UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

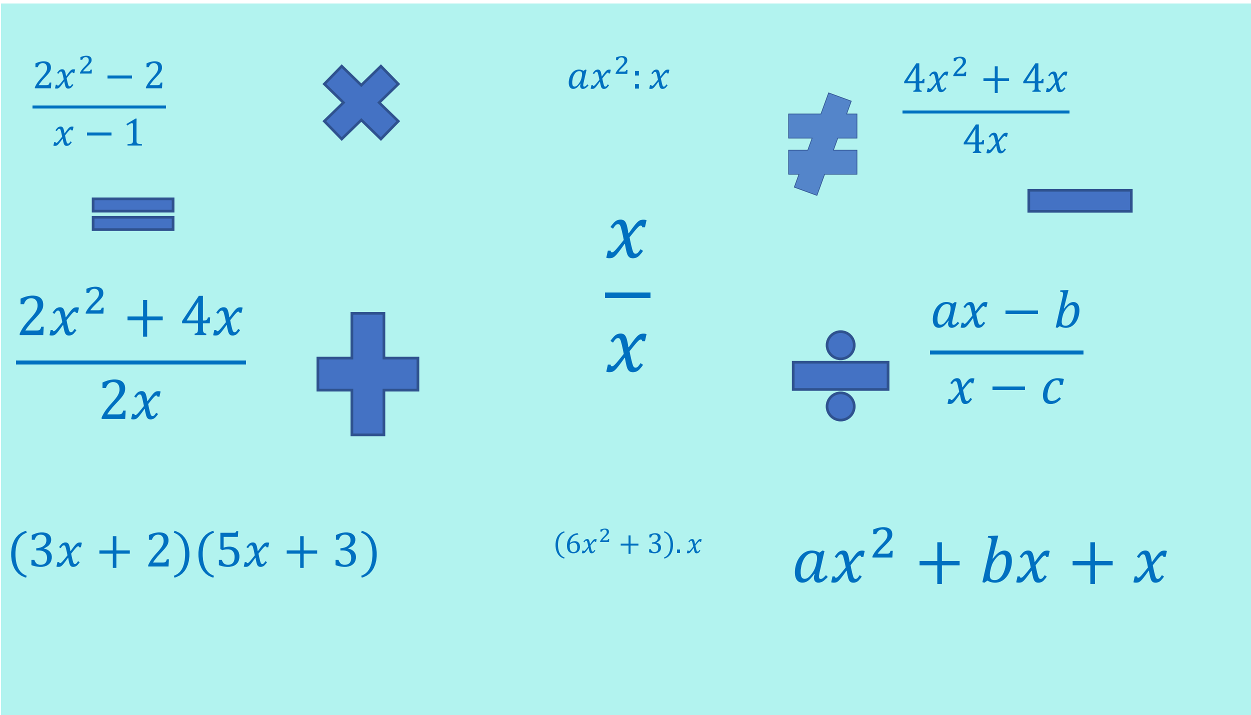
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA– PPGMAT

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

DAYANE MOARA COUTINHO

CLAUDETE CARGNIN

ATIVIDADES PARA ENSINAR MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POLINÔMIOS



MANUAL DO PROFESSOR

LONDRINA

2019

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA – PPGMAT

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

PRODUTO EDUCACIONAL

ATIVIDADES PARA ENSINAR MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POLINÔMIOS

LONDRINA

2019

Apresentação

Prezados Professores

Este material foi produzido com o intuito de colaborar no ensino de divisão e multiplicação de polinômios e monômios com atividades que utilizam Material Manipulável e também GeoGebra. Uma das motivações para o desenvolvimento das atividades elaboradas foi tentar minimizar dificuldades referentes a tal conteúdo, como por exemplo: passagem do concreto para o abstrato, dificuldades em saber o significado das letras, interpretação, concepções errôneas de divisão (por exemplo: $\frac{x}{x} = 0$), entre outras.

As atividades que constam neste material, chamado de produto educacional, são resultados de uma pesquisa realizada no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da UTFPR- Campus Londrina e Cornélio Procópio (PPGMAT). A versão inicial das atividades consta no Apêndice A da dissertação intitulada "Divisão e Multiplicação de Polinômios com o auxílio de Materiais Manipuláveis e Tecnologias", no qual, o conjunto de tarefas foi testado em uma turma de 8ºano, de uma escola da rede privada, do município de Campo Mourão – Paraná, em junho de 2018. Após o teste inicial, foram realizadas alterações, e a nova versão consta neste conjunto de atividades, que foi avaliado por uma banca composta pelas professoras Dra. Claudete Cargnin (UTFPR), Dra. Mariana Moran Barroso (UEM), Dra. Zenaide de Fátima Dante Correia Rocha (UTFPR) e Dra. Silvia Terezinha Frizzarini (UDESC).

Com a pesquisa efetuada para o mestrado, foi possível desenvolver atividades voltadas para o ensino de multiplicação e divisão de polinômios a partir da área de um retângulo, utilizando recursos como Material Manipulável (MM) e *software* GeoGebra, materiais estes que consideramos despertar o interesse dos alunos em estudar as operações de multiplicação e divisão de polinômios.

Na elaboração das tarefas nos baseamos na Teoria de Registro de Representação Semiótica, cujo pressuposto é que os objetos matemáticos são acessíveis apenas por meio de suas representações semióticas, cuja diversidade favorece a aprendizagem matemática.

A pesquisa realizada no mestrado, que gerou este material, indicou que as questões propostas auxiliaram para que os alunos adquirissem conhecimento sobre o objeto matemático em estudo, isto porque, inicialmente, os alunos possuíam dúvidas, tanto de conhecimento de anos anteriores, quanto de álgebra e, a partir do uso das diversas representações, foi possível observar que ao término das atividades já não havia mais esse tipo de dúvida, em sua grande maioria. O rendimento deles também melhorou após passarem pelas duas estações e foi possível os alunos descobrirem o algoritmo do “Método das Chaves” por meio das atividades.

Para facilitar a utilização docente, após uma breve introdução, apresentamos as atividades juntamente com orientações, que podem auxiliar você, professor, interessado em utilizá-las, a obter melhores resultados em sala de aula. Ressaltamos que essa é uma proposta, e que cada professor tem a liberdade de acatá-la, modificá-la ou adaptá-la, conforme sua necessidade.

Salientamos aqui que o papel do professor como mediador é importantíssimo para se obter melhores resultados, por isso antes da aplicação, sugere-se que o professor estude o material, faça as atividades propostas, para conhecer tanto o conteúdo que abarca como o que utiliza como pré-requisitos, e, assim, sinta-se mais seguro para usá-lo em sua sala de aula.

Ao leitor, havendo qualquer dúvida e sugestão, pode entrar em contato por e-mail[1]. Esperamos que a proposta seja útil.

As autoras.

---

[1] E-mail: dayamoaracoutinho@gmail.com

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Pensando em produzir um material para favorecer a aprendizagem do aluno e dinamizar as aulas de matemática, foi elaborado um conjunto de atividades para trabalhar multiplicação e divisão de polinômios. Utilizar Material Manipulável (MM) e Computadores como recursos didáticos podem motivar os alunos a descobrirem por si só algumas propriedades, ao invés de receber algo pronto e acabado.

As atividades propostas fundamentam-se no Modelo Rotação por Estação do Ensino Híbrido, que pretende propor um ambiente diferenciado para o aprendizado. O Ensino híbrido é um tipo de ensino misto, no qual uma das atividades deve ser obrigatoriamente *on-line*. Quanto ao modelo Rotação por Estação, os alunos são divididos em grupos, e realizam um tipo de rodízio, em que enquanto um grupo está numa estação, os grupos restantes estão em estações diferentes.

No caso desse conjunto de atividades, direcionado a alunos de 8º ano do ensino fundamental, para a aplicação são necessárias duas estações, as quais podem ser replicadas conforme a quantidade de alunos da turma, de modo que tenha estações suficientes de Material Manipulável (MM), bem como o ambiente on-line (GeoGebra). Após um tempo preestabelecido pelo professor, os grupos trocam de estação, logo quem estava no computador irá para o MM e vice-versa. Quanto ao tempo predeterminado pelo docente, sugerimos que apliquem com mínimo de 4 horas de duração, em média 2 horas para cada estação.

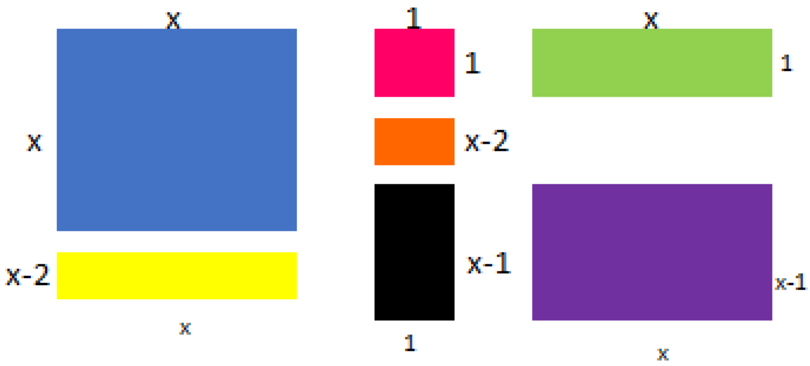
Ao formular as atividades tomou-se o cuidado para que solicitasse aos alunos a utilização de diversas representações, com embasamento teórico na Teoria de Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval. De acordo com esse autor, a compreensão matemática está relacionada à utilização de, no mínimo, dois Registros de Representações Semióticas diferentes para o mesmo objeto de estudo.

As atividades necessitam do MM (que pode ser construído em E.V.A) e de computadores conectados à internet (para acessar o GeoGebra *on-line*).

As tarefas foram estruturadas por níveis de dificuldades, tanto para o MM, quanto para o *software*. Sugere-se que o professor entregue apenas a folha referente ao nível da vez e o aluno receba o nível seguinte apenas após ter concluído o anterior. Uma alternativa para melhor rendimento quanto à estrutura das estações, seria alterná-las entre o término de cada nível. Por exemplo: os grupos estão na estação do MM -Nível *Easy*, após o término dessa etapa, eles irão para a estação das TIC – Nível C_1; após o tempo preestabelecido pelo professor, os grupos voltam para a estação do MM – Nível *Medium*, e assim, sucessivamente.

O MM é constituído por retângulos de cores diferentes: azul, amarelo, rosa, laranja, preto e verde, com as respectivas áreas x^2, $x^2 - 2x, 1, x - 2, x - 1, x, x^2 - x$, como mostra a Figura 1. As atividades são separadas pelos níveis *Easy*, *Medium* e *Hard*, com os dois primeiros níveis contendo duas questões, no total, e o último, com três questões, sendo que cada nível foi impresso em uma folha. Logo, o aluno recebe o nível posterior somente após terminar o anterior. Para as atividades *on-line*, os níveis foram: C1 e C2.

Figura 1- Projeto do Material Manipulável



Fonte: As autoras

Sugerimos que as tarefas sejam aplicadas de forma intercalada. Porém, caso haja dificuldades quanto a organização de acesso a internet, o professor pode adequar para que as atividades do MM sejam aplicadas em um dia, e as da TIC em outro. Recomendamos, também, que após a aplicação o professor exponha os resultados obtidos, a fim de fomentar discussões sobre as resoluções de forma coletivamente.

Quanto à organização da sala, indicamos que a turma seja dividida em grupos de três alunos, para que as discussões sejam mais produtivas e que todos os membros possam argumentar e serem ouvidos pelos demais.

2 ATIVIDADES

Instruções

i. Para realizar as atividades é necessário relembrar os elementos da operação de divisão, que são:

$$\begin{array}{l|l} \text{Dividendo} & \text{divisor} \\ \hline & \text{quociente} \\ \text{Resto} & \end{array}$$

ii. Com o material manipulável, nós formaremos figuras retangulares. O dividendo representará a soma das áreas de todas as peças, o divisor e o quociente representarão as expressões das medidas dos lados do retângulo, que pode ser formado com as peças do dividendo.

iii. É importante lembrar que as peças do Material Manipulável de cada item devem formar o maior retângulo possível. E que só pode colocar peças lado a lado que tenham a mesma medida: x com x, 1 com 1, e assim por diante.

iv. Para os casos de divisão exata, o divisor e o quociente serão considerados as dimensões de um retângulo cuja área será representada pelo dividendo.

Exemplo:

Lado = divisor

$$\boxed{Área = \ Dividendo}$$

altura = quociente

v. Para os casos de divisão com restos, o divisor e o quociente serão considerados dimensões do maior retângulo que pode ser construído, o resto será as peças que não se encaixarem ou que sobrarem.

Exemplo:

Lado = divisor

$$\boxed{Área = \ Dividendo}$$

altura = quociente

$$\boxed{Resto}$$

vi. Todos os cálculos e rascunhos, obrigatoriamente, devem constar nas folhas em anexo.

vii. Todos os retângulos que forem formados em cada exercício devem constar o seu desenho na folha de resolução.

viii.	Para cada item dos exercícios é necessário explicitar como você resolveria por um método mais longo, caso não estivesse com o material manipulável.

Após a apresentação das instruções será exposto o Material Manipulável.

Material Manipulável (MM)

As peças do MM são formadas por retângulos, de cores: azul, rosa, laranja, amarelo, verde, roxo e preto, como mostram as figuras abaixo.
As respectivas áreas das peças são:

Azul:x^2

Rosa:1

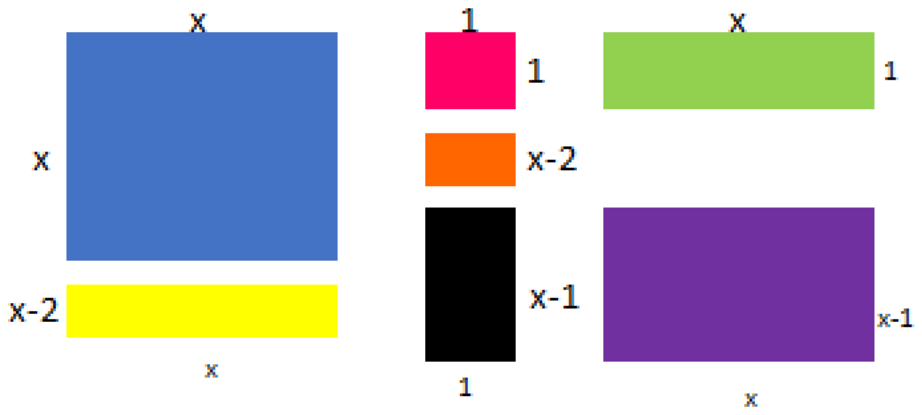
Laranja:$x - 2$

Amarelo:$x^2 - 2x$

Verde:x

Roxo:$x^2 - x$

Preto:$x - 1$



MOLDE PARA CONFECÇÃO DO CONJUNTO DE RETÂNGULOS

A seguir deixamos o molde para impressão, no qual as medidas das peças são:

Azul: $5{,}5\ cm\ x\ 5{,}5\ cm$

Verde: $5{,}5\ cm\ x\ 2\ cm$

Rosa: $2\ cm\ x\ 2\ cm$

Roxo: $5{,}5\ x\ 3{,}5\ cm$

Preto: $3{,}5\ cm\ x\ 2\ cm$

Laranja: $1{,}5\ cm\ x\ 2\ cm$

Amarelo:$1{,}5\ cm\ x\ 5{,}5\ cm$

Para as atividades que constam no produto educacional, serão necessárias 4 peças azuis, 2 peças roxas, 8 peças verdes, 2 peças amarelas, 2 peças laranjas, 2 peças pretas e 9 peças rosas para cada grupo.

OBS: Caso o professor queira utilizar outras medidas, o cuidado para não escolher medidas múltiplas deve ser tomado, para que as dimensões das peças não causem confusão nos alunos.

Aquecendo o uso do Material Manipulável

1) Com o auxílio do material, faça o que se pede:

a) Se você possui três peças de área igual a x, qual a área da região formada por três peças juntas?

b) Qual a área da região formada por4 peças azuis, três verdes e 8 rosas?

c) Pegue uma peça azul de área igual a x^2 e duas de área x. Qual a área das peças juntas? É possível construir um retângulo com essas três peças? Como? Se você conseguiu, deixe registrado o desenho do retângulo que você formou.

d) É possível representar um retângulo com uma peça azul, oito verdes e quinze rosas? Qual a área total da região limitada pelo retângulo formado nessa questão?

ATIVIDADES PARA A ESTAÇÃO DE MATERIAL MANIPULÁVEL

Nível M-*Easy*

1) Com o auxílio do Material manipulável, construa um retângulo com dimensões $x + 2$ e $x + 3$ e determine sua área.

i. Qual a área total obtida?
ii. Explique como você obteve a área total. Escreva o cálculo efetuado (desenhe a figura montada com o material manipulável, indicando as peças utilizadas).
iii. Considerando o cálculo realizado, preencha corretamente os espaços em branco:

$$\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{x+3} = \boxed{\qquad\qquad}$$

Coloque aqui a expressão que você encontrou para a área

Coloque aqui a expressão que você encontrou para o resultado da divisão

iv. Com base na figura construída com o material manipulável, discuta com seu colega e diga como se deve efetuar a multiplicação $(x + 2) \cdot (x + 3)$. Escreva os passos utilizados para realizar essa operação.
v. Da mesma forma, discuta com seu colega um modo de efetuar a divisão $\frac{x^2+5x+6}{x+3}$ sem a necessidade de utilizar MM.

2) Com o auxílio do Material manipulável, construa um retângulo com dimensões $2x + 2$ e $x + 1$.

i. Qual a área desse retângulo? Como obteve tal resultado? Escreva o cálculo efetuado.
ii. Discuta com seu colega: Se você tivesse a área total e uma das dimensões, seria possível obter a segunda dimensão? De que maneira? Explique.
iii. Considerando sua resposta ao item i. Podemos afirmar que $(2x + 2).(\ x + 1) = Área\ total$?
iv. Com base na resposta do item ii., podemos afirmar que $\frac{Área\ total}{2x+2} = (\ x + 1)$?
v. Para esse caso, podemos afirmar que

$$\frac{Dividendo}{1^{a}\ dimensão} = 2^{a}\ dimensão?$$

3) Represente algebricamente a seguinte fala: "multiplicar x por 2x e soma com o resultado da multiplicação de 1 por 3.

i. Qual a expressão que representa o enunciado?

ii. Efetue (x+1). (2x+3). O resultado desse item é o mesmo do item anterior?

iii. Explique, por meio da Língua Natural, a multiplicação do item ii.

Nível M-*Medium*

1) Quando calculamos divisão de um número real por outro, por exemplo, podemos fazer a seguinte equivalência: $\frac{7}{5}=\frac{5}{5}+\frac{2}{5}=1+\frac{2}{5}$, queremos fazer o mesmo com divisão de polinômios. Considere a seguinte divisão $\frac{2x^2+4x+3}{x+1}$, para isso pegue peças do Material Manipulável que representem o dividendo.

i. É possível formar um retângulo com todas essas peças? Deixe o registro da tentativa.

ii. Caso não seja possível montar um retângulo com todas as peças, qual o número máximo de peças (e quais) necessário para conseguir montar um retângulo (que possua uma das dimensões igual ao divisor)? Após a construção, deixe registrado o seu desenho.

iii. Quantas peças sobraram quando montou o retângulo do item ii? O que essa (s) peça (s) representa (m) na divisão?

iv. Para esse caso, podemos afirmar que

$$\frac{Dividendo}{1^{\underline{a}}\ dimens\tilde{a}o} = 2^{\underline{a}}\ dimens\tilde{a}o?$$

2) Com o auxílio do Material utilize uma peça de x^2 de área, quatro de área x e três peças de área 1.

i. É possível formar um retângulo com essas peças? Deixe registrado o desenho de sua tentativa.

ii. Qual a área total do retângulo formado? Quais as dimensões desse retângulo?

iii. Usando as informações do item ii, e considerando as atividades já realizadas no nível M-*Easy*, escreva:

a. Uma fórmula matemática que use a multiplicação de polinômios.

b. Uma fórmula matemática que use a divisão de polinômios.

iv. Caso uma das dimensões do retângulo seja $x+1$, qual expressão representa a outra dimensão? Como conseguiu chegar a essa resposta? Explique.

Nível M-*Hard*

1) Com o Material Manipulável, forme o maior retângulo com as peças que represente o polinômio dividendo, em que uma das dimensões é o polinômio divisor e a segunda dimensão será o valor do quociente. Em seguida, determine os valores das seguintes divisões:

i) $\frac{4x^2+4x+1}{2x+1} =$

ii) $\frac{2x^2+7x+6}{x+2} =$

2) Calcule as seguintes divisões e construa o retângulo que representa o construiu. Como é possível construir a um retângulo, em que uma das dimensões é dada por dividendo do tipo $ax^2 - c$?

i. $\frac{2x^2-2}{x-1} =$

ii. $\frac{4x^2-1}{2x+1} =$

3) Agora sem utilizar o material manipulável, como você calcularia os seguintes exercícios? Deixe todo o processo que usou para realizá-los e discuta com o colega uma forma de verificar se o resultado obtido está correto.

i. $\frac{x^2-9}{x+3} =$

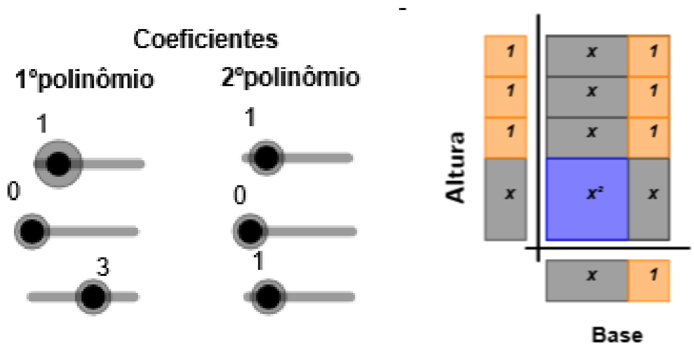
ii. $\frac{x^2+3x+2}{x+1} =$

ATIVIDADES PARA A ESTAÇÃO *ON-LINE*

Nível - C1

Para esse conjunto de tarefas, acesse o site https://www.geogebra.org/m/u5jvA2eM. Esse site explora a multiplicação de dois polinômios, que representam as dimensões de um retângulo, altura e base (o retângulo pode ser visualizado na parte direita da página). Nele é possível alterar os coeficientes no canto superior esquerdo e, conforme os alteramos, a representação do retângulo também altera. Além disso, o site ainda mostra os dois polinômios que representam a base e a altura e tem o campo para completar com o polinômio que representa a área, resultado da multiplicação entre a base e a altura.

OBS: Para nossas atividades o coeficiente do meio sempre estará em 0 porque iremos trabalhar apenas com uma incógnita.



1) Monte um retângulo onde as dimensões medem $x+1$ e $x+3$.

i) Qual a área do retângulo montado?

ii) Escreva uma expressão algébrica que represente o cálculo dessa área.

iii) Caso tivesse a área total e uma das dimensões ao invés das duas dimensões, seria possível obter a segunda dimensão? Como? Explique.

2) Monte um retângulo no qual a área total seja igual a x^2+2x, mas que tenha uma das dimensões igual a x.

i) Qual a medida obtida para a outra dimensão?

ii) Escreva uma fórmula que relacione a área total e as dimensões do retângulo que use a multiplicação de polinômios.

iii) Na fórmula escrita por vocês no item ii, como devemos proceder para efetuar a multiplicação dos polinômios que representam as dimensões do retângulo, para chegar à expressão da área total?

iv) Ainda com base no desenho formado na tela do seu computador, como você resolveria a divisão $\frac{x^2+2x}{x}$? Qual o resultado dessa divisão?

NÍVEL - C2

Para as questões a seguir utilize o site https://www.geogebra.org/m/fcb2eZuC, no qual é possível explorar a divisão de polinômios por meio da área de um retângulo. O objetivo é encaixar as peças que representam o dividendo, no retângulo no qual a base é a medida do divisor e a altura o quociente da divisão. Para encaixarem pode ser necessário girar as peças.
Vamos relembrar os elementos da divisão: dividendo, divisor, quociente e resto.

$$\begin{array}{r|l} \text{Dividendo} & \text{divisor} \\ \cline{2-2} & \text{quociente} \\ \text{Resto} & \end{array}$$

1) No site https://www.geogebra.org/m/fcb2eZuC, vá no canto superior esquerdo e altere os coeficientes do polinômio dividendo para 1, 4 e 4, respectivamente, para formar o dividendo $x^2 + 4x + 4$. Altere o coeficiente de x^0 do polinômio divisor para 2, formando $x + 2$.

a. Quais as dimensões do retângulo formado?
b. Escreva uma multiplicação de polinômios que represente a área total desse retângulo e efetue-a.
c. Utilize uma divisão de polinômios para representar a medida de um dos lados. Explique como pode ser efetuada essa divisão sem usar o aplicativo.

2) No mesmo site, monte um retângulo de área igual a $2x^2 + 6x + 4$, e altere o coeficiente de x^0 para 1.

a. Quais as dimensões desse retângulo?
b. Escreva uma multiplicação de polinômios que represente a área total desse retângulo e efetue-a.
c. Utilize uma divisão de polinômios para representar a medida de um dos lados. Explique como pode ser efetuada essa divisão sem usar o aplicativo.

3) Siga as instruções para cada letra desse exercício:

i. Construa um retângulo da área solicitada;
ii. Altere o coeficiente de x^0para o valor solicitado;
iii. Determine as dimensões do retângulo formado;
iv. Escreva uma multiplicação de polinômios que represente a área total desse retângulo e efetue-a.
v. Utilize uma divisão de polinômios para representar a medida de um dos lados. Explique como pode ser efetuada essa divisão sem usar o aplicativo

a) $x + 5x + 6$; coeficiente de $x^0 = 1$
b) $2x^2 + 4x + 16$; coeficiente de $x^0 = 1$

4) No canto superior esquerdo altere os polinômios e construa um retângulo de área igual a x.

a) Observe a representação figural, quais as dimensões de tal retângulo? Consegue estabelecer um padrão entre os valores da base, altura e área?

b) Considere que não há como visualizar tal retângulo, sabendo que uma das dimensões é igual a x, como conseguiria determinar a outra dimensão? Explique

3 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Para melhor aplicação, deixamos cada nível em folhas separadas, para facilitar ao professor que desejar utilizá-las em sala de aula. Sugerimos que a turma se divida em grupos de, no máximo, 3 alunos, para possibilitar a discussão durante as resoluções. Após a separação dos alunos, será o momento de distribuir a folha de instruções.

Tentando minimizar as dificuldades de manipulação dos materiais, sugerimos atividades para aquecimento, cujo objetivo é propiciar condições para os alunos conseguirem realizar rotações e translações de peças, bem como construir outras figuras a partir da inicial, que são as chamadas modificações mereológicas e posicionais (DUVAL, 2012a).

Nesse momento, pedimos aos professores atenção, pois se faz necessário observar como está sendo realizada a construção dos retângulos, para que as peças que estão lado a lado sejam de mesma medida.

Após a resolução dos exercícios de aquecimento (que pode ser dispensada, caso o professor considere desnecessário), o próximo passo é dar a folha de tarefa do nível inicial para cada grupo, de acordo com a estação.

O objetivo do nível *Easy* é que os alunos consigam perceber que a área total do retângulo construído é a soma das áreas das subfiguras que o formam. Além disso, objetiva-se que os alunos concluam que, para divisões exatas, o dividendo forma a área do retângulo construído, no qual o divisor e o resultado da divisão são a base e a altura desse retângulo.

A solicitação do registro da linguagem natural foi pensada para que os alunos pudessem verificar se a forma que eles descrevem os cálculos realizados realmente resulta na expressão algébrica da multiplicação, por exemplo.

Sendo assim, o professor que aplicar essa sequência didática deve estimular a discussão entre os alunos sobre os conceitos de multiplicação, divisão e se a maneira como expõem oralmente as operações condiz com os cálculos realizados.

O nível *Easy* do MM deve fazer o aluno perceber que (para os casos em que fosse possível construir o retângulo em que todas as peças que representam o dividendo) o dividendo dividido por uma das dimensões sempre resulta na outra.

O nível *Medium* MM deve mostrar ao aluno que quando não é possível formar um retângulo com todas as peças que representam o dividendo, significa que a divisão não será exata e, embora os alunos possam não conseguir representar algebricamente o resto, eles não podem concluir que todas as divisões serão exatas, como até então eram. Nesse nível, solicitamos a cautela para que os alunos não concluam que o resultado da divisão com resto é dado somente pela expressão do quociente.

O nível *Hard* pretende que os alunos consigam resolver divisões do tipo $\frac{ax^2-b^2}{x\pm b}$, nas quais precisam retirar uma área de outra, sendo necessário realizar modificações mereológicas e posicionais. Outro fato que o docente deve tomar cuidado é para que os retângulos obtidos (que em alguns casos são quadrados) podem confundir e levar os alunos a conclusões errôneas, se os mesmos não tiverem os conceitos de quadrado e retângulo bem esclarecidos.

Para este nível, em específico, alertamos para observarem as conclusões e raciocínios que os alunos estão realizando, visto que podem ser tiradas generalizações errôneas do tipo que $\frac{x^2-9}{x+3} = x - 3$, justificando que x^2 dividido por x é x e -9 dividido por 3 é -3. Lembramos que, embora essa forma de resolver funcione para esse caso, ela não pode ser generalizada.

Em todos os níveis, há a solicitação para utilizar as representações Figural (RF), Língua Natural (RLN) e algébrica (RA) e, por isso, aconselhamos que o professor, durante a resolução pelos alunos, verifique se as mesmas estão sendo utilizadas e registradas, dado que a conversão e o tratamento de representações são operações cognitivas que auxiliam na compreensão do objeto matemático. Segundo Duval (2012b), *conversão* é uma transformação de representação que ocorre de um tipo de registro para outro, por exemplo, da representação algébrica para a representação figural, e conserva-se o objeto, enquanto os *tratamentos* são modificações nas representações que se mantêm dentro do mesmo registro, como ocorre ao desenvolver uma multiplicação de polinômios, por exemplo.

Salientamos que a observação acurada e dedicação do professor são ferramentas imprescindíveis para prever as possíveis dúvidas e caminhos que poderão ser trilhados pelos estudantes em busca da sua aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essas atividades apresentam recursos para o entendimento do conceito de divisão e multiplicação de monômios e polinômios. Este Produto Educacional é uma reformulação das atividades elaboradas para a pesquisa de Coutinho (2019).

O envolvimento do aluno com o MM e o *software*, bem como a intervenção do professor durante a execução das atividades, ajudam o processo de ensino e aprendizagem, tendo potencialidades para possíveis deduções de métodos e propriedades, por meio da investigação.

A Teoria de Registro de Representação Semiótica disponibilizou embasamentos para que as atividades fossem elaboradas, solicitando a utilização de diversos registros, tratamentos e conversões, sendo possível o aluno aprender de forma mais eficiente.

Destacamos, ainda, que essa proposta é uma sugestão para professores, que têm autonomia para adequá-las de acordo com a sua necessidade. Esperamos que as atividades possam contribuir com o trabalho docente e na construção dos conceitos de multiplicação e divisão de monômios e polinômios.

REFERÊNCIAS

COUTINHO, D. M. **Divisão e Multiplicação de Polinômios com o auxílio de Materiais Manipuláveis e Tecnologias**. 2019. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) -Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v.07, n.1, p.118-138, 2012a.

________. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat:** Florianópolis, v.07, n.2, p. 266-297, 2012b.