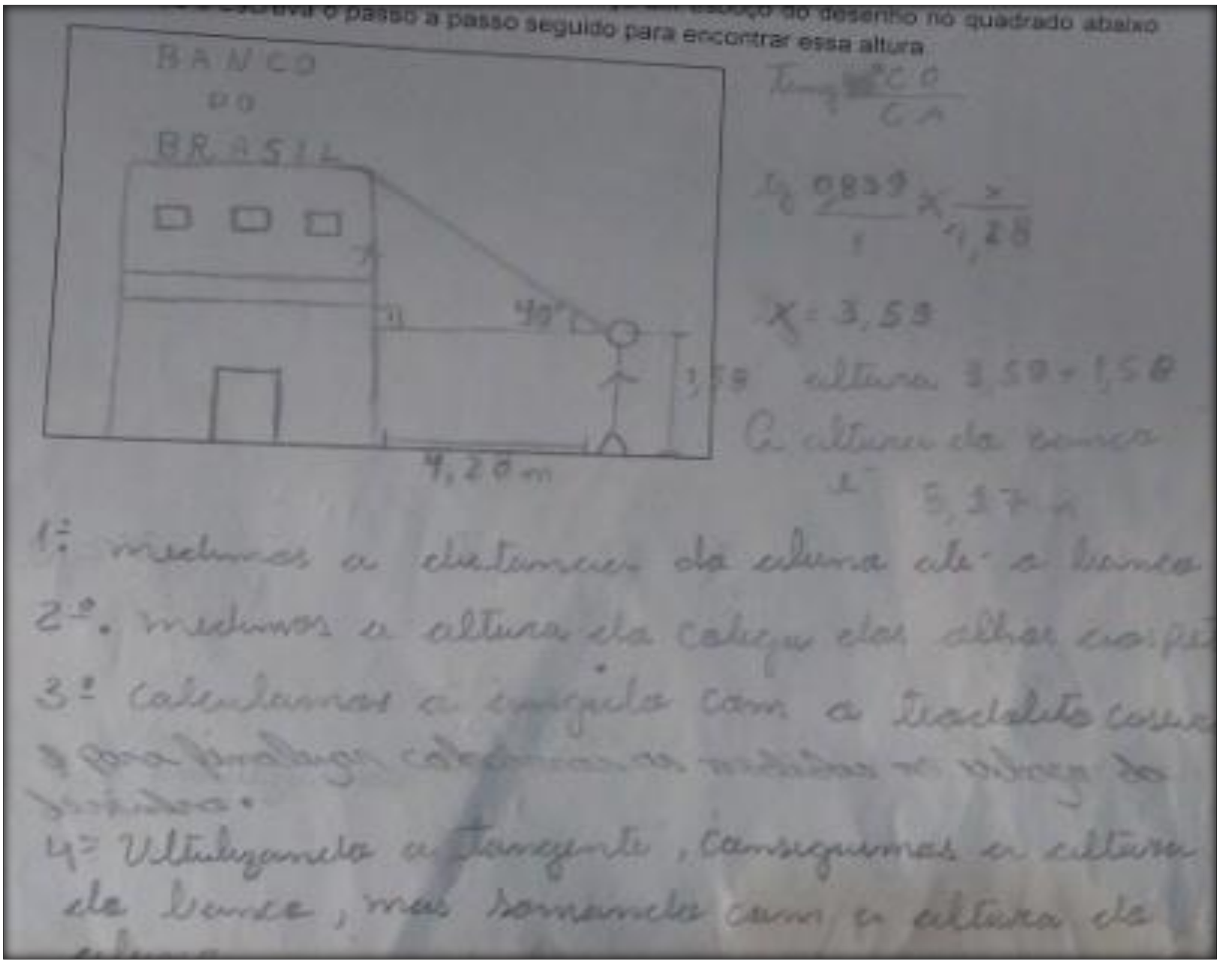
$$h_2 = h_1 + h = 1{,}58 + 3{,}59$$

ou seja,

$$h_2 = 5{,}17\, m.$$

A Figura 107 mostra os passos e os cálculos descritos pelos alunos do grupo IV para calcularem a altura do prédio do banco do Brasil.

Figura 107 _ Descrição dos alunos para o cálculo da altura do prédio do banco do Brasil com o teodolito caseiro



Fonte: imagem da autora

3.5.3.8 Altura do prédio do banco do Brasil obtida com o aplicativo Theodolite Dróid

Finalizando a atividade, o grupo IV mediu a altura do Banco do Brasil utilizando o aplicativo Theodolite Droid e fizeram uma comparação entre os resultados obtidos com o aplicativo, e com o calculado por meio do teodolito caseiro.

A altura do banco do Brasil foi medida com o aplicativo Theodolit Droid obtendo-se uma altura de 5,24 m, conforme mostra a Figura 108.

Figura 108 _ Altura do prédio do banco do Brasil com o aplicativo Theodolite Dróid.

Fonte: imagem da autora

Os alunos concluíram após fazerem os cálculos utilizando o teodolito caseiro, que a altura era de 5,17 m, enquanto que com o aplicativo Theodolite Droid a altura obtida foi de 5,24 m, uma diferença de 7 cm. Em termos percentuais temos um erro relativo de 1,33 % um erro percentual pequeno.

3.5.4 Reflexões sobre a aula prática

Constatamos que todos os alunos dos grupos estiveram motivados e empenhados para realizarem suas tarefas.

Foi notória a troca de experiência entre eles, alguns alunos apresentaram dificuldades no manuseio da trena e outros nos cálculos. Porem receberam ajuda dos colegas do grupo.

Observamos que o contato entre a realidade e a teoria através do teodolito caseiro e virtual contribuíram de forma significativa para o aprendizado dos alunos sobre os conceitos relacionados às razões trigonométricas, em especial a tangente.

Os alunos se impressionaram em ver que realmente era possível encontrar a altura de objetos usando materiais tão simples como os utilizados para fazer o teodolito caseiro, pois quando compararam o resultado com o obtido pelo aplicativo o erro era mínimo levando em consideração a diferença tecnológica entre os equipamentos e a faixa de erro na precisão das medidas.

Em alguns relatos os alunos disseram, o quanto era interessante aprender matemática na prática, e que eles nunca iriam esquecer essa aula.

Para decidirem quem do grupo ficaria com o teodolito os alunos fizeram sorteio. Um dos comentários que mais nos marcou foi de um aluno do grupo II.

_ “Professora como o teodolito vai ficar comigo, vou dar ele para o meu pai e ensina-lo a usar. Ele é pedreiro e acho que ele vai gostar bastante”.

Por estes comentários consideramos ter atingido o objetivo da aula prática no que se refere à motivação dos alunos e a capacidade de visualizarem que o estudo da trigonometria ultrapassa o âmbito escolar.

3.6 QUINTO ENCONTRO

O 5º encontro aconteceu no dia 04/10/16 teve duração de duas aulas de 100 minutos: Na primeira aula os alunos fizeram uma avaliação contendo cinco exercícios de trigonometria contextualizados e na segunda aula responderam um questionário com seis perguntas abertas onde puderam expor suas opiniões.

Ao entrarem na sala de aula, os alunos se sentaram, explicamos a eles que faríamos no nosso ultimo encontro uma avaliação. Logo vieram às murmurações de alguns alunos que reclamaram, por terem que fazer prova.

Organizamos os alunos em fileiras, mudamos alguns de lugares e fornecemos calculadoras para os alunos que não tinham.

A avaliação foi aplicada individual e com o intuito de não influenciarmos nos resultados finais da experiência, não respondemos nem uma pergunta referente ao conteúdo.

Observamos que todos os alunos estavam empenhados em resolver as questões. A avaliação transcorreu sem nenhum problema.

Findando a primeira aula, recolhemos as avaliações e entregamos aos alunos o questionário.

Novamente começaram as murmurações dessa vez com mais intensidade “outra prova, professora”, “estou cansado”, “chega professora”...

Explicamos aos alunos que esse questionário era muito importante para a conclusão do trabalho, pois era onde eles iriam expor suas opiniões a respeito dos nossos encontros.

Decorridos menos de vinte minutos todos os alunos já haviam terminado de responder o questionário.

Ao fim da aula, sendo esse o ultimo encontro agradecemos imensamente a participação de todos os alunos e descrevemos a eles o quanto importante eles foram para que pudéssemos concluir mais essa etapa.

3.6.1 Análise dos exercícios da avaliação

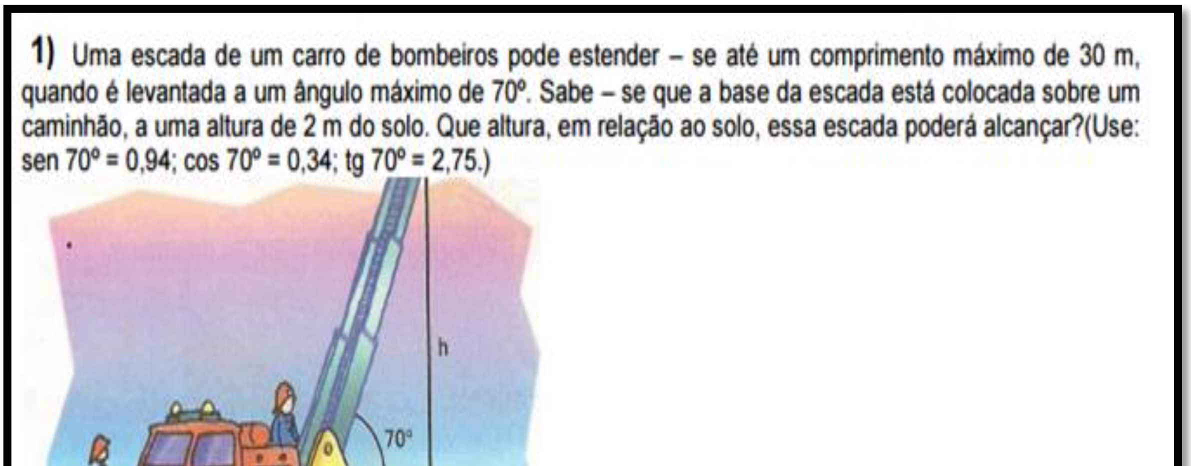
Apresentamos uma análise gráfica das 5 questões contida nas avaliações, projetando o percentual de erro e acerto.

A turma era composta por 16 alunos, mas nesse dia faltou um aluno. Por esse motivo a análise foi feita em cima de 15 avaliações.

Um fato que nos chamou atenção foi que nenhum aluno deixou questões em branco, isso nos mostrou que os alunos estavam comprometidos.

3.6.1.1 Exercício 1

Figura 109 _ Exercício 1 da avaliação



1) Uma escada de um carro de bombeiros pode estender – se até um comprimento máximo de 30 m, quando é levantada a um ângulo máximo de 70º. Sabe – se que a base da escada está colocada sobre um caminhão, a uma altura de 2 m do solo. Que altura, em relação ao solo, essa escada poderá alcançar?(Use: sen 70º = 0,94; cos 70º = 0,34; tg 70º = 2,75.)

Fonte: livro didático[17]

[17] Giovanni; Castrucci; Giovani Jr. A conquista da matemática 9°ano. FTD. 2007

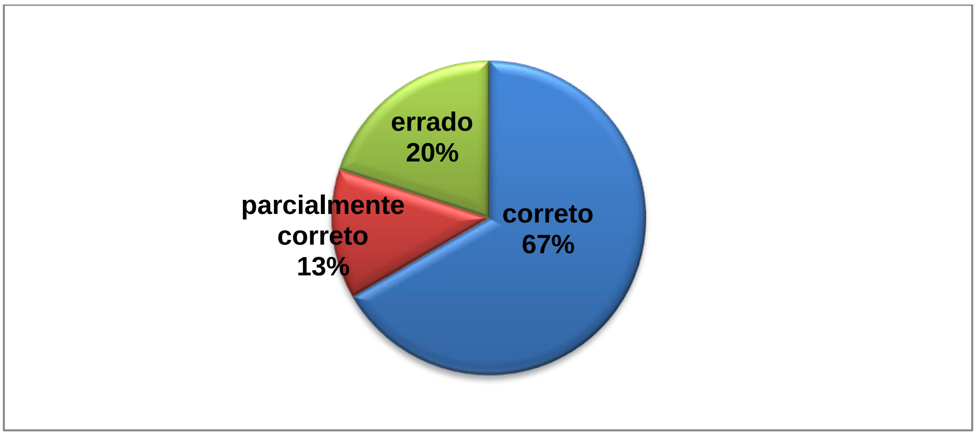
No exercício 1, do total de 15 alunos, 10 acertaram a questão completamente, ou seja, aproximadamente 67% dos alunos. Analisando as respostas desses alunos observamos que eles escolheram a razão seno e desenvolveram corretamente os cálculos.

Consideramos parcialmente correto os exercícios dos alunos que apenas esqueceram de somar 2 m ao resultado final. Do total de alunos, 2 esqueceram esse fato, aproximadamente 13%.

Dos 3 alunos que erraram o exercício representando aproximadamente 20%, os erros se referiram a utilização da razão trigonométrica incorreta.

Podemos visualizar os dados descritos acima no Gráfico 1 abaixo.

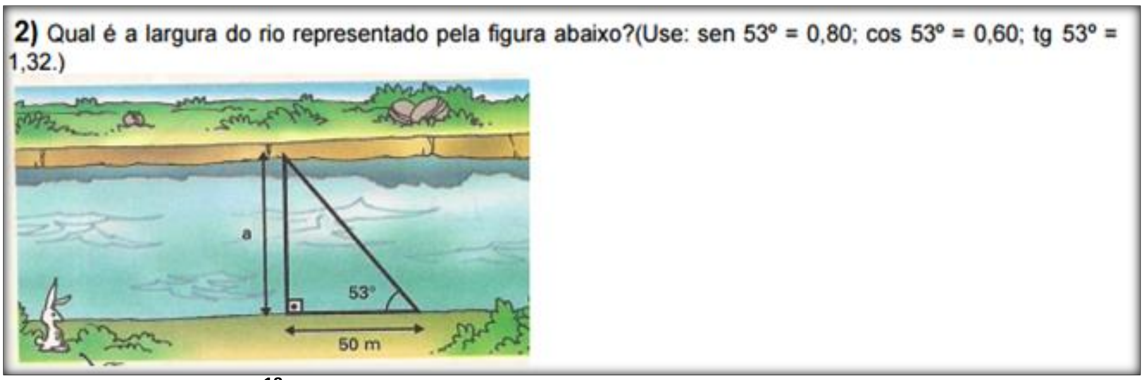
Gráfico 1_ Análise gráfica do exercício 1 da avaliação



Fonte: Elaborado pela autora

3.6.1.2 Exercício 2

Figura 110 _ Exercício 2 da avaliação



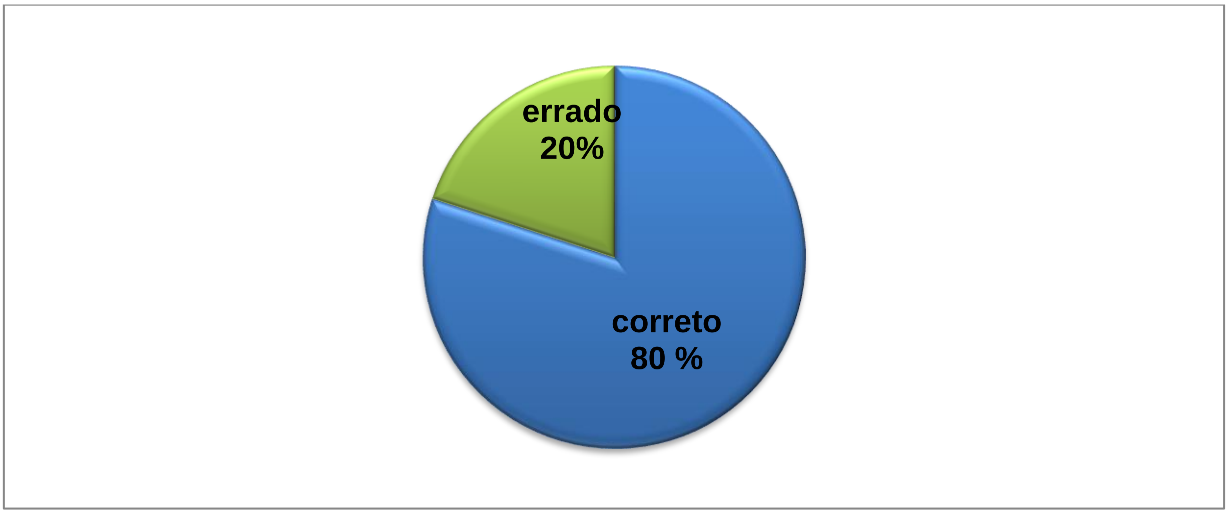
Fonte: Livro didático[18]

[18] Giovanni; Castrucci; Giovani Jr. A conquista da matemática 9°ano. FTD. 2007

Observamos que 12 alunos acertaram esse exercício aplicando corretamente a razão tangente representando 80% de acerto.

Analisando os resultados dos 3 alunos que erraram o exercício, verificamos que 2 escolheram corretamente a razão tangente, porém inverteram o lugar da incógnita que corretamente ficaria no numerador e 1 aluno errou o exercício por utilizar incorretamente a razão seno. Assim, destacamos que 20 % dos alunos erraram o exercício. Ilustramos esses dados no Gráfico 2.

Gráfico 2 _ Análise gráfica do exercício 2 da avaliação



Fonte: Elaborado pela autora

3.6.1.3 Exercício 3

Figura 111 _ exercício 3 da avaliação


3) Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30°, conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal.

Fonte: Livro didático[19]

[19] Giovanni; Castrucci; Giovani Jr. A conquista da matemática 9°ano. FTD. 2007

Observamos que 8 alunos representando aproximadamente 53% dos alunos acertaram o exercício completamente, utilizando a razão trigonométrica tangente.

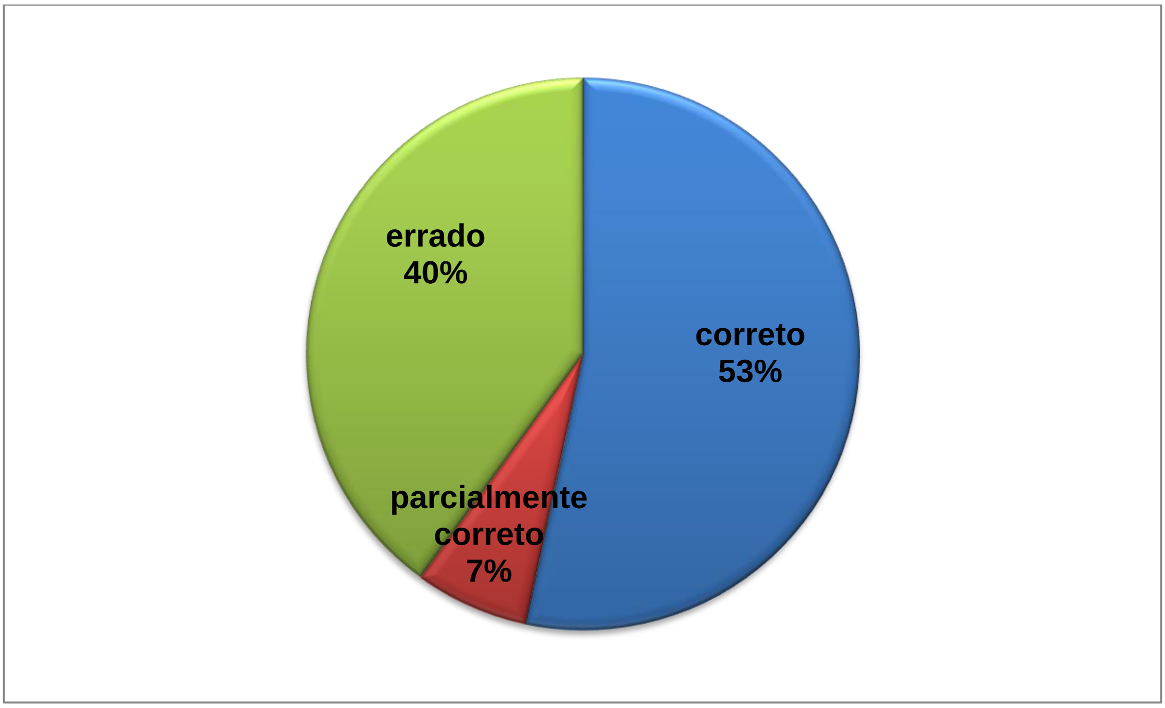
Tabulando os erros cometidos pelos alunos nesse exercício, averiguamos que 6 alunos erraram, representando 40% do total. Esses alunos foram capazes de escolheram a razão tangente corretamente, porem não sabiam o valor da tangente 30°. Por esse motivo, alguns não conseguiram concluir o exercício e outros erroneamente admitiram que a tangente de 30° era 0,5.

Consideramos parcialmente correto o exercício de 1 aluno representando 7% do total de alunos, onde o mesmo realizou corretamente os cálculos, porém esqueceu de somar a altura do observador. Visualizamos esses dados no Gráfico 3.

Observamos durante a realização da prova que alguns alunos murmuravam a musica dos arcos notáveis e rascunhavam a tabela.

Outro ponto notável que nos chamou atenção foi que todos os alunos, sem exceção, mesmo errando o exercício, escolheram a razão trigonométrica correta. Acreditamos que esse fato ocorreu porque os alunos resolveram problemas como esse na prática, usando o teodolito caseiro.

Gráfico 3 _ Análise gráfica do exercício 3 da avaliação



Fonte: Elaborado pela autora

3.6.1.4 Exercício 4

Figura 112 _ Exercício 4 da avaliação


4) Observe a figura e determine:

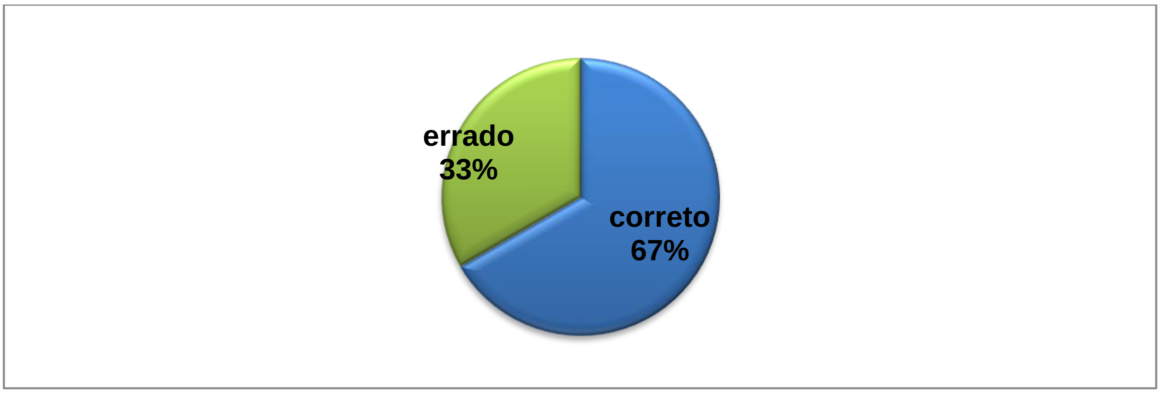
Qual é o comprimento da rampa?

Fonte: Livro didático[20]

Um total de 10 alunos acertaram o exercício 4 completamente, ou seja, aproximadamente 67% dos alunos. Analisando as respostas desses alunos observamos que aplicaram corretamente a razão seno, admitiram corretamente $\frac{1}{2}$ como sendo o valor do seno de 30° e desenvolveram corretamente os cálculos. Para resolver esse exercício era pré-requisito saber a tabela dos ângulos notáveis.

Contabilizando os erros cometidos pelos alunos observamos que 5 alunos erraram, representando aproximadamente 33% do total. Ponderando esses erros, constatamos que eram os mesmos erros já cometidos anteriormente onde: 3 alunos erraram por admitir valores errados para o seno de 30°, 1 aluno aplicou a razão trigonométrica errada e 1 outro aluno escolheu a razão trigonométrica correta, porém inverteu o lugar da incógnita. Visualizamos esse fato no Gráfico 4.

Gráfico 4 _ Análise gráfica do exercício 4 da avaliação

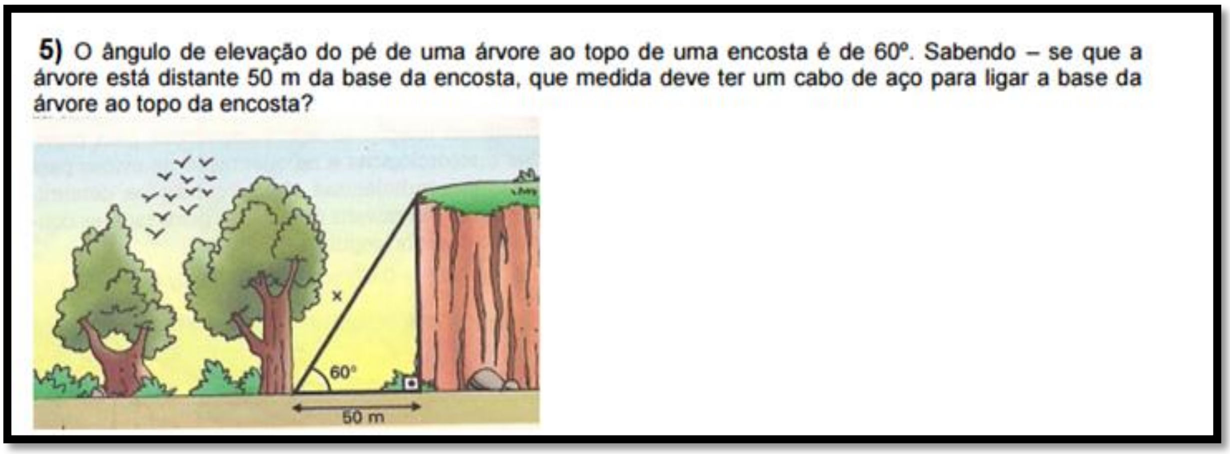


Fonte: Elaborado pela autora

[20] Giovanni; Castrucci; Giovani Jr. A conquista da matemática 9°ano. FTD. 2007

3.6.1.5 Exercício 5

Figura 113 _ Exercício 5 da avaliação

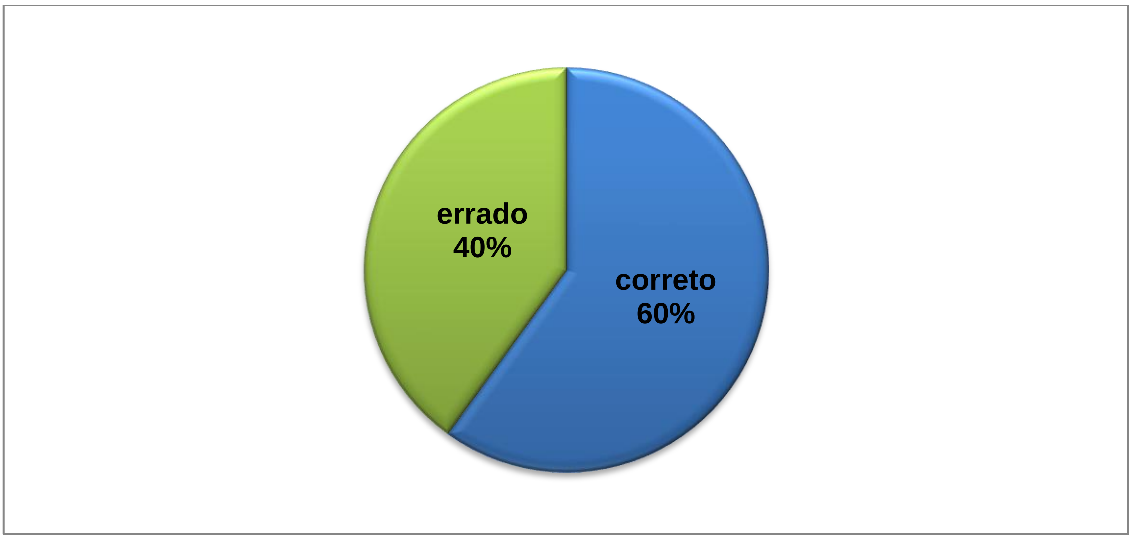

5) O ângulo de elevação do pé de uma árvore ao topo de uma encosta é de 60º. Sabendo – se que a árvore está distante 50 m da base da encosta, que medida deve ter um cabo de aço para ligar a base da árvore ao topo da encosta?

Fonte: Livro didático[21]

Observamos que 9 alunos acertaram esse exercício, aplicando corretamente a razão cosseno, representando 60% de acerto.

Examinando os resultados dos 6 alunos que erraram o exercício, representando 40 %, vemos que 4 alunos mesmo tendo escolhido a razão trigonométrica correta erraram o exercício por não lembrarem da tabela de ângulos notáveis que era pré-requisito para resolver a questão. Os outros 2 alunos utilizaram incorretamente a razão seno. Visualizamos esses dados no Gráfico 5.

Gráfico 5 _ Análise gráfica do exercício 5 da avaliação



Fonte: Elaborado pela autora

[21] Giovanni; Castrucci; Giovani Jr. A conquista da matemática 9°ano. FTD. 2007

3.6.2 Analise geral da avaliação

Na tabela 2 abaixo, temos descrito o percentual de acerto e erro de cada exercício da avaliação.

Tabela 2 _ Resultado da avaliação

	Corretos	Parcialmente corretos	Errados
Exercício 1	67%	13%	20%
Exercício 2	80%	—	20%
Exercício 3	53%	7%	40%
Exercício 4	67%	—	33%
Exercício 5	60%	—	40%

Fonte: Elaborado pela autora

Ao aplicar essa avaliação tivemos uma média de aproximadamente 67% de aproveitamento, o que é um número alto referente às limitações da turma.

3.6.3 Análise das perguntas do questionário

Visando melhorar nossa prática docente, entregamos um questionário com seis perguntas para cada aluno, onde coletamos os depoimentos a respeito de suas opiniões sobre os encontros.

Agrupando as ideias centrais das respostas, organizamos os discursos e ilustramos o pensamento coletivo com os depoimentos de alguns alunos.

3.6.2.1 Primeira pergunta do questionário

1) Cite um exemplo de uma aplicação da trigonometria no cotidiano?

_ “Pode ser usado para encontrar alturas de postes, arvores e prédios”.

_ “Calcular o comprimento de um rio”.

_ “Podemos calcular o comprimento da pista de skate”.

A maioria dos alunos citaram como exemplo o cálculo para a altura de algum objeto. Esse fato é justificável porque na aula prática calculamos a altura de vários pontos utilizando o teodolito caseiro. Porém tivemos duas respostas indicando o cálculo do comprimento de objetos, que foram trabalhados em sala de aula na lista de exercícios.

3.6.3.2 Segunda pergunta do questionário.

2) O que você achou da aula prática usando o teodolito caseiro e o aplicativo Theodolite Dróid?

_ “Achei muito legal, incentiva o aluno a se interessar mais por matemática”.

_ “Muito interessante, pois agente utiliza a matemática na prática”.
_ “Muito criativo o teodolito caseiro, e o aplicativo vou utiliza-lo mais vezes para descobrir a altura de outras coisas”.

As respostas foram 100% positiva todos os alunos gostaram e acharam interessante a aula prática usando os teodolitos caseiro e virtual. Este fato evidencia que os alunos valorizam as metodologias diversificadas, o que torna a aprendizagem mais significativa, diferente das tradicionais que tornam a aprendizagem mecânica.

Em uma pesquisa desenvolvida por Novello (2009) ele declara que quando fazemos uso de material concreto, as aulas tornam-se mais interativas, permitindo com que os estudantes efetuem conexões entre as situações experimentais na manipulação de tais materiais e a abstração dos conceitos teóricos estudados, propiciando assim, aulas mais dinâmicas.

3.6.3.3 Questão 3

3) Alguma outra vez já foi feita atividade prática nas aulas de matemática? Em sua opinião deveria ser feita atividades práticas nas aulas de matemática? Por quê ?

_ “Não. Sim porque ajuda a entender mais a matéria, fica uma aula mais interessante... Até aprendi a gostar de matemática”.

_ “Não. Sim porque desperta a atenção e aprendemos muito mais na prática”.

_ “Não. Sim porque reforça o conhecimento adquirido na sala vendo na prática a utilidade da matéria”.

Tabulando as respostas dos alunos, observamos que todos os alunos responderam nunca terem participado de uma aula prática de matemática antes, o que vai contra as indicações da LDB nº 9394/96 [22] que orienta os professores de matemática a utilizarem novas metodologias, estratégias e materiais de apoio para fazer a associação entre teorias e práticas.

Também obtivemos 100% de respostas positivas mostrando que os alunos julgam ser importante as aulas prática de matemática para uma maior assimilação do conteúdo tornando a aprendizagem real e mais interessante, consequentemente despertando o interesse e a participação dos alunos.

3.6.3.4 Questão 4

4) A atividade prática contribuiu para a fixação do conteúdo?

_ “Sim, porque aprender na prática é mais interessante e legal”.

_ “Sim muito! Com a aula prática a gente consegue aprender mais e entender aquilo que esta sendo pedido”.

_ “Sim, pois reforça o que aprendemos em sala”.

Observando as respostas dos alunos vemos que todos responderam que a atividade prática contribui para a fixação do conteúdo. Eles expressaram em geral,

[22] Leis que estabelecem as diretrizes e bases da educação nacional.

com nítida clareza nos seus discursos, que ao vivenciarem na prática os conceitos apresentados nas aulas teóricas, compreenderam melhor a matéria.

3.6.3.5 Questão 5

Você se sentiu motivado para aprender matemática? Por quê?

_ "Sim, Foi muito legal gostei muito de cantar a musiquinha dos ângulos notáveis, me ajudou muito na hora da prova".

_ "Sim, porque foi bem interessante diferente das aulas do dia a dia, eu consegui entender a construção das razões trigonométricas".

_ "Sim porque o que aprendemos em sala vimos na prática".

Analisando as respostas, 100 % dos alunos responderam que sentiram motivados para aprender matemática. Analisando as respostas apresentadas por eles, essa motivação se deve ao fato da metodologia diferente usada nas aulas permitirem que eles aliassem teoria à prática.

Nas aulas a motivação é uma força que move o aluno e que se faz fundamental para o melhor desenvolvimento da aprendizagem.

3.6.3.6 Questão 6

De zero a dez que nota você daria para as atividades desenvolvidas nos nossos encontros?

Tabulando as respostas dessa pergunta tivemos doze alunos que deram nota 10, um que atribuiu nota 9 e dois que deram nota 9,5. Uma média de aproximadamente 9,9.

O resultado de satisfação dos alunos foi além do esperado.

Tabela 3 _ Notas dos encontros

NOTAS	9	9,5	10
ALUNOS	1	2	12

Fonte: Elaborado pela autora

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que um dos maiores desafios que os professores de matemática enfrentam é a falta de interesse pelo “querer aprender” dos alunos, especificamente quando o assunto é trigonometria, pois os alunos consideram um ramo da matemática difícil, abstrato e muitos se assustam em apenas ouvir as palavras seno, cosseno e tangente.

Para contornar este problema, o professor deve planejar e executar tarefas que visem chamar a atenção do aluno para um aprendizado significativo, ou seja, o professor deve sair da sua “zona de conforto” refletir sobre sua prática e pesquisar metodologias diferentes de modo a despertar o interesse dos estudantes.

Pensando nesse fato foi que desenvolvemos esse trabalho com o propósito de fornecer um material de apoio para contribuir com a prática pedagógica dos professores tornando as aulas de trigonometria mais interessantes, mostrando para os alunos que aprender trigonometria vai além da sala de aula, decorar e aplicar fórmulas em exercícios e sim, é possível, transformar o ensino da matemática numa tarefa agradável e significativa.

Na experiência que desenvolvemos com os alunos iniciamos relatando alguns episódios interessantes da evolução histórica da trigonometria. Essa prática cativou o interesse deles e fez com que percebessem que a trigonometria não surgiu do nada e sim evoluiu gradativamente com as necessidades das pessoas da época.

Na parte dos conceitos trigonométricos construímos as razões de uma forma diferente instigando o aluno a ter a curiosidade em obter a resposta. Pois é desta forma que acreditamos ser possível construir o conhecimento.

Nessa pesquisa, como recurso pedagógico, utilizamos a música como técnica de memorização para auxiliar os alunos na construção da tabela dos ângulos notáveis. Eles se divertiram muito cantando, pois a musica é uma fonte inesgotável de estímulo, e sua prática estabelece no indivíduo uma sensação de felicidade. Neste ano, aquela turma, agora no primeiro ano, quando relembramos os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo para darmos continuidade a esse assunto no ciclo trigonométrico alguns alunos sabiam cantar a música para a construção da tabela e as fórmulas das razões trigonométricas através da técnica mnemônica aprendida com a palavra coca.

Visando uma aprendizagem mais significativa fizemos uma aula prática utilizando o “teodolito caseiro” e o “Theodolite Droid” como ferramenta para atingir alturas inalcançáveis, interligando os conceitos teóricos da trigonometria com suas aplicações, tornando a aula mais prazerosa. Além de uma melhor compreensão e memorização, considero que a aula prática alcançou nossas expectativas no que se refere à motivação dos alunos. Podemos comprovar esse fato pelas declarações de alguns alunos durante a aula “nunca gostei de matemática mas estou gostando agora...”, “não sabia que aprender matemática podia ser divertido...” , “não queria que essa aula acabasse...”.

Na avaliação feita pelos alunos, para verificar a eficiência da proposta, eles atingiram uma média de 6,7, o que segundo a professora titular da sala é uma média alta, devido ao fato dá turma possuir bastante dificuldade na matéria. Para ser uma ideia, na ultima avaliação realizada a sala atingiu uma média de 4,2 .

Porém é uma pena que o interesse dos alunos nas aulas não é traduzido pelos resultados das avaliações, mas apenas nos brilhos de seus olhos prestando atenção nas aulas, ou na euforia ao verificarem um conceito ou uma propriedade, na prática.

Por fim, pelos depoimentos dos alunos no questionário final, eles relataram ter gostado muito dessa metodologia para aprender trigonometria.

Espero que essa proposta de ensino que utiliza o “teodolito caseiro” e o aplicativo “Theodolite Droid” sirva de inspiração para professores de matemática, que eles a utilizem com seus alunos e tornem suas aulas mais atrativas e interessantes. Espero também que eles se sintam motivados a pensarem e irem atrás de outras atividades práticas para outros conteúdos da matemática.

.

REFERENCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. 3 edição. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 2010.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1996.

BRANCO, E. C. C. A **Importância das Deduções das Fórmulas Trigonométricas para a Construção de uma Aprendizagem Significativa**. 2013. Disponível em: <http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/442/2011_00330_EMERSON_CARLOS_CASTELO_BRANCO.pdf?sequence=1>. Acesso em: 22 nov. 2016.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: Ministério da Educação. Lei, 9.394/1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, DF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, DF, 1998.

CASTOLDI, R. POLINARSKI, C. A. **A utilização de Recursos didático-pedagógicos na motivação da aprendizagem**. In: II SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIENCIA E TECNOLOGIA. Ponta Grossa, PR, 2009. Disponível em:< http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/8%20Ensinodecienciasnasseriesiniciais/Ensinodecienci asnasseriesinicias_Artigo2.pdf>. Acesso em: 18 mai. 2017.

CHAGAS, E M. P. F. **O que está sendo ensinado em nossas escolas é, de fato, matemática?** Revista Iberoamericana em Educación. 2005. Disponível em: <http://rieoei.org/did_mat29.htm >. Acesso em: 10 nov. 2016.

COSTA, N. M. **Função seno e cosseno: uma sequência de ensino partir do contexto do “mundo experimental” e do computador**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1997

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Unicamp, 1986.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática – da teoria a prática**. 2. ed., Campinas-SP: Papirus, 1997.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da teoria a prática**. 22ª Ed. Campinas-SP: Papirus, 1996.

DELL’ISOLA, A. **Técnicas profissionais para memorização**. São Paulo: Universo dos Livros, 2009

DENECA, M. L, PIRES, M. N. **O ensino de matemática com auxilio de materiais manipuláveis**. Apucarana – PR, 2008. CEEBJA. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/625-4.pdf >. Acesso em: 15 nov. 2016.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**; tradução Hygino H. D. 5ª ed. Campinas – SP: Unicamp, 2011.

FARIAS, S. A .D **Ensino Aprendizagem de Triângulos: Um estudo de caso no curso de licenciatura em matemática a distancia.** Tese (doutorado) – Universidade Federal da Paraíba, 2014.

FRISON, L. M. B; SCHWARTZ, S. **Motivação e aprendizagem: avanços na pratica pedagógica**. In; Ciênc. Let. Porto Alegre – RS. 2002

GASPAR, J. **Matemática no antigo Egito**, 2013 Disponível em: < http://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEZ/antigoegito2%20.htm>. Acesso em: 15 jun. 2017.

GIOVANNI J; RUY, J. **A conquista da Matemática, 9º ano**. São Paulo – SP: Renovada FTD, 2009.

JUNIOR, D. B. **Eratóstenes: Quem disse que a Terra é plana?** 2007. Disponível em:<http://fisicamoderna.blog.uol.com.br/arch2007-03-04_2007-03-10.html>. Acesso em: 18 jun. 2017.

KENNEDY, E. S. **História da trigonometria**. Tradução de DOMINGUES, H. H.. São Paulo – SP: Atual, 1992.

KRASILCHIK, M. **Prática de ensino de biologia**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2004

LIMA, E. L. **Meu Professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro – RJ: Lamgraf Artesanato Gráfico Ltda, 1991.

LINTZ, R. G**. História da Matemática**. 3. ed. Blumenau – SC: FURB, 1999.

LOIOLA, R. **As trocas que fazem a turma avançar**. 2009. Disponível em: < https://novaescola.org.br/conteudo/366/as-trocas-que-fazem-a-turma-avancar>. Acesso em: 13 nov. 2016.

MELO, A.S. **O ensino das razões trigonométricas com auxílio de um software de geometria dinâmica.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2013.

NOVELLO, T. P.; SILVEIRA, S.; LUZ, V. S.; COPELLO, G. B.; LAURINO, D. P. **Material Concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos**. Curitiba – PR: PUCPR. 2009.

OLIVEIRA, J. E. M. **A trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, 2013 .

SAMPAIO, F.A**. Matemágica : História , Aplicações e Jogos Matemáticos** 4ª ed. Campinas – SP: Papirus 2008.

STENGE, M. **Por que a curiosidade melhora a aprendizagem?**. 2015. Disponível em: < http://porvir.org/por-curiosidade-melhora-aprendizagem/>. Acesso em: 20 nov. 2016.

TEIXEIRA, C. F. **Compreensão, Criação e Resolução de Problemas de Estrutura** Multiplicativa: **uma sequência didática com problemas "abertos"**. Dissertação (mestrado em matemática) – Universidade Federal de Pernambuco 1999.

WANDERER, F. **Educação de jovens e adultos, produtos da mídia e etnomatematica**. 2. Reimpr. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010.

ANEXOS

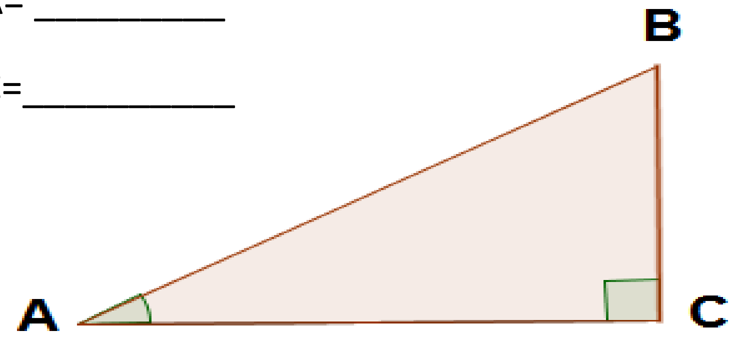
ATIVIDADE I

Nome:____GRUPO ___

1) Com o uso do transferidor , determine as medidas dos ângulos do triângulo abaixo e transcreva na tabela do grupo.

Â= __________

Ĉ=___________



2) Determine o nome dos lados do triângulo retângulo acima em relação ao ângulo Â.
AB________________ BC___________________ AC___________________

3) Utilizando uma régua , determine as medidas dos lados do triângulo acima, e transcreva esses valores na tabela do grupo.

Hipotenusa (H):________ Cateto Oposto (CO):_____________ Cateto adjacente (CA) ___________

4) Com o auxilio de uma calculadora calcule as razões abaixo com duas casas decimais e transcreva esses valores na tabela do grupo :

$\frac{CO}{H} = $ ______ $\frac{CA}{H} = $ ______ $\frac{CO}{CA} = $ ______

5) Compare na tabela do grupo os resultados obtidos por você com os resultados encontrados pelos seus colegas e escreva as suas conclusões a respeito dos números obtidos na ultima coluna.

TABELA DO GRUPO

NOME	Â	Hipotenusa	Cateto Oposto	Cateto Adjacente	$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$

ATIVIDADE II

Nome:____GRUPO ___

1) Organizem na tabela abaixo as razões encontradas pelo seu grupo e pelos demais grupos com o auxilio da professora no quadro.

	30°	45°	60°
sen			
cos			
tan			

2) Construa um triângulo retângulo com régua e transferidor com o ângulo agudo que você desejar, meça seus lados e com essas medidas calcule o valor do seno, cosseno e tangente desse ângulo.

3) Compare os valores encontrados por você, com o resultado de uma tabela trigonométrica ou calculadora cientifica e escreva as conclusões obtidas.

ATIVIDADE III

Nome:____ GRUPO ___

1) Faça um esboço de um triângulo equilátero ABC e marque um valor não real nas medidas dos seus lados.

2) Utilizando seus conhecimentos de geometria plana responda quanto mede os ângulos internos de um triângulo equilátero?

3) Trace uma das alturas do triângulo equilátero, assim obtemos dois triângulos retângulos faça o esboço de um triângulo retângulo marcando as medidas dos seus ângulos e lados.

4) Calcule o valor de seno, cosseno e tangente de 30°

5) Calcule o valor de seno, cosseno e tangente de 60°

6) Faça um esboço de um quadrado ABCD e marque um valor não real nas medidas dos seus lados.

7) Utilizando seus conhecimentos de geometria plana responda quanto mede os ângulos internos de um quadrado?

8) Trace uma das diagonais do quadrado, obtendo assim dois triângulos retângulos faça o esboço de um triângulo retângulo marcando o valor dos seus ângulos internos e a medida dos seus lados.

9) Calcule o valor de seno, cosseno e tangente de 45°.

10) Organize os dados obtidos dos exercícios 4, 5 e 9 na tabela abaixo e com uma calculadora compare esses valores com os da tabela do exercício 1 da ATIVIDADE II e escreva as suas conclusões.

	30°	**45°**	**60°**
sen			
cos			
tan			

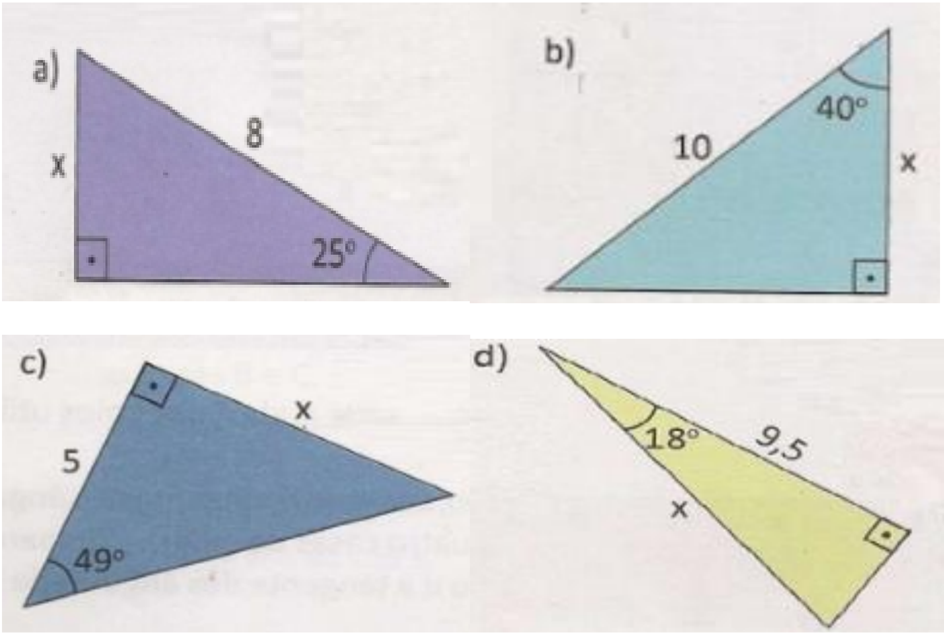
TABELA DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,017 5	0,999 8	0,017 5	46°	0,719 3	0,694 7	1,035 5
2°	0,034 9	0,999 4	0,034 9	47°	0,731 4	0,682 0	1,072 4
3°	0,052 3	0,998 6	0,052 4	48°	0,743 1	0,669 1	1,110 6
4°	0,069 8	0,997 6	0,069 9	49°	0,754 7	0,656 1	1,150 4
5°	0,087 2	0,996 2	0,087 5	50°	0,766 0	0,642 8	1,191 8
6°	0,104 5	0,994 5	0,105 1	51°	0,777 1	0,629 3	1,234 9
7°	0,121 9	0,992 5	0,122 8	52°	0,788 0	0,615 7	1,279 9
8°	0,139 2	0,990 3	0,140 5	53°	0,798 6	0,601 8	1,327 0
9°	0,156 4	0,987 7	0,158 4	54°	0,809 0	0,587 8	1,376 4
10°	0,173 6	0,984 8	0,176 3	55°	0,819 2	0,573 6	1,428 1
11°	0,190 8	0,981 6	0,194 4	56°	0,829 0	0,559 2	1,482 6
12°	0,207 9	0,978 1	0,212 6	57°	0,838 7	0,544 6	1,539 9
13°	0,225 0	0,974 4	0,230 9	58°	0,848 0	0,529 9	1,600 3
14°	0,241 9	0,970 3	0.249 3	59°	0,857 2	0.515 0	1.664 3
15°	0,258 8	0,965 9	0,267 9	60°	0,866 0	0,500 0	1,732 1
16°	0,275 6	0,961 3	0,286 7	61°	0,874 6	0,484 8	1,804 0
17°	0,292 4	0,956 3	0,305 7	62°	0,882 9	0,469 5	1,880 7
18°	0,309 0	0,951 1	0,324 9	63°	0,891 0	0,454 0	1,962 6
19°	0,325 6	0,945 5	0,344 3	64°	0,898 8	0,438 4	2,050 3
20°	0,342 0	0,939 7	0,364 0	65°	0,906 3	0,422 6	2,144 5
21°	0,358 4	0,933 6	0,383 9	66°	0,913 5	0,406 7	2,246 0
22°	0,374 6	0,927 2	0,404 0	67°	0,920 5	0,390 7	2,355 9
23°	0,390 7	0,920 5	0,424 5	68°	0,927 2	0,374 6	2,475 1
24°	0,406 7	0,913 5	0,445 2	69°	0,933 6	0,358 4	2,605 1
25°	0,422 6	0,906 3	0,466 3	70°	0,939 7	0,342 0	2,747 5
26°	0,438 4	0,898 8	0,487 7	71°	0,945 5	0,325 6	2,904 2
27°	0,454 0	0,891 0	0,509 5	72°	0,951 1	0,309 0	3,077 7
28°	0,469 5	0,882 9	0,531 7	73°	0,956 3	0,292 4	3,270 9
29°	0,484 8	0,874 6	0,554 3	74°	0,961 3	0,275 6	3,487 4
30°	0,500 0	0,866 0	0,577 4	75°	0,965 9	0,258 8	3,732 1
31°	0,515 0	0,857 2	0,600 9	76°	0,970 3	0,241 9	4,010 8
32°	0,529 9	0,848 0	0,624 9	77°	0,974 4	0,225 0	4,331 5
33°	0,544 6	0,838 7	0,649 4	78°	0,978 1	0,207 9	4,704 6
34°	0,559 2	0,829 0	0,674 5	79°	0,981 6	0,190 8	5,144 6
35°	0,573 6	0,819 2	0,700 2	80°	0,984 8	0,173 6	5,671 3
36°	0,587 8	0,809 0	0,726 5	81°	0,987 7	0,156 4	6,313 8
37°	0,601 8	0,798 6	0,753 6	82°	0,990 3	0,139 2	7,115 4
38°	0,615 7	0,788 0	0,781 3	83°	0,992 5	0,121 9	8,144 3
39°	0,629 3	0,777 1	0,809 8	84°	0,994 5	0,104 5	9,514 4
40°	0,642 8	0,766 0	0,839 1	85°	0,996 2	0,087 2	11,430 1
41°	0,656 1	0,754 7	0,869 3	86°	0,997 6	0,069 8	14,300 7
42°	0,669 1	0,743 1	0,900 4	87°	0,998 6	0,052 3	19,081 1
43°	0,682 0	0,731 4	0,932 5	88°	0,999 4	0,034 9	28,636 3
44°	0,694 7	0,719 3	0,965 7	89°	0,999 8	0,017 5	57,290 0
45°	0,707 1	0,707 1	1,000 0				

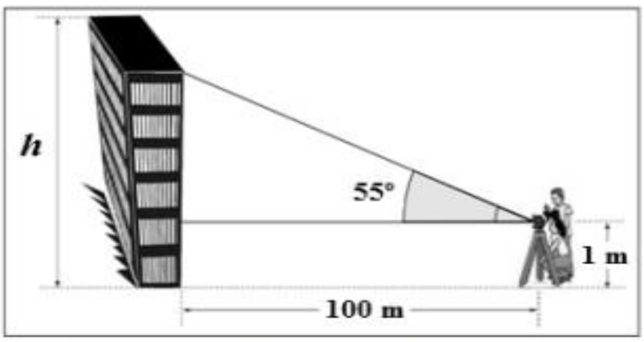
ATIVIDADE IV

Nome:____nº______

1) Utilizando os valores das razões trigonométricas com apenas duas casas decimais, calcule o valor aproximado de x em cada uma das figuras seguintes:

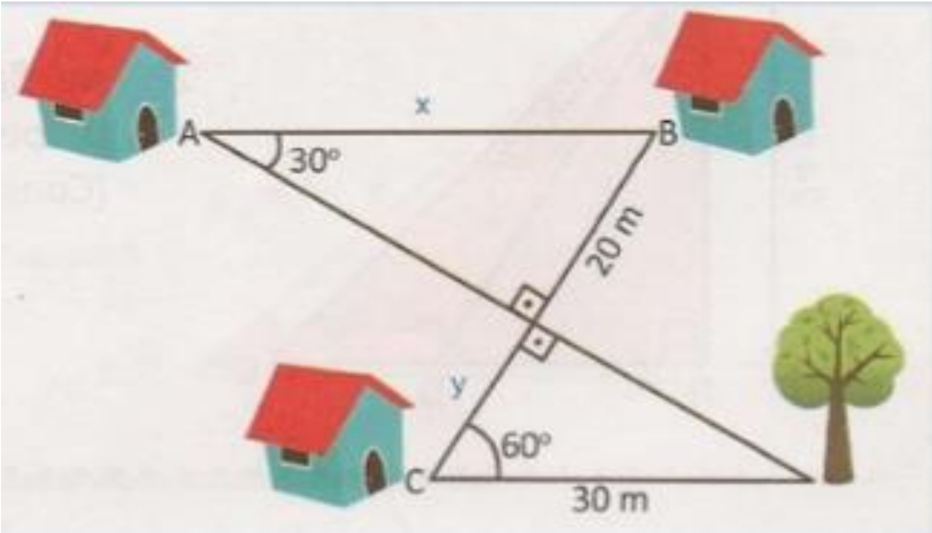


2) O teodolito é um instrumento utilizado para medir ângulos. Um engenheiro aponta um teodolito contra o topo de um edifício, a uma distância de 100m, e consegue obter um ângulo de 55°.
A altura do edifício é, em metros, aproximadamente:



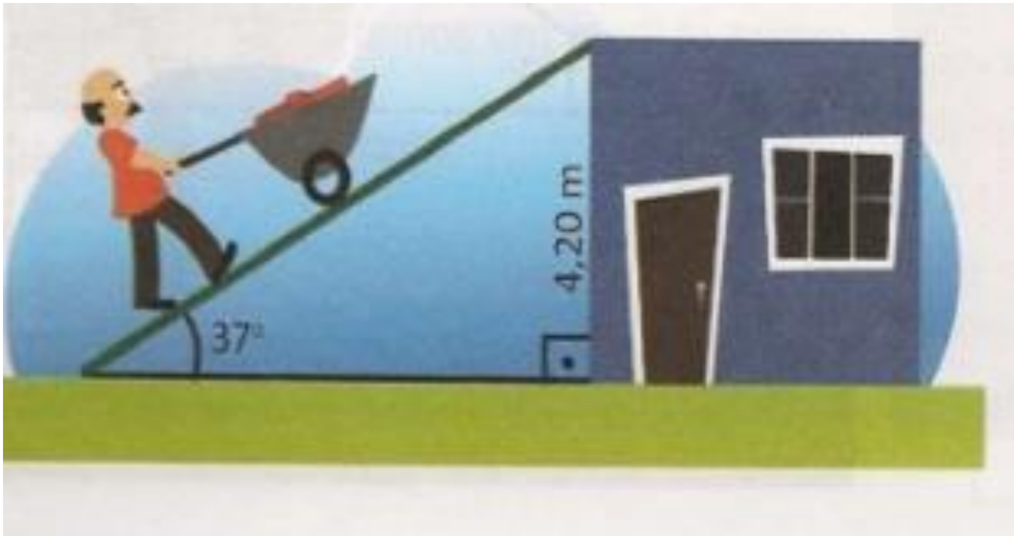
(Dados: sen 55° = 0,82; cos 55° = 0,57; tg 55° = 1,43**)**

3) De acordo com a figura, determine as distâncias entre as casas A e B e entre as casas Be C.



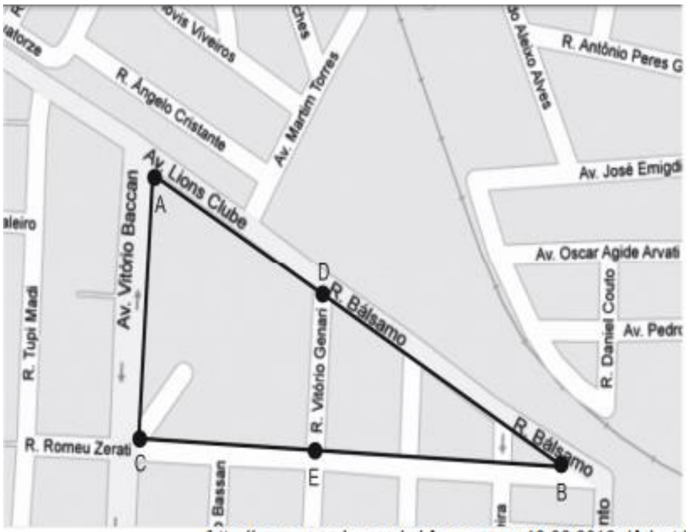
4) Carlos esta construindo uma cozinha no terraço de sua casa. Para transportar o material de construção, ele construiu uma rampa com uma inclinação de 37º em relação ao solo.

Calcule o comprimento aproximado dessa rampa, sabendo que o terraço esta a 4,20 metros do solo.



5) (Etec 2012) Leia o texto. As ruas e avenidas de uma cidade são um bom exemplo de aplicação de Geometria. Um desses exemplos encontra-se na cidade de Mirassol, onde se localiza a Etec Prof. Mateus Leite de Abreu. A imagem apresenta algumas ruas e avenidas de Mirassol, onde percebemos que a Av. Vitório Baccan, a Rua Romeu Zerati e a Av. Lions Clube/Rua

Bálsamo formam uma figura geométrica que se aproxima muito de um triângulo retângulo, como representado no mapa.



(http://maps.google.com.br/ Acesso em: 18.02.2012. (Adapt.).

Considere que:

- a Rua Bálsamo é continuação da Av. Lions Clube;
- o ponto A é a interseção da Av. Vitório Baccan com a Av. Lions Clube;
- o ponto B é a interseção da Rua Romeu Zerati com a Rua Bálsamo;
- o ponto C é a interseção da Av. Vitório Baccan com a Rua Romeu Zerati;
- o ponto D é a interseção da Rua Bálsamo com a Rua Vitório Genari;
- o ponto E é a interseção da Rua Romeu Zerati com a Rua Vitório Genari;
- a medida do segmento $\overline{AC}$ é 220 m;
- a medida do segmento $\overline{BC}$ é 400 m e
- o triângulo ABC é retângulo em C.

Utilize a tabela

	26	29	41	48	62
sen	0,44	0,48	0,66	0,74	0,88
cos	0,90	0,87	0,75	0,67	0,47
tg	0,49	0,55	0,87	1,11	1,88

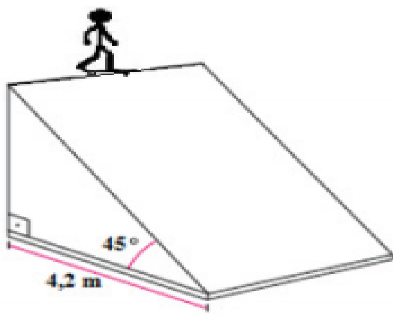
No triângulo ABC, o valor do seno do ângulo ABC é, aproximadamente:

a) 0,44

b) 0,48

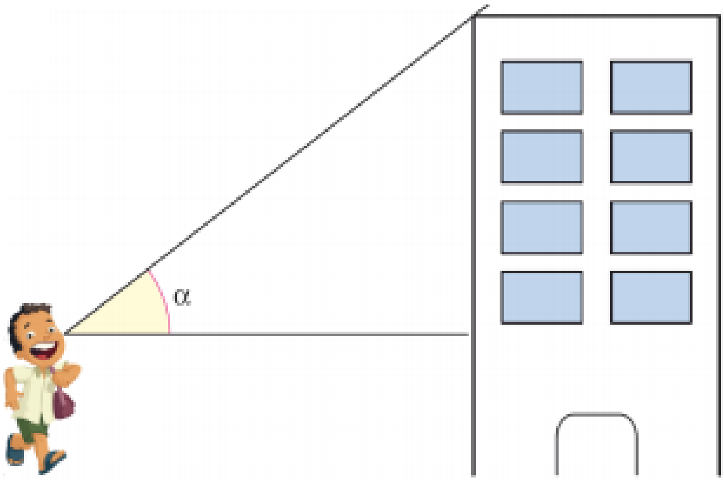
c) 0,66

6) Júlio está prestes a descer uma rampa de skate. A rampa tem o comprimento de 4,2 metros e o ângulo que a rampa faz em relação ao solo é de 45°. Observe o desenho a seguir. Qual será a distância percorrida por Júlio até atingir o solo?



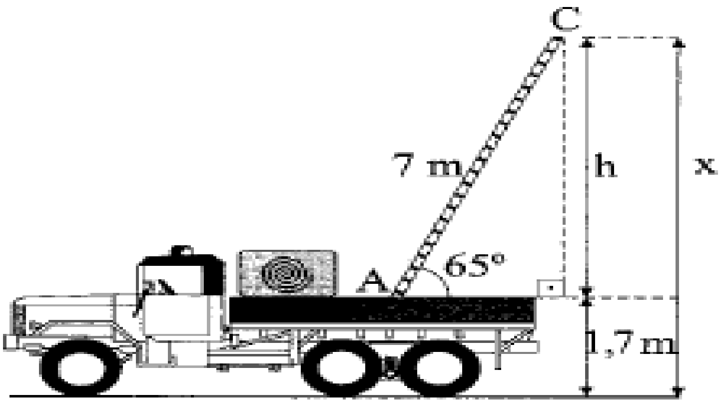
7) Um garoto, curioso para saber a altura do prédio de um shopping, conseguiu com seu professor de Matemática um teodolito (tipo de instrumento de

medição de ângulos) para auxiliá-lo nesse desafio. A situação é representada pela figura a seguir.

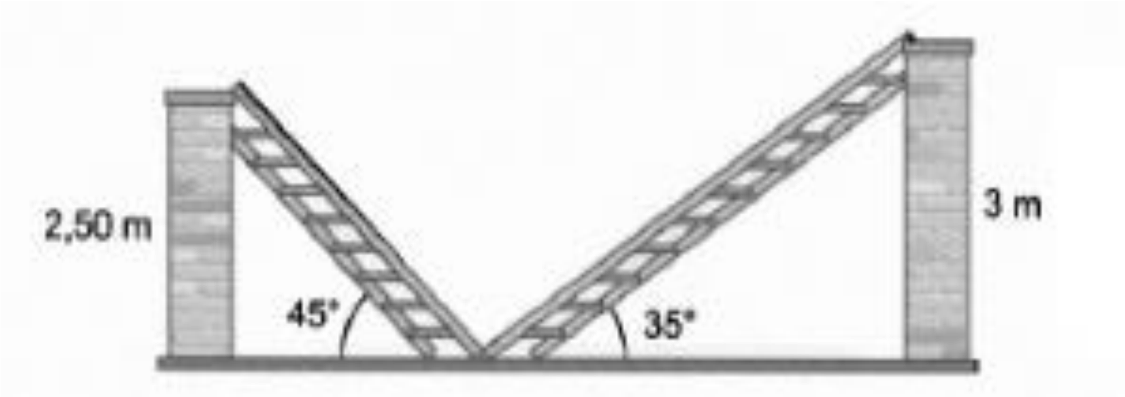


Suponha que a altura dos olhos do garoto com relação ao chão é de 1,50 m e que sua distância ao prédio do shopping é de 45 m. Sendo tg α = 2, qual a altura do prédio?

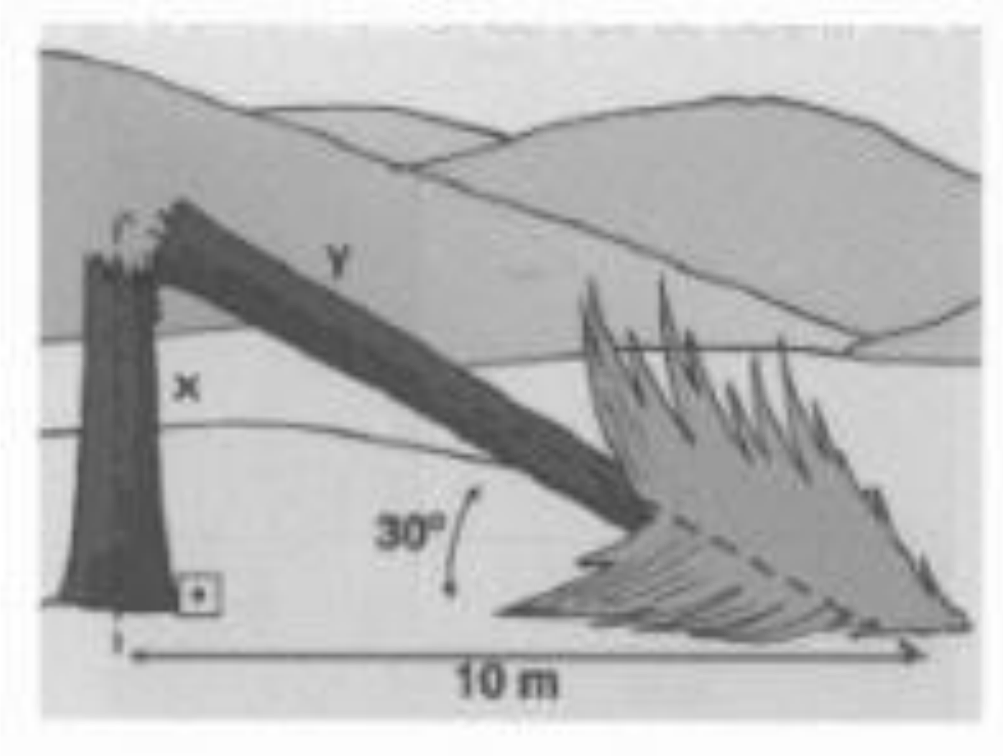
8) Elizeu trabalha numa companhia de fornecimento de energia, e uma de suas tarefas é trocar as lâmpadas dos postes de iluminação. Para isso, ele fica numa cadeira acoplada à ponta de uma escada, representada pelo ponto C da figura. A base A da escada está a 1,7 m do solo e a escada tem 7 m de comprimento. Nesse caso, a altura do poste, isto é, a medida x, é igual a:



9) A figura mostra duas escadas que estão encostadas em dois muros. Qual é a distancia entre os muros ?



10) Qual é a altura desse pinheiro?



ATIVIDADE PRATICA

NOMES:

____GRUPO

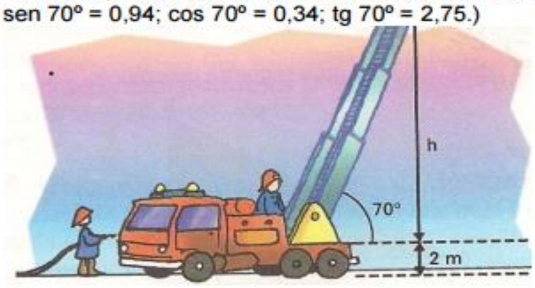
1) Utilizando o teodolito caseiro, uma trena e os conhecimentos adquiridos na aula de trigonometria como você pode calcular a altura do prédio do Banco do Brasil? Faça um esboço do desenho no quadrado abaixo com as medidas e escreva o passo a passo seguido para encontrar essa altura.

2) Utilizando o aplicativo Theodolite Droid e a trena verifique a altura do prédio do Banco do Brasil, em seguida compare os valores obtidos utilizando o teodolito caseiro e o aplicativo. Escreva as suas conclusões.

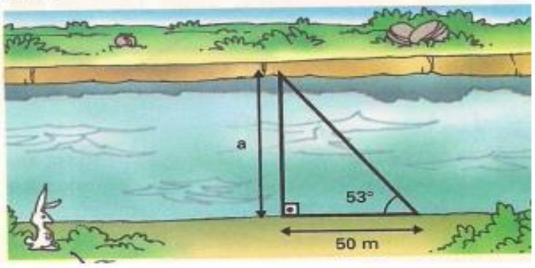
AVALIAÇÃO

NOME:____ nº _____

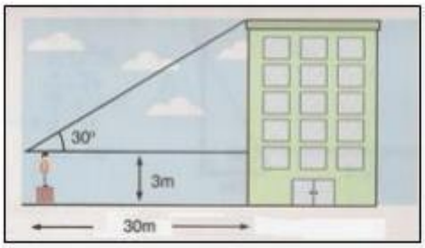
1) Uma escada de um carro de bombeiros pode estender – se até um comprimento máximo de 30 m, quando é levantada a um ângulo máximo de 70º. Sabe – se que a base da escada está colocada sobre um caminhão, a uma altura de 2 m do solo. Que altura, em relação ao solo, essa escada poderá alcançar?(Use: sen 70º = 0,94; cos 70º = 0,34; tg 70º = 2,75.)



2) Qual é a largura do rio representado pela figura abaixo?(Use: sen 53º = 0,80; cos 53º = 0,60; tg 53º = 1,32.)

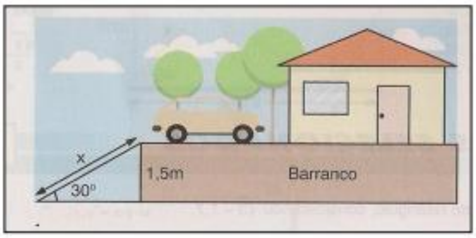


3) Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30m de distância e assim o observa segundo um ângulo de 30º, conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal.

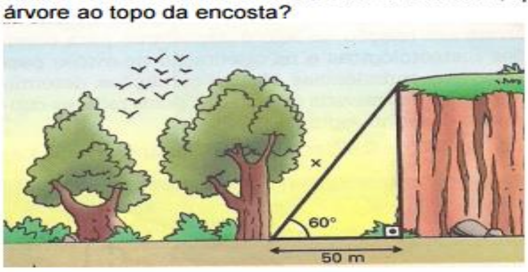


4) Observe a figura e determine:

a) Qual é o comprimento da rampa?



5) O ângulo de elevação do pé de uma árvore ao topo de uma encosta é de 60º. Sabendo – se que a árvore está distante 50 m da base da encosta, que medida deve ter um cabo de aço para ligar a base da árvore ao topo da encosta?



QUESTIONARIO

1) Cite um exemplo de uma aplicação da trigonometria no cotidiano.

2) O que você achou da aula prática usando o teodolito caseiro e o aplicativo Theodolite Dróid?

3) Alguma outra vez já foi feita atividade prática nas aulas de matemáticas? Em sua opinião deveria ser feita atividades práticas nas aulas de matemática? Por quê ?

4) A atividade prática contribuiu para a fixação do conteúdo?

5) Você se sentiu motivado para aprender matemática? Por quê?

6) De zero a dez que nota você daria para as atividades desenvolvidas nos nossos encontros?