

# PRODUTO EDUCACIONAL

## Raciocínio Matemático de Alunos do 1º Ano na Realização de Tarefas Exploratórias de Adição

**Mathematical Reasoning of First-Grade  
Students in Solving Exploratory Addition Tasks**

**Rosiane Novais da Costa**

**Eliane Maria de Oliveira Araman**



# Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

ROSIANE NOVAIS DA COSTA

Eliane Maria de Oliveira Araman

### Raciocínio Matemático de Alunos do 1º Ano na Realização de Tarefas Exploratórias de Adição

Mathematical Reasoning of First-Grade Students in Solving Exploratory Addition Tasks

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Eliane M. Oliveira Araman

LONDRINA | 2026



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



ROSIANE NOVAIS DA COSTA

**ANÁLISE DOS PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MOBILIZADOS POR ALUNOS DE 1º ANO NA REALIZAÇÃO DE TAREFAS EXPLORATÓRIAS DE ADIÇÃO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 30 de Março de 2026

Dra. Eliane Maria De Oliveira Araman, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Adriana Quimentao Passos, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Dr. Jader Otavio Dalto, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 30/03/2026.



# SUMÁRIO

<b>Apresentação</b>	5
<b>1 - Fundamentação Teórica</b>	
Raciocínio Matemático	7
Tarefas Exploratórias	11
Adição	13
<b>2 - Material confeccionado</b>	14
Tarefa 1	15
Tarefa 2	16
Tarefa 3	17
<b>3 - Resultados Obtidos</b>	18
<b>4 - Reflexões Finais e Desdobramentos</b>	33



# APRESENTAÇÃO

## **CARO (A) PROFESSOR (A),**

É com grande satisfação que apresentamos este Produto Educacional, elaborado a partir dos resultados da dissertação intitulada *“Análise dos processos de raciocínio matemático mobilizados por alunos de 1º ano na realização de tarefas exploratórias de adição”*, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina e Cornélio Procópio.

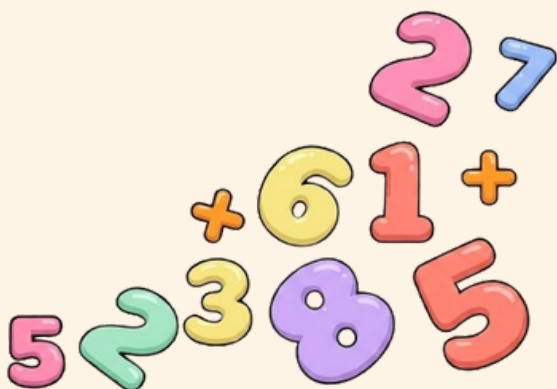
Este material configura-se como um guia didático, concebido com o propósito de ampliar os conhecimentos dos professores acerca do raciocínio matemático, bem como de explicitar de que modo as tarefas exploratórias, articuladas às ações intencionais do docente, podem favorecer o desenvolvimento desse raciocínio nos alunos.

O guia está organizado em quatro capítulos: No capítulo 1, apresenta-se a fundamentação teórica sobre o raciocínio matemático, a abordagem de ensino-aprendizagem exploratória e o ensino da adição. O capítulo 2, traz o material confeccionado para ser usado nas tarefas 2 e 3 seguindo do modelo das tarefas implementadas, cujos resultados podem ser consultados na dissertação que deu origem a este produto. No capítulo 3, são discutidos os resultados obtidos a partir da implementação das tarefas e da observação dos processos de raciocínio matemático mobilizados por uma dupla, os resultados das outras duplas estão disponíveis na pesquisa. Por fim, o capítulo 4 apresenta as considerações finais, destacando as contribuições da pesquisa, suas limitações e possíveis desdobramentos para estudos futuros.

A abordagem exploratória apresenta potencial para promover aprendizagens relacionadas ao conteúdo de adição e às suas propriedades. Destaca-se pelo papel ativo do professor na organização e condução das atividades, bem como pela valorização da comunicação entre os alunos, especialmente no trabalho em duplas. Tal perspectiva favorece a interação, a argumentação, a mobilização de processos de raciocínio matemático e a construção de aprendizagem autônoma.

Nosso objetivo é que este material possibilite a ampliação da compreensão acerca do raciocínio matemático e de seus processos, das tarefas exploratórias, do trabalho colaborativo e da argumentação, bem como da importância das ações docentes na condução dessas propostas. Esperamos que possa ser utilizado conforme as necessidades e especificidades de cada contexto educativo.

Com satisfação, disponibilizamos este material com o intuito de contribuir para a aprendizagem matemática dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Agradecemos aos professores que buscam, por meio deste material, aprimorar sua prática pedagógica. Este guia constitui-se como um recurso que visa fortalecer a aprendizagem — especialmente no que se refere aos processos de raciocínio matemático —, qualificar a atuação docente e potencializar as práticas pedagógicas no contexto escolar.



# RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

O raciocínio matemático tem se consolidado como um eixo central no ensino e na aprendizagem da Matemática, sendo amplamente discutido por pesquisadores e reconhecido em documentos curriculares nacionais e internacionais, como a Base Nacional Comum Curricular e o National Council of Teachers of Mathematics. Esse destaque decorre de sua relevância na construção de conhecimentos que ultrapassam a memorização de regras e procedimentos, favorecendo a compreensão conceitual e a produção de significados.

Do ponto de vista teórico, há convergência quanto à compreensão do raciocínio matemático como um processo de inferência e de construção de conclusões a partir de conhecimentos prévios. Autores como Jeannotte e Kieran (2017), Stylianides (2009), Mata-Pereira e Ponte (2018) e Lannin, Ellis e Elliot (2011) enfatizam seu caráter dinâmico, que envolve formular questões, elaborar e testar conjecturas, justificar ideias, argumentar e comunicar resultados. Assim, o raciocínio matemático integra análise, validação e comunicação, constituindo-se como elemento estruturante da atividade matemática.

No contexto educacional, defende-se que seu desenvolvimento deve ser objetivo prioritário desde os anos iniciais, pois compreender Matemática implica não apenas conhecer definições, mas estabelecer relações, justificar procedimentos e aplicar conceitos em diferentes situações. A Base Nacional Comum Curricular reforça essa perspectiva ao associar o raciocínio matemático ao letramento matemático, entendido como a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar em variados contextos.

Desse modo, destaca-se a importância de envolver os alunos, desde os primeiros anos de escolarização, em tarefas que favoreçam a formulação de conjecturas, a resolução de problemas e a construção de justificativas. A atuação do professor na seleção e condução dessas tarefas é fundamental para criar condições que promovam a participação ativa dos estudantes e o desenvolvimento progressivo de sua capacidade de raciocinar matematicamente.

No que se refere aos processos de raciocínio matemático, Jeannotte e Kieran (2017) identificam um conjunto de ações que expressam a temporalidade e a dinâmica do raciocínio, organizando-os em três categorias, conforme quadro seguinte: processos relacionados à busca de semelhanças e diferenças (como conjecturar, generalizar, identificar padrões, comparar e classificar), processos voltados à validação (como justificar, provar e provar formalmente) e o processo de exemplificar, que serve de apoio aos demais.

## Quadro – Processos de Raciocínio Matemático

Categoria	Processo	Descrição
<b>Processos Relacionados à Validação</b>	Conjeturar	<p>Consiste em elaborar afirmações provisórias a partir da análise de relações matemáticas, com base em conhecimentos e observações realizadas. Trata-se de um processo em que o aluno formula hipóteses que podem ser válidas ou não, servindo como ponto de partida para aprofundamentos, validações e novas aprendizagens.</p>
	Generalizar	<p>Refere-se à ampliação de uma relação identificada em casos particulares para um conjunto mais abrangente. Ocorre quando o aluno reconhece regularidades ou padrões e os estende para outras situações, elevando o raciocínio a um nível mais amplo, ainda que sem formalização demonstrativa.</p>
	Identificar um padrão	<p>Pode levar a conjecturas, mas não pode ser igualado a elas. Exige a comparação de casos ou exemplos para destacar o padrão. Vai além de comparar, porque comparar apenas infere uma narrativa sobre semelhanças e diferenças.</p>
	Comparar	<p>É um processo que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas. Diferente de conjecturas e generalizações, por ser um padrão aplicável a algo dentro de um conjunto menor, sem se estender para um conjunto mais amplo. Pode ocorrer junto com outros processos de raciocínio, como generalização, identificação de padrões e validação.</p>
	Classificar	<p>Um processo importante que viabiliza o desenvolvimento no nível dos objetos, colocando-os juntos ou separando-os. Pode ser associado à comparação, conjectura e generalização.</p>

Categoria	Processo	Descrição
-----------	----------	-----------

**Processos Relacionados à Busca de Semelhanças e Diferenças**

**Justificar**

Processo que busca por elementos para validar ou refutar uma conjectura de provável para mais provável. É um processo essencial do raciocínio matemático e deve ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolaridade.

**Provar**

É um processo que busca dados e garantias para modificar uma conjectura de provável para verdadeira. É essencial à legitimação do raciocínio matemático desenvolvido.

**Provar Formalmente**

Além de ser um processo que busca dados e garantias para modificar uma conjectura de provável para verdadeira, é formalizada e reconhecida pela classe da comunidade matemática.

**Processo de Suporte**

**Exemplificar**

Dá suporte aos demais processos por meio da construção de exemplos, auxiliando na busca por semelhanças e diferenças e na busca por validação. A exemplificação está relacionada com todos os processos. Infere dados e gera elementos que auxiliam a justificar e validar.

# TAREFAS EXPLORATÓRIAS

Morais, Serrazina e Ponte (2018) defendem a importância de envolver os alunos, desde os primeiros anos de escolaridade, em tarefas que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio matemático. De modo convergente, Jeannotte e Kieran (2017) e Stylianides (2009) ressaltam que esse trabalho deve ocorrer em diferentes níveis de ensino, tornando as tarefas que mobilizam o raciocínio centrais nas experiências matemáticas dos estudantes. Destaca-se, ainda, o papel fundamental do professor na condução dessas tarefas, criando condições para que os alunos formulem argumentos e alcancem novas conclusões.

Ponte (2005, 2014) atribui às tarefas um papel mediador essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática, destacando que podem assumir diferentes formatos – como exercícios, problemas, investigações e explorações – variando quanto ao nível de desafio e à estrutura (aberta ou fechada). Enquanto os exercícios são fechados e de baixo desafio, os problemas mantêm estrutura fechada, mas exigem maior complexidade. Já as tarefas investigativas combinam alto nível de desafio com estrutura aberta.

As tarefas exploratórias, por sua vez, caracterizam-se por estrutura mais aberta e menor nível de desafio, permitindo que os alunos iniciem a resolução sem planejamento detalhado prévio. Diferentemente dos exercícios, elas demandam a mobilização de conhecimentos prévios e a construção de novas estratégias, favorecendo a investigação e a ampliação da compreensão matemática.

Essa estratégia de ensino coloca o aluno no centro do processo, promovendo a construção do conhecimento por meio da resolução de tarefas significativas e da reflexão sobre as próprias ações. Ao discutir soluções em duplas e coletivamente, os alunos assumem papel ativo na aprendizagem, compreendida como resultado da reflexão sobre a tarefa realizada (Ponte, 2005). Conforme o quadro abaixo, Ponte (2010) diferencia essa abordagem ao destacar as características das tarefas propostas, os papéis assumidos por professor e alunos e a natureza da comunicação estabelecida em sala de aula.

### Quadro - Diferenças entre o Ensino exploratório e o Ensino direto.

	<b>Ensino Direto</b>	<b>Ensino Exploratório</b>
<b>Tarefas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tarefa padrão: Exercício</li> <li>• As situações são artificiais</li> <li>• Para cada problema existe uma estratégia e uma resposta certa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variedade: Exploração; Investigação; Projetos; Exercícios</li> <li>• As situações são realistas</li> <li>• Existem várias estratégias para lidar com um problema</li> </ul>
<b>Papéis</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos recebem "explicações."</li> <li>• O professor e o manual escolar são as únicas autoridades na sala de aula.</li> <li>• O professor mostra "exemplos" para os alunos "aprenderem a fazer."</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos exploram tarefas para descobrirem estratégias para resolvê-las.</li> <li>• O professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio.</li> <li>• O aluno é autoridade se usar raciocínio lógico para fundamentar as afirmações.</li> </ul>
<b>Comunicação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O professor coloca questões e fornece feedback imediato (seqüência I-R-F).</li> <li>• O aluno coloca dúvidas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos são encorajados a discutir com os colegas (trabalhando em grupos ou em pares).</li> <li>• No fim de um trabalho significativo, fazem-se discussões com toda a turma.</li> <li>• Significados negociados na sala de aula.</li> </ul>

*I-R-F* : Refere-se a uma seqüência de comunicação típica do Ensino direto, onde: I (iniciação); R (resposta) e F (feedback), ou seja, o professor inicia com a questão, o aluno dá a resposta e o professor fornece o feedback imediato sobre a resposta do aluno.

# ADIÇÃO

A adição, como operação fundamental nos anos iniciais, deve ser ensinada para além da memorização de fatos aritméticos, contemplando a compreensão de suas propriedades — comutatividade, associatividade e elemento neutro — e sua relação com a estrutura do sistema numérico. A Base Nacional Comum Curricular reforça que o ensino das operações deve ser contextualizado e significativo, priorizando a compreensão em vez da aplicação mecânica de regras. Nessa perspectiva, Edda Curi (2010) destaca que o trabalho com a adição, no âmbito do Campo Aditivo, deve promover a construção de conceitos de forma significativa, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio matemático e preparando os alunos para situações mais complexas.

O estudo da adição nos anos iniciais do Ensino Fundamental constitui um eixo estruturante para o desenvolvimento do pensamento numérico, devendo priorizar a compreensão em vez da memorização mecânica. Sua aprendizagem inicia-se em experiências concretas de contagem e evolui para estratégias mentais flexíveis, envolvendo decomposição numérica, relações parte-todo e propriedades da operação. Ao favorecer a construção do sentido de número e do cálculo mental, estabelecem-se bases sólidas para aprendizagens matemáticas mais complexas.

Nesse contexto, o ensino exploratório mostra-se especialmente adequado, pois promove a investigação de situações aditivas, a comparação de estratégias, a argumentação e a validação de soluções. Ao propor tarefas abertas e desafiadoras, o professor favorece a compreensão das propriedades da adição — como comutatividade, associatividade e elemento neutro — e sua articulação com a estrutura do sistema numérico.

Para a realização das tarefas 2 e 3, foram confeccionadas pela professora cédulas e moedas fictícias.

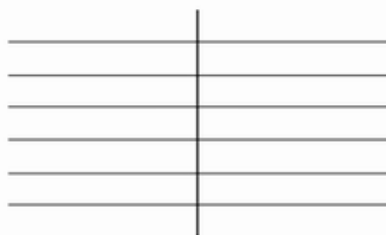


# TAREFA 1

Realizada em maio de 2024, consiste em descobrir quantas possibilidades diferentes existiam para colocar 7 peixinhos em duas bacias. Lembrando que na propriedade comutativa da adição ao trocar os números de posição o valor não se altera.

## Tarefa: Os peixes

Os sete peixes podem nadar nas bacias; eles podem saltar de uma bacia para outra. Se todos os peixes querem nadar nas bacias, imagine as diferentes maneiras em que podemos ver os 7 peixes nas duas bacias.



Fonte: adaptado de Araman; Serrazina e Ponte (2019, p. 475)

## TAREFA 2

Realizada em agosto de 2024 consiste em formar a quantia de R\$13,00 com moeda de 1 real e notas de 2, 5 e 10 reais respeitando a regra de não existirem possibilidades iguais

Quais as diferentes maneiras de formar R\$ 13 usando cédulas de R\$ 10, R\$ 5, R\$ 2 e moedas de R\$ 1?



**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

**13** = \_\_\_\_\_

## TAREFA 3

Realizada em novembro de 2024, as duplas teriam que encontrar maneiras de compor R\$18,00 respeitando as regras indicadas na tarefa exploratória proposta.

Quais as diferentes maneiras de formar R\$ 18 usando cédulas de R\$ 10, R\$ 5, R\$ 2 e moedas de R\$ 1?



### COM MOEDAS DE 1 REAL

$$18 = \square + \square + 2 + \square$$

$$18 = \square + \square + \square + \square + 1$$

$$18 = 10 + \square + \square + \square + \square$$

$$18 = \square + 5 + \square + \square + \square + \square$$

### SE NÃO TEM MOEDAS DE 1 REAL

$$18 = \square + \square + \square + \square + \square$$

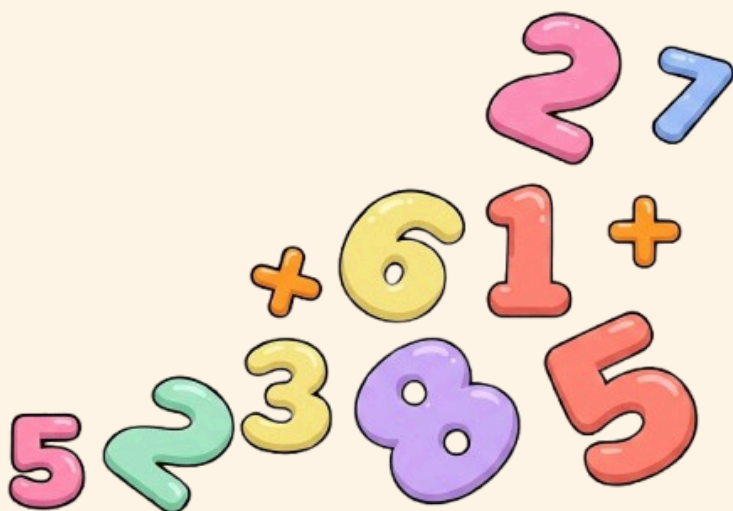
$$18 = \square + \square + \square + \square + \square + \square$$

Fonte: adaptado de Araman e Serrazina (2020)

## RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, são apresentados exemplos de análises construídas a partir das Tarefas 1, 2 e 3 resolvidas pela dupla Sonia e Odete, com base em transcrições dos áudios, registros escritos e fotografias produzidas durante as resoluções e discussões.


Como forma de organizar os resultados, cada tarefa é apresentada em sequência, incluindo produções da dupla, registros escritos, excertos das interações e discussões decorrentes. Ao final de cada tarefa, propõe-se uma discussão dos processos mobilizados pelos alunos durante a resolução, considerando os processos de raciocínio matemático evidenciados por Jeannotte e Kieran (2017).



# Registro escrito da tarefa 1

**Tarefa: Os peixes**


Os sete peixes podem nadar nas bacias, eles podem saltar de uma bacia para outra.  
Se todos os peixes querem nadar nas bacias, imagine as diferentes maneiras em que podemos ver os 7 peixes nas duas bacias.



1	6
3	4
5	2
6	1
7	0
0	7

**Tarefa: Os peixes**

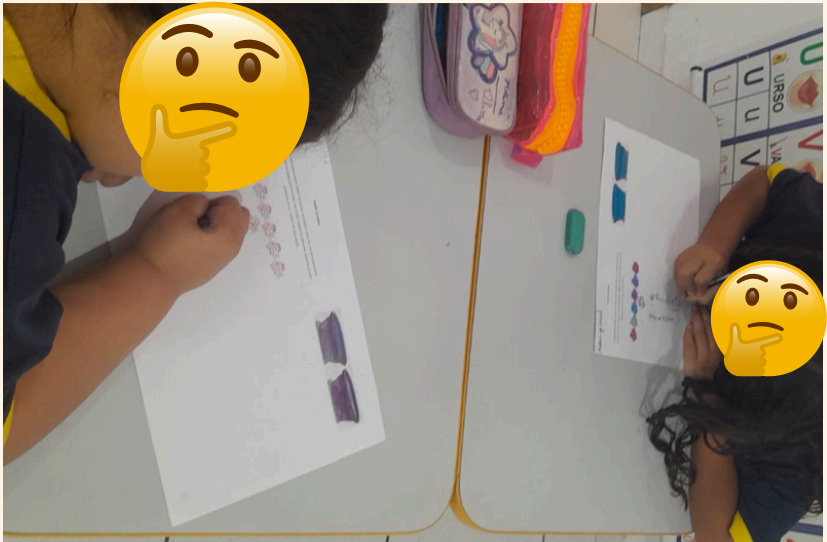
Os sete peixes podem nadar nas bacias, eles podem saltar de uma bacia para outra.  
Se todos os peixes querem nadar nas bacias, imagine as diferentes maneiras em que podemos ver os 7 peixes nas duas bacias.



1	6
3	4
5	2
6	1
7	0
0	7

Fonte:Dados da pesquisa

## REALIZAÇÃO DAS TAREFAS EM DUPLAS



Fonte:Dados da pesquisa

## TRANSCRIÇÃO DO ÁUDIO

**Odete:** Um peixe aqui.

**Sonia:** Odete, se pôr um peixe lá, quantos vai pôr na outra bacia?

**Odete:** Aí dá pra pôr seis peixes.

**Sonia:** Ô, tia, tá certo aqui?

**Professora:** Deu sete peixinhos?

**Odete:** Deu sim, ó.

**Sonia:** Agora vou fazer na bacia.

**Professora:** É melhor fazer os números na linha.

**Odete:** Tá, então, vou pôr três aqui e quatro ali.

**Sonia:** Deu sete também.

**Odete:** Ô, tia, pode pôr sete?

**Professora:** Você acha que dá?

**Sonia:** Dá, porque eu tenho sete peixinhos, ó.

**Professora:** E se você pôr sete, quanto sobra na outra bacia?

**Odete:** Nenhum.

**Professora:** E que número é nenhum?

**Sonia:** Hum, é o zero. Pode pôr?

**Professora:** Sete mais zero dá sete? 7?

**Odete:** Dá sim, olha na bacia!

**Professora:** Agora acabou?

**Alunas:** Não! Faltam duas linhas para colocar.

**Professora:** E que números você vai colocar?

**Odete:** 4 e 3.

**Sonia:** Verdade, dá 7.

**Odete:** Aqui eu vou pôr o 2 agora, e aqui o 5. Olha, vai dar 7 também.

**Sonia:** Eu vou pôr o 4 mais o 3.

**Odete:** Já tem ali em cima, ó.

**Sonia:** E se pôr 5 mais 2? Dá 7 também.

**Odete:** É, então acabou.

**Alunas:** Ô, tia, acabamos!

**Professora:** Não tem mais chances nem possibilidades?

**Sonia:** No nosso não, mas no da Milena dá. Pode ajudar ela?

**Professora:** Não. Pode pintar o de vocês que eu vou conversar com a Milena.

Análise do diálogo entre Sônia e Odete, considerando os processos do raciocínio matemático de acordo com Jeannotte e Kieran (2017):

Desde o início, as alunas fazem suposições sobre a quantidade de peixes a serem distribuídos entre as bacias, formulando conjecturas. Por exemplo, Sonia pergunta para Odete quantos peixes serão colocados na outra bacia, incentivando a reflexão sobre diferentes possibilidades. Além disso, ao questionar a professora se “sete mais zero dá sete”, as alunas estão recorrendo às propriedades da adição, nesta fala pode-se ver claramente o elemento neutro dando suporte à elaboração de conjecturas.

As alunas começam a perceber que diferentes combinações de números podem resultar no mesmo total de sete. Isso fica claro quando Sonia diz: “E se pôr 5 mais 2? Dá 7 também”, reconhecendo um padrão na soma de diferentes pares de números. Essa generalização fortalece a compreensão da decomposição do número 7.

Durante a tarefa, Sonia e Odete justificam suas escolhas e verificam os resultados. Quando a professora pergunta “sete mais zero dá sete?”, Odete responde com confiança e aponta para a bacia, usando um recurso visual para validar sua resposta. Outro exemplo ocorre quando Sonia verifica que “4 + 3 dá 7” e explica que já havia usado essa combinação antes.

A validação acontece ao longo do diálogo, principalmente quando as alunas revisam suas respostas e conferem com a professora. Elas também percebem que já usaram certas combinações antes, o que as ajuda a garantir que todas as possibilidades foram exploradas corretamente. Além disso, ao final, verificam se há mais possibilidades antes de considerar a tarefa concluída.

Em síntese, a análise do diálogo entre Sônia e Odete evidencia a mobilização de três processos do raciocínio matemático propostos por Jeannotte e Kieran (2017): formulação de conjectura, generalização e justificação. Inicialmente, as alunas formulam hipóteses sobre a distribuição dos peixes entre as bacias, demonstrando capacidade de levantar suposições e explorar possibilidades numéricas. Posteriormente, avançam para a generalização ao reconhecer que distintas combinações numéricas resultam no mesmo total, evidenciando a compreensão de padrões e da decomposição do número 7. Por fim, realizam a validação ao revisar suas estratégias, conferir os resultados com a professora e verificar se todas as possibilidades foram contempladas. Em seguida, recorrem à justificação ao explicitar seus raciocínios e utilizar representações visuais para sustentar as respostas. Esses elementos indicam a importância de tarefas exploratórias para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos primeiros anos de escolaridade.

## Registro escrito da tarefa 2

Quais as diferentes maneiras de formar R\$ 13 usando cédulas de R\$ 10, R\$ 5, R\$ 2 e moedas de R\$ 1?



Quais as diferentes maneiras de formar R\$ 13 usando cédulas de R\$ 10, R\$ 5, R\$ 2 e moedas de R\$ 1?



13 = 10-1-1-1

13 = 5-5-2-1

13 = 2-2-1-1-1-1-1-1-1-1-1

13 = 10-2-1

13 = 1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1

13 = 2-2-2-2-2-2-1

13 = 10-1-1-1

13 = 5-5-2-1

13 = 2-2-1-1-1-1-1-1-1-1-1

13 = 10-2-1

13 = 1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1

13 = 2-2-2-2-2-2-1

Fonte: Dados da pesquisa

## REALIZAÇÃO DAS TAREFAS EM DUPLAS



Fonte: Dados da pesquisa

# TRANSCRIÇÃO DO ÁUDIO

**Odete:** Eu já pensei no primeiro jeito. Pega o dez. A gente vai pegar o dez e três moedinhas de um real.

**Sonia:** Peguei o dez e três moedinhas de um real.

**Odete:** Tá bom.  $10 + 1 + 1 + 1 = 13$  reais

**Sonia:** Agora pega o 5. E depois mais 5. Agora, três moedinhas.

**Odete:** Não. Pega dois reais para não repetir com muito 1.

**Sonia:** Dois reais não, porque vai dar quatorze reais, vai ficar errado.

**Odete:** Só uma nota de dois. Vai dar certo, quer ver  $5 + 5 + 2 + 1$ .

**Sonia:** Então vamos fazer...

**Odete:** Cinco mais cinco. Depois, dois mais, uma moedinha de um real deu certo, 13 reais

**Sonia:** Agora Odete, agora é... Pega duas notas de 2 reais e termina tudo com moedinhas de 1 real até dar 13 reais.

**Odete:** Pronto. Agora vamos contar  $2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 13$  reais.

**Sonia:** É pra gente fazer, não é pra você ficar contando as moedinhas.

**Odete:** Tô fazendo... Pronto, vamos na outra linha.

**Sonia:** Olha já montei outro jeito aqui, ô.

**Odete:** Calma, não coloca 10.

**Sonia:** Porque não Odete, a gente já fez com 10 e moedinhas de 1 real. Nesse eu troquei 2 moedinhas por uma nota de 2 reais.

**Odete:** Tem dez, aí depois 2 reais e depois uma moeda, vai ficar igual o cinco?

**Sonia:** Não, aí a gente tem 10 também. Aí lembra que não pode repetir os dinheiros, né? Chama a professora.

**Odete:** Oh prô, a Sonia falou que não pode repetir, é verdade?

**Professora:** O jeito que vocês montaram com o dinheiro é o jeito que vocês têm que passar no papel. Tá bom? E é verdade sim, não pode repetir.

**Odete:** Então desse jeito que você fez está certo, vou escrever  $10 + 2 + 1 = 13$  reais.

**Sonia:** Isso mesmo, vamos escrever aqui na folha.

**Odete:** Olha eu pensei de colocar tudo com moedinhas de 1 real: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

**Sonia:** Aí, ô. 1, 2, 3, 4. Quantas moedinhas?

**Odete:** Treze moedinhas.

**Sonia:** Mas, Odete será que vai dar certo um mais um, mais um, mais um, mais um, mais um, mais um, mais um, mais um, mais um. É bem mais. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze

**Odete:** Sim. É um real.

**Sonia:** Sempre tem que dar 13 né?

**Odete:** Isso sempre 13 reais. Viu deu certo (risos).

**Sonia:** Então eu sei outro.

**Odete:** Mas você não pode repetir.

**Sonia:** Odete, já sei. Vamos colocar notas de dois.

**Odete:** Tudo 2?

**Sonia:** Odete, é assim: é dois em tudo e 1 moedinha. Aí, no final, coloca um real.

**Odete:** Eu contei assim  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$  vai dar 12.

**Sonia:** E agora coloca uma moedinha.  $12 + 1 = 13$  reais

**Odete:** Nós terminamos tudo, vamos chamar a prô.

**Sonia:** Calma vamos conferir tudo primeiro depois a gente chama ela (risos).

**Odete:** Todas as linhas deu 13 reais.

**Sonia:** Mas vamos olhar se não tem nenhum repetido.

**Odete:** No meu não tem.

**Sonia:** O meu também está certo.

**Alunas:** Prô, nós terminamos tudo (aplausos).

**Professora:** E aí, terminou aqui meninas? Deu tudo certo aí?

**Alunas:** Sim.

**Professora:** Nenhum repetido?

**Alunas:** Não.

**Professora:** Não? Então coloca o nome, pinta e pode recolher o dinheiro agora

Análise do diálogo entre Sônia e Odete considerando os processos do raciocínio matemático de acordo com Jeannotte e Kieran (2017):

A interação entre Sônia e Odete evidencia a mobilização de diferentes processos de raciocínio matemático durante a realização a tarefa de composição do valor de R\$ 13,00 a partir de notas e moedas de diferentes valores, destacaram-se, principalmente os processos de conjecturar, comparar, identificar padrões e justificar.

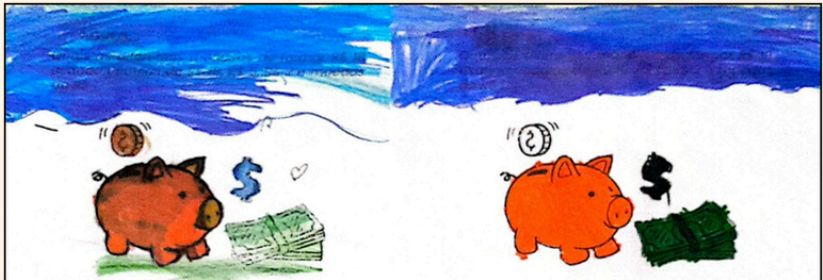
O processo de conjectura manifesta-se logo no início, quando Odete propõe a primeira possibilidade de decomposição do valor total ao sugerir: “Pega o dez e três moedinhas de um real”. Essa formulação representa uma conjectura inicial sobre como compor o número 13, a qual é prontamente verificada por Sônia ao calcular “ $10 + 1 + 1 + 1 = 13$  reais”. Ao longo do diálogo, surgem outras combinações, como “ $5 + 5 + 2 + 1$ ” ou a utilização exclusiva de moedas de R\$1,00. Tais propostas, porém, não configuram conjecturas distintas; trata-se de diferentes maneiras de testar e refinar uma mesma conjectura geral: a de que o número 13 pode ser decomposto de múltiplas formas. Essas diferentes representações evidenciam a propriedade de decomposição da adição, característica central do processo de conjecturar, que envolve antecipar resultados, formular hipóteses e examiná-las à luz da tarefa (Jeannotte; Kieran, 2017).

O processo de generalização emerge quando as alunas percebem que há diversas formas de compor 13 reais, elas generalizam a ideia de que qualquer número pode ser formado por diferentes combinações de valores: Odete: "Olha, eu pensei em colocar tudo com moedinhas de 1 real." Aqui, elas testam a decomposição máxima de um número, percebendo que qualquer valor pode ser formado somando elementos menores de forma ordenada. Tal entendimento é coerente com o que afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), ao destacarem que a flexibilidade na representação de números constitui um elemento central do raciocínio matemático. Do mesmo modo, Van de Walle (2009) ressalta que a decomposição numérica é essencial para que os alunos desenvolvam a capacidade de generalizar e identificar padrões.

O processo de comparação é mobilizado quando as alunas verificam se existem combinações repetidas. Sonia propõe: "Mas vamos olhar se não tem nenhum repetido", realizando uma análise comparativa entre as diferentes soluções encontradas. Essa ação reflete uma atitude analítica e sistemática diante das possibilidades de resposta, permitindo organizar e distinguir as diferentes decomposições encontradas.

Por fim, o processo de justificação aparece quando as alunas argumentam no sentido de validar ou refutar determinadas combinações. Por exemplo, Sonia refuta a sugestão de usar duas notas de R\$ 2,00 ao afirmar: "Dois reais não, porque vai dar quatorze reais, vai ficar errado". Também se observa que as estudantes recorrem a contagens e cálculos orais para verificar se as somas correspondem ao valor esperado. Segundo Jeannotte e Kieran (2017), justificar envolve apresentar razões que sustentem ou refutem conjecturas, mesmo que essas justificativas se baseiem em estratégias, como ocorre nesta interação.

## Registro escrito da tarefa 3



COM MOEDAS DE 1 REAL

18 = 10 + 5 + 2 + 1

18 = 5 + 5 + 2 + 5 + 1

18 = 10 + 5 + 1 + 1 + 1

18 = 5 + 5 + 3 + 1 + 1 + 1

SE NÃO TEM MOEDAS DE 1 REAL

18 = 10 + 2 + 2 + 2 + 2

18 = 5 + 5 + 3 + 2 + 2 + 2

COM MOEDAS DE 5 REAL

18 = 10 + 5 + 2 + 1

18 = 5 + 5 + 2 + 3 + 1

18 = 10 + 5 + 1 + 1 + 1

18 = 5 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1

SE NÃO TEM MOEDAS DE 5 REAL

18 = 10 + 2 + 2 + 2 + 2

18 = 5 + 5 + 3 + 2 + 2 + 2

Fonte:Dados da pesquisa

## REALIZAÇÃO DAS TAREFAS EM DUPLAS



Fonte:Dados da pesquisa

## TRANSCRIÇÃO DO ÁUDIO

**Sonia:** A gente pega a de 10 mais cinco.

**Odete:** É, 10 mais cinco que dá 15.

**Sonia:** É, 10 mais cinco. Que deu 15. Aí, quando falta, você coloca até dezoito. É bem fácil.

**Odete:** Tenho dois no pensamento.

**Sonia:** Número 2?

**Odete:** Sim  $2 + 1$  que juntando com 15 dará 18 reais.

**Sonia:** Tá vamos ver aqui no dinheirinho.  $10 + 5 + 2 + 1 = 18$  reais.

**Odete:** Gente, eu fiz certo, bate aqui (risos).

**Sonia:** Coloca outro número na outra linha. Agora pensa você.

**Odete:** Eu já pensei tudo nessa aqui.

**Sonia:** Aí agora você pensa no negócio Odete.

**Odete:** Tá. Agora eu vou pegar o 5 e colocar aqui. E depois mais 5 e mais 5, vê quanto dá.

**Sonia:** Tá.  $5 + 5 + 5$  vai dar 15 reais. Agora, dois que vai dar 17 reais. Quanto falta?

**Odete:** Para 18 reais falta 1 real.

**Sonia:** Então já achamos outro, veja  $5 + 5 + 5 + 2 + 1 = 18$  reais.

**Odete:** Gente, acertamos de novo. (palmas)

**Sonia:** Vamos fazer a outra linha agora.

**Odete:** Vamos usar mais moedas para ver se dá?

**Sonia:** Mais moedinhas de um real?

**Odete:** E assim olha: começa com  $10 + 5$  e termina com tudo de 1 real.

**Sonia:** E a gente tem moedinhas. Já estou fazendo aqui.

**Odete:** Escreve aí  $10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 18$  reais.

**Sonia:** E aí, gente, eu acho que tá certo, né?

**Odete:** É, deu certinho.

**Sonia:** Tá, agora é a quarta linha.

**Odete:** E se não usar nem 10 e nem 2?

**Sonia:** Será que dá certo: Vou perguntar pra professora se pode fazer sem usar esses aí que você falou.

**Professora:** Como estão aqui meninas? Estão conseguindo?

**Odete:** Sim professora, mas a gente queria saber se pode usar só 5 reais e 1 real?

**Professora:** Pode sim, mas só nesta primeira parte, embaixo não pode usar as moedas tá.

**Sonia:** Aí, Odete, agora é sua vez. Como você pensou?

**Odete:** Assim ó:  $5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1 = 18$  reais.

**Sonia:** Vou contar. 5, 10, 15, 16, 17, 18. Acertamos de novo (risos).

**Odete:** Agora só falta os debaixo que não pode usar as moedas.

**Sonia:** Então vou guardar no pacote da prof.  
**Odete:** Esse parece mais difícil.  
**Professora:** Como estão aí meninas?  
**Sonia:** Terminando professora.  
**Odete:** A gente está conversando. Pensando como montar aqui no dinheiro 18 reais sem usar as moedinhas.  
**Professora:** Vamos lá. Quando terminarem me chamem tá.  
**Sonia:** Não, de 5 não, gente. De 2.  
**Odete:** De 2. Tá, tá, tá.  
**Sonia:** Aí, gente, perái. 2, tem 2 aqui, ó.  
**Odete:** 2 mais 5.  
**Sonia:** Que ela falou, né?  
**Odete:** É. 2 mais 5.  
**Sonia:** 7.  
**Odete:** 7.  
**Sonia:** Mais 10.  
**Odete:** 17  
**Sonia:** Precisamos de 18 reais.  
**Odete:** E não pode usar as moedas.  
**Sonia:** Então esse tá errado.  
**Odete:** 2 já tá. 5 já tá também.  
**Sonia:** E 10?  
**Odete:** Gente, a gente fez errado. O 10 não tá certo.  
**Sonia:** A gente precisa apagar.  
**Odete:** E aí... Será que tudo 2 dá...  
**Sonia:** Não sei, vamos montar com 10 e 2  
**Odete:** Tá põe 10.  
**Sonia:** Certo. Agora mais 2.  
**Odete:** 10 mais 2 dá 12.  
**Sonia:** Agora a gente soma mais 5.  
**Odete:** 12 mais 5... 17!  
**Sonia:** Isso! Agora, espera... A gente tem mais uma nota de 2.  
**Odete:** 17 mais 2 dá 19.  
**Sonia:** E agora? Passou, não dá. E agora?  
**Odete:** Deixa eu conferir. Vamos contar tudo de novo.  
**Sonia:** Boa ideia. Então, ó:  $10 + 2 + 5 + 2 = 19$   
**Odete:** Tá errado e ainda sobrou quadradinho.  
**Sonia:** Então tem que apagar de novo.  
**Odete:** Eu apaguei e deixei só o 10.  
**Sonia:** Agora a gente soma mais 2 reais.  
**Odete:** Tá  $10 + 2 = 12!$  E se a gente terminar os quadradinhos tudo com 2.

**Sonia:** Vamos ver se dá  $10 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18$ .

**Odete:** Oba acertamos (aplausos).

**Sonia:** Deu certinho! Agora sim!

**Odete:** Ufa! Agora a gente pode organizar tudo direitinho.

**Sonia:** Isso! Próximo cálculo! Tá, agora vamos pro próximo cálculo. O que a gente tem?

**Odete:** Deixa eu ver... A gente tem uma nota de 10, duas de 5 e três moedas de 2.

**Sonia:** Espera... Se a gente somar tudo isso, vai passar de 18. A gente precisa escolher os valores certos!

**Odete:** Verdade! Então vamos testar um jeito diferente.

**Sonia:** Beleza! Vamos começar com 5 dessa vez.

**Odete:** 5 mais 5 dá 10.

**Sonia:** Agora somamos mais 5.

**Odete:** 10 mais 5 dá 15.

**Sonia:** Falta 3 pra dar 18!

**Odete:** Então, usamos uma nota de 2...

**Sonia:** 15 mais 2 dá 17...

**Odete:** E outra nota de 2 ia passar de 18, então esse jeito não funciona.

**Sonia:** Espera! E se a gente começar com 5, depois usar mais 5 e terminar com notas de 2?

**Odete:** Vamos testar: 5 mais 5 dá 10...

**Sonia:**  $5 + 5 + 2 + 2 + 2 + 2$  dá 18...

**Odete:** Boa! Vamos ver: 10 mais 2 dá 12...

**Sonia:** 12 mais 2 dá 14...

**Odete:** 14 mais 2 dá 16...

**Sonia:** 16 mais 2 dá 18!

**Odete:** Conseguimos!

**Sonia:** A gente tá ficando espertas nisso!

**Odete:** Sim! Isso mesmo (risos e aplausos).

**Sonia:** Tá bom, Odete, vamos organizar direitinho pra não errar.

**Odete:** Vamos contar de novo desde o começo. Vou chamar a professora e dizer que acabamos.

**Alunas:** Professora terminamos.

**Professora:** E aí meninas terminaram?

**Alunas:** Sim.

**Professora:** Façam a conferência, pinta e põe os nomes para entregar então.

Análise do diálogo entre Odete e Sonia considerando os processos do raciocínio matemático de acordo com Jeannotte e Kieran (2017):

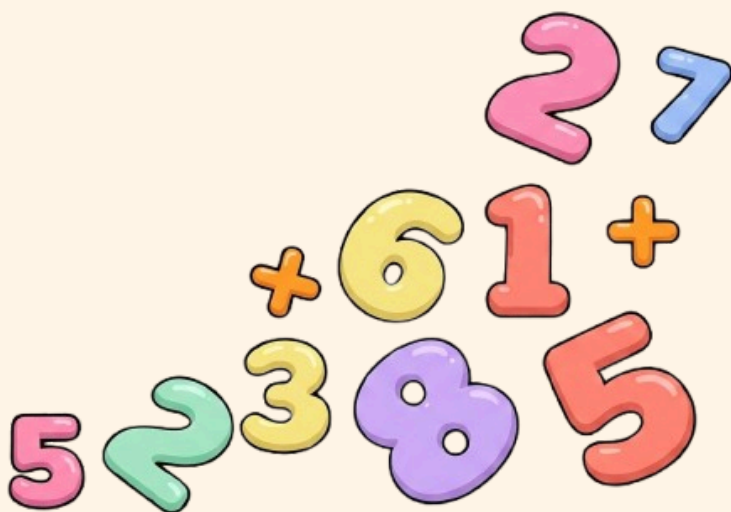
Desde o início da tarefa, as alunas fizeram conjecturas sobre como formar 18 reais usando diferentes combinações de notas e moedas. Por exemplo, Sônia sugere começar com 10 e 5, enquanto Odete testa a possibilidade de usar apenas notas de 5 e moedas de 1 real. Elas exploram possibilidades antes de confirmarem a resposta.

À medida que avançam na tarefa, elas começam a perceber padrões nas combinações de valores que funcionam. Um exemplo disso ocorre quando Odete sugere testar com mais moedas para ver se funciona. Além disso, ao perceberem que somas diferentes podem chegar ao mesmo resultado, ampliam sua compreensão sobre a composição dos números, mobilizando o processo de identificação de padrões.

As alunas explicam seus raciocínios ao longo da conversa, justificando cada escolha de nota ou moeda. Um exemplo claro disso ocorre quando Odete diz que " $5 + 5 + 5$  dá 15, e para chegar a 18 falta 3", demonstrando sua compreensão do cálculo mental e acionando o princípio da composição e decomposição de números. Além disso, quando percebem um erro, elas o justificam, como quando Sonia reconhece que " $17 + 2$  dá 19" e concluem que precisam apagar e refazer. As alunas validam constantemente a exatidão de seus cálculos, contando novamente os valores e conferindo se as combinações respeitam as regras estabelecidas pela professora.

Elas corrigem erros quando percebem que o total ultrapassou 18 reais e reformulam a estratégia. Além disso, ao final da tarefa, revisam suas respostas e pedem a conferência da professora antes de entregar.

O diálogo mostra que as alunas passaram por etapas do raciocínio matemático de forma natural. Elas formularam conjecturas, explicaram seus raciocínios (justificação), encontraram padrões (identificação de padrões) e revisaram suas respostas para garantir que estavam corretas (validação).



## REFLEXÕES FINAIS E DESDOBRAMENTOS

Este Produto Educacional apresentou tarefas para promover o desenvolvimento do raciocínio matemático que constitui um campo teórico e pedagógico fundamental para a qualificação do ensino de Matemática nos anos iniciais. A fundamentação em autores nacionais e internacionais possibilitou compreender o raciocínio matemático como um processo dinâmico, investigativo e reflexivo, no qual o aluno formula conjecturas, estabelece relações, justifica ideias e constrói significados de forma autônoma.

No âmbito da prática pedagógica, destacou-se o papel mediador do professor, cuja atuação, ao incentivar, questionar e solicitar justificativas, favoreceu a reflexão e a argumentação dos alunos. O trabalho com tarefas exploratórias – especialmente aquelas que envolviam a composição e decomposição de números por meio de cédulas e moedas – mostrou-se potente para mobilizar processos como identificação de padrões, conjectura, comparação, generalização e justificação, além de contribuir para a compreensão das propriedades da adição.

Conclui-se que o ensino exploratório, sustentado por tarefas abertas e desafiadoras, favorece não apenas a aprendizagem de conteúdos específicos, mas também a formação de alunos autônomos, críticos e capazes de argumentar matematicamente. Como desdobramentos futuros, sugere-se a realização de estudos longitudinais que acompanhem o desenvolvimento do raciocínio matemático ao longo de diferentes anos escolares, aprofundando a compreensão sobre sua evolução e suas implicações para a prática pedagógica.

## REFERÊNCIAS

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; SERRAZINA, Lurdes; PONTE, João Pedro da. **Promovendo o raciocínio matemático nos anos iniciais: ações do professor na condução de discussões coletivas.** *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 473–492, 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CURI, Edda. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: contribuições da pesquisa para a prática pedagógica.** São Paulo: Livraria da Física, 2010.

JEANNOTTE, Danielle; KIERAN, Carolyn. **A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics.** *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 96, n. 1, p. 1–16, 2017.

LANNIN, John; ELLIS, Amy B.; ELLIOT, Ryan. **Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in grades Pre-K–8.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

MATA-PEREIRA, Joana; PONTE, João Pedro da. **Promoting students' mathematical reasoning in classroom discourse.** *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 98, n. 2, p. 173–190, 2018.

MORAIS, Carla; SERRAZINA, Lurdes; PONTE, João Pedro da. **Raciocínio matemático e tarefas exploratórias.** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2018.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: NCTM, 2000.

## REFERÊNCIAS

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making**. Reston, VA: NCTM, 2009.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. PISA 2006: **Science competencies for tomorrow's world**. Paris: OECD, 2007.

PONTE, João Pedro da. **Gestão curricular em Matemática**. Lisboa: Ministério da Educação, 2005.

PONTE, João Pedro da. **Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2010.

PONTE, João Pedro da. **Tarefas matemáticas no ensino e aprendizagem da Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

STYLIANIDES, Andreas J. **Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks**. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 11, n. 4, p. 258–288, 2009.