Profa. Ms. Priscilla Frida Salles Tojeiro

Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

PASSEIOS DE EULER: TAREFAS INVESTIGATIVAS COM O SOFTWARE SCRATCH

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

UTFPR

Londrina
2019

UTFPR | **Universidade Tecnológica Federal do Paraná**

PASSEIOS DE EULER:
TAREFAS INVESTIGATIVAS COM O SOFTWARE SCRATCH

Produto Educacional apresentado como requisito parcial à obtenção do título Mestre em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

Priscilla Frida Salles Tojeiro

2019 | **Londrina**

03/2019

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina/Cornélio Procópio
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Coordenadora: Profa. Dra. Marcele Tavares

Organizadores: Profa. Ms. Priscilla Frida Salles Tojeiro
Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Caro(a) Professor(a),

Este Produto Educacional é parte integrante da dissertação “Noções de Topologia nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma possibilidade investigativa por meio do *software* Scratch”, estudo desenvolvido no âmbito do Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGMAT, Campus de Londrina.

Tem como objetivo apresentar uma sequência de atividades investigativas que aborda conceitos introdutórios de Topologia por meio do software Scratch. Desta forma, ao realizarem as atividades os estudantes podem, se aproximar dos teoremas desenvolvidos por Euler e que deram origem a Teoria dos Grafos por meio de tarefas investigativas.

As atividades foram inspiradas no problema das Sete Pontes de Königsberg, elucidado por Leonhard Euler e que deu origem a Teoria dos Grafos. A escolha por este problema em específico se deu por se tratar de um problema interessante, pouco explorado no Ensino Fundamental e que ao ser adaptado ao contexto infantil, permite que os estudantes vejam a utilização prática de conhecimentos aprendidos em sala de aula como o estudo de vértices e arestas, números pares e ímpares que são conhecimentos previstos como conteúdos a serem ensinados para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

As atividades foram aplicadas para duas turmas de estudantes que frequentam os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, quarto e quinto anos, de uma escola municipal da cidade de Ourinhos, estado de São Paulo, durante o ano de 2018.

Por meio delas, os estudantes podem conhecer um pouco a respeito das geometrias não-euclidianas, em específico da Teoria dos Grafos, participarem de atividades investigativas e se aproximar de alguns teoremas desenvolvidos por Leonhard Euler.

Acredita-se que todo material, a ser utilizado por professores em sala de aula, precisa trazer seus referenciais teóricos para que o professor tenha condições de aprofundar seus conhecimentos, fazer relações, discutir com seus pares e avaliar sua prática.

Neste sentido, este Produto Educacional, apresenta-se em duas etapas: Inicia com os referenciais teóricos como, conceitos introdutórios de Topologia e a relação destes com os primeiros conhecimentos espaciais desenvolvidos pelas crianças. Apresenta-se a abordagem investigativa na concepção de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e Ponte *et al*. (2017) e finaliza com a apresentação do software Scratch, que é a plataforma de desenvolvimento utilizada pela pesquisadora na programação das atividades “Passeios de Euler”.

Após esta introdução, apresenta-se a sequência de atividades Passeios de Euler.

Espera-se que este material possa contribuir para a sua prática pedagógica e permitir questionamentos interessantes e produtivos com seus estudantes.

Profa. Ms. Priscilla Frida Salles Tojeiro
Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman.

1 - INTRODUÇÃO

Este Produto Educacional traz inicialmente alguns referenciais teóricos utilizados na pesquisa da dissertação e tem como função auxiliar o professor e despertar sua curiosidade e interesse pelo ensino de Topologia, a metodologia de ensino Investigação Matemática e ainda apresentar a plataforma de desenvolvimento utilizada Scratch. Em seguida, apresenta a sequência de atividades Passeios de Euler.

1.1 - O ensino de Topologia nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

A Topologia compreende um ramo da Geometria que estuda as características qualitativas, não se importando com medidas de distâncias, ângulos, dimensões, entre outros. Ao que refere às formas, pode ser considerada uma “Geometria da borracha” porque estuda as características que não se alteram quando uma forma sofre uma deformação mantendo relações de equivalência com a forma original. A parte da Topologia que se refere ao espaço, caracteriza-se nas primeiras noções desenvolvidas pelas crianças, este estudo compreende as noções de vizinhança, interior e exterior, continuidade, ordem, separação, fronteira, entre outros (LORENZATO, 2008).

Segundo Piaget (1975), as noções espaciais na criança surgem logo no começo, quando ela abre os olhos e percebe tudo ao seu redor, as pessoas, os objetos. Com seu crescimento, passa a se relacionar com eles sem se perceber parte deste espaço o que ocorre apenas com mais maturidade. Essa construção espacial, ocorre a partir de seu desenvolvimento intelectual, associado às suas relações com as pessoas e experiências manipulativas com os objetos de seu conhecimento, em que ela necessita agir, pegar, comparar, compor e decompor. Estas experiências proporcionam-lhe condições de representar os objetos, mesmo que estes não estejam em seu campo de visão. A partir da aquisição destes conhecimentos, as experiências manipulativas vão aos poucos ficando de lado, pois a criança vai se tornando capaz de representá-los de forma abstrata, apenas com o pensamento ao lembrar-se delas.

As atividades desenvolvidas, “Passeios de Euler” compreendem noções introdutórias de geometria não-euclidiana e foram inspiradas no problema das Sete Pontes de Königsberg. Segundo Sampaio (2010), a Teoria dos Grafos teve início com o matemático Leonhard Euler em 1736 quando resolveu um problema proposto pelos moradores aos visitantes da cidade Königsberg, na antiga Prússia.

O rio Pregel separa a cidade em quatro partes, e estas são interligadas por sete pontes. Os moradores desafiavam os visitantes a realizarem um passeio pelas quatro partes da cidade de forma que passassem apenas uma vez por cada uma das sete pontes. Euler desvenda o mistério, comprovando que o passeio é impossível, dando origem a Teoria dos Grafos, ao estudar o mapa de Königsberg percebeu que deveria analisar as conexões permitidas pelas pontes nas distintas partes da cidade e que as distâncias envolvidas eram irrelevantes. Desta forma, o transformou em linhas e pontos e percebeu que, para que o passeio fosse possível, ele deveria percorrer as linhas com um lápis sem tirá-lo do papel, passando apenas uma vez por cada linha, caracterizando-se no que mais tarde foi chamado de “Passeio de Euler” (SAMPAIO, 2010).

Utilizando-se da Investigação Matemática, como metodologia de ensino, implementou-se uma sequência de tarefas que aborda noções introdutórias de Topologia. A escolha da tecnologia utilizada no desenvolvimento das atividades foi pelo *software* Scratch. Optou-se por esta tecnologia por ser de fácil utilização, passível de reaproveitamento de código e *open source*.

1. 2 - Abordagem Investigativa

Investigar caracteriza-se por buscar respostas para algum problema interessante, mobilizar e aplicar conhecimentos, elaborar hipóteses, testá-las. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 13), “Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades.” Estes autores destacam três momentos principais observados em uma investigação Matemática, a saber :

> 1- Introdução da tarefa em que o professor faz a proposta à turma, pode ser oralmente ou por escrito;
> 2- Realização da investigação, que pode ser individual, em duplas ou coletivamente;
> 3- Discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2013, p. 25).

A introdução da tarefa investigativa é importante pois é neste momento que o professor apresenta a situação a ser investigada atentando-se para que todos compreendam a proposta. Ao propor a atividade pode fazê-lo, de forma que os estudantes sintam-se motivados para a realização.

Em seguida acompanha as investigações dos estudantes propondo boas perguntas para mantê-los no curso, esclarece alguns pontos, faz intervenções de maneira adequada, em momentos estratégicos, conduzindo-os aos seus próprios questionamentos. Levando-os a acreditar que são capazes de buscar respostas.

Nesta etapa, o professor disponibiliza um tempo para que os estudantes compartilhem suas ideias e se efetuem os debates, os estudantes poderão levantar algumas hipóteses, testá-las e discutir com seus colegas.

No terceiro momento da atividade investigativa, os estudantes apresentam suas descobertas para o grande grupo, socializam seu trabalho. Neste momento o professor pode ajudar e “garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente (PONTE, 2013, p. 41)”. Após esta discussão o professor sistematiza todo o conhecimento produzido pelos grupos, fazendo uma síntese e neste sentido, pode esclarecer alguns pontos que eventualmente tenham ficado em aberto.

Atividades investigativas, quando realizadas adequadamente, conduzem os estudantes a vivenciarem a matemática, no sentido de descobrir relações entre os objetos matemáticos, enxergar a função social da matemática no cotidiano. O processo investigativo pode se tornar mais rico e empolgante que o próprio resultado final, ou a solução do problema proposto pelo professor.

1. 3 - O *software* Scratch

O *software* Scratch[1] é uma plataforma de desenvolvimento de jogos e animações *open source.* Segundo Mattar (2010), ele foi desenvolvido em 2007 no Massachusetts Institute of Technology (MIT) para o ensino de programação e lógica computacional para crianças e adolescentes.

É possível desenvolver programas na plataforma *online* ou com o software instalado no computador. É multiplataforma, passível de instalação em sistemas operacionais como Windows, Linux e Mac.

Possui uma interface de programação amigável e intuitiva em forma de blocos lógicos coloridos. Por meio desta plataforma é possível desenvolver a programação, reutilizar partes de códigos já desenvolvidos por outros, bem como compartilhar suas criações no endereço eletrônico disponível para esta finalidade.

Há um endereço eletrônico, o ScratchEd[2], de forma que os educadores, podem conhecer as ideias pedagógicas propostas pelos desenvolvedores, interagir com outros educadores, compartilhar atividades educativas, visualizar eventos envolvendo o uso do Scratch bem como encontrar artigos e pesquisas interessantes a respeito.

> O Scratch foi projetado com aprendizado e educação em mente. Conforme criam projetos no Scratch, as crianças (ou adultos) aprendem matemática, computação, programação, design, fluência em tecnologia digital e outras habilidades que são essenciais para o sucesso no século XXI (MATTAR, 2010, p. 117).

A escolha por esta plataforma se deu justamente por estas características, portabilidade, reaproveitamento de código e por ser de fácil utilização.

[1] Scratch < http://www.scratchbrasil.net.br >
[2] ScratchEd <http://scratched.gse.harvard.edu/>

2 – ATIVIDADES PASSEIOS DE EULER

As atividades desenvolvidas constituem-se em oito grafos, nos quais os estudantes podem percorrer os arcos na tentativa de realizar um “Passeio de Euler” e descobrir porquê alguns grafos permitem o passeio e outros não. Cada atividade requer que os estudantes respondam as fichas de trabalho.

Durante as atividades os estudantes podem investigar, discutir com seus pares, formular hipóteses e se aproximar de algumas características que subsidiam os Teoremas desenvolvidos por Leonhard Euler.

Quando as atividades foram aplicadas para os estudantes, no escopo desta pesquisa, foram introduzidas duas a cada encontro. Percebeu-se que o tempo disponível para cada encontro, uma aula de 55 minutos, foi curto. Neste sentido, para que haja maior tempo para que os estudantes realizem suas investigações e discussões, as atividades podem ser introduzidas uma a cada encontro perfazendo um total de oito encontros com o uso do Scratch.

No último encontro, os estudantes realizam análises nas fichas de trabalhos das oito atividades anteriores, respondem a novos questionamentos, elaboram hipóteses e apresentam para seus colegas, concluindo desta forma as três etapas de uma Investigação Matemática na perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 13).

1º ENCONTRO: Apresentação e Atividade 1

Neste primeiro encontro, apresenta-se a proposta de trabalho e se introduz a atividade 1 . Desta forma, os trabalhos podem iniciar com um questionamento:

“- Vocês sabem o que é uma investigação?

Após as manifestações dos estudantes, o professor explica, informalmente, para os estudantes que investigar é buscar uma resposta para uma questão e que é preciso observar com atenção, procurar entender as pistas, discutir com alguns colegas e formular algumas hipóteses para depois, realizar vários testes e verificar se elas são verdadeiras ou não.

Neste momento introdutório da realização das atividades, perpassa-se pela primeira etapa da Investigação Matemática, descrita por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 25) **“(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito”.**

Durante a introdução das atividades, o professor pode contextualizar e proporcionar maior significado para as atividades quando relaciona o novo conhecimento com sua parte histórica.

As atividades foram inspiradas no problema das Sete Pontes de Königsberg.

Figura 1 – Problema das Sete Pontes de Königsberg

> *“Há cerca de 300 anos, um matemático chamado Leonhard Euler encontrou um problema que o deixou intrigado. Uma cidade se dividia em quatro partes porque um rio passava por ela. E esta cidade possuía sete pontes que ligava estas partes. Ele queria saber se conseguiria conhecer todas as quatro partes da cidade, atravessando todas as pontes apenas uma vez” (SAMPAIO, 2010).*

Após esta rápida introdução, a animação Apresentação[3] pode ser executada. Há a necessidade de explicar o conceito de grafo, retomar conceitos de arestas e vértices. A animação chamada Orientações[4] contém explicações quanto à forma de utilizar os comandos que movimentam o personagem no Scratch.

Cada atividade tem uma ficha de trabalho (ver Apêndices 1, 2, 3 e 4). em que os estudantes devem responder a alguns questionamentos referentes a mesma. Têm como objetivo chamar a atenção dos estudantes para certas características de cada grafo.

Todas as atividades, bem como as animações “Apresentação” e “Orientações” podem ser acessados e utilizados diretamente na plataforma Scratch (*links* nas notas de rodapé) ou baixados para o computador.

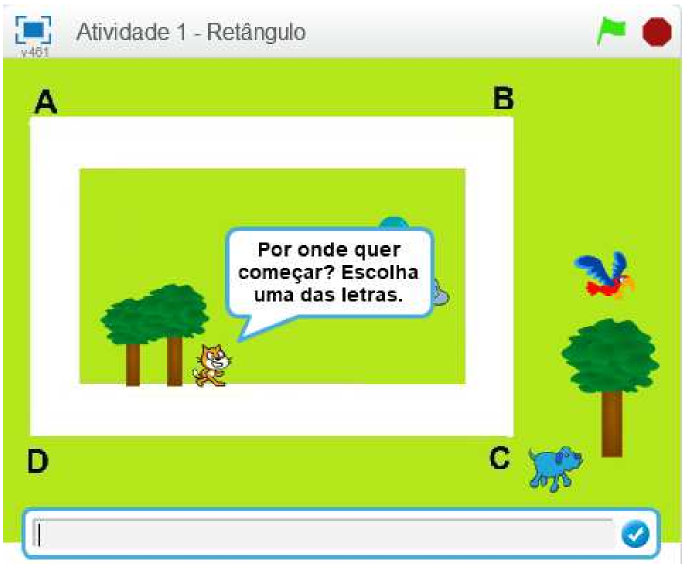
3 Animação com a Apresentação: https://scratch.mit.edu/projects/244866900/
4 Animação com as Orientações: https://scratch.mit.edu/projects/244868498/

Atividade 1 - Retângulo

De qualquer vértice que se inicia o passeio neste grafo, todas as arestas são percorridas apenas uma vez e chega-se sempre ao local da partida. Isto ocorre porque este grafo possui todos os vértices com ordem par, ou seja, chegam nestes vértices quantidades pares de arestas, duas em cada vértice.

Ao realizarem esta atividade os estudantes podem se aproximar do Teorema 1: *Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando e terminando em um mesmo vértice, então todo vértice desse grafo tem ordem par (SAMPAIO, 2010, p.12).*

Figura 2 – Grafo da Atividade Um[5]



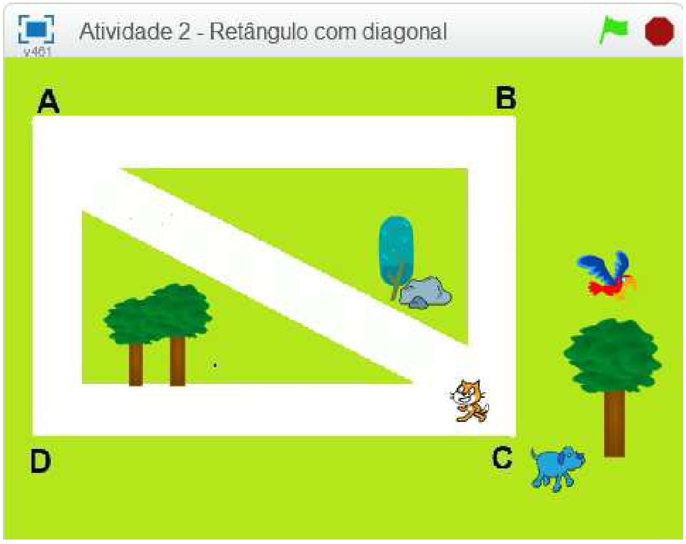
2º ENCONTRO - Atividade 2 - Retângulo com diagonal

Neste encontro, retomam-se as orientações apresentadas no primeiro encontro, o problema das Sete Pontes de Königsberg, conceitos de vértice, aresta, números pares e ímpares. Ao realizar as atividade 2, os estudantes podem se aproximar do Teorema 2: *Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando num vértice e terminando em outro, então os vértices final e inicial do passeio são ímpares, e todos os demais vértices do grafo tem ordem par (SAMPAIO, 2010, p.12).*

[5] Atividade 1: https://scratch.mit.edu/projects/245070284/

Este grafo apresenta dois vértices de ordem par, B e D (com duas arestas) e dois de ordem ímpar A e C, (com três arestas). O passeio só é possível quando se parte de um dos vértices ímpares, e a chegada é sempre no outro vértice ímpar. Um grafo não pode ter mais do que dois vértices ímpares para que haja a possibilidade de se fazer um passeio de Euler por ele.

Figura 3 – Grafo da Atividade Dois[6]



Objetivos das Atividades 1 e 2:

Responder aos questionamentos das fichas de trabalho (Apêndice 1).

Perceber características que conduzem aos Teoremas 1 e 2 para as atividades 1 e 2 respectivamente.

Atividades/Estratégias:

Animação de Apresentação.

Animação com Orientações sobre os comandos utilizados no *software* para movimentar o personagem.

Revisão sobre conceitos matemáticos utilizados nas atividades como vértices, arestas e números pares/ímpares.

[6] Atividade 2: https://scratch.mit.edu/projects/245077498/

Recursos/Materiais:

Computador para apresentar as animações e realizar as atividades.

Projetor Multimídia.

Caixa de som.

3º ENCONTRO - Atividade 3 – Retângulo com losango

Nesta atividade, os estudantes podem perceber características dos Teoremas 2 e 4.

> Teorema 2: Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando num vértice e terminando em outro, então os vértices final e inicial do passeio são ímpares, e todos os demais vértices do grafo tem ordem par. Teorema 4: Se um grafo tem dois vértices ímpares e os demais todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Esse passeio deve começar em um dos vértices ímpares e terminar no outro (SAMPAIO, 2010, p. 12).

Assim como o grafo da atividade 2, por este grafo é possível fazer um passeio de Euler pois ele possui dois vértices ímpares e os demais pares. Por este grafo o passeio é possível a partir dos vértices B e C, com três arestas cada.

Figura 4 – Grafo da Atividade Três[7]

[7] Atividade 3: https://scratch.mit.edu/projects/245078780/

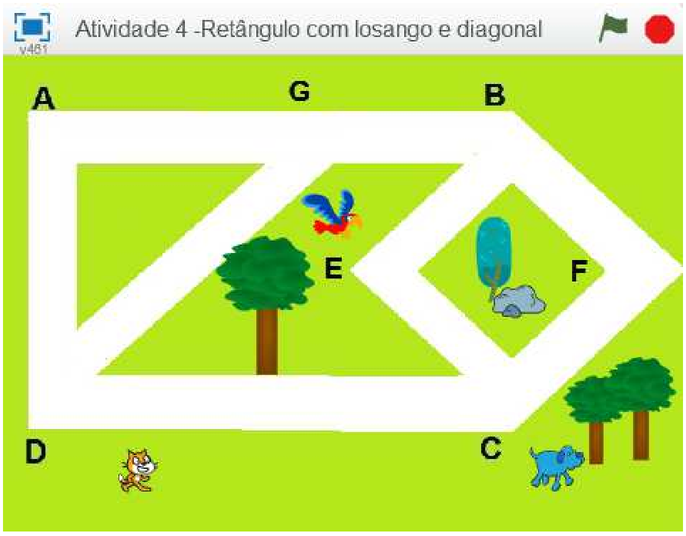
Nas atividades 3 e 4, por meio dos questionamentos é esperado que os estudantes percebam que o passeio apenas é possível quando o grafo tem no máximo dois vértices ímpares.

4º ENCONTRO - Atividade 4 – Retângulo com losango e diagonal

Nesta atividade, os estudantes podem perceber características do Teorema 4. *“Se um grafo tem dois vértices ímpares e os demais todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Esse passeio deve começar em um dos vértices ímpares e terminar no outro (SAMPAIO, 2010, p. 12).”*

Este é o primeiro grafo da sequência em que não é possível fazer um passeio de Euler. Um vértice é um “Ponto em que duas ou mais retas se interceptam; ponta.” (MICHAELIS, 2019) neste caso nos vértices B, C, D e G, encontram-se três semirretas cada, constituindo-se em vértices de ordem ímpar. Partindo-se de qualquer um dos vértices deste grafo, não se consegue realizar um passeio de Euler.

Figura 5 – Grafo da Atividade Quatro[8]



[8] Atividade 4: https://scratch.mit.edu/projects/245079679/

Objetivos das atividades 3 e 4:

Responder aos questionamentos da terceira ficha de trabalho (ver Apêndice 2).

Perceber características que conduzem aos Teoremas 2 e 4 na atividade 3 e Teorema 4 na atividade 4.

Atividades/Estratégias:

Retomada das orientações e conceitos como grafos, arestas, vértices e números pares/ímpares e realização e discussões da atividade 2 coletivamente.

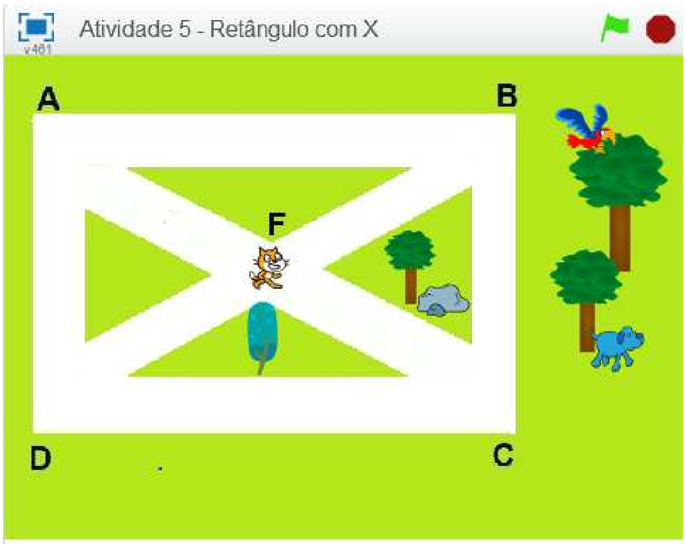
Recursos/Materiais:

Computador

5º ENCONTRO - Atividade 5 – Retângulo com X

Neste grafo não é possível fazer o passeio de Euler uma vez que possui quatro vértices ímpares, (A, B, C e D). Por meio desta atividade, os estudantes podem perceber características do Teorema 4. *"Se um grafo tem dois vértices ímpares e os demais todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Esse passeio deve começar em um dos vértices ímpares e terminar no outro (SAMPAIO, 2010, p. 12)."*

Figura 6 – Atividade Cinco[9]



[9] Atividade 5: https://scratch.mit.edu/projects/245080522/

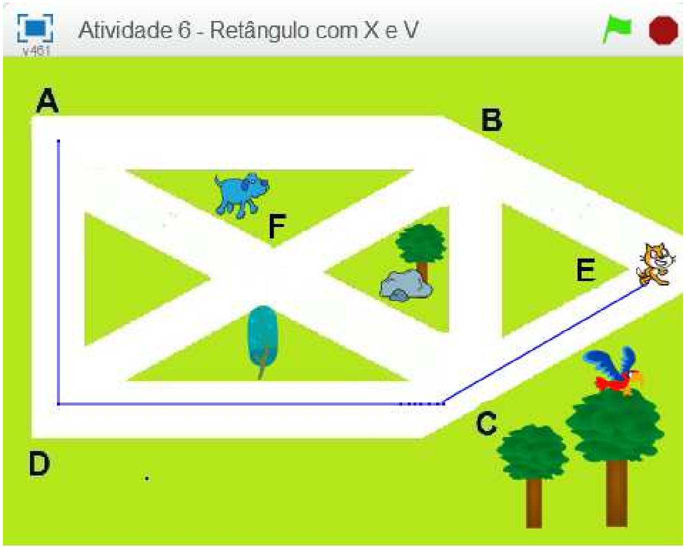
6º ENCONTRO - Atividade 6 – Retângulo com X e V

Neste grafo é possível fazer o passeio de Euler apenas quando o personagem parte dos vértices A e D, com três arestas cada. Os demais vértices são pares.

Pretende-se com esta atividade que os estudantes percebam características dos Teoremas 2 e 4.

> Teorema 2: "Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando num vértice e terminando em outro, então os vértices final e inicial do passeio são ímpares, e todos os demais vértices do grafo tem ordem par".
> Teorema 4: "Se um grafo tem dois vértices ímpares e os demais todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Esse passeio deve começar em um dos vértices ímpares e terminar no outro (SAMPAIO, 2010, p. 12)."

Figura 7 – Grafo da Atividade Seis[10]



Objetivos das atividades 5 e 6:

Responder aos questionamentos da quarta e quinta fichas de trabalho (ver Apêndice 3).

Perceber características que conduzem ao Teorema 4 na atividade 5 e características dos Teoremas 2 e 4 para a atividade 6.

[10] Atividade 6: https://scratch.mit.edu/projects/245084607/

7º ENCONTRO - Atividade 7 – Dois Retângulos

Por meio do grafo desta atividade é possível fazer um passeio de Euler. Todos os vértices são pares. Sempre o vértice de partida é o mesmo de chegada.

É possível que os estudantes se aproximem dos Teoremas 1 e 3 ao realizarem esta atividade.

> *Teorema 1.* Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando e terminando em um mesmo vértice, então todo vértice desse grafo tem ordem par.
> *Teorema 3.* Se um grafo tem seus vértices todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Além disso, esse passeio pode começar (e terminar) em qualquer vértice previamente escolhido. O primeiro arco do caminho pode ser qualquer arco partindo desse vértice (SAMPAIO, 2010, p. 12).

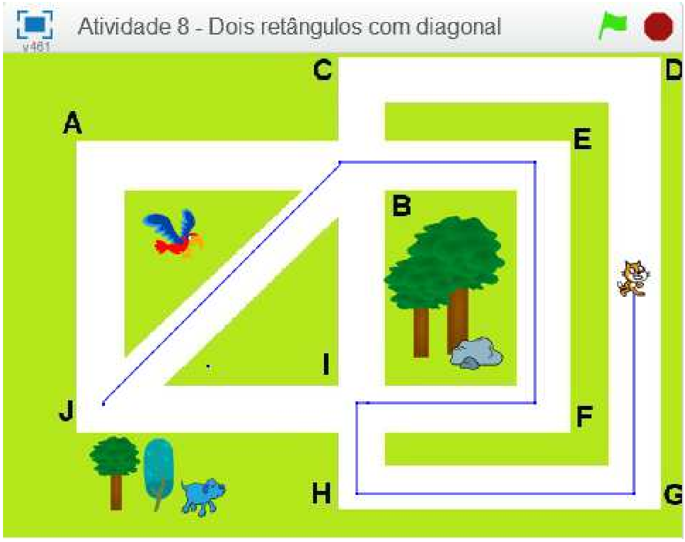
Figura 8 – Grafo da Atividade Sete[11]

8º ENCONTRO - Atividade 8 – Dois Retângulos com diagonal

Nesta atividade é possível fazer um passeio de Euler pelo grafo que apresenta apenas dois vértices ímpares, B com cinco arestas e J com três. Quando o passeio se inicia em um destes vértices no outro se chega.

[11] Atividade 7: https://scratch.mit.edu/projects/245085831/

Figura 9 – Grafo da Atividade Oito[12]



Ao realizarem esta atividade, os estudantes podem perceber características dos Teoremas 2 e 4.

> *Teorema 2.* Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando num vértice e terminando em outro, então os vértices final e inicial do passeio são ímpares, e todos os demais vértices do grafo tem ordem par.
> *Teorema 4.* Se um grafo tem dois vértices ímpares e os demais todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Esse passeio deve começar em um dos vértices ímpares e terminar no outro (SAMPAIO, 2010, p. 12).

Objetivos:

Responder aos questionamentos da oitava ficha de trabalho (ver Apêndice 4).

Perceber características que conduzem aos Teoremas 1 e 3 na atividade 7 e Teoremas 2 e 4 na atividade 8.

[12] Atividade 8: https://scratch.mit.edu/projects/245085989/

3 - ANÁLISE DAS PERGUNTAS DAS FICHAS DE TRABALHO UTILIZADAS NAS ATIVIDADES DE 1 A 8.

Estas perguntas fazem parte das fichas de trabalho que os estudantes devem responder durante as atividades realizadas no software Scratch. As perguntas variam de acordo com o que se espera dos estudantes em cada atividade, de forma que cada ficha apresenta quantidade e tipos de perguntas específicas e têm como objetivo chamar a atenção dos estudantes para características de cada grafo. As duas primeiras perguntas, descritas a seguir, se repetiram em todas as atividades.

<u>Pergunta 1: Foi possível fazer um passeio de Euler por este grafo?</u>

Orientar os estudantes que se for possível realizar pelo menos um passeio de Euler pelo grafo, a resposta a esta questão deve ser "sim", mesmo que o passeio não seja possível por outros vértices.

<u>Pergunta 2-</u>

- Quando o passeio começa no vértice A ele termina no vértice ___
- Quando o passeio começa no vértice B ele termina no vértice ___
- Quando o passeio começa no vértice C ele termina no vértice ___
- Quando o passeio começa no vértice D ele termina no vértice ___

Todas as atividades continham esta questão que deveria conduzir os estudantes a percorrerem os grafos a partir de cada um dos vértices, de forma que não se esquecessem de nenhum. A quantidade de questões nesta pergunta varia de acordo com a quantidade de vértices que o grafo apresenta.

<u>Pergunta 3- Quantos são os vértices pares? ou Quantos vértices possuem números pares de arestas?</u>

O objetivo destas questões é chamar a atenção para características dos teoremas quanto à possibilidade ou não de se fazer o passeio de Euler a partir da quantidade de vértices pares. Grafos com todos os vértices pares permitem o passeio.

Esta pergunta encontra-se nas fichas de trabalho das atividades 1, 2, 5, 6 e 7. Nas fichas 1 e 7 a resposta deve ser “todos” pois todos os vértices dos grafos são pares, na ficha da atividade 2 o grafo possui dois vértices pares, na atividade 5 o grafo possui 1 e na atividade 6 possui quatro vértices pares.

<u>4- Quantos são os vértices ímpares? ou Quantos vértices possuem números ímpares de arestas?</u>

Estas questões chamam a atenção para características dos Teoremas quanto à possibilidade ou não de se fazer o passeio de Euler a partir da quantidade de vértices ímpares. Esta pergunta encontra-se nas fichas de trabalho das atividades 1, 2, 5, 6 e 7.

Espera-se que os estudantes respondam “nenhum” nas atividades 1 e 7, “dois” nas atividades 2 e 6 e “quatro” na atividade 5.

Grafos com mais de dois vértices ímpares não permitem o passeio.

<u>5- O vértice de partida sempre é o mesmo de chegada?</u>

O objetivo desta pergunta é chamar a atenção para os vértices de partida e de chegada. Esta pergunta encontra-se apenas nas fichas das atividades 1 e 2. Na atividade 1, o vértice de partida sempre será o mesmo de chegada porque todos os vértices são pares, desta forma a resposta correta é “sim”.

Na atividade 2 o passeio é possível apenas quando parte-se dos vértices ímpares, em que o vértice de partida é um e o de chegada o outro ímpar e a resposta correta para esta pergunta na atividade 2 é “não”. Esta pergunta conduzia a características dos Teoremas 1 e 2.

<u>6- Quando o gatinho parte de quais vértices ele consegue completar o passeio?</u>

Esta pergunta encontra-se nas fichas das atividades 3, 4, 5 e 6. Por meio dela podem perceber características dos Teoremas 2 e 4 que se referem a grafos com vértices ímpares. Os grafos das atividades 3 e 6 permitem o passeio porque possuem apenas dois vértices ímpares, já os grafos 4 e 5 não permitem pois possuem quatro vértices ímpares cada.

A resposta correta para as atividades 4 e 5, em que não são possíveis o passeio, é "nenhum" e para as atividades 3 e 6, em que são possíveis, a resposta correta são as letras dos dois vértices ímpares. Desta forma, nestas duas últimas atividades o passeio é possível apenas a partir dos dois vértices ímpares mas não a partir dos vértices pares.

7- Quais vértices possuem números pares de arestas?

Esta questão tem como objetivo chamar a atenção para os vértices pares, que nestas atividades não permitem o passeio quando se parte deles. O passeio é possível na atividade 3, porque o grafo possui apenas dois vértices ímpares, mas não é nas atividades 4 e 5, que possuem quatro vértices ímpares cada.

Esta pergunta foi colocada apenas nas atividades 3, 4 e 5.

8- Quais vértices possuem números ímpares de arestas?

Esta pergunta tem como objetivo chamar a atenção para os vértices ímpares, ela foi colocada nas atividades 3, 4, 5 e 6. Os grafos das atividades 4 e 5 não permitem um passeio de Euler, ao identificá-los, os estudantes podem perceber que estes grafos apresentam mais que dois vértices ímpares.

Os grafos das atividades 3 e 6, permitem um passeio de Euler, pois possuem apenas dois vértices ímpares e apenas quando se parte destes o passeio é possível.

9 - É possível fazer um passeio de Euler neste grafo quando o gatinho parte de qualquer um dos vértices?

Espera-se que, com esta pergunta os estudantes observem que se o grafo apresenta todos os vértices pares o passeio é possível a partir de qualquer vértice, em que o vértice de partida é o mesmo de chegada.

Se o grafo apresenta dois vértices ímpares, o passeio é possível apenas a partir destes dois vértices, de forma que parte-se de um e chega-se em outro ímpar.

E se o grafo tem mais do que dois vértices ímpares, o passeio não é possível. Esta pergunta foi colocada nas fichas das atividades 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Nas atividades 4 e 5, o passeio não é possível, a resposta para esta pergunta deve ser “não”. Para as atividades 3, 6 e 8, a resposta também deve ser “não” pois os grafos possuem dois vértices ímpares e o passeio é possível apenas a partir deles. O grafo da atividade 7, apresenta todos os vértices de ordem par, desta forma a resposta deve ser “sim” uma vez que é possível fazer o passeio a partir de qualquer vértice.

Pergunta 10 – Partindo de quais vértices é possível fazer o passeio?

Esta pergunta foi colocada apenas na atividade 8 e os estudantes podem identificar a partir de quais vértices o passeio é possível. Podem perceber que os únicos vértices em que o passeio é possível são B e J, que são ímpares. O grafo da atividade 8 possui dez vértices.

Pergunta 11 – Esses vértices são pares ou ímpares

A pergunta 10, “Partindo de quais vértices é possível fazer o passeio?”, tem como resposta os vértices “B e J”. A pergunta 11 complementa aquela, pois os estudantes devem classificar estes vértices “B e J”, como “ímpares” e perceber que apenas a partir deles o passeio é possível. Esta pergunta foi colocada apenas na atividade 8.

Durante as oito atividades apresentadas, os estudantes utilizam os computadores com o software Scratch para que realizem os passeios diversas vezes, elaborem hipóteses e percebam algumas características dos teoremas.

Na atividade que segue, os estudantes deverão analisar as fichas de trabalho das oito atividades e deverão responder em grupos maiores, a outros questionamentos. Em seguida, deverão apresentar suas percepções e descobertas aos outros grupos.

4 - APRESENTAÇÃO DOS GRUPOS

As atividades que seguem caracterizam-se na segunda e terceira etapas de uma Investigação Matemática na concepção dos autores estudados, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 25) **“(ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado”.**

Organizar a turma em quatro grupos e entregar para cada, uma ficha de trabalho com respostas corretas das atividades 1 a 8 para que possam fazer consultas caso sintam necessidade.

Cada grupo tem a função de analisar uma nova ficha de trabalho, entregue para a realização da atividade 9. As fichas são diferentes e cada uma contem alguns grafos, que ao serem analisados conduzem a um dos quatro teoremas. Ao responderem aos questionamentos desta atividade e consultarem as fichas de trabalho das atividades 1 a 8, os estudantes podem se aproximar de um dos teoremas. Durante a atividade 9, realizada no último encontro, eles discutem com seus colegas de grupo, respondem aos questionamentos, elaboram suas hipóteses sobre o estudo e apresentam aos outros grupos suas descobertas.

Atividade 9: Responder as fichas de trabalho, apresentar as descobertas para os grupos e encerramento das atividades

Objetivos:

Retomar as fichas de trabalho das atividades de 1 a 8.

Observar as características dos grafos a serem analisados.

Discutir com o grupo.

Responder aos questionamentos observando características dos teoremas (ver Apêndice 5).

Apresentar para todos os grupos as primeiras percepções.

Atividades/Estratégias:

Orientações sobre como proceder.

Disposição dos alunos em quatro grupos.

Recurso/Materiais:

Fichas de trabalho das atividades 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Ficha de trabalho com os questionamentos para o fechamento das atividades, (ver Apêndice 5).

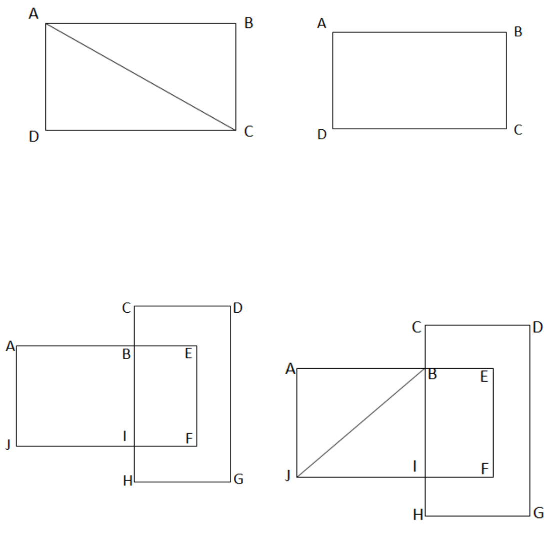
Lousa com os desenhos dos grafos para apresentações.

<u>Grupo 1</u>

A ficha de trabalho do grupo 1 (ver Apêndice 5) apresenta quatro grafos em que o passeio é possível. Por meio desta ficha espera-se que se aproximem do Teorema 1: *Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando e terminando em um mesmo vértice, então todo vértice desse grafo tem ordem par*.

As fichas de trabalho dos encontros anteriores devem ficar à disposição deles para consultas.

Quadro 1 –Grafos e questionamentos do Grupo 1.

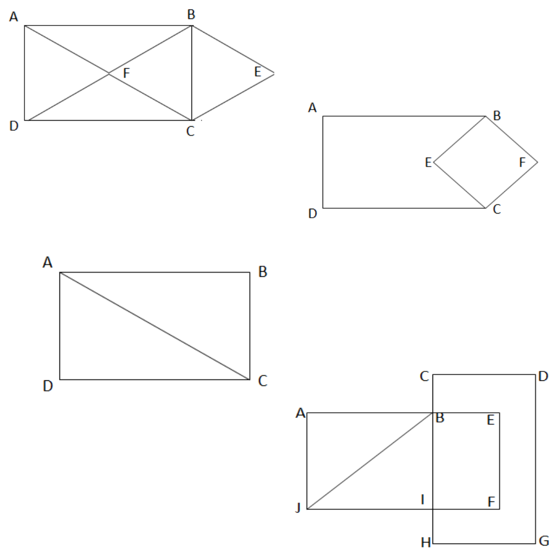
Grafos	**Questionamentos**
	Foi possível fazer um Passeio de Euler por todos estes grafos. Responda: 1- Em quais destes grafos você começou o passeio e terminou no mesmo vértice? 2- O grafo possui apenas vértices com arestas pares? 3-Em quais destes grafos você começou o passeio em um vértice e terminou em outro? 4- O grafo possui apenas vértices com arestas ímpares? 5- O que podemos perceber?

Fonte: Autora

Grupo 2

A ficha de trabalho do grupo 2 (ver Apêndice 5) apresenta quatro grafos que possuem dois vértices ímpares e os demais pares cada um, de forma que o passeio é possível. Por meio desta ficha espera-se que se aproximem do Teorema 2: *Se um grafo planar admite um passeio de Euler, começando num vértice e terminando em outro, então os vértices final e inicial do passeio são ímpares, e todos os demais vértices do grafo tem ordem par.* As fichas de trabalho dos encontros anteriores devem ficar à disposição deles para consultas.

Quadro 2 –Grafos e questionamentos do Grupo 2.

Grafos	**Questionamentos**
	Por estes grafos foi possível fazer um passeio de Euler. 1- Nestes grafos você começou e terminou o passeio no mesmo vértice? 2- Estes grafos possuem apenas vértices com números pares de arestas? 3- Quantos vértices com arestas ímpares esses grafos possuem? 4- Quais são os vértices com aresta ímpares? 5- O que você percebe aqui?

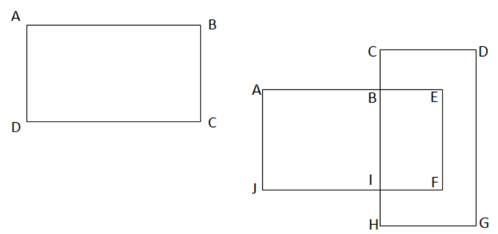
Fonte: Autora

Grupo 3

A ficha de trabalho do grupo 3 (ver Apêndice 5) apresenta dois grafos que possuem apenas vértices pares, neles o passeio é possível. Por meio desta ficha espera-se que se aproximassem do Teorema 3: *Se um grafo tem seus vértices todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Além disso, esse passeio pode* *começar (e terminar) em qualquer vértice previamente escolhido. O primeiro arco do caminho pode ser qualquer arco partindo desse vértice.*

As fichas de trabalho dos encontros anteriores devem ficar à disposição deles para consultas.

Quadro 3 – Grafos e questionamentos do Grupo 3.

Grafos	**Questionamentos**
	1- Você pode fazer um passeio de Euler por estes grafos? 2- Se você começar o passeio no vértice B, onde você vai terminar? 3- Se você começar o passeio no vértice C, ou em qualquer outro vértice, onde vai terminar? 4- O que você percebe aqui?

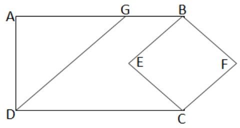
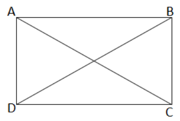
Fonte: Autora

<u>Grupo 4</u>

A ficha de trabalho do grupo 4 (ver Apêndice 5) apresenta dois grafos que possuem quatro vértices ímpares, neles o passeio não é possível. Por meio desta ficha espera-se que se aproximem do Teorema 4: *Se um grafo tem dois vértices ímpares e os demais todos pares, então ele admite um passeio de Euler. Esse passeio deve começar em um dos vértices ímpares e terminar no outro.*

As fichas de trabalho dos encontros anteriores devem ficar à disposição deles para consultas.

Quadro 4 –Grafos e questionamentos do Grupo 4.

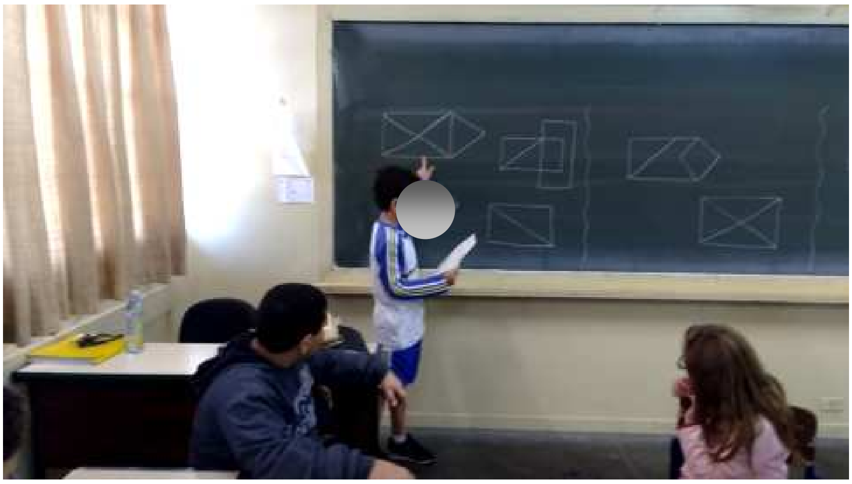
Grafos	**Questionamentos**
 	1- Você pode fazer um passeio de Euler por estes grafos? 2- Quantos vértices com número ímpar de arestas têm estes grafos? 3- O que você percebe aqui?

Fonte: Autora

Para a apresentação dos estudantes, a pesquisadora desenhou os grafos referentes as fichas de trabalho que os estudantes analisaram neste último encontro para que todos os grupos pudessem visualizá-los.

O professor pode trazer cartazes, ou pedir que cada grupo construa o seu para que possam utilizar nas demonstrações, servindo de apoio.

Figura 10 – Exemplo de material de apoio para as apresentações



REFERÊNCIAS

FREEPIK Imagem da capa. Disponível em <http://www.freepik.com> Acesso em: 26/12/2018.

LORENZATO, Sergio. **Educação infantil e percepção Matemática**. 2 ed. Campinas: Autores asociados, 2008.

MATTAR, João. **Games em Educação: como os nativos digitais aprendem.** São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PIAGET, Jean. **A construção do real na criança.** 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PONTE, João Pedro.; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana; BRANCO, Neusa. I**nvestigações matemáticas e investigações na prática profissional.** São Paulo: Livraria da Física, 2017.

___________; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. Investigações Matemática na sala de aula. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

SAMPAIO, João C. V. **Uma** I**ntrodução à topologia Geométrica:** passeios de Euler, superfícies, e o teorema das quatro cores. São Carlos: UFSCar, 2010.

VÉRTICE. **Moderno Dicionário da Língua Portuguesa Michaelis**. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php>. Acesso em: 12 jan. 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

ATIVIDADE 1

1- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO? __________

2- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: _____.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: _____.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: ____.

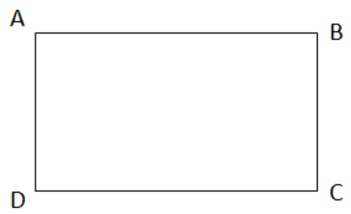
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: ____.

3- QUANTOS SÃO OS VÉRTICES PARES? _________

4- QUANTOS SÃO OS VÉRTICES ÍMPARES? _________

5- O VÉRTICE DE PARTIDA SEMPRE É O MESMO DE CHEGADA? ___________

NOME DA DUPLA: ___________________________



ATIVIDADE 2

1- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO? __________

2- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: _____.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: _____.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: ____.

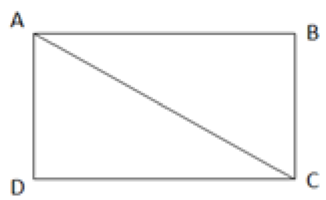
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: ____.

3- QUANTOS SÃO OS VÉRTICES PARES? _________

4- QUANTOS SÃO OS VÉRTICES ÍMPARES? _________

5- O VÉRTICE DE PARTIDA SEMPRE É O MESMO DE CHEGADA? ___________

NOME DA DUPLA: ___________________________



APÊNDICE 2

ATIVIDADE 3

1- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER POR ESTE GRAFO?______________

2- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: ___________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: ___________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **E** TERMINA NO VÉRTICE: ___________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **F** TERMINA NO VÉRTICE: ___________.

3- QUANDO O GATINHO PARTE DE QUAIS VÉRTICES ELE CONSEGUE COMPLETAR O PASSEIO?

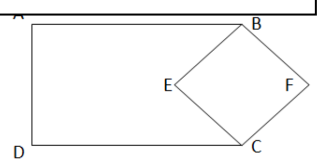
____

4- É POSSIVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO QUANDO O GATINHO PARTE DE QUALQUER UM DOS VÉRTICES? ___________

5- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS PARES DE ARESTAS? ______________________

6- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS ÍMPARES DE ARESTAS? ____________________

NOME DA DUPLA:__________________________________



ATIVIDADE 4

1- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER POR ESTE GRAFO? _______________

2- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **E** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **F** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **G** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

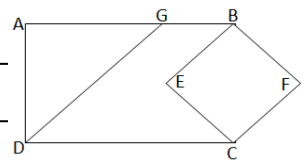
3- É POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO QUANDO O GATINHO PARTE DE QUALQUER UM DOS VÉRTICES? _________

4- QUANDO O GATINHO PARTE DE QUAIS VÉRTICES ELE CONSEGUE COMPLETAR O PASSEIO?

____

5- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS PARES DE ARESTAS? ___________

6- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS ÍMPARES DE ARESTAS? _________



NOME DA DUPLA:____

APÊNDICE 3

ATIVIDADE 5

1- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER POR ESTE GRAFO? _______________

2- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

3- É POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO QUANDO O GATINHO PARTE DE QUALQUER UM DOS VÉRTICES? _________

4- QUANDO O GATINHO PARTE DE QUAIS VÉRTICES ELE CONSEGUE COMPLETAR O PASSEIO?

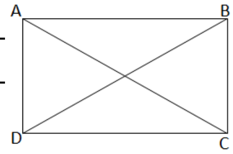
____

5- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS PARES DE ARESTAS? ___________

6- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS ÍMPARES DE ARESTAS? _________

7- ESTE GRAFO POSSUI QUANTOS VÉRTICES PARES? _______________________

8- ESTE GRAFO POSSUI QUANTOS VÉRTICES ÍMPARES? _____________________



NOME DA DUPLA: ____________________________________

ATIVIDADE 6

1- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER POR ESTE GRAFO? _______________

2- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **E** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **F** TERMINA NO VÉRTICE: ____________.

3- É POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO QUANDO O GATINHO PARTE DE QUALQUER UM DOS VÉRTICES? _________

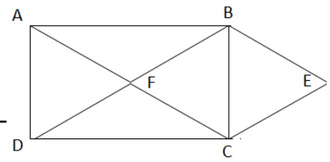
4- QUANDO O GATINHO PARTE DE QUAIS VÉRTICES ELE CONSEGUE COMPLETAR O PASSEIO?

____

5- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS PARES DE ARESTAS? ___________

6- QUAIS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS ÍMPARES DE ARESTAS? _________

7- QUAIS SÃO OS VÉRTICES ÍMPARES? ______________________



NOME DA DUPLA: ____________________________________

APÊNDICE 4

ATIVIDADE 7

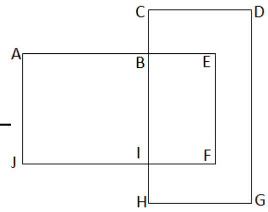
1- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: ______________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: ______________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **E** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **F** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **G** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **H** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **I** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **J** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

2- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER POR ESTE GRAFO? ________________

3- É POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO QUANDO O GATINHO PARTE DE QUALQUER UM DOS VÉRTICES? __________

4- QUANTOS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS PARES DE ARESTAS? ____________

5- QUANTOS VÉRTICES POSSUEM NÚMEROS ÍMPARES DE ARESTAS? __________



NOME DA DUPLA:____

ATIVIDADE 8

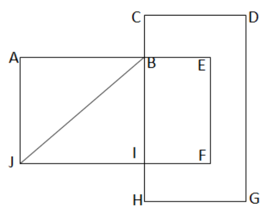
1- QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **A** TERMINA NO VÉRTICE: ______________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **B** TERMINA NO VÉRTICE: ______________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **C** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **D** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **E** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **F** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **G** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **H** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **I** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.
QUANDO O PASSEIO COMEÇA NO VÉRTICE **J** TERMINA NO VÉRTICE: _____________.

2- FOI POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER POR ESTE GRAFO? ________________

3- É POSSÍVEL FAZER UM PASSEIO DE EULER NESTE GRAFO QUANDO O GATINHO PARTE DE QUALQUER UM DOS VÉRTICES? __________

4- PARTINDO DE QUAIS VÉRTICES É POSSÍVEL FAZER O PASSEIO? ____________

5- ESTES VÉRTICES SÃO PARES OU ÍMPARES? __________



NOME DA DUPLA:____

APÊNDICE 5
Fichas de trabalho dos Grupos 1, 2, 3 e 4

NOME DO GRUPO:

Foi possível fazer um Passeio de Euler por todos estes grafos. Responda:

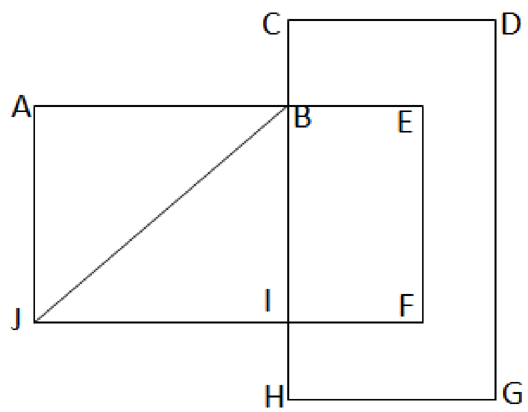
1- Em quais destes grafos você começou o passeio e terminou no mesmo vértice?

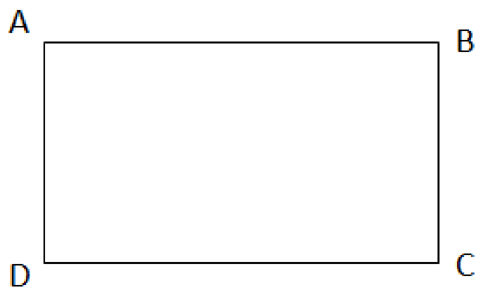
2- O grafo possui apenas vértices com arestas pares?

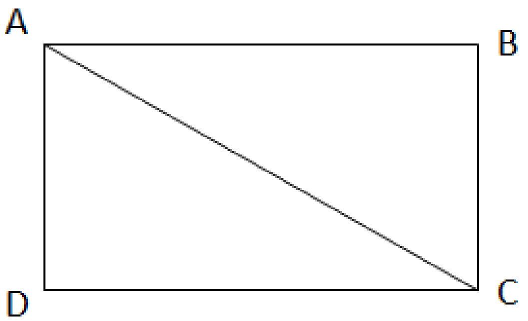
3-Em quais destes grafos você começou o passeio em um vértice e terminou em outro?

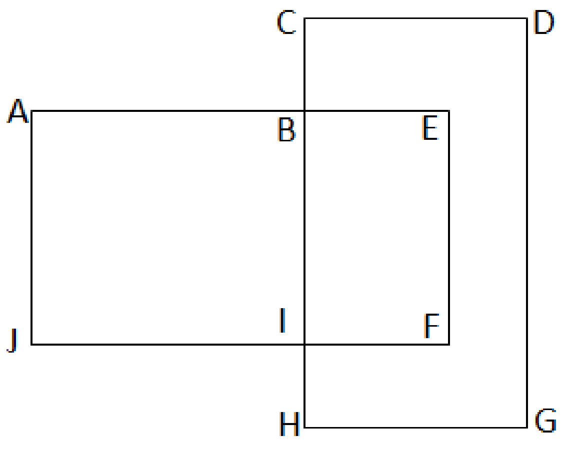
4- O grafo possui apenas vértices com arestas ímpares?

5- O que podemos perceber?









RESPOSTA:

NOME DO GRUPO:

Por estes grafos foi possível fazer um passeio de Euler.

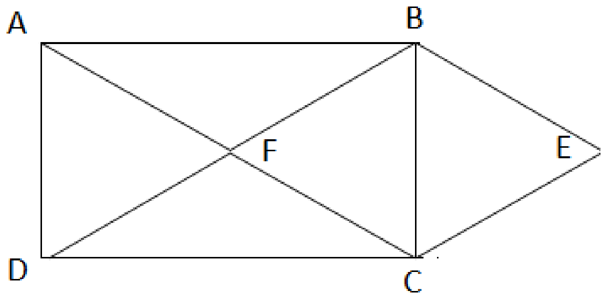
1- Nestes grafos você começou e terminou o passeio no mesmo vértice?

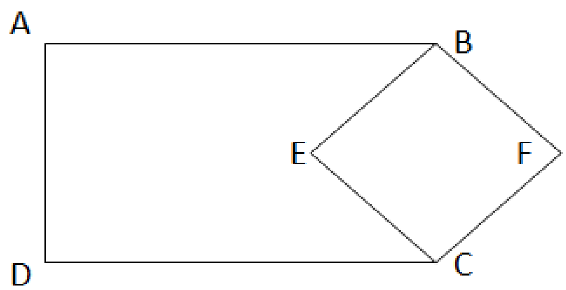
2- Estes grafos possuem apenas vértices com números pares de arestas?

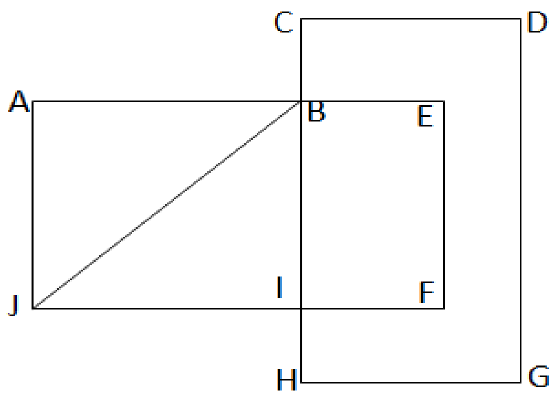
3- Quantos vértices com arestas ímpares esses grafos possuem?

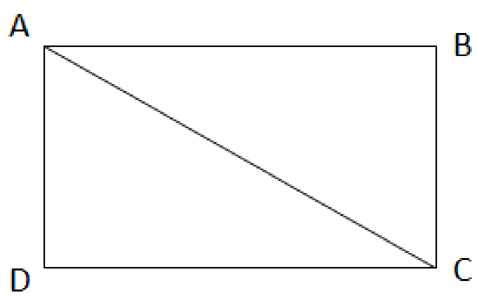
4- Quais são os vértices com aresta ímpares?

5- O que você percebe aqui?









RESPOSTA:

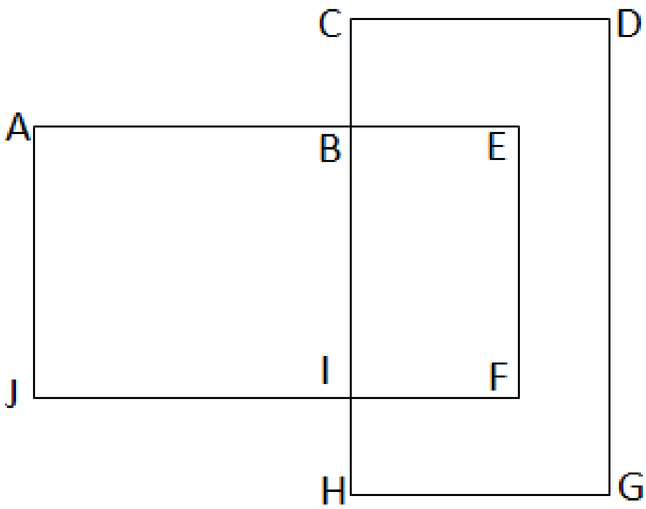
NOME DO GRUPO:

1- Você pode fazer um passeio de Euler por estes grafos?

2- Se você começar o passeio no vértice B, onde você vai terminar?

3- Se você começar o passeio no vértice C, ou em qualquer outro vértice, onde vai terminar?

4- O que você percebe aqui?



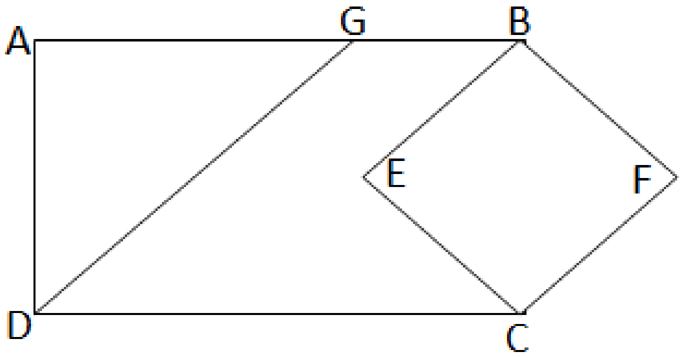
RESPOSTA:

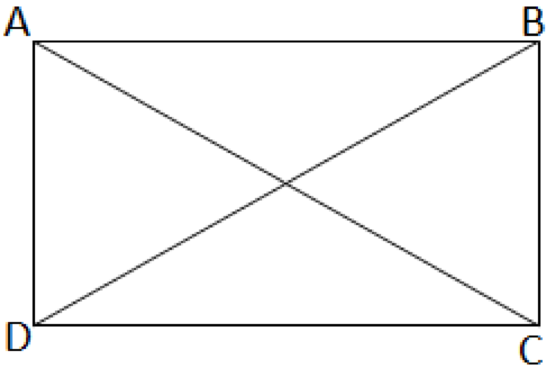
NOME DO GRUPO:

1- Você pode fazer um passeio de Euler por estes grafos?

2- Quantos vértices com número ímpar de arestas têm estes grafos?

3- O que você percebe aqui?





RESPOSTA: