

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JENIFER CRISTINA SILVA CASAROTO

**CONSTRUINDO CONHECIMENTO:
PONTES DE PALITOS DE PICOLÉ COMO FERRAMENTA DE ENSINO**

PRODUTO EDUCACIONAL

TOLEDO - PR

2026



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

JENIFER CRISTINA SILVA CASAROTO

**CONSTRUINDO CONHECIMENTO:
PONTES DE PALITOS DE PICOLÉ COMO FERRAMENTA DE ENSINO**

PRODUTO EDUCACIONAL

**Building knowledge: popsicle stick bridges as a teaching tool
Educational product**

Produto Educacional resultado da dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador(a): Leandro Antunes.
Coorientador(a): Wilian Francisco de Araújo.

TOLEDO - PR

2026



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
2 GUIA DO PROFESSOR.....	3
2.1.1 Exercícios de Aprofundamento.....	15
3 GUIA DO ALUNO.....	24

1 INTRODUÇÃO

Este Guia Didático é o Produto Educacional desenvolvido no âmbito da dissertação *Construindo Conhecimento: Pontes de Palitos de Picolé como Ferramenta de Ensino*, elaborada no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Toledo. Seu desenvolvimento fundamenta-se nos resultados de uma revisão sistemática da literatura que investigou como atividades envolvendo a construção de pontes treliçadas de palitos de picolé vêm sendo utilizadas no ensino de Matemática e Física na Educação Básica.

A revisão evidenciou que a construção de pontes treliçadas constitui uma atividade com grande potencial pedagógico, capaz de integrar conteúdos de Matemática e Física em um contexto prático e significativo. Entre os principais conceitos mobilizados destacam-se a Geometria, o Teorema de Pitágoras, a semelhança de triângulos, a trigonometria, além de conceitos físicos relacionados às forças de tração e compressão, vetores, equilíbrio estático e distribuição de cargas. Além da aprendizagem conceitual, essa proposta favorece o desenvolvimento de habilidades como resolução de problemas, trabalho em equipe, planejamento, criatividade e tomada de decisões.

Entretanto, a análise dos trabalhos também revelou limitações recorrentes. Em grande parte das experiências relatadas, não há um roteiro didático estruturado que oriente o professor durante todas as etapas da atividade, tampouco uma sequência de ensino claramente organizada ou instrumentos de avaliação compatíveis com os objetivos da proposta. Essas lacunas motivaram a elaboração deste material, concebido para oferecer um suporte prático ao docente interessado em desenvolver esse tipo de atividade em sala de aula.

Este Produto Educacional foi organizado na forma de um Guia Didático composto por dois materiais complementares: um Guia do Professor, contendo orientações para planejamento, organização, condução e avaliação da atividade, e um Guia do Aluno, elaborado para acompanhar os estudantes durante o desenvolvimento do projeto, propondo desafios, registros, reflexões e atividades relacionadas aos conteúdos estudados.

A proposta está fundamentada nos princípios da Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), metodologia que coloca o estudante como protagonista do processo

de aprendizagem, incentivando a investigação, a experimentação e a construção colaborativa do conhecimento. Ao longo das atividades, os alunos são convidados a planejar, projetar, construir e testar uma ponte treliçada de palitos de picolé, relacionando conceitos matemáticos e físicos a um problema concreto, em consonância com as competências e habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Embora tenha sido concebido prioritariamente para turmas do Ensino Médio, este guia pode ser adaptado para diferentes contextos educacionais, conforme os objetivos do professor e o nível de aprofundamento desejado. Espera-se que este material contribua para tornar o ensino de Matemática e Física mais contextualizado, investigativo e interdisciplinar, oferecendo aos docentes um roteiro estruturado que facilite a implementação da atividade e potencialize a aprendizagem dos estudantes.

2 GUIA DO PROFESSOR

GUIA DO PROFESSOR

Construção de Pontes Treliçadas com Palitos de Picolé

Sequência Didática Interdisciplinar

Matemática | Física

Ensino Médio — 13 a 20 aulas de 50 minutos

❖ Apresentação

Este guia orienta o professor na condução de uma sequência didática baseada na construção e no ensaio de rompimento de pontes treliçadas feitas com palitos de picolé. A proposta articula conhecimentos de Matemática e Física por meio de uma metodologia ativa, investigativa e colaborativa, alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio.

O projeto pode ser adaptado ao contexto de cada escola em relação a materiais disponíveis, número de alunos por grupo, espaço físico e tempo de aula. Ao longo de todas as etapas, os alunos registram seus dados, hipóteses, decisões de projeto e resultados em formulários estruturados que compõem o relatório final.

Como usar este guia

- Leia a sequência completa antes de iniciar o projeto.
- Adapte os critérios do edital (peso e vão mínimo) ao seu contexto.
- Distribua o Guia do Aluno antes da Aula 1.
- Os quadros **anotações do aluno** indicam os momentos de registro.
- A avaliação é processual e somativa (use as rubricas).

❖ Objetivos

- Compreender os princípios estruturais de uma treliça e os esforços de tração e compressão.
- Aplicar conceitos de Geometria (**triângulos, proporções, lei dos senos e dos cossenos, teorema de Pitágoras**) e de Física (**força, tensão, vetores**).
- Desenvolver habilidades de planejamento de projeto, incluindo estimativa e verificação de hipóteses.
- Praticar o registro científico por meio de relatório estruturado, comparando o que foi planejado e o que foi alcançado.
- Estimular o trabalho colaborativo.

❖ Alinhamento com a BNCC

As habilidades abaixo foram selecionadas por sua relação direta com os conteúdos e competências mobilizados na sequência didática:

MATEMÁTICA	
Código	Habilidade
EF09MA08	Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade

	direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisões em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais ou transversais.
EF09MA13	Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
EF09MA14	Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo medidas de segmentos determinados por retas paralelas cortadas por transversais.
EM13MAT308	Aplicar as relações métricas e trigonométricas (incluindo as leis dos senos e dos cossenos) em triângulos quaisquer para a resolução de problemas em diversos contextos.
EM13MAT313	Interpretar e construir modelos para resolver problemas que envolvam triângulos, utilizando a trigonometria (relações métricas, leis dos senos e dos cossenos, áreas).
EM13MAT408	Construir e interpretar modelos matemáticos para representar e analisar situações reais e processos de outras áreas do conhecimento, utilizando conceitos de geometria e álgebra

FÍSICA	
Código	Habilidade
EF09CI19	Explicar as leis de Newton, que descrevem a relação entre força e movimento, para descrever o funcionamento de máquinas simples e motores, e prever a trajetória de objetos sob a ação de forças.
EM13CNT201	Analisar e utilizar modelos científicos, incluindo teorias, equações e representações gráficas, para explicar fenômenos naturais e processos tecnológicos, como forças, movimentos e equilíbrio estrutural.
EM13CNT205	Interpretar experimentos e situações-problema envolvendo grandezas físicas, suas relações e unidades, para propor e avaliar intervenções de natureza científico-tecnológica.

❖ Materiais Necessários

Por grupo de alunos

- Palitos de picolé (padrão, ~11 cm);
- Cola branca escolar ou cola de madeira (com supervisão do professor);
- Régua e esquadro;
- Lixa fina (para nivelamento das juntas);
- ☐ Folhas de papel milimetrado (para desenho do projeto);
- ☐ Formulários do Guia do Aluno (impressos ou digitais).

Para o ensaio de rompimento

- ☐ Suporte de teste: dois cavaletes ou mesas com espaço entre eles (**vão mínimo definido no edital**);
- ☐ Baldes plásticos graduados ou plataforma com pesos calibrados;
- ☐ Balança (para verificação da massa da ponte);
- ☐ Trena ou fita métrica;
- ☐ Câmera ou smartphone para registro fotográfico.

Critérios do Edital (personalizável pelo professor) **Em Apêndice II – Modelo de Edital**

Vão mínimo livre: 100 cm

Largura mínima da plataforma de carga: 10 cm

Massa máxima da ponte: 800 g

Meta de carga mínima: 2 kg

Critério de classificação: maior índice de eficiência = Carga (g) ÷ Massa da ponte (g)

❖ Fundamentação Teórica para o Professor

O que é uma treliça?

Uma treliça é uma estrutura formada por barras lineares dispostas em triângulos, de modo que as cargas aplicadas se transformam apenas em esforços de tração e compressão ao longo das barras sem momentos fletores internos. Isso a torna extremamente eficiente em relação ao peso próprio.

Exemplo:

Imagine que você segura um palito de picolé pelas duas pontas e alguém aperta o meio dele. O palito vai começar a fazer uma curva. Essa tendência de encurvamento é causada pelo momento fletor.

Ele ocorre quando existem forças aplicadas perpendicularmente (em ângulo de 90°) ao eixo do objeto, agindo a uma certa distância de um ponto de apoio.

✓ A "Briga" Interna: Tração vs. Compressão (Figura 1)

O momento fletor não é uma força única, mas um conjunto de forças internas. Quando você dobra um palito:

- **As fibras da parte de cima** são esmagadas (sofrem **Compressão**).
- **As fibras da parte de baixo** são esticadas (sofrem **Tração**).

Em uma ponte de palitos, se o momento fletor for muito alto e o material não aguentar, a ponte rompe justamente porque os palitos de baixo esticam até quebrar ou os de cima esmagam até flambar (dobrar).

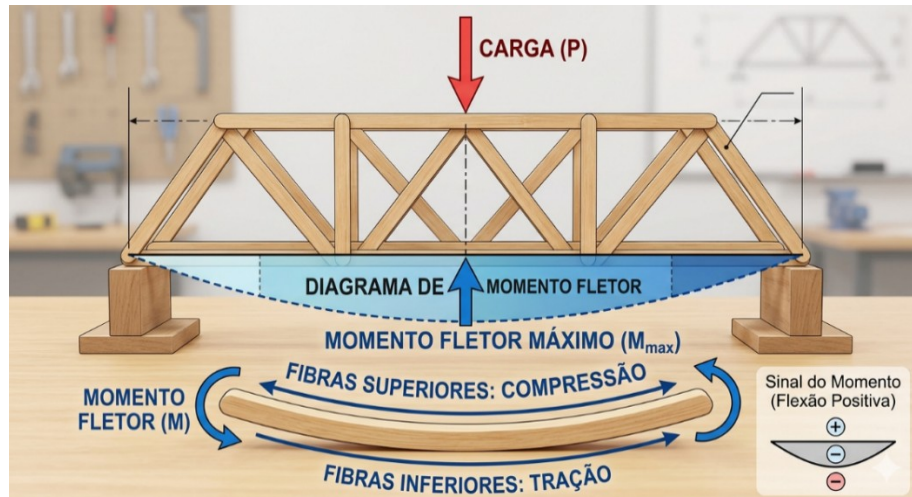


Figura 1: Representação dos esforços de tração e compressão em uma viga sob carga.

No caso das pontes de palito, cada palito funciona como uma barra e as juntas de cola representam os nós (pinos) da treliça. A estabilidade da estrutura depende da triangulação, o triângulo é a única forma geométrica que não deforma sob carga sem mudar o comprimento de seus lados.

❖ Conceitos de Física relevantes

- ☐ Força e pressão: Distribuição de carga ao longo dos nós;
- ☐ Tração e compressão: barras tracionadas (puxam) seus nós, barras comprimidas (empurram);
- ☐ Limite de resistência: cada material suporta uma tensão máxima antes da ruptura;
- ☐ Momento fletor: ausente nas treliças ideais, mas presente em pontes mal trianguladas.

❖ Conceitos de Matemática relevantes

- ☐ Triângulos e suas propriedades (equilátero, isósceles, escaleno);
 - Teorema de Pitágoras (para cálculo de diagonais);
 - Escala e proporção (do projeto desenhado à execução real);
 - Lei dos senos e cossenos;
 - Razão e índice de eficiência: relação carga suportada / massa própria.

❖ Sequência Didática

Fase	Etapas	Foco	Produto do Aluno
Fase 1	Sensibilização e Desafio	Motivação e levantamento de conhecimentos prévios	Registro de hipóteses iniciais
Fase 2	Fundamentação Teórica I	Treliças, triângulos, razão e proporção, Teorema de Pitágoras, Lei dos Senos e Cossenos.	Exercícios guiados
Fase 3	Fundamentação Teórica II (interdisciplinaridade, professor de Física)	Forças, tração, compressão e eficiência	Exercícios guiados
Fase 4	Planejamento do Projeto	Desenho técnico e estimativas	Croqui + formulário de planejamento
Fase 5	Validação do Projeto	Revisão entre grupos e ajustes	Conferência
Fase 6	Construção	Montagem da ponte	Registro fotográfico + anotações formulário
Fase 7	Ensaio de Rompimento	Teste de carga e coleta de dados	Tabela de resultados
Fase 8	Análise e Relatório Final	Comparação planejado × alcançado	Relatório estruturado entregue

❖ Planejamento das Aulas

FASE 1 — Sensibilização e o Grande Desafio	
Duração	1 Aula
Objetivo	Engajar os alunos com o contexto do projeto, levantar conhecimentos prévios sobre pontes e estruturas.
Conteúdo	Tipos de pontes, treliças no cotidiano, apresentação do edital de desafio.
Atividades	• Exibir imagens de pontes treliçadas reais (Golden Gate,

	pontes ferroviárias, pontes pênséis). • Apresentar o Edital: regras, critérios de avaliação e datas. • Discussão em grupos: O que faz uma ponte ser resistente? • Cada aluno preenche individualmente o Campo 1 do formulário (hipóteses iniciais). • Apresentação rápida das respostas (2 min/grupo).
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 1 do formulário: hipóteses sobre resistência e o que considera importante no projeto.

FASE 2 — Geometria das Estruturas

Duração	2 a 4 aulas
Objetivo	Compreender por que triângulos são a base das treliças, calcular dimensões com escala.
Conteúdo	Triângulo como forma estável, Teorema de Pitágoras, Razão e Proporção, Lei dos Senos e Cossenos.
Atividades	• Demonstração prática: montar quadrado e triângulo com palitos e fita, mostrar que só o triângulo é rígido. • Exposição dialogada: tipos de treliças (Pratt, Howe, Warren). • Exercício em dupla: calcular a diagonal de uma treliça Warren usando Pitágoras, Lei dos Senos e Cossenos e razão e proporção.
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 2: esboço do tipo de treliça preferido e justificativa matemática.

FASE 3 — Forças e Eficiência Estrutural

Duração	2 aulas – Aula de Física. Orientação ao professor de Física: a Matemática já trabalhou triângulos, Pitágoras, escala e proporção. O foco desta fase é força, tração, compressão e vetores, sempre relacionando com as barras da treliça que os alunos vão construir. Use o Campo 3 do Guia do Aluno como roteiro de registro.
Objetivo	Entender tração, compressão, força e vetores e o índice de eficiência da ponte.
Conteúdo	Força peso, tração e compressão, Vetores, Reações de Apoio, $\text{Índice} = \text{carga} \div \text{massa própria}$.
Atividades	• Uso de molas e borrachas para ilustrar tração e compressão.

	• Cálculo do índice de eficiência com exemplos de pontes fictícias. • Explicação sobre Vetores e exemplos de apoios. • Roda de conversa: onde a ponte vai romper primeiro e por quê? • (Opcional) Demonstração com o software Ftool: apresentar imagens de treliças simuladas e contextualizar os esforços de tração e compressão visualmente. (Ftool é gratuito e funciona no navegador, sem instalação: acesse www.ftool.com.br, crie uma treliça simples com os nós e barras da ponte dos alunos, aplique uma carga central e mostre as barras coloridas, azul para tração, vermelho para compressão. Mesmo sem projetor, capturas de tela impressas já cumprem o objetivo.) Segue link, lista de reprodução com tutorial de utilização do Ftool. LINK
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 3: previsão do índice de eficiência esperado para sua ponte.

FASE 4 — Planejamento do Projeto

Duração	2 a 4 aulas
Objetivo	Elaborar o projeto técnico da ponte com todas as especificações.
Conteúdo	Desenho técnico, estimativa de consumo de material, critérios do edital.
Atividades	• Grupos formados (3 a 4 alunos). • Cada grupo recebe papel e régua. • Tarefa: desenhar a ponte, com todas as cotas (altura, vão, largura). • Calcular o número de palitos necessários e a massa estimada. • Professor circula para verificar se o projeto respeita o edital.
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 4: croqui técnico, dimensões, número de palitos estimado, massa prevista.

FASE 5 — Revisão e Validação do Projeto

Duração	1 aula
Objetivo	Revisar os projetos com base em critérios técnicos antes de iniciar a construção, aprovação do professor

Conteúdo	Análise crítica, ajustes de projeto.
Atividades	• Cada grupo apresenta seu projeto em 5 minutos para o professor ou a turma. • Rodada de ajustes: grupos revisam seus projetos com base no feedback do professor. • Professor assina (ou carimba) o projeto aprovado.
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 5: lista de ajustes realizados após a revisão e projeto final aprovado.

FASE 6 — Construção da Ponte

Duração	2 aulas. As atividades de construção poderão ser desenvolvidas, quando necessário, em horário extraclasse para a conclusão do projeto.
Objetivo	Construir a ponte conforme o projeto aprovado, registrando decisões e desvios.
Conteúdo	Técnicas de colagem, alinhamento, controle de qualidade.
Atividades	• Professor demonstra técnica de colagem e secagem adequada. • Grupos iniciam a construção seguindo o projeto aprovado. • Registro fotográfico e preenchimento do diário de obra, no decorrer da construção deixar um responsável do grupo para essa tarefa. • Professor avalia alinhamento e uso correto dos materiais. • Ao final: pesagem da ponte e verificação do vão.
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 6: diário de obra com decisões tomadas, dificuldades, desvios do projeto original.

FASE 7 — Ensaio de Rompimento

Duração	2 aulas
Objetivo	Executar o teste de carga e coletar todos os dados para análise.
Conteúdo	Carga máxima, índice de eficiência, ponto de ruptura, critérios do edital.
Atividades	• Professor configura o suporte de teste e explica o procedimento de segurança.

	• Cada grupo posiciona sua ponte, professor verifica o vão e a largura. • Carga aplicada progressivamente. • Observação do ponto de ruptura: qual barra cedeu primeiro? Por tração ou compressão? • Dados coletados: massa da ponte, carga máxima, índice de eficiência. • Registro fotográfico/vídeo do rompimento.
Anotações do Aluno	Aluno preenche o Campo 7: tabela de carga × deformação, índice de eficiência calculado, ponto de ruptura observado.

FASE 8 — Análise de Resultados e Relatório Final

Duração	1 a 2 aulas
Objetivo	Comparar planejado com o que foi alcançado e descrever o aprendizado no relatório.
Conteúdo	Análise de dados e conclusões.
Atividades	• Cada grupo relata o que foi planejado e o que foi alcançado. • Discussão: por que os resultados se desviaram? O que funcionou bem? • Grupos preenchem os Campos 8 e 9 do formulário (análise e conclusão). • Apresentação final: cada grupo expõe sua ponte, resultados e lições aprendidas (5 min/grupo). Avalie organização da fala, coerência entre o planejado e o apresentado, e domínio dos termos técnicos (treliça, tração, compressão, índice de eficiência). • Entrega do formulário completo como relatório final.
Anotações do Aluno	Aluno preenche os Campos 8 e 9: análise quantitativa (erros, eficiência) e conclusão narrativa com aprendizados.

❖ Exercícios de fundamentação Teórica - Aula 2

O Apêndice I apresenta uma sequência de exercícios estruturados para aplicação em sala de aula, com o objetivo de consolidar os conceitos trabalhados na Fase 2.

Os exercícios contemplam tanto os conteúdos de Matemática: (triângulos, Teorema de Pitágoras, Lei dos Senos e dos Cossenos, razão e proporção) quanto os de Física (forças, tração e compressão), favorecendo a integração interdisciplinar da proposta pedagógica.

Recomenda-se que o professor aplique os exercícios ao longo das aulas da Fase 2, utilizando-os como instrumentos de verificação da aprendizagem antes do início do planejamento do projeto.

❖ Critérios de Avaliação – Rubricas

A avaliação é processual (ao longo de todas as aulas) e somativa (relatório e ensaio final). Sugestão de distribuição de pontos:

Critério	Peso	Instrumento
Formulário de planejamento (Campos 1–5)	25%	Formulário entregue
Diário de obra (Campo 6)	15%	Registro por aula
Desempenho no ensaio (Campo 7)	20%	Tabela de dados
Análise e conclusão (Campos 8)	25%	Relatório final
Trabalho em equipe e apresentação	10%	Observação do prof.
Estética (acabamento, alinhamento e identidade visual do grupo)	5%	Exposição da ponte

Nota sobre a apresentação final (Aula 8): avalie organização da fala, coerência entre o planejado e o apresentado, e domínio dos termos técnicos trabalhados ao longo do projeto (treliça, tração, compressão, índice de eficiência).

❖ Sugestões de Adaptação

Para escolas com recursos limitados

- Substituir baldes por garrafas PET com água (1 L $\approx$ 1 kg) como carga.

Para turmas mais avançadas

- Incluir cálculo vetorial das forças em cada barra (análise de nós);
- Comparar dois tipos de treliça construídos pelo mesmo grupo;
- Utilizar planilha eletrônica para plotar o gráfico carga $\times$ deformação.

Para integração com outras disciplinas

- **Artes:** Produção de vídeo documentário sobre o projeto, com trilha musical, tempo máximo de 6 minutos, para apresentação à turma ou à escola. Desenvolvimento do design visual da ponte (identidade visual do grupo, pintura e elementos arquitetônicos).
- **História:** linha do tempo das pontes e da engenharia civil.
- **Redação/Língua Portuguesa:** transformar o relatório em artigo de divulgação científica.

APÊNDICE I

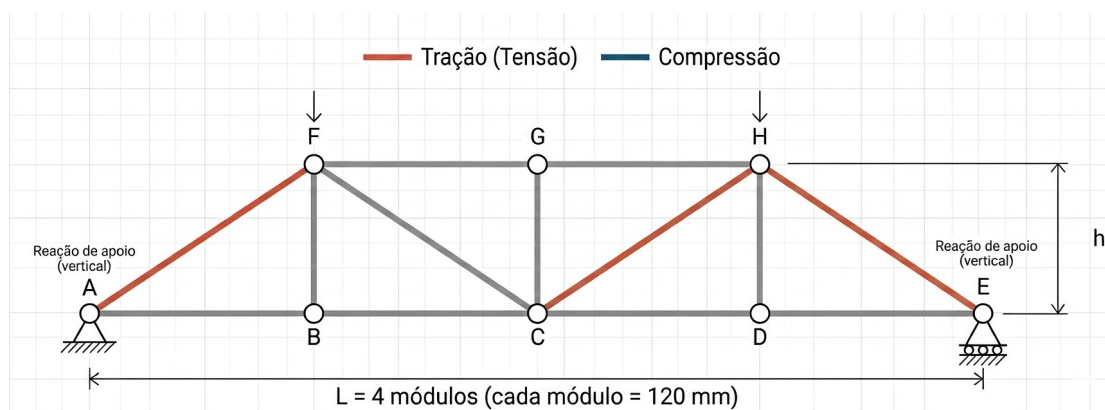
Exercícios de aprofundamento

Uma ponte tem comprimento total $L = 480 \text{ mm}$, altura $h = 80 \text{ mm}$ e 4 módulos (nós) de 120 mm cada. Os palitos têm seção de $10 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ (largura e espessura).

Lembre-se: $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

Use esses dados como referência padrão em todos os exercícios, salvo indicação contrária.

(Nós do banzo inferior: A – B – C – D – E | Nós do banzo superior: F – G – H).



a) Cada módulo da ponte tem base $b = 120 \text{ mm}$ e altura $h = 80 \text{ mm}$. Calcule o comprimento do palito diagonal que liga o nó A ao nó F. Use o Teorema de Pitágoras

$$\text{Fórmula: } h^2 + b^2 = d^2 \rightarrow d = \sqrt{b^2 + h^2}$$

Resolução:

$$d = \sqrt{120^2 + 80^2} = \sqrt{14400 + 6400} = \sqrt{20800} \approx 144,2 \text{ mm}$$

b) Um estudante mediu a diagonal com régua e obteve (diagonal) $d = 144 \text{ mm}$ e a base $b = 120 \text{ mm}$. Use o teorema de Pitágoras para verificar qual deve ser a altura real h da treliça.

$$\text{Fórmula: } h^2 = d^2 - b^2$$

Resolução

$$h = \sqrt{144^2 - 120^2} = \sqrt{20736 - 14400} = \sqrt{6336} \approx 79,6 \text{ mm} \approx 80 \text{ mm}$$

c) A ponte de palito tem comprimento $L = 480 \text{ mm}$. Ela representa em escala uma ponte real de 12 m de vão. Determine a razão de semelhança e calcule qual seria a altura real correspondente à altura $h = 80 \text{ mm}$ do modelo.

Dados: $L(\text{modelo}) = 480 \text{ mm} = 0,48 \text{ m}$ e $L(\text{real}) = 12 \text{ metros}$

Resolução:

Seja k a razão de semelhança entre a ponte real e o modelo. Então,

$$k = \frac{L_{\text{real}}}{L_{\text{modelo}}} = \frac{12}{0,48} = 25$$

Assim, a altura real será igual a $80 \cdot 25 = 2000 \text{ mm} = 2 \text{ m}$.

d) A diagonal AF tem catetos $b = 120 \text{ mm}$ (horizontal) e $h = 80 \text{ mm}$ (vertical). Use a lei dos senos para determinar os três ângulos do triângulo retângulo ABF, sabendo que $AB = 120 \text{ mm}$, $BF = 80 \text{ mm}$ e $AF = 144,2 \text{ mm}$.

Resolução:

Vamos aplicar a Lei dos Senos: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. Como

$a = BF = 80 \text{ mm}$; $b = AB = 120 \text{ mm}$, $c = AF = 144,2 \text{ mm}$ e $B = 90^\circ$, então

$$\frac{80}{\sin A} = \frac{144,2}{\sin 90^\circ} \rightarrow 80 \cdot \sin 90^\circ = \sin A \cdot 144,2.$$

Logo,

$$\sin A = \frac{80}{144,2} = 0,70 \rightarrow A = \arcsin 0,7 \approx 33,7^\circ$$

Como a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° , o ângulo F tem medida

$$F \approx 180^\circ - 90 - 33,7^\circ \approx 56,3^\circ$$

e) Duas forças atuam no nó G da ponte: $F_1 = 50 \text{ N}$ na diagonal (ângulo $\alpha = 33,7^\circ$ com a horizontal) e $F_2 = 30 \text{ N}$ horizontal. O ângulo entre elas é $\theta = 146,3^\circ$. Determine a força resultante usando a lei dos cossenos.

Resolução:

Seja F a força resultante procurada. Usando a lei dos cossenos, temos:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \theta$$

$$F^2 = 2500 + 900 - 2 \cdot 50 \cdot 30 \cdot \cos 146,3^\circ \approx 5900$$

$$F \approx \sqrt{5900} \approx 76,8 \text{ N}$$

f) Uma força de compressão $F = 80 \text{ N}$ age ao longo da diagonal AF (ângulo $\alpha = 33,7^\circ$ com o banzo inferior). Decomponha essa força em componentes horizontal (F_x) e vertical (F_y) usando as relações trigonométricas.

Resolução:

Se $F = 80 \text{ N}$ e $\alpha = 33,7^\circ$, então:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha \rightarrow 80 \cdot \cos 33,7^\circ \approx 66,6 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha \rightarrow 80 \cdot \sin 33,7^\circ \approx 44,2 \text{ N}.$$

g) No nó B da ponte, três barras se encontram: banzo inferior (horizontal), montante (vertical) e diagonal (inclinada a $33,7^\circ$). Uma carga $P = 60 \text{ N}$ age para baixo. Aplicando o princípio do equilíbrio vetorial ($\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$), determine as forças nos membros adjacentes.

Resolução:

Se $P = 60 \text{ N}$ e $\alpha = 33,7^\circ$, a força da diagonal será :

$$F_d \cdot \sin 33,7^\circ = 60$$

$$F_d = \frac{P}{\sin 33,7^\circ} \approx 108,4 \text{ N (tração)}$$

Força do banzo:

$$F_b = F_d \cdot \cos 33,7^\circ$$

$$F_b = 108,4 \cdot \cos 33,7^\circ \approx 90,3 \text{ N (compressão)}$$

h) Com uma carga central P aplicada no nó G (meio do vão), analise qualitativamente a treliça. Identifique quais membros estão em tração (T) e quais em compressão (C):

- banzo superior FG–GH

- banzo inferior AB–BC–CD–DE
- montantes BF, CG e DH
- diagonais AF, FG→C, CG→H, HE.

Resolução:

Banzo superior (FG, GH): Compressão.

Banzo inferior (AB–DE): Tração.

Montantes BF, DH: Compressão; CG: Tração.

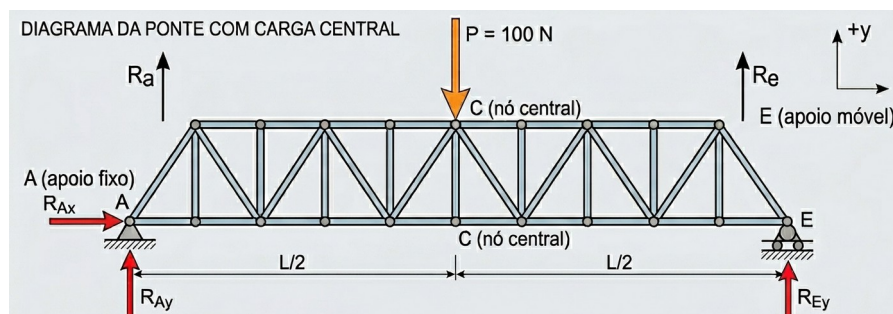
Diagonais AF, HD: Tração; FB→G, GH→D: Compressão.

i) A ponte tem vão $L = 480 \text{ mm}$ e está apoiada em A (apoio fixo) e E (apoio móvel).

Uma carga $P = 100 \text{ N}$ é aplicada verticalmente no nó central C.

Determine as reações verticais R_a e R_e nos apoios usando equilíbrio de momentos.

Resolução:



Análise de Equilíbrio de Momentos

Para encontrar a reação de apoio em E (R_e), é fixado o ponto A como eixo de rotação. Assim, temos $P=100\text{N}$, tendendo a girar a ponte no sentido horário a distância de 240 mm . Se a reação de apoio girar no sentido anti-horário temos o total de 480 mm .

$$R_e \cdot 480 = 100 \cdot 240$$

$$R_e = \frac{24000}{480} = 50 \text{ N}$$

Equilíbrio das forças $\sum M_y = 0$

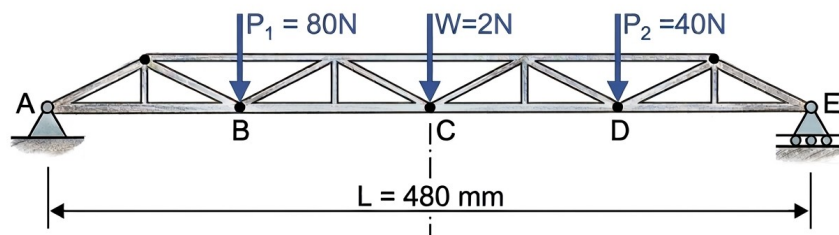
Para que a ponte não se mova para cima ou para baixo, a soma das forças de reação deve ser igual à carga aplicada:

$$R_a + R_e = 100$$

$$R_a + 50 = 100$$

$$R_a = 50 \text{ N}$$

j) A ponte ($L = 480 \text{ mm}$, apoios em A e E) recebe: $P_1 = 80 \text{ N}$ no nó B ($x = 120 \text{ mm}$), $P_2 = 40 \text{ N}$ no nó D ($x = 360 \text{ mm}$) e peso próprio estimado $W = 2 \text{ N}$ no centro ($x = 240 \text{ mm}$). Calcule R_a e R_e .



Somatórios de Momentos e A

$$480 \cdot R_e = 80 \cdot 120 + 2 \cdot 240 + 40 \cdot 360$$

$$480 \cdot R_e = 24480$$

$$R_e = \frac{24480}{480} = 51 \text{ N}$$

Somatório das forças em y

$$R_a + R_e = 80 + 40 + 2 = 122 \text{ N}$$

$$R_a = 122 - 51 = 71 \text{ N}$$

APÊNDICE II

EDITAL COMPETIÇÃO DE PONTES DE PALITOS DE MADEIRA DE PICOLÉ

Art. 1º – Do Objeto

Constitui objeto deste Edital a construção e o teste de carga de uma ponte confeccionada com palitos de picolé e cola, conforme as especificações técnicas estabelecidas neste instrumento.

Parágrafo único. A ponte deve ser capaz de vencer um vão livre de 100 cm (cem centímetros).

Art. 2º – Das equipes

O trabalho deverá ser realizado em grupos formados, com o número máximo de 5 (cinco) integrantes.

Art. 3º – Dos materiais e Requisitos Construtivos

I – Só será permitido o uso de palitos de picolé de madeira e cola para madeira (cola branca do tipo PVA).

II – A ponte deverá ser indivisível, de tal forma que partes móveis ou encaixáveis não serão admitidas.

III – A ponte deve possuir um tabuleiro feito de palitos de picolé, capaz de permitir a passagem de um carrinho de brinquedo, com a função de transpor o vão livre.

IV – Será permitida a incorporação de pintura, desde que não impacte positivamente a capacidade estrutural da ponte, sendo tais itens contabilizados na massa final da ponte.

Art. 4º – Das características Geométricas

I – Vão livre a ser vencido: 100 cm;

II – Comprimento mínimo da ponte: 120 cm;

III – Comprimento máximo da ponte: 130 cm;

IV – Largura mínima da ponte: 10 cm;

V – Largura máxima da ponte: 25 cm;

VI – A ponte não possui limite de altura.

Parágrafo único. As dimensões gerais da ponte podem ser verificadas na Figura 1.

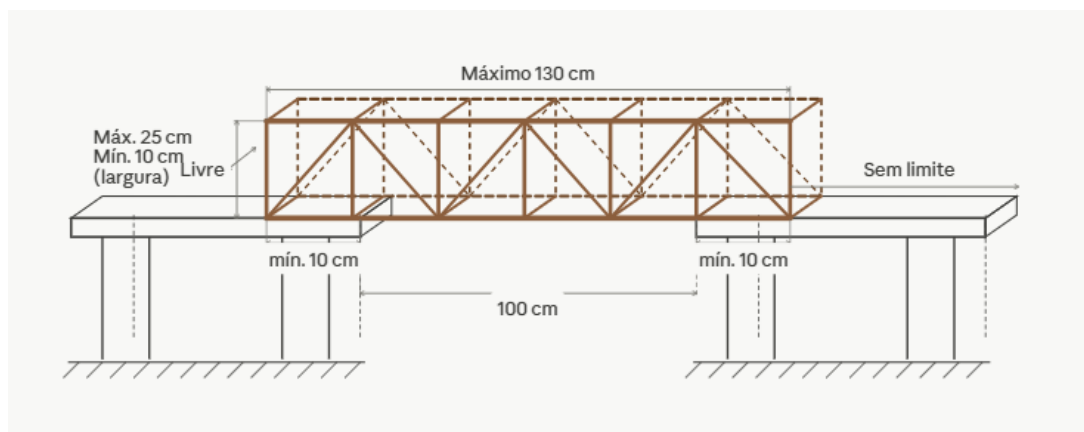


Figura 1: Esquema geral das dimensões da ponte.

Art. 5º – Da união das Barras

A junta ou união das barras deverá ser realizada através da sobreposição de palitos, conforme apresentado na Figura 2.

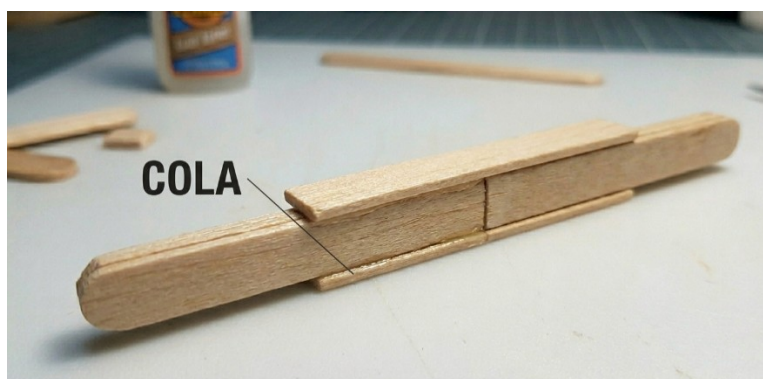


Figura 2: Esquema para união das barras.

Art. 6º – Da abertura para Passagem do Carrinho

A ponte deve possuir uma abertura, com largura e altura mínima de 10 cm, em toda a extensão do eixo longitudinal da ponte, contada a partir do seu tabuleiro, a fim de permitir a passagem de um carrinho de brinquedo, para a avaliação de funcionalidade, conforme apresentado no esquema da Figura 3.

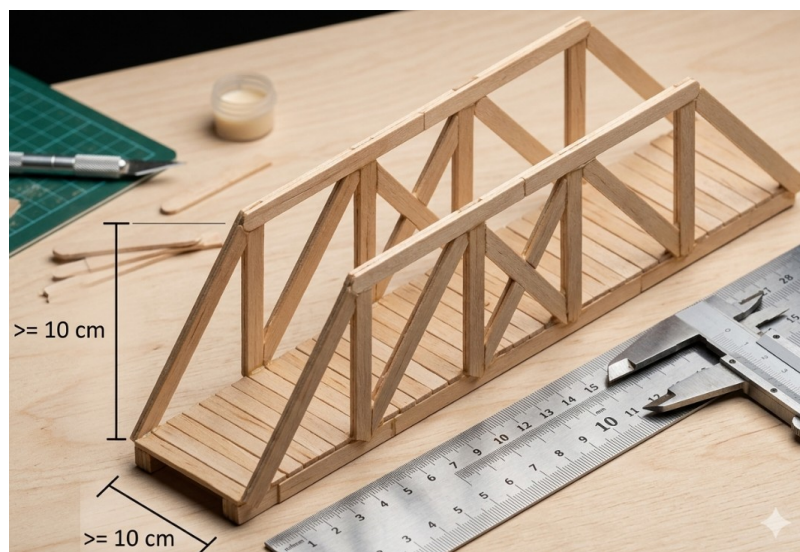


Figura 3: Esquema do vão livre da ponte para passagem do carrinho.

Art. 7º – Da massa

A ponte deverá ter massa de no máximo 800 (oitocentos) gramas.

Parágrafo único. Caso o limite estabelecido no caput seja excedido, poderá a comissão julgadora decidir se a ponte irá ou não participar dos testes de funcionalidade, estético e de carga da competição. De toda maneira, a cada 50g (cinquenta gramas) adicionais acima do limite estabelecido, a equipe perderá 10% (dez por cento) da carga portante apurada, equivalente a 0,2% (dois décimos por cento) por grama excedente.

Art. 8º – Da avaliação de Funcionalidade

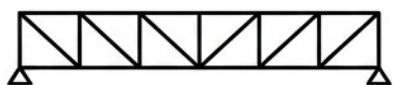
O teste de funcionalidade da ponte será constituído pela passagem de um carrinho de brinquedo sobre o tabuleiro da ponte, a qual deve transpor o vão livre de 100 cm de forma integral. Não deve existir obstáculos na abertura livre destinada à passagem do carrinho que impeçam o seu trânsito.

Parágrafo único. Caso o veículo fique “atolado”, ou incapaz de se mover, por algum obstáculo ou inclinação presente na abertura livre, a ponte será considerada reprovada na Avaliação de Funcionalidade, sendo desclassificada, tendo seus resultados anulados na Avaliação de Estética e na Avaliação de Carga.

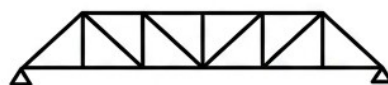
Art. 9º – Da avaliação de Estética

A avaliação estética da ponte será a primeira avaliação a ser realizada, com as pontes ficando em exposição durante tempo suficiente para que todos os participantes e avaliadores do evento tenham a oportunidade de contemplar as pontes de palitos.

TIPOS DE TRELIÇAS



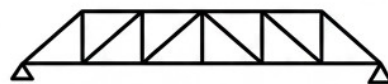
a) VIGA PRATT COM TABULEIRO INFERIOR



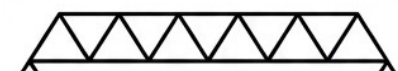
b) VIGA PRATT COM MONTANTE EXTREMO INCLINADO



c) VIGA PRATT COM TABULEIRO SUPERIOR



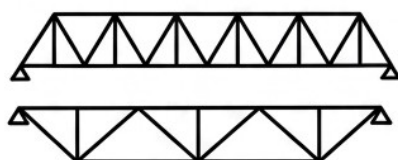
d) VIGA HOWE



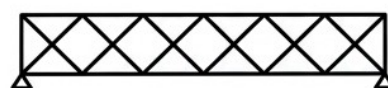
e) VIGA WARREN COM TABULEIRO INFERIOR



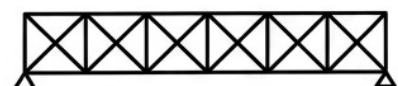
f) VIGA WARREN COM TABULEIRO SUPERIOR



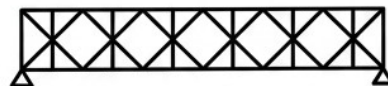
g) VIGA WARREN COM MONTANTE



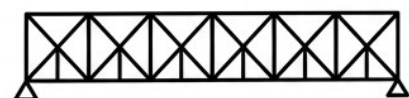
h) VIGA COMPOSTA (DUPLA WARREN)



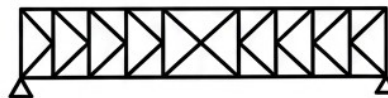
i) VIGA COMPOSTA COM MONTANTE



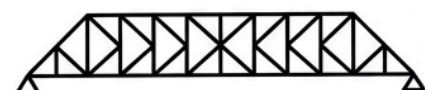
j) VIGA COMPOSTA COM MONTANTES PRINCIPAIS E AUXILIARES



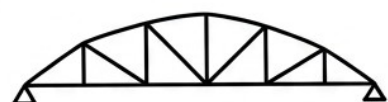
k) VIGA WARREN COM MONTANTES E DIAGONAIS AUXILIARES



l) VIGA "K"



m) VIGA "K" COM MONTANTE EXTERNO INCLINADO



n) VIGA PRATT COM BANZO SUPERIOR CURVO

3 GUIA DO ALUNO**GUIA DO ALUNO****Construção de Pontes Treliçadas com Palitos de Picolé**

Nome dos alunos:	
Nome do grupo:	
Turma / Ano:	
Professor(a):	

Como usar este formulário

Este caderno acompanha você em todas as etapas do projeto. A cada aula, preencha o campo indicado pelo professor. Ao final, o formulário completo será seu relatório. Seja caprichoso ele mostra o seu raciocínio, não apenas o resultado!

IMPORTANTE:

Grandes projetos não são feitos por uma pessoa só, mas por talentos que se completam. Reúnam o grupo e montem o plano de ação: organizem quem faz o quê com base no que cada um faz de melhor. Seja no design, na montagem ou na gestão do tempo, distribuam as funções agora para garantir uma execução perfeita até o final do projeto.

"Grandes obras começam com pequenos passos e materiais simples. O segredo da estabilidade não está no que você usa, mas em como você projeta."

FASE 1

Sensibilização — O que você já sabe sobre pontes?

Campo 1: Hipóteses Iniciais

Seu grupo vai projetar e construir uma ponte treliçada de palitos de picolé capaz de suportar pelo menos 2 kg. Antes de começar, registre o que você já sabe:

Antes de qualquer explicação, responda com suas próprias palavras:

a) O que faz uma ponte ser resistente? Liste pelo menos 3 fatores que você acredita serem importantes:

b) Por que os triângulos aparecem em tantas estruturas? Escreva sua hipótese:

c. Faça um esboço rápido de como você imagina que será a sua ponte (não precisa ser perfeito!)

(Espaço para desenho livre)

FASE 2 — Geometria das Estruturas (Matemática) Fundamentação Teórica

Campo 2: Escolha do Tipo de Treliça

Após a aula, marque o tipo de treliça que seu grupo pretende usar, no edital tem alguns modelos sugeridos.

Atenção: preencha a justificativa matemática somente após as aulas de geometria (Aulas 2 e 3), quando você já tiver estudado Pitágoras, Lei dos Senos e Cossenos.

- ☐ Treliça Warren (triângulos equiláteros alternados)
- ☐ Treliça Pratt (diagonais tracionadas)
- ☐ Treliça Howe (diagonais comprimidas)
- ☐ Outro (descreva): _____

Justifique matematicamente sua escolha: (use as propriedades dos triângulos e o Teorema de Pitágoras):

Cálculo da diagonal (mostre as contas):

Dados:

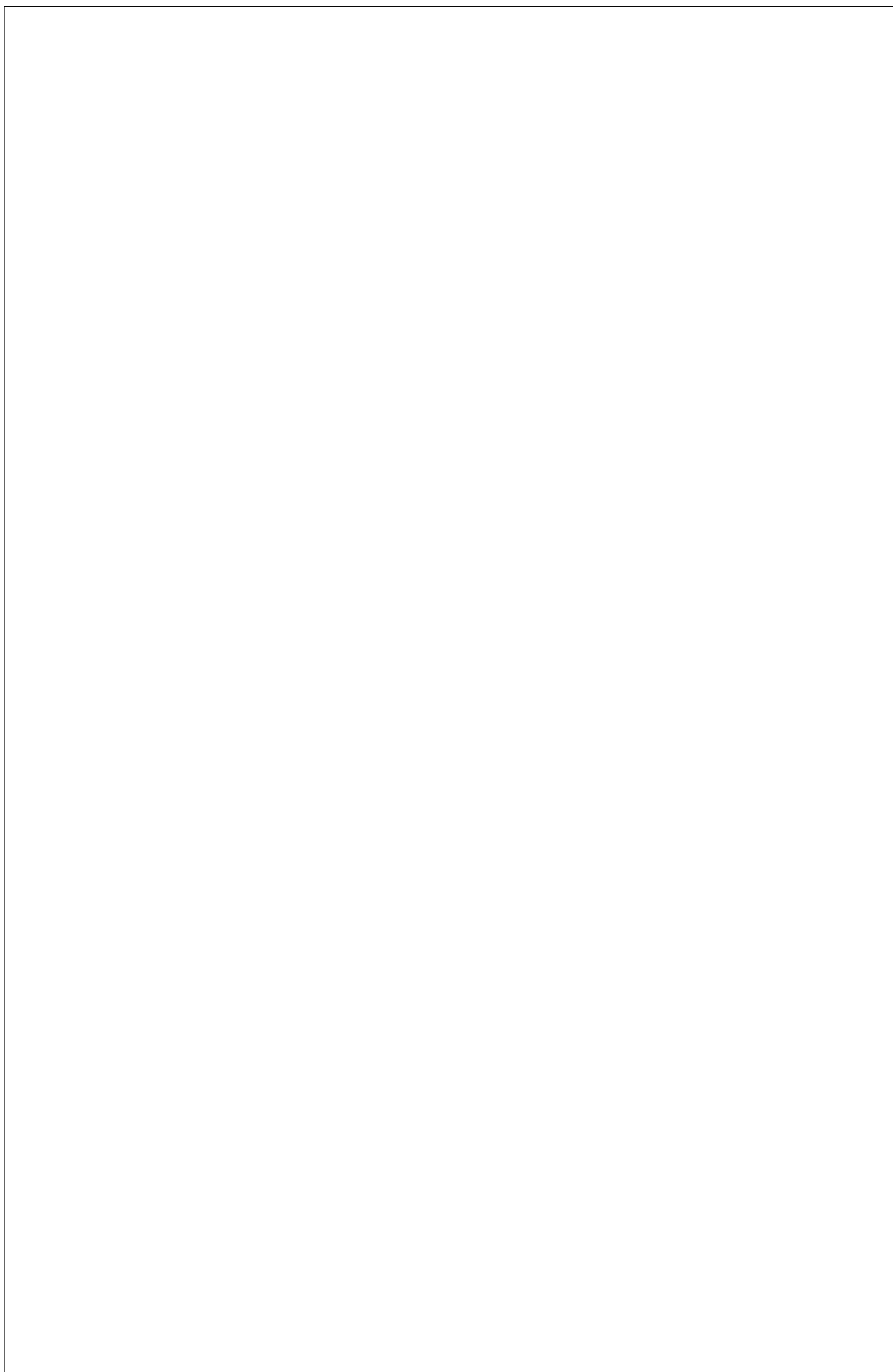
Comprimento do painel (a) = _____ cm

Altura da treliça (h) = _____ cm

Diagonal (d) = $\sqrt{a^2 + h^2}$ = _____ = _____ cm

Comprimento total de palitos necessários $\approx$ _____ cm $\rightarrow$ _____ palitos

Outras Fórmulas: (Razão e Proporção, Lei dos senos e Cossenos)



FASE 3 — Forças e Eficiência Estrutural (Física)

Campo 3: Previsão de Desempenho

Com base no que aprendeu sobre tração, compressão e índice de eficiência, preencha:

Massa estimada da ponte (g):	
Carga máxima prevista (g):	<i>Meta mínima do edital: 2000 g (2 kg)</i>
Índice de eficiência previsto:	IE = Carga ÷ massa da ponte = _____

Onde você acha que a ponte vai romper primeiro e por quê?

FASE 4

Planejamento do Projeto

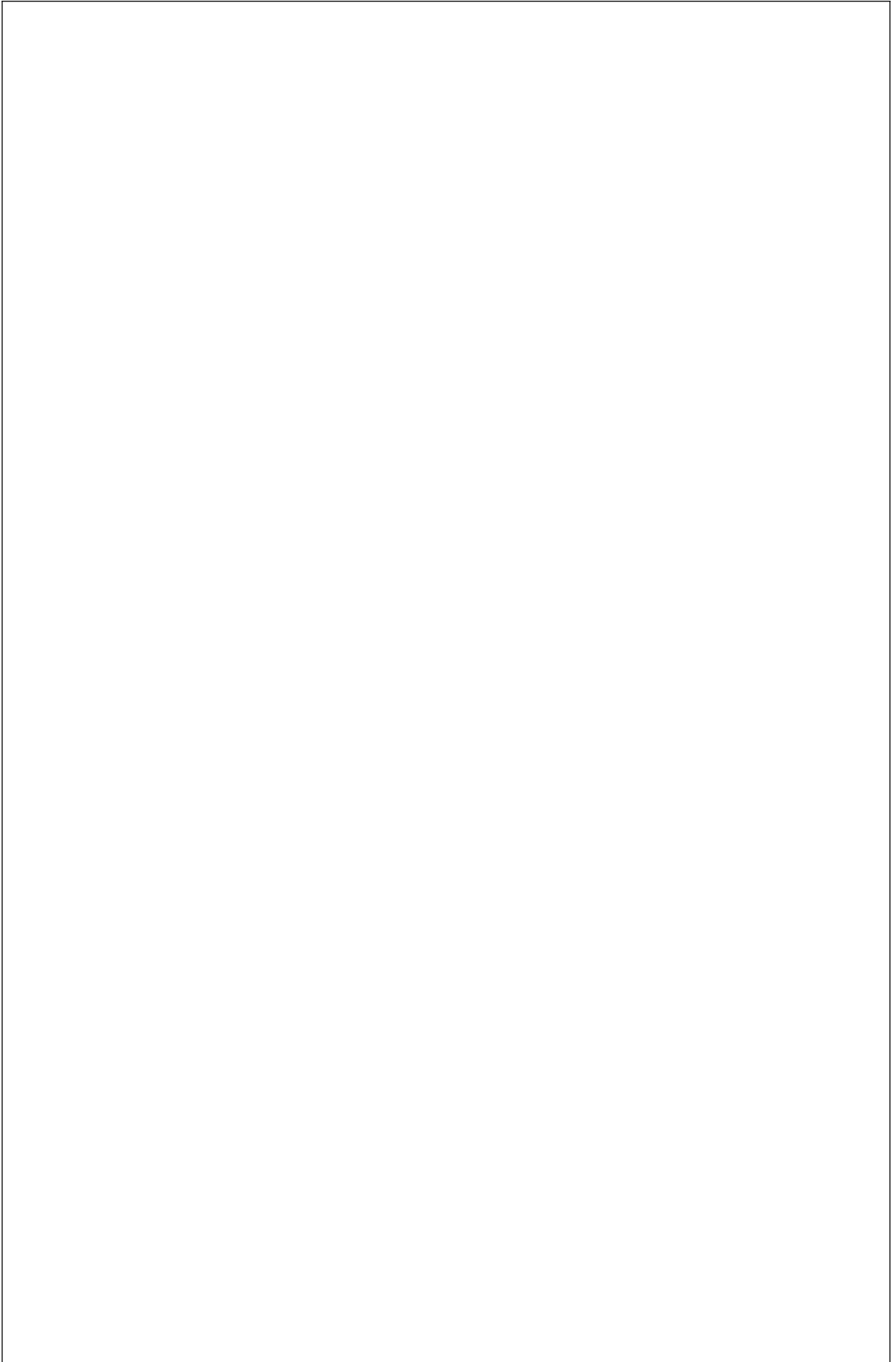
Campo 4: Projeto Técnico da Ponte

Preencha todas as especificações do projeto da sua ponte:

Comprimento total da ponte (cm)	Mínimo: 120 cm Máximo: 130 cm
Vão livre (entre apoios) (cm)	Mínimo exigido: 100 cm
Altura da treliça (cm)	
Largura da ponte (cm)	Mínimo: 10 cm Máximo: 25 cm
Número estimado de palitos	
Massa estimada da ponte (g)	Máximo: 800 g
Tipo de treliça escolhido	
Técnica de colagem planejada	
Abertura livre para carrinho (largura × altura)	Mínimo exigido: 10 cm × 10 cm em toda a extensão longitudinal

Cole ou desenhe o croqui técnico em escala abaixo (vistas frontal e lateral):
Demonstre todos os cálculos utilizados

(Desenho técnico em escala — Vista Frontal)
 Escala adotada: 1 cm no papel = ____ cm real



FASE 6

Diário de Obra — Construção

Campo 6: Registro da Construção

Preencha ao final de cada sessão de construção:

Etapas	O que foi feito / Decisões / Dificuldades
1º	
2º	
3º	
4º	
5º	
6º	
7º	
8º	

Houve algum desvio do projeto original? Se sim, descreva e justifique:

FASE 7

Ensaio de Rompimento

Campo 7: Dados do Ensaio de Carga

Antes de iniciar: posicione a ponte sobre os apoios conforme instrução do professor, verifique o vão e a largura, e só então comece o registro.

Massa real da ponte (g)	_____ g
Vão real medido (cm)	_____ cm
Largura real medida (cm)	_____ cm
Atende ao edital (vão ≥ 100 cm, comprimento 120–130 cm, largura 10–25 cm, massa ≤ 800 g, abertura carrinho $\geq 10 \times 10$ cm)	☐ Sim ☐ Não

Tabela de carga progressiva :

Etapas	Carga adicionada (g)	Carga total (g)	Observação (deformação, barulho, etc.)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7 (RUPTURA)			

Carga máxima suportada (g)	_____ gramas
Índice de eficiência real (Carga $\div$ massa da ponte)	IE = _____ $\div$ _____ = _____

Descrição do ponto de ruptura (qual barra/nó cedeu? Por tração ou compressão? Por que?):

FASE 8

Análise de Resultados

Campo 8: Planejado × Alcançado

Dados	Valor Planejado	Valor Real	Erro (%)
Carga máxima (g)			
Massa da ponte (g)			
Índice de eficiência			
Vão livre (cm)			
Número de palitos usados			

Fórmula do erro percentual:
$$\text{Erro} = \frac{(\text{Planejado} - \text{Real})}{\text{Planejado}} \times 100$$

Exemplo: se o planejado era 3.000 g e o real foi 2.400 g

Erro = $(3.000 - 2.400) \div 3.000 \times 100 = 20\%$

O que causou os maiores desvios entre o planejado e o real?

Comparando com os outros grupos: o que seu grupo fez de diferente? O que poderia ter melhorado?

APÊNDICE I

EXERCÍCIOS DE FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA — FASES 2 e 3

Matemática e Física - Aplicadas às Pontes Trelaçadas

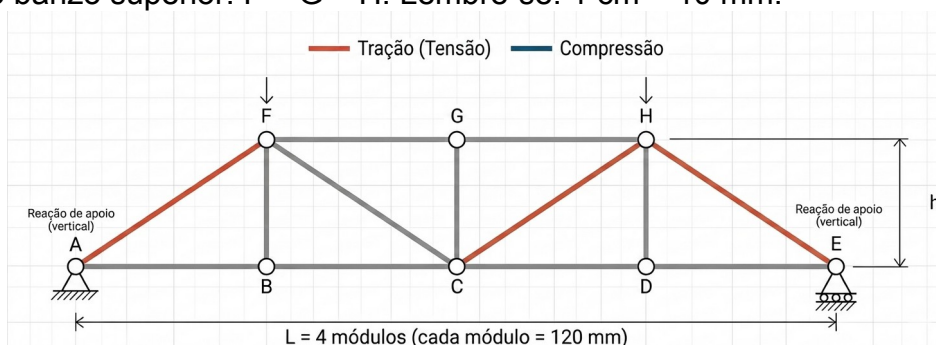
Dados de referência (use em todos os exercícios, salvo indicação contrária):

A ponte tem comprimento total $L = 480$ mm, altura $h = 80$ mm e 4 módulos (painéis) de 120 mm cada.

Os palitos têm seção de 10 mm × 2 mm.

Nós do banzo inferior: A – B – C – D – E |

Nós do banzo superior: F – G – H. Lembre-se: 1 cm = 10 mm.



Exercício 1 — Teorema de Pitágoras (Cálculo da diagonal)

Cada módulo da ponte tem base $b = 120$ mm e altura $h = 80$ mm. Calcule o comprimento do palito diagonal que liga o nó A ao nó F.

$$\text{Fórmula: } h^2 + b^2 = d^2 \rightarrow d = \sqrt{b^2 + h^2}$$

Exercício 2 — Escala e Proporção

A ponte de palito tem comprimento $L = 480$ mm e representa, em escala, uma ponte real de 12 m de vão. Determine a razão de semelhança (k) e calcule qual seria a altura real correspondente à altura $h = 80$ mm do modelo.

$$k = \frac{L_{\text{real}}}{L_{\text{modelo}}}$$

Parte B — Índice de Eficiência ($IE = \text{Carga suportada} \div \text{Massa da ponte}$):

Exercício 6 — Identificação de Tração e Compressão na Treliça

Com uma carga central P aplicada no nó G (meio do vão), identifique o tipo de esforço que atua em cada membro da treliça. Escreva T (Tração) ou C (Compressão) e justifique sua resposta.

Membro	T ou C?	Justificativa
Banzo superior (FG, GH)		
Banzo inferior (AB, BC, CD, DE)		
Montantes (BF, CG, DH)		
Diagonais (AF, FG→C, CG→H, HE)		

Assinatura dos integrantes do grupo:

1. _____	3. _____
2. _____	4. _____
5. _____	

Data de entrega: ____/____/____