

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

VITOR FERREIRA DE SOUZA

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: UM ESTUDO MATEMÁTICO SOBRE
INVESTIMENTOS E JOGOS DE AZAR COMO INSTRUMENTO DE
CONSCIENTIZAÇÃO E CIDADANIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

CORNÉLIO PROCÓPIO

2026

VITOR FERREIRA DE SOUZA

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: UM ESTUDO MATEMÁTICO SOBRE
INVESTIMENTOS E JOGOS DE AZAR COMO INSTRUMENTO DE
CONSCIENTIZAÇÃO E CIDADANIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**CRITICAL FINANCIAL EDUCATION: a mathematical study on investments
and games of chance as an instrument for awareness and citizenship in
Basic Education**

Dissertação como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração: Matemática Básica do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador(a): Prof^ª. Dr^ª Débora Aparecida Francisco Albanez.

Coorientador(a): Prof. Dr. Anderson Paião dos Santos.

CORNÉLIO PROCÓPIO

2026



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio**



VITOR FERREIRA DE SOUZA

EDUCAÇÃO FINANCEIRA CRÍTICA: UM ESTUDO MATEMÁTICO SOBRE INVESTIMENTOS E JOGOS DE AZAR COMO INSTRUMENTO DE CONSCIENTIZAÇÃO E CIDADANIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática Na Educação Básica.

Data de aprovação: 19 de Junho de 2026

Dra. Debora Aparecida Francisco Albanez, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Adeval Lino Ferreira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Dr. Carlos Augusto Bassani Varea, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 24/06/2026.

Aos que reconhecem não serem por completo.
E àqueles que humildemente reconhecerão.

AGRADECIMENTOS

Espero que estas palavras possam representar uma parte da gratidão que tenho por aqueles que me apoiaram e continuam apoiando. Que, de alguma maneira, este apoio possa ser retribuído.

Agradeço à minha família por ser o alicerce de quem sou e por todo sacrifício realizado até hoje. Em especial à minha mãe, Rosangela Ferreira, que sempre me apoiou e acreditou no meu potencial.

À minha orientadora, Prof^a. Dr^a Débora Aparecida Francisco Albanez, e ao meu co-orientador, Prof. Dr. Anderson Paião dos Santos, minha eterna gratidão. Suas orientações e ensinamentos foram fundamentais para a conclusão da presente obra.

Aos colegas de trabalho da Escola do Futuro, com destaque à professora Barbara Ortiz, profissional com quem desenvolvi o projeto que inspirou a presente obra, e à coordenadora de área da Matemática, Christianne Valasinavicius, que me instiga a ser um profissional cada vez melhor. Com carinho também, à turma do 9º Ano do Fundamental II de 2024, por terem levantado a importância do tema desta escrita durante aula.

À toda equipe do curso PROFMAT, em especial do campus de Cornélio Procópio, por terem me recebido e contribuído para alcançar o profissional que sou hoje. Incluo também, com carinho especial, os professores do curso e os colegas da turma de 2024. Toda socialização de conhecimento fez-se necessária.

Aos familiares e amigos que deixei de visitar ao longo do curso. Espero que compreendam a ausência.

Por fim, aos que me acompanharam e apoiaram ao longo deste percurso.

RESUMO

Baseado na incorporação da Educação Financeira como componente curricular da matriz escolar do ensino básico no estado do Paraná e também no crescimento expressivo das plataformas de apostas online e jogos eletrônicos no Brasil, o presente trabalho tem como objetivo abordar aspectos matemáticos e probabilísticos de investimentos financeiros, apresentando os conceitos básicos relacionados às aplicações financeiras reais, e também dos denominados aqui como *investimentos ilusórios*, os quais têm contribuído para o aumento do endividamento de parcela significativa da população brasileira, comprometendo a renda familiar e elevando os riscos associados ao vício em jogos de azar. Como produto educacional, apresentamos uma proposta didática envolvendo uma plataforma on-line que abrange três investimentos ilusórios e exhibe, matematicamente, suas desvantagens, e esperamos, assim, contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e do lógico-matemático dos estudantes da Educação Básica sobre os jogos de azar e as apostas eletrônicas e, como consequência, proporcionar maior consciência sobre materiais de divulgação de investimentos ilusórios.

Palavras-chave: educação financeira; probabilidade; jogos de azar; matemática financeira.

ABSTRACT

Based on the incorporation of Financial Education as a curricular component within the basic education curriculum in the state of Paraná, as well as the significant growth of online betting and electronic gaming platforms in Brazil, this study aims to address the mathematical and probabilistic aspects of financial investments, presenting basic concepts related to real financial applications alongside those termed here as *illusory investments*, which have contributed to the rising indebtedness of a significant portion of the Brazilian population, compromising household income and elevating the risks associated with gambling addiction. As an educational product, we present a didactic proposal involving an online platform that encompasses three illusory investments and mathematically demonstrates their disadvantages. Through this approach, we hope to contribute to the development of critical and logical-mathematical thinking among Basic Education students regarding games of chance and electronic betting, thereby fostering greater awareness regarding promotional materials for illusory investments.

Keywords: financial education; probability; gambling; financial mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Grade modelo de jogo 3x3	46
Figura 2 – Tela do jogo Fortune Tiger	46
Figura 3 – Possibilidades de vitória	48
Figura 4 – Tela exemplod e vitória	48
Figura 5 – Tela do Módulo Investimentos vs. Apostas.....	52
Figura 6 – Tela inicial do Simulador do Jogo do Tigrinho.....	53
Figura 7 – Tela de simulação do Simulador do Jogo do Tigrinho	53
Figura 8 – Tela do Módulo Esquema de Pirâmide	54

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Últimos 21 anos de valorização da ação BBAS3 (Banco do Brasil SA) ...	23
Gráfico 2 – Últimos 14 anos de valorização da ação MGLU3 (Magazine Luiza)	24
Gráfico 3 – Últimos 13 anos de valorização do FII MXRF11 (Maxi Renda Fundo Invest Imobiliario FII).....	25
Gráfico 4 – Últimos 15 anos de valorização do FII KNRI11 (Kinea Renda Imobiliária FDO INV IMOB - FII)	26
Gráfico 5 – Últimos 13 anos de valorização do ETF BOVA11 (Ishares Ibovespa Fundo de Indice).....	27
Gráfico 6 – Últimos 6 meses de valorização do ETF AUVF11 (BTG Pactual Teva AUVF Acoes Fundamentos FDI)	27
Gráfico 7 – Últimos 10 anos de valorização do ETF BITH11 (Bitcoin VERDE)	28
Gráfico 8 – Últimos 12 anos de valorização da BDR AAPL34 (Apple)	28
Gráfico 9 – Últimos 6 anos de valorização da BDR NVDC34 (Nvidia)	29
Gráfico 10 – Últimos 10 anos de valorização do Ouro (em reais)	30
Gráfico 11 – Valorização do Ouro desde 1833 (em dólares).....	31
Gráfico 12 – Últimos 10 anos de valorização do Bitcoin	33
Gráfico 13 – Comparação de R\$ 500,00 aportados inicialmente em juros simples vs juros compostos a longo prazo.....	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	CONCEITOS BÁSICOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA.....	13
2.1	Conceitos básicos de Matemática Financeira	13
2.2	Conceitos básicos em Probabilidade e Estatística	16
3	INVESTIMENTOS REAIS E INVESTIMENTOS ILUSÓRIOS	20
3.1	Investimentos Reais	20
3.1.1	Renda Fixa	20
3.1.2	Renda Variável	22
3.1.3	Investimentos Alternativos	29
3.1.4	Investimentos Ilusórios	33
4	MATEMÁTICA DOS INVESTIMENTOS VS A MATEMÁTICA DOS JOGOS DE DE AZAR.....	38
4.1	Matemática dos Investimentos	39
4.2	Matemática dos Jogos de Azar	43
5	PRODUTO EDUCACIONAL E PROPOSTA DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA ...	51
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS.....	59

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos anos, o Brasil consolidou-se como um dos maiores mercados mundiais de apostas eletrônicas. De acordo com Mota (2025), o país alcançou a quinta posição no ranking global do setor de *bets*, e o número de apostadores tem se tornado cada vez maior em relação à quantidade de brasileiros que investem (Garcia, 2025). Esse fenômeno não é socialmente neutro: segundo levantamento da Reuters (2026), 40% dos apostadores brasileiros estão endividados, sendo a maioria composta por homens de até 44 anos pertencentes às classes de baixa renda e classe média baixa. Em paralelo, dados da B3 (B3, 2024) revelam que apenas 37% dos brasileiros investem seu dinheiro, e dentre esses, a grande maioria ainda opta pela caderneta de poupança — instrumento que, na maior parte dos anos, sequer supera a inflação.

Diante desse cenário, emerge um problema de pesquisa de natureza socioeducacional: **de que maneira a Matemática pode contribuir para que estudantes da Educação Básica desenvolvam uma leitura crítica sobre os jogos de azar e as apostas eletrônicas, reconhecendo o valor dos investimentos financeiros como alternativa mais vantajosa a longo prazo?**

Constata-se que, para o público que não possui a devida educação financeira, seja mais factível acreditar em um ganho expressivo por meio do que chamamos neste trabalho de *investimentos ilusórios* do que confiar no poder dos investimentos reais a longo prazo, principalmente diante das promessas veiculadas pelos materiais publicitários das plataformas de apostas; afinal, a segunda opção tende a exigir um prazo maior de retorno dependendo do objetivo financeiro do investidor.

Portanto, essa literacia financeira torna-se fundamental quando se pretende propor melhores condições financeiras futuras para os estudantes, transpondo os conteúdos trabalhados com foco “apenas” no conhecimento necessário para o sucesso nos vestibulares ¹ para um conhecimento que possa, de fato, auxiliá-los em sua organização financeira, contribuindo para que se tornem adultos que não integrem as estatísticas de brasileiros endividados.

Visando tornar o problema desta pesquisa mais explícito (Gil *et al.*, 2002) e baseando-se fielmente nos dados levantados, com o intuito de explorar a matemática financeira no ensino da rede básica, esta obra apresenta uma pesquisa de natureza exploratória e descritiva. Nas palavras de Prodanov e Freitas (2013):

As pesquisas descritivas são, juntamente com as pesquisas exploratórias, as que habitualmente realizam os pesquisadores sociais preocupados com a atuação prática. Em sua forma mais simples, as pesquisas descritivas aproximam-se das exploratórias, quando proporcionam uma nova visão do problema. Em outros casos, quando ultrapassam a identificação das relações entre as variáveis, procurando estabelecer a natureza dessas relações, aproximam-se das pesquisas explicativas (Prodanov; Freitas, 2013).

¹ Destaca-se que a presente obra não possui o objetivo de criticar a composição dos métodos de ingresso em universidades brasileiras.

A abordagem qualitativa utilizada é sustentada pela definição de Denzin e Lincoln (2008), segundo a qual uma pesquisa qualitativa procura estudar as coisas em suas características naturais, tentando compreender ou interpretar um fenômeno em termos do significado que as pessoas lhe atribuem. Por ser uma pesquisa básica, ela resulta em gerar conhecimento e entendimento da natureza e de suas leis (Lewin, 1951).

Quanto aos procedimentos, a pesquisa utiliza o levantamento bibliográfico, na visão de Boccato (2006), pois “a pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas”, e documental, compreendida por Gauthier e Bourgeois (1994) como um método de coleta de dados que elimina, ao menos em parte, a eventualidade de qualquer influência do conjunto das interações, acontecimentos ou comportamentos pesquisados. O embasamento teórico foi coletado em livros, revistas, artigos on-line, videoaulas, documentos legislativos e constitucionais reconhecidos no domínio científico (Oliveira, 2013), bem como por meio de sítios científicos renomados, como o *Scientific Electronic Library Online* (SciELO), o Google Acadêmico e o Microsoft Academic. Quanto à delimitação temporal, esta obra configura-se como uma pesquisa longitudinal retrospectiva, pois “o estudo é desenhado para explorar fatos do passado, podendo ser delineado para retornar, do momento atual até um determinado ponto no passado, há vários anos” (Fontelles *et al.*, 2009), acompanhando o desenvolvimento de objetos de valor como meio de investimento.

Com o intuito de discorrer uma crítica socioeconômica sobre o comparativo entre apostadores e investidores no Brasil, procurou-se relacionar interdisciplinarmente a Matemática e a realidade do brasileiro, conforme a visão de Fazenda (2010). Visando engajar os estudantes nas discussões sobre Matemática Financeira, decidiu-se por utilizar Metodologias Ativas de maneira que estes se sentissem parte da construção do conhecimento, assim como proposto por Bacich e Moran (2017). Além disso, entende-se que as Tecnologias Digitais podem

[...] contribuir e potencializar de forma significativa o processo de ensino-aprendizagem, tendo em vista uma nova possibilidade metodológica dos alunos em encarar obstáculos e almejar objetivos ao verem-se instigados e protagonistas da aprendizagem (Lubachewski; Cerutti, 2020, p. 9).

Desta maneira, como produto educacional desta dissertação, desenvolveu-se um aplicativo interativo contendo três módulos – *Investimentos vs Apostas*, *Simulador do Jogo do Tigrinho* e *Esquemas de Pirâmide* – que exploram a Matemática através de âmbitos diferentes de situações reais, bem como uma proposta de intervenção didática para sua aplicação em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. O produto permite que os estudantes se tornem protagonistas da investigação matemática, confrontando suas próprias intuições sobre os jogos de azar com os dados gerados em tempo real pelo simulador, e comparando, de forma visual e quantitativa, o comportamento financeiro de quem aposta com o de quem investe regularmente. Dessa forma, os estudantes podem perceber, a partir de um produto educacional, o resultado matemático daquilo que o discurso publicitário das plataformas de apostas oculta (Bacich; Moran, 2017).

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos. O Capítulo 2 estabelece os conceitos fundamentais de Matemática Financeira e de Probabilidade e Estatística que sustentam as análises desenvolvidas ao longo da obra, consolidando o vocabulário econômico e as formulações matemáticas necessárias. O Capítulo 3 classifica e descreve os tipos de investimentos reais e os investimentos ilusórios, com especial atenção às plataformas de *bets* e aos esquemas de pirâmide.

O Capítulo 4 contrapõe a matemática dos investimentos à matemática dos jogos de azar, demonstrando que a diferença entre as duas não é apenas quantitativa, mas estrutural: enquanto o investimento tem Valor Esperado positivo, o jogo de azar tem Valor Esperado negativo por construção. O Capítulo 5 descreve o produto educacional e a proposta de intervenção didática desenvolvidos nesta pesquisa, detalhando sua fundamentação teórica, seu alinhamento à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as orientações para sua aplicação em sala de aula. As considerações finais encontram-se no Capítulo 6.

2 CONCEITOS BÁSICOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

A literacia financeira não consiste simplesmente na memorização de fórmulas algébricas, ela exige a compreensão da dinâmica do dinheiro no tempo e no seu respectivo contexto socioeconômico. Este segundo capítulo tem como objetivo principal estabelecer os conceitos fundamentais e matemáticos que guiarão as análises propostas nos capítulos seguintes desta dissertação. Sendo assim, consolidaremos o vocabulário econômico necessário e as suas respectivas formulações matemáticas. Acredita-se que sem esta base teórica, qualquer tentativa de Educação Financeira corre o risco de se tornar superficial ou facilmente influenciável.

Ao longo desta seção, abordaremos os princípios estruturantes que regem as transações financeiras. Iniciaremos entendendo melhor o valor do dinheiro ao longo tempo, expressado matematicamente pelas taxas de juro e pelo conceito de empréstimo. Em seguida, analisaremos o impacto corrosivo da inflação sobre o poder de compra, demonstrando por qual razão o "dinheiro parado" resulta em perda real de patrimônio.

2.1 Conceitos básicos de Matemática Financeira

Para contextualizar a teoria na realidade econômica analisada neste trabalho, apresentaremos os principais indexadores e balizadores do mercado brasileiro: a Taxa SELIC e o CDI. Por fim, introduziremos a dicotomia matemática e estrutural entre a geração de renda ativa e renda passiva, encerrando com os princípios de liquidez e de gestão de risco através da diversificação de uma carteira de ativos.

Deste modo, espera-se que este capítulo permita ao leitor estar preparado para uma leitura crítica da realidade financeira, transformando a abstração dos números em um instrumento de cidadania ativa e de proteção social.

Ao adentrar o mundo da Matemática Financeira, faz-se necessário entender que o dinheiro possui valor no tempo. Receber uma quantia hoje não é o mesmo que receber a mesma quantia no futuro devido à sua desvalorização. Assim, muitas vezes para adquirir um bem material ou um serviço, utilizamos de métodos de pagamento como crédito, financiamento ou um **empréstimo**. Este último ocorre quando um agente superavitário¹ cede seu capital a um agente deficitário (na prática, é quem precisa do dinheiro naquele momento). Para que essa transação faça sentido, quem empresta exige uma compensação pelo tempo em que ficará sem seu dinheiro e, até mesmo, pelo risco de não recebê-lo de volta. Essa "compensação" é nomeada de **juros**.

Assim, ao tomarmos um empréstimo, estamos antecipando um consumo futuro pagando um custo extra por isso. Por outro lado, ao investirmos, estamos assumindo o papel de credores,

¹ Aquele que possui um capital superior para emprestar a um terceiro.

emprestando nosso capital para um banco, para o governo ou para uma empresa, em troca de uma remuneração futura composta².

A **inflação** é definida como o aumento generalizado e contínuo dos preços de bens e serviços em uma economia durante um determinado intervalo de tempo. No Brasil, o índice oficial que mede a inflação é o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo). Matematicamente, a inflação representa a perda do poder de compra da moeda. Um exemplo simples: se a inflação em um ano é de 10%, um produto que custava R\$ 100,00 passa a custar R\$ 110,00. Se o indivíduo guardou seus R\$ 100,00 sem nenhuma rentabilidade, seu capital sofreu um decaimento real. Portanto, a principal função de um investimento básico não é necessariamente enriquecer o indivíduo, mas sim proteger o seu patrimônio da corrosão inflacionária, buscando sempre uma taxa de retorno que supere o índice de preços, a Taxa Real³.

Enquanto a inflação é percebida diretamente no bolso devido ao aumento dos preços de produtos, a **redução** atua como uma inflação invisível, sendo esta uma estratégia comercial na qual a indústria mantém o preço nominal de um produto inalterado, mas reduz a sua quantidade, volume ou peso na embalagem.

Para compreendermos o impacto exato deste fenômeno, podemos modelá-lo matematicamente. Considere um produto comercializado inicialmente por um preço P , com uma massa (ou volume) inicial M_0 . O preço unitário inicial por unidade de massa, denotado aqui por u_0 , que reflete o verdadeiro custo para o consumidor é dado por:

$$u_0 = \frac{P}{M_0}.$$

Isso significa que estamos pagando u_0 unidades monetárias para cada unidade de massa do produto. Por exemplo, ao adquirirmos 800g (gramas) de sabão em pó pelo valor de R\$ 13,00, como 800g equivalem a 0,8 quilograma (kg), isso significa que estamos pagando R\$16,25 pelo quilograma deste produto ao considerarmos a unidade de massa em quilos.

Agora, suponhamos que o fabricante aplique uma taxa de redução r (onde $0 < r < 1$) na quantidade do produto, mantendo o preço P constante, o que significa, na prática, uma redução de $(r \cdot 100)\%$ da quantidade deste produto.

A nova massa do produto será $M_1 = M_0(1 - r)$. Desta forma, o novo preço unitário u_1 passa a ser:

$$u_1 = \frac{P}{M_1} = \frac{P}{M_0(1 - r)},$$

com $u_0 < u_1$, uma vez que $M_1 < M_0$.

Como $\frac{P}{M_0} = u_0$, podemos reescrever a relação entre os preços unitários como:

$$u_1 = u_0 \left(\frac{1}{1 - r} \right).$$

² Juros sobre juros.

³ Este conceito será melhor abordado no Capítulo 4.

A taxa de inflação real (I_{oculta}) embutida nessa manobra é a variação percentual do preço unitário:

$$I_{\text{oculta}} = \frac{u_1}{u_0} - 1 = \left(\frac{1}{1-r} \right) - 1 = \frac{r}{1-r} \quad (1)$$

e assim notamos através da Fórmula (1) que a taxa de inflação oculta I_{oculta} não depende dos preços unitários, e sim apenas da taxa de redução r que se aplica ao produto.

Além disso, o fato de que o denominador $1 - r$ em (1) ser menor que 1 nos garante que a inflação oculta será sempre estritamente maior que a taxa de redução da embalagem ($I_{\text{oculta}} > r$).

Exemplificando, se uma barra de chocolate de 200g sofre uma redução de 20% no seu tamanho ($r = 0,2$), passando a pesar 160g, mantendo o mesmo preço, o senso comum leva o consumidor a crer que sofreu uma inflação de 20%. Contudo, aplicando a Fórmula (1), temos:

$$I_{\text{oculta}} = \frac{0,20}{1 - 0,20} = \frac{0,20}{0,80} = 0,25;$$

ou seja, uma redução de 20% no produto representa, na realidade, um aumento de 25% no custo real do produto. Implicitamente, o consumidor pode ter o sentimento de estar gastando o mesmo valor com suas compras habituais, porém, muitas vezes não percebe que está adquirindo uma quantidade de produto cada vez menor.

Neste momento, cabe mencionar também uma posição que diversas empresas têm assumido recentemente ao alterar ingredientes em suas receitas ou até mesmo ao alterar o conceito de seu produto para pagarem menos impostos, como a empresa alimentícia McDonald's que teve seus sorvetes trocados por "bebidas lácteas" e a empresa de chocolate Lacta ao ajustar um de seus produtos mais conhecidos, o Sonho de Valsa, de bombom para "wafer" (Safrá, 2023).

Dois outros conceitos fundamentais no contexto macroeconômico brasileiro são as taxas SELIC e o CDI, fundamentais para o entendimento da rentabilidade dos investimentos e também do custo do dinheiro, descritas a seguir.

- **Taxa SELIC:** É a taxa básica de juros da economia brasileira, definida pelo Comitê de Política Monetária (COPOM) do Banco Central. Ela representa a taxa de remuneração dos títulos públicos federais. Quando o indivíduo compra um título do Tesouro Direto (emprestando dinheiro para o governo), ele é remunerado por essa taxa. A SELIC atua como o "piso" do mercado. Sendo o governo o emissor de menor risco de calote, qualquer outra instituição precisará oferecer uma taxa maior que a SELIC para atrair investidores. Muitos investidores julgam uma carteira de investimentos como "boa" caso esta esteja superando a SELIC.
- **CDI (Certificado de Depósito Interbancário):** Por determinação do Banco Central, os bancos não podem encerrar o dia com saldo negativo em caixa. Assim, bancos que têm sobra de dinheiro emprestam para bancos que precisam cobrir seus saldos, numa

operação de curtíssimo prazo (um dia). A taxa média cobrada nesses empréstimos entre os próprios bancos é o CDI. O CDI acompanha a SELIC de perto e serve como *benchmark* (referência) para a rentabilidade dos investimentos privados, como CDBs, LCIs e LCAs.

A Renda Ativa é aquela proveniente do esforço humano direto. É a troca de tempo, força de trabalho e conhecimento por dinheiro. O salário de um trabalhador, os honorários de um profissional ou o pró-labore de um empresário são exemplos de renda ativa.

A Renda Passiva, por sua vez, é a remuneração gerada pelo próprio capital, sem a necessidade de esforço contínuo direto do investidor. É o "dinheiro trabalhando para gerar mais dinheiro", que, por exemplo, pode ser gerado através de rendimentos de títulos públicos, aluguéis de imóveis e **dividendos** de ativos. Este último representa uma parcela do lucro líquido de uma empresa que é distribuída aos seus acionistas. Ao adquirir ações, o investidor torna-se sócio do negócio e passa a ter direito a uma fatia dos lucros gerados pela atividade produtiva daquela empresa, configurando uma das formas mais eficientes de construção de renda passiva a longo prazo. A situação ideal para o investidor é atingir o ponto em que sua Renda Passiva mensal seja maior que o seu custo de vida, o que pode levar a situação de vida do investidor a aposentadoria.

No mercado financeiro, é importante ter consciência de que não existe um investimento perfeito, isto é, que seja simultaneamente de rentabilidade alta, totalmente seguro e imediatamente acessível. Portanto, cuidados devem ser tomados, como analisar a liquidez de um investimento. Por exemplo a liquidez refere-se à facilidade e à velocidade com que um ativo pode ser convertido em dinheiro em espécie sem que haja perda significativa do seu valor. O saldo na conta corrente possui liquidez diária (imediata), enquanto um imóvel possui baixa liquidez, podendo levar meses ou anos para ser vendido pelo preço adequado.

Como é matematicamente impossível otimizar risco retorno e liquidez máximas em um único produto, a Teoria Moderna de Portfólios (Markowitz, 1952) introduz o conceito de Carteira de Ativos. Uma carteira (ou portfólio) é a combinação diversificada de diferentes investimentos possuídos por um indivíduo. A diversificação destes ativos permite que o investidor balanceie o risco matemático: parte do dinheiro alocada em alta liquidez para emergências (CDBs diários), parte atrelada à inflação para proteção (Tesouro IPCA), e parte em ativos de risco para buscar maior Renda Passiva (Ações e Fundos Imobiliários), por exemplo. Este balanceamento da carteira permite ao investidor uma segurança maior sobre o seu patrimônio ao longo do tempo sem que, possivelmente, sofra com perdas e muito menos com a inflação.

2.2 Conceitos básicos em Probabilidade e Estatística

Para que a literacia financeira não se limite apenas aos juros compostos, faz-se necessário introduzir noções básicas de Probabilidade e Estatística. Enquanto a matemática dos títulos de renda fixa prefixados lida com cenários determinísticos, a avaliação de ativos de renda

variável e a análise de jogos de azar exigem a modelagem da incerteza e do risco. Nesse contexto, fundamentado pela teoria estatística, exploraremos os parâmetros que diferenciam uma alocação de capital produtiva de uma mera aposta.

As definições e propriedades exploradas nesta subseção se baseiam em Fonseca e Martins (2011). Conforme expõem os autores, qualquer processo cujo resultado não possa ser previsto com absoluta certeza, mesmo que repetido sob condições idênticas, é denominado um *experimento aleatório*. O conjunto de todos os resultados possíveis desse experimento é o Espaço Amostral, o qual denotaremos por Ω , e qualquer subconjunto de Ω é chamado de Evento.

Considerando um experimento aleatório E e o espaço amostral S , trazemos a definição de probabilidade de um evento abordada pelos autores, onde $P(A)$ é uma função definida em S , associando um número real a cada evento, de maneira que sejam satisfeitos os axiomas:

- $0 \leq P(A) \leq 1$;
- $P(S) = 1$;
- Se A e B forem eventos mutuamente exclusivos, $A \cap B = \emptyset$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Seja um espaço amostral finito e equiprovável, isto é, onde todos os resultados têm a mesma chance de ocorrer. A probabilidade clássica de ocorrência de um evento A é dada pela razão entre o número de resultados favoráveis a A e o número total de resultados possíveis em Ω :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}. \quad (2)$$

No entanto, no mercado financeiro e nas análises de apostas complexas, os eventos raramente são equiprováveis. Para esses casos, utiliza-se o conceito de *Variável Aleatória*.

Uma Variável Aleatória associa um valor numérico a cada resultado de um experimento aleatório. Nas finanças, essa variável geralmente representa o retorno financeiro, sendo ele um lucro ou um prejuízo, de uma operação.

No desenvolvimento de modelos estatísticos aplicados a finanças e a jogos de azar, frequentemente observamos cenários que podem ser reduzidos a resultados que variam entre: o sucesso ou o fracasso de um investimento, a vitória ou a derrota em uma aposta, entre outros. Para analisar rigorosamente estas situações, recorreremos ao axioma da Probabilidade Complementar.

Conforme a teoria clássica de conjuntos aplicada à probabilidade (Fonseca; Martins, 2011), se A é um evento pertencente a um espaço amostral Ω , o evento complementar de A , denotado por $\bar{A}$, é constituído por todos os elementos de Ω que não pertencem a A , ou seja, $\bar{A}$ representa a não ocorrência do evento A .

Uma vez que a soma das probabilidades de todos os eventos possíveis no espaço amostral é sempre igual a 1 (ou 100%), a união de um evento com o seu complementar consiste na

totalidade das possibilidades:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

a qual nos leva à Fórmula Fundamental da Probabilidade Complementar:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A). \quad (3)$$

Para aprofundar a modelagem de risco em cenários que envolvem múltiplas decisões simultâneas ou sucessivas, como por exemplo a diversificação de uma carteira de ativos ou a realização de múltiplas apostas esportivas, faz-se necessário o domínio do conceito de independência estocástica (aleatória), apresentado a seguir (ver Fonseca e Martins (2011)).

Dois eventos A e B são ditos *independentes* se a ocorrência (ou não ocorrência) de um deles não afeta a probabilidade de ocorrência do outro. Matematicamente, a probabilidade de A condicionada à ocorrência de B (notação: $P(A|B)$) é igual à probabilidade do próprio evento A , ou seja, $P(A|B) = P(A)$. Desta definição deriva o Teorema do Produto, frequentemente chamado de Regra da Multiplicação para eventos independentes.

Teorema 1 (do Produto). *A probabilidade de que dois eventos independentes ocorram simultaneamente, ou seja, a probabilidade do evento interseção $A \cap B$, é dada pelo produto das suas probabilidades individuais:*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B). \quad (4)$$

Esta propriedade pode ser generalizada para n eventos independentes $A_1, A_2, \dots, A_n$:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n). \quad (5)$$

O conceito mais crucial para a diferenciação estrutural entre investimentos e jogos de azar é a Esperança Matemática ou Valor Esperado, denotado por $E[X]$. Segundo Fonseca e Martins (2011), a esperança de uma variável aleatória discreta X é a soma dos produtos de cada valor possível de X pelas suas respectivas probabilidades.

Definição 1 (Esperança Matemática). *Seja X uma variável que pode assumir os valores inteiros de ganhos (positivos) ou perdas (negativos) $x_1, x_2, \dots, x_n$ com probabilidades $p_1, p_2, \dots, p_n$, respectivamente. Então*

$$E[X] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i. \quad (6)$$

A Esperança Matemática não indica o resultado exato de uma única operação, mas sim o valor médio que se espera obter caso o experimento seja repetido um grande número de vezes ⁴. Se $E[X] > 0$, o modelo favorece o participante a longo prazo; se $E[X] < 0$, o modelo garante a perda a longo prazo.

⁴ Um princípio que será melhor abordado no Capítulo 4 pela Lei dos Grandes Números.

Na avaliação de um ativo financeiro, a Esperança Matemática $E[X]$ nos fornece o retorno esperado de um investimento a longo prazo. No entanto, analisar um ativo focando exclusivamente no seu retorno médio é um erro analítico severo, pois essa métrica omite a incerteza associada à obtenção desse mesmo retorno. É neste ponto que a Estatística fornece a métrica definitiva para o conceito de "risco" no mercado de capitais: as medidas de dispersão.

Enquanto a Esperança Matemática $E[X]$ fornece a tendência central do retorno, ela não fornece informações sobre a volatilidade ou a incerteza em cima desse retorno. Na teoria financeira, o "risco" de um ativo é matematicamente modelado pelas medidas de dispersão estatística em relação à média.

A Variância ($\text{Var}(X)$ ou σ^2) mede o grau de distanciamento dos resultados possíveis em relação ao valor esperado, sendo calculada como a esperança do quadrado dos desvios:

$$\text{Var}(X) = E[(X - E[X])^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - E[X])^2 \cdot p_i. \quad (7)$$

Contudo, como a variância é expressa no quadrado da unidade original (por exemplo, reais ao quadrado), utiliza-se o Desvio Padrão (σ), que é a raiz quadrada positiva da variância, para expressar o risco na mesma unidade da variável em estudo.

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}. \quad (8)$$

3 INVESTIMENTOS REAIS E INVESTIMENTOS ILUSÓRIOS

Baseado no conceito atribuído por Neto (2014) sobre Investimentos, o qual consiste na “ampliação de capital em alternativas que promovem o aumento efetivo da capacidade produtiva de um país, determinando maior capacidade futura de gerar riqueza (rendas)”, entenderemos este termo como um meio de agregar valor financeiro mediante um capital prévio.

Como proposta de crítica socioeconômica, neste trabalho classificaremos os investimentos em dois tipos, os quais denominaremos por:

- Investimentos Reais
- Investimentos Ilusórios.

Os investimentos reais abordam os tipos de investimentos que se caracterizam como pertencentes ao mercado financeiro, através da visão de Neto (2014).

Já os investimentos ilusórios, de uma maneira simplificada, dizem respeito aos tipos de investimento que abrangem uma exploração de capital que prometem alto retorno financeiro com um baixo risco, e ainda muitas vezes a um baixo custo. Trataremos neste trabalho de dois exemplos: as "bets" e os chamados "esquema de pirâmides", que costumam atingir, em sua grande maioria, cidadãos pertencentes às classes sociais mais vulneráveis.

3.1 Investimentos Reais

Nesta subseção, abordaremos três tipos de investimentos que devem ser conhecidos pelo investidor iniciante:

1. Renda Fixa;
2. Renda Variável;
3. Investimentos Alternativos.

3.1.1 Renda Fixa

Os investimentos classificados como de “Renda Fixa” são aqueles em que a sua forma de rendimento é conhecida (Neto, 2014), ou seja, investimentos que transparecem sua forma de serem calculados e que possuem uma previsibilidade acurada de remuneração. Sendo assim, esta classe de ativos é considerada como de baixo risco, abordando títulos de cunho público, como o Tesouro Direto (TD), e cunho privado, como Certificado de Depósito Bancário (CDB), Letra de Crédito Imobiliário (LCI) e Letra de Crédito do Agronegócio (LCA). Tais títulos se caracterizam da seguinte maneira:

1. **Tesouro Direto (TD):** O Tesouro Direto é um programa oferecido pelo Governo Federal que permite aos investidores adquirir títulos públicos, em outras palavras, ao realizar a

compra de um ativo deste tipo, o investidor está emprestando dinheiro ao Estado para que este segundo possa financiar áreas de cunho público, como saúde e educação. Em retorno, o investidor recebe o valor emprestado acrescido de juro que pode ser ajustado de três maneiras: a) de acordo com a Selic¹, sendo este nomeado de Tesouro Selic; b) de maneira pré-fixada, ou seja, seu rendimento é previsível desde a sua contratação, sendo este nomeado de Tesouro Prefixado, e c) de maneira pós-fixada, onde o investimento sofre reajustes de acordo com a inflação e, ao final do vencimento do ativo, recebe um acréscimo a mais, como por exemplo o Tesouro IPCA+ 7,13%, sendo estes nomeados de Tesouro IPCA+.

2. **Tesouro Reserva (TR):** O Tesouro Reserva supera a poupança tradicional ao oferecer uma rentabilidade significativamente maior aliada à máxima segurança institucional do país. Enquanto a poupança rende apenas 0,5% ao mês mais a Taxa Referencial (TR) quando a taxa básica de juros está elevada, o Tesouro Reserva acompanha integralmente a Taxa Selic, permitindo que o dinheiro do investidor cresça de forma mais acelerada. Essa vantagem competitiva é potencializada pela liquidez diária, que garante o resgate rápido dos fundos em dias úteis, e pelo modelo de tributação regressiva, que beneficia quem mantém os recursos aplicados por mais tempo, tornando-o a escolha ideal para a construção de uma reserva de emergência eficiente.
3. **Certificado de Depósito Bancário (CDB):** São títulos emitidos por instituições financeiras tais como os bancos Banco do Brasil, Santander, Itaú, BTG Pactual, C6 Bank, Nubank, entre outros, e que também são intermediados por corretoras de valores² como por exemplo a XP Investimentos e a Rico. Possuem o objetivo de captar capital para realizar empréstimos, ou seja, investir em um CDB é, em outras palavras, emprestar dinheiro para alguma dessas instituições poderem emprestar dinheiro a um terceiro. Sobre este tipo de investimento, incide imposto de renda. Podem ser oferecidos com taxas prefixadas, pós-fixadas ou híbridas.
4. **Letra de Crédito Imobiliário (LCI) e Letra de Crédito do Agronegócio (LCA):** Similar ao CDB, os LCIs e LCAs são investimentos de renda fixa onde o investidor também empresta seu dinheiro para uma instituição financeira, porém, nesta categoria, o capital emprestado será, necessariamente, direcionado ao setor imobiliário, no caso de LCIs, ou ao setor Agrícola, no caso de LCAs. Até o presente momento, estes tipos de investimentos são isentos de imposto de renda, porém houve tentativas recentes de taxação sobre os mesmos. Estes tipos de ativos podem ser adquiridos através das instituições financeiras mencionadas anteriormente.

¹ A taxa Selic, até o presente momento da escrita desta pesquisa, está em 15% ao ano.

² Cabe destacar que o fator mais impactante na escolha entre qual banco utilizar ou qual corretora de investimentos utilizar, é a Taxa de Administração de cada um. Esta taxa condiz com um valor cobrado em cima do serviço prestado pela instituição financeira e varia de instituição para instituição. Note que algumas oferecem taxa zero.

Nesta categoria, os investimentos são divididos como prefixado, pós-fixado e híbridos. No que se refere ao prefixado, o investidor possui conhecimento da taxa de juros no momento da compra do ativo, ou seja, desde o início da transação ele possui informação necessária para prever exatamente quanto receberá ao final de sua aplicação.

Já nos investimentos pós-fixados, as aplicações estão diretamente relacionadas à alguma taxa que siga um indicador econômico, como a taxa do Sistema Especial de Liquidação e Custódia, conhecida popularmente por Selic ou o Certificado de Depósito Interbancário (CDI). E, devido a este laço, são investimentos em que não há previsibilidade de qual será exatamente o valor final no vencimento do ativo, porém a sua regra de cálculo é apresentada desde o início.

Na categoria de investimentos híbridos, como o próprio nome sugere, são investimentos que mesclam, por exemplo, seu rendimento com juros prefixados e pós-fixados. Podem ser apresentados também como uma proposta de valor inicial fixo acrescido de um índice variável.

3.1.2 Renda Variável

Diferente dos investimentos de renda fixa, os classificados como de “Renda Variável” são aqueles em que não se é possível prever e nem garantir os ganhos e perdas de seus ativos. Conforme relatado por Neto (2014), os valores de um investimento de renda variável são diretamente afetados por efeitos de diversos cunhos, como por exemplo: a empresa referente ao ativo, condições do mercado financeiro e dinâmica de oferta e demanda. Nesta classe, os investidores adquirem “partes de empresas”, se tornando sócios acionistas da mesma, podendo adquirir benefícios como: participação de lucros, poder de voto em assembleias, direito de fiscalização da empresa e preferência em subscrições.

A seguir, abordaremos alguns tipos de investimentos de renda variável:

1. Ações

Conforme mencionado anteriormente, de acordo com Neto (2014, p. 366), as ações são “títulos representativos de menor fração do capital social de uma empresa”, ou seja, são parcelas de uma empresa, de maneira em que, ao serem adquiridas estas frações, o investidor se torna sócio acionista da mesma. Para adquirir este tipo de ativo, o investidor deve utilizar uma plataforma de transação de ativos através de uma corretora financeira, como por exemplo os mesmos bancos e corretoras financeiras mencionadas anteriormente em CDB. Ao adquirir ações ordinárias, os acionistas recebem o direito de voto durante assembleias das empresas. Já ao adquirir ações preferenciais, não há este direito de voto, porém os investidores recebem prioridade no recebimento de dividendos e no reembolso de capital caso a empresa seja encerrada.

Uma ação é nomeada com o seu *Ticker* que possui quatro letras maiúsculas as quais, geralmente, fazem alusão à uma abreviação do nome da empresa que representam, seguidas do número 3 ou 4 ³, como por exemplo a PETR4, representando as ações da empresa Pe-

³ Há também ações com a numeração 5, 6, 7 e 8, porém são casos mais raros atualmente.

trobras. Um outro exemplo é a VIVT3 que representa a abreviação da empresa Vivo (VIV) e que, antigamente, se chamava Telefônica (T). E, ainda, podem representar uma abreviação de fusão de empresas, como por exemplo o caso da RADL3, representando a fusão da empresa Raia (RA) com a Drogasil (DL). Quanto à numeração 3 ou 4, o fator diferencial é que com ativos final 3, o investidor adquire direito de voto em eventuais assembleias, já em final 4, não. Em contra-mão, os ativos de final 4 oferecem preferência no recebimento de dividendos.

O valor de um ativo pode sofrer alteração por diversas influências, podendo estas serem internas, como alterações no quadro de funcionários da empresa, ou externas, como alterações climáticas e alterações no cenário político nacional e/ou internacional. A seguir, no Gráfico 1, temos o exemplo de um gráfico que expressa o valor da ação BBAS3 (Banco do Brasil SA) ao longo dos últimos vinte e um anos.

Gráfico 1 – Últimos 21 anos de valorização da ação BBAS3 (Banco do Brasil SA)



Fonte: Google (2025).

Observando o Gráfico 1 percebemos que de início (1994), a ação custava por volta de R\$ 2,90, e, hoje em dia, está na faixa dos R\$ 22,00. Note que há poucos meses, a ação custava em torno de R\$ 28,00; porém, devido ao aumento das inadimplências no agronegócio e ao aumento de provisões (Rizério, 2025), a ação desvalorizou cerca de 21,68%.

Em seguida, no Gráfico 2, abordaremos a valorização da ação MGLU3 (empresa Magazine Luiza) durante os últimos 14 anos.

Com a expansão do *e-commerce*, principalmente durante o período da pandemia de Covid, a ação teve grande destaque aos olhos do mercado financeiro, atingindo o ápice de R\$ 255,70 em novembro de 2020; porém, alguns anos depois, sofreu um impactante reajuste devido à inflação, à competição de mercado e à desaceleração de crescimento da empresa (Sanches, 2021), o que a trouxe de volta a um patamar de atuais R\$ 9,82, uma desvalorização de aproximadamente 96,16%. Chama-se a atenção para o leitor com relação ao risco de não

Gráfico 2 – Últimos 14 anos de valorização da ação MGLU3 (Magazine Luiza)



Fonte: Google (2025).

diversificar os seus investimentos. Vide o exemplo mencionado, um investidor descuidado poderia ter sofrido grandes prejuízos caso todo ou grande parte do seu investimento fosse somente em MGLU3 neste período.

2. Fundos de Investimentos

Fundamentado por Neto (2014, p. 615), fundos de investimento são um “conjunto de recursos monetários, formado por depósitos de grande número de investidores (cotistas), que se destinam à aplicação coletiva em carteira de títulos e valores mobiliários”, isto é, investir em um fundo de investimento, em outras palavras, é transferir seu dinheiro para que um terceiro o reinvesta em uma carteira de investimentos que pode ser de ramos diversos ou específicos. Chama-se a atenção para um estudo aprofundado com este tipo de investimento, pois além de o investidor destinar seu dinheiro à outra pessoa (ou grupo de pessoas), este dinheiro será reinvestido de acordo com a intenção desta pessoa; desta forma, faz-se necessário conhecer e entender a proposta do fundo de investimento para adquirir confiança no mesmo.

3. Fundos de Investimentos Imobiliários

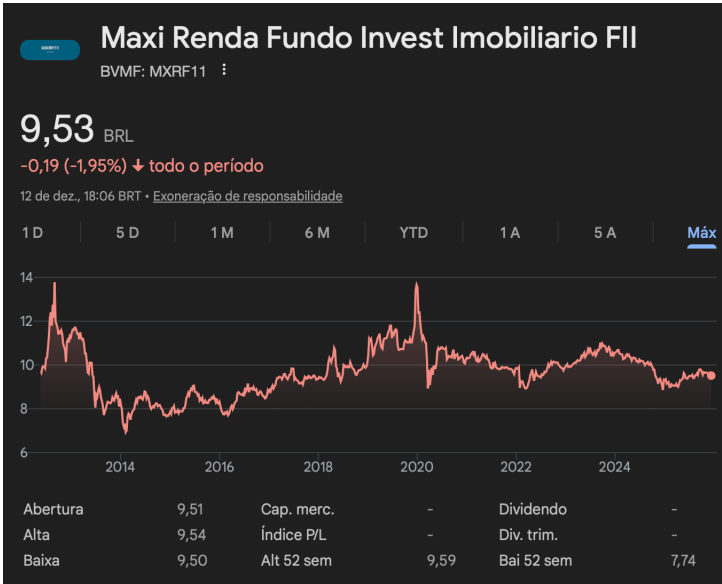
Semelhantes aos fundos de investimentos citado anteriormente, os Fundos Imobiliários (FIIs) consistem em um investimento coletivo, onde o capital recolhido é investido em ativos exclusivamente do ramo imobiliário. Geralmente, as valorizações destes ativos decorrem de receitas de locação e venda de imóveis, como salas comerciais, escritórios e shopping centers. Neto (2014) aponta alguns fatores de risco dos FIIs, como: riscos do mercado financeiro que podem afetar imóveis dependendo de suas localizações; taxa de ocupação imobiliária que reage diretamente de acordo com a vacância dos imóveis, e de liquidez reduzida devido ao fato de ser um fundo de investimento pouco popular entre os investidores brasileiros.

Semelhante às ações, os FIs também utilizam um padrão de *Ticker* com quatro letras que, normalmente, fazem alusão ao nome da empresa a que se referem, porém utilizam a numeração 11⁴. Os FIs são classificados em seis subcategorias (Santander, 2025a):

- FIs de tijolo: fundos que investem diretamente em imóveis físicos, como por exemplo shoppings, prédios comerciais, galpões logísticos, hospitais, universidades, entre outros.
- FIs de papel: fundos que investem em títulos de dívidas que tangem o setor imobiliário.
- Fundos de Fundos: fundos que investem em cotas de outros FIs.
- FIs Híbridos: fundos que mesclam seus investimentos.
- Fiagros: fundos que investem diretamente no setor agropecuário, fornecendo crédito para empresas do ramo, cooperativas agrícolas, exportadores de carnes, entre outros.
- Fundos de Desenvolvimento: fundos que investem em construções e desenvolvimentos de novos projetos imobiliários.

Como exemplo de FI citamos o ativo MXRF11, que se refere à empresa Maxi Renda Fundo Invest Imobiliario, um fundo classificado como "de Papel", cujo gráfico de valorização ao longo dos últimos 13 anos é exibido no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Últimos 13 anos de valorização do FI MXRF11 (Maxi Renda Fundo Invest Imobiliario FI)



Fonte: Google (2025).

Um outro exemplo, é o FI KNRI11 (Kinea Renda Imobiliária FDO INV IMOB - FI), um fundo de classificado como "de Tijolo", o qual podemos acompanhar seu gráfico de valorização dos últimos 15 anos no Gráfico 4.

⁴ A numeração 11 apenas indica que o ativo é ou um FI ou um ETF.

Gráfico 4 – Últimos 15 anos de valorização do FII KNRI11 (Kinea Renda Imobiliária FDO INV IMOB - FII)



Fonte: Google (2025).

4. Exchange Traded Funds (ETFs)

Os Exchange Traded Funds, comumente chamados de ETFs, ou em tradução, Fundos de Índice, têm como objetivo replicar um índice do mercado, o que o faz ser um tipo de investimento que não requer complexidade para ser administrado, gerando assim baixas taxas de administração e eficiência fiscal (Souza; Penedo; Pereira, 2018). Este tipo de investimento se destaca por ser negociado na bolsa de valores e por sua diversificação e tem se popularizado cada vez mais (Blackrock, 2025).

Outras características apontadas por Souza, Penedo e Pereira (2018) são o fato de um único ETF referenciar diversos ativos, isto é, através de um único ETF o investidor pode estar exposto a vários outros ativos, como por exemplo um dos mais conhecidos, o BOVA11, um ETF que é composto por ações do Índice Bovespa (IBOV). Este índice reflete diretamente o desempenho das ações negociadas na bolsa de valores brasileira (Morais, 2024). Seu desempenho ao longo dos últimos 13 anos pode ser observado no Gráfico 5.

Outro exemplo é o ETF AUVF11 que, até o momento, é composto por diversas ações de ramos distintos (ITUB4, WEG3, B3SA3, BBDC4, ABEV3, entre outros, totalizando mais de 30 ativos diferentes). Seu gráfico de valorização dos últimos 6 meses pode ser observado no Gráfico 6.

Um terceiro exemplo de ETF que também tem se tornado bastante conhecido é o BITH11 que segue a valorização da criptomoeda Bitcoin, sendo esta uma maneira do investidor se expor a este tipo de investimento indiretamente, ou seja, o investidor acaba "investindo" em Bitcoin indiretamente, sem possuir frações da criptomoeda. Sua valorização dos últimos 10 anos pode ser observada no Gráfico 7.

5. Brazilian Depositary Receipts (BDRs)

Gráfico 5 – Últimos 13 anos de valorização do ETF BOVA11 (Ishares Ibovespa Fundo de Índice)



Fonte: Google (2025).

Gráfico 6 – Últimos 6 meses de valorização do ETF AUVP11 (BTG Pactual Teva AUVP Acoes Fundamentos FDI)



Fonte: Google (2025).

As BDRs (em tradução, certificados de depósito de valores mobiliários) permitem ao investidor brasileiro a opção de investir em ações de empresas estrangeiras (Neto, 2014), fazendo assim com que sua carteira de investimentos seja exposta ao mercado exterior.

Semelhante às ações, os *Tickers* de BDRs seguem o padrão de quatro letras que se referem ao nome da empresa que representam, porém com uma numeração final que pode variar entre final 34 (o mais comum), representando empresas que não estão no Brasil mas que alguma instituição financeira comprou suas ações no exterior e as negocia no Brasil, como a Apple (AAPL34) e a Netflix (NFLX34); e final 39, que representa um ETF que veio do exterior e está sendo negociado na bolsa de valores brasileira, como por exemplo a BDR BIVW39

Gráfico 7 – Últimos 10 anos de valorização do ETF BITH11 (Bitcoin VERDE)

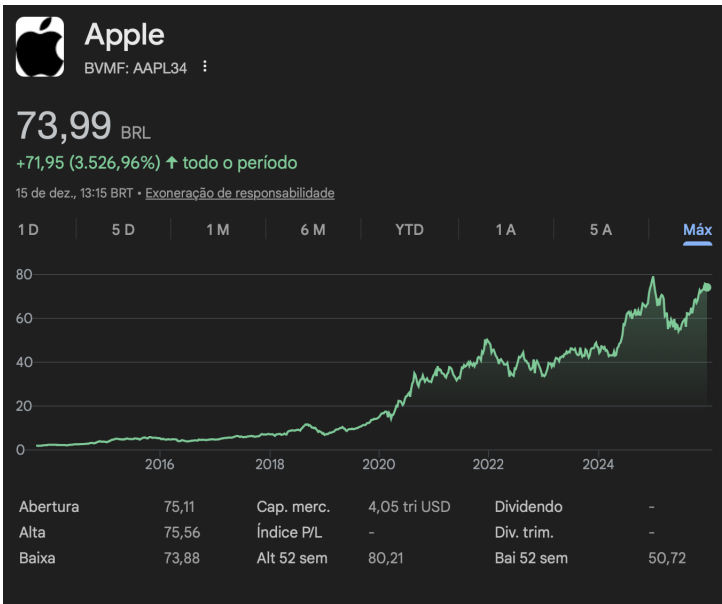


Fonte: Investidor10 (2025).

que representa o ETF americano IVV (iShares S&P 500 FIC de Fundo de Índice IE), que também pode ser adquirido através do ETF brasileiro IVVB11, e, por fim, finais 32 e 33, que se refere a empresas estrangeiras que, de fato, vieram para o Brasil e seguem a burocracia brasileira da bolsa de valores, como por exemplo o ETF AURA33 que representa a Aura Minerals.

Como exemplo, temos a BDR AAPL34, uma empresa mundialmente conhecida pelos seus adereços tecnológicos, que, no Gráfico 8, exibe sua valorização nos últimos 12 anos. Especialistas apontam que a desvalorização do ativo no início de 2025, se deve ao "tarifaço global" de 10% proposto pelo atual presidente Donald Trump (Andrade, 2025). Ainda assim, meses depois e, atualmente, com a revogação do tarifaço proposto, a ação conseguiu se recuperar.

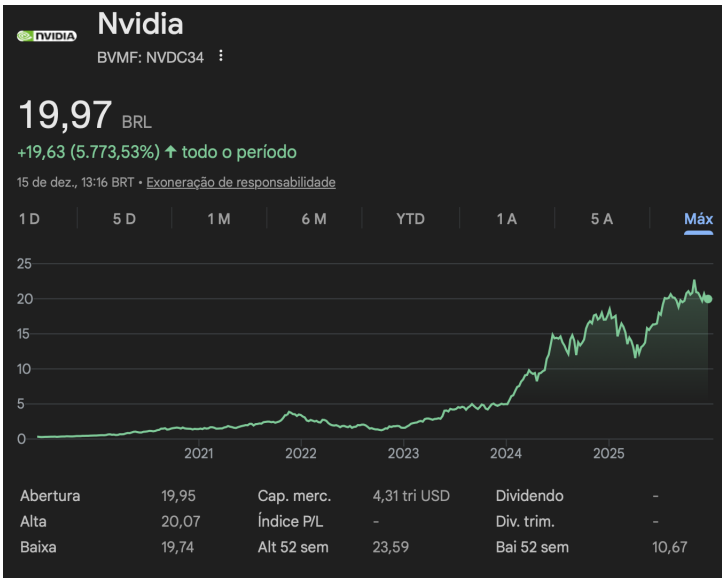
Gráfico 8 – Últimos 12 anos de valorização da BDR AAPL34 (Apple)



Fonte: Google (2025).

Um outro exemplo de BDR é a NVDC34 (Nvidia), também uma empresa do ramo de tecnologia com foco em periféricos de vídeo. Recentemente, a empresa teve uma grande ascensão devido ao foco na área de investimentos no mercado de chips para Inteligência Artificial. Especialistas apontam para uma possível "bolha de IA" que pode acabar prejudicando os investidores do ativo (Conteúdo, 2025). Sua valorização dos últimos 6 anos pode ser observada no Gráfico 9.

Gráfico 9 – Últimos 6 anos de valorização da BDR NVDC34 (Nvidia)



Fonte: Google (2025).

3.1.3 Investimentos Alternativos

Além dos investimentos de renda fixa e renda variável, existem também os chamados *investimentos alternativos*, que são aplicações financeiras que não se enquadram nas categorias tradicionais. De uma maneira geral, tais investimentos têm características diferentes dos ativos financeiros convencionais, pois podem oferecer diversificação da carteira e proteção contra determinados riscos econômicos, como a inflação. No entanto, também costumam apresentar menor liquidez, maior dificuldade de avaliação de preço e, em alguns casos, custos de armazenamento ou conservação, exigindo maior conhecimento por parte do investidor. A seguir discutimos alguns deles.

Ouro

O contexto histórico que segue referente ao ouro, é fundamentado por Santos (2014). Devido à necessidade de permutar produtos, objetos ou serviços, o ser humano desenvolveu a técnica de escambo, sendo este o primeiro sinal de economia na história da humanidade. Alguns produtos como a carne, o sal, o açúcar e o pano de algodão, começaram a assumir uma categoria de "moeda-mercadoria" por não serem de fácil acesso em todas as regiões.

Posteriormente, o interesse por metais preciosos começou a emergir, e, assim, em meados do século VII a.C., na Grécia, surgiram as primeiras moedas de cobre, se tornando a primeira referência sobre dinheiro. E assim seguiu-se o trajeto de metais preciosos como moeda de troca e, quanto mais precioso o metal, maior o seu valor, até chegar ao ouro. Ainda assim, no Brasil, o produto de maior interesse para os colonizadores era o pau-brasil, que ofertavam objetos que prendiam a atenção dos indígenas, como espelhos e talheres. Ao longo dos anos, o ouro foi deixando de ser utilizado como moeda de troca, sendo substituído como interesse de câmbio pelo dólar, a ponto de ser enquadrado como uma *commodity*, passando a ser de maior interesse para empresas do ramo de joalherias e indústrias eletroeletrônicas, além de se tornar um outro tipo de investimento (Wanderley, 2015)⁵.

Além do acúmulo físico de ouro, atualmente existe a possibilidade também de se investir neste ativo via ETF, como por exemplo através do GOLD11, ETF lançado pela XP Asset em 2020 e que busca replicar o índice de desempenho internacional do ouro.

A seguir, no Gráfico 10, podemos observar a valorização em reais por 31,1 gramas de Ouro nos últimos 10 anos e, no Gráfico 11, podemos analisar sua valorização ao longo dos anos em dólares desde 1833, de quilates por onças troy (oz t).



Fonte: Investidor10 (2025).

Nota-se, principalmente através do Gráfico 10, a recente expressiva valorização deste ativo. De acordo com a equipe Santander (2025b), os motivos elencados para embasar essa crescente são: a) tensões comerciais entre Estados Unidos da América (EUA) e China; b) expectativas de cortes nas taxas de juros dos EUA; c) *shutdowns*⁶ nos EUA; d) busca por proteção de um cenário incerto; e) compras recordes do ativo ouro por Bancos Centrais, e f) popularização de ETFs de ouro.

⁵ Para um melhor aprofundamento histórico referente à história do ouro, recomenda-se uma leitura sobre o artigo publicado pelo Dr. Luiz Jardim Wanderley.

⁶ Paralisação parcial do governo.

Gráfico 11 – Valorização do Ouro desde 1833 (em dólares)

Fonte: Prime XBT (2025).

Dólar

Em julho de 1944, durante a Conferência Monetária e Financeira das Nações Unidas na cidade de Bretton Woods (EUA), representantes de 44 países decidiram vincular o dólar ao ouro a uma taxa fixa, tornando esta moeda a única na época que poderia ser diretamente convertida em ouro. Ou seja, aos que não possuíam dólar, surgiu a necessidade de adquirí-lo para que pudessem comprar ouro (Federalreserve, 2013). Isso fez com que a procura pela moeda norte-americana crescesse abruptamente.

Anos depois, em agosto de 1971, ocorreu a rescisão do Acordo de Bretton Woods, impondo a desvinculação do dólar ao ouro, acarretando em uma redução no interesse pela moeda. Todavia, como a busca pelo dólar havia se intensificado fortemente ao redor do mundo, mesmo com tal rescisão, a moeda norte-americana havia dominado o mercado global e a desvalorização foi menor do que se esperava. (Eichengreen, 2011).

Atualmente, além do acúmulo de dólar em espécie, os investidores podem adquirir o ativo através de corretoras, da *stablecoin* USDC⁷, ou investir indiretamente através de um ETF, como por exemplo, o DOLA11, que busca replicar o índice futuro do dólar.

Itens colecionáveis

A valoração de um ativo está atrelada diretamente à busca que se tem pelo mesmo e por sua exclusividade. Itens colecionáveis, além de serem considerados como um tipo de investimento alternativo, são também reconhecidos por instituições financeiras como Investimentos

⁷ Uma vertente das criptomoedas atrelada ao dólar

de Paixão (Tenani, 2025). Dentre os mais conhecidos itens colecionáveis, alguns exemplos são: obras de arte, moedas antigas, carros, bolsas, vinhos, objetos historicamente relevantes, cartas de baralho de jogos, itens colecionáveis de jogos *online* e, uma categoria mais recente, os *Non-Fungible Tokens* (NFTs).

Visando o objetivo desta pesquisa, exploraremos apenas a última categoria mencionada por possuírem conexão direta com o próximo tópico (Criptomoedas). Os NFTs se diferenciam pela sua exclusividade. Um exemplo referenciado por Alves *et al.* (2022) é a obra de arte *La Gioconda*, de criação do pintor Leonardo da Vinci, que, ao ser fotografada, permite a qualquer pessoa obter uma cópia digital deste quadro, porém aquele nunca será, de fato, o item original. Semelhante a este exemplo, os NFTs possuem um *token* único, ou seja, um código único, o que faz com que, mesmo que tentem replicar um arquivo digital, a cópia nunca possuirá o mesmo código do arquivo original, garantindo sua imparidade.

Criptomoedas

Com o propósito de se tornar uma moeda digital descentralizada, em 2009, surgiu a primeira criptomoeda: o Bitcoin. Seu intuito é representar uma moeda de troca que não seja emitida por governo algum, de maneira em que qualquer transação financeira possa acontecer de forma extremamente rápida e a qualquer distância no mundo, sem intermediação de uma instituição financeira (Ulrich, 2014). E, ainda pelas palavras de Ulrich (2014), alguns de seus benefícios que mais se destacam são: a diminuição no custo de transações, o potencial de auxiliar na diminuição de pobreza e opressão mundial, e o estímulo à inovação financeira.

A valorização do Bitcoin deu grandes saltos ao longo dos últimos anos (Nunes, 2024), de maneira que, durante o seu surgimento, em comparação direta ao dólar americano, uma unidade de Bitcoin valia menos de um centavo de dólar, ultrapassando o patamar de 1 dólar em 2011, de 10,00 dólares em 2012, de 1.000,00 dólares em 2013 de 10.000,00 dólares em 2017 e de 100.000,00 dólares em 2025, atingindo sua máxima histórica atual de 126.000,00 dólares até o momento da escrita deste trabalho. Vale notar que em intervalos como de 2019 até 2021 e de 2023 até 2025, a curva formada pelo crescimento do seu valor se assemelha à de uma função exponencial.

Cabe destacar que, apesar dos patamares de valores máximos atingidos ao longo dos anos, por ser uma moeda extremamente volátil, o Bitcoin também teve severas recaídas, como por exemplo quando em 2013 foi de R\$1.120,00 para R\$300,00 em 2014, ou de R\$20.000,00 em 2017 para R\$3.742,00 em 2018, o que demonstra um grande sinal de cautela para o investidor.

Até o momento da escrita deste trabalho, o mesmo sofreu uma queda e está no patamar de \$77000,00. Repare que, ao analisarmos o gráfico desta moeda virtual, é possível notar que, apesar de seus crescimentos exponenciais, há também quedas bruscas, momentâneas ou não, podendo assim ser correlacionada com o gráfico de uma função não-monótona.

Diferentemente de moedas tradicionais, o que torna o Bitcoin ainda mais valioso é o fato de ser limitado, ou seja, chegará o momento em que o último Bitcoin será "minerado"⁸, o que o impede de sofrer com uma possível inflação. A mineração de Bitcoins chegará ao fim por volta de 2140, pois, a cada 4 anos, acontece o processo de *halving*, o que faz com que a produção desta criptomoeda seja dividida pela metade a cada quatro anos, tendo sua primeira vez ocorrido em 2012 (Investimentos, 2025). Espera-se que, ao atingir o seu limite de produção, esta moeda de troca acabe assumindo seu valor absoluto e que seja utilizada universalmente para a compra de produtos e serviços, porém, assim como é observado ao longo de sua valorização, seu futuro é incerto (Ulrich, 2014).

A seguir, no Gráfico 12 pode se observar a valorização do Bitcoin nos últimos 10 anos.



Fonte: Google (2026).

Com o passar dos anos, outras criptomoedas foram criadas com diversos propósitos e de diversas áreas. Outras duas relevantes devido ao crescimento que tiveram são a Solana (SOL), com objetivo de sustentar a sua própria rede de aplicativos descentralizados, e a Ethereum (ETH), com foco em contratos inteligentes e aplicações descentralizadas. Além disso, uma outra categoria que se destaca também entre as criptomoedas são as "Memecoins", que não possuem propósito além de ser por puro apelo ao público, como por exemplo a Dogecoin (DOGE) que faz alusão direta a um *meme* de internet.

Atualmente, as criptomoedas podem ser adquiridas através de diversos aplicativos de instituições financeiras como os de bancos tradicionais, de bancos digitais e de corretoras financeiras, sendo a mais conhecida mundialmente a Binance.

3.1.4 Investimentos Ilusórios

A título deste trabalho, denotaremos como *Investimentos Ilusórios* os jogos de azar que envolvem apostas de dinheiro, sendo estes legalizados ou não, como por exemplo: cassinos online (Blackjack, Poker, Fortune Tiger), plataformas de *bets* e o jogo de aposta popularmente

⁸ Termo utilizado para se referir à obtenção de Bitcoin.

conhecido como "Jogo do Bicho". Além disso, exploraremos também os Esquemas de Pirâmide e a matemática por trás deles. Para a presente obra, no que tange os jogos de azar, nos aprofundaremos na análise dos dois primeiros com foco no *Fortune Tiger* e em *bets* esportivas.

De acordo com uma reportagem da Reuters (2026), o número de apostadores no Brasil tem aumentado cada vez mais, em que 40% destes apostadores estão endividados. Em sua grande maioria, homens de até 44 anos pertencentes às classes de baixa renda e classe média baixa. Em contrapartida, o governo brasileiro sancionou a Lei nº 14.790 de 2023 BRASIL (2023), também conhecida como "A Lei das Bets", que regulamentou apostas esportivas e jogos de cassino online visando a fiscalização de algo que operava sem controle. Além disso, em 2025, o senado aprovou aumentos gradativos na tributação das *bets* (Reuters, 2026). Até o momento da escrita desta obra, algumas medidas foram adotadas pelo governo visando uma desaceleração no aumento do número de apostadores, como:

- A criação da Secretaria de Prêmios e Apostas (SPA) para fiscalizar o setor e requerer a obrigatoriedade de licenças para as plataformas operarem no Brasil;
- A criação da Plataforma de Autoexclusão onde os brasileiros podem adicionar seu CPF e, assim, serem bloqueados de acessar plataformas de apostas;
- Restrições financeiras envolvendo a proibição do uso de cartão de crédito, de criptoativos e de capital adquirido através de programas sociais (como o Bolsa Família) nestas plataformas de apostas;
- Criação de portarias que restringem a divulgação destas plataformas através de propagandas que prometam "ganhos fáceis" e "renda extra" através das apostas, exigindo também a adição de alertas para vícios';
- A exigência de ferramentas que bloqueiem as apostas compulsivas de usuários nas plataformas de apostas, e;
- A adição de ações de saúde que proponham tratamento a viciados em apostas pelo Sistema Único de Saúde (SUS)⁹.

Além disso, é importante destacar que o governo brasileiro também tem adotado medidas que promovam o aumento no número de brasileiros que investem seu dinheiro. De acordo com a B3 (B3, 2024), apenas 37% dos brasileiros investem seu dinheiro, e dentre essa parcela de investidores, a grande maioria opta pela Caderneta de Poupança, por ser um investimento de renda fixa seguro e de liquidez alta; porém convém ressaltar que a poupança possui uma taxa de retorno baixo, inclusive menor até mesmo do que a inflação na maioria dos anos¹⁰.

⁹ De acordo com dados do Tribunal de Contas da União (TCU), o número de viciados em apostas que utilizam deste serviço aumentou drasticamente (206%) de 2022 para 2025 (Bandeira, 2025).

¹⁰ O mesmo ocorre com o dinheiro destinado ao Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS).

Para comparação, observe que, baseado em dados da TIC Domicílios¹¹ (Notícias, 2025), cerca de 19% da população brasileira realizou apostas em *bets*. Dentre as medidas adotadas pelo governo, temos:

- A Semana Nacional de Educação Financeira (Semana ENEF), um evento anual com o intuito de promover educação financeira;
- O Programa Aprender Valor, promovido gratuitamente pelo Banco Central, que visa levar educação financeira a escolas da rede pública de ensino fundamental, e
- A adição de Educação Financeira como tópico obrigatório na BNCC.

Com relação aos investimentos ilusórios, a divulgação de plataformas de *bets* também teve um aumento de destaque nos últimos anos. De acordo com dados divulgados pelo Datatub¹², o ramo de propagandas de plataformas de apostas online teve um aumento de aproximadamente 735% de 2021 até 2024 (Contado, 2024).

Esquemas de Pirâmide

Além das apostas desportivas e cassinos on-line, um outro tipo de investimento ilusório que analisaremos é o *Esquema de Pirâmide*. Ao contrário das apostas, que possuem alta variância, as pirâmides financeiras iludem o indivíduo promovendo a falsa premissa de um investimento com retorno altíssimo, fixo e com "risco zero" (desvio padrão nulo). Em sua essência, um esquema de pirâmide é um modelo de negócios não sustentável que remunera os investidores mais antigos (topo da pirâmide) não com os lucros de uma atividade produtiva real, mas exclusivamente com os fundos aportados pelos novos investidores recrutados.

O golpe inicia-se com um ou mais fundadores no topo. Para participar, cada novo membro deve pagar uma taxa de adesão ou realizar um investimento inicial. A promessa de lucro está condicionada à obrigação de que este novo membro recrute um número mínimo de novas pessoas para o esquema. Enquanto a taxa de entrada de novos participantes for maior que a taxa de saques, o esquema mantém uma fachada de liquidez e sucesso, gerando uma ilusão que atrai ainda mais vítimas.

O que ocorre de fato por trás deste esquema pode ser enxergado como uma Progressão Geométrica (PG). Seja um esquema em que o criador (nível 1) recruta q pessoas (nível 2), e cada uma destas q pessoas é obrigada a recrutar mais q pessoas para recuperar o seu dinheiro e obter lucro¹³, e assim sucessivamente. O número de participantes necessários no n -ésimo nível da pirâmide é dado pelo termo geral da Progressão Geométrica:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}, \quad (9)$$

¹¹ Pesquisa realizada anualmente no Brasil com o intuito de mapear o acesso às tecnologias de informação e comunicação dos brasileiros.

¹² Empresa que levanta e disponibiliza dados para análises.

¹³ Note que este lucro vem de um aumento na taxa de adesão de níveis subsequentes.

onde

- a_n é o número de pessoas no nível n ;
- $a_1 = 1$ (o fundador no topo);
- q é a razão da progressão (o número de recrutamentos exigidos por pessoa).

O total de participantes na pirâmide até o nível n é a soma dos termos desta PG:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad (10)$$

Para ilustrar o quão rápido é um crescimento exponencial, suponha um esquema que exige que cada membro recrute apenas 6 novas pessoas ($q = 6$).

- Nível 1: 1 (Fundador)
- Nível 2: 6 pessoas
- Nível 3: 36 pessoas
- Nível 4: 216 pessoas
- $\vdots$
- Nível 11: $6^{10} \approx 60,4$ milhões de pessoas.
- Nível 13: $6^{12} \approx 2,17$ bilhões de pessoas.
- Nível 14: $6^{13} \approx 13$ bilhões de pessoas.

Note que, no 11º nível, o esquema já exigiria um número de participantes equivalente a quase um terço da população brasileira (atualmente em torno de 215 milhões de habitantes). No 14º nível, o esquema exige mais pessoas do que toda a população da Terra (em torno de 8 bilhões de pessoas). Assim, o limite populacional é atingido rapidamente.

Dessa forma, os esquemas de pirâmide não são vantajosos por serem sistemas de soma zero (ou negativa) desprovidos de geração de riqueza, pois o dinheiro arrecadado pela base é transferido para o nível superior, o que acaba gerando um lucro nulo para o último nível e maior para cada nível acima. Diferentemente do mercado de capitais, a pirâmide apenas transfere dinheiro da base para o topo. Como a razão q é sempre um número inteiro maior que 1 ($q \geq 2$), a base da pirâmide será sempre, matematicamente, maior do que a soma de todos os níveis anteriores juntos. Isso significa que não é uma questão de "azar" ou "risco de mercado": a esmagadora maioria dos participantes está estruturalmente alocada na base no momento em que são convidadas a participar da pirâmide. Quando o recrutamento desacelera e a PG não consegue manter o seu crescimento estritamente crescente, o fluxo de caixa seca imediatamente.

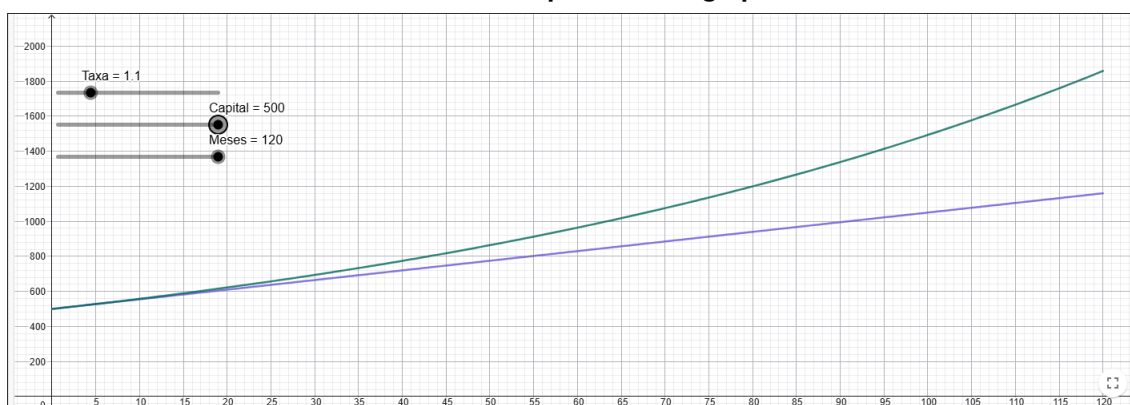
Portanto, assim como os jogos de azar, o esquema de pirâmide não é vantajoso. A falência da base não é uma probabilidade, é uma certeza aritmética. O "lucro" dos poucos que estão no topo é financiado exclusivamente pelo esforço sem retorno de quem sustenta a base, configurando não um investimento, mas uma expropriação matemática de capital.

No próximo capítulo nos aprofundaremos nos estudos da matemática por trás dos investimentos reais e dos investimentos ilusórios, com o objetivo de estabelecer suas diferenças e, assim, contribuir para o enfrentamento da ideia equivocada de “dinheiro fácil” amplamente difundida no Brasil.

4 MATEMÁTICA DOS INVESTIMENTOS VS A MATEMÁTICA DOS JOGOS DE DE AZAR

Em uma breve comparação inicial entre juros simples e juros compostos, podemos observar os impactos das taxas de investimentos a longo prazo no Gráfico 13 através da atividade desenvolvida pelo autor na plataforma Geogebra¹. Nota-se, em análise rápida, o salto que o impacto dos juros compostos, expresso pelo gráfico de curva (função exponencial) de cor verde, tem sobre o valor aportado inicialmente sobre o juros simples, expresso pelo gráfico de linha (função de primeiro grau) azul. Ambos os gráficos expressam uma variação sobre um aporte inicial de R\$500,00 e sobre uma taxa pré-definida de 1,1% ao mês, durante o período de 10 anos (120 meses).

Gráfico 13 – Comparação de R\$ 500,00 aportados inicialmente em juros simples vs juros compostos a longo prazo



Fonte: Própria (2025).

Essa discrepância pode ser melhor entendida ao observarmos como, matematicamente, o juro composto se sobressai em relação ao juro simples.

Para a análise a seguir, denotaremos o valor resultante dos juros de J , o capital inicial de C , o período do ajuste de juros de t , a taxa de juros de i (que varia entre 0 e 1) e o montante de VF . O juro simples constitui um reajuste fixo sobre o capital inicial durante determinado tempo; ou seja, uma parte (uma "fração") do capital inicial será acrescida a esse valor uma quantidade determinada de vezes. Como esta parcela determinada é sempre um valor fixo, pode-se obter a seguinte fórmula para determinar o valor de juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot t,$$

onde C é expresso em unidades monetárias (reais, dólares, euros etc.), t em unidades de tempo (dias, meses, anos, etc.) e i taxa por unidade de tempo, sendo a unidade de t compatível com a de i . Dessa maneira, J possui unidade monetária, pois

$$(\text{moeda}) \times \left(\frac{1}{\text{tempo}} \right) \times (\text{tempo}) = \text{moeda}$$

¹ A atividade pode ser melhor explorada através do sítio online: <https://www.geogebra.org/m/prtcd2mn>.

e representa quantas unidades monetárias deverão ser pagas a mais do que o valor emprestado.

4.1 Matemática dos Investimentos

Ao longo desta subseção, traremos uma visão do impacto do crescimento exponencial através de um comparativo da visão da matemática quando utilizada pelos olhos de um investidor com a matemática através da visão de um apostador com foco em jogos de cassino online e *bets*.

Segundo (Neto, 2014), o regime de juros compostos é o mais adequado para a análise de investimentos, pois incorpora a formação de juros sobre juros, fundamental em aplicações de longo prazo.

Definição 2. *Seja VP o valor presente (capital), i a taxa de juros por período e n o número de períodos. O Montante composto (VF) é dado pela recorrência $M_n = M_{n-1}(1 + i)$, onde M_n representa o capital acumulado ao longo do período n , resultando assim na função exponencial:*

$$VF = VP \cdot (1 + i)^n. \quad (11)$$

Exemplo 1 (Cálculo do Montante Composto). *Um investidor aplica R\$ 10.000,00 a uma taxa de 0,8% ao mês por 2 anos (24 meses). Dados:*

- $VP = 10.000,00$
- $i = 0,8\% = 0,008 \text{ a.m.}$
- $n = 24 \text{ meses}$

Aplicação da fórmula:

$$VF = 10.000 \cdot (1 + 0,008)^{24} = 10.000 \cdot (1,008)^{24} \approx 10.000 \cdot 1,2107 \approx 12.107,45$$

e assim o montante final é de aproximadamente R\$ 12.107,00, representando uma valorização de R\$2.107,45 (lucro) em cima do capital investido.

Para avaliar se um projeto de investimento é viável, traz-se todos os fluxos de caixa futuros para a data zero, descontando-os a uma Taxa Mínima de Atratividade (TMA). Assaf Neto define o Valor Presente Líquido (VPL) como a concentração de todos os valores esperados de um fluxo de caixa na data inicial. A seguir, analisaremos a fórmula proposta onde

$$VPL = \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + k)^t} - I_0 \quad (12)$$

- FC_t representa o fluxo de caixa em relação ao tempo t ;

- k representa a taxa de desconto (TMA);
- t representa o período de tempo de fluxo;
- I_0 representa o investimento inicial.

Denotaremos por I_0 o investimento inicial que, portanto, será subtraído do resultado obtido para que se obtenha somente o valor presente do ativo.

Exemplo 2 (Análise de Viabilidade pelo VPL). *Suponha um investimento inicial de R\$ 50.000,00 que gere retornos de R\$ 5.000,00 no primeiro ano e R\$ 4.500,00 no segundo ano, com uma TMA de 10% a.a.*

$$VPL = -50.000 + \frac{5.000}{(1 + 0,10)^1} + \frac{4.500}{(1 + 0,10)^2}$$

Calculando termo a termo:

$$\begin{aligned} VPL &= -50.000 + \frac{5.000}{1,10} + \frac{4.500}{1,21} \\ &= -50.000 + 4.454,45 + 3.719,00 \\ &= -41.826,55 \end{aligned}$$

Note que como $VPL < 0$, o investimento destrói valor econômico sob a taxa de 10% a.a, portanto, tal investimento não é classificado como atrativo para o investidor.

Taxa Interna de Retorno

A Taxa Interna de Retorno (TIR) iguala o valor presente das entradas de caixa ao valor presente das saídas; ou seja, é a taxa que torna o $VPL = 0$ e, caso esta seja maior do que a TMA, isso mostra que o ativo é interessante para o investidor. Denotada por i^* , é a taxa de desconto hipotética que anula VPL de um fluxo de caixa. Matematicamente, definimos o VPL como uma função da taxa i , tal que $f(i) = VPL(i)$. A TIR é a solução para a equação:

$$\sum_{t=0}^n \frac{FC_t}{(1 + i^*)^t} = 0, \quad (13)$$

onde

- FC_t representa o fluxo de caixa (positivo ou negativo) no momento t ;
- n é o tempo do investimento, dado em meses.

Expandindo a equação para um investimento inicial I_0 (fluxo negativo em $t = 0$) seguido de retornos positivos, temos:

$$-I_0 + \frac{FC_1}{(1+i^*)^1} + \frac{FC_2}{(1+i^*)^2} + \cdots + \frac{FC_n}{(1+i^*)^n} = 0. \quad (14)$$

Esta expressão pode ser reescrita como um polinômio de grau n ao fazermos a substituição de variável $x = \frac{1}{1+i^*}$:

$$-I_0 + FC_1 \cdot x + FC_2 \cdot x^2 + \cdots + FC_n \cdot x^n = 0 \quad (15)$$

Um exemplo de resolução analítica para $n = 2$ é dado a seguir.

Exemplo 3. Suponha um projeto com investimento inicial de R\$ 100,00 e dois retornos anuais seguidos de R\$ 60,00. Sendo assim, obtemos a equação:

$$-100 + \frac{60}{(1+i^*)} + \frac{60}{(1+i^*)^2} = 0.$$

Substituindo $x = \frac{1}{1+i^*}$, temos:

$$-100 + 60x + 60x^2 = 0.$$

Simplificando a equação (dividindo por 20):

$$3x^2 + 3x - 5 = 0.$$

Aplicando a fórmula quadrática para encontrar os valores de x :

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 60}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{69}}{6}.$$

Considerando apenas a raiz positiva (pois x deve ser maior que 0):

$$x \approx \frac{-3 + 8,3066}{6} \approx 0,8844.$$

Retornando à variável original i :

$$\frac{1}{1+i^*} = 0,8844 \Rightarrow 1+i^* = \frac{1}{0,8844} \Rightarrow i^* \approx 1,1307 - 1 \Rightarrow i^* \approx 0,1307$$

$$i^* \approx 13,07\% \text{ a.a.}$$

Na análise de investimentos de longo prazo, um dos erros conceituais mais frequentes é a chamada *ilusão monetária*: a tendência de avaliar o desempenho financeiro apenas pelos valores nominais, ignorando a variação do nível geral de preços na economia. É fundamental que saibamos distinguir a remuneração aparente da remuneração efetiva em termos de poder

de compra. Neto (2012) define a taxa nominal como a taxa contratada ou declarada em uma operação financeira, que é composta pela expectativa de inflação e pelo ganho real exigido pelo investidor. Já a taxa real, representa o crescimento intrínseco do patrimônio, desconsiderando os efeitos inflacionários.

Note que a relação entre essas taxas não é linear (aditiva), mas sim multiplicativa (geométrica), pois a inflação atua sobre o montante acumulado de forma composta. Portanto, simplesmente subtrair a inflação da taxa nominal, isto é, considerar $i_{\text{real}} \approx i_{\text{nominal}} - \text{inflação}$ gera uma aproximação válida somente para taxas muito pequenas, mas que gera erros significativos em séries históricas longas ou em casos de alta volatilidade. A modelagem correta desse fenômeno é dada pela Equação de Fisher, que estabelece a equivalência entre os fatores de crescimento, tratada a seguir.

Equação de Fisher

Seja P_0 o poder de compra inicial de um capital C . Após um período, o montante nominal M é dado por

$$M = C(1 + i_{\text{nom}}),$$

onde i_{nom} representa a taxa nominal.

No entanto, se neste mesmo período houver uma inflação acumulada representada pela taxa I , o custo de uma cesta de produtos que custava P_0 passará a ser $P_1 = P_0(1 + I)$.

Para que haja um ganho real (aumento de poder de compra), o fator de crescimento do capital deve ser superior ao fator de correção dos preços. A taxa real i_{real} é definida pela relação de igualdade entre os montantes deflacionados:

$$1 + i_{\text{real}} = \frac{1 + i_{\text{nom}}}{1 + I}. \quad (16)$$

Organizando os termos, obtemos a clássica **Equação de Fisher**, que demonstra a composição multiplicativa das taxas:

$$1 + i_{\text{nom}} = (1 + i_{\text{real}}) \cdot (1 + I). \quad (17)$$

Isolando a taxa real, chegamos à fórmula exata para o cálculo da rentabilidade de um investimento descontada a inflação:

$$i_{\text{real}} = \left(\frac{1 + i_{\text{nom}}}{1 + I} \right) - 1. \quad (18)$$

Ao expandir o produto $(1 + i_{\text{real}})(1 + I) = 1 + i_{\text{real}} + I + (i_{\text{real}} \cdot I)$, nota-se que o termo $i_{\text{real}} \cdot I$ tende a ser muito pequeno quando as taxas são baixas e, ao desprezarmos este termo, de (17) obtemos a aproximação linear:

$$i_{\text{nom}} \approx i_{\text{real}} + I \implies i_{\text{real}} \approx i_{\text{nom}} - I$$

No entanto, para fins acadêmicos e precisão financeira, recomenda-se utilizar sempre a forma multiplicativa (18).

4.2 Matemática dos Jogos de Azar

Segundo Neto (2012), um investimento não é um jogo de sorte, mas uma alocação de capital em uma atividade produtiva. Quando o investidor compra uma ação ou um título (CDB, Tesouro) por exemplo, seu dinheiro é emprestado para uma empresa ou governo. Essa entidade usufrui deste capital para produzir algo (construir fábricas, vender produtos, gerar serviços, entre outros), fazendo com que a mesma valorize e, consecutivamente, o investidor lucre junto.

Em paralelo ao conceito de Valor Esperado visto na Definição 1, existe um conceito econômico chamado *Prêmio de Risco*, que pode ser entendido como retorno adicional (ou "extra") que o investidor espera para assumir o risco de um ativo mais volátil ou arriscado, se comparado com um investimento livre de risco (como títulos públicos). Vale a pena destacar que ninguém empresta dinheiro para ter prejuízo esperado; o mercado exige que a taxa de retorno seja superior à inflação e ao risco corrido.

A tendência de longo prazo é de crescimento do capital (juros compostos), mesmo que haja oscilações e eventuais quedas ao longo do processo. Em geral, a curva de crescimento é ascendente; isto é, para o investidor, espera-se que $E[X] > 0$. O investimento pode ser visto como um "Jogo de Soma Positiva". Todos podem ganhar simultaneamente caso a economia cresça.

Já nos chamados *jogos de azar*, não há produção de bens ou serviços, isto é, não há um "lucro operacional". O dinheiro que entra no bolso do vencedor saiu diretamente do bolso de algum perdedor, incluindo o dinheiro gasto pelo próprio vencedor ao apostar. Neste caso, o retorno é puramente aleatório. Não há fundamento econômico que justifique o ganho, apenas o acaso e a probabilidade existente em casos de sorteio. Para que a banca (a empresa de aposta) exista, ela precisa lucrar. Como não há investimentos na produção de nenhum bem e/ou serviço, ela retira uma taxa de cada aposta, chamada de *Overround*². Neste caso, para o investidor, temos que $E[X] < 0$.

Por exemplo, se a chance justa de algo acontecer é 50% (cara ou coroa), a casa paga como se a chance fosse 45%. Essa diferença garante que, matematicamente, a soma do dinheiro devolvido aos jogadores seja sempre menor que o dinheiro arrecadado; o que faz com que a aposta acabe sendo um "Jogo de Soma Negativa". No longo prazo, acaba tornando quase impossível que a média dos participantes tenha lucro.

Para a correta abordagem da Educação Financeira no Ensino Básico, faz-se necessária uma distinção epistemológica rigorosa entre os conceitos de "Investimento" e "Jogo de Azar", frequentemente confundidos pelo senso comum e pelo discurso publicitário (Costa; Boldrini, 2025).

² Este conceito será melhor abordado mais adiante.

De acordo com Neto (2012) o investimento fundamenta-se na alocação de capital em atividades produtivas ou dívidas soberanas, onde o risco é definido como a medida de incerteza sobre o retorno, mensurado geralmente pelo desvio-padrão (volatilidade). No entanto, a premissa fundamental dos investimentos é a de um Valor Esperado positivo, $E[X] > 0$. Isso ocorre pois o capital investido exige um prêmio de risco e remuneração pelo tempo, refletindo a geração de riqueza econômica. O tempo, neste modelo, atua como um fator de composição exponencial de ganhos através dos juros compostos.

Em contrapartida, os Jogos de Azar, com destaque para as Apostas Esportivas (conhecidas popularmente como *Bets*), as quais ganharam grande popularidade recentemente, com grandes patrocinadores e propaganda massiva nos meios de comunicação, pertencem ao domínio da Ineficácia Estocástica (aleatoriedade) para o participante. Fundamentados na Teoria das Probabilidades clássica por Bernoulli (1713), tais sistemas são designados como Jogos de Soma Negativa. A estrutura das cotações (*odds*) incorpora uma margem matemática em favor do operador (o *Overround*), resultando necessariamente em um Valor Esperado Negativo $E[X] < 0$ para o apostador. Portanto, a distinção não é meramente conceitual, mas estrutural:

- Nos investimentos, o risco depende da incerteza do desempenho econômico, mas a expectativa matemática é de acumulação.
- Nas apostas, a perda a longo prazo não é um risco, mas uma certeza matemática assegurada pela Lei dos Grandes Números (LGN), proposta por Bernoulli em sua obra *Ars Conjectandi*, em 1713. A sorte é apenas um desvio temporário da média negativa.

Teorema 2 (Lei dos Grandes Números). *Seja $X_1, X_2, \dots, X_n$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, cada uma seguindo uma distribuição de Bernoulli com parâmetro p (ou seja, $P(X_i = 1) = p$ e $P(X_i = 0) = 1 - p$), com $0 < p < 1$. Defina a frequência relativa de sucessos como:*

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

Então, para qualquer $\varepsilon > 0$, tem-se:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{X}_n - p| < \varepsilon) = 1.$$

Demonstração. Ver página 198 de James (2004).

Desta forma, Bernoulli demonstrou através da LGN que, quando um evento se repete infinitas vezes, os seus resultados tendem ao seu Valor Esperado (VE). Sendo assim, mesmo que um apostador acabe ganhando (ainda mais do que uma vez), como a probabilidade de perder é maior do que a de ganhar, a longo prazo o seu saldo tende a diminuir a cada novo jogo. São estes ganhos (em sua maioria de pequenos valores) que alimentam a esperança do jogador de recuperar um dinheiro perdido.

Por exemplo, ao analisarmos o evento "Arremesso de Moeda", considerando que esta será uma moeda convencional sem interferências externas, sabemos que o VE de se obter a face *cara* é de 50% e que o VE de se obter a face *coroa* também é de 50%.

Observe que, ao analisarmos o cenário de apenas dois arremessos seguidos de uma mesma moeda e, como resultado, obtermos duas faces seguidas iguais, como por exemplo, sair *cara* e *cara*, neste caso o resultado obtido foi de 100% *cara*. Note que este resultado ainda poderia se repetir mais vezes, mesmo que com uma probabilidade cada vez menor de acontecer. O que a LGN nos garante é que ao repetirmos este evento de arremessar a moeda mais vezes, as frequências dos resultados obtidos de *cara* e de *coroa* vão se aproximando cada vez mais de seus respectivos VEs. Assim, se estendermos a quantidade de arremessos para infinito, os VEs convergirão para 50%, conforme esperado. Portanto, ao analisarmos os Jogos de Azar, como a chance da casa ganhar é sempre maior do que a do jogador, a longo prazo a casa sempre sairá lucrando.

Faremos uma análise simples sobre um dos Jogos de Azar mais acessados atualmente no Brasil, o *Fortune Tiger*, popularmente abreviado como "Jogo do Tigrinho" e que, recentemente, se espalhou pelo país principalmente através da influência do discurso publicitário e da influência digital (Costa; Boldrini, 2025). Devido ao seu apelo visual com animações e sons chamativos, sua praticidade de acesso via *smartphones* e computadores, à velocidade com que se reinicia cada rodada, e somado aos discursos de prosperidade proferidos por influenciadores digitais, o "Jogo do Tigrinho" provocou um aumento notável no índice de apostadores no Brasil de acordo com o Levantamento Nacional de Álcool e Drogas - LENAD III publicado pela Unifesp (2025).

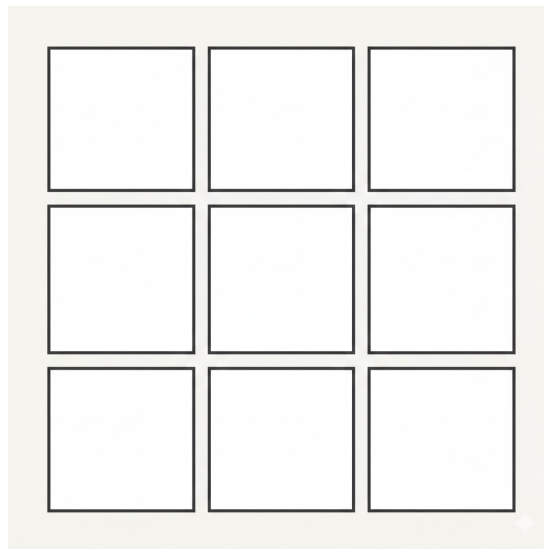
Para que possamos entender uma possível maneira de estimar as chances de ganhar em uma rodada do "Jogo do Tigrinho", faz-se necessário conhecer o seu painel principal. A seguir, na Figura 1, temos um molde em branco de uma grade de três por três quadrados, representando a tela principal deste jogo que fará alusão à imagem da tela do jogo *Fortune Tiger* apresentada na Figura 2 utilizado para análise a seguir.

Para que o jogador ganhe, é necessário que o mesmo símbolo apareça em quadrados de uma mesma linha na horizontal ou em uma das duas linhas diagonais, conforme a Figura 3. Tomaremos a opção de jogo que oferece como prêmio multiplicar o valor apostado por dez. Na análise realizada, foi considerado um modelo de jogo que possui sete símbolos diferentes para que o jogador obtenha uma vitória. Sendo assim, existe uma probabilidade de $\frac{1}{7}$ em cada quadrado de uma linha, por exemplo, de ser sorteado o mesmo símbolo, ou seja, para que a vitória seja obtida, a probabilidade de que saia o mesmo símbolo em uma das linhas seria de

$$\frac{1}{343} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7},$$

por se tratar de eventos independentes que ocorrem simultaneamente conforme abordado no Capítulo 2. Porém faz-se necessário acrescentar as probabilidades do jogador obter a vitória

Figura 1 – Grade modelo de jogo 3x3



Fonte: GOOGLE (2026).

Figura 2 – Tela do jogo Fortune Tiger



Fonte: Finotti (2024).

através de uma das outras opções. Utilizaremos a Probabilidade Complementar para chegar ao resultado procurado.

Como a probabilidade de vencer em uma linha é de $\frac{1}{343}$, segue que a probabilidade de perder será

$$1 - \frac{1}{343} = \frac{342}{343}.$$

Assim, como existem apenas 5 opções diferentes que garantem a vitória (3 linhas horizontais e duas diagonais), temos que a probabilidade de um jogador perder um jogo seria de

$$\frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} = \frac{4.678.757.435.232}{4.747.561.509.943} \approx 0,9855 \approx 98,55\%. \quad (19)$$

O que gera um valor de aproximadamente 1,45% de vitória para o jogador. De acordo com o Equilíbrio Probabilístico, para uma oferta de multiplicar o valor apostado em dez vezes, as chances de ganhar deveriam ser equivalentes a $\frac{1}{10}$, ou seja, 10%, o que demonstra uma perda de, aproximadamente, 8,5% na probabilidade de vitória do jogador. Sendo assim, retomando a LGN, em larga escala, a casa sempre sairá vitoriosa sobre os apostadores.

Note que, para que um jogo seja concluído, deve-se ser sorteado um símbolo em cada um dos 9 *slots* e, como há 7 símbolos diferentes e que podem ser repetidos, dispõe-se de 7 opções para cada espaço, portanto temos $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^9 = 40.353.607$ jogos diferentes que podem ser gerados ao total.

Observe que, aos olhos de um apostador iniciante, faria sentido também que as colunas pudessem oportunizar situações de vitória também. Isso aumentaria um pouco as chances do apostador vencer; Mais precisamente, utilizando o mesmo método anterior para calcular a probabilidade em um cenário com, agora, 8 opções ao total de vitórias, a probabilidade de perder seria de

$$\frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} \cdot \frac{342}{343} = \frac{1,871 \times 10^{20}}{1,915 \times 10^{20}} \approx 0,9769 \approx 97,69\%. \quad (20)$$

Gerando um valor de aproximadamente 2,31% de vitória para o jogador, um aumento de quase 60% comparado às chances com somente 5 *slots* disponíveis. Porém, quanto menor as chances de um jogador vencer, mais interessante se torna para a plataforma.

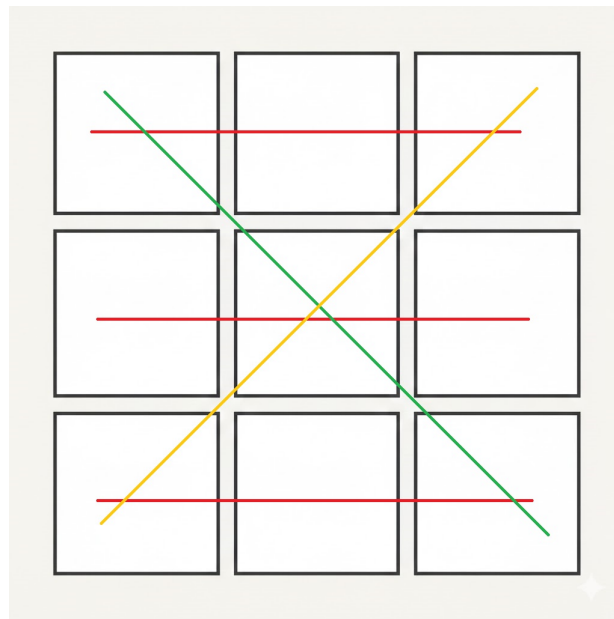
Um outro tipo de *bet* muito popular atualmente no Brasil são as apostas esportivas, onde, no futebol, além de vitórias ou derrotas, pode-se apostar em saldo de gols, quantidade de escanteios, primeira lateral, primeiro escanteio, quantidade de faltas, entre outras categorias ³. Esta categoria tem feito o brasileiro desembolsar, em média, R\$164,00 por mês, o que, no início de 2025, arrecadou cerca de 17,7 milhões de reais para as empresas de apostas (Queiroz, 2025). Dentre esses apostadores, sua maioria (71%) é formada por homens na faixa de 18 a 40 anos.

Note que, para os valores de 2025 e 2026, o valor estimado mensal com o gasto em apostas (R\$164,00) equivalia a mais de 10% do salário mínimo (R\$1.518,00) e ainda permanece superior aos 10% em comparação ao salário mínimo até a presente data (R\$1.621,00).

Diferentemente do "Jogo do Tigrinho", nas *bets* esportivas, o apostador consegue prever quanto poderá ganhar exatamente antes de realizar sua aposta. Estes valores são baseados

³ A título de curiosidade, atualmente é possível realizar apostas através de plataformas on-line em resultados de eleições políticas ou até mesmo em quantos carros cruzam um determinado semáforo dentro de um período de tempo determinado.

Figura 3 – Possibilidades de vitória



Fonte: GOOGLE (2026).

Figura 4 – Tela exemplo de vitória



Fonte: Teixeira (2024).

nas *odds*, em tradução livre, as **chances** daquele evento acontecer. Porém, por serem eventos que sofrem diferentes influências externas, essas *odds* acabam sendo calculadas através de favoritismo, o que faz com que o retorno do apostador seja inversamente proporcional a este valor.

Por exemplo, em uma partida onde um time de futebol da série A enfrente um time de uma série abaixo, possivelmente a **odd** estará mais alta para a vitória do primeiro time, por ser categoricamente melhor que o segundo time. Neste tipo de *bet*, o usuário pode realizar diversas apostas em uma mesma partida, com valores e *odds* diferentes.

A popularização das casas de apostas desportivas trouxe ao vocabulário cotidiano o termo *odd*. Para o público geral, conforme frequentemente veiculado por portais de notícias e plataformas de marketing esportivo, a *odd* é apresentada de forma simplificada como um multiplicador financeiro. Por exemplo, se uma plataforma oferece uma *odd* de 1.59 para a vitória de uma equipe favorita em uma partida, o apostador é instruído a interpretar que uma aposta de R\$ 10,00 resultará num retorno bruto de R\$ 15,90.

No entanto, sob o rigor da Estatística e da Matemática Financeira, a *odd* é, na verdade, a representação numérica inversa de uma probabilidade implícita. A relação matemática fundamental é expressa por:

$$P_{\text{implícita}} = \frac{1}{O}$$

onde $P_{\text{implícita}}$ é a probabilidade implícita estipulada pela casa de apostas para um determinado evento, e O é a *odd* decimal oferecida.

Convém destacar a percepção de "retorno financeiro esperado" do apostador comum para a ausência de compreensão sobre a estruturação probabilística das casas de apostas. As Bets garantem o seu lucro não através de palpites precisos, mas manipulando matematicamente as probabilidades oferecidas ao mercado ao embutir uma margem invisível, o *Overround*. Utilizando como base as *odd* reais oferecidas em uma partida do Campeonato Brasileiro (Vitória do Time A a 1.59, Empate a 3.80 e Vitória do Time B a 5.25), podemos converter estas cotações nas suas respectivas probabilidades implícitas:

- Vitória Time A: $\frac{1}{1,59} \approx 0,6289$ (ou 62,89%)
- Empate: $\frac{1}{3,80} \approx 0,2631$ (ou 26,31%)
- Vitória Time B: $\frac{1}{5,25} \approx 0,1904$ (ou 19,04%)

Pela teoria das probabilidades, a soma das probabilidades de todos os eventos mutuamente exclusivos que esgotam um espaço amostral (neste caso, a partida de futebol) deve ser exatamente igual a 1 (ou 100%). Contudo, ao somarmos as probabilidades implícitas estipuladas pela casa de apostas, o resultado não fecha a conta:

$$\frac{1}{1,59} + \frac{1}{3,8} + \frac{1}{5,25} \approx 1,0824$$

O somatório atinge 108,24%. O excesso de 8,24% constitui o *Overround*, um valor arrecado pela plataforma de apostas independentemente do resultado da partida, o que gera, baseado no exemplo abordado, um lucro de $\frac{8,24}{108,24} \approx 7,61\%$ obtido em cima de cada aposta

realizada. Este é o lucro matemático cravado no algoritmo da plataforma. Como a soma ultrapassa os 100%, as probabilidades reais de vitória do apostador são propositalmente infladas nas *odds*, fazendo com que o risco financeiro assumido seja sempre maior do que o potencial retorno justo.

5 PRODUTO EDUCACIONAL E PROPOSTA DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA

O presente capítulo descreve o produto educacional desenvolvido no âmbito desta dissertação, bem como a proposta de intervenção didática concebida para orientar sua aplicação em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. A articulação entre produto e proposta não é acidental: parte-se da compreensão de que um recurso tecnológico, por mais bem elaborado que seja, só adquire potencial formativo quando inserido em uma sequência de ensino intencionalmente planejada, com objetivos claros, ancoragem curricular e espaço para a construção ativa do conhecimento pelo estudante (Ponte, 2000).

O contexto que motivou a criação deste produto é o crescimento expressivo das plataformas de apostas eletrônicas no Brasil, fenômeno que, conforme apontado nos capítulos anteriores, atingiu de maneira desproporcional jovens em situação de vulnerabilidade econômica. Nesse cenário, a escola, especialmente a aula de Matemática, possui uma posição estratégica: pode ser o espaço em que o estudante, pela primeira vez, encontra instrumentos intelectuais para ler criticamente aquilo que o algoritmo do entretenimento apresenta como oportunidade de enriquecimento rápido.

O produto educacional resultante desta pesquisa foi um simulador interativo ¹ desenvolvido em linguagem HTML e JavaScript através de *prompts* de comando gerados pelo autor inseridos na inteligência artificial *Claude*, executável em qualquer navegador web sem necessidade de instalação ou conexão permanente à internet. Visando ao mesmo tempo ser visualmente acessível a estudantes do Ensino Fundamental, de modo que a interface não se tornasse um obstáculo à aprendizagem, mas também um convite à investigação, seguindo um rigor matemático.

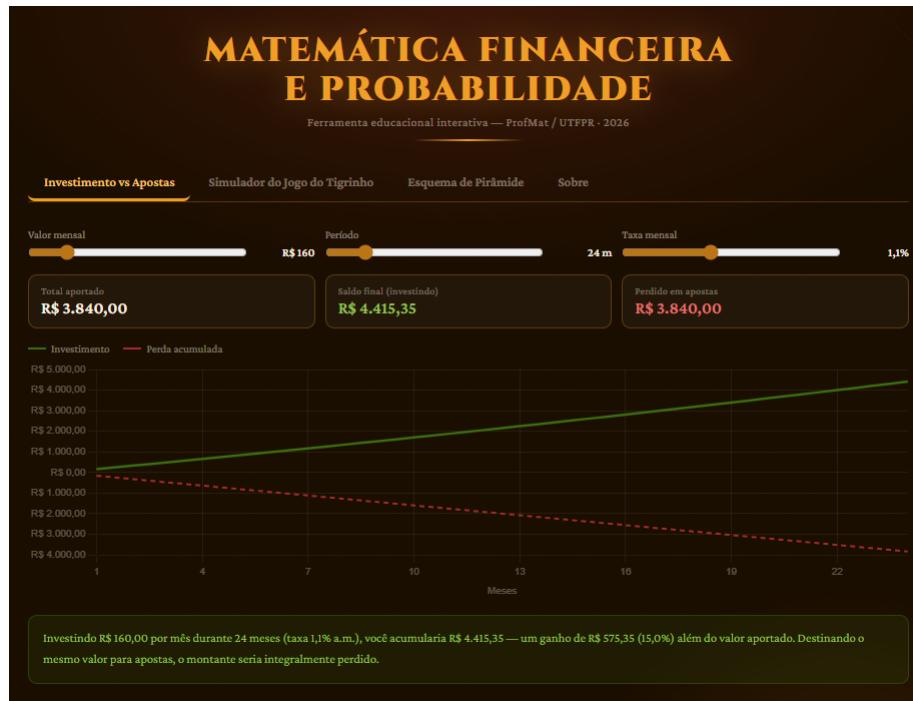
O simulador está organizado em três módulos complementares. O primeiro, denominado **Investimento vs. Apostas**, permite ao estudante configurar um valor de aporte mensal, uma taxa de juros e um período de tempo, gerando automaticamente a comparação visual entre o montante acumulado por meio de juros compostos e o valor total perdido caso esse mesmo montante fosse destinado a apostas. Esse módulo tem como objetivo transmitir a diferença de longo prazo entre as duas trajetórias financeiras (investindo e apostando).

O segundo módulo, **Simulador do Jogo do Tigrinho**, é o foco do produto didático. Reproduz a estrutura matemática de um jogo do tipo *slot machine* em grade 3×3 com 7 símbolos distintos e 5 linhas vencedoras (três horizontais e duas diagonais), em conformidade com o modelo analisado nos capítulos anteriores. A probabilidade de vitória em uma única linha é obtida pelo produto das probabilidades de cada slot assumir um símbolo qualquer, fixado o primeiro:

$$P(\text{vitória em uma linha}) = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{49} \approx 2,04\% \quad (21)$$

¹ O produto desenvolvido pode ser acessado através do *link* de acesso: <https://claude.ai/public/artifacts/8fb553c0-3d7e-47a4-95c8-5747b271c64a>

Figura 5 – Tela do Módulo Investimentos vs. Apostas



Fonte: Própria do autor.

o que equivale, pela notação de probabilidade total, a $7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{7}{343} = \frac{1}{49}$, pois qualquer um dos 7 símbolos pode compor o trio vencedor. Considerando as 5 linhas independentes (3 horizontais + 2 diagonais), a probabilidade de se obter pelo menos uma vitória por rodada é estimada por:

$$P(\text{pelo menos 1 vitória}) \approx \frac{5}{49} \approx 10,2\%. \quad (22)$$

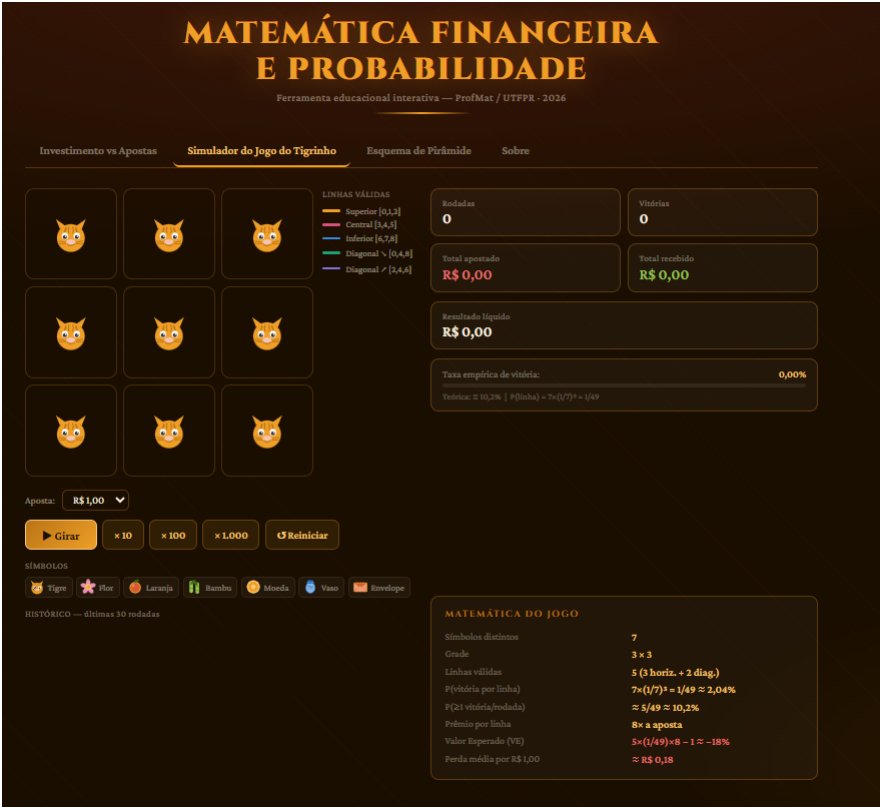
O prêmio fixado em 8 vezes o valor apostado por linha vencedora produz o seguinte Valor Esperado (VE) para o jogador a cada rodada:

$$VE = 5 \cdot \frac{1}{49} \cdot 8 - 1 = \frac{40}{49} - 1 \approx -0,18 \quad (23)$$

ou seja, a cada R\$ 1,00 apostado, o jogador perde em média R\$ 0,18, independentemente de qualquer resultado individual. O simulador exibe, conforme Figura 6, em tempo real, a taxa empírica de vitória, o resultado líquido acumulado e um gráfico de evolução da sessão, permitindo que o estudante observe, com seus próprios dados, a convergência entre a frequência relativa empírica e a probabilidade teórica à medida que o número de rodadas cresce. Esse processo constitui, em si mesmo, uma verificação da Lei dos Grandes Números.

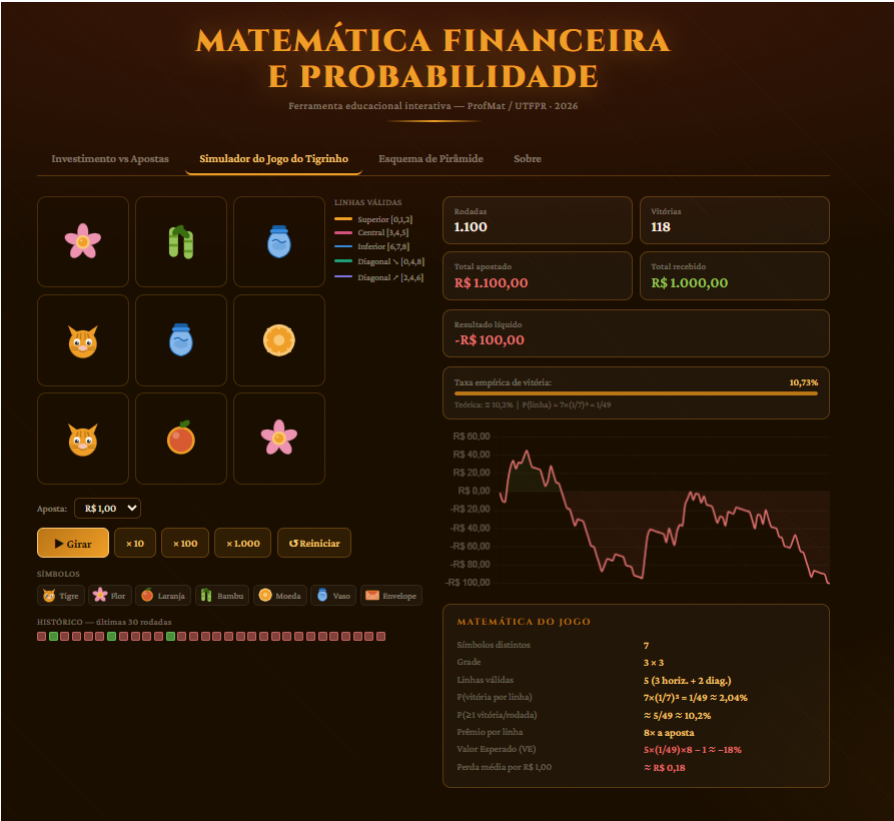
O terceiro módulo, o **Esquema de Pirâmide**, modela matematicamente o crescimento exponencial do número de participantes necessários para sustentar um esquema piramidal. Se cada participante precisa recrutar r novas pessoas para recuperar seu investimento, o número

Figura 6 – Tela inicial do Simulador do Jogo do Tigrinho



Fonte: Própria do autor.

Figura 7 – Tela de simulação do Simulador do Jogo do Tigrinho



Fonte: Própria do autor.

de participantes no nível n é dado por r^n , e o total acumulado até o nível n por

$$\sum_{k=0}^n r^k = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1}.$$

Por meio de uma tabela interativa com parâmetros ajustáveis, o estudante visualiza em quantos níveis o esquema esgotaria a população brasileira e, em seguida, a população mundial, tornando evidente o caráter matematicamente insustentável dessa modalidade de fraude financeira.

Figura 8 – Tela do Módulo Esquema de Pirâmide



Fonte: Própria do autor.

A proposta didática elaborada para orientar o uso do simulador em sala de aula foi fundamentada pelos princípios da Educação Matemática Crítica, formulados por Skovsmose (2001), para quem a matemática escolar deve ser capaz de preparar os estudantes para agir em um mundo formatado por estruturas matemáticas que nem sempre são transparentes. Apostas eletrônicas, juros rotativos de cartão de crédito, esquemas de *marketing* multinível: todas essas estruturas possuem uma matemática por trás que, quando ignorada, opera em desfavor de quem não a domina. Tornar essa matemática visível é, portanto, um ato pedagógico e até ético.

A sequência está organizada em três aulas de cinquenta minutos, voltadas a turmas de 9º ano do Ensino Fundamental, e alinha-se às habilidades EF09MA19 e EF09MA20 da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) (cálculo de probabilidades em espaços amostrais equiprováveis e à resolução de problemas envolvendo probabilidade de eventos simples e com-

postos) bem como à habilidade EF09MA07, que trata de porcentagem e juros compostos em contexto de educação financeira.

A título de conhecimento de seu público, recomenda-se ao professor durante o início da primeira aula, realizar uma pesquisa rápida com seus estudantes sobre seus conhecimentos relacionados a investimentos financeiros e sobre *bets*. Aqui cabe até mesmo uma autorreflexão sobre o assunto. Afinal, quando paramos para analisar, quantas propagandas nos vêm à cabeça quando pensamos no tema? Mesmo enquanto matemáticos, já fizemos alguma "fêzinha"?

Em seguida, uma discussão a ser levantada parte de uma problematização intencional: o professor exibe o simulador ao vivo e realiza rodadas na presença da turma, sem revelar os cálculos. A pergunta inicial *"Se girarmos 100 vezes, vamos ganhar ou perder dinheiro?"* não tem como objetivo uma resposta imediata, mas a socialização das intuições dos estudantes, que serão confrontadas com os dados matemáticos ao longo da sequência. Esse movimento de partir da intuição para a formalização é coerente com a perspectiva de Ausubel (2003) sobre aprendizagem significativa: o novo conhecimento só se ancora de forma estável quando articulado ao que o estudante já sabe ou acredita saber.

Na sequência, a turma constrói coletivamente o espaço amostral do jogo: identificando os $7^3 = 343$ resultados possíveis para uma linha, os 7 casos favoráveis e a probabilidade clássica resultante. Esse percurso não é apresentado pelo professor como resultado pronto, mas construído como investigação, com o simulador servindo de referência empírica para validar os cálculos teóricos. A verificação experimental ao realizar 100 ou 1000 rodadas e comparar a taxa empírica com o valor teórico, cumpre um papel fundamental: demonstra que a probabilidade não é uma promessa sobre cada rodada individual, mas uma afirmação sobre o comportamento coletivo de um grande número de tentativas.

A segunda aula introduz o conceito de Valor Esperado, apresentado não como definição abstrata, mas como resposta a uma pergunta gerada pelos dados da aula anterior: *"Por que, mesmo tendo ganho algumas rodadas, quase todos perderam dinheiro no total?"*. O VE é o instrumento matemático que responde a essa pergunta, e sua construção através da média ponderada dos resultados possíveis, evidencia que o jogo é, por *design*, desfavorável ao apostador. Mais do que isso: o VE permite ao estudante compreender que os ganhos eventuais não são um sinal de que o jogo "pode compensar", mas sim o mecanismo psicológico que mantém o apostador engajado (American Psychiatric Association, 2014).

A terceira aula desloca o olhar do jogo para as alternativas financeiras. Com o Módulo 1 do simulador, os estudantes comparam, com dados reais, o que acontece com R\$ 164,00 mensais, valor correspondente à média de gastos do apostador brasileiro, segundo levantamento da Reuters (2026), ao longo de 24 meses, dependendo da escolha entre apostar e investir. O resultado é apresentado como consequência matemática: os juros compostos operam a favor de quem investe da mesma forma que o VE negativo opera contra quem aposta.

É importante destacar que a proposta não pretende, em nenhum momento, adotar um tom moralizante. O objetivo não é dizer ao estudante o que fazer com seu dinheiro, mas garantir

que, ao tomar qualquer decisão financeira, ele o faça com pleno conhecimento matemático crítico.

Destaca-se que a eficácia do produto educacional depende, em larga medida, da postura do professor como mediador do processo investigativo. Diferentemente de aulas expositivas tradicionais, a sequência proposta coloca o docente na posição de quem formula perguntas, organiza os dados coletados pela turma e conduz a formalização matemática a partir das hipóteses levantadas pelos estudantes. Isso exige não apenas domínio dos conteúdos matemáticos abordados, mas também abertura para que o percurso da aula seja, em parte, determinado pelas respostas dos estudantes.

Para apoiar essa mediação, a proposta didática inclui orientações específicas para cada etapa, sugestões de perguntas geradoras e indicações de possíveis dificuldades conceituais a serem antecipadas. Dentre essas dificuldades, destaca-se a tendência dos estudantes de confundir frequência de vitórias com rentabilidade: é comum que, ao registrar uma taxa empírica de aproximadamente 10% de vitórias, o estudante inicialmente interprete esse dado como positivo, sem perceber que o multiplicador do prêmio ($8\times$) é insuficiente para compensar as 90% de rodadas perdidas. Essa confusão, quando trabalhada pelo professor como ponto de partida para a construção do VE, transforma-se em uma oportunidade de aprendizagem de alto valor conceitual.

Como todo produto educacional, o simulador aqui apresentado possui limitações. O modelo matemático implementado é uma simplificação: jogos reais de *slot machine* utilizam geradores de números aleatórios com parâmetros pré-determinados pelas plataformas, tabelas de pagamento variáveis e mecanismos de retenção que não são totalmente transparentes ao público. O simulador não replica tais complexidades, mas a relação entre espaço amostral, probabilidade de vitória e Valor Esperado que torna esses jogos sistematicamente desfavoráveis ao apostador.

Esta simplificação visa atender os objetivos desta proposta didática: desenvolver o pensamento probabilístico e o letramento financeiro de estudantes do Ensino Fundamental.

As possibilidades de extensão e adaptação do produto são amplas. A proposta pode ser integrada a projetos interdisciplinares envolvendo, por exemplo, Ciências Humanas para discutir as políticas de regulamentação das *bets* no Brasil, Língua Portuguesa para a produção de textos argumentativos sobre o tema, ou Artes para a criação de campanhas informativas destinadas à comunidade escolar. O produto também pode ser expandido para incluir novos módulos, como a simulação de apostas esportivas ou a modelagem de outros esquemas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ponto de partida desta dissertação foi uma constatação social: o Brasil consolidou-se como um dos maiores mercados mundiais de apostas eletrônicas ao mesmo tempo em que apenas 37% de sua população investe regularmente (B3, 2024). Diante desse cenário, o trabalho propôs investigar de que maneira a Matemática pode contribuir para que estudantes da Educação Básica desenvolvam uma leitura crítica sobre os jogos de azar e as apostas eletrônicas, reconhecendo os investimentos financeiros como alternativa mais vantajosa a longo prazo. A Matemática pode contribuir para essa formação crítica quando apresentada como um instrumento capaz de tornar visíveis as estruturas probabilísticas e financeiras que o discurso publicitário das plataformas de apostas pode ocultar.

O Capítulo 2 demonstrou que a literacia financeira não se limita à memorização de fórmulas: ela exige a compreensão do valor do dinheiro ao longo do tempo, dos efeitos da inflação e da deflação sobre o poder de compra real, e dos parâmetros estatísticos, como por exemplo a esperança matemática, a variância e o desvio padrão, que permitem quantificar risco de forma rigorosa. Sem essa base, qualquer tentativa de educação financeira corre o risco de permanecer superficial ou facilmente contornável pelos apelos emocionais da publicidade.

O Capítulo 3 estabeleceu a distinção central da pesquisa entre investimentos reais e investimentos ilusórios, demonstrando que tal diferença não é de natureza moral, mas estrutural e matemática. Enquanto investimentos em renda fixa, renda variável e ativos alternativos alocam capital em atividades produtivas que geram valor econômico real ao longo do tempo, as apostas eletrônicas e os esquemas de pirâmide constituem sistemas de soma negativa ou de soma zero, nos quais o dinheiro apenas se redistribui, sempre em desfavor da maioria dos participantes. A análise histórica e matemática dos diferentes tipos de ativos, incluindo o comportamento das ações, dos fundos imobiliários, dos ETFs, das criptomoedas e do ouro, forneceu ao professor e ao estudante um repertório concreto de evidências sobre o potencial de crescimento patrimonial a longo prazo.

O Capítulo 4 contrapôs a matemática dos investimentos à matemática dos jogos de azar. Do lado dos investimentos, demonstrando a importância de reconhecer a matemática por trás das opções mencionadas, levando em consideração que, enquanto uma traz um retorno de VE positivo e a outra de VE negativo, respectivamente.

O Capítulo 5 traduziu esse conjunto de evidências em um produto educacional concreto: um simulador interativo. Acompanhado de uma proposta de intervenção didática que satisfaz as habilidades da Base Nacional Comum Curricular. A proposta fundamenta-se nos princípios da Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2001) e das metodologias ativas (Bacich; Moran, 2017), situando o estudante como protagonista da investigação matemática: são seus próprios dados de simulação que evidenciam, em tempo real, a convergência entre a frequência relativa empírica e a probabilidade teórica, materializando a Lei dos Grandes Números diante de seus olhos.

A síntese dos resultados é fundamentada na Teoria Moderna do Portfólio, formulada por Markowitz (1952). Ao demonstrar matematicamente que o risco de uma carteira diversificada é menor do que a média ponderada dos riscos dos ativos individuais que a compõem, Markowitz ofereceu o argumento definitivo em prol do mercado produtivo como instrumento de construção de patrimônio. Enquanto o apostador concentra seu capital em eventos isolados de alta variância e expectativa negativa, o investidor consciente utiliza a diversificação para reduzir a volatilidade de sua carteira sem necessariamente sacrificar o retorno esperado. O mercado de capitais recompensa o planejamento fundamentado em educação financeira e pune a concentração especulativa.

Orientações futuras que possam complementar a presente pesquisa incluem: a aplicação da sequência didática em turmas reais, com coleta e análise de dados que permitam avaliar empiricamente a eficácia do produto; a extensão do simulador para contemplar o módulo de apostas esportivas, com a modelagem do *Overround* e das *odds* decimais, tema abordado no Capítulo 4 mas ainda não implementado no produto; e a integração da proposta a projetos interdisciplinares envolvendo Ciências Humanas, para discussão das políticas públicas de regulamentação das *bets* no Brasil, e Língua Portuguesa, para produção de textos argumentativos e campanhas informativas destinadas à comunidade escolar.

Espera-se que, através da leitura desta pesquisa, note-se que o problema aqui tratado não é de natureza estritamente curricular, mas de justiça. As estruturas matemáticas que sustentam os jogos de azar operam de forma mais eficaz precisamente sobre aqueles que menos tiveram acesso a uma educação financeira de qualidade. Nesse sentido, ensinar probabilidade e juros compostos no 9º ano abordando assuntos reais e que podem impactar diretamente na vida dos estudantes, não é apenas cumprir a BNCC, mas oferecer ao estudante o instrumental intelectual para reconhecer, nomear e resistir a mecanismos que, historicamente, têm aprofundado desigualdades. A Matemática, quando mobilizada para tornar visíveis as estruturas que operam contra o cidadão, transcende seu papel técnico e assume uma dimensão ética.

REFERÊNCIAS

- ALVES, A. M. *et al.* O uso da tecnologia nft para promover itens colecionáveis digitais: uma análise de consumo no jogo axie infinity. **s.i.**, Universidade Federal do Pampa, n. s. n., p. s.p., 2022.
- American Psychiatric Association. **Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais: DSM-5**. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2014.
- ANDRADE, B. Cenários e Mercado **Ações da Apple (AAPL34) desabam 10% após tarifas de Trump. Iphone vai ficar mais caro?**, . 2025. Disponível em: <https://einvestidor.estadao.com.br/mercado/apple-aapl34-acoes-desabam-tarifaco-trump-iphone-mais-carro/>. Acesso em: 15 dez. 2025.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.
- B3, B. I. **Só 37% dos brasileiros investem e poupança segue como opção preferida até da classe A**, . 2024. Disponível em: <https://borainvestir.b3.com.br/objetivos-financeiros/investir-melhor-so-37-dos-brasileiros-investem-e-poupanca-segue-como-opcao-preferida-ate-da-classe-a/>. Acesso em: 23 mar. 2026.
- BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. [S.l.]: Penso Editora, 2017.
- BANDEIRA, K. **Atendimentos por vício em apostas crescem 206% em três anos, mas plano de prevenção do governo não sai do papel**, . 2025. Disponível em: <https://perma.cc/5UR9-2QBQ>. Acesso em: 03 mai. 2026.
- BERNOULLI, J. **Ars Conjectandi**. [S.l.]: Impensis Thurnisiorum, 1713.
- BLACKROCK. Fundos de Índice. **EXPLICANDO OS ETFs**, . 2025. Disponível em: <https://www.blackrock.com/br/educacao/etf/explicando-os-etfs>. Acesso em: 08 aug. 2025.
- BOCCATO, V. R. C. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo, São Paulo**, v. 18, n. 3, p. 265–274, 2006.
- BRASIL . **Lei nº 14.790, de 29 de dezembro de 2023. Dispõe sobre a modalidade lotérica de apostas de quota fixa (...)**. [S.l.], 2023. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2023/lei/l14790.htm. Acesso em: 23 mar. 2026.
- BRASIL. Ministério da Educação **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 03 mai. 2026.
- CONTADO, V. **Explosão das bets: crescimento, impactos e regulamentação**, . 2024. Disponível em: <https://www.meioemensagem.com.br/videos/explosao-das-bets-crescimento-impactos-e-regulamentacao>. Acesso em: 23 mar. 2026.
- CONTEÚDO, E. **Bolha de IA? Previsões otimistas da Nvidia e balanço forte ajudam a combater medos**, . 2025. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/mercados/bolha-de-ia-previsoes-otimistas-da-nvidia-e-balanco-forte-ajudam-a-combater-medos/>. Acesso em: 15 dez. 2025.

COSTA, L. G.; BOLDRINI, H. C. G. Uma análise dos impactos das bets sob a ótica do discurso publicitário: Entre a prosperidade, a pauperização e os desafios da regulamentação. **iCom**, v. 9, n. 2, p. 148–174, 2025.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: The discipline and practice of qualitative research. **The Sage handbook of qualitative research**, Sage publications, inc v. 3, n. s. n., p. 1–32, 2008.

EICHENGREEN, B. **Exorbitant privilege: The rise and fall of the dollar and the future of the international monetary system**. [S.l.]: Oxford University Press, 2011.

FAZENDA, I. C. A. Interdisciplinaridade. **Revista Interdisciplinaridade**, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) v. 1, n. 13, p. 23–37, 2010.

FEDERALRESERVE. **Nixon Ends Convertibility of U.S. Dollars to Gold and Announces Wage/Price Controls**, . 2013. Disponível em: <https://www.federalreservehistory.org/essays/gold-convertibility-ends>. Acesso em: 08 aug. 2025.

FINOTTI, I. **Jogo do tigrinho: como perdi R\$500 em duas horas**, . 2024. Plataforma Digital. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/cotidiano/2024/09/como-perdi-r-500-em-duas-horas-no-jogo-do-tigrinho.shtml>. Acesso em: 22 mar. 2026.

FONSECA, J. S. da; MARTINS, G. de A. **Curso de Estatística**. 6ª. ed. São Paulo: Atlas, 2011. ISBN 978-85-224-1471-0.

FONTELLES, M. J. *et al.* Metodologia da pesquisa científica: diretrizes para a elaboração de um protocolo de pesquisa. **Revista Paraense de Medicina**, v. 23, n. 3, p. 1–8, 2009.

GARCIA, A. N. **Brasil tem mais apostadores do que investidores em CDBs, Fundos e Bolsa**, . 2025. Disponível em: <https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2025/05/09/bets-x-investimento.htm#:~:text=Apenas%20a%20poupan%C3%A7a%20supera%20os,utilizada%20por%2026%25%20da%20popula%C3%A7%C3%A3o>. Acesso em: 29 nov. 2025.

GAUTHIER, B.; BOURGEOIS, I. **Recherche sociale, 6e édition: De la problématique à la collecte des données**. [S.l.]: Puq, 1994.

GIL, A. C. *et al.* **Como elaborar projetos de pesquisa**. [S.l.]: Atlas São Paulo, 2002. v. 4.

GOOGLE. **Google Gemini 3 Flash: imagem de grade 3x3 com quadrados brancos e fundo neutro**, . 2026. Plataforma Digital. Imagem gerada por inteligência artificial mediante comando (prompt) do autor. Disponível em: <https://gemini.google.com>. Acesso em: 21 fev. 2026.

INVESTIMENTOS, E. T. **Quantos Bitcoins existem no mercado? Descubra agora!**, . 2025. Disponível em: <https://blog.toroinvestimentos.com.br/cripto/quantos-bitcoins-existem/>. Acesso em: 25 dez. 2025.

JAMES, B. R. **Probabilidade: um curso em nível intermediário**. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2004. v. 1. 296 p. ISBN 9788524401015.

LEWIN, K. Field theory in social science: selected theoretical papers (edited by dorwin cartwright.). **U.S. National Science Foundation**, Harpers s. i., n. s. n., 1951.

LUBACHEWSKI, G. C.; CERUTTI, E. Tecnologias digitais: uma metodologia ativa no processo ensino-aprendizagem. *In*: ANAIS DA VIII JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E XXI JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2020, Passo Fundo, RS. **Anais [...]** Passo Fundo, RS: Universidade de Passo Fundo, 2020. Disponível em: https://www.upf.br/_uploads/Conteudo/jem/2020/Anais%202020%20-%20eixo%205/JEM2020_paper_50.pdf.

- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, Wiley v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MORAIS, V. M. d. **Investimentos em renda variável no mercado brasileiro: da teoria na gestão de portfólios à prática no python**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Econômicas) — Universidade Federal de Uberlândia Uberlândia, MG 2024.
- MOTA, C. V. **Como o Brasil se tornou o 5º maior mercado de bets do mundo**, . 2025. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cp98gn2rpyvo>. Acesso em: 29 nov. 2025.
- NETO, A. A. **MERCADO FINANCEIRO**. São Paulo: Editora Atlas S. A., 2014.
- NETO, A. A. **Matemática Financeira e suas aplicações**. São Paulo: Editora Atlas S. A., 2012.
- NOTÍCIAS, I. **Bets: 30 milhões de brasileiros fizeram apostas em 2025**, . 2025. Disponível em: <https://iclnoticias.com.br/economia/bets-30-milhoes-de-brasileiros-apostas/>. Acesso em: 23 mar. 2026.
- NUNES, M. **Preço histórico do Bitcoin por ano 2009 a 2025**, . 2024. Disponível em: <https://livecoins.com.br/preco-historico-do-bitcoin/>. Acesso em: 12 dez. 2025.
- OLIVEIRA, M. M. d. Como fazer pesquisa qualitativa. *In: Como fazer pesquisa qualitativa*. [S.l.]: Editora Vozes 2013. p. 232–232.
- PONTE, J. P. d. **Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios?** [S.l.]: Organização de Estados Iberoamericanos (OEI), 2000. v. 24. 63–90 p.
- PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. D. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. [S.l.]: Editora Feevale, 2013.
- QUEIROZ, V. **Brasileiro gasta em média R\$ 164 com bets por mês**, . 2025. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/economia/macroeconomia/brasileiro-gasta-em-media-r-164-com-bets-por-mes/>. Acesso em: 22 mar. 2026.
- REUTERS. **Quatro em cada dez apostadores em bets se endividam, diz levantamento do Procon-SP**, . 2026. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/consumo/quatro-em-cada-dez-apostadores-em-bets-se-endividam-diz-levantamento-do-procon-sp/>. Acesso em: 23 mar. 2026.
- RIZÉRIO, L. **BBAS3: pressão do agro segue, projeções pioram e ação cai, mas fecha longe da mínima**, . 2025. Disponível em: <https://bit.ly/4dfAFgi>. Acesso em: 10 mai. 2026.
- SAFRA. **Impostos bizarros fazem bombom e sorvete mudar de nome e tributam girafa**, . 2023. Disponível em: <https://oespecialista.safra.com.br/impostos-bizarros-no-brasil/>. Acesso em: 08 mar. 2026.
- SANCHES, A. **Por que a ação do Magazine Luiza (MGLU3) caiu tanto?**, . 2021. Disponível em: <https://riconnect.rico.com.vc/analises/por-que-a-acao-do-magazine-luiza-mglu3-caiu-tanto/>. Acesso em: 13 dez. 2025.
- SANTANDER, E. **Quais são os tipos de Fundos Imobiliários (FIIs) mais procurados?**, . 2025. Disponível em: <https://www.santander.com.br/blog/tipos-de-fundos-imobiliarios-fiis#:~:text=Quais%20s%C3%A3o%20os%20principais%20tipos,Funds%2C%20e%20Fundos%20de%20desenvolvimento>. Acesso em: 13 dez. 2025.
- SANTANDER, E. R. **Ouro atinge preço recorde histórico. O que motiva a alta?**, . 2025. Disponível em: <https://investimentos.santander.com.br/select/recorde-alta-do-ouro#:~:text=Os%20Bancos%20Centrais%20de%20diversos,de%20ouro%20e%20ativos%20relacionados>. Acesso em: 17 dez. 2025.

SANTOS, E. L. dos. **Do escambo à inclusão financeira: a evolução dos meios de pagamento**. [S./]: Linotipo Digital, 2014.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SOUZA, G. S.; PENEDO, A. S. T.; PEREIRA, V. S. Exchange traded funds—etf e fundos mútuos de índice brasileiros: uma comparação de performance e aderência. **Estudos do CEPE**, s. v., n. 47, p. 04–22, 2018.

TEIXEIRA, P. **Explosão das bets: crescimento, impactos e regulamentação**, . 2024. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2024/11/tabela-de-pagamento-de-jogo-do-tigrinho-abusa-de-ignorancia-do-consumidor-diz-idec.shtml>. Acesso em: 12 abr. 2026.

TENANI, P. Investimentos tradicionais, alternativos e exóticos. **FGV INVEST**, v. 45, n. s. n., p. 9, 2025.

ULRICH, F. Bitcoin-a moeda na era digital. **Journal, volume**, v. 2, n. s.n., p. 239, 2014.

WANDERLEY, L. J. Ouro como moeda, ouro como commodity. **Revista de Economia Política e História Econômica**, v. 34, n. s. n., p. 5–47, 2015.